

Name: _____

제시문 A

집합 $\{x \mid -\infty < x < \infty\}$ 을 \mathbb{R} 이라 표기하며 집합 $\mathbb{R} \cup \{-\infty, \infty\}$ 를 $\tilde{\mathbb{R}}$ 이라 정의 및 표기하고 이를 확장된 실수계(또는 확장된 실수 집합)라고 부른다. 또한 정의역과 치역이 $\tilde{\mathbb{R}}$ 인 임의의 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(\infty) = -\infty$ 와 같은 표기가 가능하다. 이와 반대로 실수함수의 경우는 임의의 실수함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(\infty) = -\infty$ 와 같은 표기는 불가능하다.

제시문 B

변수가 k 이고 치역이 \mathbb{R} 인 임의의 함수 C_k 에 대하여 실수함수 $f(x, n)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$f(x, n) = \sum_{k=0}^n C_k x^k$$

1. $C_k = \frac{1}{k!}$ 일 때, 함수 $y = \lim_{n \rightarrow \infty} f(x, n)$ 가 $\frac{dy}{dx} = y$ 를 만족함을 보여라.
2. 이항정리를 이용하여 $C_k = \frac{1}{k!}$ 일 때, 함수 $y = \lim_{n \rightarrow \infty} f(x, n) = e^x$ 임을 보여라.
3. $n \in \mathbb{R}$ 일 때 모든 함수 $y = f(x, n)$ 에 대하여 x 에 관한 방정식 $f(x, n) = 0$ 의 해집합을 A 이라 하자. 이 때 A 를 조건제시법으로 표기하여라.
4. 문항3에서의 집합 A 의 원소인 임의의 실수 k 에 대하여 $\frac{f'(k, n)}{\{f(k)\}^2}$ 가 수렴하는지 발산하는지를 밝혀내고 수렴한다면 수렴하는 값을 구하여라.