

25. $16 \frac{d^4 y}{dx^4} + 24 \frac{d^2 y}{dx^2} + 9y = 0$

Solución.

El polinomio característico de la E.D. es:

$$\begin{aligned} 16m^4 + 24m^2 + 9 &= 0 \\ \implies (4m^2 + 3)^2 &= 0 \\ \implies 4m^2 + 3 &= 0 \\ \implies m &= \sqrt{-\frac{3}{4}} = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i \end{aligned}$$

Así, $m_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}i$ y $m_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2}i$ son raíces de multiplicidad 2 del polinomio característico.

De esta forma, $y_1(x) = \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x\right)$, $y_2(x) = \sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x\right)$, $y_3(x) = x \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x\right)$
y $y_4(x) = x \sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x\right)$.

\therefore La solución general es $y(x) = c_1 \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x\right) + c_2 \sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x\right) + c_3 x \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x\right) + c_4 x \sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x\right)$