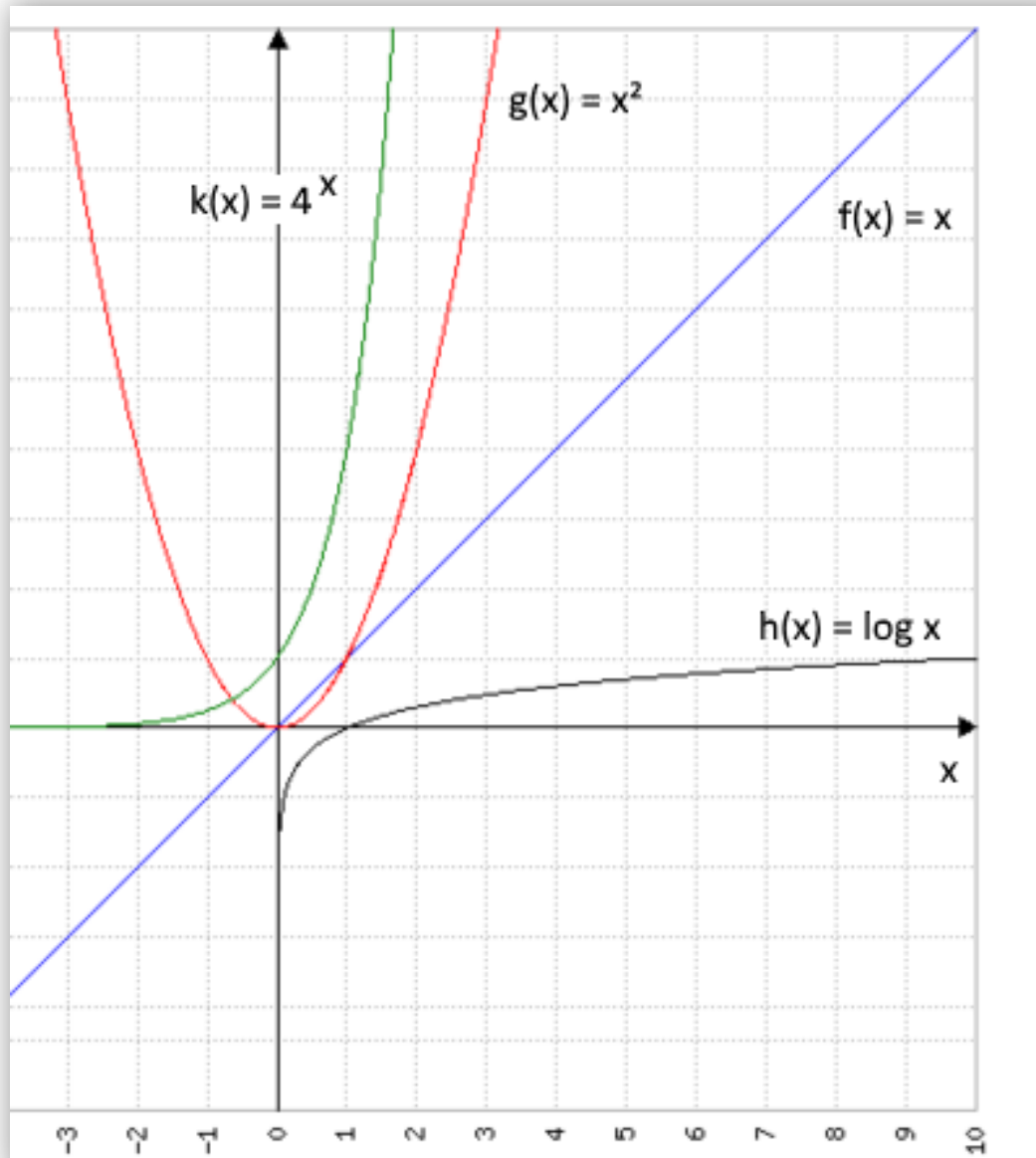


Estruturas de Dados

Conteúdo

- Ordenação.
- Algoritmos de ordenação.
- Bubble Sort.
- Selection Sort.
- Insertion Sort.
- Shell Sort.



