Lycée Qualifiant Zitoun

Année scolaire : 2024-2025

Niveau : Tronc commun scientifique

Durée totale : ***5h***

✍ Contenus du programme :

- La projection sur une droite, la projection orthogonale, la projection sur un axe.
- Théorème de Thalés : sens direct et sens réciproque.
- Conservation du coefficient de colinéarité de deux vecteurs.

✍ Les capacités attendues :

- Traduire vectoriellement le théorème de Thalés.

✍ Recommandations pédagogiques :

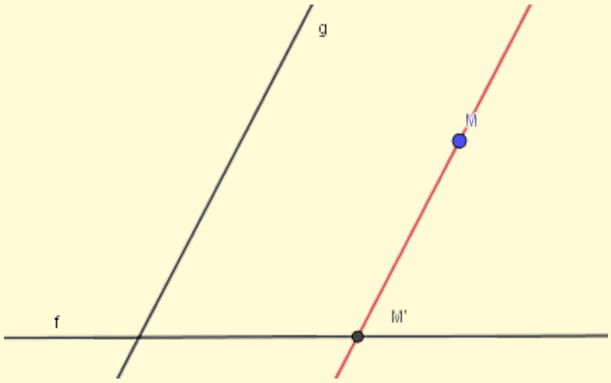
- On évitera toute construction théorique de la notion de projection.
- On rappellera le théorème de Thalés (sens directe et sens réciproque) puis on introuira, à partir d'activités, la propriété de la conservation du coefficient de colinéarité de deux vecteurs par la projection.

Contenu du cours	Durée

1. Projection sur une droite :

Définition 1

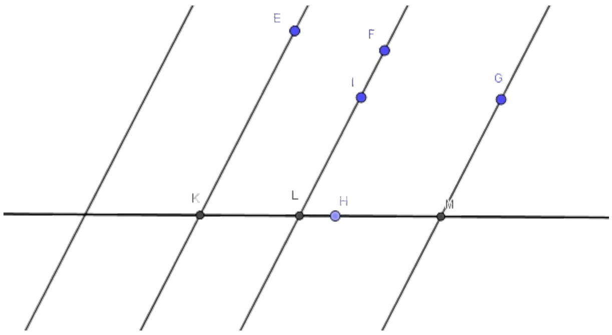
Soient (D) et (Δ) deux droites sécantes du plan $\mathcal{P}$. Soit M un point de $\mathcal{P}$.



La droite parallèle à (Δ) et issue de M coupe la droite (D) en un point M'.
Le point M' est appelé projeté du point M sur la droite (D) parallèlement à la droite (Δ). On écrit : $p(M) = M'$.
p est appelée projection sur (D) parallèlement à (Δ).

Exemple 1

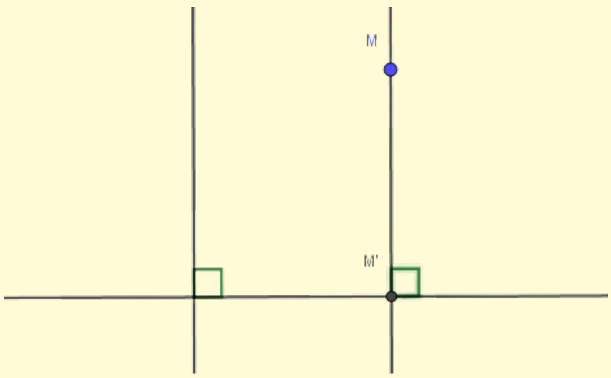
On considère la figure suivante :



2. Projection orthogonale :

Définition 2

Soient (D) et (Δ) deux droites perpondiculaires du plan $\mathcal{P}$.
Le point M', projeté de M sur (D) parallèlement à (Δ), est appelé projetè orthogonal du point M sur la droite (D).



Proposition 1

Soient (D) et (Δ) deux droites sécantes du plan.
Le projeté de tout point de la droite (D) est lui-même, par la projection sur (D) parallèlement à (Δ).

