

# Betonarme2000: Çokgen Kesitli Kolon Boyuna Donatısının Hesabı Teori ve Örnekler

Ahmet TOPÇU, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Eskişehir, 2000-2014

## Özet

Malzemesi, tasarım kuvvetleri ve kesit geometrisi bilinen bir kolonun boyuna donatısının görsel ortamda çalışan Betonarme2000 programı ile belirlenmesinde kullanılan teorik ilkeler ve çözüm örnekleri verilmektedir. İlk 16 örnek teoriktir ve diğer araştırmacıların sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Teorik örneklerde T500-2000 ve Deprem yönetmeliği-1997 sınırları dikkate alınmazken diğer örneklerde dikkate alınmıştır. Kolon kesiti dikdörtgen, daire, sekizgen, kutu, halka, L, I, T, C veya boşluklu/boşluksuz çokgen gibi herhangi bir keyfi geometri de olabilir.

## Giriş

Betonarme yapıların en önemli taşıyıcı elemanı kuşkusuz kolon ya da perdedir. Ne var ki çözümü de en zor olan bir problemdir. Eksenel yük ve iki yönde eğilme momenti etkisinde olan bir kolonda süperpozisyon kuralı geçerli olmadığından, denge denklemlerinin uygunluk şartları da sağlanacak bir çözümünü bulmak el hesapları için kullanışlı olmayan uzun-yorucu iterasyon işlemleri gerektirir. Genelde el çözümü mümkün değildir.

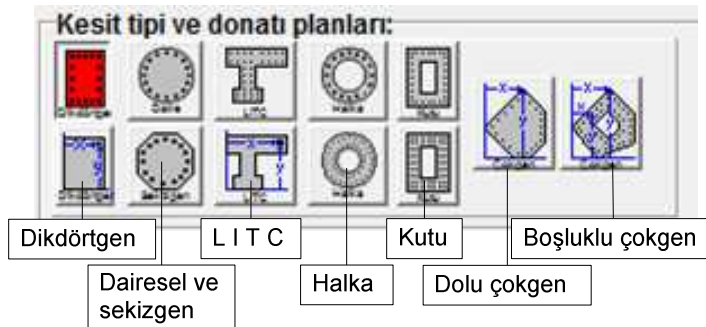
Çokgen kesitli kolonların çözümünde bir dizi zorlukla karşılaşılır:

- Tarafsız eksenin konumunun belirlenmesi
- En büyük birim kısalmanın olduğu basınç noktanın belirlenmesi,
- Beton basınç alanını oluşturan poligonun belirlenmesi,
- Beton bileşke basınç kuvvetinin etkidiği noktanın belirlenmesi,
- Uygunluk şartlarının (birim şekil değiştirme) belirlenmesi,
- Tasarım momentlerinin teorik modelde varsayılan yönde olmaması durumu

en önemlileri olarak sıralanabilir.

Uygulamaya yönelik, bilgisayar programı da içeren, ilk çalışmayı 1987 yılında KIRAL/DÜNDAR yapmışlardır. Bu program sadece dikdörtgen kesitler için geçerliydi. Çokgen kesitli kolonlar için MARJANI 1989 ve DÜNDAR/ŞAHİN 1992 program destekli çalışmalarını yayınladılar.

Betonarme2000; malzeme dayanımları, tasarım kuvvetleri, kesit geometrisi ve donatı planı bilinen bir kolonun doğrusal olmayan denge denklemlerini uygunluk şartları da sağlanacak şekilde NEWTON-RAPHSON iterasyon yöntemiyle çözülmekte, tarafsız eksenin konumunu ve gerekli donatı alanını belirlenmektedir. Klasik varsayımlar yanında; beton basınç bloğu, basitliği ve uygulama açısından önemli bir fark içermemesi (ERSOY 1990) nedeniyle, eşdeğer dikdörtgen varsayılmıştır. Elasto-plastik davrandığı varsayılan donatı çeliğinde en büyük birim şekil değiştirme sınırlandırılmamıştır. TS500-2000 ve Afet Bölgelerinde Yapılacak Yapılar Hakkında Yönetmelik-1997 koşulları dikkate alınmıştır. Kesit tipi dikdörtgen, daire, sekizgen, kutu, halka, L, I, T, C veya, çok daha genel, boşluklu/boşluksuz çokgen olabilmektedir, Şekil 1.

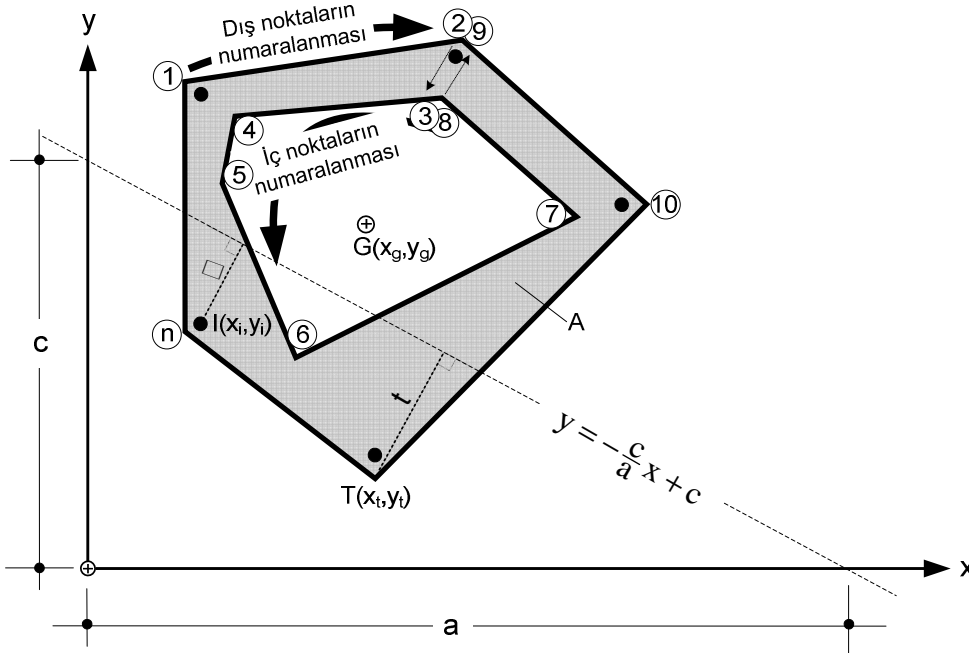


Şekil 1. Kesit tipleri ve donatı planları.

Kesitin tanımlanması olabildiğince basitleştirilmiştir. Dikdörtgen kesitin iki kenar boyutunun, beton örtüsün verilmesi ve Şekil 1 de görülen ilgili donatı planlarından birinin seçilmesi kesiti tanımlamak için yeterlidir. Daire, sekizgen, kalkan, kutu kesitlerde de sadece çap ve et kalınlığının(halka ve kutu kesit) tanımlanması yeterlidir. Boşluksuz genel çokgen kesitlerin köşe noktalarının koordinatlarını kullanıcı verir. Bu tür kesitlerde donatıyı program otomatik yerleştirir. Diğer kesit tiplerinde kesit ve donatı koordinatları program tarafından türetilir. Boşluklu genel çokgen kesitlerde hem kesitin köşe noktalarının hem de donatıların koordinatlarını kullanıcı verir. Hesap sonrası; gerekli donatı alanı, önerilen donatı sayısı ve çapı, indirgenmiş tarafsız eksenin konumu, basınç alanı ve akmış donatılar görsel olarak elde edilir.

## Kesit geometrik ve mekanik özellikleri

Genel bir çokgen kesit Şekil 1 de verilmiştir. Kesit boşluklu veya boşluksuz olabilir. Kesitin  $n$  tane koordinatları bilinen köşe noktalarının bazıları dış çevre bazıları da boşluğu belirleyen iç çevre üzerindedir. Noktaların numaralanma yönü kalın oklar ile gösterilmiştir. Dış noktaların herhangi birinden başlanarak; dış noktalar saat yönünde iç noktalar saatin ters yönünde numaralanmıştır.



Şekil 2. Genel çokgen kesit

Dış noktaların herhangi birinden iç noktaya geçilir ve iç noktaların numaralanması tamamlandıktan sonra aynı dış noktaya dönülerek dış noktaların numaralanması tamamlanır. Örneğin; şekildeki kesitin 2 nolu dış noktasından 3 nolu iç noktaya geçilmiş, iç noktalar saatin ters yönünde numaralanarak 8 noktasına(3 ile aynı nokta) geldikten sonra 9 nolu dış noktaya(2 ile aynı) dönmüş ve dış noktalar saat yönünde numaralanmaya devam edilmiştir. Bu numaralama kuralına uyulmadığı takdirde aşağıda verilen bağıntılar geçerli olmayacaktır. Birden çok boşluk olması durumunda da aynı kurala uyulmalıdır. Kesit içindeki, koordinatları bilinen,  $n_s$  adet donatı çubuğu keyfi bir sıraya göre numaralandırılabilirler. Kullanıcının koordinat vermesini gerektirmeyen donatı planlarında bu numaralandırmayı program otomatik olarak yapar.

Kesit x-y koordinat sisteminin daima 1. bölgesindedir.  $T(x_i, y_i)$  kesitin bir köşe noktası,  $G(x_g, y_g)$  kesitin ağırlık merkezi,  $I(x_i, y_i)$  herhangi bir donatı noktasıdır.  $a > 0$  ve  $c > 0$  olmak üzere; eksenleri  $(a, 0)$  ve  $(0, c)$  noktalarında kesen bir y doğrusunun  $T$  noktasına uzaklığı  $t$  ile ve  $I$  noktasına uzaklığı  $s$  ile gösterilmiştir.  $A$  kesit alanı,  $I_{xg}$ ,  $I_{yg}$ ,  $I_{xyg}$  kesitin  $G$  noktasında tanımlı x-y eksen takımına göre atalet momentleri olsun. Kesit hesaplarında gerekli olan aşağıdaki tanımlar bilgisayar hesaplarında uygun olmaktadır.

**y doğrusunun kapalı denklemi:**

$$\frac{c}{a} x + y - c = 0 \quad (1.1)$$

**t mesafesi:**

$$t = -\frac{\frac{c}{a}x_t + y_t - c}{\sqrt{\left(\frac{c}{a}\right)^2 + 1}} \quad (1.2)$$

$t > 0$  durumunda  $T(x_t, y_t)$  noktası  $y$  doğrusunun altındaki bölgede (orijin tarafında),  
 $t = 0$  durumunda  $T(x_t, y_t)$  noktası  $y$  doğrusu üzerinde,  
 $t < 0$  durumunda  $T(x_t, y_t)$  noktası  $y$  doğrusunun üstündeki bölgededir.

**s mesafesi:**

$$s = -\frac{\frac{c}{a}x_i + y_i - c}{\sqrt{\left(\frac{c}{a}\right)^2 + 1}} \quad (1.3)$$

$s > 0$  halinde  $I(x_i, y_i)$  noktası  $y$  doğrusunun altındaki bölgede (orijin tarafında),  
 $s = 0$  halinde  $I(x_i, y_i)$  noktası  $y$  doğrusu üzerinde,  
 $s < 0$  halinde  $I(x_i, y_i)$  noktası  $y$  doğrusunun üstündeki bölgededir.

**Kesit alanı:**

$$A = \frac{1}{2} \sum_{t=1}^n (x_{t+1} - x_t)(y_{t+1} + y_t) \quad (1.4)$$

**G noktasının koordinatları (kesit koordinatlarının tanımlandığı x-y eksenlerine göre):**

$$x_g = -\frac{1}{6A} \sum_{t=1}^n (y_{t+1} - y_t)(x_t^2 + x_t x_{t+1} + x_{t+1}^2) \quad (1.5)$$

$$y_g = \frac{1}{6A} \sum_{t=1}^n (x_{t+1} - x_t)(y_t^2 + y_t y_{t+1} + y_{t+1}^2) \quad (1.6)$$

**Atalet momentleri (G noktasında tanımlı x-y eksenlerine göre):**

$$I_{xg} = \frac{1}{12} \sum_{t=1}^n (x_{t+1} - x_t)(y_{t+1} + y_t)(y_{t+1}^2 + y_t^2) \quad (1.7)$$

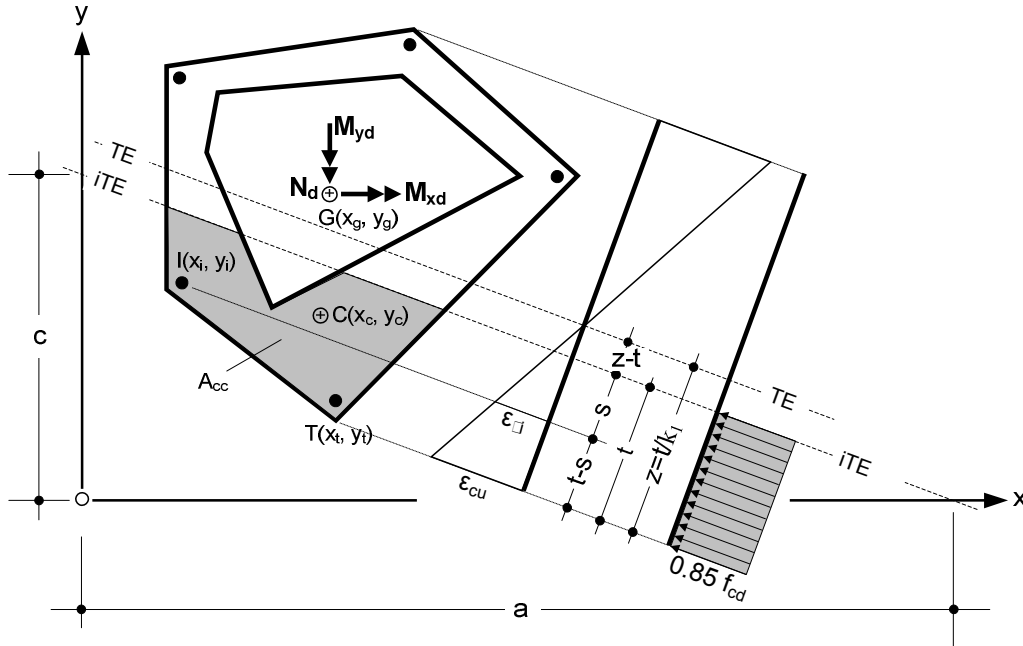
$$I_{yg} = \frac{1}{12} \sum_{t=1}^n (y_{t+1} - y_t)(x_{t+1} + x_t)(x_{t+1}^2 + x_t^2) \quad (1.8)$$

$$I_{xyg} = \frac{1}{24} \sum_{t=1}^n (x_{t+1} - x_t) \left[ 2x_t y_t^2 + (y_{t+1} + y_t)^2 (x_{t+1} + x_t) + 2x_{t+1} y_{t+1}^2 \right] \quad (1.9)$$

(1.4)-(1.9) bağıntılarda  $x_{n+1} = x_1$  ve  $y_{n+1} = y_1$  alınır.

## Birim şekil değıştirme ve gerilme dağılımı

Çokgen bir kesitin G ağırlık merkezine etkiyen  $N_d$ ,  $M_{xd}$  ve  $M_{yd}$  tasarım kuvveti üçlüsünden oluşan birim şekil değıştirme ve gerilme dağılımı Şekil 3 de gösterilmiştir.  $N_d$  eksenel kuvveti basınçtır.



Şekil 3. Şekil değıştirme ve gerilme dağılımı

Kesitte koordinatları bilenen n nokta ve  $n_s$  adet çelik çubuk olsun. Tarafsız eksen TE ile, indirgenmiş tarafsız eksen iTE ile gösterilmiştir. iTE nin konumunu a ve c parametreleri belirlemektedir.  $M_{xd}$  ve  $M_{yd}$  momentleri için Şekil 3 de seçilen pozitif yönleri nedeniyle beton basınç alanı daima x-y eksen takımının orijini tarafında oluşur.

Beton basınç bloğu TS500-2000 e uygun olarak, basitliği nedeniyle, eşdeğer dikdörtgen seçilmiştir. Beton bileşke kuvveti basınç alanının ağırlık merkezi olan C(  $x_c$ ,  $y_c$ ) noktasına etkir. Basınç alanının tarafsız eksene en uzak T( $x_t$ ,  $y_t$ ) noktasındaki beton birim kısalması  $\epsilon_{cu}$  dur.  $f_{cd}$  betonun hesap dayanımıdır.  $0.85f_{cd}$ ,  $k_1$  ve  $\epsilon_{cu}$  büyüklükleri TS500-2000 de tanımlıdır.

