

# Producto y Cociente en Coordenadas Polares

Objetivo:

Recordar Producto, Cociente y Potencias de Números Complejos

Conocimientos Previos:

Coordenadas Polares

Fórmula de Euler

## REVISIÓN DEL CONCEPTO de Producto, Cociente y Potencias en N de Números Complejos

Recordemos la fórmula de Euler  $e^{i\phi} = \cos\phi + i \operatorname{sen}\phi = \operatorname{cis}\phi$

Dados:  $Z_1 = r_1 \operatorname{cis}\phi_1 = r_1 e^{i\phi_1}$        $Z_2 = r_2 \operatorname{cis}\phi_2 = r_2 e^{i\phi_2}$

$$Z_1 \cdot Z_2 = r_1 e^{i\phi_1} \cdot r_2 e^{i\phi_2} = r_1 r_2 e^{i(\phi_1 + \phi_2)} = r_1 r_2 \operatorname{cis}(\phi_1 + \phi_2)$$

$$Z_1 / Z_2 = r_1 e^{i\phi_1} / r_2 e^{i\phi_2} = r_1 / r_2 e^{i(\phi_1 - \phi_2)} = r_1 r_2 \operatorname{cis}(\phi_1 - \phi_2)$$

$$(Z)^n = (r \operatorname{cis}\phi)^n = (r e^{i\phi})^n = r^n e^{in\phi} = r^n \operatorname{cis} n\phi$$

Ejemplo: Dados  $Z_1 = 1 + i$        $Z_2 = \sqrt{3} - i$

Halle:  $Z_1 \cdot Z_2$        $Z_2 : Z_1$        $Z_1^5$  utilice la fórmula de Euler

Primer Paso: Convierta a forma polar halle su módulo y su argumento de  $Z_1$  y  $Z_2$

$$r_1 = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} \quad \phi_1 = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{1}{1} = 45^\circ$$

$$r_2 = \sqrt{\sqrt{3}^2 + (-1)^2} = \sqrt{4} = 2 \quad \phi_2 = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{-1}{\sqrt{3}} = 330^\circ$$

$$Z_1 = \sqrt{2} e^{i45^\circ} \quad Z_2 = 2 e^{i330^\circ}$$

$$Z_1 \cdot Z_2 = 2\sqrt{2} e^{i(45^\circ + 330^\circ)} = 2\sqrt{2} e^{i(375^\circ)} = 2\sqrt{2} \operatorname{cis} 375^\circ$$

$$\frac{Z_2}{Z_1} = 2 / \sqrt{2} e^{i(330^\circ - 45^\circ)} = \sqrt{2} e^{i(285^\circ)} = \sqrt{2} \operatorname{cis}(285^\circ)$$

$$Z_1^5 = (\sqrt{2} e^{i45^\circ})^5 = \sqrt{2}^5 e^{i45^\circ \cdot 5} = 4\sqrt{2} e^{225^\circ i} = 4\sqrt{2} \operatorname{cis}(225^\circ)$$

## Hoja de Trabajo para consolidar conocimientos

Dados  $Z_1 = -\sqrt{3} - i$        $Z_2 = 1 + i$        $Z_3 = 1 - \sqrt{3}$        $Z_4 = \sqrt{2} - \sqrt{2}i$   
Hallar:

$$Z_1 \cdot Z_2$$

$$Z_1 / Z_2$$

$$Z_3^2 =$$

$$\frac{Z_4 \cdot Z_3}{Z_2} =$$