

TD1 STATISTIQUES 2 / HPC - BIG DATA 2023

RAPPELS - ESTIMATEURS

EXERCICE 1 :

Le rayon R d'un disque est mesuré avec une erreur de mesure distribuée selon une loi normale centrée de variance σ^2 inconnue.

Proposer un estimateur non biaisé de la surface S du disque, exploitant une série de n mesures indépendantes du rayon.

EXERCICE 2 :

Soit X une variable aléatoire suivant une loi uniforme sur l'intervalle $[0, a]$ avec $a > 0$. On considère n variables aléatoires indépendantes X_1, \dots, X_n distribuées selon cette loi.

1) Soit la variable aléatoire $T = \text{Max}(X_1, \dots, X_n)$.

- a) Déterminer la densité de probabilité de la variable aléatoire T .
- b) Calculer l'espérance $E[T]$ et en déduire un estimateur \hat{a}_1 non biaisé de a .

2)

- a) Quel serait l'estimateur \hat{a}_2 de a obtenu par maximisation de la vraisemblance d'un échantillon de n mesures indépendantes de la variable X ?
- b) Calculer l'erreur quadratique moyenne de cet estimateur, définie par :
 $\text{MSE}(\hat{a}_2) = E[(\hat{a}_2 - a)^2]$. Comparer avec $\text{MSE}(\hat{a}_1)$.