Kesite etkiyen  $N_d$ ,  $M_{xd}$ ,  $M_{yd}$  tasarım kuvvetleri, beton ve çelik çubuklarda oluşan gerilmeler ile dengededir. Denge bağıntılarının yazılabilmesi için:

- Tarafsız eksene en uzak ve basınç bölgesinde olan T( $x_t$ ,  $y_t$ ) noktasının
- $A_{cc}$  beton basınç alanının,
- Beton bileşke basınç kuvvetinin etkidiği C( $x_c$ ,  $y_c$ ) noktasının,
- I( $x_i$ ,  $y_i$ ) noktasındaki i.çelik çubuğun  $\epsilon_{si}$  birim şekil değıştirmesinin

belirlenmesi gerekir.

### t ve s uzaklıklarının belirlenmesi

iTE nin a ve c parametrelerine bağılı denklemi (1.1) e göre

$$y = -\frac{c}{a}x + c \quad (1.10)$$

dir. iTE nin konumu değıştikçe, kendisine en uzak olan basınç noktası T(x,y) de değışebilir. Bu nedenle a ve c her değıştiğinde T noktasının yeniden belirlenmesi gerekir.

Bunun için, kesitin koordinatları bilinen n tane noktasının iTE ye uzaklıkları (1.2) bağıntısı ile  $t_1, t_2, \dots, t_n$  olarak hesaplanır. Uzaklığı negatif olan noktalar çekme bölgesinde, sıfır olan noktalar iTE nin üzerinde ve pozitif olanlar da basınç bölgesindeki noktalar olduğundan iTE ye en uzak noktanın uzaklığı

$$t = \max(t_1, t_2, \dots, t_n) \quad (1.11)$$

olur. Dolayısıyla t değerine karşılık gelen nokta aranan  $T(x_t, y_t)$  noktası olacaktır. Betondaki en büyük birim kısalma  $\epsilon_{cu}$  bu noktada oluşur.

Kesitte bulunan  $n_s$  tane donatı çubuğundan  $\bar{I}(x_i, y_i)$  noktasında bulunan i.donatının iTE ye olan s uzaklığı da (1.3) bağıntısından hesaplanır.

### **Basınç alanının belirlenmesi**

Basınç alanını sınırlayan noktaların kümesi, iTE ye uzaklıkları pozitif veya sıfır olan noktalar ile iTE nin kesit kenarlarını kestiği noktalardan oluşur. Bu noktalar kümesini belirleyebilmek için aşağıdaki algoritma kullanılabilir.

- Basınç bölgesini sınırlayan noktaların koordinatlarını içeren boş bir küme oluşturulur.
- Kesitin 1. noktasından başlanarak noktanın iTE ye uzaklığı hesaplanır. uzaklık sıfır veya pozitif ise, nokta basınç bölgesindedir, kümeye eklenir.
- Uzaklığın negatif olması halinde bu nokta ile bir önceki nokta arasındaki kesit kenarının iTE ile kesişmesi olasıdır. Kesişme kontrol edilir. Varsa, kesişme noktası koordinatları hesaplanarak kümeye eklenir.
- Kesitin n tane noktası için bu işlem tekrarlandığında kümede basınç alanını sınırlayan  $n_c$  noktanın koordinatları oluşmuş olur.

Kümedeki koordinatlar kullanılarak ve n yerine  $n_c$  alınarak,  $A_{cc}$  basınç alanı (1.4) bağıntısından

$$A_{cc} = \frac{1}{2} \sum_{t=1}^{n_c} (x_{t+1} - x_t)(y_{t+1} + y_t) \quad (1.12)$$

ve  $A_{cc}$  alanının ağırlık merkezi olan  $C(x_c, y_c)$  noktasının koordinatları da (1.5) ve (1.6) bağıntılarından

$$x_c = -\frac{1}{6A_{cc}} \sum_{t=1}^{n_c} (y_{t+1} - y_t)(x_t^2 + x_t x_{t+1} + x_{t+1}^2) \quad (1.13)$$

$$y_c = \frac{1}{6A_{cc}} \sum_{t=1}^{n_c} (x_{t+1} - x_t)(y_t^2 + y_t y_{t+1} + y_{t+1}^2) \quad (1.14)$$

hesaplanırlar.

### **Çelik çubuktaki birim şekil değiştirmenin ve gerilmenin belirlenmesi**

(1.11) ile t bilindiğinden, TE nin konumu  $x = t / k_1$  ile bellidir.  $\bar{I}(x_i, y_i)$  noktasındaki çelik çubuğun iTE ye uzaklığı s de (1.3) bağıntısından hesaplanabileceğinden Şekil 3 deki şekil değiştirme diyagramından orantı ile

$$\epsilon_{si} = \epsilon_{cu} \left(1 + k_1 \frac{s}{t} - k_1\right) \quad (1.15)$$

bulunur. Elasto-plastik çelik davranışı varsayımı nedeniyle çelikdeki gerilme

$$\sigma_{si} = E_s \epsilon_{si}, \quad -f_{yd} \leq \sigma_{si} \leq f_{yd} \quad (1.16)$$

olacaktır. Çeliğin elastisite modülü  $E_s$  ve tasarım dayanımı  $f_{yd}$  TS500 de tanımlıdır.

## Denge denklemleri

Kesitteki çelik çubukların aynı çaplı olduğu varsayılacaktır. Toplam donatı alanı  $A_{st}$  ile gösterilirse her bir çubuğun kesit alanı  $A_{st}/n_s$  olur. Kesitin ağırlık merkezinde tanımlı x-y eksen takımına göre denge denklemleri, Şekil 3 den:

$$0.85f_{cd} A_{cc} + \frac{A_{st}}{n_s} \sum_{i=1}^{n_s} \sigma_{si} = N_d \quad (1.17)$$

$$0.85f_{cd} A_{cc} (y_g - y_c) + \frac{A_{st}}{n_s} \sum_{i=1}^{n_s} \sigma_{si} (y_g - y_i) = M_{xd} \quad (1.18)$$

$$0.85f_{cd} A_{cc} (x_g - x_c) + \frac{A_{st}}{n_s} \sum_{i=1}^{n_s} \sigma_{si} (x_g - x_i) = M_{yd} \quad (1.19)$$

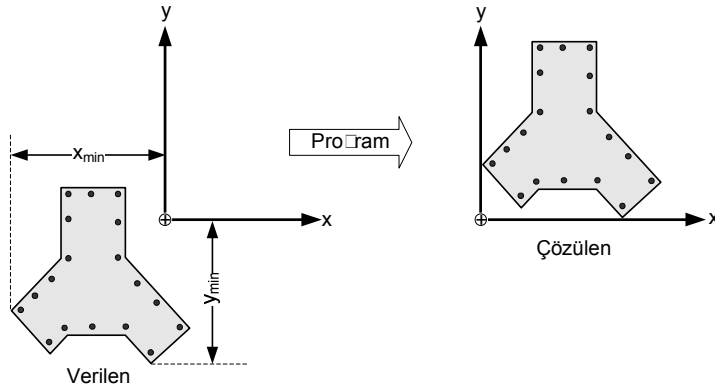
## Denge denklemlerinin çözümü

(1.17)-(1.19) denge denklemlerinden, (1.16) süreklilik şartları da sağlanacak şekilde,  $A_{st}$  toplam donatı alanının hesaplanması amaçlanmaktadır.  $A_{cc}$ ,  $x_c$ ,  $y_c$  ve  $\sigma_{si}$  değerlerinin belirlenebilmesi için tarafsız eksenin konumunun, yani a ve c parametrelerinin bilinmesi gerekir. Bu sebeple (1.17)-(1.19) bağıntıları doğrusal olmayan bir denklem sistemidir. Bilinmeyenler a, c, ve  $A_{st}$  dir.

Bu denklemlerin çözümü için, her sayısal analiz kitabında bulunabilen, NEWTON-RAPHSON iterasyon yöntemi uygun olmaktadır. Bu yöntemle göre a, c ve  $A_{st}$  için bir başlangıç değeri seçilmekte ve (1.17)-(1.19) bağıntıları yeterli bir hassasiyetle(Tolerans) sağlanıncaya kadar a, c ve  $A_{st}$  değerleri değiştirilmektedir.

## Kesitin 1. Bölge dışında olması durumu

Burada verilen bağıntılar kesitin daima 1.bölgede olmasını gerektirir. Bunun sağlanmaması durumunda kesit köşe noktalarının ve donatıların koordinatları program tarafından değiştirilerek kesit birinci bölgeye taşınır, Şekil 4.



Şekil 4. Kesitin 1. bölgeye taşınması

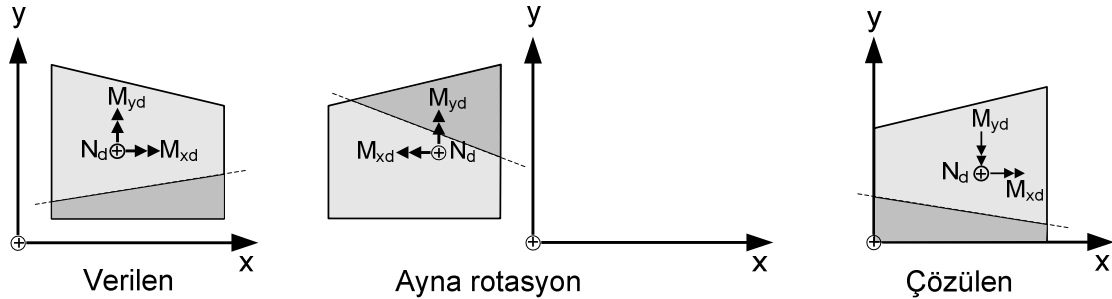
## Tasarım kuvvetlerinin farklı yönde olması durumu

Şekil 3 de pozitif yönleri görülen tasarım kuvvetleri basınç alanının daima tarafsız eksenin altında olmasını sağlar.  $N_d$ ,  $M_{xd}$  ve  $M_{yd}$  tasarım kuvvetlerinin Şekil 3 deki pozitif kabul edilen yönde olmaması durumunda programda aşağıdaki yol izlenir:

- $N_d$  eksenel kuvveti basınç varsayılmıştır. Çekme olması durumunda bağıntılar geçersizdir, çözüm bulunamaz.
- $M_{xd}$  Hesap momentinin farklı yönde olması durumunda kesit x eksenine göre ayna rotasyona tabi tutulur.
- $M_{yd}$  Hesap momentinin farklı yönde olması durumunda kesit y eksenine göre ayna rotasyona tabi tutulur.

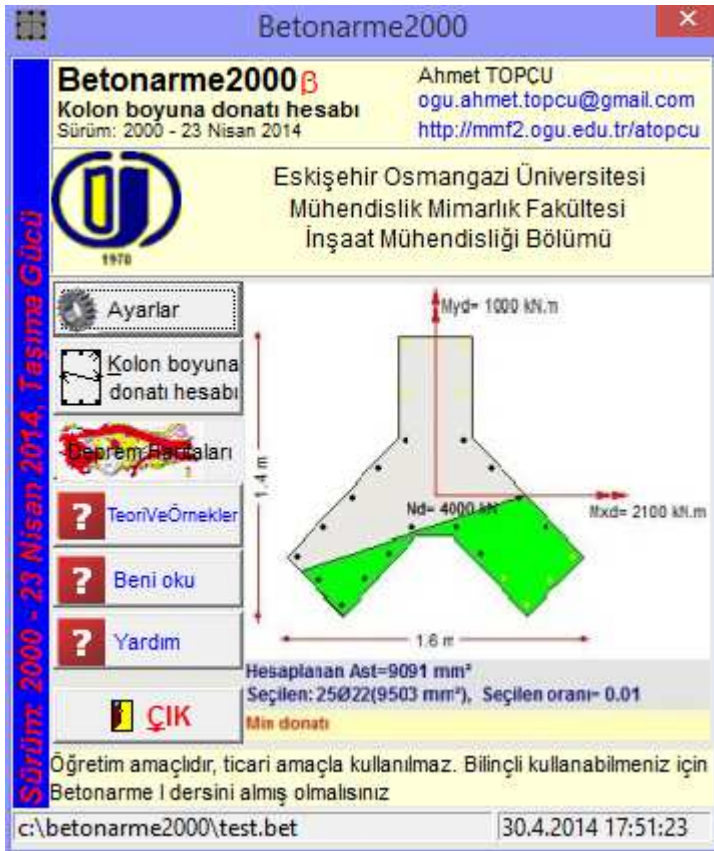
- Hem  $M_{xd}$  hem de  $M_{yd}$  momentlerinin farklı yönde olması durumunda kesit hem x hem de y etrafında ayna rotasyona tabi tutulur.
- Ayna rotasyona uğramış kesit 1. Bölgeye taşınır. Farklı yönde olan moment pozitif alınarak çözüm yapılır.

Örnek olmak üzere;  $M_{yd}$  momentinin ters yönde (negatif) olması durumuna ait ayna rotasyon ve kesitin 1.bölgeye taşınması Şekil 5 de gösterilmiştir.



Şekil 5. y ekseninde ayna rotasyon

### Betonarme2000 ana penceresi:



## Betonarme2000 ayarlar penceresi:

Ayarlar c:\betonarme2000\test.bet

Klasör: Beton sınıfları | Çelik sınıfları | Çelik çubuklar | Kolon Min-Max | Yük katsayıları ve birleşimleri

**Beton sınıfları (TS 500/2000, TS EN 206 1/2002)**

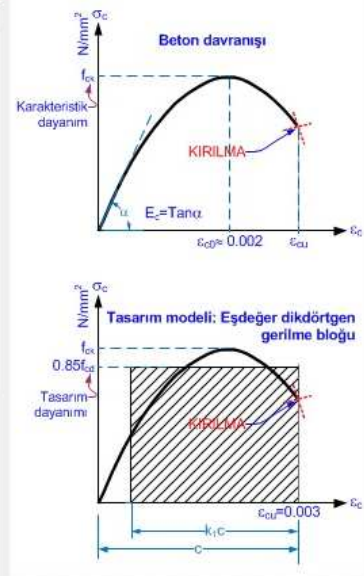
Sınıf	fck	ftk	Ec	Malzeme katsayısı	fcd	fctd	Kırılma birim kısalması	k3	k1
C16/20	16	1.4	27000	1.5	10.67	0.933	0.003	0.85	0.85
C18/22	18	1.48	27789	1.5	12	0.99	0.003	0.85	0.85
C20/25	20	1.57	28534	1.5	13.33	1.04	0.003	0.85	0.85
C25/30	25	1.75	30250	1.5	16.67	1.17	0.003	0.85	0.85
C30/37	30	1.92	31801	1.5	20	1.28	0.003	0.85	0.82
C35/45	35	2.07	33227	1.5	23.33	1.38	0.003	0.85	0.79
C40/50	40	2.21	34555	1.5	26.67	1.48	0.003	0.85	0.76
C45/55	45	2.35	35802	1.5	30	1.57	0.003	0.85	0.73
C50/60	50	2.47	36981	1.5	33.33	1.65	0.003	0.85	0.7
C55/67	55	2.6	38103	1.5	36.67	1.73	0.003	0.85	0.7
C60/75	60	2.71	39174	1.5	40	1.81	0.003	0.85	0.7
C70/85	70	2.93	41191	1.5	46.67	1.95	0.003	0.85	0.7
C80/95	80	3.13	43069	1.5	53.33	2.09	0.003	0.85	0.7
C90/105	90	3.32	44832	1.5	60	2.21	0.003	0.85	0.7
C100/115	100	3.5	46500	1.5	66.67	2.33	0.003	0.85	0.7
B14	14	1.31	26160	1.5	9.333	0.873	0.003	0.85	0.85
B42	42	2.27	35062	1.5	28	1.51	0.003	0.85	0.75
B41.37	41.4	2.25	34904	1.5	27.58	1.5	0.003	0.85	0.75
B31.5	31.5	1.96	32241	1.5	21	1.31	0.003	0.85	0.81

Bu beton TS500/2000 de tanımlıdır. fctk TS500/2000 bağıntı 3.1 den, Ec 3.2 den hesaplanmıştır.

