

# Wissenschaftliche Dokumentation

## Bestimmung der Ersatzparameter eines Dreileiterkabels mittels COMSOL

Studiengang Elektrotechnik  
Modul: Angewandter Elektromagnetismus

2. Dezember 2025

### Inhaltsverzeichnis

<b>1 Einleitung</b>	<b>2</b>
<b>2 Geometriemodell</b>	<b>2</b>
<b>3 Aufgabe 1: Mesh-Studie</b>	<b>3</b>
<b>4 Aufgabe 2: Magneto-quasistatische Simulation</b>	<b>3</b>
4.1 Theoretische Grundlagen . . . . .	3
<b>5 Aufgabe 3: Elektrostatische Simulation – Kapazitäten</b>	<b>4</b>
<b>6 Aufgabe 4: Pi-Ersatzschaltbild</b>	<b>5</b>
<b>7 Fazit</b>	<b>5</b>

# 1 Einleitung

In dieser Dokumentation wird ein dreipoliges, abgeschirmtes Kabel elektromagnetisch untersucht. Ziel ist die Bestimmung der elektrischen Ersatzparameter für ein Pi-Ersatzschaltbild. Alle Simulationen werden in COMSOL Multiphysics durchgeführt. Die Aufgabenstellung folgt den Vorgaben aus der Simulationseinheit (Prof. Dr. Smajic, OST).

Die folgenden Parameter sind vorgegeben:

- Abschirmung: äußerer Radius  $r_a = 5$  mm, innerer Radius  $r_i = 4.5$  mm
  - Leiter: Radius  $r_l = 1$  mm, elektrisch leitfähig
  - Isolierstoff: relative Permittivität  $\varepsilon_r = 4$
  - Leiterpositionen:  $r_1 = 2.5$  mm,  $r_2 = 2.3$  mm,  $r_3 = 2.1$  mm, Winkel  $\varphi_{12} = 55^\circ$ ,  $\varphi_{23} = 61^\circ$
  - Modelllänge:  $L = 1$  m
- 

# 2 Geometriemodell

Das Kabel wird als 2D-Querschnitt modelliert. Die drei Leiter werden gemäß den vorgegebenen Abständen und Winkeln im Inneren der kreisförmigen Abschirmung platziert. Der isotrope Isolierstoff füllt den Zwischenraum vollständig aus.

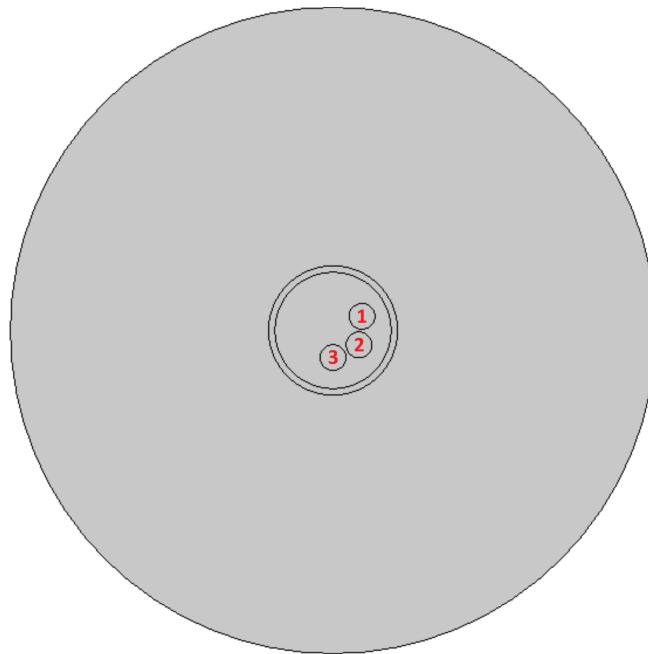


Abbildung 1: 2D-Querschnittsmodell des Dreileiterkabels in COMSOL.

---

### 3 Aufgabe 1: Mesh-Studie

Ziel der Netzstudie ist die Überprüfung der numerischen Konvergenz. Für jedes Netzlevel wird die magnetische Energie

$$W_{\text{mag}} = \frac{1}{2} \int \mathbf{B} \cdot \mathbf{H} dV$$

berechnet.

Ein konvergentes Ergebnis liegt vor, wenn Änderungen von  $W_{\text{mag}}$  zwischen zwei Verfeinerungsstufen kleiner als 1 % sind.

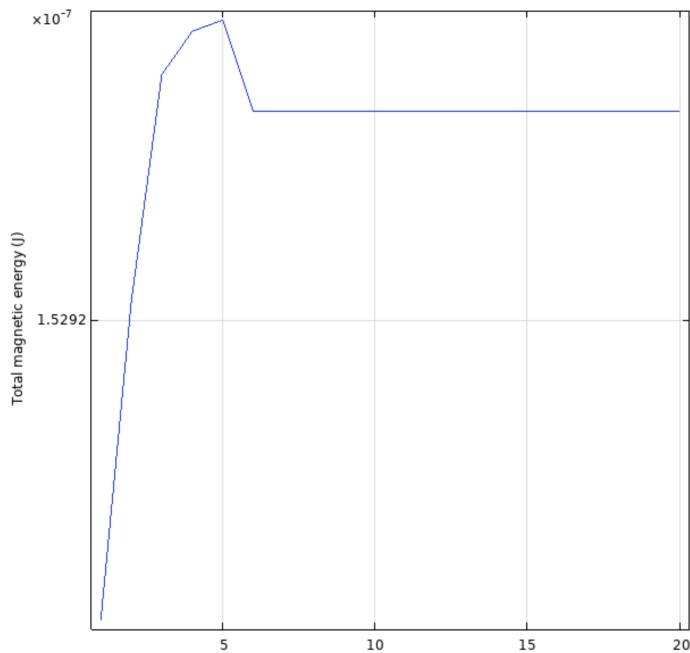


Abbildung 2: Netzstudie: Beispielnetz und Konvergenzkurve der magnetischen Energie.

