AI Cálculo I [illegible]

(1) Uma função é contínua em a quando $\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$, isto é, o limite para a esquerda é igual ao limite à direita.

Da [illegible] continuidade de uma função, ela não será derivável no caso de uma ambiguidade ou um "corner" no gráfico de $f(x)$.

a) O único ponto de possível descontinuidade é em $x = 2$

$\lim_{x \to 2^+} = x^3 + 1 \rightarrow \lim_{x \to 2^+} 8 + 1 = 9 //$

$\lim_{x \to 2^-} = 3x^2 = 12 //$ Portanto há uma descontinuidade em $x = 2$, e a função $f'(x)$ não pode ser contínua em $f'(2)$, ou em todos os números reais

b) $\frac{d}{dx}[F(3x+1)] = 2x - 3$

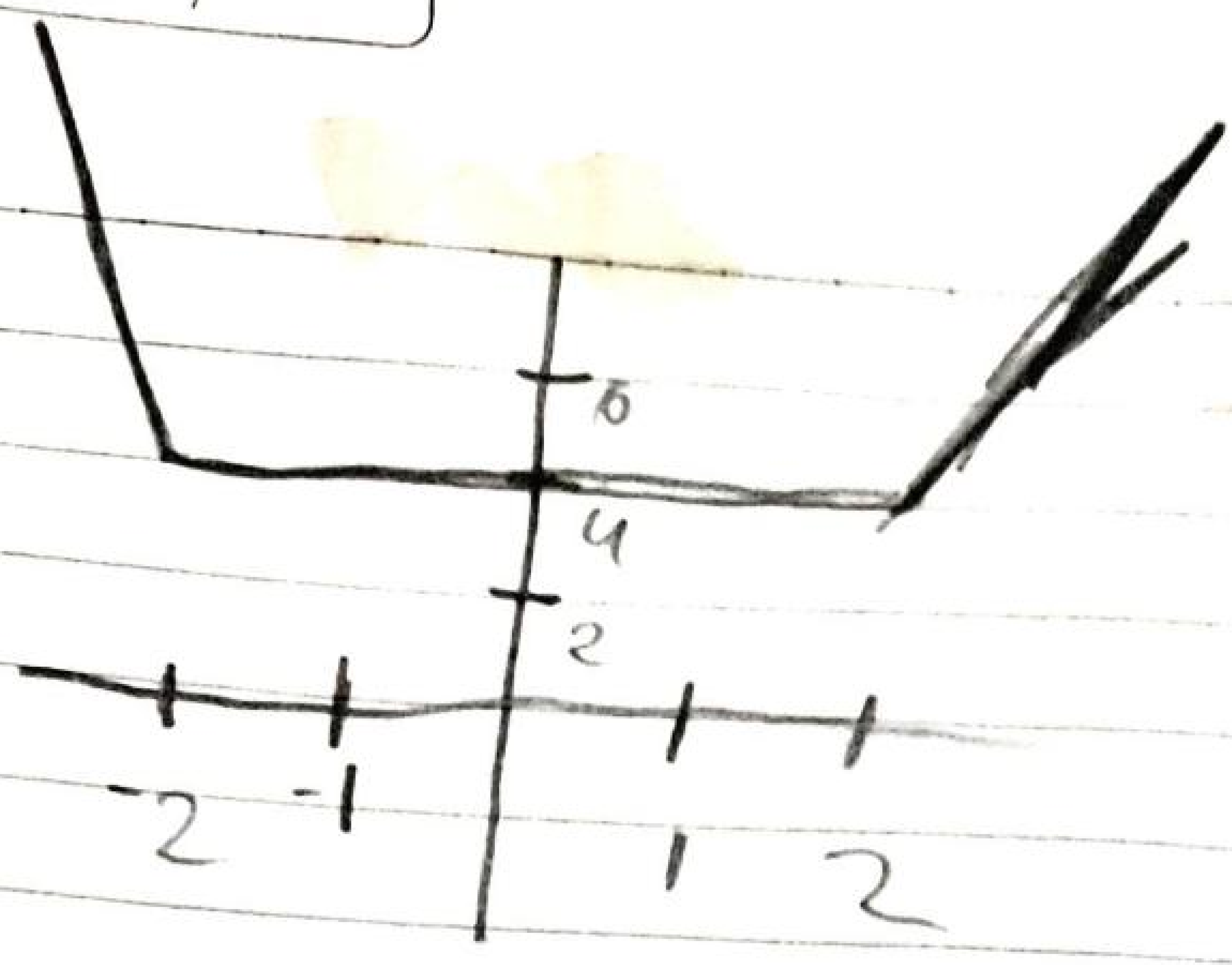
$\hookrightarrow F = x^2 - 3x + C$

$(3x+1)^2 - 3(3x+1) + C$

$9x^2 + 6x + 1 - 9x - 3 + C$

$11x - 3$

③



$$f(x)\begin{cases} 2x & \text{se } x > 2 \\ -2x & \text{se } x < -2 \\ 4 & \text{se } -2 < x < 2 \end{cases}$$

$-x+2+x+2$

b) $f'(x) = \dfrac{x-2}{|x-2|} + \dfrac{x+2}{|x+2|}$

$f'(-1) = \dfrac{-1-2}{|-3|} + \dfrac{1}{|1|} = \dfrac{-3}{3} + 1 = 0$

O que também pode ser visto pelo intervalo demarcado na questão a, onde $f(x) = 4$ se $-2 \le x < -2$, já que $\dfrac{\partial}{\partial x} 4 = 0$ //

c) A função é diferenciável em todos os pontos $x \in \mathbb{R}$ exceto $x = 2$ e $x = -2$. Nestes pontos, a função $f'(x)$ terá uma quebra, como demonstrado graficamente, "canto" e pontos

