Blatt 02

Aufgabe 2.1

Sei A Ereignis eines Zufallsexperimentes mit dem Ereignisraum Ω. Betrachten Sie die Abbildung $P' : 2\Omega \to [0,1]$ definiert durch $P'(B) := P(A \cup B)$. Untersuchen Sie, ob P' eine Wahrscheinlichkeit auf Ω definiert, d.h. prüfen Sie die Eigenschaften K1,K2 und K3.

Aufgabe 2.2

Die Modulprüfungen zur Mathematik I und II können als benotete oder unbenotete Leistungen abgelegt werden. Für den unbenoteten Leistungsnachweis entscheiden sich 30% der Studierenden in der Mathematik I und 60% in der Mathematik II. In Mathematik I erreichen 68% der Studierenden den Leistungsnachweis und in Mathematik II erhalten 62% den Leistungsnachweis beim ersten Versuch.

$$A : \text{"Mathe 1 Schein"}$$

$$a : \text{"Mathe 1 im ersten Versuch bestanden"}$$

$$B : \text{"Mathe 2 Schein"}$$

$$b : \text{"Mathe 2 im ersten Versuch bestanden"}$$

- **a) Wieviel % der Studierenden erreichen im ersten Versuch den Leistungsnachweis in Mathematik II, nachdem sie den Leistungsnachweis in Mathematik I im ersten Versuch erhalten haben?**

"Wahrscheinlichkeit von b unter der Vorraussetzung a"

$P(b|a) = \frac{P(b \cap a)}{P(a)} = \frac{0{,}62 * 0{,}68}{0{,}62} = 0,68$

- **b) Wieviel % der Studierenden erreichen im ersten Versuch den Leistungsnachweis in Mathematik II, obwohl sie den Leistungsnachweis in Mathematik I im ersten Versuch nicht erhalten haben?**

$P(b|\bar{a}) = \frac{P(b \cap \bar{a})}{P(\bar{a})} = \frac{0{,}62 * 0{,}32}{0{,}62} = 0,32$

Aufgabe 2.3

Ein roter und ein blauer Würfel werden geworfen.

$$A : \text{"Der rote Wurfel zeigt eine gerade Zahl"}$$

$$B : \text{"Der blaue Wurfel zeigt eine gerade Zahl"}$$

$$C : \text{"Die Augensumme ist eine ungerade Zahl"}.$$

a) Untersuchen Sie, ob die Ereignisse A,B und C paarweise unabhängig sind.

$P(A) = 3/6 = 0,5$

$P(B) = 3/6 = 0,5$

$P(C) = 16/36 = 0,5$

wenn $P(A \cap C) = P(A) * P(C)$, dann stochastik unabhängig:

- $P(A \cap C) = 0,25 = P(A) * P(C) \to$ stoch. unabh.
- $\text{gleiche gilt fuer: } P(B) \text{ und } P(C) \to$ stoch. unabh.
- $P(A \cap B) = 0,25 = P(A) * P(B) \to$ stoch. unabh.

b) Sind die Ereignisse A,B und C unabhängig?

Gleichzeitiges eintreten von A,B,C nicht möglich.

- $P(A \cap B \cap C) = 0 \neq \frac{1}{8} = P(A) * P(B) * P(C)$

  $\to$ stoch. abhängig

Aufgabe 2.4

Zwei Würfel werden geworfen.

a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, die Augensumme 7 zu werfen unter der Bedingung, dass wenigstens einmal die Augenzahl 3 geworfen wird.

Zwei Würfel: 6^2 = 36 Kombinationen

A : "Augensumme 7"

B : "mindestens ein Würfel Augenzahl 3"

P(B) = 2*eine Drei + Dreierpasch=

$P(B) = \frac{2*5+1}{36} = \frac{11}{36}$

$P(A \cap B) = \frac{2}{36}$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{2}{36}}{\frac{11}{36}} = \frac{2}{11} = 0,181$$

b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Augensumme 7 ist, falls die Augensumme ungerade ist.

A : "Augensumme 7"

B : "Augensumme ungerade"

$P(B) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$

$P(A \cap B) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

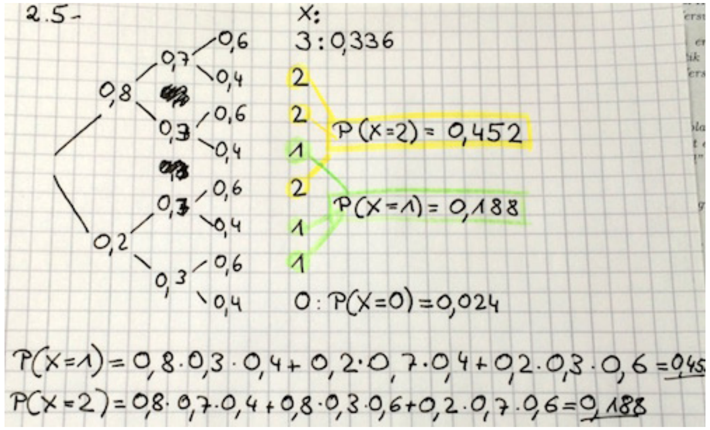
$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{18}{36}}{\frac{6}{36}} = \frac{1}{2} = 0,5$$

Aufgabe 2.5

Für eine Firma werden drei Großrechner gekauft. Diese haben unterschiedliche Qualitätseigenschaften. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass diese länger als 4000 Stunden ausfallfrei arbeiten, betragen 0,8; 0,7; 0,6. Sei X die Anzahl der Großrechner, die länger als 4000 Stunden ausfallfrei arbeiten. Bestimmen Sie

- **a) die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X,**

X : Anzahl der Grossrechner, die laenger 4000h ausfallfrei

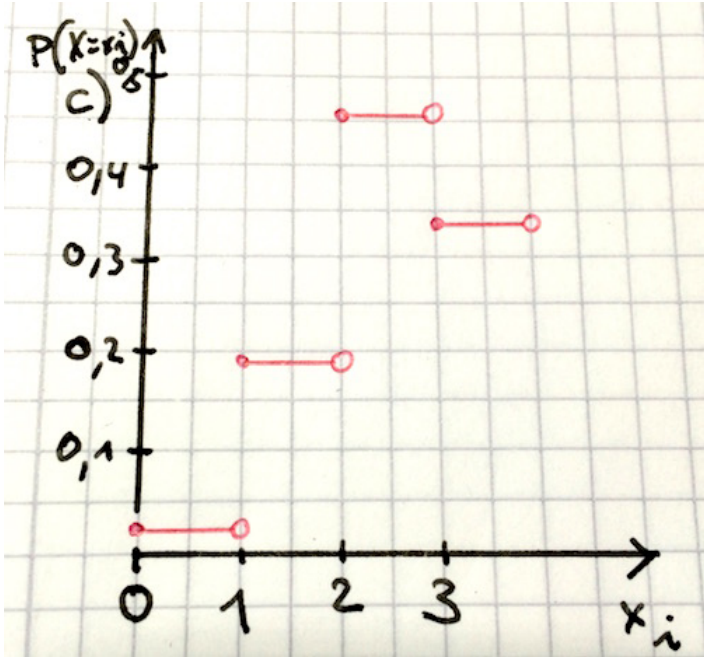


$X = x_i$	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	0,024	0,188	0,452	0,366

- **b) die Verteilungsfunktion,**

		0,024 für $x = 0$
		0,188 für $x = 1$
$F(X) =$		0,452 für $x = 2$
		0,366 für $x = 3$

- **c) den Graph der Verteilungsfunktion,**



- **d)** $P(X \geq 1)$.

$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 0,976$