

Ensemble des nombres entiers naturels et notions d'arithmétique

Exercice 1 : Déterminer les nombres pairs et les nombres impairs parmi les nombres suivants :

$$\begin{array}{ccc} 55^3 & 15^4 + 21^7 & 11^5 - 11^4 \\ 45591 \times 1789054 & 15^4 + 21^7 & 753 \times 457 \end{array}$$

Exercice 2 : Soit n un entier naturel. Déterminer les nombres pairs et les nombres impairs parmi les nombres suivants :

$$\begin{array}{ccc} A = 8n + 6 & B = 6n + 7 & C = 4n + 2 \\ D = 2n^2 + 4n + 1 & E = (2n + 1)^2 - 2n & F = 2n^2 + 4n + 5 \end{array}$$

Exercice 3 :

- Montrer que 165 est un multiple de 33.
- Montrer que 165 est un multiple de 5, 11 et 55.
- Montrer que 5×24 est un diviseur de 120×28 .
- Montrer que $25^2 \times 3$ est un diviseur de 15×750 .

Exercice 4 : Soit n et k deux entiers naturels.

- Montrer que si $n = 5k + 1$ alors $n^2 - 1$ est divisible par 5.
- Montrer que si $n = 5k + 2$ alors $n^2 + 1$ est divisible par 5.

Exercice 5 : Sans calculer, les nombres suivants sont-ils premiers ?

$$\begin{array}{ll} \text{a) } A = 55 \times 49 + 5 & \text{b) } B = 35 \times 40 + 5^4 \\ \text{c) } C = 55^3 \times 9 + 11^2 + 22 & \end{array}$$

Exercice 6 : Calculer $a \wedge b$ et $a \vee b$ dans chacun des cas suivants :

- $a = 7$ et $b = 35$.
- $a = 13$ et $b = 17$.
- $a = 4$ et $b = 5$.
- $a = 36$ et $b = 15$.

Exercice 7 : Montrer que les opérations suivantes sont fausses :

- $156985 \times 4558912 = 45899665471$
- $156^{45} = 143987451874578591$
- $2456321 + 458965123 = 156978484153$

Exercice 8 : Soit n en entier naturel non nul.

- Décomposer les nombres suivants en produit de facteurs premiers :
 - $A = 3^{n+2} + 3^n$
 - $B = 5^{n+3} - 5^n$
- En Dédire $A \wedge B$ et $A \vee B$.

Exercice 9 : Soit m un entier naturel.

- Montrer que si m est pair, alors m^2 est pair.
- Montrer que si m est impair, alors m^2 est impair.

Exercice 10 :

- Décomposer les deux nombres a et b en produit de facteurs premiers, tels que : $a = 1386$ et $b = 2520$
- En déduire $a \wedge b$ et $a \vee b$.

Exercice 11 :

- Déterminer tous les nombres premiers inférieurs à 50.
- Déterminer tous les nombres premiers p inférieurs à 50 tel que 8 divise $p - 1$.

Exercice 12 :

- Calculer $x \wedge y$ et $x \vee y$ dans chacun des cas suivants :
 - $x = 13$ et $y = 15$
 - $x = 99$ et $y = 33$
- Comparer $(x \wedge y) \times (x \vee y)$ et xy dans chaque cas précédent.

Exercice 13 : Montrer que $A = 40^2 + 40 + 41$ n'est pas un nombre premier. Montrer que $B = 2^{10} - 1$ n'est pas un nombre premier. ($10 = 5 \times 2$)