Ekle Sil

Ahmet TOPÇU, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü Sürüm: 2000 - 23 Nisan 2014

Yardım ÇIK



## Betonarme2000 kolon boyuna donatı hesabı penceresi:

Kolon boyuna donatı hesabı c:\betonarme2000\test.bet

Kesit | Koordinatlar | Karakteristik kuvvetler | Tasarım kuvvetleri

**Örnek02**

Normal boyut:  $A_c = 0.245 \text{ m}^2$ ,  $X_g = 0.175 \text{ m}$ ,  $Y_g = 0.35 \text{ m}$ ,  $I_{xg} = 0.0100041667 \text{ m}^4$ ,  $I_{yg} = 0.0025010417 \text{ m}^4$ ,  $I_{xgy} = 0 \text{ m}^4$

Malzeme: C25/30-B420C ( $f_{cd} = 16.67 \text{ N/mm}^2$ ,  $f_{yd} = 365.22 \text{ N/mm}^2$ ,  $G_{mcr} = 1.5$ ,  $k_1 = 0.85$ )

Hesaplanan  $A_{st} = 6488 \text{ mm}^2$

Seçilen: 20Ø22(7603  $\text{mm}^2$ ), Seçilen oranı= 0.031

$M_{yd} = -150 \text{ kN.m}$

$N_d = 1000 \text{ kN}$

$M_{xd} = 600 \text{ kN.m}$

$d = 0.7 \text{ m}$

$b = 0.35 \text{ m}$

**Kesit tipi ve donatı planları:**

b kenarında Max donatı aralığı: 0.05

d kenarında Max donatı aralığı: 0.1

Toplam çubuk sayısı: 20

HATA veya UYARI bildirimi:

**Tasarım kuvvetleri:**

Normal  $N_d$  (kN): 1000

Moment  $M_{xd}$  (kN.m): 600

Moment  $M_{yd}$  (kN.m): -150

Kesme  $V_d$  (kN): 0

Burulma  $M_{bd}$  (kN.m): 0

**Tasarım üslusu:**

Tek Çok

Rapor Hesapla

Max İrasyon: 100

Tolerans: 0.01

**İterasyon bilgileri (programcı için):**

YAKINSADI:

Pas=1 İter=33

a=0.387747473194905

c=0.434319281508429

t=0.289247883428562

Ast=6488.29745409838

Esi=-0.00211289121150893

Gerilme=-365217.391304348

Eps=3.25012190487391E-6

Çaplar Malzeme Yük birleşimleri Birimler

Beton: C25/30 Çelik: B420C

İşaret kuralı

Simetrik kesitlerde momentin işareti donatı alanını değiştirmez.

Ahmet TOPÇU, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü Sürüm: 2000 - 23 Nisan 2014

Yardım ÇIK



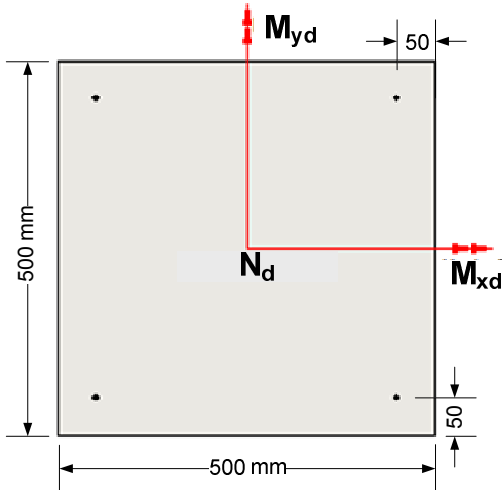
## Teorik örnekler

Programın test edilmesi, ekstrem durumlarda davranışının gözlenmesi ve başka kaynaklarda çözülmüş örnekler ile karşılaştırılması amacıyla teorik örnekler çözülmüştür. Teorik örneklerde hiç bir yönetmelik dikkate alınmamıştır. Örneğin, minimum kesit alanı, eksenel kuvvetin üst sınırı, minimum dışmerkezlilik kontrolü yapılmamıştır. Buradaki amaç,  $N_d$ ,  $M_{xd}$  ve  $M_{yd}$  tasarım üçlüsünün aşırı değerleri için (mesela, bu kuvvetlerden birinin veya hepsinin sıfır veya birinin veya hepsinin aşırı büyük olması durumunda programın çözüm üretip üretmediğini anlamaktır. Yabancı kaynaklardan alınan teorik örneklerde kesit ölçüleri, malzeme dayanımları ve kuvvetler küsuratlıdır. Bunun nedeni İngiliz birimlerinin SI birimine dönüştürülmesidir. Standard dışı beton ve çelik simgesi olarak B ve Ç simgeleri kullanılmıştır. Örnek: B42 karakteristik beton dayanımı  $f_{ck}=42 \text{ N/mm}^2$  olan beton, Ç483 karakteristik akma dayanımı  $f_{yk}=483 \text{ N/mm}^2$  olan çelik anlamındadır.

**Beton modeli için eşdeğer dikdörtgen gerilme bloğu kullanılmıştır. 2. ve 3. örnekte beton ezilme birim kısalması  $\varepsilon_{cu}=0.0025$ , diğer tüm örneklerde  $\varepsilon_{cu}=0.003$  alınmıştır. Çelik için ideal elasto-plastik model varsayılmış, kopma uzaması sınırlandırılmamıştır.**

### Teorikörnek01: Dikdörtgen kesit

Betonarme2000 programının geliştirilmesinde kullanılan temel örnektir.  $N_d$ ,  $M_{xd}$ ,  $M_{yd}$  Tasarım üçlüsünün değişik değerleri için programın hesapladığı toplam  $A_{st}$  donatı alanı aşağıdaki tabloda verilmiştir.



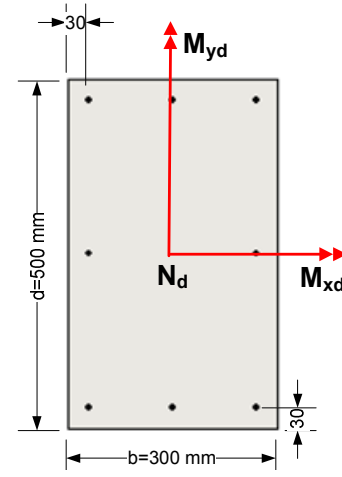
**Beton:** C25/30 ( $f_{ck}=25 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{mc}=1.5$ ,  $f_{cd}=16.67 \text{ N/mm}^2$ )  
**Çelik:** B420C ( $f_{yk}=420 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{ms}=1.15$ ,  $f_{yd}=365.22 \text{ N/mm}^2$ )  
**Beton örtüsü(paspayı):** 50 mm  
**Donatı aralığı:** 400 mm

Tablo 1: Teorikörnek01 sonuçları

$N_d$ [kN]	$M_{xd}$ [kNm]	$M_{yd}$ [kNm]	Hesaplanan $A_{st}$ [mm <sup>2</sup> ]	Seçilen donatı	Donatı oranı	Açıklama
2000	500	-500	9803	?	0	Hesaplanan donatı alanı çok büyük, program dört çubuk için uygun çap seçememiştir.
2000	500	0	4276	4Φ40	0.0201	
2000	0	-500	4276	4Φ40	0.0201	
2000	0	0	0	4Φ16	0.032	
0	500	-500	10640	?	0	Hesaplanan donatı alanı çok büyük, program dört çubuk için uygun çap seçememiştir.
0	500	0	6739	4Φ50	0.0314	
0	0	-500	6739	4Φ50	0.0314	
0	0	0	0	4Φ16	0.0032	
3542	0	0	1.0	4Φ16	0.0032	$N_d=0.85f_{cd}A_c=0.85 \times 16.67 \times 500 \times 500 \approx 3542 \text{ kN}$ , salt beton bu kuvveti karşılıyor. teorik olarak donatı gerekmez.
3542	1	0	13.0	4Φ16	0.0032	
10000	500	-500	27537	?	0	Hesaplanan donatı alanı çok büyük, program dört çubuk için uygun çap seçememiştir.
100000	500	-500	243998	?	0	Hesaplanan donatı alanı çok büyük, program dört çubuk için uygun çap seçememiştir.

## Teorikörnek02: Dikdörtgen kesit

Sağda kesiti, donatı planı ve malzeme özellikleri verilen dikdörtgen kolon örneği ÖZMEN(2013) den alınmıştır. **ÖZMEN eşdeğer dikdörtgen gerilme dağılımı kullanmış ve beton ezilme birim kısalmasını  $\varepsilon_{cu}=0.0025$**  varsaymıştır. Kesitteki toplam donatının  $A_{st}=2250 \text{ mm}^2$ ,  $A_{st}=3000 \text{ mm}^2$ ,  $A_{st}=3750 \text{ mm}^2$  olması durumları için kesitin taşıyabileceği 15 farklı  $N_d$ ,  $M_{xd}$ ,  $M_{yd}$  kuvvet üçlüsü hesaplanmış, sonuçları ÇAKIROĞLU/ÖZER(1983) formülleri ve SAP 2000 ile karşılaştırarak tablo ve grafik olarak vermiştir (Tablo 2 ve Grafik 1). Aynı varsayımlar ve kuvvet üçlülere kullanılarak Betonarme2000 ile bu kuvvet üçlülerinin gerektirdiği  $A_{st}$  donatı alanları ve  $\rho$  donatı oranları hesaplanmış sonuçlar Tablo 2 ve Grafik 1 e, karşılaştırmak amacıyla, eklenmiştir.

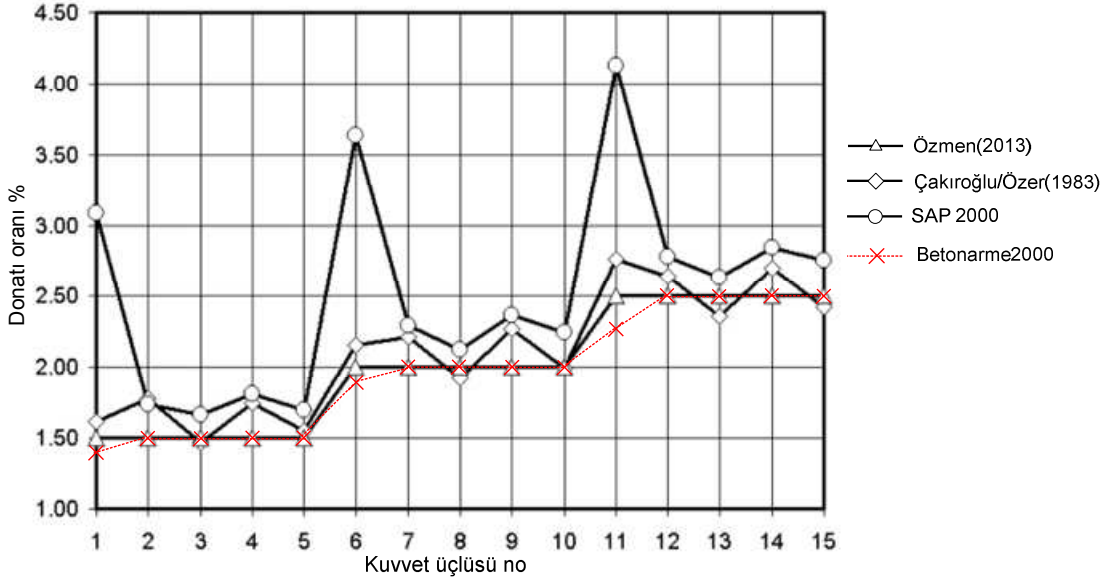


**Beton:** C30/37 ( $f_{ck}=30 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{mc}=1.5$ ,  $f_{cd}=20 \text{ N/mm}^2$ )  
**Çelik:** Ç419.75 ( $f_{yk}=419.5 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{ms}=1.15$ ,  $f_{yd}=365 \text{ N/mm}^2$ )  
**Beton örtüsü(paspayı):** 30 mm  
**Donatı aralığı:** b kenarında 100 mm, d kenarında 200 mm

**Tablo 2: Teorikörnek02 karşılaştırmalı sonuçları**

Kuvvet üçlüsü No	$N_d$ [kN]	$M_{xd}$ [kNm]	$M_{yd}$ [kNm]	ÖZMEN <sup>1</sup>		ÇAKIROĞLU/ÖZER <sup>2</sup>		SAP 2000 <sup>1</sup>		Betonarme2000 <sup>1</sup>	
				$A_{st}$ [mm <sup>2</sup> ]	$\rho$	$A_{st}$ [mm <sup>2</sup> ]	$\rho$	$A_{st}$ [mm <sup>2</sup> ]	$\rho$	$A_{st}$ [mm <sup>2</sup> ]	$\rho$
1	3156.45	19.72	10.14	2250	0.015	2400	0.016	4650	0.031	2064	0.014
2	1823.77	222.93	39.28	2250	0.015	2700	0.018	2700	0.018	2250	0.015
3	1336.27	122.73	120.41	2250	0.015	2250	0.015	2550	0.017	2250	0.015
4	2384.86	136.48	62.23	2250	0.015	2550	0.017	2700	0.018	2250	0.015
5	456.21	183.94	74.86	2250	0.015	2400	0.016	2550	0.017	2250	0.015
6	3358.60	26.30	13.53	3000	0.020	3300	0.022	5400	0.036	2753	0.018
7	1921.69	249.07	43.87	3000	0.020	3300	0.022	3450	0.023	3000	0.020
8	1385.03	140.03	133.54	3000	0.020	2850	0.019	3150	0.021	3000	0.020
9	2521.06	153.29	68.63	3000	0.020	3450	0.023	3450	0.023	3000	0.020
10	404.28	214.65	85.53	3000	0.020	3000	0.020	3300	0.022	3000	0.020
11	3560.75	32.87	16.91	3750	0.025	4200	0.028	6150	0.041	3441	0.023
12	2019.61	275.21	48.46	3750	0.025	3900	0.026	4200	0.028	3750	0.025
13	1433.79	157.33	146.66	3750	0.025	3600	0.024	3900	0.026	3750	0.025
14	2657.27	170.09	75.03	3750	0.025	4050	0.027	4200	0.028	3750	0.025
15	352.35	245.36	96.20	3750	0.025	3600	0.024	4200	0.028	3750	0.025

**Grafik 1: Teorikörnek02 karşılaştırmalı sonuçları**

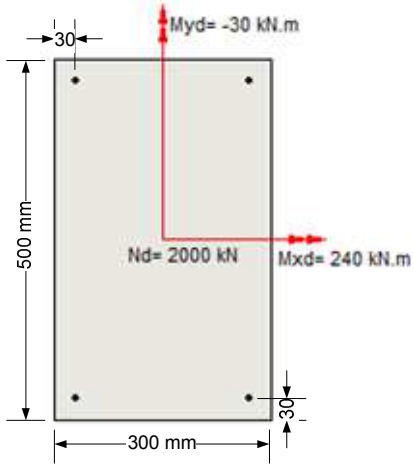


<sup>1</sup> Eşdeğer dikdörtgen gerilme bloğu,  $\varepsilon_{cu}=0.0025$ , ideal elasto plastik çelik modeli

<sup>2</sup> Eşdeğer dikdörtgen-parabol gerilme bloğu,  $\varepsilon_{cu}=0.003$ , ideal elasto plastik çelik modeli

Tablo 2 ve Grafik 1 in incelenmesinden ÖZMEN ve Betonarme2000 sonuçlarının karşılaştığı anlaşılır. ÇAKIROĞLU/ÖZER formülleri de tatminkardır. SAP 2000; Eksenel kuvvetin büyük, momentlerin küçük olduğu durumlarda (tüm kesitin basınç altında olması durumu) aşırı farklı sonuç vermektedir.

