

Wilrijk, 5 maart 2023

Betreft:

Examenopdracht Theorie & Praktijk van Eindige Elementen Methodes, Academiejaar 2022-2023

Docent:

Hans Vande Sande

De examenopdracht is individueel en vertegenwoordigt 8 van de 20 te verdienen punten

- Grosso modo omhelst de opdracht het **schrijven van een 1D solver** die overweg kan met een **gelijkaardige *elems* en *nodes* structuur** als eerder voorgesteld tijdens de practica's. Verder meer duidelijkheid daarover.
- **Ik vraag aan jullie om mij het resultaat van deze individuele opdracht bij voorkeur door te sturen vóór vrijdag 26 mei.** Mocht dit **praktisch niet haalbaar** zijn, bvb omwille van **eindwerkverdediging of veelvuldige andere taken**, dan mag dat voor mij, maar verwacht ik wel dat jullie mij **hiervan op de hoogte brengen vooraleer de examenperiode begint**. We zullen dan individueel afspreken welke deadline wel haalbaar is. Sowieso moet ik over alles kunnen beschikken ten laatste 48 uur voor aanvang van het mondeling examen.
- Jullie mogen mij uiteraard vragen stellen over deze opdracht, maar ik zal me in principe tot coaching beperken eerder dan mee te zoeken naar de oorzaak van fouten. Ik ben er immers van overtuigd dat **jullie dit perfect moeten aankunnen aan de hand van de opdrachten die jullie intussen gerealiseerd hebben tijdens de practica**.
- **Enkele verwachtingen naar de code toe**
 - Zorg voor een **duidelijke en logische structuur**. Maak eventueel **gebruik van functies om je code leesbaarder te maken**.
 - **Documenteer de verschillende stappen/blokken**.
 - **Schenk aandacht aan de figuren**. Geef elke as een **label**, plaats er een **titel** bij, zet er een **raster** op, gebruik eventueel een wat dikkere lijn ...

Gedetailleerde beschrijving van de individuele opdracht.

1.

Run de volgende code, maar verander mijn naam in die van jou. Je mag de lengte van je naam tot 12 karakters beperken (spaties meegerekend). Heb je een korte naam, verzin dan een paar arbitraire extra karakters tot je minstens aan 12 komt.

```
Naam = 'Hans Vande Sande';
vec = round(cumsum(cast(Naam, 'uint16'))/20+uint16([1:length(Naam)]));
fprintf('Er zijn %d opeenvolgende zones met verschillende k en q-waarden\n\n', numel(vec)-1)
for ctr = 1:numel(vec)-1
    fprintf('    Zone %2d van x = %4d [mm] tot x = %4d [mm] met k = %5.2f\n', ctr, vec(ctr), vec(ctr+1), 5+ctr^1.2);
    if ctr == 1
        fprintf(' en een zelf gekozen q1 < 0 [W/m3]\n');
    elseif ctr == ceil(numel(vec)*1/3)
        fprintf(' en een zelf gekozen q2 > 0 [W/m3]\n');
    elseif ctr == ceil(numel(vec)*2/3)
        fprintf(' en een zelf gekozen q3 < 0 [W/m3]\n');
    else
        fprintf(' en q = 0\n');
    end
end
fprintf('\nKies |q1| ~= |q2| ~= |q3|');
```

Dat geeft een output vergelijkbaar met het volgende:

Er zijn 15 opeenvolgende zones met verschillende k en q-waarden

```
Zone 1 van x = 5 [mm] tot x = 10 [mm] met k = 6.00 [W/m/K] en een zelf gekozen q1 < 0 [W/m3]
Zone 2 van x = 10 [mm] tot x = 17 [mm] met k = 7.30 [W/m/K] en q = 0
Zone 3 van x = 17 [mm] tot x = 24 [mm] met k = 8.74 [W/m/K] en q = 0
Zone 4 van x = 24 [mm] tot x = 26 [mm] met k = 10.28 [W/m/K] en q = 0
Zone 5 van x = 26 [mm] tot x = 32 [mm] met k = 11.90 [W/m/K] en q = 0
Zone 6 van x = 32 [mm] tot x = 37 [mm] met k = 13.59 [W/m/K] en een zelf gekozen q2 > 0 [W/m3]
Zone 7 van x = 37 [mm] tot x = 44 [mm] met k = 15.33 [W/m/K] en q = 0
Zone 8 van x = 44 [mm] tot x = 50 [mm] met k = 17.13 [W/m/K] en q = 0
Zone 9 van x = 50 [mm] tot x = 56 [mm] met k = 18.97 [W/m/K] en q = 0
Zone 10 van x = 56 [mm] tot x = 59 [mm] met k = 20.85 [W/m/K] en q = 0
Zone 11 van x = 59 [mm] tot x = 64 [mm] met k = 22.77 [W/m/K] en een zelf gekozen q3 < 0 [W/m3]
Zone 12 van x = 64 [mm] tot x = 70 [mm] met k = 24.73 [W/m/K] en q = 0
Zone 13 van x = 70 [mm] tot x = 76 [mm] met k = 26.71 [W/m/K] en q = 0
Zone 14 van x = 76 [mm] tot x = 82 [mm] met k = 28.73 [W/m/K] en q = 0
Zone 15 van x = 82 [mm] tot x = 88 [mm] met k = 30.78 [W/m/K] en q = 0
```

Kies |q1| ~= |q2| ~= |q3|

Uiteindelijk beschrijft dit het diffusieprobleem dat je numeriek moet oplossen. Als randvoorwaarde leg je aan de meeste rechtse knoop een natuurlijke RVW op. Aan de meest linkse knoop leg je een vaste waarde op. Je mag zelf een waarde kiezen.

