Elementos de Lógica Simbólica.

Proposición

Llamaremos de esta forma a cualquier afirmación que sea verdadera o falsa, pero no ambas cosas a la vez.

Las siguientes afirmaciones son proposiciones:

(a) Gabriel García Márquez escribió Cien años de soledad.
(b) 6 es un número primo.
(c) 3+2=6
(d) 1 es un número entero, pero 2 no lo es.

Las proposiciones se notan con letras minúsculas, p, q, r...... La notación p: Tres más cuatro es igual a siete se utiliza para definir que p es la proposición "tres más cuatro es igual a siete".

Este tipo de proposiciones se llaman simples, ya que no pueden descomponerse en otras.

Ejercicio determine cuáles de las siguientes si son proposiciones Las siguientes no son proposiciones.

(a) $x + y > 5$
(b) ¿Te vas?
(c) Compra cinco azules y cuatro rojas.
(d) $x = 2$

Valor de Verdad

Llamaremos valor verdadero o de verdad de una proposición a su veracidad o falsedad. El valor de verdad de una proposición verdadera es verdad y el de una proposición falsa es falso.

Ejercicio Dígase cuales de las siguientes afirmaciones son proposiciones y determinar el valor de verdad de aquellas que lo sean.

p: Existe Premio Nobel de informática.

q: La tierra es el único planeta del Universo que tiene vida.

r: Teclee Escape para salir de la aplicación.

s: Cinco más siete es grande.

Proposición Compuesta

Si las proposiciones simples $p_1, p_2, ..., p_n$ se combinan para formar la proposición P, diremos que P es una proposición compuesta de $p_1, p_2, ..., p_n$.

"La Matemática Discreta es mi asignatura preferida y Mozart fue un gran compositor" es una proposición compuesta por las proposiciones "La Matemática Discreta es mi asignatura preferida" y "Mozart fue un gran compositor".

"Él es inteligente o estudia todos los días" es una proposición compuesta por dos proposiciones: "Él es inteligente" y "Él estudia todos los días".

La propiedad fundamental de una proposición compuesta es que su valor de verdad está completamente determinado por los valores de verdad de las proposiciones que la componen junto con la forma en que están conectadas.

Conectivos lógicos

Estudiamos en este apartado las distintas formas de conectar proposiciones entre si. Prestaremos especial atención a las tablas de verdad de las proposiciones compuestas que pueden formarse utilizando las distintas conexiones.

Negación

Dada una proposición cualquiera, p, llamaremos "negación de p" a la proposición "no p" y la notaremos ~p. Será verdadera cuando p sea falsa y falsa cuando p sea verdadera.

La tabla de verdad de esta nueva proposición, ~p, es:

p	**~p**
V	F
F	V

De esta forma, el valor verdadero de la negación de cualquier proposición es siempre opuesto al valor verdadero de la afirmación original.

Conjunción

Dadas dos proposiciones cualesquiera p y q, llamaremos conjunción de ambas a la proposición compuesta "p y q" y la notaremos p ∧ q. Esta proposición será verdadera únicamente en el caso de que ambas proposiciones lo sean.

Obsérvese que de la definición dada se sigue directamente que si p y q son, ambas, verdaderas entonces p ∧ q es verdad y que si al menos una de las dos es falsa, entonces p ∧ q es falsa. Por lo tanto su tabla de verdad vendrá dada por

p	**q**	**p∧q**
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Obsérvese también que el razonamiento puede hacerse a la inversa, es decir si p ∧ q es verdad, entonces p y q son, ambas, verdad y que si p ∧ q es falsa, entonces una de las dos ha de ser falsa.

Disyunción

Dadas dos proposiciones cualesquiera p y q, llamaremos disyunción de ambas a la proposición compuesta "p o q" y la notaremos p ∨ q. Esta proposición será verdadera si al menos una de las dos p o q lo es.

De acuerdo con la definición dada se sigue que si una de las dos, p ´o q, es verdad entonces p∨q es verdad y que p ∨ q será falsa, únicamente si ambas lo son. Su tabla de verdad será, por tanto,

p	q	p∨q
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Al igual que en la conjunción, podemos razonar en sentido inverso. En efecto, si p∨q es verdad, entonces una de las dos, al menos, ha de ser verdad y si p ∨ q es falsa, entonces ambas han de ser falsas.