#### Teorikörnek03: Dikdörtgen kesit



**Beton:** C30/37 ( $f_{ck}=30 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{mc}=1.5$ ,  $f_{cd}=20 \text{ N/mm}^2$ ,  $e_{cu}=0.0025$ )

**Çelik:** Ç419.75 ( $f_{yk}=419.75 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{ms}=1.15$ ,  $f_{yd}=365 \text{ N/mm}^2$ )

**Beton örtüsü(paspayı):** 30 mm

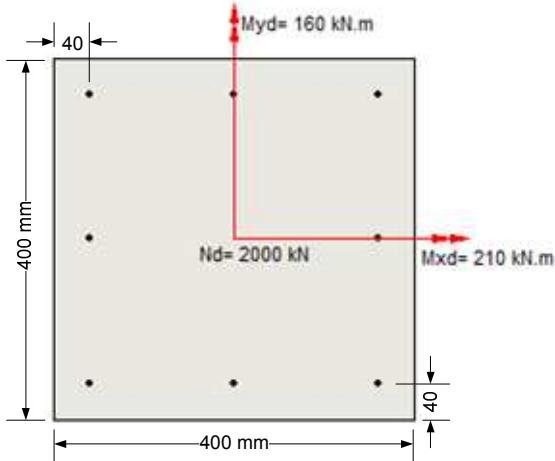
**Donatı aralığı:** b kenarında 300 mm, d kenarında 500 mm

Betonarme2000 ve diğer araştırmacıların sonuçları:

$A_{st}=2268 \text{ mm}^2$  Betonarme2000

$A_{st}=2268 \text{ mm}^2$  ÖZMEN (2013)

#### Teorikörnek04: Dikdörtgen kesit



**Beton:** C30/37 ( $f_{ck}=30 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{mc}=1.5$ ,  $f_{cd}=20 \text{ N/mm}^2$ )

**Çelik:** B420C ( $f_{yk}=420 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{ms}=1.15$ ,  $f_{yd}=365.22 \text{ N/mm}^2$ )

**Beton örtüsü(paspayı):** 40 mm

**Donatı aralığı:** 150 mm

**Betonarme2000 ve diğer araştırmacıların sonuçları:**

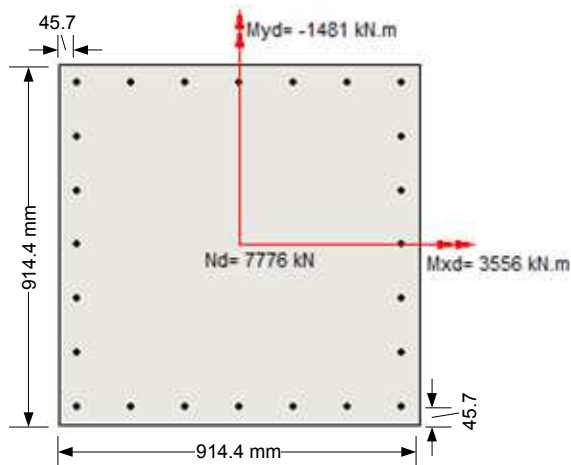
$A_{st}=4812 \text{ mm}^2$  Betonarme2000

$A_{st}=4512 \text{ mm}^2$  DURMUŞ/EYÜBOĞLU(1984)

$A_{st}=4812 \text{ mm}^2$  KIRAL/DÜNDAR(1987)

$A_{st}=4813 \text{ mm}^2$  MARJANI(1989)

#### Teorikörnek05: Dikdörtgen kesit



**Beton:** B42 ( $f_{ck}=42 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{mc}=1.5$ ,  $f_{cd}=28 \text{ N/mm}^2$ )

**Çelik:** Ç483 ( $f_{yk}=483 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{ms}=1.15$ ,  $f_{yd}=420 \text{ N/mm}^2$ )

**Beton örtüsü(paspayı):** 45.7 mm

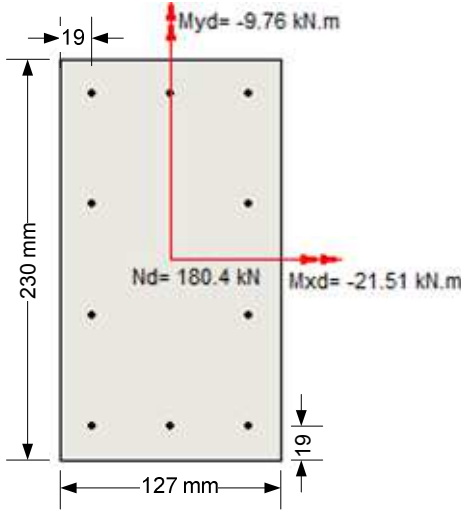
**Donatı aralığı:** b kenarında 120 mm, d kenarında 120 mm

**Betonarme2000 ve diğer araştırmacıların sonuçları:**

$A_{st}=18288 \text{ mm}^2$  (Betonarme2000)

$A_{st}=18394 \text{ mm}^2$  (ÇAKIROĞLU/ÖZER(1990))

#### Teorikörnek06: Dikdörtgen kesit

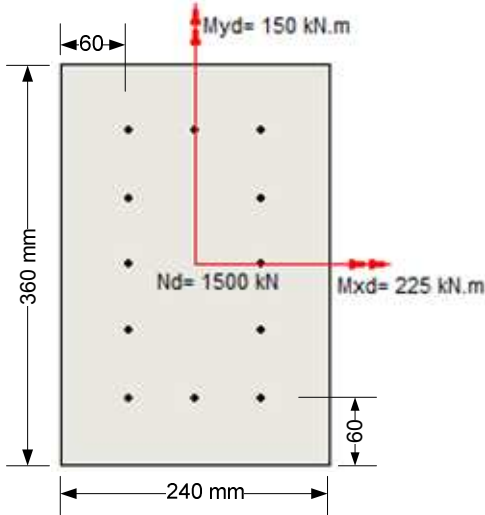


**Beton:** B46.1 ( $f_{ck}=46.1 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{mc}=1.5$ ,  $f_{cd}=30.7 \text{ N/mm}^2$ )  
**Çelik:** Ç299 ( $f_{yk}=299 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{ms}=1.15$ ,  $f_{yd}=260 \text{ N/mm}^2$ )  
**Beton örtüsü(paspayı):** 19 mm  
**Donatı aralığı:** b kenarında 30 mm, d kenarında 50 mm

#### Betonarme2000 ve diğer araştırmacıların sonuçları:

$A_{st}=765 \text{ mm}^2$  Betonarme2000  
 $A_{st}=734 \text{ mm}^2$  MARJANI(1989)  
 $A_{st}=702 \text{ mm}^2$  DÜNDAR/TOKGÖZ(2001)  
 $A_{st}=713 \text{ mm}^2$  FURLONG(1979)

#### Teorikörnek07: Dikdörtgen kesit

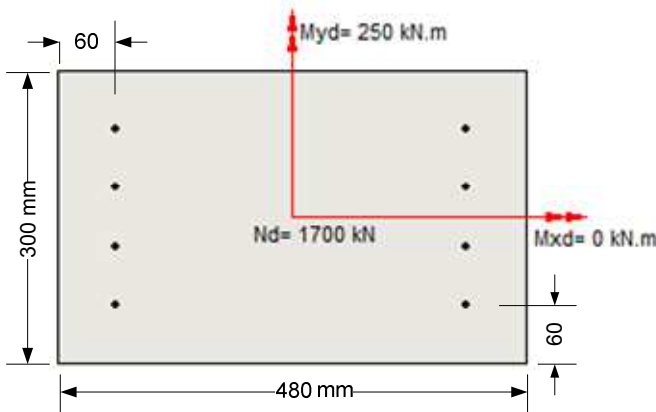


**Beton:** B42 ( $f_{ck}=42 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{mc}=1.5$ ,  $f_{cd}=28 \text{ N/mm}^2$ )  
**Çelik:** Ç402.5 ( $f_{yk}=402.5 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{ms}=1.15$ ,  $f_{yd}=350 \text{ N/mm}^2$ )  
**Beton örtüsü(paspayı):** 60 mm  
**Donatı aralığı:** b kenarında 50 mm, d kenarında 60 mm

#### Betonarme2000 ve diğer araştırmacıların sonuçları:

$A_{st}=15033 \text{ mm}^2$  Betonarme2000  
 $A_{st}=14892 \text{ mm}^2$  YEN (1991)

#### Teorikörnek08: Dikdörtgen kesit

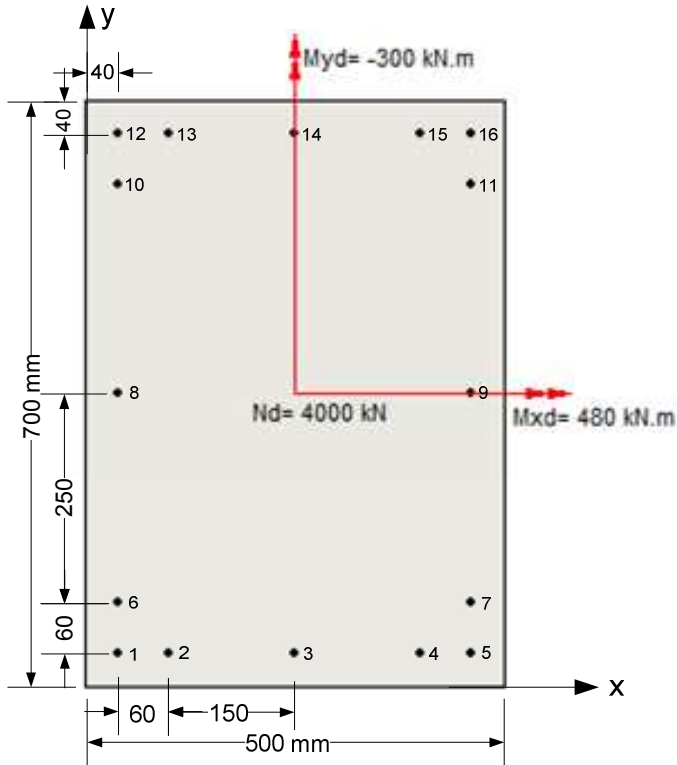


**Beton:** B31.5 ( $f_{ck}=31.5 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{mc}=1.5$ ,  $f_{cd}=21 \text{ N/mm}^2$ )  
**Çelik:** Ç322 ( $f_{yk}=322 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{ms}=1.15$ ,  $f_{yd}=280 \text{ N/mm}^2$ )  
**Beton örtüsü(paspayı):** 60 mm  
**Donatı aralığı:** b kenarında 480 mm, d kenarında 60 mm

#### Betonarme2000 ve diğer araştırmacıların sonuçları:

$A_{st}=2706 \text{ mm}^2$  Betonarme2000  
 $A_{st}=2517 \text{ mm}^2$  YEN (1991)

## Teorikörnek09: Dikdörtgen kesit



**Beton:** C20/25 ( $f_{ck}=20 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{mc}=1.5$ ,  $f_{cd}=13.33 \text{ N/mm}^2$ )

**Çelik:** Ç400 ( $f_{yk}=400 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{ms}=1.15$ ,  $f_{yd}=347.83 \text{ N/mm}^2$ )

**Beton örtüsü(paspayı)=40 mm**

**Donatı aralığı:** Herhangi bir değer verilebilir

Bu donatı planında betonarme2000 donatı koordinatlarını otomatik türetemez. Koordinatların verilmesi gerekir.

**Donatı koordinatları:**

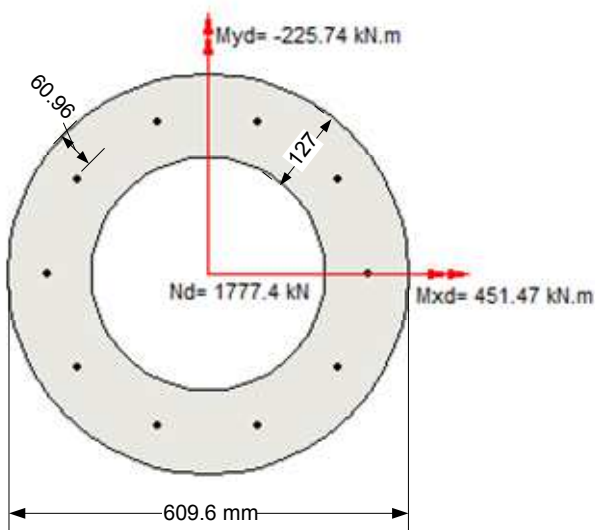
Donatı no	x[mm]	y[mm]
1	40	40
2	100	40
3	250	40
4	400	40
5	460	40
6	40	100
7	460	100
8	40	350
9	460	350
10	40	600
11	460	600
12	40	660
13	100	660
14	250	660
15	400	660
16	460	660

### Betonarme2000 ve diğer araştırmacıların sonuçları:

$A_{st}=7752 \text{ mm}^2$  Betonarme2000

$$A_{st}=8366 \text{ mm}^2 \text{ ÇAKIROĞLU/ÖZER(1983)}$$
$$A_{st}=7735 \text{ mm}^2 \text{ KRAL/DÜNDAR(1987)}$$
$$A_{st}=7702 \text{ mm}^2 \text{ MARJANI(1989)}$$

## Teorikörnek10: Halka kesit



**Beton:** B41.4 ( $f_{ck}=31.5 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{mc}=1.5$ ,  $f_{cd}=27.6 \text{ N/mm}^2$ )

**Çelik:**  $\sigma_{yk}=322 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{ms}=1.15$ ,  $\sigma_{vd}=413.69 \text{ N/mm}^2$

**Beton örtüsü(paspayı):** 60.96 mm

**Donatı aralığı: 150 mm**

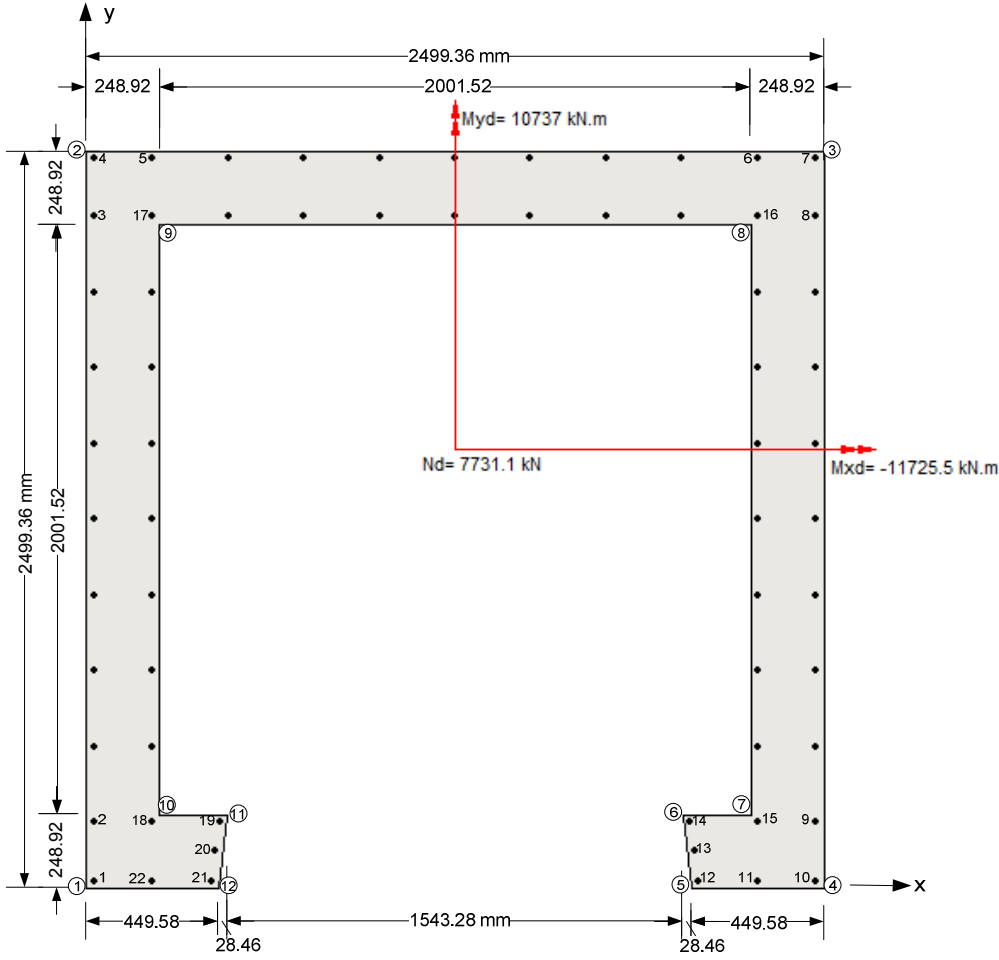
**Betonarme2000 ve diğer araştırmacıların sonuçları:**

$A_{st}=3053 \text{ mm}^2$  Betonarme2000

$A_{st}=3104 \text{ mm}^2$  RODRIQUEZ/OCHOA(1999)

$$A_{st}=3104 \text{ mm}^2 \text{ DÜNDAR/TOKGÖZ(2010)}$$

## Teorikörnek11: Çokgen kesit-Merdiven perdesi



### Kesit koordinatları:

Nokta	x[mm]	y[mm]
1	0	0
2	0	2499.36
3	2499.36	2499.36
4	2499.36	0
5	2049.78	0
6	2020.32	248.92
7	2250.44	248.92
8	2250.44	2250.44
9	248.92	2250.44
10	248.92	248.92
11	479.04	248.92
12	449.58	0

### Donatı koordinatları:

Nokta	x[mm]	y[mm]
1	25.4	25.4
2	25.4	223.52
3	25.4	2275.84
4	25.4	2473.96
5	223.52	2473.96
6	2275.84	2473.96
7	2473.96	2473.96
8	2473.96	2275.84
9	2473.96	223.52
10	2473.96	25.4
11	2275.84	25.4
12	2075.18	25.4
13	2060.45	124.46
14	2045.72	223.52
15	2275.84	223.52
16	2275.84	2275.84
17	223.52	2275.84
18	223.52	223.52
19	453.64	223.52
20	438.91	124.46
21	424.18	25.4
22	223.52	25.4

Bu örnek MAGALHAES(1979) dan alınmıştır. MAGALHAES kesitte 84, Betonarme2000 de ise 64 donatı çubuğu kullanılmıştır. **Betonarme2000 bu örneğin kesit ve donatı koordinatlarını otomatik türetemez, verilmesi gerekir.** Kesit noktalarının numaraları daire içinde gösterilmiştir. Köşe noktalarındaki donatı çubuklarının (numarası görülenler) koordinatları Betonarme2000 ye verildikten sonra ara çubukların koordinatları türetilmiştir.

