5. $\dfrac{dN}{dt} + N = Nte^{t+2}$

$\Longrightarrow \dfrac{dN}{dt} = Nte^{t+2} - N$

$\Longrightarrow \dfrac{dN}{dt} = N(te^{t+2} - 1)$

Sea $N \neq 0$, entonces

$\dfrac{1}{N} \cdot \dfrac{dN}{dt} = te^{t+2} - 1$

$\Longrightarrow \displaystyle\int \frac{1}{N}\mathrm{d}N = \int (te^{t+2} - 1)\mathrm{d}t$

$\Longrightarrow \ln|N| = \displaystyle\int te^{t+2}\mathrm{d}t - \int 1\mathrm{d}t$

Sea $u = t$ y $\mathrm{d}v = e^{t+2}$ entonces $\mathrm{d}u = \mathrm{d}t$ y $v = e^{t+2}$. Así,

$\ln|N| = te^{t+2} - \displaystyle\int e^{t+2}\mathrm{d}t - t$

$\Longrightarrow \ln|N| = te^{t+2} - e^{t+2} - t + c$

$\Longrightarrow N = e^c \cdot e^{te^{t+2} - e^{t+2} - t}$

Como no existe algún c que satisfaga que $N = 0$, entonces $N = e^c \cdot e^{te^{t+2} - e^{t+2} - t}$ es solución explícita de la E.D. en cualquier intervalo.