Gráficos para comparar as funções de eficiência (complexidade) de alguns algoritmos. Utilizamos a ferramenta gratuita em: <http://www.mathe-fa.de/pt>.

Em algoritmos de ordenação, considerariamos que x (é mais comum usar n) é a quantidade de dados a serem ordenados.

Algoritmos de complexidade logarítmica são os mais rápidos. Algoritmos com complexidade exponencial são os piores.

Ordenação

- Ordenação, classificação, sorting (inglês).

Dicionário Houaiss, 2009:

- **ordenar** ato ou efeito de ordenar
- **ordenar** dispor de forma organizada; arrumar, organizar

"A classificação é geralmente entendido como sendo o processo de rearranjar um conjunto dado de objetos em uma ordem específica. O propósito de ordenação é facilitar a pesquisa posterior dos membros do conjunto classificado. "

Niklaus Wirth: Algorithms and Data Structures

São muitos os exemplos de objetos classificados: nas listas telefônicas, nos índices dos livros, nos catálogos das bibliotecas, as palavras nos dicionários, nas listas de alunos nas escolas, na agenda do celular...

Ordenação em memória interna ou externa

Ordenação em memória interna (memória primária ou principal)

- a ordenação é totalmente feita na memória primária (utilizando vetores, listas enlaçadas, árvores binárias...);
- é utilizada quando a memória do computador (RAM) é suficiente para armazenar todos os elementos a serem ordenados;
- a memória RAM é mais rápida, mas é volátil;
- os objetos poderiam ser ordenados *In Loco* ou poderia ser utilizada memória interna adicional.

Ordenação externa

- é utilizada quando os elementos não cabem na memória primária: se encontram armazenados em HDs ou outros dispositivos externos;
- HDs e dispositivos externos de armazenamento são, no estado atual da tecnologia, mais lentos que a memória interna;
- uma parte dos elementos a serem classificados poderiam ser armazenados temporariamente em memória primária e blocos seriam trocados com a memória externa (mecanismo de *swapping*).

Métodos de ordenação

Neste material estudaremos quatro algoritmos ou métodos de ordenação:

- Bubble Sort
- Selection Sort
- Insertion Sort
- Shell Sort

No próximo material estudaremos recursividade e os métodos de ordenação:

- Quick sort
- Merge Sort

Mas existem outros métodos de ordenação:

- Heap Sort
- Ordenação com árvores binárias
- Métodos híbridos



Bubble Sort

Ordenação Bubble Sort



A lógica geral deste método é a seguinte:

Ciclo externo **i**, n repetições, enquanto seja efetuada pelo menos uma troca:

Ciclo interno **j**:

- Começando sempre na posição **j**=0, comparar elementos sucessivos verificando se $\text{vet}[\mathbf{j}] > \text{vet}[\mathbf{j}+1]$. Neste caso efetuaremos a troca entre esses dois valores, de forma a "borbulhar" (empurrar) o maior valor para o final do vetor.
- Como o maior valor ficará no final do vetor, nas iterações de **j** chegaremos somente até o $(\text{tamanho do vetor} - 1) - \mathbf{i}$.

Fim do ciclo externo **i**

Ordenação Bubble Sort (método da bolha, borbulha)

0	1	2	3	4	5	6	7	8
23	17	5	90	12	44	38	84	77

↑ exchange

17	23	5	90	12	44	38	84	77
----	----	---	----	----	----	----	----	----

↑ exchange

17	5	23	90	12	44	38	84	77
----	---	----	----	----	----	----	----	----

↑ ok ↑ exchange

17	5	23	12	90	44	38	84	77
----	---	----	----	----	----	----	----	----

↑ exchange

17	5	23	12	44	90	38	84	77
----	---	----	----	----	----	----	----	----

exchange ↑

17	5	23	12	44	38	90	84	77
----	---	----	----	----	----	----	----	----

exchange ↑

17	5	23	12	44	38	84	90	77
----	---	----	----	----	----	----	----	----

exchange ↑

17	5	23	12	44	38	84	77	90
----	---	----	----	----	----	----	----	----

The largest value 90 is at the end of the list.

