Exercice 2

1°) ~~Calculons la part de variance de la 2ème variable expliquée par la 3e composante principale.~~

$$\cancel{\tilde{\rho}^2_{2J} = \tilde{\rho}^2_{23} \Rightarrow \boxed{\tilde{\rho}^2_{23} = 0}}$$

$\tilde{\rho}^2_{23} = \frac{4-3a}{4}$

Appliquer la proposition 7.2 du cours

2°) Soit ρ la matrice de corrélation.

$$\rho = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & -1/2 & 0 \\ -a/2 & a\sqrt{2} & 0 \\ 0 & -a/\sqrt{2} & a/2 \end{pmatrix}$$

$$\boxed{\tilde{\rho}_{12} = -\frac{1}{2}}$$

Par definition 2 pts

3°) $\text{corr}(x^1, x^2) = \cos(\widehat{x^1, x^2}) = \cos(\pi/2) = 0$

1pt

$\text{corr}(x^1, x^3) = \cos(\widehat{x^1, x^3}) = \cos(\pi) = -1$

Ici seule la variable 1 est entièrement expliquée par les deux première composante principale

Voir Demo proposition 7.2

x^1, x^2 ont une corrélation proche de 0

x^1, x^3 ont une corrélation proche de -1.
les variables x^1 et x^3 sont opposées.

4°) $$\Sigma = \cancel{\begin{pmatrix} b & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{12} & b & \sigma_{23} \\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & b \end{pmatrix}}$$

$\text{var}(\eta_1) =$