Devoir Libre 1

Exercice 1 :(4.5 pt)

1. Soit n un entier naturel. Étudier la parité des nombres suivants : (1.5 pt)

$$A = 16n + 4 \quad ; \quad B = 4n^2 + 8n + 1 \quad ; \quad C = (4n + 9)(6n + 11).$$

2. Déterminer les nombres premiers parmi les nombres suivants :(1 pt)

$$543 \quad ; \quad 111 \quad ; \quad 2 \quad ; \quad 10095$$

3. Déterminer tous les diviseurs de 210 et 315 et déduire $210 \wedge 315$. (1 pt)
4. Déterminer $35 \vee 210$. (1 pt)

Exercice 2 :(4 pt)

Soient a et b deux entiers naturels tel que : $a = 1200$ et $b = 5292$.

1. Décomposer a et b en produit des facteurs premiers. (2 pt)
2. En déduire $a \wedge b$ et $a \vee b$. (1 pt)
3. Simplifier $\dfrac{a}{b}$ et $\sqrt{a \times b}$. (2 pt)

Exercice 3 :(5 pt)

Soit ABC un triangle, E, J et P les points tels que : $\overrightarrow{AE} = \dfrac{3}{2}\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{AP} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$.

1. Montrer que $\overrightarrow{CP} = 2\overrightarrow{CB}$. (0.75 pt)
2. Construire une figure convenable. (1 pt)
3. Montrer que $\overrightarrow{EF} = -\dfrac{3}{2}\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{PF} = -2\overrightarrow{AB} + 4\overrightarrow{AC}$. (1 pt)
4. En déduire que $2\overrightarrow{EF} = \dfrac{3}{2}\overrightarrow{PF}$. (0.25 pt)
5. En déduire que les points E, F et P sont alignés. (0.5 pt)
6. Soit I le milieu du segment $[AB]$, montrer que $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{CI}$ sont colinéares. (1.5 pt)

Exercice 4 :(3 pt)

Soit ABC un triangle, et M un point du plan tel que : $\overrightarrow{AM} = \dfrac{4}{5}\overrightarrow{AC}$ et M' le projeté de M sur (AB) parallèlement à (BC).

1. Construire une figure convenable. (0.75 pt)
2. Montrer que : $\overrightarrow{AM'} = \dfrac{4}{5}\overrightarrow{AB}$ (1.25 pt)
3. Montrer par le théorème de Thalés réciproque que : $(MM')//(BC)$. (1 pt)

Exercice 5 :(3.5 pt)

1. Montrer que $A = 2^{120} - 1$ n'est pas premier. (1.5 pt)
2. Montrer que $B = (99^{99} - 1)^2 + 2 \times 99^{99} - 1$ n'est pas premier. (2 pt)