**Beton:** B41.4 ( $f_{ck}=41.4 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{mc}=1.5$ ,  $f_{cd}=27.6 \text{ N/mm}^2$ )

**Çelik:** Ç253.12 ( $f_{yk}=253.12 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{ms}=1.15$ ,  $f_{yd}=220.1 \text{ N/mm}^2$ )

**Beton örtüsü(paspayı):** 25.4 mm

**Donatı aralığı:** 250 mm

### Betonarme2000 ve diğer araştırmacıların sonuçları:

$A_{st}=31341 \text{ mm}^2$  Betonarme2000

$A_{st}=31626 \text{ mm}^2$  DÜNDAR/ŞAHİN(1992)

$A_{st}=31000 \text{ mm}^2$  MAGALHAES(1979)

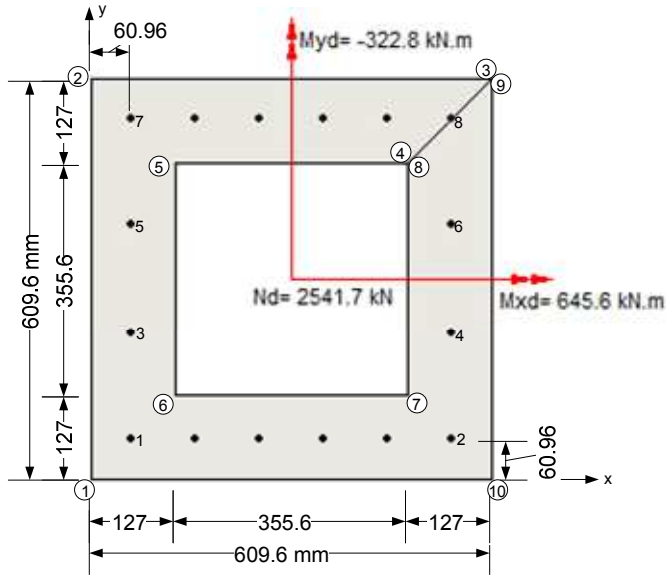
$A_{st}=30500 \text{ mm}^2$  DÜNDAR/TOKGÖZ(2001)

$A_{st}=31658 \text{ mm}^2$  CHİOREAN(2013)

**t15 16 nın anlamı:** 15 nolu donatı ile 16 nolu donatı arasındaki donatıları donatı aralığını(=250 mm) dikkate alarak otomatik türet

t2 3  
t5 6  
t8 9  
t15 16  
t16 17  
t17 18

## Teorikörnek12: Boşluklu çokgen kesit



Betonarme2000 bu örneğin kesit ve donatı koordinatlarını otomatik türetmez, verilmesi gerekir.

**Kutu kesiti oluşturmak için numarama aşağıdaki gibi yapılır:**

Kesit noktalarının numaraları daire içinde gösterilmiştir. Kesitin 1 noktasından başlanarak 3 noktasına kadar **saat yönünde** numaralandıktan sonra 4 noktasında iç noktaya geçilmiş iç noktalar **saatin ters yönünde** numaralanarak 8 noktasına (4 noktası ile aynı) gelinmiştir. 9 noktasında (3 noktası ile aynı) dış noktaya geçilmiş, **saat yönünde** numaralanmaya devam edilerek 10 noktasına gelinmiştir.

Kesitin dikey ve yatay kol uzunluğu aynı olmasına rağmen donatı sayıları farklıdır. Bu nedenle numarası görülen donatıların koordinatları Betonarme2000'e verildikten sonra yatay kollardaki ara çubukların koordinatları türetilmiştir.

**Beton:** B41.4 ( $f_{ck}=41.4 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{mc}=1.5$ ,  $f_{cd}=27.6 \text{ N/mm}^2$ )

**Çelik:** Ç475.74  $\text{N/mm}^2$ ,  $\gamma_{ms}=1.15$ ,  $f_{yd}=413.69 \text{ N/mm}^2$ )

**Beton örtüsü(paspayı):** 60.96 mm

**Donatı aralığı:** 100 mm

**Betonarme2000 ve diğer araştırmacıların sonuçları:**

$A_{st}=4181 \text{ mm}^2$  Betonarme2000

$A_{st}=4181 \text{ mm}^2$  DÜNDAR/ŞAHİN(1990)

$A_{st}=4056 \text{ mm}^2$  RODRIQUEZ/OCHOA(1999)

$A_{st}=3928 \text{ mm}^2$  DÜNDAR/TOKGÖZ(2010)

$A_{st}=4059 \text{ mm}^2$  CHİOREAN(2013)

**Kesit koordinatları:**

**Nokta x[mm] y[mm]**

1	0	0
2	0	609.6
3	609.6	609.6
4	482.6	482.6
5	127	482.6
6	127	127
7	482.6	127
8	482.6	482.6
9	609.6	609.6
10	609.6	0

**Donatı koordinatları:**

**Nokta x[mm] y[mm]**

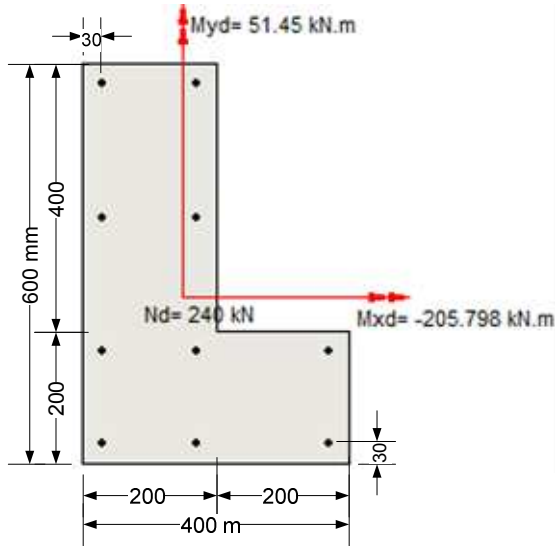
1	60.96	60.96
2	548.64	60.96
3	60.96	223.52
4	548.64	223.52
5	60.96	386.08
6	548.64	386.08
7	60.96	548.64
8	548.64	548.64

t1 2  
t7 8

**t7 8 in anlamı:** 7 nolu çubuk ile 8 nolu çubuk arasındaki çubukların koordinatlarını donatı aralığını(=100 mm) dikkate alarak otomatik türet



### Teorikörnek13: L kesit



**Beton:** C25/30 ( $f_{ck}=25 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{mc}=1.5$ ,  $f_{cd}=20 \text{ N/mm}^2$ )

**Çelik:** B420C ( $f_{yk}=420 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{ms}=1.15$ ,  $f_{yd}=365.22 \text{ N/mm}^2$ )

**Beton örtüsü(paspayı):** 30 mm

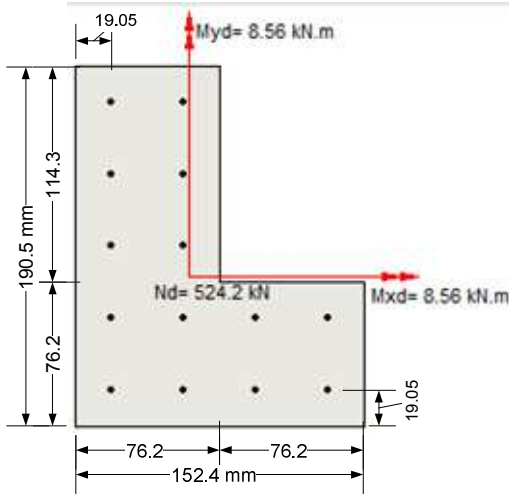
**Donatı aralığı:** 200 mm

**Betonarme2000 ve diğer araştırmacıların sonuçları:**

$A_{st}=3079 \text{ mm}^2$  Betonarme2000

$A_{st}=3059 \text{ mm}^2$  MARJANI(1989)

### Teorikörnek14: L kesit



**Beton:** B36.2 ( $f_{ck}=36.2 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{mc}=1.5$ ,  $f_{cd}=24.13 \text{ N/mm}^2$ )

**Çelik:** Ç410.73 ( $f_{yk}=410.73 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{ms}=1.15$ ,  $f_{yd}=357.16 \text{ N/mm}^2$ )

**Beton örtüsü(paspayı):** 19.05 mm

**Donatı aralığı:** 55 mm

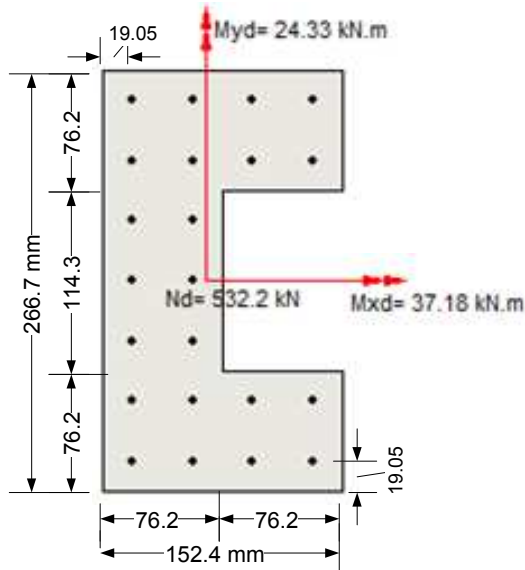
**Betonarme2000 ve diğer araştırmacıların sonuçları:**

$A_{st}=1000 \text{ mm}^2$  Betonarme2000

$A_{st}=996.8 \text{ mm}^2$  HSU(1985)

$A_{st}=996.8 \text{ mm}^2$  DÜNDAR/TOKGÖZ(2010)

### Teorikörnek15: C kesit



**Beton:** B37.88 ( $f_{ck}=37.88 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{mc}=1.5$ ,  $f_{cd}=26.25 \text{ N/mm}^2$ )

**Çelik:** Ç410.73 ( $f_{yk}=410.73 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{ms}=1.15$ ,  $f_{yd}=357.16 \text{ N/mm}^2$ )

**Beton örtüsü(paspayı):** 19.05 mm

**Donatı aralığı:** 50 mm

**Betonarme2000 ve diğer araştırmacıların sonuçları:**

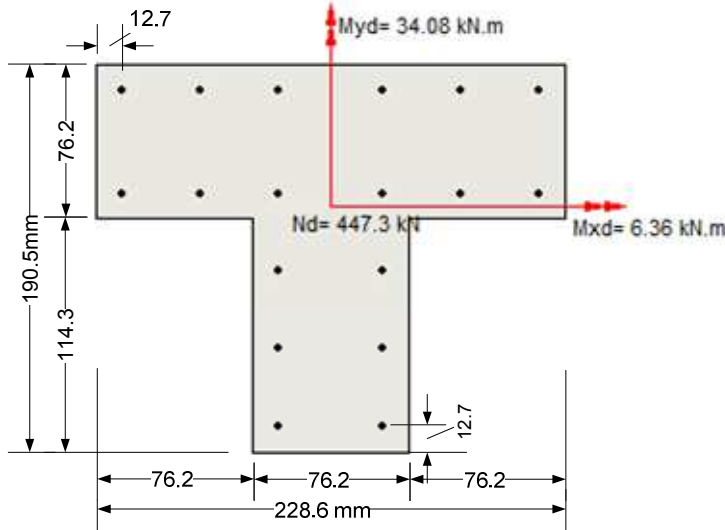
$A_{st}=2757 \text{ mm}^2$  Betonarme2000

$A_{st}=2600 \text{ mm}^2$  MARJANI(1989)

$A_{st}=2601 \text{ mm}^2$  TOKGÖZ(2006)



## Teorikörnek16: T kesit



**Beton:** B50.16 ( $f_{ck}=50.16 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{mc}=1.5$ ,  $f_{cd}=33.44 \text{ N/mm}^2$ )

**Çelik:** Ç532.29 ( $f_{yk}=532.29 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{ms}=1.15$ ,  $f_{yd}=612.13 \text{ N/mm}^2$ )

**Beton örtüsü(paspayı):** 12.7 mm

**Donatı aralığı:** 55 mm

### Betonarme2000 ve diğer araştırmacıların sonuçları:

$A_{st}=1219 \text{ mm}^2$  Betonarme2000

$A_{st}=1282 \text{ mm}^2$  TOKGÖZ(2006)

## Sonuçlar neden farklı?

Yukarıda verilen farklı araştırmacıların çözümleri, az da olsa farklıdır. Farkın nedeni nedir?

### Nedenler:

- 1.Beton ve çelik için farklı model kullanılması(Eşdeğer dikdörtgen parabol veya eşdeğer dikdörtgen gerilme modeli).
- 2.Çözüm için farklı yöntem kullanılması(analitik, integrasyon, iterasyon, deneysel).
- 4.İterasyon yöntemi kullanıldığında durdurma kriterinin farklı olması.
- 5.Aynı kesit için toplam donatı alanı belli iken kuvvetlerin hesaplanması(taşıma gücü) veya kuvvetler belli iken gerekli donatı alanının hesaplanması(kesit hesabı).
- 6.Dairesel veya halka bir kolonun modellenmesinde kullanılan nokta sayısının farklı olması.
- 7.Sargı etkisinin dikkate alınması veya alınmaması.
- 8.İngiliz birimlerinin SI birimlerine dönüştürülmesinde yapılan yuvarlamalar.
- 9.Donatı sayısının veya donatı çubuklarının kesitteki yerinin, az da olsa, farklı dolması.

## Betonarme2000 her durumda çözüm bulabilir mi?

Bazı durumlarda, nadir de olsa, betonarme2000 çözüm bulamayabilir.

### Nedenler:

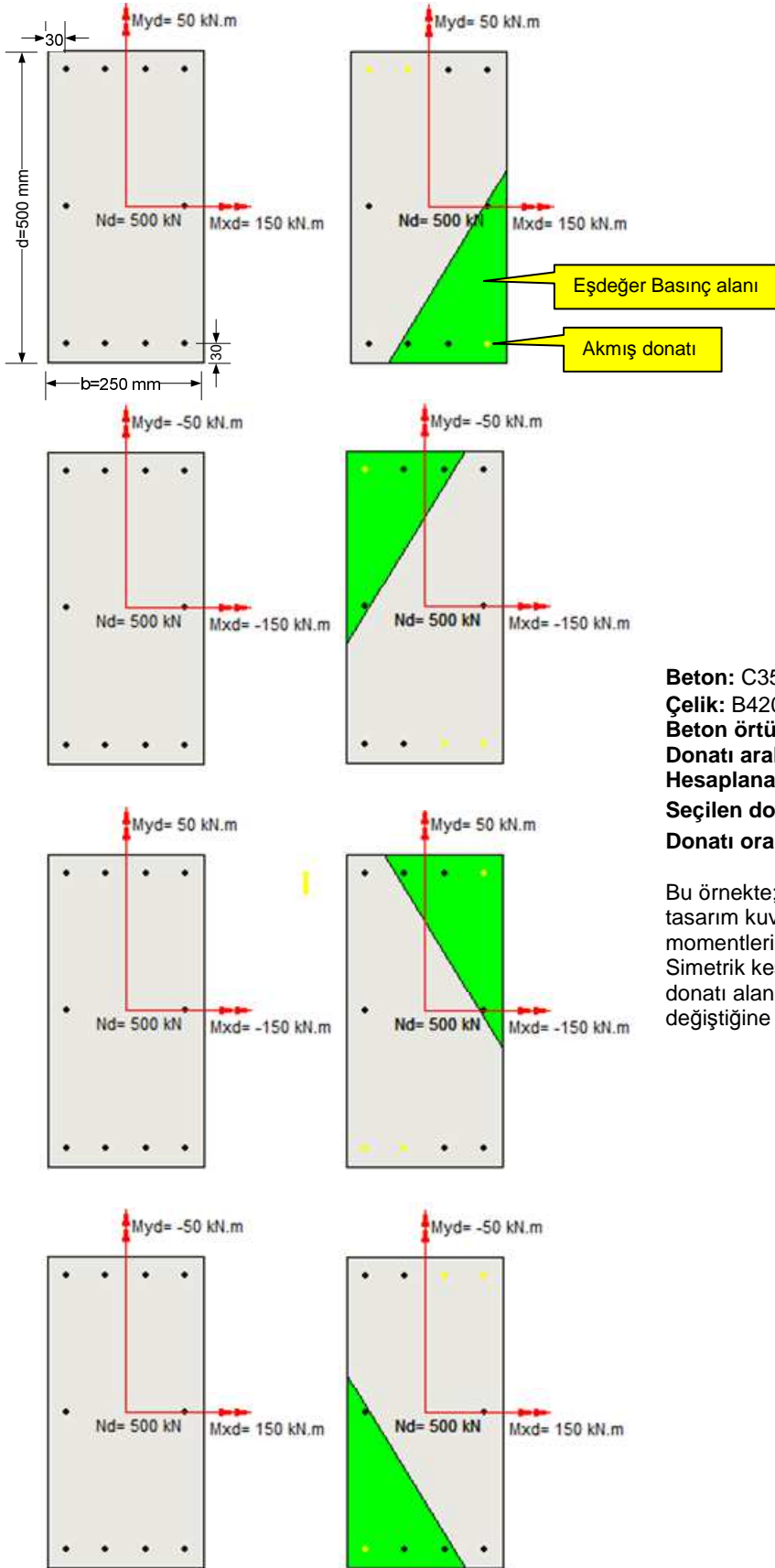
- 1.Kesit çok karmaşıktır, çok dar açılı kenarlar vardır.
2. $N_d$ ,  $M_{xd}$ ,  $M_{yd}$  tasarım kuvvetleri aşırı değerlerdedir, özellikle momentler aşı büyüktür.
- 3.Max iterasyon sayısı çok küçük seçilmiştir.
- 4.Tolerans çok küçük seçilmiştir.

