## DH建模方法复习：

* 坐标系配置需要满足条件：
  + 坐标轴 垂直于坐标轴
  + 坐标轴 与坐标轴相交
* 四个主要参数
  + **a** 是轴 与 之间沿轴线 之间的距离
  + 是垂直于 平面测得两个z轴之间的夹角，正向从 i 到 i+1
  + **d** 是从坐标系i原点o到轴线 与交点 o' 之间的距离
  + 是垂直于平面从两个x轴之间的夹角，同样遵循从低到高为＋

| link |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 0 | 90 |  | 90 |
| 2 | a2 | 0 | d2 |  |
| t2 | 0 | 90 | d\_{t2} |  |
| 3 | 0 | 0 | d\_3 | 90 |
| t3 | a\_{t3} | -90 | 0 |  |
| 4 | a\_4 | -90 | 0 | -90 |
| 5 | 0 | 0 | -d5 |  |

: 0-130mm

a2 = 218.55mm ; d2 = 60.1mm

d\_{t2} = 165mm

d\_3 = 90mm

a\_{t3} = 90mm //为什么这两个不相等？

a\_4 = 155

d5 = 15

添加extended系里坐标轴后的DH表：

| link |  |  |  |  | 对应从端坐标系 |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 0 | 90 |  | 90 |  |
| e0 | 0 | -90 | de0 |  |  |
| e1 | 0 | 0 | de1 | 0 |  |
| 2 | 0 | 90 | 0 | 0 |  |
| t2 | 0 | 90 | d\_{t2} |  |  |
| 3 | 0 | 0 | d\_3 | 90 |  |
| t3 | a\_{t3} | -90 | 0 |  |  |
| 4 | a\_4 | -90 | 0 | -90 |  |
| 5 | 0 | 0 | -d5 |  |  |

借助matlab计算得到二连杆部分（控制偏转）的齐次变换矩阵如下：

2-27结果：

3-2日修改了坐标系配置，计算新的结果如下：

二连杆+小臂偏转部分（整体控制朝向）的齐次变换矩阵：

$$[cos(2 + 3), -sin(2 + 3)\*sin(4), -sin(2 + 3)\*cos(4), a4\*cos(2 + 3) + d3\*cos(2 + 3) - a2\*sin(2) - at3\*sin(2 + 3)\*cos(4)] \\
[sin(2 + 3), cos(2 + 3)\*sin(4), cos(2 + 3)\*cos(4), a4\*sin(2 + 3) + d3\*sin(2 + 3) + a2\*cos(2) + at3\*cos(2 + 3)\*cos(4)] \\
[ 0, -cos(4), sin(4), d2 + dt2 + at3\*sin(4)] \\
[ 0, 0, 0, 1]$$

## 连续体

DH-table

3-5日发现左右手坐标系建模错误，因此需要对下DH参数表进行修改：

| link |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 0 | -90 | 0 |  |
| 2 | 0 | 90 | 0 |  |
| 3 | 0 | -90 |  | 0 |
| 4 | 0 | 90 | 0 |  |
| 5 | 0 | 0 | -0 |  |

## 控制策略

根据约束一中关系，我们需要根据主端手指朝向，计算该朝向下齐次变换中的旋转矩阵，由于主从两端朝向相同，因此在初始末端坐标系和世界坐标系相同的情况下，主从两边旋转矩阵部分应该相同。由于最终的旋转矩阵只有三个偏转关节决定，因此只需要考虑从坐标系 与 坐标系 之间的关系。其中坐标 对应的小臂偏转与手腕偏转完全独立，因此可以分开分析，以下推导主端关节变量 与 从端两端连续体变量上述主端变量如图\_\_ 所示，其中从端变量 分别表示近端连续体曲率和长度，由于近端只有在一个平面的自由度，因此对应的偏转角度为0，同理后面三个参数分别对应远端连续体偏转角度，曲率和长度。

