

TRANSFERTS THERMIQUES : CMO n°1

3^{ème} année

Didier Gossard

Décembre 2025



Compétences attendues :

- Identifier les différents modes de transferts thermiques (conduction, convection, rayonnement) en jeu dans une configuration de système donnée.
- Établir les hypothèses appropriées pour résoudre le problème.
- Réaliser un bilan énergétique d'un système mettant en jeu des flux de chaleur.
- Déterminer les grandeurs caractéristiques des phénomènes de transferts thermiques.
- Interpréter les résultats de façon pertinente.

Plan général du cours

- Généralités sur les transferts thermiques
- Conduction thermique
- Convection thermique

Plan du CMO n°1

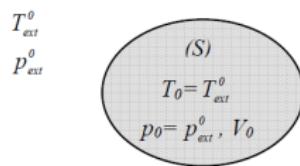
1. Généralités sur les transferts thermiques

- 1.1 Introduction
- 1.2 Les trois modes de transfert thermique
- 1.3 Chaleur et autres formes d'énergie
- 1.4 1^{er} principe de la thermodynamique

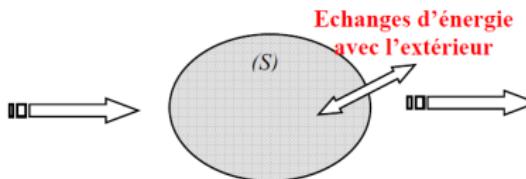
2. Conduction thermique

- 2.1 Loi de Fourier
- 2.2 Équation de la chaleur
- 2.3 Application à un mur plan 1D
- 2.4 Application à un cylindre creux
- 2.5 Application à une sphère creuse
- 2.6 Résistance thermique – Analogie électrique

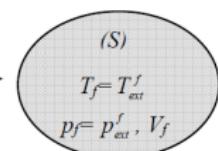
- La **thermodynamique** stipule que l'énergie peut être transférée sous forme de **chaleur** et de **travail** entre le système (Σ) et son environnement.
- Cependant, elle ne se préoccupe que de l'état initial et de l'état final du Σ à l'équilibre, et **n'explique pas** la nature des interactions mises en jeu et sur l'évolution temporelle du Σ entre les deux états d'équilibre.



état d'équilibre initial
(T et p uniformes)



Evolution de (S) au cours du temps
T et p non uniformes



état d'équilibre final
(T et p uniformes)

- **Transfert thermique** = science qui traite de la description quantitative (dans l'espace et dans le temps) de l'évolution des grandeurs caractéristiques du système, en particulier la température, entre l'état d'équilibre initial et l'état d'équilibre final.
- Par exemple : une machine frigorifique
 - ⇒ **approche thermodynamique** : calcul du rendement, détermination de grandeurs thermodynamiques (pression, température...) pour atteindre le rendement optimal
 - ⇒ **approche thermique** : analyse des mécanismes de transfert de la chaleur afin d'améliorer la structure des éléments pour atteindre les conditions de fonctionnement optimales déterminées par la thermodynamique.

* Transfert thermique par conduction dans les solides (ou les fluides au repos) :

- Il a lieu dans un milieu matériel **sans mouvement de matière**.
- C'est un transfert d'énergie des **particules les plus énergétiques** (*les particules chaudes qui ont une énergie de vibration élevée*) vers les **particules les moins énergétiques** (*les particules froides d'énergie de vibration moins élevée*), dû aux collisions entre particules.
- Dans les solides, le transfert d'énergie peut aussi se produire sous l'effet du **déplacement d'électrons libres** dans le réseau cristallin (par exemple, pour les métaux). Ainsi, **les bons conducteurs d'électricité sont en général également de bons conducteurs de la chaleur**.

★ Transfert thermique par convection :

- Mode de transfert de chaleur qui met en jeu, en plus de la conduction, le **mouvement macroscopique de la matière**.
- Ce phénomène se produit au sein des **milieux fluides en écoulement ou entre une paroi solide et un fluide en mouvement**.
- On distingue deux types de convection :
 - ⇒ ***Convection naturelle*** : les mouvements sont dus aux **variations de masse volumique dans un fluide soumis au champ de pesanteur**. Les variations de masse volumique sont générées par des **gradients de température** (*l'air chaud est plus léger que l'air froid*).
 - ⇒ ***Convection forcée*** : le mouvement du fluide est provoqué par des **actions mécaniques extérieures** (pompe, ventilateur...).

