

Theoretische Mechanik Sommersemester 2023

Prof. Dr. W. Strunz, Dr. R. Hartmann, Institut für Theoretische Physik, TU Dresden
<https://tu-dresden.de/mn/physik/itp/tqo/studium/lehre>

4. Übung (Besprechung 1.5. - 5.5.)

1. Stoß zweier Teilchen

- Beim Stoß zweier Teilchen werde die Energie Q in andere Energieformen verwandelt. Formulieren Sie Impuls- und Energiebilanz sowohl im Schwerpunkt- (Σ_S) als auch im Laborsystem (Σ_L).
- Welche Aussagen lassen sich über den Zusammenhang zwischen den Impulsen vor und nach dem Stoß in den beiden Bezugssystemen machen? Nehmen Sie zur Vereinfachung an, dass ein Teilchen vor dem Stoß ruht.
- Welcher Teil der kinetischen Anfangsenergie kann bei einem inelastischen Stoß höchstens in andere Energieformen verwandelt werden? Wie sieht die Bewegung beider Teilchen nach dem Stoß dann aus?

2. Sturz ins Zentrum

Ein Massenpunkt (Masse m , Energie E , Drehimpuls $\vec{L} = \ell \hat{e}_z$) bewegt sich in der Ebene $z = 0$ unter dem Einfluss des attraktiven Zentralpotentials $V(r) = -\alpha r^{-2}$ auf das Zentrum ($r = 0$) zu. Anfänglich habe der Massenpunkt den Abstand r_0 vom Ursprung.

- Leiten Sie unter Verwendung des Energie- und Drehimpulssatzes aus den Bewegungsgleichungen für $\varphi(t)$ und $r(t)$ die Bahngleichung $\varphi = \varphi(r)$ in der Form eines Integrals her.
- Unter welchen Bedingungen (für α und ℓ) kann der Massenpunkt das Zentrum auch mit Drehimpuls $\ell > 0$ erreichen? Benötigt er dafür eine endliche oder unendliche Zahl von Umläufen?
- Zeigen Sie, dass die für den Sturz ins Zentrum benötigte Zeit stets endlich bleibt, jedoch die Bahngeschwindigkeit sowie die Winkelgeschwindigkeit des Massenpunktes divergieren.

3. Sphärischer Oszillator

Zwischen zwei Punktmassen m_1 und m_2 wirkt das attraktive Wechselwirkungspotential $V(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \frac{k}{2} |\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^2$.

- Stellen Sie die Newtonschen Bewegungsgleichungen für die Schwerpunkt- und Relativbewegung auf. Wie lautet der Energiesatz für dieses Zweikörperproblem bezüglich Schwerpunkt- und Relativkoordinaten? Überprüfen Sie die Erhaltung des Gesamtdrehimpulses.
- Wie formuliert sich der Energiesatz bezüglich des Schwerpunktsystems (Inertialsystem)? Zeigen Sie, dass sich dieses Zweikörperproblem auf ein effektives Einteilchenproblem reduziert.
- Betrachten Sie den Fall $m_1 \rightarrow \infty$. Geben Sie das effektive Potential $V_{\text{eff}}(r)$ an und bestimmen Sie den Radius der stabilen Kreisbahn (Sollbahn) der Punktmasse m_2 . Mit welcher Frequenz oszilliert die Masse m_2 um die Sollbahn für kleine Auslenkungen?