Çözüm bulunamaması durumunda yukarıdaki nedenleri kontrol ediniz, gerekirse donatı planını değiştirerek deneyiniz.

## Diğer Örnekler: Test

İzleyen örneklerde TS500-2000 ve Deprem Yönetmeliği-2007 dikkate alınmıştır.

### Örnek01: Dikdörtgen kesit



**Beton:** C35/45 ( $f_{ck}=35\text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{mc}=1.5$ ,  $f_{cd}=23.33\text{ N/mm}^2$ )

**Çelik:** B420C ( $f_{yk}=420\text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{ms}=1.15$ ,  $f_{yd}=365.22\text{ N/mm}^2$ )

**Beton örtüsü(paspayı):** 30 mm

**Donatı aralığı:** b kenarında 50 mm, d kenarında 100 mm

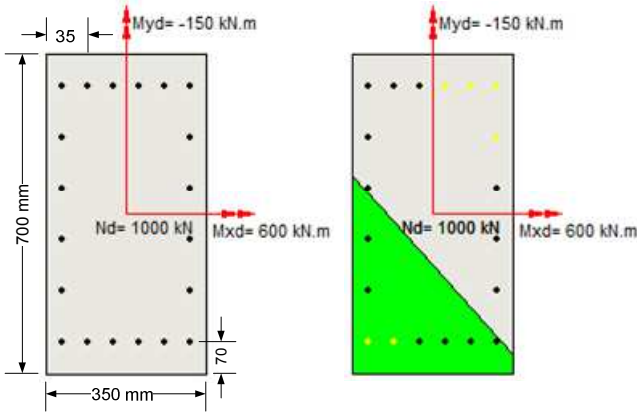
**Hesaplanan donatı:**  $1377\text{ mm}^2$

**Seçilen donatı:**  $10\phi 14(1539\text{ mm}^2)$

**Donatı oranı:** 0.0123

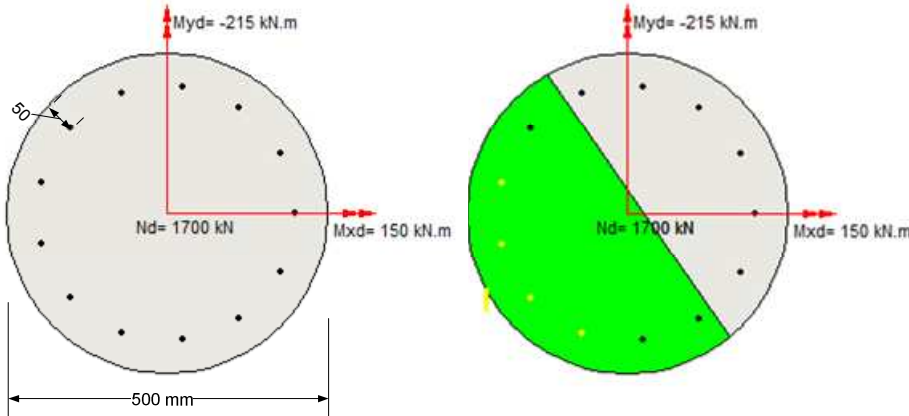
Bu örnekte; kesit boyutları, malzemesi, donatı sayısı ve yeri ve tasarım kuvvetleri mutlak değerce aynı olan bir kolonun momentlerinin işareti değiştirilerek dört ayrı çözüm yapılmıştır. Simetrik kesitlerde momentin işareti değiştiğinde hesaplanan donatı alanının değişmediğine, fakat basınç alanının yerinin değiştiğine dikkat ediniz.

### Örnek02: Dikdörtgen kesit



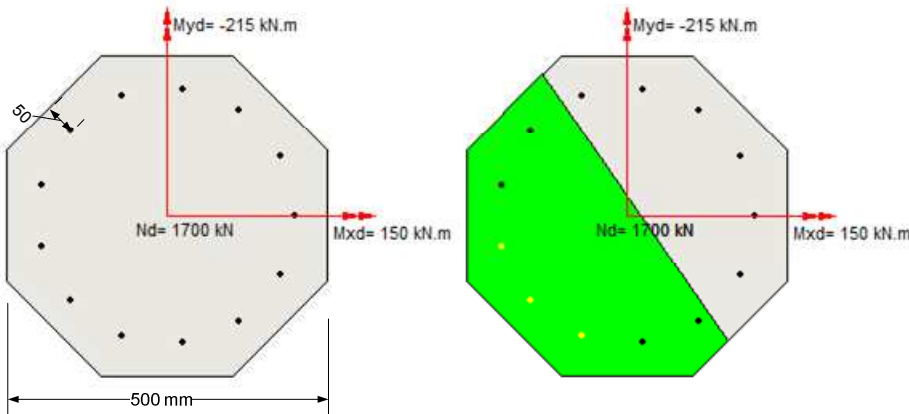
**Beton:** C25/30 ( $f_{ck}=25 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{mc}=1.5$ ,  $f_{cd}=16.67 \text{ N/mm}^2$ )  
**Çelik:** B420C ( $f_{yk}=420 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{ms}=1.15$ ,  $f_{yd}=365.22 \text{ N/mm}^2$ )  
**Beton örtüsü(paspayı):** b kenarında 35 mm, d kenarında 70 mm  
**Donatı aralığı:** b kenarında 50 mm, d kenarında 100 mm  
**Hesaplanan donatı:**  $6488 \text{ mm}^2$   
**Seçilen donatı:**  $20\phi 22(7603 \text{ mm}^2)$   
**Donatı oranı:** 0.0310

### Örnek03: Daire kesit



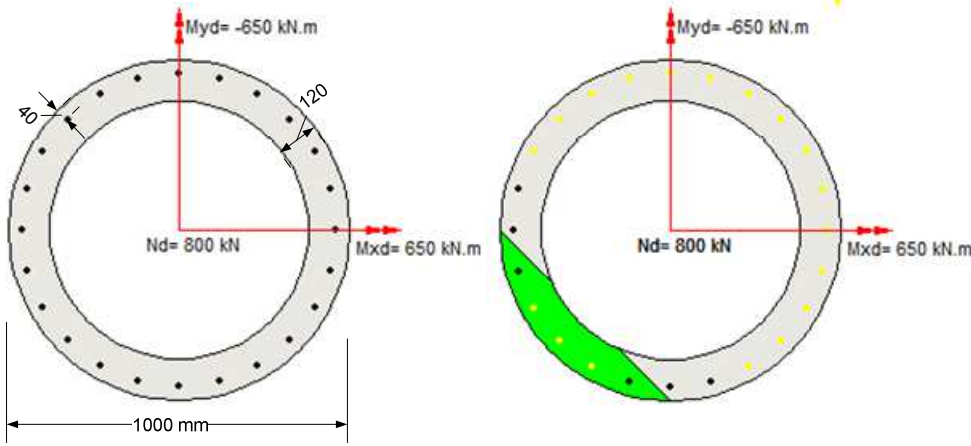
**Beton:** C20/25 ( $f_{ck}=25 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{mc}=1.5$ ,  $f_{cd}=13.33 \text{ N/mm}^2$ )  
**Çelik:** B420C ( $f_{yk}=420 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{ms}=1.15$ ,  $f_{yd}=365.22 \text{ N/mm}^2$ )  
**Beton örtüsü(paspayı):** 50 mm  
**Donatı aralığı:** 100 mm  
**Hesaplanan donatı:**  $4454 \text{ mm}^2$   
**Seçilen donatı:**  $13\phi 22(4942 \text{ mm}^2)$   
**Donatı oranı:** 0.0252

### Örnek04: Sekizgen kesit



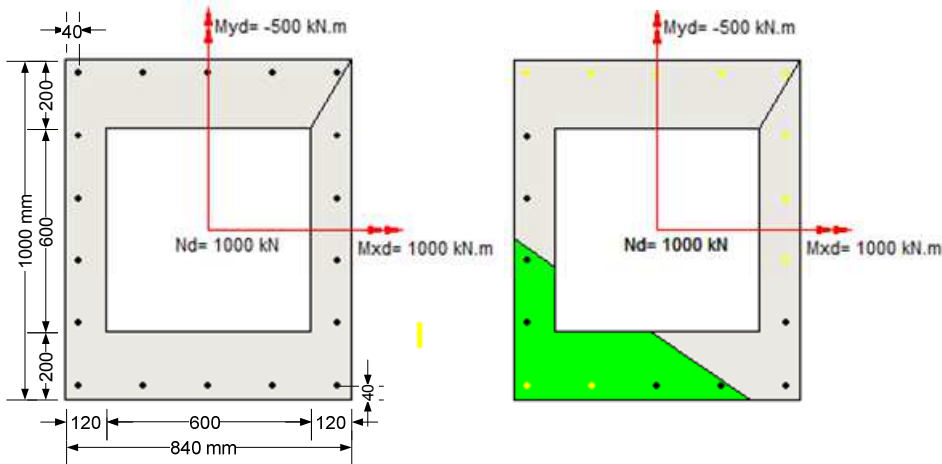
**Beton:** C20/25 ( $f_{ck}=25 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{mc}=1.5$ ,  $f_{cd}=13.33 \text{ N/mm}^2$ )  
**Çelik:** B420C ( $f_{yk}=420 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{ms}=1.15$ ,  $f_{yd}=365.22 \text{ N/mm}^2$ )  
**Beton örtüsü(paspayı):** 50 mm  
**Donatı aralığı:** 100 mm  
**Hesaplanan donatı:**  $4176 \text{ mm}^2$   
**Seçilen donatı:**  $13\phi 22(4942 \text{ mm}^2)$   
**Donatı oranı:** 0.0239

### Örnek05: Halka kesit



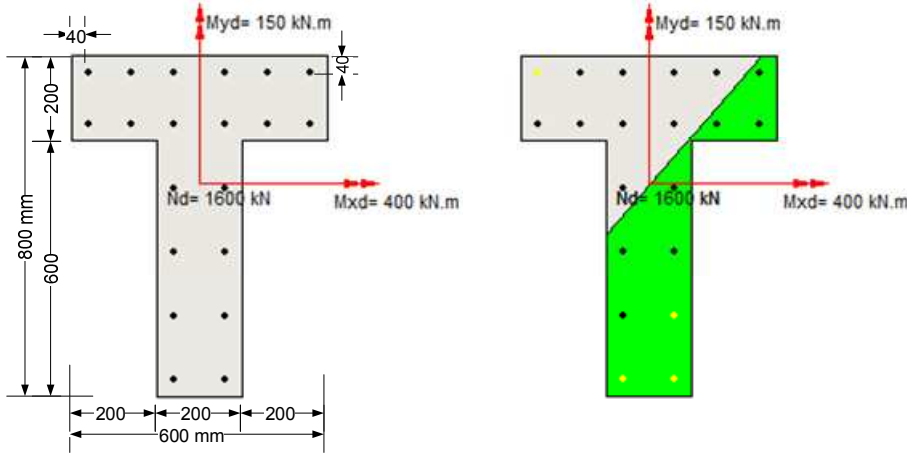
**Beton:** C40/50 ( $f_{ck}=40 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{mc}=1.5$ ,  $f_{cd}=26.67 \text{ N/mm}^2$ )  
**Çelik:** B420C ( $f_{yk}=420 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{ms}=1.15$ ,  $f_{yd}=365.22 \text{ N/mm}^2$ )  
**Beton örtüsü(paspayı):** 40 mm  
**Donatı aralığı:** 120 mm  
**Hesaplanan donatı:** 3922 mm<sup>2</sup>  
**Seçilen donatı:** 24  $\Phi 16$  (4825 mm<sup>2</sup>)  
**Donatı oranı:** 0.0146

### Örnek06: Kutu kesit



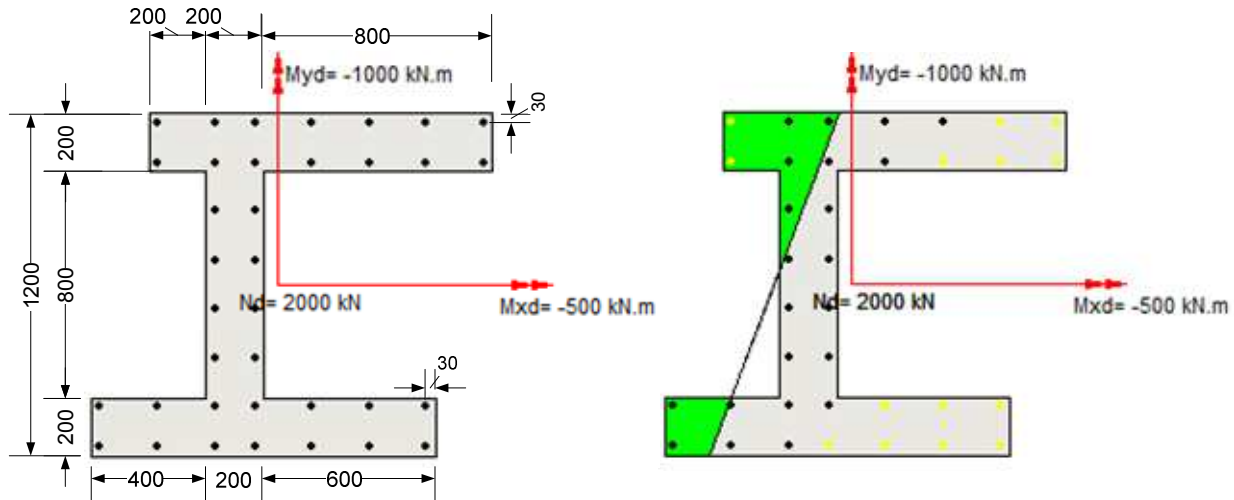
**Beton:** C20/25 ( $f_{ck}=25 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{mc}=1.5$ ,  $f_{cd}=16.67 \text{ N/mm}^2$ )  
**Çelik:** B420C ( $f_{yk}=420 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{ms}=1.15$ ,  $f_{yd}=365.22 \text{ N/mm}^2$ )  
**Beton örtüsü(paspayı):** 40 mm  
**Donatı aralığı:** 160 mm  
**Hesaplanan donatı:** 5072 mm<sup>2</sup>  
**Seçilen donatı:** 18  $\Phi 20$  (5665 mm<sup>2</sup>)  
**Donatı oranı:** 0.0118

### Örnek07: T kesit



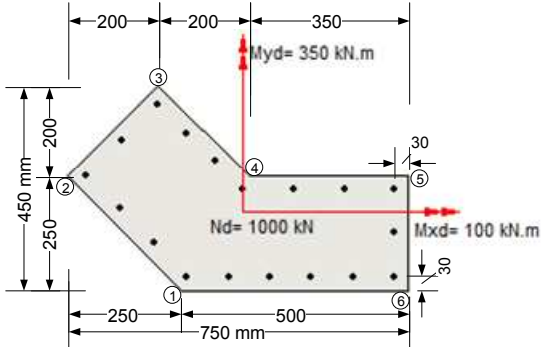
**Beton:** C20/25 ( $f_{ck}=25 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{mc}=1.5$ ,  $f_{cd}=16.67 \text{ N/mm}^2$ )  
**Çelik:** B420C ( $f_{yk}=420 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{ms}=1.15$ ,  $f_{yd}=365.22 \text{ N/mm}^2$ )  
**Beton örtüsü(paspayı):** 40 mm  
**Donatı aralığı:** 160 mm  
**Hesaplanan donatı:** 4047 mm<sup>2</sup>  
**Seçilen donatı:** 20 $\Phi$ 18(5089 mm<sup>2</sup>)  
**Donatı oranı:** 0.0212

### Örnek08: I kesit



**Beton:** C30/37 ( $f_{ck}=30 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{mc}=1.5$ ,  $f_{cd}=20 \text{ N/mm}^2$ )  
**Çelik:** B420C ( $f_{yk}=420 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{ms}=1.15$ ,  $f_{yd}=365.22 \text{ N/mm}^2$ )  
**Beton örtüsü(paspayı):** 30 mm  
**Donatı aralığı:** 200 mm  
**Hesaplanan donatı:** 3054 mm<sup>2</sup>  
**Seçilen donatı:** 36 $\Phi$ 16(7238 mm<sup>2</sup>)- **Min donatı**  
**Donatı oranı:** 0.0113

### Örnek09: Dolu çokgen kesit



**Beton:** C25/30 ( $f_{ck}=25 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{mc}=1.5$ ,  $f_{cd}=16.67 \text{ N/mm}^2$ )  
**Çelik:** B420C ( $f_{yk}=420 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{ms}=1.15$ ,  $f_{yd}=365.22 \text{ N/mm}^2$ )  
**Beton örtüsü(paspayı):** 30 mm  
**Donatı aralığı:** 100 mm  
**Hesaplanan donatı:** 2103 mm<sup>2</sup>  
**Seçilen donatı:** 18 $\phi$ 14(2771 mm<sup>2</sup>)  
**Donatı oranı:** 0.0141

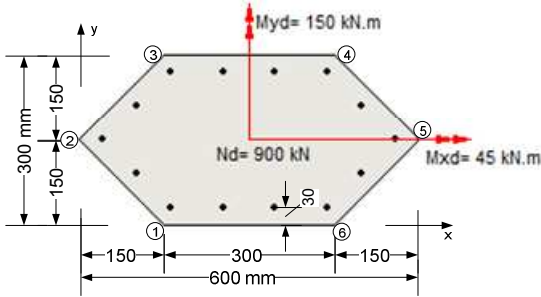
#### Kesit koordinatları:

Nokta	x[mm]	y[mm]
1	250	0
2	0	250
3	200	450
4	400	250
5	750	250
6	750	0

Betonarme2000 bu kesiti otomatik türetmez. Kesit koordinatlarının programa verilmesi gerekir.

