P2 (grupo 10) - 13 de fevereiro de 2025
Física Computacional 2 - 92444 (B) - 2/2024
Prof. Matheus Paes Lima

Observações:

- Todos os exercícios desta prova devem ser resolvidos utilizando programas escritos na linguagem de programação Python 3. Utilize o Google Colab para facilitar a integração com o Google Sala de Aula.
- Após finalizar os exercícios, faça o download do arquivo no formato `.ipynb` e envie este arquivo para correção. **Atenção: provas enviadas em outros formatos não serão corrigidas.**

Exercício 1 (3pts) : O passo do bêbado e o transporte eletrônico

O transporte eletrônico pode ser modelado como uma caminhada aleatória enviesada, na qual existe uma probabilidade maior de o "bêbado"(neste caso, o elétron) escolher uma direção em relação à outra. Esse viés pode surgir, por exemplo, devido à aplicação de um campo elétrico ou à presença de defeitos no material condutor. Nesta atividade, você irá simular o transporte eletrônico utilizando esse modelo. Você deve implementar um código para simular o transporte eletrônico com as seguintes condições:

- O elétron começa na posição 0, e o condutor se estende de $-L$ até $+L$, com $L = 10$.
- O elétron sai do sistema ao atingir $+L$ (extremidade direita) ou $-L$ (extremidade esquerda).
- Os passos são unitários: o elétron se move para a direita com probabilidade p e para a esquerda com probabilidade $1 - p$.
- Realize 10000 passos por simulação e um total de 1000 simulações (ou seja, 1000 "elétrons") para cada valor de p, a fim de obter resultados estatisticamente significativos.
- Defina 42 como a seed padrão no início da primeira simulação (primeiro elétrons, e não para cada elétron). Dica: use o comando np.random.seed(42).

Resolva os seguintes itens considerando o enunciado acima:

a) Implemente o código para simular o transporte eletrônico com $p = 0.45$.

b) Calcule o menor e maior tempo de saída do elétron para a direita.

c) Plote um gráfico da distribuição do número de passos necessários para o elétron sair pela direita.

Exercício 2 (3pts): Soluções da Equação de Laplace em coordenadas cartesianas

O potencial eletrostático pode ser determinado pela solução da equação de Laplace. Neste exercício, considere um domínio quadrado de lado 1,0 m. No interior desse domínio, há um retângulo central delimitado por $0,20 < x < 0,40$ e $0,30 < y < 0,60$, onde o potencial é fixado em 100 V, com x e y em metros.

As condições de contorno são dadas por um potencial periódico na direção x e um potencial fixo de -30 V nas bordas $y = 0$ e $y = 1{,}0$ m.

Obtenha a solução numérica da equação de Laplace com os métodos discutidos em sala de aula, representando o potencial eletrostático V por uma matriz de dimensões 100×100. Em seguida, determine:

a) O gráfico do potencial eletrostático no domínio.

b) O campo elétrico $\vec{E} = -\vec{\nabla}V$ no centro do domínio.

c) A diferença de potencial entre os pontos $(x, y) = (50\,\mathrm{cm}, 50\,\mathrm{cm})$ e $(x, y) = (70\,\mathrm{cm}, 70\,\mathrm{cm})$.

Exercício 3 (4pts): Solução Numérica da Equação de Onda com Densidade Variável

Uma corda ideal de comprimento $L = 1$ m, com densidade linear de massa $\rho_0 = 0.01$ kg/m e tensão $T = 1.0$ N, obedece à equação de onda:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{T}{\rho(x)}\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}.$$

Aqui, $y(x, t)$ representa o deslocamento vertical da corda na posição x e no instante de tempo t. No caso homogêneo, $\rho(x) = \rho_0$ é constante, e a velocidade da onda é $v = \sqrt{T/\rho_0}$. Para a discretização numérica, utilize um passo espacial $\Delta x = 0.01$ m e um passo temporal $\Delta t = 0.001$ s, garantindo estabilidade conforme a condição de Courant $v(x)\Delta t/\Delta x \leq 1$ em toda a extensão da corda.

Obtenha a solução numérica utilizando os métodos discutidos na Lista 6 para os itens a seguir.

(a) Considere um pulso gaussiano que se move inicialmente com a *velocidade natural* $v = \sqrt{T/\rho_0}$. A forma inicial do pulso gaussiano é dada por:

$$y(x, 0) = 0.1 \exp\left(-\frac{(x - L/4)^2}{2\sigma^2}\right),$$

onde $\sigma = 0.05$ m e a amplitude é 0.1. Faça um gráfico de superfície da solução numérica da equação de onda para o pulso gaussiano ao longo de $t \in [0, 6]$ s.

(b) Agora, considere que a densidade da corda varia linearmente ao longo do comprimento, dada por:

$$\rho(x) = \rho_0(1 + \alpha x),$$

com $\alpha = 1.5\,\mathrm{m}^{-1}$. Esse valor de α garante uma variação significativa da densidade ao longo da corda, resultando em dispersão e variações perceptíveis na propagação do pulso. Resolva numericamente a equação de onda com essa densidade e faça um gráfico de superfície da evolução do pulso ao longo de $t \in [0, 6]$ s.

(c) Compare a evolução de um pulso gaussiano em uma corda com densidade variável com a solução do item (a) para 6 instantes de tempo distintos: $t_i = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ s. Para isso, faça gráficos de $y(x, t_i)$ sobrepondo as soluções para os dois casos.

(d) Agora, considere uma corda com uma interface de densidade na metade do comprimento. Para $x < L/2$, a densidade é $\rho_1 = \rho_0$, enquanto para $x \geq L/2$, a densidade é $\rho_2 = 3\rho_0$. Resolva numericamente a equação de onda para esse caso e faça gráficos sobrepondo a solução obtida com a solução do item (a) nos mesmos 6 instantes de tempo $t_i = 0, 1, 2, 3, 4, 5\,\mathrm{s}$. Os gráficos devem evidenciar as diferenças na propagação do pulso entre os dois casos.