Ecuaciones Diferenciables Parciales
Tarea 5
Osmar Dominique Santana Reyes
No. de cuenta: 2125197

I. Verifique si el problema dado es un problema de auto valor de S-L regular.

a) $f''(x) + \lambda f(x) = 0,\ 0 < x < 1,\ f(0) + 2f'(0) = 0,\ f'(1) = 0.$

b) $f''(x) - xf(x) + \lambda(x^2 + 1)f(x) = 0,\ 0 < x < 1,\ f(0) = 0,\ f'(1) = 0.$

II. Calcule los valores propios y las funciones propias del problema regular S-L dado.

a) $f''(x) + \lambda f(x) = 0,\ 0 < x < \pi,\ f(0) = 0,\ f'(\pi) = 0.$

b) $f''(x) + \lambda f(x) = 0,\ 0 < x < 1,\ f'(0) = 0,\ f(1) = 0.$

c) $f''(x) + \lambda f(x) = 0,\ 0 < x < 1,\ f(0) - f'(0) = 0,\ f(1) = 0.$

d) $f''(x) + \lambda f(x) = 0,\ 0 < x < 1,\ f'(0) = 0,\ f(1) + f'(1) = 0.$

III. Construya la expansión de la serie de Fourier generalizada para la función dada U en las funciones propias.

$$\left\{ \operatorname{sen}\left(\frac{(2n-1)x}{2}\right) \right\}_{n=1}^{\infty}$$

Del problema S-L con $L = \pi$.

a) $U(x) = 1,\ 0 \leq x \leq \pi.$

b) $U(x) = 2x - 1,\ 0 \leq x \leq \pi.$

IV. Construya la expansión de la serie de Fourier generalizada para la función dada U en las funciones propias.

$$\left\{ \cos\left(\frac{(2n-1)\pi x}{2}\right) \right\}_{n=1}^{\infty}$$

Del problema S-L con $L = 1$.

a) $U(x) = \dfrac{1}{2},\ 0 \leq x \leq 1.$

b) $U(x) = x + 1,\ 0 \leq x \leq 1.$

V. Usar el cociente de Rayleigh para obtener una cota superior (razonablemente precisa) del autovalor mínimo de los siguientes problemas.

a) $\dfrac{\mathrm{d}^2\phi}{\mathrm{d}x^2} + (\lambda - x^2)\phi = 0$ **con** $\dfrac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}x}(0) = 0$ **y** $\phi(1) = 0.$

b) $\dfrac{\mathrm{d}^2\phi}{\mathrm{d}x^2} + (\lambda - x)\phi = 0$ **con** $\dfrac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}x}(0) = 0$ **y** $\dfrac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}x}(0) + 2\phi(1) = 0.$