

## L'ordre dans $\mathbb{R}$

**Exercice 1** : Comparer les nombres réels  $a$  et  $b$  dans les cas suivants :

1.  $a = \frac{496}{55}$  ;  $b = 9$
2.  $a = \frac{386}{35}$  ;  $b = 11$
3.  $a = 2\sqrt{3}$  ;  $b = 3\sqrt{5}$
4.  $a = 5 + \sqrt{2}$  ;  $b = \sqrt{25 + 10\sqrt{2}}$
5.  $a = \sqrt{11}$  ;  $b = \sqrt{5 + \sqrt{6}}$
6.  $a = 2\sqrt{5} - 3\sqrt{2}$  ;  $b = \sqrt{39 - 12\sqrt{10}}$
7.  $a = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}} + 1$  ;  $b = \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$
8.  $a = x\sqrt{x+1}$  ;  $b = (x+1)\sqrt{x}$   $x > 0$
9.  $a = (x+y)^2$  ;  $b = 4xy$  ( $x, y \in \mathbb{R}$ )

**Exercice 2** :

1. Écrire sans symbole de la valeur absolue les nombres suivants :

$$|3-2\sqrt{3}|, \quad |2\sqrt{3}-3\sqrt{2}|, \quad |\sqrt{2}-2|, \quad \sqrt{(5-2\sqrt{2})^2}$$

2. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  :

$$|4x-5|=1, \quad |3x+7|\leq 2, \quad |4x-9|>1, \quad |3x+7|=2$$

$$|2x+1|=|x+5|, \quad |x-7|=0, \quad |x+5|<4.$$

**Exercice 3** : Soit  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  tels que  $x \geq \frac{1}{2}$ ,  $y \leq 1$ , et  $x - y = 3$ .

1. Simplifier le nombre  $E$  tel que :

$$E = \sqrt{(2x-1)^2} + \sqrt{(2y-2)^2}.$$

2. Vérifier que  $\frac{1}{2} \leq x \leq 4$  et  $\frac{-5}{2} \leq y \leq 1$ .

3. Calculer la valeur de  $F$  tel que :

$$F = |x+y-5| + |x+y+2|.$$

**Exercice 4** :

1. Écrire sous forme d'un intervalle les ensembles suivants :  
 $x \leq -3$  ;  $x \geq -1$  ;  $x \leq \sqrt{2}$  ;  $x > -5$  ;  $-4 \leq x < 6$
2. Écrire si possible sous forme d'un intervalle les ensembles suivants :  
 (a)  $[-3;3] \cap ]0;5[$  et  $[-3;3] \cup ]0;5[$   
 (b)  $[0;5] \cap ]4;+\infty[$  et  $[0;5] \cup ]4;+\infty[$   
 (c)  $] -\infty;1] \cap [-3;3[$  et  $] -\infty;1] \cup [-3;3[$

**Exercice 5** :

1. Soit  $a$  et  $b$  deux réels tels que  
 $3 \leq a \leq 4$  et  $2 \leq b \leq 7$   
 Donner l'encadrement de  $a+b$ ,  $a-b$ ,  $a \times b$ , et  $\frac{a}{b}$ .
2. Soit  $a$  et  $b$  deux réels tels que  
 $-3 \leq a \leq 4$  et  $2 \leq b \leq 7$   
 Donner l'encadrement de  $a+b$ ,  $a-b$ ,  $a \times b$ , et  $\frac{a}{b}$ .
3. Soit  $x$  et  $y$  deux réels tels que  
 $2 \leq x \leq 5$  et  $-4 \leq y \leq 1$   
 Donner un encadrement de  $-x+2y$ ,  $xy-4$ ,  $\frac{x}{y+5}$ ,  $\frac{x+y+3}{x-y}$ .

**Exercice 6** : Montrer, dans chaque cas, que  $A$  est une valeur approchée du nombre  $x$  à  $r$  près :

1.  $x = \frac{7}{6}$  ;  $A = 1,1666$  ;  $r = 10^{-4}$
2.  $x = \frac{1}{3}$  ;  $A = 0,4$  ;  $r = 8 \times 10^{-2}$

**Exercice 7** : Soit  $a$  une approximation de  $\frac{1}{2}$  à la précision  $\frac{1}{12}$  près.

1. Montrer que  $\frac{5}{12} < a < \frac{7}{12}$ .
2. Encadrer le nombre  $\frac{a}{3a-1}$ .
3. En déduire que  $\frac{13}{9}$  est une approximation de  $\frac{a}{3a-1}$  à la précision  $\frac{8}{9}$  près.