La palabra "o" se usa en el lenguaje ordinario de dos formas distintas. A veces se utiliza en el sentido de "p ´o q, ´o ambos", es decir, al menos una de las dos alternativas ocurre y, a veces es usada en el sentido de "p ´o q, pero no ambos" es decir, ocurre exactamente una de las dos alternativas.

Por ejemplo, la proposición "El irá a Madrid o a Bilbao" usa "o" con el último sentido. A este tipo de disyunción la llamaremos disyunción exclusiva.

Disyunción Exclusiva

Dadas dos proposiciones cualesquiera p y q, llamaremos disyunción exclusiva de ambas a la proposición compuesta "p ´o q pero no ambos" y la notaremos p ⊻ q. Esta proposición será verdadera si una u otra, pero no ambas son verdaderas.

Según esta definición una disyunción exclusiva de dos proposiciones p y q será verdadera cuando tengan distintos valores de verdad y falsa cuando sus valores de verdad sean iguales. Su tabla de verdad es, por tanto,

p	q	p ⊻ q
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Haciendo el razonamiento contrario si p ⊻ q es verdad, únicamente podemos asegurar que una de las dos es verdad y si p⊻q es falsa, sólo podemos deducir que ambas tienen el mismo valor de verdad.

Implicación Condicional

Dadas dos proposiciones p y q, a la proposición compuesta

"si p, entonces q"

Se le llama "proposición condicional" y se nota por **p → q**

A la proposición "p" se le llama hipótesis, antecedente, premisa o condición suficiente y a la "q" tesis, consecuente, conclusión o condición necesaria del condicional. Una proposición condicional es falsa únicamente cuando siendo verdad la hipótesis, la conclusión es falsa (no se debe deducir una conclusión falsa de una hipótesis verdadera).

De acuerdo con esta definición su tabla de verdad es:

p	q	p → q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Obsérvese que si p → q es verdad no puede deducirse prácticamente nada sobre los valores de verdad de p y q ya que pueden ser ambas verdad, ambas falsas o la primera falsa y la segunda verdad. Ahora bien, si el condicional p → q es falso, entonces podemos asegurar que p es verdadera y q falsa.

Otras formulaciones equivalentes de la proposición condicional p → q son:

“p sólo si q”.

“q si p”.

“p es una condición suficiente para q”.

“q es una condición necesaria para p”.

“q se sigue de p”.

“q a condición de p”.

“q es una consecuencia lógica de p” .

“q cuando p”.

Analizaremos con detalle cada uno de los cuatro casos que se presentan en la tabla de verdad.

1. Antecedente y consecuente verdaderos.

   En este caso parece evidente que el condicional “si p, entonces q” se evalúe como verdadero. Por ejemplo,

   “Si como mucho, entonces engordo”

   Es una sentencia que se evalúa como verdadera en el caso de que tanto el antecedente como el consecuente sean verdaderos.

   Ahora bien, obsérvese que ha de evaluarse también como verdadero un condicional en el que no exista una relación de causa entre el antecedente y el consecuente. Por ejemplo, el condicional

   “Si García Lorca fue un poeta, entonces Gauss fue un matemático”

   Ha de evaluarse como verdadero y no existe relación causal entre el antecedente y el consecuente. Es por esta razón que no hay que confundir el condicional con la implicación lógica.

   “García Lorca fue un poeta implica que Gauss fue un matemático”

Es una implicación falsa desde el punto de vista lógico. Más adelante estudiaremos la implicación lógica.

2. Antecedente verdadero y consecuente falso.

   En este caso parece natural decir que el condicional se evalúa como falso. Por ejemplo, supongamos que un político aspirante a Presidente del Gobierno promete:

   "Si gano las elecciones, entonces bajaré los impuestos"

   Este condicional será falso sólo si ganando las elecciones, el político no baja los impuestos. A nadie se le ocurriría reprochar al político que no ha bajado los impuestos si no ha ganado las elecciones. Obsérvese que el hecho de que p sea verdadero y, sin embargo, q sea falso viene, en realidad, a refutar la sentencia $p \rightarrow q$, es decir la hace falsa.