★ **Transfert de chaleur par rayonnement :**

- **Tout corps matériel émet et absorbe de l'énergie sous forme de rayonnement électromagnétique.**
- Le transfert de chaleur par rayonnement entre deux corps séparés par du vide ou un milieu semi-transparent se produit par l'intermédiaire d'**ondes électromagnétiques (ou photons)**, donc **sans support matériel**.

Unité de l'énergie (S.I) : JOULE

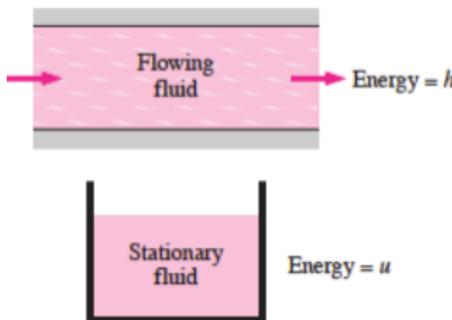
- **Énergie totale E_{tot} :**

$$E_{\text{tot}} = \underbrace{U}_{\text{énergie microscopique}} + \underbrace{E_p}_{\text{énergie potentielle gravitationnelle}} + \underbrace{E_c}_{\text{énergie cinétique}}$$

énergie macroscopique

- **Énergie microscopique U** : elle traduit **l'agitation des particules** et l'énergie liée aux **forces d'interactions entre elles**.
- **Chaleur sensible** : portion de l'énergie interne associée à *l'énergie cinétique des particules* (ou la *température*).
- **Chaleur latente** : portion de l'énergie interne mise en jeu durant un *changement de phase* (solide, liquide, gaz,...) d'un système.

Pour un écoulement de fluide :



- **Enthalpie massique h [$J.kg^{-1}$]** : énergie microscopique d'un écoulement de fluide (de masse volumique : ρ)

$$h = \frac{H}{m} = \frac{U + PV}{m} = \frac{U}{m} + P \frac{V}{m} = u + \frac{P}{\rho}$$

$\frac{P}{\rho}$: travail massique des forces de pression nécessaire pour déplacer le fluide.

- **Conservation de l'énergie :** *l'énergie ne peut ni être créée ni être détruite, elle ne peut que changer de forme.*
- **Bilan énergétique pour tout système :**

$$\left(\begin{array}{c} \text{Toute énergie} \\ \text{entrant} \\ \text{dans le système} \end{array} \right) - \left(\begin{array}{c} \text{Toute énergie} \\ \text{sortant} \\ \text{du système} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{Variation} \\ \text{de l'énergie totale} \\ \text{du système} \end{array} \right)$$

- **L'énergie peut être transférée vers ou depuis un système par chaleur, travail et transfert de masse. :**

$$\underbrace{E_{\text{in}} - E_{\text{out}}}_{\substack{\text{Énergie nette transférée} \\ \text{par chaleur, travail} \\ \text{et transfert de masse}}} = \underbrace{\Delta E_{\text{système}}}_{\substack{\text{Variation de l'énergie} \\ \text{interne, potentielle, cinétique,...} \\ \text{du système}}}$$

Énergie nette transférée
par chaleur, travail
et transfert de masse

Variation de l'énergie
interne, potentielle, cinétique,...
du système

- En régime instationnaire :

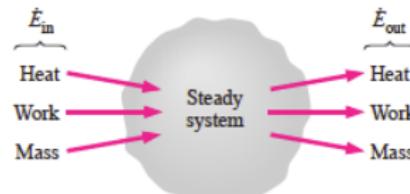
$$\underbrace{\dot{E}_{\text{in}} - \dot{E}_{\text{out}}}_{\substack{\text{Puissance nette transférée} \\ \text{par chaleur, travail et transfert de masse}}} = \frac{dE_{\text{système}}}{dt}$$

Variation temporelle

de l'énergie interne, potentielle, cinétique,...

- En régime stationnaire :

$$\underbrace{\dot{E}_{\text{in}}}_{\substack{\text{Puissance entrante transférée} \\ \text{par chaleur, travail et transfert de masse}}} = \underbrace{\dot{E}_{\text{out}}}_{\substack{\text{Puissance sortante transférée} \\ \text{par chaleur, travail et transfert de masse}}}$$



- Pour un système macroscopiquement immobile :

$$\Delta E_{\text{système}} = \Delta U_{\text{système}}.$$

Dans ce cas, le bilan énergétique devient :

$$\underbrace{Q_{\text{in}} - Q_{\text{out}}}_{\text{Chaleur nette transférée}} + \underbrace{E_{\text{gen}}}_{\text{Génération de chaleur}} = \underbrace{\Delta E_{\text{thermique,système}}}_{\text{Variation de l'énergie thermique du système}}$$

