Universidad Autónoma del Estado de México

Facultad de Ciencias

Licenciatura en Matemáticas

Álgebra Lineal

Profesora:

Socorro López Olvera

Tarea 2

Alumnos:

Peña Mateos Jesús Jacob
Santana Reyes Osmar Dominique
Gallegos Torres Gonzalo

Semestre: 2022B

Fecha de Entrega:

1. Diga si las siguientes proposiciones son falsas o verdaderas y justifique su respuesta.

   i. La matriz identidad es una matriz triangular superior.

   Af! La matriz identidad es una matriz triangular superior.

   Dem.

   Por definicion, $I_n = [a_{ij}] \ \forall\, i = j$

   ii. Si V es un K - *espacio vectorial*, $W \leq V$ y $U \leq W$ entonces $U \leq V$.

   iii. Si A es una matriz con $tr(A) = 0$, entonces A es matriz antisimétrica.

2. Sean $n \in \mathbb{N}$, K un campo, $A \in M_n[K]$ y A^t su transpuesta.

   i. Demuestra que $A + A^t$ es una matriz simétrica.

   ii. Sea $U = \{A \in M_n[K] \mid A \text{ es antisimétrica}\} \subseteq M_n[K]$. Demuestre que $U \leq M_n[K]$.

   iii. ¿Cuántas entradas diferentes puede tener una matriz simétrica de orden n? Argumente su respuesta.

3. Demuestre el corolario 13.

4. Sea V un K - *espacio vectorial* y $W \subseteq V$ no vacío. Demuestre que $W \leq V$, si y solo si se cumple:

   i. $u - z \in W$ para cualesquiera u, $z \in W$.

   ii. $\lambda u \in W$, $\forall\, \lambda \in K$ y $\forall\, u \in W$.

5. Sean $V = \mathbb{R}^3$, un $\mathbb{R}$ - *espacio vectorial*, con las operaciones usuales de suma y producto por escalar, W_1 y W_2 subconjuntos de V, definidos como, $W_1 = \left\{(a, b, c) \in \mathbb{R}^3 \,\middle|\, 3a - b + 4c = 0\right\}$ y $W_2 = \left\{(a, b, c) \in \mathbb{R}^3 \,\middle|\, b = -a, 2c = a\right\}$ ¿Es $V = W_1 \oplus W_2$? Demuéstrelo o dé un contraejemplo de la propiedad que no se cumpla.