

Devoir Surveillé 2 Version A

Exercice 1 : (9 pt)

- Compléter avec l'un des symboles \in ou \notin : $\frac{9}{3} \dots \mathbb{N}$; $\frac{20}{9} \dots \mathbb{Q}$; $\frac{5}{2} \dots \mathbb{Z}$; $\frac{51}{10^{10}} \dots \mathbb{D}$. (1 pt)
- Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous forme de fraction irréductible : (1 pt + 1.5 pt)

$$A = \frac{4}{3} - \frac{11}{6} - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{4}{3} \right) ; \quad B = \frac{1 - \frac{4}{5} + \frac{5}{6}}{1 + \frac{4}{5} - \frac{5}{6}}$$

- Calculer le nombre réel x sachant que : (2 pt)

$$-1 + \frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{3}{5} - \frac{2}{x} = 0$$

- Donner l'écriture scientifique des nombres suivants : (1 pt)

$$A = 1203 \times 10^{-3} \times 0,0001$$

- Développer et simplifier : (1 pt)

$$A = (x+2)^3 - (1-2x)^3 - \left(\frac{1}{2}x - 2 \right)^2$$

- Développer : $B = (2x+1)(4x^2 - 2x + 1)$ (0.5 pt)
 - Déduire une factorisation de l'expression $C = 8x^3 + 1 + (2x+1)(-2x^2 + 1)$ (1 pt)

Exercice 2 : (3 pt)

- Résoudre dans \mathbb{R} : (0.25 pt + 0.25 pt + 0.75 pt + 0.75 pt)

$$(E_1) : |-2x+1| = 3 \quad ; \quad (E_2) : |x+1| = -1 \quad ; \quad (I_1) : |3x-1| \leq 2 \quad ; \quad (I_2) : |3x-1| \geq 2$$

- Écrire sous forme d'un intervalle les ensembles suivants : (0.25 pt + 0.25 pt + 0.25 pt + 0.25 pt)

$$x \leq \frac{1}{2} \quad ; \quad -2 \leq x \leq \sqrt{2} \quad ; \quad [-3; +\infty[\cap]-\infty; 0[\quad ; \quad \left[\frac{-5}{3}; +\infty[\cap [0; +\infty[$$

Exercice 3 : (4 pt)

Soit x et y deux réels tels que $1 \leq x \leq \frac{3}{2}$ et $-1 \leq y \leq 2$.

Donner un encadrement de : $x+y$; $2x-y$; xy ; $x^2+y^2 - \frac{5}{2}$ (0.25 pt + 0.75 pt + 1 pt + 2 pt)

Exercice 4 : (4 pt)

- Soit $a, b \in \mathbb{R}_+^*$ tel que $\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{b}{a}} = \sqrt{2}$

(a) Montrer que : $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 4$. (1pt)

(b) Calculer $\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2}$ et $\frac{a^3}{b^3} + \frac{b^3}{a^3}$. (1pt + 2pt)

Devoir Surveillé 2 Version B

Exercice 1 : (9 pt)

1. Compléter avec l'un des symboles \in ou \notin : $\frac{8}{4} \dots \mathbb{N}$; $\frac{15}{4} \dots \mathbb{Q}$; $\frac{50}{2} \dots \mathbb{Z}$; $\frac{5}{10^2} \dots \mathbb{D}$. (1 pt)
2. Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous forme de fraction irréductible : (1 pt + 1.5 pt)

$$A = \frac{4}{3} - \frac{11}{6} - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{4}{3} \right) ; \quad B = \frac{1 - \frac{5}{6} + \frac{6}{7}}{1 + \frac{5}{6} - \frac{7}{6}}$$

3. Calculer le nombre réel x sachant que : (2 pt)

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{3}{5} + \frac{2}{x} = 0$$

4. Donner l'écriture scientifique des nombres suivants : (1 pt)

$$A = 2001 \times 10^{-3} \times 0,0001$$

5. Développer et simplifier : (1 pt)

$$A = (x-2)^3 - (1+2x)^3 - \left(\frac{1}{2}x - 2 \right)^2$$

6. (a) Développer : $B = (2x-1)(4x^2+2x+1)$ (0.5 pt)
(b) Dédire une factorisation de l'expression $C = 8x^3 - 1 + (2x-1)(-2x^2+1)$ (1 pt)

Exercice 2 : (3 pt)

1. Résoudre dans \mathbb{R} : (0.25 pt + 0.25 pt + 0.75 pt + 0.75 pt)

$$(E_1) : |-4x+1| = 3 \quad ; \quad (E_2) : |x+1| = -1 \quad ; \quad (I_1) : |7x-8| \leq 6 \quad ; \quad (I_2) : |7x-8| \geq 6$$

2. Écrire sous forme d'un intervalle les ensembles suivants : (0.25 pt + 0.25 pt + 0.25 pt + 0.25 pt)

$$x \geq \frac{2}{5} \quad ; \quad 0 \leq x \leq \sqrt{5} \quad ; \quad [-3; +\infty[\cap]-\infty; 0[\quad ; \quad \left[\frac{-5}{3}; +\infty[\cap [0; +\infty[$$

Exercice 3 : (4 pt)

Soit x et y deux réels tels que $\frac{1}{2} \leq x \leq 3$ et $-2 \leq y \leq 1$.

Donner un encadrement de : $x+y$; $2x-y$; xy ; $x^2+y^2-\frac{5}{2}$ (0.25 pt + 0.75 pt + 1 pt + 2 pt)

Exercice 4 : (4 pt)

1. Soit $a, b \in \mathbb{R}_+^*$ tel que $\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{b}{a}} = \sqrt{3}$

(a) Montrer que : $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 5$. (1pt)

(b) Calculer $\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2}$ et $\frac{a^3}{b^3} + \frac{b^3}{a^3}$. (1pt + 2pt)