3. Théorème de Thalès :

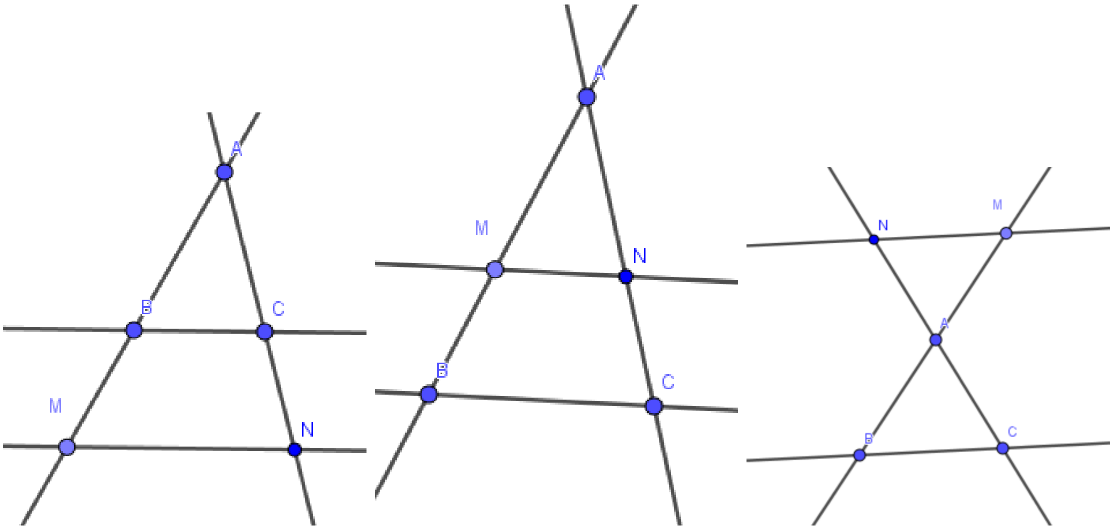
Proposition 2

Soient (D_1) et (D_2) deux droites sécantes en un point A.
Soient M et B deux points de la droite (D_1), distincts de A.
Soient N et C deux points de la droite (D_2), distincts de A.
Si les deux droites (MN) et (BC) sont parallèles, alors : $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{MN}{BC}$

Remarque : Le thoérème de Thalès est utilisé pour calculer des longueurs.

Exemple 2

Dans les trois cas suivants, on a : $\begin{cases} A,\ M,\ B \text{ sont alignés} \\ A,\ N,\ C \text{ sont alignés} \\ (MN)//(BC) \end{cases}$



On en déduit : $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{MN}{BC}$

Application 1

Soit ABC un triangle. Les droites (IJ) et (BC) sont parallèles telles que : $AI = 13$, $AJ = 5$, $AC = 39$ et $AB = x$. Déterminer la valeur du réel x.

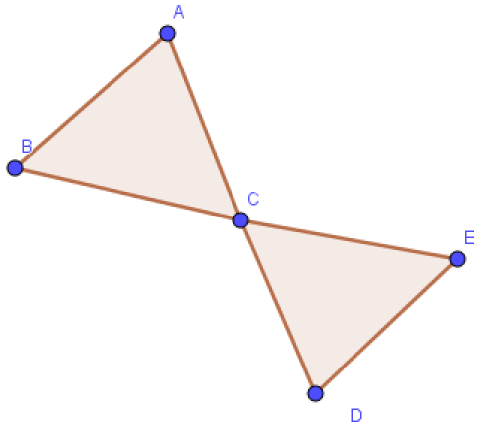
4. Réciproque du théorème de Thalès :

Proposition 3

Soient (D_1) et (D_2) deux droites sécantes en un point A.
Soient M et B deux points de la droite (D_1), distincts de A.
Soient N et C deux points de la droite (D_2), distincts de A.
Si $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC}$ et si les points A, B, M et les points A, C, N sont dans le même ordre, alors les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

Application 2

On considére la figure ci-contre tel que : $\begin{cases} AB = 45 \\ AC = 30 \\ AD = 33 \\ AE = 22 \end{cases}$

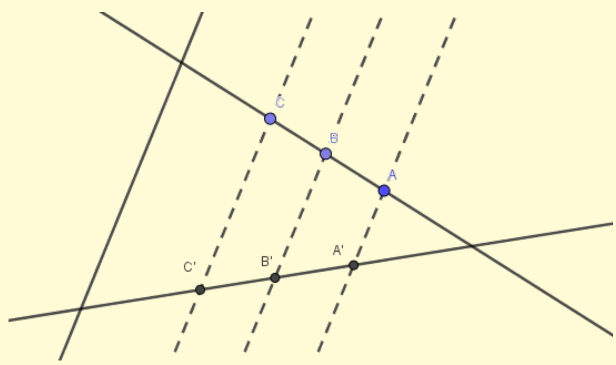


Montrer que : $(BC)//(DE)$.

5. Théorème de Thalès par la projection :

Proposition 4

Soient (D) et (L) deux droites.
Soit (Δ) une droite non parallèle à (D) et non parallèle à (L).
Soient A, B, C des points de (L) tels que A et B soient distincts.
Si A', B', C' sont les projetés respectifs de A, B, C sur (D) parallèlement à (Δ) alors : $\dfrac{AC}{AB} = \dfrac{A'C'}{A'B'}$.



6. Conservation du coefficient de colinéarité de deux vecteurs :

Proposition 5

Soient (Δ) et (Δ') deux droites sécantes.
Soient $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ deux vecteurs colinéaires tels que $\overrightarrow{CD} = k\overrightarrow{AB}$.
Si A', B', C', D' sont les projetés respectifs des points $A,\ B,\ C$ et D sur (Δ') parallèlement à la droite (Δ), alors $\overrightarrow{C'D'} = k\overrightarrow{A'B'}$.

Remarque :
On exprime cette propriété en disant que la projection conserve le coefficient decolinéarité de deux vecteurs.

Application 3

Soit ABC un triangle, M et N les points définis par :

$$3\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AN} + 2\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{0}$$

Soient M' et N' les projetés respectifs de M et N sur la droite (AC) parallèlement à la droite (BC).
Montrer que : $\overrightarrow{MM'} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{NN'} = -2\overrightarrow{BC}$