Blatt 03

Aufgabe 3.1

Wir führen das Experiment durch "Zweimal hintereinander würfeln". Welche der folgenden Ereignisse sind unabhangig.

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

- **(a)** $A = \{(1;1);(2;2);(3;3);(4;4)\}$ $B:$ $\text{Augensumme groesser oder gleich 5}$

aus Tabelle:

$P(A) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

$P(B) = \frac{36-6}{36} = \frac{5}{6}$

$P(A \cap B) = \frac{2}{36}$

$P(A) * P(B) = \frac{5}{54} \neq P(A \cap B) \rightarrow$ stochastisch abhängig

---

- **(b)** $A:$ $\text{Ein Wurfel zeigt eine 1}$ $B:$ $\text{Ein Wurfel zeigt eine 2}$

aus Tabelle:

$P(A) = \frac{11}{36}$

$P(B) = \frac{11}{36}$

$P(A \cap B) = \frac{2}{36}$

$P(A) * P(B) = \frac{121}{1296} \neq P(A \cap B) \rightarrow$ stochastisch abhängig

---

- **(c)** A : Beide Augenzahlen sind gerade.
  B : Beide Augenzahlen sind ungerade.

aus Tabelle:

$P(A) = \frac{9}{36}$

$P(B) = \frac{9}{36}$

$P(A \cap B) = 0$ (nicht möglich)

$P(A) * P(B) \neq 0 = P(A \cap B) \rightarrow$ stochastisch abhängig

---

- **(d)** A : Beide Augenzahlen sind gerade.
  B : Ein Wurfel zeigt eine gerade Zahl.

aus Tabelle:

$P(A) = \frac{9}{36}$

$P(B) = \frac{36-9}{36} = \frac{27}{36}$

$P(A \cap B) = \frac{9}{36}$

$P(A) * P(B) = \frac{243}{1296} \neq \frac{9}{36} = P(A \cap B) \rightarrow$ stochastisch abhängig

---

Aufgabe 3.2

Wir führen das Experiment durch "Zweimal hintereinanderwürfeln". Der Ereignisraum ist also $\Omega = \{1;2;3;4;5;6\} \times \{1;2;3;4;5;6\}$ Wir definieren drei Zufallsvariablen:

X : Anzahl der Wuerfe, bei denen eine gerade Zahl geworfen wird.
Y : Anzahl der Wuerfe, bei denen eine Zahl 5 geworfen wird.
Z : Ergebnis des ersten Wurfes.

Welche der Zufallsvariablen sind unabhangig (Definition von Unabhängigkeit von Zufallsvariablen kommt am 29.10. in der Vorlesung). Begründen Sie Ihre Antwort!

t	0	1	2	3	4	5	6
$P(X=t)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	0	0	0	0
$P(Y=t)$	$\frac{25}{36}$	$\frac{10}{36}$	$\frac{1}{36}$	0	0	0	0
$P(Z=t)$	0	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

$P(X = x_i, Y = y_j) = P(X = x_i)P(Y = y_j)(i = 1,..,I; j = 1,...,J)$

Aufgabe 3.3

Gegeben ist die Verteilungsfunktion einer diskreten Zufallsvariablen

		0	**für**	$t < 0$
		0,1	für	$0 <= t < 2$
F(t)=		0,4	für	$2 <= t < 4$
		0,8	für	$4 <= t < 6$
		1	für	$t >= 6$

Berechnen Sie: $P(1 < X <= 4); P(1 <= X <= 4); P(X >= 3)$.

- für stetige Funktion über Dichtefunktion zu lösen
- für diskrete Funktion hingegen über Binomialverteilung?!

$P(1 < X <= 4) = P(X <= 4) - P(X < 1) = 0,8 - 0,1 = 0,7$

$P(1 <= X <= 4) = P(X <= 4) - P(X <= 1) = 0,8 - 0,1 = 0,7$

$P(X >= 3) = 1 - P(X < 3) = 1 - 0,4 = 0,6$

Aufgabe 3.4

Die zufällige Anzahl X von Ausfällen eines Servers pro Monat genügt folgender Verteilung:

Ausfälle x_i	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**>4**
$P(X = x_i)$	0,5	0,2	0,1	0,1	0,1	0

Der Ausfall des Servers verursacht verschiedene Kosten. Der einmalige Ausfall des Servers kostet 1000 EUR. Fällt der Server zweimal aus, so betragen die Kosten 1500 EUR. Bei drei- und viermaligem Ausfall mussen jeweils 2000 EUR bezahlt werden. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafur, dass mehr als 1000 EUR Kosten im Monat wegen Ausfällen des Servers entstehen?

$$P(\text{"Mehr als 1000 EUR Kosten im Monat"}) = P(X >= 2) =$$
$$= P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) + P(X > 4) = 0,1 + 0,1 + 0,1 + 0 = 0,3$$

Aufgabe 3.5

Die Intaktwahrscheinlichkeit bezogen auf die Zeit t betragen fur zwei unabhängig voneinander arbeitende Computernetze 0,9 bzw. 0,8. Sei X die Zufallsvariable für die Anzahl der in der Zeit t intakten Computernetze. Ermitteln Sie

(a) die Verteilungsfunktion $F(x)$,

$A: \text{System A intakt}$

$B: \text{System B intakt}$

Intakte Systeme x_i	**2**	**1**	**0**
$P(X = x_i)$	0,72	0,26	0,02

$P(X = 2) = P(A) * P(B) = 0,9 * 0,8 = 0,72$

$P(X = 1) = P(\overline{A}) * P(B) + P(A) * P(\overline{B}) = 0,1 * 0,8 + 0,9 * 0,2 = 0,26$

$P(X = 0) = P(\overline{A}) * P(\overline{B}) = 0,1 * 0,2 = 0,02$

		0	**für**	$t < 0$
F(X)=		0,02	für	$0 <= t < 1$
		0,28	für	$1 <= t < 2$
		1	für	$2 <= t$

(b) die Wahrscheinlichkeit, dass in der Zeit t wenigstens ein Computernetz intakt ist.

Gegenereignis zu "alle ausgefallen"

$P(X >= 1) = 1 - P(X = 0) = 0,98$