UIZ-FPO: SMI-S_5
Recherche Opérationnelle
Prof. A. EL MOUATASIM
Examen Session Automne SP 22

Nom et Prénom:
CNE:
N^o d'examen:
Salle:

Exercice 1: (8 points) On considère le programme linéaire (P1) suivant :

$$
\begin{array}{rrcrcrl}
\max_x z = & 3x_1 & + & 2x_2 & + & 5x_3 & \\
s.c. & x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & \leq 430 \\
 & 3x_1 & + & & + & 2x_3 & \leq 460 \\
 & x_1 & + & 4x_2 & & & \leq 420 \\
 & x_1, & & x_2, & & x_3 & \geq 0
\end{array}
$$

1. Montrer que le point A=(0,100, 230) est un sommet de la région réalisable

$A = (0, 100, 230) \in \{x_1 + 2x_2 + x_3 = 430\} \cap \{3x_1 + 2x_3 = 460\} \cap \{x_1 = 0\}$
donc A est un sommet

2. À l'aide de l'algorithme du simplexe - tableaux, déterminer la solution du problème.

T.1	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	b
x_4	1	2	1	1	0	0	430
x_5	3	0	2	0	1	0	460
x_6	1	0	4	0	0	1	420
z	-3	-2	-5	0	0	0	0

T.2	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	b
x_4	3/4	2	0	1	0	-1/5	325
x_5	5/2	0	0	0	1	-1/2	250
x_3	1/4	0	1	0	0	1/4	105
z	-7/4	-2	0	0	0	5/4	525

T.3	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	b
x_2	3/8	1	0	1/2	0	-1/10	325/2
x_5	5/2	0	0	0	1	-1/2	250
x_3	1/4	0	1	0	0	1/4	105
z	-1	0	0	1	0	21/20	850

$X^* = (\quad , \quad , \quad)$ et $z^* =$ ......

3. Écrire (D), le dual de (P1).

$\min w = 430y_1 + 460y_2 + 420y_3$

$$
S.C \begin{cases} y_1 + 3y_2 + y_3 \geq 3 \\ 2y_1 + 4y_3 \geq 2 \\ y_1 + 2y_2 \geq 5 \\ y_1, y_2, y_3 \geq 0 \end{cases}
$$

4. À l'aide de la solution de (P1), en déduire la solution optimale de (D).

d'après le tableau on a $y^* = (\quad , \quad , \quad)$

5. Appliquer le théorème des écarts complémentaires vue en cours pour résoudre le problème dual (D).

......

Exercice 2: (8 points) Une société de jouets produit des trains, des camions et des voitures, en utilisant 3 machines. Les profits par train, camion et voiture sont respectivement 30 dh, 20 dh et 50 dh. Les temps nécessaires sur chaque machine sont :

Machine	Train/minute	Camion /minute	Voiture/minute	Total disponible
1	1	4	0	7h
2	1	2	1	7h 10 minutes
3	3	0	2	7h 40 minutes

1. Modéliser le problème sous forme d'une programmation linéaire en nombre entier (PLNE).
....
....
....
....
....

2. On note (PLNER) la relaxation continue de (PLNE), en déduire la solutioon de (PNER).
....

3. Utilisé première itération de la méthode du B&B pour déterminé les sous problèmes de (PLNE): (PLNE1) avec form canonique et (PLNE2) avec form générale

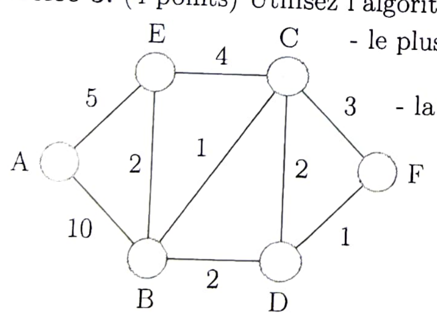
....	....
....	....
....	....
....	....
....	....
....	....

4. À l'aide de l'algorithme simplex et la méthode big M: faire premiere tableau pour (PLNE2).

T.1	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6			b

5. TP: Utiliser la fonction de python *linpro.py* ($X^* = linpro(C, A, b, X^0)$ tq $\max C^T X$ s.c. $AX = b,\ \ X \geq 0$) pour trouvez la solution optimal de (PLNE2).
....
....
....
....
....
....

Exercice 3: (4 points) Utilisez l'algorithme de **Dijkstra** pour trouver :



- le plus court chemin entre A et F: ....

- la longueur du plus court chemin de A à T: ....

Itérat.	Sommet marqué	S	$N \backslash S$	Voisins non marqués	Distance	Prédécesseur