A figura mostra apenas a etapa inicial (ciclo externo $i=0$), começando na posição $j=0$ e chegando na penúltima posição, $j=7$. Na próxima etapa (ciclo $i=1$) começaremos na posição $j=0$, até a posição $j=6$. Depois começaremos em $j=0$ e iremos até $j=5$. **Em cada etapa** serão efetuadas comparações e trocas e **o maior valor ficará na última posição analisada**.

Ordenação Bubble Sort (método da bolha)

Ordenar alfabeticamente os trabalhadores, utilizando o *método da bolha*.

<http://www.youtube.com/watch?v=lyZQPjUT5B4> - Bubble-sort with Hungarian ("Csángó") folk dance – Sapientia University

Número	CPF	Nome	Salário	Sexo
1	123.456.789-11	Rosa Alves	R\$1.200,00	F
2	987.654.321-01	Pedro da Silva	R\$1.345,00	M
3	121.121.121-09	Ana Souza	R\$9.000,00	F
4	333.333.333-33	Luiz Peres	R\$5.500,00	M
5	111.333.111-22	Maria Luiza Cabana	R\$5.510,00	M
...
N	999.212.111-90	Sandra Rios	R\$9.000,00	F

A eficiência é de $O(n^2)$ no pior caso e na média, ou seja, a ordenação poderá ser resolvida em tempo polinomial de grau 2 (função quadrática). Não é um algoritmo tão eficiente como outros.

Ordenação Bubble Sort (método da bolha) v. 01

```
public boolean bubbleSort (double vetor []) {  
    if (vetor == null) return false;  
    for (int i = 0; i < vetor.length - 1; i++) {  
        for (int j = 0; j < vetor.length - 1 - i; j++) {  
            if (vetor[j] > vetor[j+1]) {  
                double tmp = vetor[j];  
                vetor[j] = vetor[j+1];  
                vetor[j+1] = tmp;  
            }  
        }  
    }  
    return true;  
}
```



Esta lógica de troca poderia ficar em um método separado e chamar: **troca(vetor, j, j+1);**
Veja em bubbleSort_v05.

Caso não aconteçam trocas poderíamos sair do método: veja uma solução um pouco mais eficiente em slides a seguir.

Simplificando, se analisamos a quantidade de comparações necessárias, temos:
 $n + (n-1) + (n-2) + (n-3) + \dots$
aproximadamente $n * n$
o que caracteriza este método com complexidade de **$O(n^2)$** , sendo n o tamanho do vetor (a qtde. de elementos).

Ordenação Bubble Sort (método da bolha) v. 02

```
public void bubbleSort_v02 (double vetor []) throws Exception {  
    if (vetor == null) throw new Exception();
```

```
    ...
```

```
}
```

Nesta versão do método não retornamos um valor lógico, mas lançaremos uma exceção caso encontremos algum problema. Quem chame este método poderá capturar a *exception*.

Ordenação Bubble Sort (método da bolha) v. 04

```
public boolean bubbleSort_v04 (double vetor []) {  
    if (vetor == null) return false;  
    for (int i = 0; i < vetor.length - 1; i++) {  
        int trocas = 0; //também: boolean trocou = false;  
        for (int j = 0; j < vetor.length - 1 - i; j++) {  
            if (vetor[j] > vetor[j+1]) {  
                double tmp = vetor[j];  
                vetor[j] = vetor[j+1];  
                vetor[j+1] = tmp;  
                trocas++; // trocou = true;  
            }  
        }  
        if(trocas==0)break; // if ( !trocou ) break; // comando para sair do ciclo externo  
    }  
    return true;  
}
```

A **otimização** aqui mostrada permite abandonar o ciclo externo e o método quando a lista de valores já se encontre ordenada.

Ordenação Bubble Sort (método da bolha) v. 05

```
public boolean bubbleSort_v05 (double vetor []) {  
    if (vetor == null) return false;  
    boolean trocou;    int i = 0;  
    do {  
        trocou = false;  
        for (int j = 0; j < vetor.length - 1 - i; j++) {  
            if (vetor[j] > vetor[j+1]) {  
                troca(vetor, j, j+1);  
                trocou = true;  
            }  
        }  
        i++;  
    } while (trocou);  
    return true;  
}
```

A **otimização** aqui mostrada permite abandonar o ciclo externo e o método quando a lista de valores já se encontre ordenada.

