1.

Ositusongelma on ongelma siitä, että pystyykö joukon, joka sisältää lukuja, jakaa kahteen erilliseen joukkoon, joiden summa on sama. Tämä voidaan esittää formaalina kielenä muodossa $L = \{ \langle N \rangle \mid N_1, N_2 \in N \mid N_1, N_2 = ½L\}$

Laatikonpakkausongelma käsittelee kysymystä, pystyykö joukon kaikki alkiot sijoittamaan N laatikkoon, joiden kapasiteetti on K. Tämä voidaan esittää formaalina kielenä muodossa L = { ⟨ J, N, K ⟩ | J on joukko, N on laatikkojen määrä ja K on laatikon kapasiteetti, J:n alkiot voidaan sijoittaa N laatikkoon, joiden kapasiteetti on K. }

Verkon värittäminen on ongelma, joka kysyy onko mahdollista värittää verkon solmut V määrällä värejä siten, että millään kahdella naapurisolmulla ei ole samaa väriä. Tämä voidaan esittää formaalina kielenä muodossa L = { ⟨ V, S, K ⟩ | V on värien määrä, S on solmujen määrä ja K on kaarien määrä, solmut S voidaan värittää V määrällä eri värejä ja millään naapurisolmulla ei ole samaa väriä. }

2.

Kieli KNAPSACK kuuluu luokkaan NP, jos sillä on polynominen tarkastaja. Muodostetaan polynominen tarkastaja T.

Olkoot T = { ⟨ I, v, w, V, W ⟩, C }, jossa C, eli todiste on joukko $J \subseteq I$.

T toimii siten, että se ensin tarkistaa onko C I:n osajoukko. Sitten T tarkistaa ensin joukon C painon ja vertaa sitä painoon W, jos $W_C > W$, hylkää. Sitten T vertaa joukon C hintaa hintaan V, jos $V_C < V$, hylkää. V toimii myös polynomisessa ajassa, koska se käy läpi maksimissaan n määrän syötteitä, ja $|I| \leq n$, jolloin kone toimii polynomisessa ajassa. Koska kielelle voidaan muodostaa polynominen tarkastaja, se kuuluu luokkaan NP.

3.

a) Jos löytyy polynomisessa ajassa toimiva ratkaisualgoritmi HAMPATH ongelmalle, niin se tarkoittaa, että kaikki muut NP luokan ongelmat voidaan polynomisesti muuntaa HAMPATH ongelmaan ja ratkaista samalla algoritmilla, joka tarkoittaisi, että P = NP.
b) Jos joku todistaa, että HAMPATH ongelmaa ei voida ratkaista polynomisessa ajassa, se tarkoittaisi, että on olemassa ongelma, joka kuuluu luokkaan NP, mutta ei kuulu luokkaan P, joka todistaisi, että P on luokan NP täydellinen osajoukko eli $P \subset NP$.
c) Jos P = NP, se tarkoittaa, että kaikki NP luokan ongelmat voidaan ratkaista polynomisessa ajassa, jolloin myös HAMPATH ongelma voidaan ratkaista polynomisessa ajassa.
d) Jos $P \neq NP$, se tarkoittaa, että NP-täydelliset ongelmat, mukaanlukien HAMPATH ongelma ei voi kuulua luokkaan P. Tämä tarkoittaa, että ei ole olemassa polynomisessa ajassa toimivaa ratkaisualgoritmia HAMPATH ongelmalle.

4.

Olkoon funktion f(x) aikavaativuus $T_f(n) \leq O(n^a)$ jollain vakiolla a > 0 ja funktion g(x) aikavaativuus $T_g(n) \leq O(n^a)$ jollain vakiolla a > 0.

Tällöin funktion f(x) tulosteen y pituus on $|y| = |T_f(|x|)| \leq |O(|x|^a)|$, eli |y| on polynomisesti rajoitettu x:n suhteen

Funktion h = g(f(x)) tulosteen z pituus on $|z| = |T_h(|y|)| \leq |O((x^a)^a)|$

Koska a on vakio ja funktion h aikavaativuus on polynominen termi, sen aikavaativuus on polynominen.

Polynomisen palautuksen määritelmän mukaan jos $A \leq_p B$, on olemassa funktio f $\sum^* \rightarrow \sum^*$, jossa $w \in A$ ja $f(w) \in B$ ja jos $B \leq_p C$, on olemassa funktio g $\sum^* \rightarrow \sum^*$, jossa $w \in B$ ja $g(x) \in C$. Tästä seuraa, että jos $A \leq_p C$ niin on olemassa funktio h $\sum^* \rightarrow \sum^*$, jossa $w \in A$ ja $g(f(w)) \in C$. Tämä pätee äsköisen osoituksen logiikan kanssa, joten lemma pätee.