3. Antecedente falso y consecuente verdadero.

   Nuestro sentido común nos indica que el condicional $p \longrightarrow q$ no es, en este caso, ni verdadero ni falso. Parece ilógico preguntarse por la veracidad o falsedad de un condicional cuando la condición expresada por el antecedente no se cumple. Sin embargo, esta respuesta del sentido común no nos sirve, estamos en lógica binaria y todo ha de evaluarse bien como verdadero, bien como falso, es decir, si una sentencia no es verdadera, entonces es falsa y viceversa.

   Veamos que en el caso que nos ocupa, podemos asegurar que el condicional no es falso. En efecto, como dijimos anteriormente, $p \longrightarrow q$ es lo mismo que afirmar que

   "p es una condición suficiente para q"

   Es decir, p no es la única condición posible, por lo cual puede darse el caso de que q sea verdadero siendo p falso. O sea, la falsedad del antecedente no hace falso al condicional y si no lo hace falso, entonces lo hace verdadero. Por ejemplo,

   "Si estudio mucho, entonces me canso"

   ¿Qué ocurriría si no estudio y, sin embargo, me cansara? Pues que la sentencia no sería inválida, ya que no se dice que no pueda haber otros motivos que me puedan producir cansancio.

4. Antecedente y consecuente falsos.

   La situación es parecida a la anterior. La condición p no se verifica, es decir, es falsa, por lo que el consecuente q puede ser tanto verdadero como falso y el condicional, al no ser falso, será verdadero.

   Obsérvese, anecdóticamente, que es muy frecuente el uso de este condicional en el lenguaje coloquial, cuando se quiere señalar que, ante un dislate, cualquier otro está justificado.

   "Si tú eres programador, entonces yo soy el dueño de Microsoft"

Proposición bicondicional

Dadas dos proposiciones p y q, a la proposición compuesta

"p si y sólo si q"

Se le llama "proposición bicondicional" y se nota por

$$p \leftrightarrow q$$

La interpretación del enunciado es:

"*p sólo si q y p si q*" o también "*p sí y solo si q*"

o lo que es igual

Si p, entonces q y si q, entonces p

Por tanto, su tabla de verdad es:

p	**q**	**p ⟷ q**
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Luego la proposición bicondicional p ⟷ q es verdadera únicamente en caso de que ambas proposiciones, p y q, tengan los mismos valores de verdad.

Una formulación equivalente de la proposición bicondicional en estos términos, sería:

Una condición necesaria y suficiente para p es q

Tautologías, Contradicciones y Contingencia.

Sea P una proposición compuesta de las proposiciones simples $p_1,p_2,...,p_n$

P es una Tautología si es verdadera para todos los valores de verdad que se asignen a $p_1,p_2,...,p_n$.

P es una Contradicción si es falsa para todos los valores de verdad que se asignen a $p_1,p_2,...,p_n$.

P es una Contingencia si no es Tautología ni Contradicción

Una proposición P que no es tautología ni contradicción se llama, usualmente, Contingencia.

Ejemplo 1.8 Probar que la proposición compuesta p ∨¬p es una tautología y la p ∧¬p es una contradicción.

Solución

En efecto:

p	**~p**	**p∨~p**	**p∧~p**
V	F	V	F
V	F	F	V

Obsérvese que p ∨¬p es verdad, independientemente de quienes sean las variables de enunciado, p y ¬p y lo mismo ocurre con la falsedad de p ∧¬p.

Ejercicio. Establecer si las siguientes proposiciones son tautologías, contingencias o contradicciones.

$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$

$[p \wedge (q \vee r)] \rightarrow [(p \wedge q) \vee (p \wedge r)]$

$(p \vee \neg q) \rightarrow q$

$p \rightarrow (p \vee q)$

$(p \wedge q) \rightarrow p$

$[(p \wedge q) \leftrightarrow p] \rightarrow (p \leftrightarrow q)$

$[(p \rightarrow q) \vee (r \rightarrow s)] \rightarrow [(p \vee r) \rightarrow (q \vee s)]$

La recíproca, contra directa o contra recíproca y la inversa

Proposición Reciproca

Dada la proposición condicional $p \rightarrow q$, su reciproca es la proposición $q \rightarrow p$.

