Solution dans la page 74

Exercice n°34 :

Une entreprise de e-commerce utilise un modèle d'IA pour prédire le temps moyen que les utilisateurs passent sur leur site web. Le modèle a été entraîné sur des données historiques, et l'entreprise affirme que le temps moyen passé sur le site est de 5 minutes.
Pour vérifier cette affirmation, vous collectez un échantillon aléatoire de 100 sessions utilisateur. Voici un résumé des données collectées :

- Somme des temps de session : $\sum_{i=1}^{100} x_i = 520$ minutes
- Somme des carrés des temps de session : $\sum_{i=1}^{100} x_i^2 = 2912$ minutes^2

On suppose que le temps passé sur le site suit une distribution normale.

1. Estimez la moyenne μ et l'écart-type σ du temps passé sur le site.
2. Construisez un intervalle de confiance à 95% pour la moyenne μ.
3. Effectuez un test d'hypothèse pour déterminer si le temps moyen passé sur le site est significativement différent de 5 minutes. Utilisez un niveau de signification $\alpha = 0.05$.

Utilisez les informations suivantes :

- Pour un niveau de confiance de 95%, $z_{0.025} = 1.96$
- Pour $\alpha = 0.05$ (test bilatéral), $z_{\alpha/2} = 1.96$

Solution dans la page 76

Exercice n°35 :

Un modèle d'IA est utilisé pour prédire la durée de vie (en années) des composants électroniques d'un robot. On suppose que la durée de vie suit une distribution exponentielle de paramètre λ, dont la fonction de densité est donnée par :

$$f(x;\lambda) = \lambda e^{-\lambda x}, \quad x \geq 0, \lambda > 0$$

On a observé les durées de vie suivantes pour 10 composants (en années) :

$$2.1, 3.5, 1.8, 4.2, 2.7, 3.9, 1.5, 5.1, 2.3, 3.2$$

1. Écrivez la fonction de vraisemblance pour cet échantillon.
2. Trouvez l'estimateur du maximum de vraisemblance pour λ.
3. Calculez la valeur estimée de λ pour l'échantillon donné.
4. Estimez la durée de vie moyenne des composants.
5. Calculez l'intervalle de confiance à 95% pour λ en utilisant l'information de Fisher.

Informations utiles :

- Pour la distribution exponentielle, $E[X] = \frac{1}{\lambda}$ et $Var(X) = \frac{1}{\lambda^2}$
- L'information de Fisher pour la distribution exponentielle est $I(\lambda) = \frac{n}{\lambda^2}$
- Pour un niveau de confiance de 95%, utilisez $z_{0.025} = 1.96$