Observe que serão necessárias $n*n$ comparações, o que caracteriza o método como de **$O(n^2)$** , algoritmo com complexidade polinomial (quadrática), mais ineficiente se comparado com outros métodos.

Por exemplo, para um vetor com um único elemento fora de lugar teremos $O(2*n)$ e para uma lista completamente organizada será de $O(n)$. Para casos piores: **$O(n^2)$** .

Valores iniciais	44	55	12	42	94	18	06	67
	06	55	12	42	94	18	44	67
	06	12	55	42	94	18	44	67
							44	67
							44	67
							94	67
							94	67
							67	94
							i=6	

Selection Sort

Selection Sort (seleção)

Ordenação Selection Sort (seleção do menor valor)



A lógica geral deste método é a seguinte:

Para cada posição **i** de 0 até a penúltima posição do vetor:

Ciclo interno **j**:

- Analisar cada elemento a partir de **j = i + 1** até o final do vetor e determinar qual é o **menor** valor desse trecho à direita.
- Trocar esse **menor** valor com o elemento que se encontrava na **posição i**.

Fim do ciclo externo **i**

Ordenação Selection Sort (seleção do menor valor)

Valores iniciais	44	55	12	42	94	18	06	67
i=0	06	55	12	42	94	18	44	67
i=1	06	12	55	42	94	18	44	67
i=2	06	12	18	42	94	55	44	67
i=3	06	12	18	42	94	55	44	67
i=4	06	12	18	42	44	55	94	67
i=5	06	12	18	42	44	55	94	67
i=6	06	12	18	42	44	55	67	94
	i=0	i=1	i=2	i=3	i=4	i=5	i=6	

Para i=0, observe nos "valores iniciais" que o menor valor é 06. Será trocado com 44.

Para i=1, observe que o menor nos valores restantes é 12. Será trocado com 55.

Para i=2, observe que o menor nos valores restantes é 18. Será trocado com 55.

Para i=3, o menor valor (dos restantes) é o 42. Não precisa fazer troca.

Para i=4, observe que o menor nos valores restantes é 44. Será trocado com 94.

Para i=5, o menor valor é o 55. Não precisa fazer troca.

Para i=6, observe que o menor nos valores restantes é 67. Será trocado com 94.

Ordenação Selection Sort



Demonstração do método em:

Selection Sort | Autor: GeeksforGeeks

<https://www.youtube.com/watch?v=xWBP4IzkoyM>

Ordenação Selection Sort (seleção)

```
public boolean selectionSort (double vetor []) {  
    if (vetor == null) return false;  
    for (int i = 0; i < vetor.length - 1; i++) {  
        // Determina a posição min do menor valor encontrado entre as  
        // posições i+1 e vetor.length-1. Desta forma, estamos selecionando o menor  
        // valor, para efetuar uma troca.  
        int min = i;  
        for (int j = i+1; j < vetor.length; j++) {  
            if ( vetor[j] < vetor[min] ) min = j;  
        }  
        // troca os valores:  
        double temp = vetor[i];  
        vetor[i] = vetor[min];  
        vetor[min] = temp;  
    }  
    return true;  
}
```

Este método de ordenação também possui eficiência $O(n^2)$, porque:

$$(n-1) + (n-2) \dots + 2 + 1 \in O(n^2)$$

A eficiência é sempre de $O(n^2)$, em qualquer caso (melhor e pior), independente da ordenação inicial do vetor.

Selection Sort é, possivelmente, o método mais simples para compreender.