Por ejemplo, la reciproca de "Si la salida no va a la pantalla, entonces los resultados se dirigen a la impresora" será "Si los resultados se dirigen a la impresora, entonces la salida no va a la pantalla".

Proposición Contrarrecíproca

Dada la proposición condicional $p \rightarrow q$, su contra recíproca es la proposición, también condicional,

$$\neg q \rightarrow \neg p.$$

Por ejemplo, la contrarreíproca de la proposición "Si María estudia mucho, entonces es buena estudiante" es "Si María no es buena estudiante, entonces no estudia mucho".

Proposición Inversa

Dada la proposición condicional $p \rightarrow q$, su contra recíproca es la proposición, también condicional,

$$\neg p \rightarrow \neg q.$$

Ejemplo Escribir la recíproca y la contra recíproca de cada una de las afirmaciones siguientes:

Si llueve, no voy.

Me quedaré, sólo si tú te vas.

Si tienes cien pesetas, entonces puedes comprar un helado.

No puedo completar la respuesta si no me ayudas.

<u>Solución</u>

Escribiremos la recíproca y la contra recíproca de varias formas.

Si llueve, no voy.

Reciproca.

− Si no voy, entonces llueve.

− Llueve si no voy.

− Una condición necesaria para no ir es que llueva.

− Una condición suficiente para que llueva es no ir.

Contrarrecíproca.

− Si voy, entonces no llueve.

− Voy sólo si no llueve.

− Es necesario que no llueva, para que vaya.

− Es suficiente que vaya para que no llueva.

Me quedaré sólo si te vas.

Reciproca.

− Si te vas, entonces me quedaré.

− Me quedaré, si te vas.

− Una condición necesaria para que te vayas, es quedarme.

− Una condición suficiente para quedarme es que te vayas.

Contrarrecíproca.

− Si no te vas, entonces no me quedaré.

− No me quedaré si no te vas.

− Es suficiente que no te vayas, para no quedarme.

No puedo completar la respuesta si no me ayudas.

Reciproca.

− Si no puedo completar la respuesta, entonces no me ayudas.

Contrarrecíproca.

− Si puedo completar la respuesta, entonces me ayudas.

− Puedo completar la respuesta sólo si me ayudas.

− Es necesario que ayudes para poder completar la respuesta.

Equivalencia Lógica

La proposición P es lógicamente equivalente a la proposición Q si, y sólo si la proposición bicondicional $P \longleftrightarrow Q$ es una tautología.

Demostración

Veamos que $P \Longleftrightarrow Q$ sólo si $P \longleftrightarrow Q$ es una tautología.

En efecto, si $P \Longleftrightarrow Q$, entonces tienen los mismos valores de verdad, es decir P y Q son, ambos, verdaderos o falsos, de aquí que el valor de verdad de $P \longleftrightarrow Q$ sea siempre verdadero, es decir es una tautología.

Recíprocamente, probemos que $P \Longleftrightarrow Q$ si $P \longleftrightarrow Q$ es una tautología.

Efectivamente, si la proposición bicondicional $P \longleftrightarrow Q$ es siempre verdadera, entonces de acuerdo con su definición, P y Q son, ambas, falsas o verdaderas, es decir tienen los mismos valores de verdad y, por tanto, P es lógicamente equivalente a Q.

p	q	$p \wedge q$	$\neg p$	$\neg q$	$\neg (p \wedge q)$	$\neg p \vee \neg q$	$\neg (p \wedge q) \longleftrightarrow (\neg p \vee \neg q)$
V	V	V	F	F	F	F	V
V	F	F	F	V	V	V	V
F	V	F	V	F	V	V	V
F	F	F	V	V	V	V	V

Equivalencias Lógicas más Comunes

Al igual que en la implicación lógica, veamos una tabla con las equivalencias lógicas más útiles junto con los nombres que reciben.