- Bilan énergétique pour un système immobile fermé (pas de transfert de masse)

$$Q = \Delta U = m c_v \Delta T$$

c_v : capacité calorifique massique à volume constant
 $[J.kg^{-1}.K^{-1}]$

- Bilan énergétique pour un écoulement stationnaire :

$$\dot{Q} = \dot{m} \Delta h = \dot{m} c_p \Delta T$$

c_p : capacité calorifique massique à pression constante
 $[J.kg^{-1}.K^{-1}]$

- \dot{m} est le **débit massique** d'un fluide (de masse volumique : ρ) qui s'écoule à travers la section transversale A_c d'une conduite ou d'une canalisation à une vitesse de composante V_n normale à A_c :

$$\dot{m} = \iint_{A_c} \rho V_n dA = \text{constant durant l'écoulement.}$$

- **Loi de Fourier** (1807) : $\vec{\varphi} = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}} T$
- λ est la **conductivité thermique** du matériau [$W.m^{-1}.K^{-1}$].
- $\overrightarrow{\text{grad}} T$ est le **gradient de température** qui dépend du système de coordonnées [$K.m^{-1}$].
- Formulation du gradient dans différents systèmes de coordonnées :

★cartésiennes : $\overrightarrow{\text{grad}} T(x, y, z) = \frac{\partial T}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial T}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial T}{\partial z} \vec{k}$

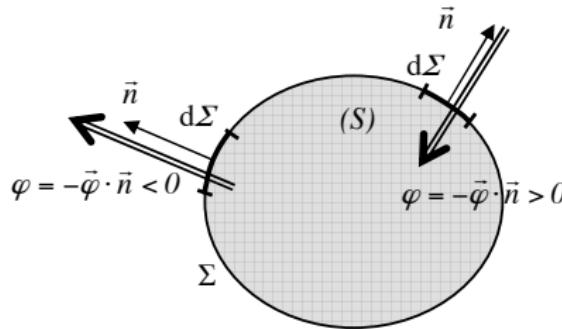
★cylindriques : $\overrightarrow{\text{grad}} T(r, \theta, z) = \frac{\partial T}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} \vec{e}_\theta + \frac{\partial T}{\partial z} \vec{k}$

★sphériques : $\overrightarrow{\text{grad}} T(r, \theta, \varphi) = \frac{\partial T}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} \vec{e}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial T}{\partial \varphi} \vec{e}_\varphi$

- $\vec{\varphi}$ est la **densité de flux thermique** [$W.m^{-2}$].
- $\vec{\varphi}$ est liée au **flux thermique** $\phi = \frac{\delta Q}{dt}$ [W], par :

$$\phi = \iint_{\Sigma} \varphi d\Sigma = \iint_{\Sigma} -\vec{\varphi} \cdot \vec{n} d\Sigma$$

- \vec{n} est la normale extérieure à l'élément de surface $d\Sigma$.
- Le signe $-$ est introduit parce qu'on compte positivement le flux qui entre dans le système.



- Quelques valeurs de conductivité thermique λ des matériaux :

Matériaux	Conductivité thermique ($\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$)
Argent	4183
Graphène	4000
Cuivre	3903
Diamant	1000
Fer	804
Plomb	354
Or	317
Aluminium	237
Zinc	116
Platine	71,6
Étain	66,6
Fonte	50
Acier doux	46
Titane	20
Verre	1,2
Brique	0,84
Eau	0,6
Hélium	0,14
Laine de verre	0,03
Air	0,0262

Conducteur
thermique

Isolant
thermique

En règle général, les gaz et
liquide ont un faible λ . Mais
attention à la convection !

Valeurs prises à pression atmosphérique et à température $\approx 20^\circ\text{C}$.

- Soit un volume de contrôle V du milieu, supposé indéformable et fixe. Aucune puissance mécanique n'est échangée avec l'extérieur.
- Application du **1^{er} principe de la thermodynamique** au volume V :

$$\phi_{\text{in}} - \phi_{\text{out}} + \dot{E}_{\text{gen}} = \frac{\partial U}{\partial t}$$

- * $\phi_{\text{in}} - \phi_{\text{out}} = \phi = \iint_{\Sigma} -\vec{\varphi} \cdot \vec{n} d\Sigma$: flux de chaleur entrant – sortant à travers Σ .
- * $\dot{E}_{\text{gen}} = \iiint_V \omega dV$ avec ω production volumique de puissance thermique [W.m^{-3}] (*effet Joule, changement de phase, réaction chimique, radioactivité, ...*)
- * $\frac{\partial U}{\partial t} = \iiint_V \rho c_v \frac{\partial T}{\partial t} dV$: accumulation de la chaleur dans V .

