Lycée Qualifiant Zitoun

Année scolaire : 2024-2025

Niveau : Tronc commun scientifiques

Durée totale : **5h**

Etapes	Contenu du cour	Durée

1. Les fractions :

1.1. Somme de deux fractions :

Règle 1

Pour additioner deux nombres rationnels de même dénominateur, on addition les numérateurs entre eux et on garde le dénominateur commun.

Autrement dit : $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{b}$ sont deux nombres rationnels : $\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b}$

Exemple 1

1. $A=\frac{1}{3}+\frac{2}{3}$
2. $B=\frac{-1}{5}+\frac{3}{5}$

Règle 2

Pour additionner deux nombres rationnels de dénominateur différents, on commence par les écrire avec le même dénominateur et on applique la régle précédente.

Autrement dit : $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ sont deux nombres rationnels : $\begin{cases} \frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad}{bd}+\frac{bc}{bd} \\ \frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd} \end{cases}$

Exemple 2

1. $A=\frac{-4}{7}+\frac{2}{3}$
2. $B=\frac{4}{5}+\frac{1}{4}$

1.2. Soustraction de deux fractions :

Règle 3

$\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ sont deux nombres rationnels, alors :

$$\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a}{b}+\frac{(-c)}{d}$$

Exemple 3

1. $A=\frac{7}{3}-\frac{4}{3}$
2. $B=\frac{-3}{4}-\frac{7}{5}$

1.3. Produit de deux fractions :

Règle 4

$\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ sont deux nombres rationnels, alors :

$$\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$$

1.3. Division de deux fractions :

Règle 5

$\dfrac{a}{b}$ et $\dfrac{c}{d}$ sont deux nombres rationnels, alors :

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

Exemple 4

1. $A = \dfrac{5}{3} \times \dfrac{4}{5}$
2. $B = \dfrac{-3}{4} \times \dfrac{7}{5}$
3. $C = \dfrac{4}{9} \div \dfrac{2}{3}$
4. $D = \dfrac{1}{5} \div \dfrac{20}{7}$

2. Puissances :

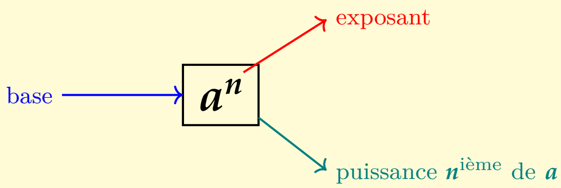
2.2. Puissance d'un réel :

Définition 1

Soit a un nombre réel non nul et n un entier non nul :

- $a^n = \underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ facteurs de } a}$ et $a^{-n} = \dfrac{1}{\underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ facteurs de } a}} = \dfrac{1}{a^n}$
- En particulier : $a^1 = a$ et $a^{-1} = \dfrac{1}{a}$
- Par convention : $a^0 = 1$

L'écriture a^n



L'écriture a^n se lit : a à la puissnace n

a s'appelle la base, et n s'appelle l'exposant

Exemple 5

1. $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 16 \times 4 = 64$
2. $2024^0 = 1$
3. $105^1 = 105$
4. $(-2)^{-3} = \dfrac{1}{(-2)^3} = -\dfrac{1}{8}$
5. $(\sqrt{2})^3 = \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

2.2. Puissance de 10 :

Proposition 1

Pour tout entier naturel n, on a :

$$10^n = \underbrace{1000000000}_{n \text{ zéros}} \qquad \text{et} \qquad 10^{-n} = \underbrace{0.0000000001}_{n \text{ zéros}}$$

Exemple 6

Proposition 2

Soit a et b deux nombres réels non nuls et soit n et p deux entiers relatifs :

- $a^n \times a^p = a^{n+p}$
- $\dfrac{1}{a^p} = a^{-p}$
- $\dfrac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$
- $(a^n)^p = a^{np}$
- $a^n \times b^n = (a \times b)^n$
- $\dfrac{a^n}{b^n} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^n$

Exemple 7

1. $5^{-2} \times 5^4 = 5^{-2+4} = 5^2$
2. $\dfrac{3^4}{3^5} = 3^{4-5} = 3^{-1} = \dfrac{1}{3}$
3. $(2^3)^2 = 8^2 = 64$
4. $2^3 \times 3^3 = (2 \times 3)^3 = 6^3 = 216$
5. $\dfrac{15^3}{5^3} = (\dfrac{15}{5})^3 = 3^3 = 27$

3. Les identités remarquables :

3.1. Développer un produit :

Définition 2

- Développer un produit, c'est l'écrire sous la forme d'une somme (ou d'une différence).

Proposition 3

Soient a, b, c et d sont des nombres rationnels :

- $a(b+c) = ab + ac$
- $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$
- $a(b-c) = ab - ac$

Exemple 8

$$\begin{aligned} A &= 6(x-4) \\ A &= 6 \times x - 6 \times 4 \\ A &= 6x - 24 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= (x+2)(x-3) \\ B &= x^2 - x \times 3 + 2 \times x - 2 \times 3 \\ B &= x^2 - 3x + 2x - 6 \\ B &= x^2 - x - 6 \end{aligned}$$

3.2. Factorisation :

Définition 3

Factoriser une somme (ou une différence), c'est l'écrire sous la forme d'un produit

Proposition 4

Soient a, b et k sont des nombres rationnels :

- $ka + kb = k(a+b)$
- $ka - kb = k(a-b)$

Exemple 9

$$\begin{aligned} A &= 4x^2 - 2x \\ A &= 2x \times 2x - 2x \\ A &= 2x(2x-1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= (x+1)(x+2) - (2x-3)(x+2) \\ B &= (x+2)[(x+1) - (2x-3)] \\ B &= (x+2)(x+1-2x+3) \\ B &= (x+2)(-x+4) \end{aligned}$$

3.3. Identités remarquables :

Proposition 5

Soient $\boldsymbol{a}$ et $\boldsymbol{b}$ sont deux nombres rationnels :

- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

Exemple 10

$A = (x+3)^2$
$A = x^2 + 2\times 3\times x + 3^2$
$A = x^2 + 6x + 3^2$

$B = (x-3)^2$
$B = x^2 - 2\times 3\times x + 3^2$
$B = x^2 - 6x + 3^2$

$C = (2x+3)(2x-3)$
$C = (2x)^2 - 3^2$
$C = 4x^2 - 9$