Devoir Libre 4

Exercice 1 :(4 pt) On considère le polynôme

$$P(x) = x^3 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x - 1$$

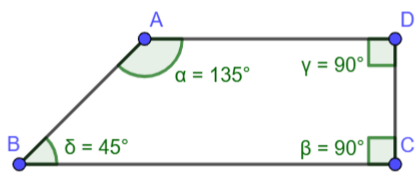
1. Montrer que -1 est une racine de $P(x)$. (0.5 pt)
2. Déterminer le polynôme $Q(x)$ tel que $P(x) = (x+1)Q(x)$. (1 pt)
3. Montrer que $Q(x)$ est divisible par $(x-2)$. (0.75 pt)
4. Factoriser le polynôme $Q(x)$. (1 pt)
5. Donner une factorisation de $P(x)$ en produit de trois binômes. (0.75 pt)

Exercice 2 :(6 pt)

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations :
   $(E_1)\ :\ 3x^2 - x - 1 = 0\ ;\ (E_2)\ :\ -x^2 - \frac{\sqrt{2}}{2}x - 1 = 0$ et $(E_3)\ :\ x^2 - \sqrt{3}x + \frac{3}{4} = 0$ (3 pt)
2. (a) Montrer que $(1+\sqrt{2})^2 = 3 + 2\sqrt{2}$. (0.25 pt)
   (b) Factoriser le trinôme : $x^2 - (\sqrt{2}-1)x - \sqrt{2}$. (0.75 pt)
3. Étudier le signe de $\dfrac{x^2 - 6x + 9}{3x^2 + 10x - 8}$. (2 pt)

Exercice 3 :(10 pt)

1. Convertir en radian les mesures suivantes : $10°$; $25°$ et $300°$.(0.75 pt)
2. Soit $x \in \mathbb{R}$ tel que $\cos(x) \neq 0$.
   (a) Montrer que : $\sin^2(x) = \dfrac{\tan^2(x)}{1+\tan^2(x)}$. (1 pt)
   (b) En déduire les valeurs de $\sin(x)$ et $\cos(x)$ sachant que $\tan(x) = \sqrt{2}$ et $x \in \left]-\pi ; -\frac{\pi}{2}\right[$. (2 pt)
3. On considère la figure ci-contre,



   Donner la mesure principale de chacun des angles orientés suivants:(0.5 pt + 0.75 pt + 0.75 pt + 0.75 pt)
   $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}\right)$; $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CB}\right)$; $\left(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB}\right)$; $\left(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{DC}\right)$
4. Simplifier les expression suivantes : (0.75 pt + 0.75 pt + 1 pt + 1 pt)

$$A = \sin(\pi + x) + \cos(3\pi - x) - \sin(x - 2\pi) + \cos(x + 9\pi)$$
$$B = \sin(x + 3\pi) + \sin(x + 12\pi) + \sin(x - \pi) + \sin(3\pi - x)$$
$$C = \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \sin(\pi + x) + \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \sin(2\pi + x)$$
$$D = \cos\left(x + \frac{5\pi}{2}\right) + \cos\left(x - \frac{7\pi}{2}\right)$$