Vetor inicial:

9.5 6.3 1.2 78.3 0.5 4.3

i=0 9.5 6.3 1.2 78.3 0.5 4.3

i=1 6.3 9.5 1.2 78.3 0.5 4.3

Insertion Sort

0.5 4.3

0.5

78.3

i=5 0.5 1.2 4.3 6.3 9.5

i=0 i=1 i=2 i=3 i=4



Insertion Sort (inserção)

Ordenação Insertion Sort



A lógica geral deste método é a seguinte:

Para cada posição **i** de 1 até a última posição do vetor:

- Guardar o valor (item) que está na posição **i** em uma variável temporária **x**.
- Com um ciclo interno **j** começando em **i**, analisar, de direita para esquerda e, enquanto **j** > 0 e **x** for menor que o elemento na posição **j-1**: deslocar o valor (item) em **j-1** para direita, de forma a abrir um espaço para inserção.
- Colocar o valor **x** na posição de inserção **j**.

Fim do ciclo externo **i**

Ordenação Insertion Sort (inserção na posição correta)

Insertion Sort (analizando a etapa $i=3$)

inicialmente:	9.5	6.3	1.2	5.4	0.5	4.3
$i=0$	9.5	6.3	1.2	5.4	0.5	4.3
$i=1$	6.3	9.5	1.2	5.4	0.5	4.3
$i=2$	1.2	6.3	9.5	5.4	0.5	4.3
$i=3$	1.2	5.4	6.3	9.5	0.5	4.3
$i=4$	0.5	1.2	5.4	6.3	9.5	4.3
$i=5$	0.5	1.2	4.3	5.4	6.3	9.5
				$i=3$		

Ao analisar a posição (coluna) $i=3$, o valor 5.4 será armazenado na variável temporária x , os valores 6.3 e 9.5 serão movidos para a direita, encontramos que $i=1$ é a posição correta de inserção e, finalmente, o valor 5.4 será colocado onde corresponde, com o comando $a[1] = 5.4$.

O princípio do algoritmo consiste em encontrar e colocar (abrir espaço e inserir) o elemento analisado na posição correta onde ele deverá ficar, por enquanto, dentro do vetor.

Observe que, para cada posição i analisada (ciclo externo), analisaremos apenas as posições anteriores (ciclo interno j).

A parada do ciclo interno j acontecerá quando for encontrada a posição de inserção correta ou quando chegarmos no início do vetor (se $j=0$).

Em <https://www.youtube.com/watch?v=OGzPmgsl-pQ>, de GeeksforGeeks, encontraremos uma demonstração gráfica deste algoritmo.

Ordenação Insertion Sort (inserção)

```
public boolean insertionSort (double a []) {  
    if (a == null) return false;  
    int i, j; double x;  
    for ( i=1; i < a.length; i++ ) {  
        x = a[i]; j = i;  
        while ( j > 0 && x < a[j-1] ) {  
            a[j] = a[j-1]; // move para direita => abre espaço  
            j--; // para apontar ao item anterior  
        }  
        a[j] = x; // coloca x na posição definitiva  
    }  
    return true;  
}
```

Para cada posição i (ciclo externo, que começa em 1 até a última posição), analisaremos apenas as posições anteriores com o ciclo interno j .

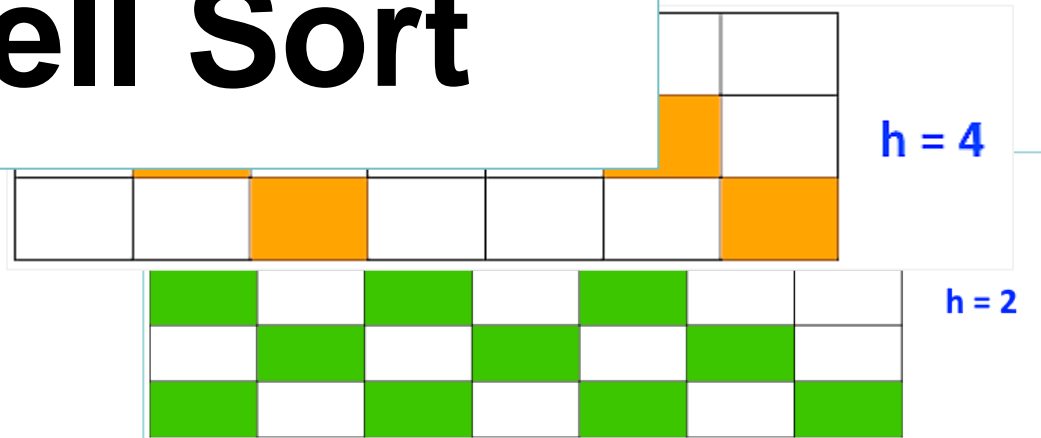
A parada do ciclo interno j acontecerá quando for encontrada a posição correta de inserção do item analisado ou quando chegarmos no início do vetor (se $j=0$).

