EUF

Exame Unificado das Pós-graduações em Física

Para o primeiro semestre de 2020

01 de outubro de 2019

Parte 1

Esta prova contém questões de mecânica clássica, física moderna, mecânica quântica e termodinâmica. Todas as questões têm o mesmo peso.

Informações úteis para a solução desta prova podem ser encontradas no formulário fornecido.

Boa prova!

Q1. Considere os arranjos de dois blocos de massas m_1 e m_2 ($m_1 < m_2$) ilustrados nas figuras abaixo. Os coeficientes de atrito cinético entre cada bloco e o chão são μ_1 e μ_2, respectivamente. A aceleração da gravidade é g. Na Figura 1, uma força horizontal $\vec{F} = F(x)\hat{x}$ atua no bloco m_1 e o conjunto se move sem movimento relativo entre os blocos.

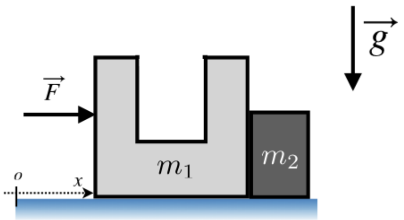


Fig. 1

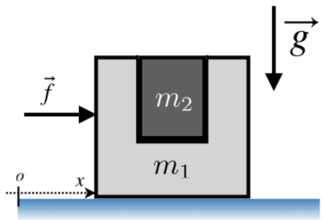
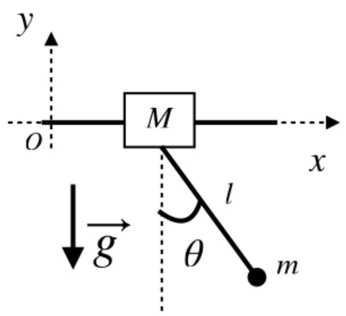


Fig. 2

(a) Indique esquematicamente todas as forças atuando em cada bloco da Figura 1.
(b) Encontre a aceleração do bloco m_1 no caso da Figura 1. Dê sua resposta final em termos de m_1, m_2, μ_1, μ_2, g e $F(x)$.
(c) Encontre a variação da energia cinética do arranjo da Figura 1 se a posição do bloco de massa m_1 variar de x_1 até x_2 ($x_2 > x_1$) e se $F(x) = \alpha x$, onde α é uma constante positiva.
(d) Considere agora que ambos os conjuntos das Figuras 1 e 2 se movam instantaneamente com a mesma velocidade v e que a potência dissipada por atrito no arranjo da Figura 2 seja o dobro da do arranjo da Figura 1. Encontre a razão μ_2/μ_1.

Q2. Um pêndulo de comprimento l e massa m está preso a um bloco de massa M. O bloco é livre para se mover sem atrito ao longo de um trilho horizontal, conforme indicado na figura. Considere a posição $y = 0$ ($\theta = \pi/2$) como o zero de energia potencial gravitacional. A aceleração da gravidade é g.



(a) Escreva a lagrangiana do sistema em termos das coordenadas generalizadas x (posição do bloco) e θ (ângulo que o pêndulo faz com a vertical) mostradas na figura. Encontre as equações de movimento.
(b) Além da energia mecânica total, existe alguma outra constante de movimento na dinâmica do sistema? Qual? Justifique.
(c) Considerando o regime de pequenas oscilações ($\theta \ll 1$), encontre o modo normal de oscilação do sistema e a sua frequência.
(d) Além do caso trivial no qual o sistema está parado ($\dot{x} = 0$, $\dot{\theta} = 0$), existe algum outro movimento possível em que o pêndulo não oscile? Qual? Justifique.

Q3. Uma batalha espacial entre duas naves de civilizações diferentes, A e B, em repouso uma em relação à outra, acaba em destruição mútua. Um observador C, em repouso em relação às duas naves e para quem a distância entre elas era L, observa a nave da civilização A explodir um tempo T antes da explosão da outra nave. Um outro observador D move-se com velocidade de magnitude u em relação ao primeiro observador, ao longo da linha que separava as duas naves.