- Théorème de Gauss-Ostrogradski (pour Σ fermé) :

$$\iint_{\Sigma} -\vec{\varphi} \cdot \vec{n} d\Sigma = \iiint_V -\operatorname{div}(\vec{\varphi}) dV$$

- On en déduit, pour tout élément de volume dV :

Équation de la chaleur : $-\operatorname{div}(\vec{\varphi}) + \omega = \rho c_v \frac{\partial T}{\partial t}$

- Pour ρ, c_v, λ constantes : $\lambda \operatorname{div}(\overrightarrow{\operatorname{grad}} T) + \omega = \rho c_v \frac{\partial T}{\partial t}$

- $\operatorname{div}(\overrightarrow{\operatorname{grad}} T) = \Delta T$: laplacien de T .

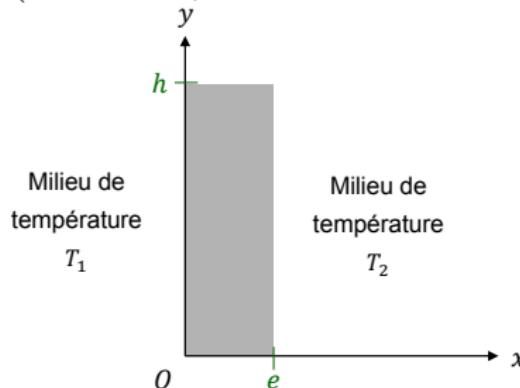
* cartésiennes : $\Delta T(x, y, z) = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$

* cylindriques : $\Delta T(r, \theta, z) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$

* sphériques : $\Delta T(r, \theta, \varphi) =$

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2}$$

- Cas d'un mur d'épaisseur e , de hauteur h et de section S
(où $e \ll h$, $S = \text{cte}$ et $T_1 > T_2$)



- ★ Régime stationnaire : $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$
- ★ Problème monodimensionnel : $T = T(x)$
- ★ $\lambda = \text{cte}$
- ★ Pas de génération de chaleur : $\omega = 0$
- L'équation de la chaleur se simplifie en : $\Delta T = 0$

$$\frac{d^2T}{dx^2}(x) = 0 \implies T(x) = C_1x + C_2 \text{ où } C_1, C_2 \in \mathbb{R}$$

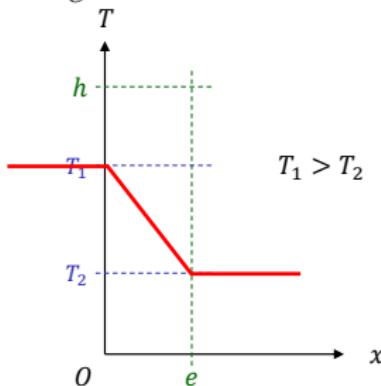
- Conditions aux limites :

$$\star T(0) = T_1$$

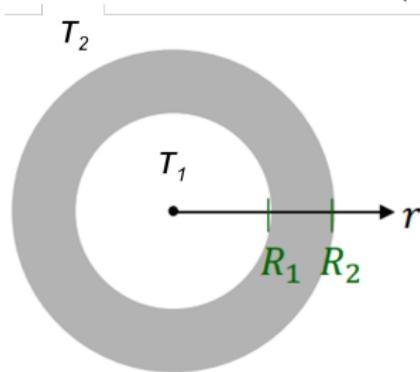
$$\star T(e) = T_2$$

$$\implies T(x) = \frac{T_2 - T_1}{e}x + T_1 : \text{profil de température linéaire}$$

$$\implies \phi = -\lambda S \frac{dT}{dx} = \frac{\lambda S}{e} (T_1 - T_2)$$



- Cas d'un cylindre creux de rayons intérieur R_1 et extérieur R_2 , et de longueur L (où $T_1 > T_2$)



- ★ Régime stationnaire : $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$
- ★ Problème monodimensionnel : $T = T(r)$
- ★ $\lambda = \text{cte}$
- ★ Pas de génération de chaleur : $\omega = 0$
- L'équation de la chaleur se simplifie en : $\Delta T = 0$

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT(r)}{dr} \right) = 0 \implies T(r) = C_3 \ln(r) + C_4 \text{ où } C_3, C_4 \in \mathbb{R}$$

