

Blatt 03

Aufgabe 3.1

Wir führen das Experiment durch "Zweimal hintereinander würfeln". Welche der folgenden Ereignisse sind unabhängig.

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

-
- (a) $A = \{(1; 1); (2; 2); (3; 3); (4; 4)\}$ B : Augensumme grösser oder gleich 5

aus Tabelle:

$$P(A) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

$$P(B) = \frac{36-6}{36} = \frac{5}{6}$$

$$P(A \cap B) = \frac{2}{36}$$

$$P(A) * P(B) = \frac{5}{54} \neq P(A \cap B) \rightarrow \text{stochastisch abhängig}$$

- (b) A : Ein Würfel zeigt eine 1 B : Ein Würfel zeigt eine 2

aus Tabelle:

$$P(A) = \frac{11}{36}$$

$$P(B) = \frac{11}{36}$$

$$P(A \cap B) = \frac{2}{36}$$

$$P(A) * P(B) = \frac{121}{1296} \neq P(A \cap B) \rightarrow \text{stochastisch abhängig}$$

- (c) A : Beide Augenzahlen sind gerade.
 B : Beide Augenzahlen sind ungerade.

aus Tabelle:

$$P(A) = \frac{9}{36}$$

$$P(B) = \frac{9}{36}$$

$$P(A \cap B) = 0 \text{ (nicht möglich)}$$

$$P(A) * P(B) \neq 0 = P(A \cap B) \rightarrow \text{stochastisch abhängig}$$

- **(d)** A : Beide Augenzahlen sind gerade.
 B : Ein Würfel zeigt eine gerade Zahl.

aus Tabelle:

$$P(A) = \frac{9}{36}$$

$$P(B) = \frac{36-9}{36} = \frac{27}{36}$$

$$P(A \cap B) = \frac{9}{36}$$

$$P(A) * P(B) = \frac{243}{1296} \neq \frac{9}{36} = P(A \cap B) \rightarrow \text{stochastisch abhängig}$$

Aufgabe 3.2

Wir führen das Experiment durch "Zweimal hintereinanderwürfeln". Der Ereignisraum ist also $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\} \times \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ Wir definieren drei Zufallsvariablen:

X : Anzahl der Würfe, bei denen eine gerade Zahl geworfen wird.

Y : Anzahl der Würfe, bei denen eine Zahl 5 geworfen wird.

Z : Ergebnis des ersten Wurfes.

Welche der Zufallsvariablen sind unabhängig (Definition von Unabhängigkeit von Zufallsvariablen kommt am 29.10. in der Vorlesung). Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 3.3

Gegeben ist die Verteilungsfunktion einer diskreten Zufallsvariablen

		0	für	$t < 0$
		0,1	für	$0 \leq t < 2$
F(t)=		0,4	für	$2 \leq t < 4$
		0,8	für	$4 \leq t < 6$
		1	für	$t \geq 6$

Berechnen Sie: $P(1 < X \leq 4)$; $P(1 \leq X \leq 4)$; $P(X \geq 3)$.

$$P(1 < X \leq 4) =$$

Aufgabe 3.4

Die zufällige Anzahl X von Ausfällen eines Servers pro Monat genügt folgender Verteilung:

Ausfälle x_i	0	1	2	3	4	>4
$P(X = x_i)$	0,5	0,2	0,1	0,1	0,1	0

Der Ausfall des Servers verursacht verschiedene Kosten. Der einmalige Ausfall des Servers kostet 1000EUR. Fällt der Server zweimal aus, so betragen die Kosten 1500EUR. Bei drei- und viermaligem Ausfall müssen jeweils 2000EUR bezahlt werden. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mehr als 1000EUR Kosten im Monat wegen Ausfällen des Servers entstehen?

$$\begin{aligned} P(\text{"Mehr als 1000EUR kosten im Monat"}) &= P(X \geq 2) = \\ &= P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) + P(X > 4) = 0,1 + 0,1 + 0,1 + 0 = 0,3 \end{aligned}$$

Aufgabe 3.5

Die Intaktwahrscheinlichkeit bezogen auf die Zeit t betragen für zwei unabhängig voneinander arbeitende Computernetze 0,9 bzw. 0,8. Sei X die Zufallsvariable für die Anzahl der in der Zeit t intakten Computernetze. Ermitteln Sie

(a) die Verteilungsfunktion $F(x)$,

(b) die Wahrscheinlichkeit, dass in der Zeit t wenigstens ein Computernetz intakt ist.