(a) Supondo uma situação em que $L = 1.000$ km e $u = \frac{24}{25}c$, sendo c a velocidade da luz no vácuo, qual era a distância entre as naves no referencial do observador D?
(b) Em outra situação, supondo $L = 1.000$ km e $T = 1$ ms, qual deveria ser a magnitude mínima da velocidade u para que o observador D registrasse a explosão da nave da civilização B como tendo ocorrido **antes** da explosão da nave da civilização A?
(c) Considere que toda a energia de repouso da nave da civilização A tenha sido liberada na explosão e que o veículo do observador C tenha capturado toda essa energia, convertendo-a em energia cinética. Sendo iguais as massas da nave da civilização A e a do veículo de C, determine a velocidade v que o veículo atinge após absorver a energia da explosão.

Q4. Considere a dinâmica quântica unidimensional de uma partícula de massa m sujeita ao potencial

$$V(x) = \begin{cases} \quad 0, & 0 \leq x \leq a, \\ +\infty, & x < 0 \text{ e } x > a, \end{cases}$$

onde a é uma constante positiva.

(a) Escreva a equação de Schrödinger para o sistema e determine os autovalores de energia e as respectivas autofunções. Não é necessário normalizar as autofunções.

Considere agora que no instante inicial, $t = 0$, a função de onda da partícula é dada por

$$\psi(x{,}0) = \begin{cases} A\left(Bx - x^2\right), & 0 \leq x \leq a, \\ 0, & x < 0 \text{ e } x > a, \end{cases}$$

onde A e B são constantes reais.

(b) Determine o valor da constante B em termos de a de modo que $\psi(x{,}0)$ seja uma possível função de onda para a partícula.
(c) Determine a constante A em termos de a.
(d) Determine o valor esperado da energia cinética da partícula no instante inicial.

Q5. A otimização de um processo termodinâmico envolve a avaliação de duas etapas consecutivas:

(1) A compressão de n moles de um gás ideal diatômico ($\gamma = 1{,}4$ e $C_V = 5R/2$, onde $R = 8{,}31$ J/mol.K é a constante universal dos gases), inicialmente à pressão $P_0 = 1{,}01 \times 10^5$ N/m^2, temperatura $T_0 = 330$ K e volume $V_0 = 1{,}00$ l, para um volume final de 100 ml.

(2) A subsequente exaustão de uma fração do gás para que sua pressão retorne ao valor inicial P_0, porém à temperatura de 300 K.

A avaliação consiste na comparação entre os casos em que a compressão (1) é isotérmica ou adiabática. Considere, se necessário, que $10^{1{,}3} \approx 20$, $10^{1{,}4} \approx 25$ e $10^{1{,}7} \approx 50$.

(a) Para o caso isotérmico, determine a pressão logo após a compressão.
(b) Para o caso adiabático, determine a pressão logo após a compressão.
(c) Determine a fração do gás inicial que é liberada na etapa (2).
(d) Esboce as duas etapas de compressão (isotérmica e adiabática) em um diagrama P x V e determine em qual delas o trabalho realizado sobre o gás é menor.

EUF

Exame Unificado
das Pós-graduações em Física

Para o primeiro semestre de 2020

02 de outubro 2019

Parte 2

Esta prova contém questões de eletromagnetismo, física moderna, mecânica quântica e mecânica estatística. Todas as questões têm o mesmo peso.

Informações úteis para a solução desta prova podem ser encontradas no formulário fornecido.

Boa prova!

Q6. Um solenoide muito longo, de seção reta circular de raio R, com n voltas por unidade de comprimento, tem uma corrente elétrica dada por $I(t) = I_0 \sin \omega t$. Seu eixo encontra-se ao longo do eixo z de um sistema de coordenadas. Assuma o limite quase-estático ($\omega R \ll c$) e que o campo magnético **B** fora do solenoide é nulo.

(a) Calcule o vetor campo magnético **B** dentro do solenoide.
(b) Calcule o vetor campo elétrico **E** dentro do solenoide.
(c) Calcule o vetor campo elétrico **E** fora do solenoide.