- Impotencia de la conjunción y la disyunción.

$$(P \wedge P) \Longleftrightarrow P$$

$$(P \vee P) \Longleftrightarrow P$$

- Conmutatividad de la conjunción y la disyunción.

$$(P \wedge Q) \Longleftrightarrow (Q \wedge P)$$

$$(P \vee Q) \Longleftrightarrow (Q \vee P)$$

- Asociatividad de la conjunción y la disyunción. .

$$[(P \wedge Q) \wedge R] \Longleftrightarrow [P \wedge (Q \wedge R)]$$

$$[(P \vee Q) \vee R] \Longleftrightarrow [P \vee (Q \vee R)]$$

- Distributividad de $\wedge$ respecto de $\vee$ y de $\vee$ respecto de $\wedge$.

$$[P \wedge (Q \vee R)] \Longleftrightarrow [(P \wedge Q) \vee (P \wedge R)]$$

$$[P \vee (Q \wedge R)] \Longleftrightarrow [(P \vee Q) \wedge (P \vee R)]$$

- Leyes de De Morgan.

$$\neg(P \vee Q) \Longleftrightarrow (\neg P \wedge \neg Q)$$

$$\neg(P \wedge Q) \Longleftrightarrow (\neg P \vee \neg Q)$$

- Leyes de dominación.

$$P \vee T \Longleftrightarrow T \quad P \wedge C \Longleftrightarrow C$$

- Leyes de identidad.

$$P \wedge T \Longleftrightarrow P \quad P \vee C \Longleftrightarrow P$$

- Doble negación.

$$\neg\neg P \Longleftrightarrow P$$

- Implicación.

$$(P \rightarrow Q) \Longleftrightarrow (\neg P \vee Q)$$

- Exportación.

$$[P \rightarrow (Q \rightarrow R)] \Longleftrightarrow [(P \wedge Q) \rightarrow R]$$

- Contrarrecíproca.

$$(P \rightarrow Q) \Longleftrightarrow (\neg Q \rightarrow \neg P)$$

- Reducción al absurdo.

$$(P \rightarrow Q) \Longleftrightarrow [(P \wedge \neg Q) \rightarrow C]$$

Métodos de demostración

Con frecuencia los teoremas son de la forma “si p entonces q” y es necesario demostrar la veracidad de dicha proposición, para ello veremos algunos métodos que nos ayudan a demostrarlo.

Método de demostración trivial

Se construye una demostración de este tipo, probando que el valor verdadero de la conclusión es verdad sin importar el valor de verdad de la hipótesis.

Si es posible establecer la veracidad de la conclusión Q, entonces el condicional $P \longrightarrow Q$ será una tautología independientemente del valor de verdad que tenga la hipótesis, luego $P \Longrightarrow Q$, la demostración es correcta y el teorema cierto.

La demostración trivial tiene una aplicación limitada y aún así es bastante importante. Se utiliza frecuentemente para establecer casos especiales de afirmaciones.

Método de demostración directa

Una demostración de este tipo muestra que la verdad de la conclusión Q, se sigue lógicamente de la verdad de la hipótesis P. La demostración empieza asumiendo que P es verdad para después, utilizando cualquier información disponible, así como teoremas probados con anterioridad, probar que Q es verdad.

Ejemplo Demostrar que el cuadrado de un número entero par también es par.

Demostración

El teorema a demostrar escrito en forma de condicional, sería

“Para cualquier entero n, si n es par, entonces n^2 es par”

que se corresponde con el esquema

$$\forall n \left[p(n) \longrightarrow p(n^2)\right]$$

Donde $p(n)$: n es par.

y el universo del discurso son todos los números enteros.

Pues bien, sea n un número entero cualquiera.

Si n es par, entonces existirá un número entero k tal que $n = 2k$

de aquí que elevando al cuadrado, obtengamos $n^2 = 4k^2 = 2(2k^2)$

y como el cuadrado de un número entero también es entero, $2k^2$ será entero (lo llamaremos m). Así pues, hemos encontrado un entero m tal que $n^2 = 2m$.

Por lo tanto, concluimos que n^2 es par.

Método de demostración indirecta o por la contrarecíproca.

La demostración de un teorema se dice que es por el método indirecto (contrarrecíproca) cuando suponiendo que la conclusión, Q, es falsa y utilizando la hipótesis P y otros teoremas y equivalencias lógicas establecidas previamente, se concluye que P es falso.

Está basada en la equivalencia lógica entre una proposición condicional y su contrarrecíproca,

$$P \rightarrow Q \Longleftrightarrow \neg Q \rightarrow \neg P$$

Por lo tanto, si probamos que $\neg Q \rightarrow \neg P$ es una tautología, habremos probado que $P \rightarrow Q$ también lo es, luego $P \Rightarrow Q$.

