

Prova A1 de Cálculo I

Prof.: Antonio Carlos Saraiva Branco

Curso: Economia PERÍODO: 1º

Aluna (o) _____

Data: 10/04/2021

Instruções Básicas:

Ínicio da prova: 9 horas

Término da prova: 12 horas

A prova foi elaborada para ser resolvida em até 2h45min

Você tem até às 12 horas para fazer o upload para o eClass.

A prova é INDIVIDUAL!!!!

Espera-se que a prova seja feita SEM o uso de calculadora.

Consulta permitida SOMENTE ao livro texto e a anotações pessoais.

BOA PROVA!!!

Questão 1

- a) **(0,75 pto)** Considere a função f definida a seguir:

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 & , \text{se } x \leq 2 \\ x^3 + 1 & , \text{se } x > 2 \end{cases}$$

A função derivada $f'(x)$ é contínua em todo o conjunto dos reais?
Justifique.

- b) **(0,75 pto)** Sabendo que $\frac{d}{dx}[f(3x+1)] = 2x - 3$, encontre $f'(0)$.

Questão 2

Considere a equação diferencial $y'' - y' + y = 2x^2 + 1$.

- a) **(0,5 pto)** A função $y = 4x + 2x^2$ satisfaz a equação dada?
Justifique.
- b) **(0,5 pto)** Determine os valores de A, B e C de modo que a função $y = A + Bx + Cx^2$ satisfaça a equação dada.

Questão 3

Considere a função real de variável real definida por:

$$f(x) = |x - 2| + |x + 2|$$

- a) **(0,5 pto)** Esboce o gráfico da função dada.
b) **(0,5 pto)** Qual o valor de $f'(-1)$? Justifique.
c) **(0,5 pto)** Quais os valores de x para os quais a função dada é diferenciável? Justifique.

Questão 4

- a) **(0,5 pto)** Sejam $h(x) = \frac{f(x)}{x+1}$, $f(2) = -4$ e $f'(2) = 3$. Ache a equação da reta tangente ao gráfico da função $h(x)$ no ponto onde $x = 2$.
b) **(0,5 pto)** Em que ponto(s) a reta tangente ao gráfico da função $y = \frac{x+1}{x-1}$ é paralela à reta de equação $x + 8y - 4 = 0$? Justifique.

Questão 5

(1,0 pto) Dizemos que uma função f tem uma “*corda horizontal*” de tamanho L quando existe x pertencente ao domínio de f tal que $f(x + L) = f(x)$. Seja f uma função contínua no intervalo $[a, b]$ tal que $f(a) = f(b) > f\left(\frac{a+b}{2}\right)$. Mostre que f tem, pelo menos, uma “*corda horizontal*” de tamanho $\frac{b-a}{2}$.

Questão 6

Seja $f(x)$ uma função diferenciável para todo x real tal que $f(2) = 3$ e $f'(2) = 1$. Sendo $F(x) = f(x^2 f(x^2))$, determine:

- a) **(0,5 pto)** $F'(x)$.
- b) **(0,5 pto)** $F'(1)$.

Questão 7

Sendo $x^2 + xy + y^3 = 1$, calcule, justificando:

- a) **(0,5 pto)** o valor de y quando $x = 1$.
- b) **(0,5 pto)** o valor de y' quando $x = 1$.
- c) **(0,5 pto)** o valor de y'' quando $x = 1$.

Questão 8

(1,5 pto) Considere a função real de variável real definida por:

$$f(x) = \arctg(e^{\operatorname{sen}(2x)})$$

Determine, justificando, as equações das retas tangente e normal ao gráfico de $f(x)$ no ponto onde $x = 0$.

OBS.: A reta normal ao gráfico de uma função em um determinado ponto é a reta perpendicular à reta tangente ao gráfico da função no ponto considerado.