Donatı koordinatları seçilen donatı aralığı(=100 mm) dikkate alınarak program tarafından otomatik türetilir.

### Örnek10: Dolu çokgen kesit



**Beton:** C18/22 ( $f_{ck}=18 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{mc}=1.5$ ,  $f_{cd}=12 \text{ N/mm}^2$ )  
**Çelik:** B420C ( $f_{yk}=420 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{ms}=1.15$ ,  $f_{yd}=365.22 \text{ N/mm}^2$ )  
**Beton örtüsü(paspayı):** 30 mm  
**Donatı aralığı:** 100 mm  
**Hesaplanan donatı:** 2153 mm<sup>2</sup>  
**Seçilen donatı:** 14 $\phi$ 14(2155 mm<sup>2</sup>)  
**Donatı oranı:** 0.0160

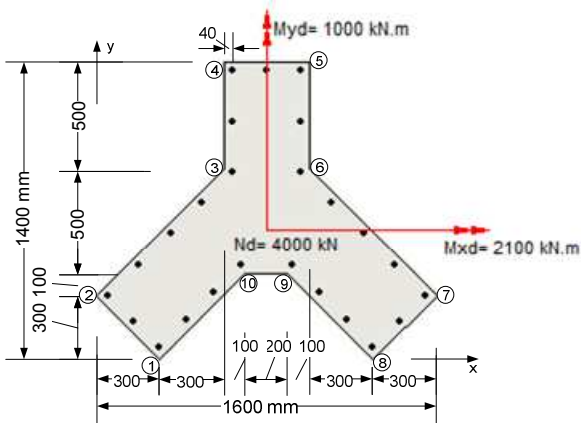
#### Kesit koordinatları:

Nokta	x[mm]	y[mm]
1	150	0
2	0	150
3	150	300
4	450	300
5	600	150
6	450	0

Betonarme2000 bu kesiti otomatik türetmez. Kesit koordinatlarının programa verilmesi gerekir.

Donatı koordinatları seçilen donatı aralığı(=100 mm) dikkate alınarak program tarafından otomatik türetilir.

### Örnek11: Dolu çokgen kesit



**Beton:** C20/25 ( $f_{ck}=18 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{mc}=1.5$ ,  $f_{cd}=13.33 \text{ N/mm}^2$ )  
**Çelik:** B420C ( $f_{yk}=420 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{ms}=1.15$ ,  $f_{yd}=365.22 \text{ N/mm}^2$ )  
**Beton örtüsü(paspayı):** 40 mm  
**Donatı aralığı:** 200 mm  
**Hesaplanan donatı:** 9091 mm<sup>2</sup>  
**Seçilen donatı:** 25 $\phi$ 22(9503 mm<sup>2</sup>) -Min donatı  
**Donatı oranı:** 0.0100

#### Kesit koordinatları:

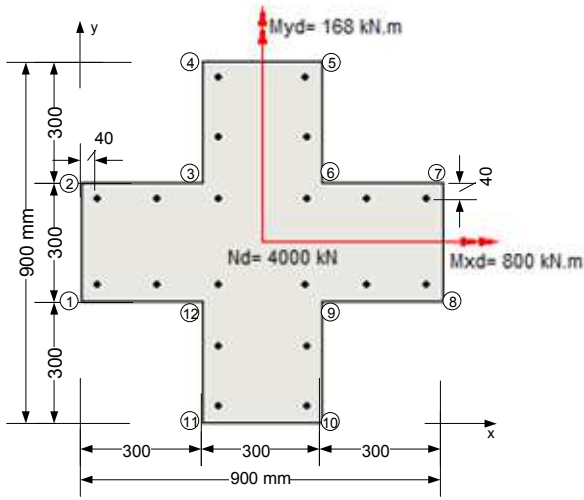
Nokta	x[mm]	y[mm]
1	300	0
2	0	300
3	600	900
4	600	1400
5	1000	1400
6	1000	900
7	1600	300
8	1300	0
9	900	400
10	700	400

Betonarme2000 bu kesiti otomatik türetmez. Kesit koordinatlarının programa verilmesi gerekir.

Donatı koordinatları seçilen donatı aralığı(=200 mm) dikkate alınarak program tarafından otomatik türetilir.



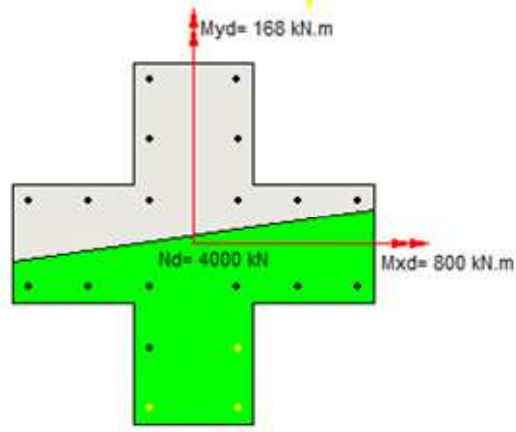
## Örnek12: Dolu çokgen kesit



**Beton:** C25/30 ( $f_{ck}=25 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{mc}=1.5$ ,  $f_{cd}=16.67 \text{ N/mm}^2$ )  
**Çelik:** B420C ( $f_{yk}=420 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{ms}=1.15$ ,  $f_{yd}=365.22 \text{ N/mm}^2$ )  
**Beton örtüsü(paspayı):** 40 mm  
**Donatı aralığı:** 150 mm  
**Hesaplanan donatı:** 5842 mm<sup>2</sup>  
**Seçilen donatı:** 20 $\Phi$ 20(6283 mm<sup>2</sup>)  
**Donatı oranı:** 0.0140

Programa  $M_{yd}=100 \text{ kN.m}$  olarak verilmiştir. Ancak, program  
 Min  $M_{yd}=(15+0.03 \times 900) \times 4000=168000 \text{ kNmm}=168 \text{ kNm}$   
 almıştır.

**Uyarı:  $M_{yd}=168 \text{ kN.m}$  (Min moment)**



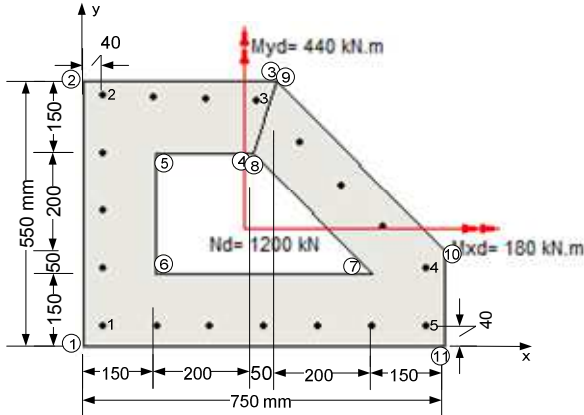
**Kesit koordinatları:**

Nokta	x[mm]	y[mm]
1	0	300
2	0	600
3	300	600
4	300	900
5	600	900
6	600	600
7	900	600
8	900	300
9	600	300
10	600	0
11	300	0
12	300	300

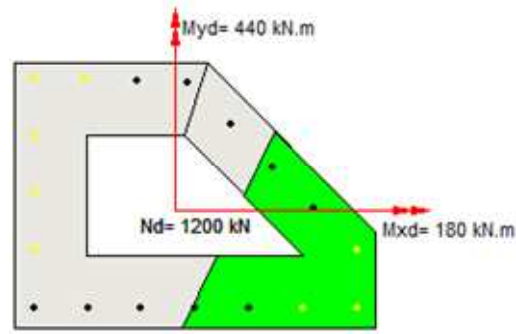
Betonarme2000 bu kesiti otomatik  
 türetemez. Kesit koordinatlarının  
 programa verilmesi gerekir.

Donatı koordinatları seçilen donatı  
 aralığı(=200 mm) dikkate alınarak  
 program tarafından otomatik türetilir.

## Örnek13: Boşluklu çokgen kesit



**Beton:** C25/30 ( $f_{ck}=25 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{mc}=1.5$ ,  $f_{cd}=16.67 \text{ N/mm}^2$ )  
**Çelik:** B420C ( $f_{yk}=420 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{ms}=1.15$ ,  $f_{yd}=365.22 \text{ N/mm}^2$ )  
**Beton örtüsü(paspayı):** 40 mm  
**Donatı aralığı:** 120 mm  
**Hesaplanan donatı:** 1764 mm<sup>2</sup>  
**Seçilen donatı:** 18 $\Phi$ 14(2771 mm<sup>2</sup>)  
**Donatı oranı:** 0.0103-**Min donatı**



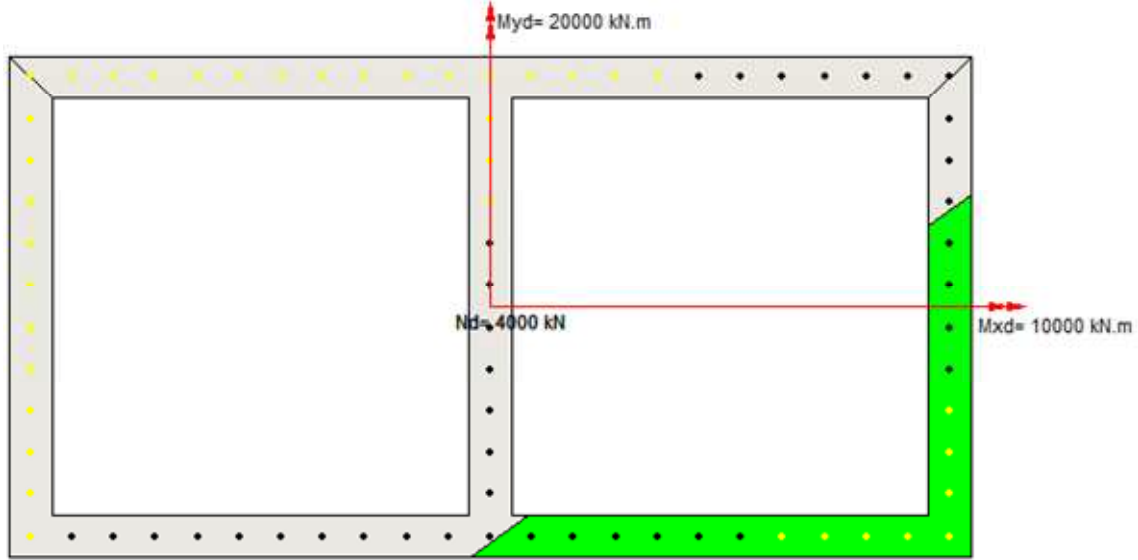
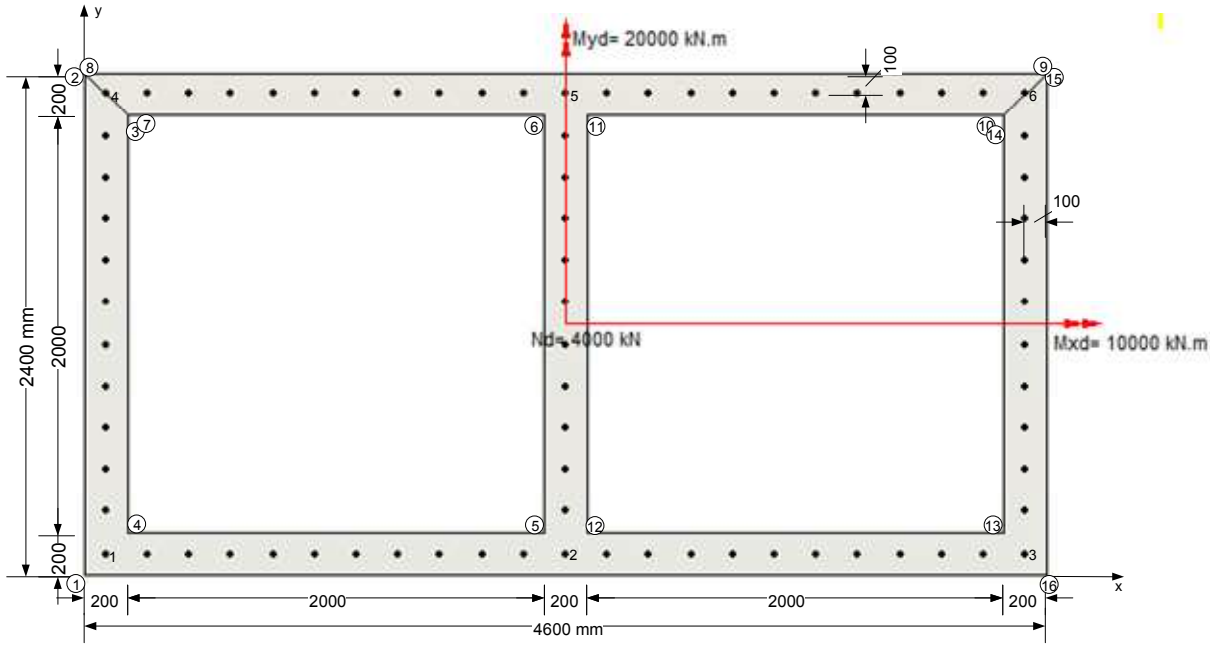
**Kesit koordinatları:**

Nokta	x[mm]	y[mm]
1	0	0
2	0	550
3	400	550
4	350	400
5	150	400
6	150	150
7	600	150
8	350	400
9	400	550
10	750	200
11	750	0

**Donatı koordinatları:**

Nokta	x[mm]	y[mm]
1	40	40
2	40	520
3	360	510
4	710	160
5	710	40
t1	2	
t2	3	
t3	4	
t4	5	
t5	1	

# Örnek14: Boşluklu çokgen kesit



**Beton:** C18/20 ( $f_{ck}=18 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{mc}=1.5$ ,  $f_{cd}=12 \text{ N/mm}^2$ )  
**Çelik:** B420C ( $f_{yk}=420 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{ms}=1.15$ ,  $f_{yd}=365.22 \text{ N/mm}^2$ )  
**Beton örtüsü(paspayı):** 100 mm  
**Donatı aralığı:** 200 mm  
**Hesaplanan donatı:** 27828 mm<sup>2</sup>  
**Seçilen donatı:** 76 $\Phi$ 24(34382 mm<sup>2</sup>) -Min donatı  
**Donatı oranı:** 0.0113

Betonarme2000 bu kesiti otomatik türetemez. Kesit ve donatı koordinatlarının programa verilmesi gerekir.