In het voorbeeld hierboven gaat het over een probleem dat je met minstens 15 elementen van verschillende lengte kan beschrijven. Ik wil echter niet dat je met een dergelijke minimale beschrijving werkt. Kies voor elementen waarvan de grootte allemaal dezelfde is, maar wel allemaal een gehele deler van 1 [mm]: bvb $h = 1$ [mm], $h = 1/2$ [mm], $h = 1/3$ [mm]... De gehele deler zelf parametrizeer je, omdat je die later nog nodig hebt. De waarde van de bronnen q_1 , q_2 en q_3 mag je zelf kiezen, maar wel verschillend van elkaar in absolute waarde. Speel wat met de waarde ervan, kwestie dat de oplossing er voldoende, maar niet teveel, door beïnvloed wordt.

2.

Schrijf voor jouw probleem een stukje code waarmee je de matrices *elems* en *nodes* automatisch kan bepalen in functie van de gekozen parameter voor het deelta (zie hierboven).

- **Elemes (grootte: #elementen x 4)**
 - 1^e kolom: nummer van de linkse knoop
 - 2^e kolom: nummer van de rechtse knoop
 - 3^e kolom: k-waarde
 - 4^e kolom: q-waarde
- **Nodes (grootte: #knopen x 1)**
 - 1^e kolom: x-coördinaat van de knoop

Je kan hiervan vertrekken om een eerste versie van je code te maken. Ik wil echter ook dat je zowel *elems* als *nodes* randomiseert. Daarmee bedoel ik dat je alle knopen hernummert en alle elementen door elkaar klutst. Bedenk wel dat door deze operatie het probleem niet mag veranderen: die is namelijk onafhankelijk van de nummering. Een handig commando in *matlab* om deze operatie te realiseren is *randperm*, maar dat is geen verplichting

3.

Schrijf vervolgens een 1D solver die met bovenstaande input overweg kan. Het probleem is een diffusieprobleem. De convectieterm is nul. Alleen aan de linkse rand wordt een Dirichlet randvoorwaarde opgelegd.

4.

Los de differentiaalvergelijking analytisch op voor jouw specifiek probleem. Je mag dit op een gelijkaardige manier doen als in een van de eerste practica (maw ik hoef geen analytische uitdrukkingen te zien voor alle coëfficiënten → bepaal ze gerust op een numerieke wijze).

5.

Visualiseer de exacte oplossing en de eindige elementen oplossing op dezelfde figuur.

Visualiseer ook de gradiënt (afgeleide) van de eindige elementen oplossing op een tweede figuur.

6.

Bereken de kwadratisch gemiddelde fout tussen de exacte oplossing en de eindige elementen oplossing in een zeer groot aantal punten van het domein (bvb 10^6). Schrijf tenslotte een extra lus rond je bestaande code waardoor je voor toenemende waarde van de gehele deler (zie 1), met andere woorden voor telkens kleiner wordende elementgroottes, deze kwadratisch gemiddelde fout kan berekenen. Zet in een derde figuur die fout uit ten opzichte van de elementgrootte en toon numeriek aan dat we met een methode met ordenauwkeurigheid 2 te maken hebben.

7.

Stuur mij per e-mail het volgende door:

- Je code (scripts, functies), als attachment;
- Een kort verslag van je resultaten (word-doc of pdf). Geef zeker het volgende mee:
 - De eerste tien rijen van *elems*
 - De eerste tien getallen van *nodes*;
 - Screenshots van je drie figuren;
 - Een bespreking van hetgeen je ziet op die figuren.

Tijdens het mondeling examen, zal ik dit verslag samen met u doornemen, kwestie dat je nog iets kan bijleren.

Je mag, zonder enige verplichting, gerust ook feedback meegeven in deze mail, over de cursus, de practica, de opdrachten ... Positieve commentaar is altijd fijn om krijgen, maar wees vooral ook niet bevreesd om mogelijke verbeterpunten aan te halen. Dat laatste klinkt misschien wat vreemd in een academische context, want het komt feitelijk neer op het rechtstreeks bekritisieren van je docent. In de bedrijfswereld is zoiets echter de normaalste zaak van de wereld. Het is gewoon een kwestie van de feedback constructief te geven, met als enige doel het bijsturen van de cursus voor jullie opvolgers. Deze feedback, welke vorm dan ook, zal geen enkele impact hebben op jullie resultaat.

Veel succes met de opdracht.

Hans Vande Sande