

Theoretische Informatik

Übungsblatt 2 (für die 43. Kalenderwoche)

zur Vorlesung von Prof. Dr. Till Mossakowski
im Wintersemester 2016/2017

Magdeburg, 17. Oktober 2016

1. Es seien die Menge $M = \{a, b, c, d, e\}$ sowie die Relation $R \subseteq M^2$, definiert durch

$$R = \{(a, b), (a, c), (a, d), (d, c), (d, e)\},$$

gegeben.

- Bestimmen Sie die reflexive und transitive Hülle R^* der Relation R .
 - Zeichnen Sie die gerichteten Graphen $G = (M, R)$ und $G^* = (M, R^*)$.
2. a) Beweisen Sie, dass die Menge der Wörter über einem Alphabet abzählbar unendlich ist.
b) Beweisen Sie, dass die Menge der Sprachen über einem Alphabet überabzählbar unendlich ist.
3. Beweisen Sie durch vollständige Induktion, dass die Ungleichung

$$n^2 > 2n + 1$$

für alle natürlichen Zahlen $n \geq 3$ gilt.

4. Es sei $\Sigma = \{a, b\}$. Wir definieren eine Sprache L über Σ induktiv wie folgt.

- ε gehört zu L .
- Falls $x \in L$ ist, dann gehört auch $abxb$ zu L .
- Falls $x \in L$ ist, dann gehört auch $bxba$ zu L .
- Falls $x \in L$ und $y \in L$, dann gehört auch xy zu L .

Beweisen Sie durch strukturelle Induktion, dass alle Wörter in L doppelt so viele b wie a enthalten.

5. In der Vorlesung sitzen n Studenten, $n \geq 2$, die sich teilweise gegenseitig kennen. Zeigen Sie, dass es zwei verschiedene Studenten gibt, die mit gleich vielen anderen Studenten bekannt sind.
6. Es seien die folgenden Zustandsdiagramme deterministischer endlicher Automaten M_1 und M_2 gegeben.

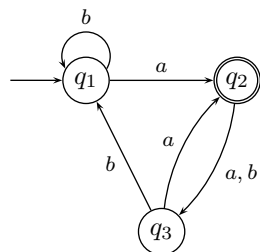


Abbildung 1: Automat M_1

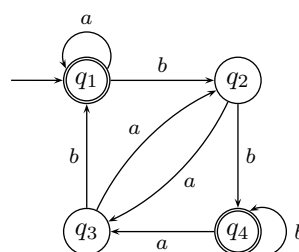


Abbildung 2: Automat M_2

- Geben Sie formale Beschreibungen der Automaten M_1 und M_2 an.
- Geben Sie für beide Automaten die Folge der Konfigurationen bei der Verarbeitung der Eingabe $aabb$ an.
- Wird jeweils das Wort $aabb$ akzeptiert? Begründen Sie ihre Antwort.
- Wird jeweils das leere Wort ε akzeptiert? Begründen Sie ihre Antwort.