#### 小臂偏转关节与近端连续体：

单独考虑小臂只有一个旋转过程，对应的旋转矩阵为 ，

$$Rot (\hat{Z\_1},\theta\_2) = \begin{bmatrix} \end{bmatrix}$$

根据前文中连续体运动学建模结构，近端平面连续体齐次变化矩阵中的旋转矩阵

$$R\_{s1} =\begin{bmatrix} \end{bmatrix}$$

#### 手腕偏转关节与远端连续体：

为了使得初始状态下末端与起始段坐标系关系一致，在现有坐标系基础上添加两个额外坐标系如下图：

**图片**

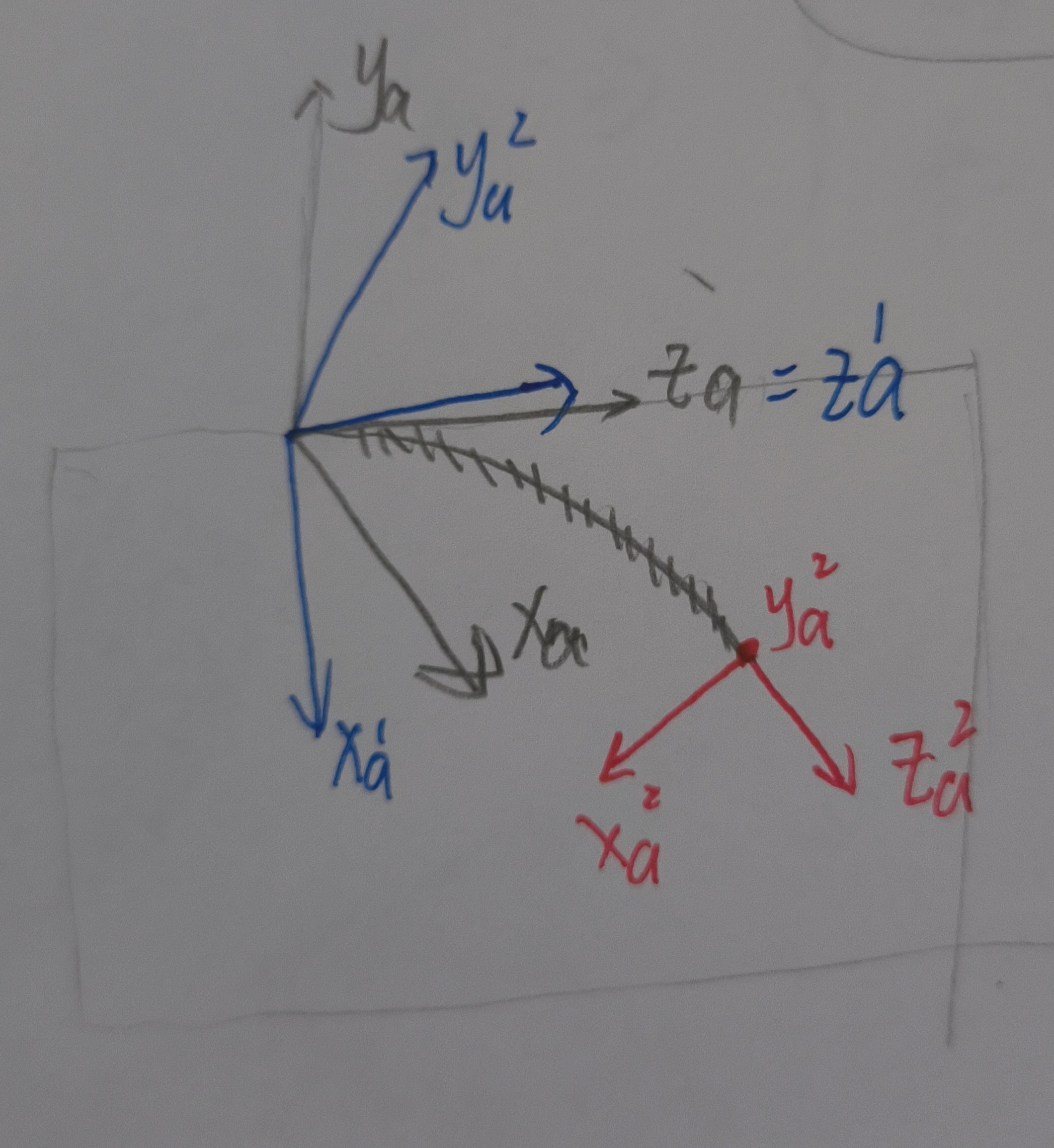
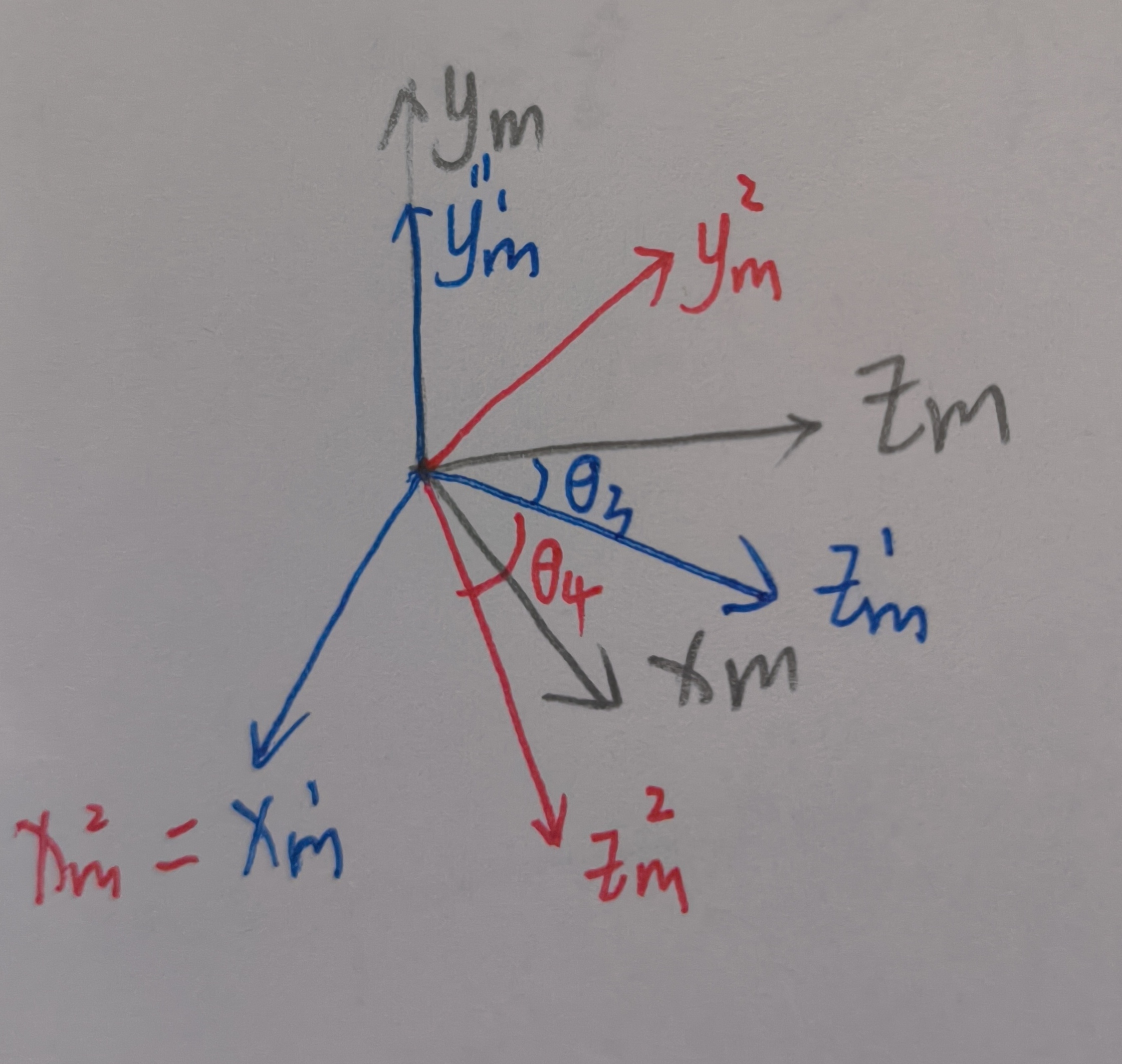
列出新坐标系对应的DH表：

