

# Theoretische Mechanik Sommersemester 2023

Prof. Dr. W. Strunz, Dr. R. Hartmann, Institut für Theoretische Physik, TU Dresden  
<https://tu-dresden.de/mn/physik/itp/tqo/studium/lehre>

---

## 5. Übung (Besprechung 8.5. - 12.5.)

### 1. Zweikörperproblem im Schwerfeld der Erde

Betrachten Sie ein System von zwei Massen  $m_1$ ,  $m_2$  verbunden durch eine masselose Stange der Länge  $l$ . Diese Hantel, die sich im Schwerfeld der Erde befinden möge, wird nun vom Koordinatenursprung in beliebige Richtung weggeworfen.

- Stellen Sie die Bewegungsgleichung für den Schwerpunkt auf und lösen diese für eine gegebene Anfangsgeschwindigkeit  $\vec{v}_0$ .
- Zerlegen Sie den Gesamtdrehimpuls  $\vec{L}$  in einen Relativ- und einen Schwerpunktanteil  $\vec{L}_r$  und  $\vec{L}_s$  und berechnen Sie letzteren.
- Wie lautet die Bewegungsgleichung für die Relativbewegung? Was können Sie über den Relativdrehimpuls  $\vec{L}_r$  aussagen?
- Zeigen Sie, dass die Massen  $m_1$  und  $m_2$  Kreisbahnen um den gemeinsamen Schwerpunkt mit konstanter Winkelgeschwindigkeit beschreiben. In welchem Verhältnis stehen deren Radien?

### 2. Runge-Lenz-Vektor

- Eine Punktmasse bewege sich im Zentralpotential  $V(r) = \alpha r^\beta$ . Für welche Potenz  $\beta$  ist der [Runge-Lenz-Vektor](#)

$$\vec{\Lambda} := \frac{\alpha}{|\alpha|} \left( \frac{\vec{p} \times \vec{L}}{m\alpha} + \frac{\vec{r}}{r} \right)$$

eine Erhaltungsgröße?

- Bestimmen Sie die Bahnkurve  $\vec{r}(\varphi)$ , indem Sie  $\vec{\Lambda}$  mit  $\vec{r}$  skalar multiplizieren und  $\varphi := \angle(\vec{\Lambda}, \vec{r})$  nutzen.
- Zeigen Sie, dass für  $V(r) = -|\alpha| r^{-1}$  der Betrag des Runge-Lenz-Vektors durch die [Exzentrizität](#) der Bahn gegeben ist.

### 3. Trägheitskräfte und Schwerkraft

Für die kräftefreie Bewegung eines Teilchens (Massenpunkt) gilt bezüglich eines beliebigen Inertialsystems (IS) das Trägheitsgesetz in der Form:

$$m_t \ddot{\vec{r}}(t) = 0 . \quad (1)$$

Dabei bezeichnet  $m_t$  den Trägheitswiderstand (*träge Masse*) des Teilchens gegenüber Änderungen seines Bewegungszustands als Folge der Einwirkung von Kräften.

Liegt nun bezüglich IS ein homogenes Schwerfeld vor, so wirkt auf das Teilchen die Schwerkraft (Gewichtskraft)  $\vec{F}_s = m_s \vec{g}$ , wobei  $m_s$  die *schwere Masse* bezeichnet. Die Bewegungsgleichung bezüglich IS lautet dann:

$$m_t \ddot{\vec{r}}(t) = \vec{F}_s = m_s \vec{g} . \quad (2)$$

- Transformieren Sie die Bewegungsgleichung (1) auf ein Bezugssystem BS' eines Beobachters, dessen Koordinatenursprung  $O'$  sich gegenüber dem Ursprung  $O$  von IS mit konstanter Beschleunigung  $\vec{a}$  bewegt. Geben Sie die bezüglich BS' auf das Teilchen wirkende Trägheitskraft an.
- Formulieren Sie nun die Bewegung eines Teilchens im Schwerfeld, Gl. (2), aus der Sicht des uniform beschleunigten Beobachters in BS'. Welche Kraft wirkt bezüglich BS' auf das Teilchen?
- Transformieren Sie Gl. (2) in ein (nichtrotierendes) Bezugssystem BS'' eines im Schwerfeld frei fallenden Beobachters. Unter welcher maßgeblichen Bedingung handelt es sich bei BS'' wieder um ein Inertialsystem?
- Das [Einsteinsche Äquivalenzprinzip](#) geht von dem empirischen Befund der Gleichheit von schwerer und träger Masse aus. Machen Sie sich anhand geeigneter Gedankenexperimente klar (z.B. Beobachter im Fahrstuhl), dass lokal (über nicht zu große räumliche Distanzen) Gravitationskräfte und Trägheitskräfte nicht unterscheidbar sind.

### 4. Larmor Theorem

Ein geladenes Teilchen bewegt sich in einem schwachen, konstanten Magnetfeld  $\vec{B}_0$  unter dem Einfluss der [Lorentz-Kraft](#)  $\vec{F}_L = \frac{q}{c} \vec{v} \times \vec{B}_0$ .

Transformieren Sie die Newtonsche Bewegungsgleichung  $m\ddot{\vec{r}} = \vec{F}_L$  vom Laborsystem (Inertialsystem) in ein rotierendes Koordinatensystem, und zeigen Sie, dass der Einfluss schwacher Magnetfelder auf die Bewegung des geladenen Teilchens weitestgehend aufgehoben erscheint, wenn die Winkelgeschwindigkeit  $\vec{\omega}$  des rotierenden Systems geeignet gewählt wird (Larmor-Frequenz).

Präzisieren Sie ferner, was "schwaches Magnetfeld" in diesem Zusammenhang bedeutet.