Ejemplo. Demostrar, para cada entero n, que si $5n + 3$ es par, entonces n es impar.

Demostración

Utilizaremos el método de demostración por la contrarrecíproca.

Si $p(n)$: n es par ; $q(n)$: n es impar

el esquema del teorema propuesto será

$$\forall n[p(5n + 3) \rightarrow q(n)]$$

en el universo de los números enteros. El esquema de la contrarrecíproca seria

$$\forall n[\neg q(n) \rightarrow \neg p(5n + 3)]$$

es decir,

"Para cada entero n, si n no e s impar, entonces $5n + 3$ *no es par"*

Pues bien, sea *n* cualquier número entero.

Si *n* no es impar,

$$n \neq 2k + 1$$

para cualquier entero *k* y, por lo tanto,

$$5n + 3 \neq 5(2k + 1) + 3, \quad \forall k \in \mathbb{Z}$$

$$5n + 3 \neq 2(5k + 4), \quad \forall k \in \mathbb{Z}$$

y como si *k* es entero, $5k + 4$ también lo es (lo llamaremos *m*), tendremos que

$$5n + 3 \neq 2m, \quad \forall m \in \mathbb{Z}$$

Consecuentemente, $5n + 3$ no es par y la demostración concluye.

Veamos la demostración a través de implicaciones. Sea *n* un número entero cualquiera. Entonces,

n no es impar $\Rightarrow \quad n \neq 2k + 1, \quad \forall k \in \mathbb{Z}$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5n + 3 \neq 5(2k + 1) + 3 \\ 5n + 3 \neq 10k + 8 \\ 5n + 3 \neq 2(5k + 4) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad 5n + 3 \neq 2m, \quad \forall m \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow \quad 5n + 3 \; no \; es \; par$$

Método de demostración por contradicción o al absurdo.

La demostración de un teorema diremos que es por contradicción cuando suponiendo que la conclusión, Q, es falsa y utilizando la hipótesis P, y otros teoremas y equivalencias lógicas establecidas previamente, se llega a una contradicción.

Está basada en la equivalencia lógica conocida como reducción al absurdo, es por ello que este método de demostración es conocido, también, como demostración por reducción al absurdo.

$$P \to Q \Longleftrightarrow (P \wedge \neg Q) \to C$$

donde C es una contradicción. Por lo tanto, si probamos que $(P \wedge \neg Q) \rightarrow C$ es una tautología tendremos que $P \longrightarrow Q$ también lo es y, consecuentemente, $P \Rightarrow Q$.

Ejemplo. Demostrar que si el cuadrado de un número entero es impar, entonces el número es impar.

Demostración

El teorema a demostrar es

"Para cada entero n, si n^2 es impar, entonces n es impar"

Si $p(n)$: n es impar

entonces el esquema del teorema en notación simbólica será

$$\forall n \left[p(n^2) \longrightarrow p(n)\right]$$

en el universo de los números enteros.

Lo demostraremos por contradicción o reducción al absurdo. El esquema sería

$$\forall n \left[\big(p(n^2) \wedge \neg p(n)\big) \longrightarrow C\right]$$

donde C es una contradicción.

Pues bien, sea n cualquier número entero.

Supongamos que n^2 es impar y que, sin embargo, n no es impar. Entonces, tendremos que

n^2 es impar y n es par

de aquí que por la definición de número impar (Nota 3.3) y la de par dada en el ejemplo 3.3.9, tengamos que existan dos números enteros k y l tales que

$$n^2 = 2k + 1 \text{ y } n = 2l$$

luego,

$$n^2 = 2k + 1 \text{ y } n^2 = 4l^2$$

por lo tanto,

$$2k + 1 = 4l^2$$

de donde se sigue que

$$1 = 4l^2 - 2k = 2(2l^2 - k)$$

y como si l y k son enteros, $2l^2 - k$ también lo es (lo llamaremos m), tendremos que hemos encontrado un número entero m tal que

$$1 = 2m$$

es decir, el 1 es par, lo cual, obviamente, es una contradicción.

Lo que nos ha llevado a la contradicción es la suposición de que n no era impar, por lo tanto ésta es falsa siendo cierta la contraria, es decir, n es impar.