| link |  |  |  |  | 对应从端坐标系 |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 0 | 90 |  | 90 |  |
| e0 | 0 | -90 | de0 |  |  |
| e1 | 0 | 0 | de1 | 0 |  |
| 2 | 0 | 90 | 0 | 0 |  |
| t2 | 0 | 90 | d\_{t2} |  |  |
| 3 | 0 | 0 | d\_3 | 90 |  |
| t3 | a\_{t3} | -90 | 0 |  |  |
| 4 | a\_4 | -90 | 0 | -90 |  |
| 5 | 0 | 0 | -d5 |  |  |

计算坐标系 在坐标系 下的齐次变换矩阵

同样根据之前连续体模型，可以得到远端连续体末端坐标系与起事端坐标系 之间的齐次变化矩阵 如下:

通过观察 和 ，其中旋转矩阵部分无法保证恒相等。为了解决该问题，对主从两端坐标系变换进行分析：为了便于理解，以下用欧拉角的方式对旋转变换进行描述。



以下全为错误结论

由上图可以看出，主端二连杆的运动是由绕轴偏航()和 绕轴俯仰 组合而成；而连续体的坐标变换是由绕轴滚动 后绕 偏航 ，再绕 滚动 。通过上述分析，可以知道主端只有俯仰和偏航的旋转，而从端只有滚动和偏航的旋转，两者无法等效。这里提出的解决方法是将主端的两次旋转分作两步分析，主端单独的偏航()可以借助从端偏航描述，而主端的俯仰 可以通过从端绕滚动90°后再绕 偏航 偏航。从端需要进行两次坐标变换才能实现与主端同步，两次变换的参数需要满足以下关系：

**正负号规定：所有旋转角度正负号均遵守右手定则；**

注：由于曲率只能是正数，因此当 为负数时，

经过反思，上述“两步走”的方法中，第二次是在第一次的基础上进行了，也就是第二次旋转矩阵右乘 ，这样等价于两个串联单自由度连续体共同作用的结果，而实际上，我们这里只讨论一个具有双自由度的连续体，因此上述结论错误。

经过重新分析，我提出了两种解决方法：

* “两步走”的思路应该是可行的，但是两步应该都是在连续体的世界坐标系下进行变换，这个也是我先用第二种思路做出来后才想清楚的，结果和思路二一样，但是不如思路二简洁，这里不多做描述
* 另一个思路是末端朝向相同的硬约束其实只有z轴重合，x,y可以通过后续绕z轴的旋转来调整

##### 思路二

下图描述了二连杆先绕 旋转后，再绕 旋转后得到最终二连杆末端坐标系的过程，观察下图可以发现，该结果同样可也通过先绕旋转 角度后得到坐标系，再绕 旋转得到坐标系 该坐标系满足于坐标系z轴同向，但是x-y存在一个偏置需要弥补；这里主要的问题是如何借助几何关系，根据已知的 求解

[三余弦定理](https://zhuanlan.zhihu.com/p/401766934)描述的是空间中满足投影关系的三个角满足以下关系:

![fig:](data:application/octet-stream;base64,)

借助图中两组投影关系：在上的投影为，在上的投影为

三余弦组合1:

$$cos(ks) = cos(\theta\_3) \* cos(\theta\_4) \tag1$$

三余弦组合2：

$$cos(z\_20x\_0) = cos(\frac{pi}{2} - \theta\_3) \* cos(\theta\_4)\tag2$$

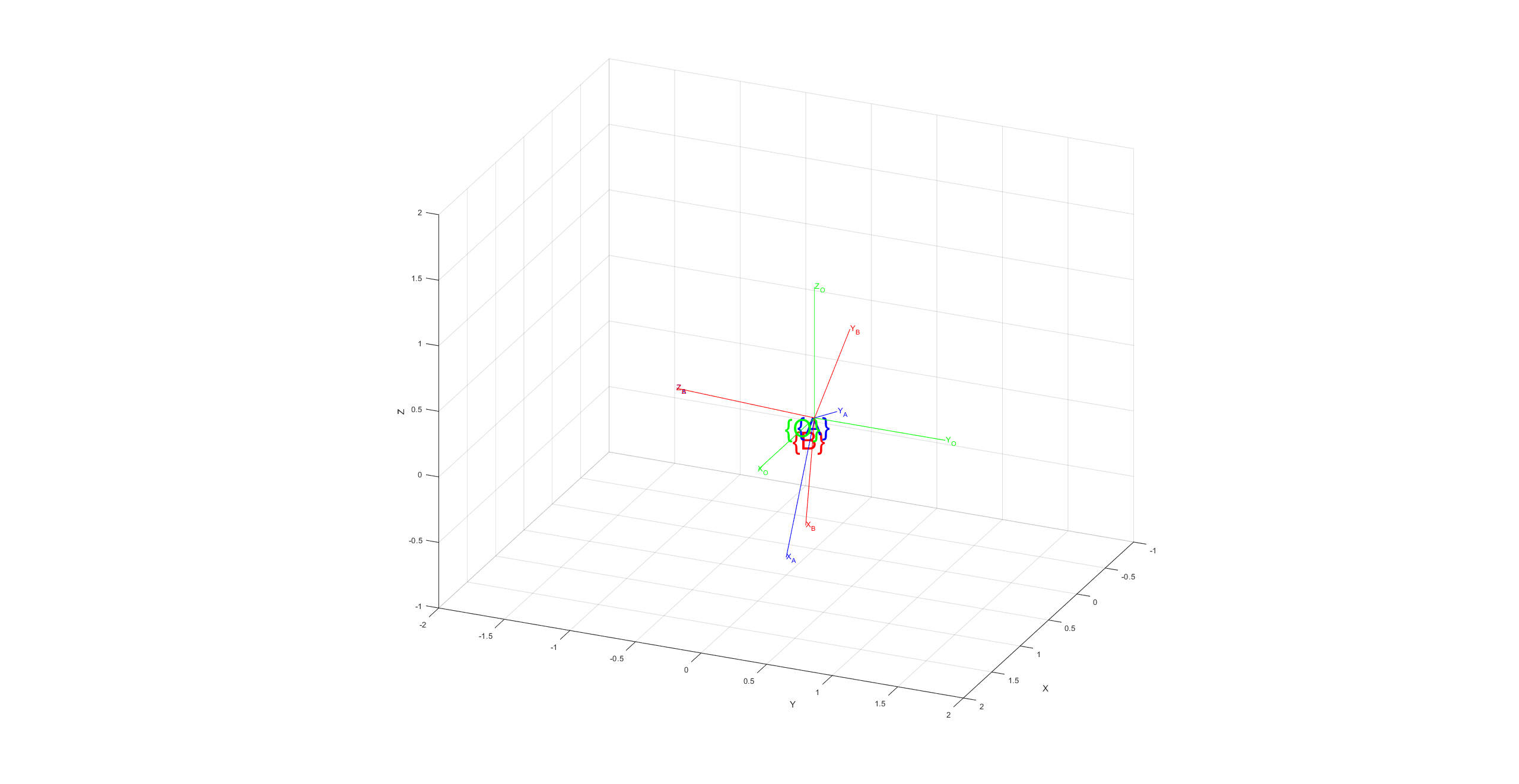
三余弦组合3：

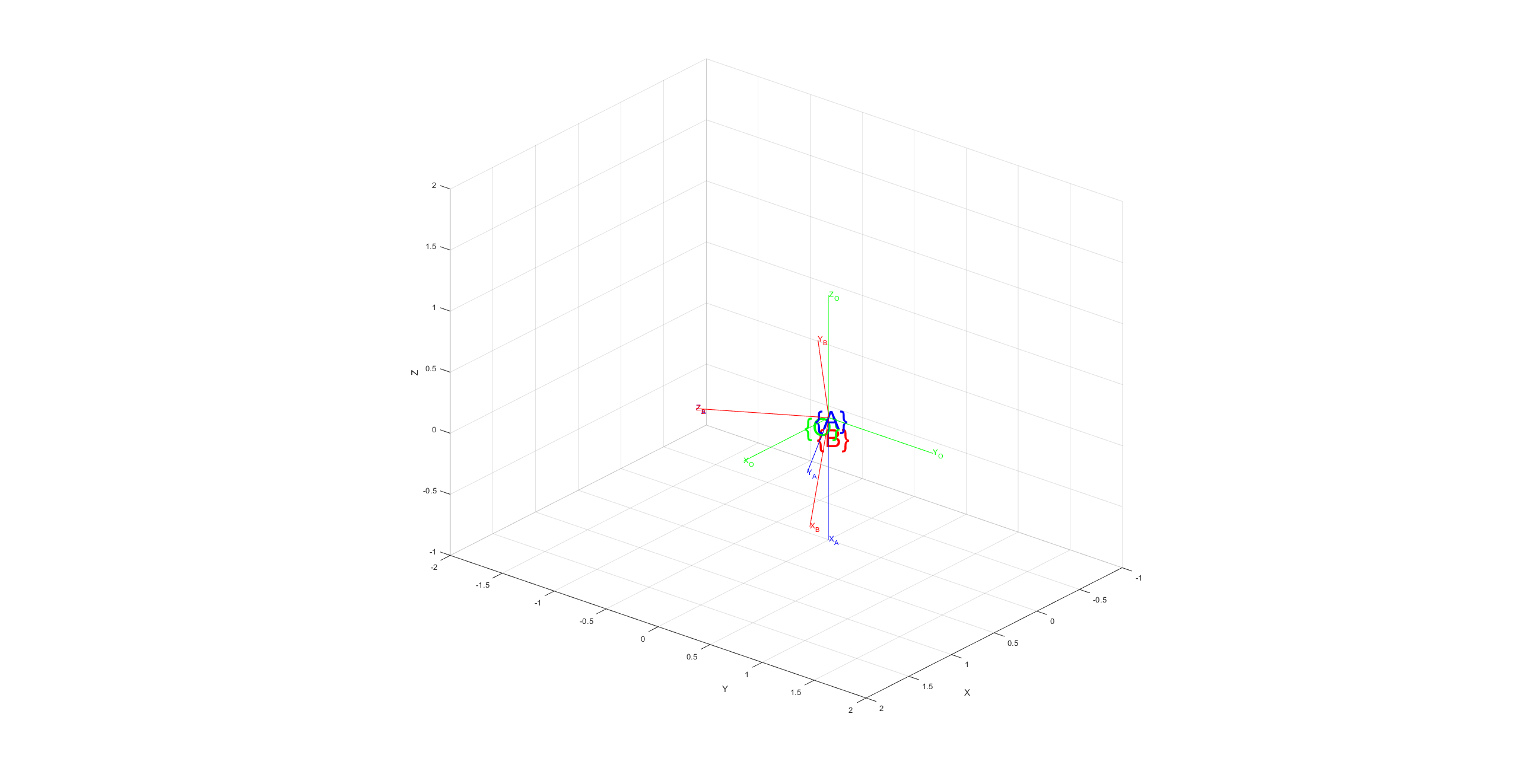
$$cos(z\_20x\_0) = cos(\phi) \* cos(\frac{pi}{2} - ks)\tag3$$

由等式联立求解可得

$$ks = cos^{-1} (c\_3 c\_4) \\
\phi = cos^{-1} (\frac{c\_4 s\_3}{s\_{ks}}) \tag4$$

使用matlab验证上述结论(4):





其中绿色坐标系为世界坐标系，红色坐标系为主端二连杆末端朝向，蓝色坐标系为连续体末端朝向，通过可视化坐标系变换可以验证该公式可以满足z轴同一朝向，但是x-y平面存在一个偏置。通过寻找新的几何关系：

**这个部分的公式也求出来了，但是验证不正确，我暂时找不到问题出在哪里？**

由此可以得到主端驱动空间 到从端构型空间 之间的映射关系：

**公式**

### 从端构型空间与驱动空间映射