Este método de ordenação também possui complexidade quadrática de $O(n^2)$.

É um algoritmo com uma lógica um pouco mais complexa que os anteriores.

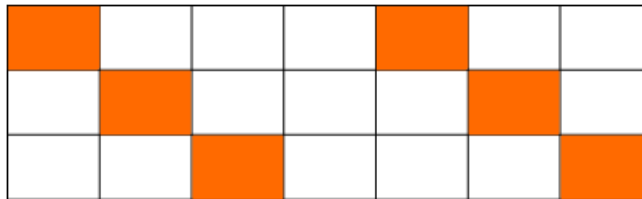
Existem algumas otimizações para este método, mas continuará sendo de $O(n^2)$ para os casos piores. Para o melhor caso (lista ordenada onde $x < a[j-1]$ falha), teremos $O(n)$.

Shell Sort

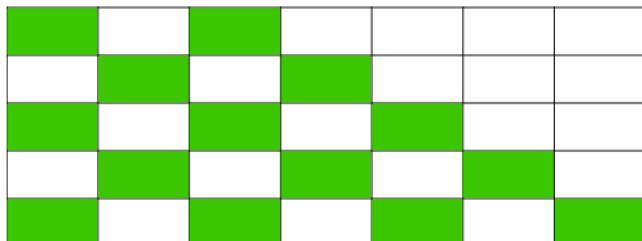


Método de ordenação Shell Sort

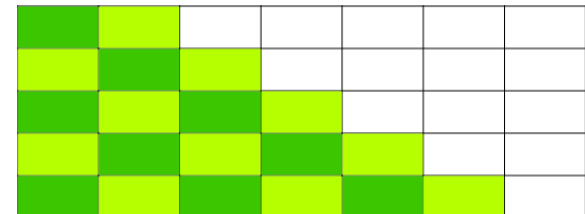
- Proposto por Donald Shell (1924-2015, EUA) em 1959.
- É uma extensão do algoritmo de ordenação por inserção. No método de inserção são comparados elementos consecutivos do vetor (adjacentes, de distância 1). No método de Shell serão comparados elementos que se encontram a uma distância h (elementos distantes), e se modificará essa distância, seguindo alguma sequência, até chegar em $h=1$ (como acontece no método de inserção).
- Existem muitos estudos sobre a seleção correta da sequência de distâncias h , o que influenciará diretamente na eficiência deste algoritmo.
- Ainda que seja difícil demonstrar sua complexidade, se afirma que este método de ordenação está na média entre $O(n^{1,5})$ e $O(n^{1,25})$, que é algo melhor que $O(n^2)$.



$h = 4$



$h = 2$



$h = 1$

(mét. inserção)

Métodos de ordenação de complexidade $O(n^2)$ estudados

O três algoritmos estudados apresentam no caso médio complexidade em tempo de **$O(n^2)$** , uma função quadrática, um polinômio simples de grau 2.

O Insertion Sort e o Bubble Sort atingem $O(n)$ em seus melhores casos (para vetores quase ordenados) e para outros casos serão de $O(n^2)$.

O método Shell Sort, variação do Insertion Sort, não incluso na tabela abaixo, pode chegar na média de $O(n^{1,25})$. Então seria o melhor dos quatro métodos estudados.

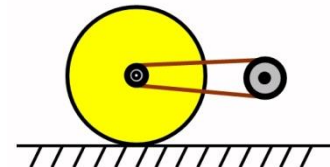
O Selection Sort é de $O(n^2)$ em qualquer situação (melhor, médio e pior caso), ou seja, independente da ordenação prévia do vetor. Talvez o Selection Sort seja o método que tem a lógica mais simples, mas é o pior quanto a desempenho.

