

$$\begin{aligned}
5. \quad & \frac{dN}{dt} + N = Nte^{t+2} \\
\Rightarrow & \frac{dN}{dt} = Nte^{t+2} - N \\
\Rightarrow & \frac{dN}{dt} = N(te^{t+2} - 1)
\end{aligned}$$

Sea $N \neq 0$, entonces

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{N} \cdot \frac{dN}{dt} = te^{t+2} - 1 \\
\Rightarrow & \int \frac{1}{N} dN = \int (te^{t+2} - 1) dt \\
\Rightarrow & \ln |N| = \int te^{t+2} dt - \int 1 dt
\end{aligned}$$

Sea $u = t$ y $dv = e^{t+2}$ entonces $du = dt$ y $v = e^{t+2}$. Así,

$$\begin{aligned}
& \ln |N| = te^{t+2} - \int e^{t+2} dt - t \\
\Rightarrow & \ln |N| = te^{t+2} - e^{t+2} - t + c \\
\Rightarrow & N = e^c \cdot e^{te^{t+2} - e^{t+2} - t}
\end{aligned}$$

Como no existe algún c que satisfaga que $N = 0$, entonces $N = e^c \cdot e^{te^{t+2} - e^{t+2} - t}$ es solución explícita de la E.D. en cualquier intervalo.