⑥ se $F(x) = f(g(x))$, então $F'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

$\dfrac{d}{dx} f(x)\, x^2 f(x) x^2 \pm \dfrac{d}{dx} x^2 f(x) x^2] f(x$

$y' x^2 f(x) x^2 + (x^4 y' + 4x^3 y)$

$F'(x) = 2x^4 y y' + 4x^3 y^2$

7) $x^2 + xy + y^3 = 1$

a) $x = 1 \rightarrow 1 + y + y^3 = 1$

$y + y^3 = 0 \rightarrow y = 0$ //

b) $2x + y + xy' + 3y^2y' = 0$

$y'(x + 3y^2) = -2x - y$

$$y' = \frac{-2x - y}{x + 3y^2} \xrightarrow{x=1} \frac{-2 - y}{1 + 3y^2}$$ //

c) $$\frac{-xy' + 12xyy' - 6y^2 + 3y^2y' + y}{(x + 3y^2)^2} = 0$$

$$y'' = \frac{-x\left(\frac{-2x - y}{\cancel{x + 3y^2}}\right) + 12xy\left(\frac{-2x - y}{x + 3y^2}\right) - 6y^2 + 3y^2\left(\frac{-2x - y}{x + 3y^2}\right) + y}{(x + 3y^2)^2}$$

$$y'' = \frac{-18y^4 - 24xy^2 - 24x^2y + 2xy}{(x + 3y^2)^3}$$

$$y'' \text{ para } x = 1, = \frac{-18y^4 + 24y^2 + 24y + 2y}{(1 + 3y^2)^3}$$

$$= \frac{-18y^4 + 24y^2 + 26y}{(1 + 3y^2)^3}$$ //

(8) $f(x) = \text{arctg}\,(e^{\text{sen}(2x)})$

I. → encontrar y do ponto de tangência

$y = \arctan(e^{\sin 2 \cdot 0})$

$y = \arctan(1) = \frac{\pi}{4}$ // → $\left(0, \frac{\pi}{4}\right)$ pt de tangência

II → encontrar m

$$y' = \frac{1}{(e^{\sin 2x})^2 + 1} \frac{\partial}{\partial x}(e^{\sin 2x}) = \frac{e^{\sin 2x} \cos 2x}{(e^{\sin 2x})^2 + 1}$$

$$y' = \frac{(2e^{\sin(2x)}) \cos 2x}{(e^{2 \sin 2x}) + 1}$$, para $x = 0$

↓

$$y' = \frac{2e^0 \cos 0}{e^0 + 1} = \frac{2}{2} = 1 = m$$ //

III $y - \frac{\pi}{4} = 1(x - 0)$

$y = x + \frac{\pi}{4}$ // → eq. da reta tan.

IV m da reta normal = recíproco do m da tan.

$y - \frac{\pi}{4} = -1(x - 0) \rightarrow y = -x + \frac{\pi}{4}$ //

/ /

(4) a) $h(x) = \frac{f(x)}{x+1}$, $f(2) = -4$

$f'(2) = 3$

$h' = \frac{f'(x)(x+1) - f(x) \cdot 0}{(x+1)^2}$

$\frac{3(3)}{9} + \frac{4}{} = \frac{13}{9} = m$

II. pt de tangência

$\frac{-4}{3} \rightarrow \left(2, \frac{-4}{3}\right)$

III $y + \frac{4}{3} = \frac{13}{9}(x-2)$

$y = \frac{13}{9}x - \frac{17}{9}$ //

b) $y_1 = \frac{x+1}{x-1}$, $y_2 = \frac{-x+4}{8}$

para que a reta tangente seja paralela a y_2,

I $m = -\frac{1}{8}$ //

II $-\frac{1}{8} = y' \rightarrow \frac{1(x-1) - (1)(x+1)}{(x-1)^2} = \frac{-2}{(x-1)^2}$

$-\frac{1}{8} = \frac{-2}{(x-1)^2} \rightarrow (x-1)^2 = 16$

$x - 1 = \pm 4$

$x_1 = 5$

$x_2 = -3$ //

continua →

(4) b) III substituir os valores de x para achar os valores de y

$$y = \frac{6}{4} = \frac{2}{3}, \text{ pt}_1 = \left(5, \frac{2}{3}\right) \quad //$$

$$y = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}, \text{ pt} \left(-3, \frac{1}{2}\right) \quad //$$

IV conferir se em nenhum pt a reta [illegible]

$$y = \frac{-x+4}{8} \rightarrow \quad p\ x=5 \quad \frac{-1}{8} \qquad p\ x=-3 \quad \frac{7}{8},$$

logo, as respostas do pt. III estão corretas

(2) a) I encontrar y' e y'' p/ a equação dada

$$y = 4x + 2x^2$$

$$y' = 4 + 4x, \quad y'' = 4$$

II substituir os valores na eq.

$$\cancel{4x} + \cancel{2x^2} + \cancel{4} - \cancel{4x} - 4 = 2x^2 + 1$$

$0 = 1$, o que é absurdo.

Logo, a eq. dada p/ y ñ satisfaz a eq. diferencial

2 b) I. $y = A + Bx + Cx^2$

II. $y' = B + 2Cx$, $y'' = 2C$

Achar y' e y''

III subs. na eq. dif. $2C - (B + 2Cx) + A + Bx + Cx^2 =$

$x(B - 2C + Cx - 2x) = 1 - A - 2C + B$ $2x+1$

$2C - B = 2Cx + A + Bx + Cx^2 = 2x^2 + 1$