

Équations, inéquations et systèmes

Exercice 1 :

1. Dresser le tableau de signe de :

$$-4x + 8, 2x - 3, (5x - 2)(3x + 1) \text{ et } \frac{-4x + 8}{6x + 2}$$

2. Résoudre dans \mathbb{R}^2 les systèmes suivants :

$$\begin{cases} 5x - 2y = 4 \\ -3x + 4y = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} 10x + y = 7 \\ 100x + y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 4y = 1 \\ x - 2y = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x - 2y = 6 \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 0 \end{cases}$$

Exercice 2 : Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

1. $2x^2 + x - 1 = 0$
2. $x^2 - 8x + 16 = 0$
3. $-2x^2 + 2\sqrt{2}x - 1 = 0$
4. $x^2 - 2x - 3 = 0$
5. $x^4 - 4\sqrt{2}x^2 + 6 = 0$
6. $3x^4 - 4\sqrt{3}x^2 + 4 = 0$
7. $-3x^2 + 5x - 4 = 0$

Exercice 3 : Factoriser si c'est possible les trinômes suivants :

1. $P_1(x) = 2x^2 + 3x - 2$
2. $P_2(x) = -3x^2 + 7x - 2$
3. $P_3(x) = 25x^2 - 10x + 1$
4. $P_4(x) = 3x^2 + 6\sqrt{3}x + 9$
5. $P_5(x) = -3x^4 + x^2 - 2$
6. $P_6(x) = -3x^2 + x - 2$

Exercice 4 : Étudier le signe du trinôme $P(x)$:

1. $P(x) = x^2 - 7x + 12$
2. $P(x) = -x^2 + 6x - 9$
3. $P(x) = -x^2 + 2x - 3$
4. $P(x) = 7x^2 + 12x + 5$
5. $P(x) = x^2 + x + 1$

Exercice 5 : Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations :

1. $x^2 - 5x + 6 \geq 0$
2. $x^2 - 8x + 5 < 0$
3. $49x^2 - 70x + 25 > 0$
4. $-x^2 + x + 3 < 0$
5. $-9x^2 + 6\sqrt{2}x - 2 > 0$
6. $\frac{x^2 - 6x + 9}{3x^2 + 10x - 8} \geq 0$
7. $\frac{x^2 - 8x + 9}{x^2 - 4x} < 0$
8. $\frac{x^2 - 8}{x^2 + 12x - 13} \geq 0$
9. $-\frac{2x^2 + x + 1}{x^2 - 4x - 5} \geq 0$

Exercice 6 : On considère l'équation

$$(E) : -2x^2 + \sqrt{2}x + 2 = 0$$

1. Montrer que l'équation (E) admet deux solutions distinctes α et β (sans les calculer).
2. Calculer $\alpha + \beta$, $\alpha \times \beta$, $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$, $\alpha^2\beta + \alpha\beta^2$, $\alpha^2 + \beta^2$, $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$ et $\alpha^3 + \beta^3$.