---

### 4 Aufgabe 2: Magneto-quasistatische Simulation

Die Eigen- und gegenseitigen Induktivitäten der drei Leiter werden bei  $f = 50 \text{ Hz}$  bestimmt. Die elektrische Isolation wird als verlustfrei angenommen, die Leiter besitzen jedoch einen ohmschen Widerstand.

#### 4.1 Theoretische Grundlagen

Für den Strom in Leiter  $i$  ergibt sich die magnetische Energie zu

$$W_{\text{mag}} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 L_{ij} I_i I_j,$$

mit

$$L_{ii} = \text{Eigeninduktivität}, \quad L_{ij} = \text{gegenseitige Induktivität}.$$

Aus der Simulation wird das magnetische Vektorpotential  $\mathbf{A}$  berechnet. Die Induktivität ergibt sich aus

$$L_{ij} = \frac{1}{I_j^2} \int \mathbf{A}_i \cdot \mathbf{J}_j dV.$$

Der Leiterwiderstand ergibt sich über

$$R = \rho \frac{L}{A},$$

mit  $\rho$ : spezifischer Widerstand des Leitermaterials.

Hier Ergebnisse einfügen:

Parameter	Wert
$L_{11}$	...
$L_{12}$	...
$L_{13}$	...
$R_1$	...

Tabelle 1: Induktivitäten und ohmsche Widerstände.

—

## 5 Aufgabe 3: Elektrostatische Simulation – Kapazitäten

Die kapazitiven Kopplungen ergeben sich aus der Lösung des elektrostatischen Problems. Die fundamentale Gleichung lautet:

$$\nabla \cdot (\varepsilon \nabla \phi) = 0.$$

Die Ladung eines Leiters ergibt sich aus

$$Q_i = \int \mathbf{D} \cdot \mathbf{n} dA.$$

Die Kapazitätsmatrix folgt aus

$$C_{ij} = \frac{Q_i}{V_j}.$$

In COMSOL wurden die Potentialfälle jeweils so definiert, dass ein Leiter auf 1 V gesetzt wird, während alle anderen Leiter sowie die Abschirmung auf 0 V liegen. Aus den resultierenden Ladungen ergibt sich die folgende Maxwell-Kapazitätsmatrix:

Tabelle 2: Maxwell-Kapazitätsmatrix des Dreileiterkabels (in pF).

	Leiter 1	Leiter 2	Leiter 3	Schirm
Leiter 1	86.875	-46.347	-3.1250	-37.403
Leiter 2	-46.347	115.99	-44.687	-24.952
Leiter 3	-3.1250	-44.687	79.474	-31.663
Schirm	-37.403	-24.952	-31.663	94.017

Die Diagonalelemente  $C_{ii}$  beschreiben die Eigenkapazitäten der Leiter unter Berücksichtigung der Abschirmung und der gegenseitigen Kopplungen, während die Nebendiagonalelemente  $C_{ij}$  (mit  $i \neq j$ ) die kapazitive Kopplung zwischen den Leitern darstellen. Die letzte Zeile und Spalte geben die Kopplung zum Schirm wieder.

## 6 Aufgabe 4: Pi-Ersatzschaltbild

Aus allen vorher bestimmten Parametern wird das äquivalente Pi-Ersatzmodell der Dreileiterleitung aufgebaut:

- Serienparameter:  $R_i$ ,  $L_{ii}$  und induktive Kopplungen  $L_{ij}$
- Shuntparameter: Kapazitäten  $C_{ij}$  und  $C_{i\text{Schirm}}$

Diagramm hier einfügen:

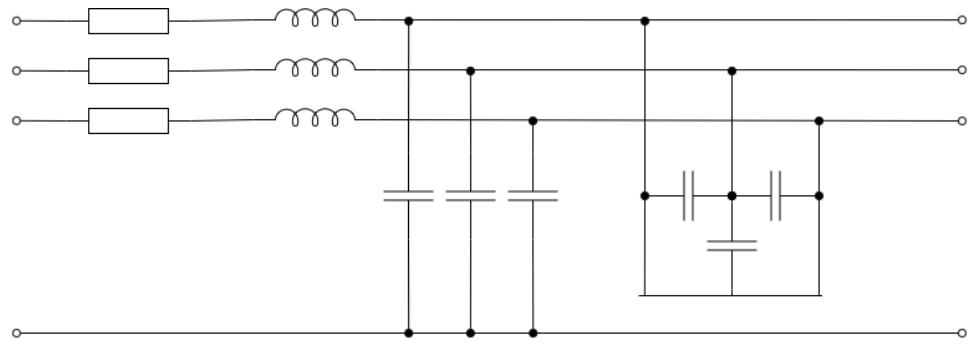


Abbildung 3: Pi-Ersatzschaltbild der Leitung.

---

## 7 Fazit

In dieser Arbeit wurden alle relevanten elektromagnetischen Parameter eines dreipoligen Kabels durch Simulation bestimmt. Die ermittelten Größen ermöglichen die vollständige Beschreibung des dynamischen Verhaltens der Leitung und bilden die Grundlage für die Weiterverwendung im Gesamtsystemmodell.