Método de ordenação	complexidade (tempo)		
	melhor caso	médio	pior caso
Insertion Sort	$O(n)$	$O(n^2)$	$O(n^2)$
Bubble Sort	$O(n)$	$O(n^2)$	$O(n^2)$
Selection Sort	$O(n^2)$	$O(n^2)$	$O(n^2)$

Obs.: estes métodos não utilizam praticamente memória adicional, são de $O(1)$ quanto ao espaço.

Métodos de ordenação estudados – observações finais

- Os métodos que foram mostrados ordenam em ordem crescente. Para ordenar em ordem decrescente podemos alterar a comparação no comando if.
- Os métodos mostrados ordenam valores reais (vetores de tipo double). Seria simples alterar estes métodos para ordenar outros tipos de valores (vetores de valores inteiros, Strings, chars...).
- Os métodos mostrados utilizam um vetor simples. Um vetor de objetos, por exemplo, também poderia ser ordenado por qualquer atributo da classe. Analise como alterar o `double vetor[]` por um vetor de objetos.



Exercício 1 – para entregar

Utilize (adapte) os métodos de ordenação Bubble Sort e Insertion Sort para **ordenar textos**, por exemplo, para ordenar alfabeticamente um vetor com nomes de países:

```
String paises[] = {"México", "Brasil", "Cuba", "Chile", "Argentina", "Espanha"};
```

Sugestão, procure informação sobre:

compareTo

compareToIgnoreCase

[https://docs.oracle.com/javase/7/docs/api/java/lang/String.html#compareToIgnoreCase\(java.lang.String\)](https://docs.oracle.com/javase/7/docs/api/java/lang/String.html#compareToIgnoreCase(java.lang.String))

Exercício 2 – para entregar

Utilize (adapte) o método de ordenação Selection Sort para ordenar **valores inteiros**, por exemplo, para ordenar **de maior a menor** um vetor com números inteiros:

```
int numeros [] = { 4, 2, 10, 123, -3, 32, 0, 34, 12, 91, 45, 3, 21, 87, 61};
```

Bibliografia sugerida para a disciplina

BIBLIOGRAFIA BÁSICA	BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR
CORMEN, Thomas H.; LEISERSON, Charles E.; RIVEST, Ronald L.; STEIN, Clifford. Algoritmos: teoria e prática. Rio de Janeiro: Elsevier, Campus, 2002.	ASCENCIO, A. F. G.; ARAÚJO, G. S. Estruturas de Dados. São Paulo: Pearson, 2011. [eBook]
GOODRICH, Michael T.; TAMASSIA, Roberto. Estruturas de dados e algoritmos em Java. 2. ed. Porto Alegre, São Paulo: Bookman, 2002.	EDELWEISS, N.; GALANTE, T. Estruturas de Dados. Porto Alegre: Bookman, 2009. [eBook]
SZWARCFITER, Jayme Luiz. Estruturas de dados e seus algoritmos. 3. Rio de Janeiro: LTC, 2010, recurso online, ISBN 978-85-216-2995-5.	MORIN, P. Open Data Structures (in Java) Creative Commons, 2011. Disponível em http://opendatastructures.org/ods-java.pdf [eBook]
	PUGA, S.; RISSETTI, G. Estruturas de Dados com aplicações em Java, 2a ed. São Paulo: Pearson, 2008. [eBook]
	SHAFFER, C. A.; Data Structures and Algorithm Analysis. Virginia Tech, 2012. Disponível em

Sapientia University. Bubble-sort with Hungarian folk dance.

<http://www.youtube.com/watch?v=lyZQPjUT5B4>

GeeksforGeeks , Insertion Sort. <https://www.youtube.com/watch?v=OGzPmgsl-pQ>

GeeksforGeeks , Selection Sort. <https://www.youtube.com/watch?v=xWBP4IzkoyM>

Ishida, Moriteru. Algoritmos: Explicados e Animados

<https://play.google.com/store/apps/details?id=wiki.algorithm.algorithms>