Q7. Um circuito RC é composto de um resistor de resistência R ligado em série a um capacitor de capacitância C. No instante $t = 0$, uma bateria de voltagem V é conectada ao circuito. O capacitor, inicialmente descarregado, consiste em duas placas metálicas circulares de raio a separadas por uma distância d ($d \ll a$) e com vácuo entre elas. Despreze efeitos de borda no capacitor, ou seja, considere o campo elétrico uniforme entre as placas e nulo fora delas. Assuma o limite quase-estático.

(a) Calcule a capacitância C do capacitor.
(b) Calcule a corrente elétrica no circuito como função do tempo para $t > 0$.
(c) Calcule o vetor campo magnético **B** nas bordas laterais da região entre as placas do capacitor como função do tempo para $t > 0$.
(d) Calcule o vetor de Poynting e a taxa temporal de energia eletromagnética entrando na região entre as placas do capacitor enquanto ele é carregado.

Q8. A superfície do Sol está a uma temperatura aproximada de $6{,}0 \times 10^3$ K, enquanto a superfície da estrela supergigante Betelgeuse está a uma temperatura aproximada de $3{,}0 \times 10^3$ K. Suponha que ambas as estrelas irradiem como corpos negros perfeitos.

(a) A radiância espectral é definida como a energia irradiada por unidade de tempo e por unidade de área da superfície de um corpo no intervalo de comprimentos de onda entre λ e $\lambda + d\lambda$. Qual é a razão entre o comprimento de onda para o qual a radiância espectral do Sol é máxima e o comprimento de onda correspondente para Betelgeuse?
(b) Qual é a razão entre a radiância (energia total irradiada por unidade de tempo e de área da superfície) na superfície do Sol e a radiância na superfície de Betelgeuse?
(c) A potência de radiação de Betelgeuse é de cerca de $4{,}0 \times 10^4$ vezes a potência de radiação do Sol. Estime a razão entre o raio de Betelgeuse e o raio do Sol.

Q9. Considere um sistema quântico cujo espaço de Hilbert é tridimensional com uma base ortonormal dada pelos vetores $|\alpha_1\rangle$, $|\alpha_2\rangle$ e $|\alpha_3\rangle$. Nessa base (e nessa ordem), o hamiltoniano H do sistema é representado por

$$H = \hbar\omega \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \tag{1}$$

onde ω é uma constante positiva.

(a) Determine os autovalores de energia do sistema, $\epsilon_1 < \epsilon_2 < \epsilon_3$, e os seus respectivos autovetores $|\varphi_1\rangle$, $|\varphi_2\rangle$ e $|\varphi_3\rangle$.
(b) Considere que no instante inicial, $t = 0$, o estado do sistema é dado pelo vetor

$$|\psi(0)\rangle = \frac{1}{2}|\alpha_1\rangle + \frac{1}{2}|\alpha_2\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|\alpha_3\rangle.$$

Determine os valores que poderiam ser obtidos em uma medida da energia do sistema no instante inicial e suas respectivas probabilidades.
(c) Determine o estado do sistema $|\psi(t)\rangle$ no instante $t > 0$ na base $|\alpha_1\rangle$, $|\alpha_2\rangle$ e $|\alpha_3\rangle$.
(d) Considere um observável A cuja representação matricial é dada, na mesma base em que H foi escrito na Eq. (1), por

$$A = a \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

onde a é uma constante. Determine o valor esperado do observável A no **estado fundamental** do sistema.

Q10. Considere um sistema de N átomos localizados que não interagem entre si. Cada átomo pode estar em um de três estados diferentes. A energia de um dos estados é nula, enquanto os outros dois estados são degenerados, com energia Δ. O sistema está em equilíbrio térmico a uma temperatura T.

(a) Calcule a energia interna do sistema.
(b) Calcule a entropia do sistema.
(c) Obtenha a entropia nos limites $T \to 0$ e $T \to \infty$ se $\Delta > 0$.
(d) Obtenha a entropia nos limites $T \to 0$ e $T \to \infty$ se $\Delta < 0$.