## Kesit koordinatları:

Nokta	x[mm]	y[mm]
1	0	0
2	0	2400
3	200	2200
4	200	200
5	2200	200
6	2200	2200
7	200	2200
8	0	2400
9	4600	2400
10	4400	2200
11	2400	2200
12	2400	200
13	4400	200
14	4400	2200
15	4600	2400
16	4600	0

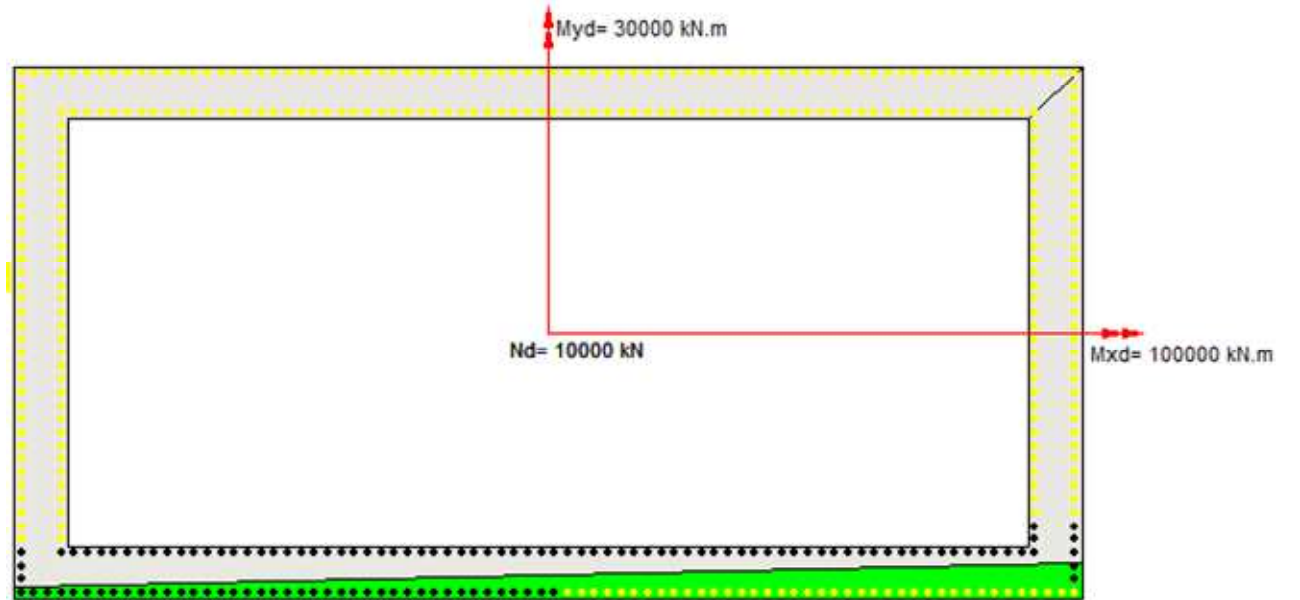
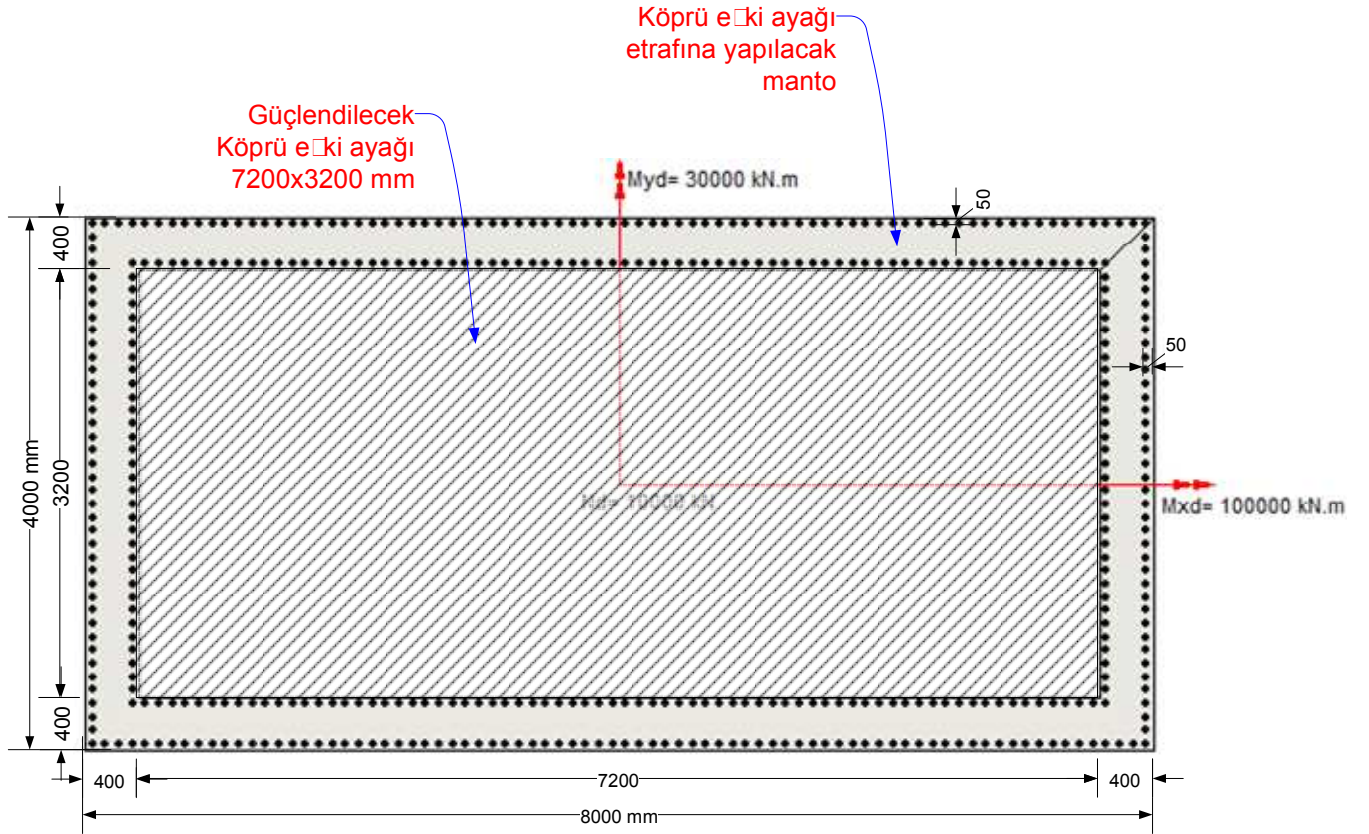
## Donatı koordinatları:

Nokta	x[mm]	y[mm]
1	100	100
2	2300	100
3	4500	100
4	100	2300
5	2300	2300
6	4500	2300
t1	2	
t2	3	
t4	5	
t5	6	
t1	4	
t2	5	
t3	6	



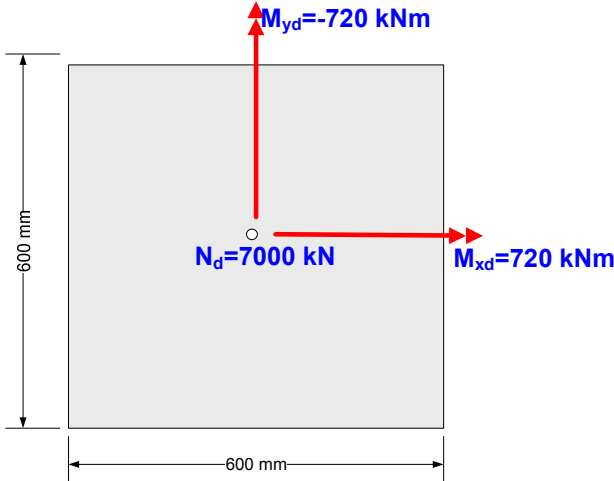
#### Örnek14: Kutu kesit-köprü ayağı güçlendirme

7200x3200 mm kesitli bir köprü ayağının etrafına mantolama yapılarak ayak güçlendirilecektir. Kutu kesitli yeni ayağın şekilde verilen kuvvetleri taşıması gerekmektedir. Eski ayak hesapta yok varsayılacaktır.



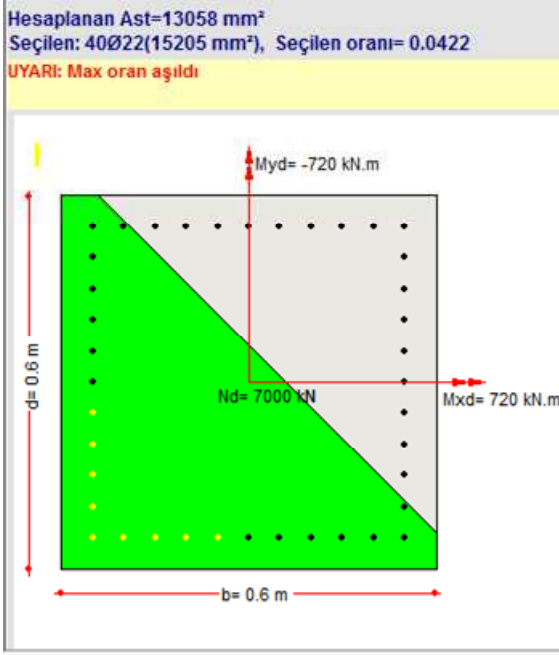
**Beton:** C40/50 ( $f_{ck}=40 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{mc}=1.5$ ,  $f_{cd}=26.67 \text{ N/mm}^2$ )  
**Çelik:** B420C ( $f_{yk}=420 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{ms}=1.15$ ,  $f_{yd}=365.22 \text{ N/mm}^2$ )  
**Beton örtüsü(paspayı):** 50 mm  
**Donatı aralığı:** 100 mm  
**Hesaplanan donatı:** 117481 mm<sup>2</sup>  
**Seçilen donatı:** 448 $\Phi$ 20(140743 mm<sup>2</sup>)  
**Donatı oranı:** 0.0157

## Örnek15: Kare kesit

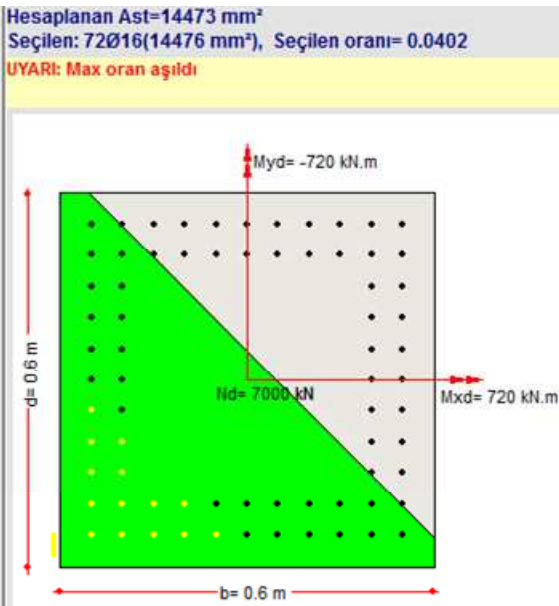


Eksenel kuvveti çok yüksek olan ve solda kesiti görülen kolon C40/50 betonu ve B420C çeliği ile üretilecektir. Mimari nedenlerle kolon kare kesitli olacaktır ve boyutları en fazla 600x600 mm olmak zorundadır. Donatı çapının  $\phi 20$  yı aşmaması, donatı aralığının da 50 mm den az olmaması istenmektedir. Özetle:

**Beton:** C40/50 ( $f_{ck}=40 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{mc}=1.5$ ,  $f_{cd}=26.67 \text{ N/mm}^2$ )  
**Çelik:** B420C ( $f_{yk}=420 \text{ N/mm}^2$ ,  $\gamma_{ms}=1.15$ ,  $f_{yd}=365.22 \text{ N/mm}^2$ )  
**Beton örtüsü(paspayı)  $\leq 50 \text{ mm}$**   
**Maks Kolon boyutu: 600x600 mm**  
**Maks donatı çapı  $\leq \phi 20$**   
**Min donatı aralığı  $\leq 50 \text{ mm}$**



Kesit boyutları müsaade edilen üst sınır (600x600 mm) ve donatı aralığı müsaade edilen alt sınır (50 mm) seçilerek yapılan soldaki çözümde donatı çapının verilen üst sınırı aştığı ve ayrıca donatı oranının da üst sınırı aştığı görülmektedir. Kesit büyütülemeyeceği ve donatı aralığı daha küçük seçilemeyeceği için bu donatı planı yetersizdir.



Çözüm üretebilmek için soldaki donatı planı kullanılmıştır. Aşırı basınç kuvvetini karşılayabilmek için kenarlardan 150 mm içeride olan ikinci sıra çubuklar konmuştur. İkinci sıra donatılar dıştakilere nazaran daha az moment alacaklardır. Yani bu donatı planı pek de ekonomik olmayacaktır. Ancak kısıtlamalar nedeniyle daha iyi bir çözüm mümkün değildir.

Bu çözümde donatı çapı  $\phi 16$  ye düşmüş, ancak donatı oranı üst sınırı az da olsa aşmış, %4olan üst sınır %4.02 olmuştur. Fark önemsenemeyecek kadar küçüktür. Bu nedenle çözüm kabul edilebilir.

## Kaynaklar

- ÖZMEN, G., (2013), Eğik Eğilme Etkisindeki Dikdörtgen Kolon Kesitlerinin boyutlandırılması  
[http://www.yapistatigi.itu.edu.tr/papers\\_reports/KOLDON.pdf](http://www.yapistatigi.itu.edu.tr/papers_reports/KOLDON.pdf)
- DÜNDAR C., TOKGÖZ, S., (2010), Betonarme kolonların normal kuvvet-moment etkileşim diyagramları, Çukurova üniversitesi Müh.Mim.Fak. Dergisi, Cilt 25, Sayı 1-2  
[http://www.mmf.cu.edu.tr/tr/5\\_Dundar-Tokgoz-N-M\\_Betonarme\\_Kolon\\_25\\_1\\_2\\_59\\_71.pdf](http://www.mmf.cu.edu.tr/tr/5_Dundar-Tokgoz-N-M_Betonarme_Kolon_25_1_2_59_71.pdf)
- TOKGÖZ, S., (2006), Öngerilmeli ve betonarme elemanların iki eksenli eğilme ve eksenel yük etkisi altında davranışı, Doktora tezi, Çukurova üniversitesi, Adana  
<http://library.cu.edu.tr/tezler/5722.pdf>
- DÜNDAR C., TOKGÖZ, S., (2001), "Değişik Gerilme Dağılım Modelleri ile Poligonal Betonarme Elemanların Eğik Eğilme ve Eksenel Yük Altında Tasarımı" 16. Teknik Kongre, Ankara  
<http://www.e-kutuphane.imo.org.tr/pdf/13062.pdf>
- RODRIGUEZ, J. A., OCHOA, J. D. (1999), "Biaxial interaction diagrams for short RC columns of any cross section.", *J. Struct. Eng.*, ASCE, **125**(6), 672-683.
- DÜNDAR, C., ŞAHİN, B., (1992), Eğik Eğilme ve Eksenel Yük Altında Gelişigüzel Geometriye Sahip Betonarme Elemanların Tasarımı, İMO, Teknik Dergi, C. 3, S. 2  
<http://www.e-kutuphane.imo.org.tr/pdf/4103.pdf>
- YEN, J. Y. , (1991), Quasi-Newton method for reinforced concrete column analysis and design., *J. Struct. Eng.*, ASCE, **117**(3), 657-666.
- ÇAKIROĞLU, A., ÖZER, E., (1990), Dikdörtgen ve Daire Betonarme Kesitlerde Taşıma Gücü Formülleri ve Yaklaşık Mertebeleri, İMO Teknik Dergi, 1990, Cilt 1 , Sayı 1.  
<http://www.e-kutuphane.imo.org.tr/pdf/4047.pdf>
- ERSOY, U., (1990), Taşıma Gücü Yöntemi Varsayımları ile İlgili Bir İrdeleme, İMO, Teknik Dergi, C.1, S. 1  
<http://www.e-kutuphane.imo.org.tr/pdf/4049.pdf>
- MARJANI, F., (1989), Design of Reinforced Concrete Columns Under Biaxial Bending, Yüksek Lisans tezi , ODTÜ, İnşaat Müh. Bölümü, Ankara
- KIRAL, E., DÜNDAR, C., (1987), Eğik Eğilme ve Eksenel Basınç Altındaki Betonarme Kesitlerin Bilgisayar ile Hesabı, Teknik Yayınevi, No 14., Adana
- DURMUŞ, A., EYÜBOĞLU, U., (1984), İki doğrultuda bileşik eğilme etkisindeki betonarme kesitlerin taşıma gücüne göre hesabı, Deprem Araştırma bülteni, No 46., Ankara
- ÇAKIROĞLU, A. ÖZER, E., (1983), Eğik Eğilme ve Eksenel Kuvvet Etkisindeki Dikdörtgen Betonarme Kesitlerde Taşıma Gücü Formülleri, Yesa Yayınları-1, İstanbul
- MAGALHAES, M. P., (1979), "Biaxially loaded concrete sections.", *J. Struct. Division*, ASCE, **105** (ST12), 2639-2656.
- FURLONG, R., W., (1979), Concrete columns under biaxially eccentric thrust, ACI J., V. 76, No:10