- Conditions aux limites :

$$\star T(R_1) = T_1$$

$$\star T(R_2) = T_2$$

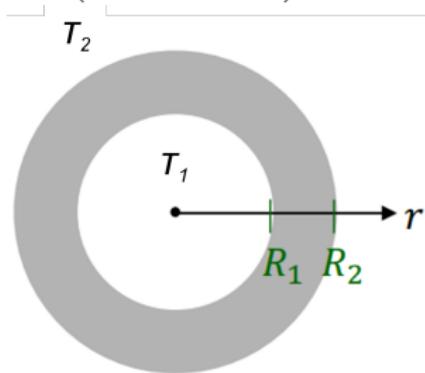
$$\implies T(r) = \frac{T_2 - T_1}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} \ln\left(\frac{r}{R_1}\right) + T_1 : \text{profil logarithmique}$$

\implies

$$\phi = -\lambda S \frac{dT}{dr} = -\lambda 2\pi r L \frac{T_2 - T_1}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} \frac{1}{r}$$

$$\phi = \frac{2\pi \lambda L}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} (T_1 - T_2)$$

- Cas d'une sphère creuse de rayons intérieur R_1 et extérieur R_2 (où $T_1 > T_2$)



- ★ Régime stationnaire : $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$
- ★ Problème monodimensionnel : $T = T(r)$
- ★ $\lambda = \text{cte}$
- ★ Pas de génération de chaleur : $\omega = 0$
- L'équation de la chaleur se simplifie en : $\Delta T = 0$

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dT(r)}{dr} \right) = 0 \implies T(r) = -\frac{C_5}{r} + C_6 \text{ où } C_5, C_6 \in \mathbb{R}$$

- Conditions aux limites :

$$\star T(R_1) = T_1$$

$$\star T(R_2) = T_2$$

$$\implies T(r) = \frac{\frac{T_2 - T_1}{1}}{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{r} \right) + T_1 : \text{profil}$$

hyperbolique

\implies

$$\phi = -\lambda S \frac{dT}{dr} = -\lambda 4\pi r^2 \frac{\frac{T_2 - T_1}{1}}{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}} \frac{1}{r^2}$$

$$\phi = \frac{4\pi\lambda}{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}} (T_1 - T_2)$$

- *Régime stationnaire + problème 1D + $\lambda = \text{cte}$ + pas de génération de chaleur \implies résistance thermique R_{th}*
 $[K.W^{-1}]$ définie par la **loi de Fourier intégrale** : $\phi = \frac{\Delta T}{R_{\text{th}}}$

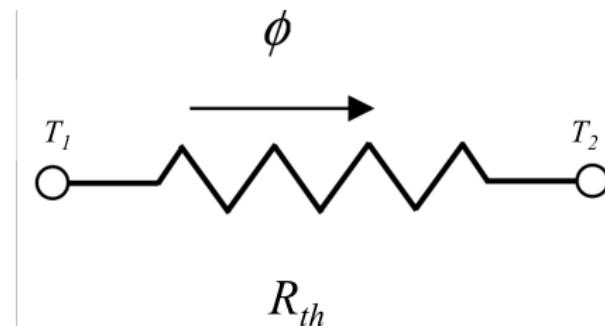
- Pour le mur plan : $\phi = \frac{\lambda S}{e} (T_1 - T_2) \implies R_{\text{th}} = \frac{e}{\lambda S}$
- Pour le cylindre creux :

$$\phi = \frac{2\pi\lambda L}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} (T_1 - T_2) \implies R_{\text{th}} = \frac{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}{2\pi\lambda L}$$

- Pour la sphère creuse :

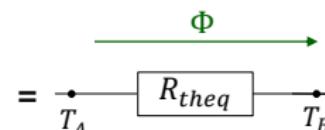
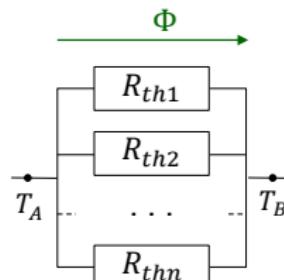
$$\phi = \frac{4\pi\lambda}{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}} (T_1 - T_2) \implies R_{\text{th}} = \frac{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}}{4\pi\lambda}$$

- L'expression du flux ainsi écrite présente une certaine analogie avec la **loi d'Ohm** en électricité : $I = \frac{U}{R}$.
- $I = \frac{dq}{dt}$: intensité électrique ou flux de charge électrique (\equiv flux thermique ϕ)
- R : résistance électrique (\equiv résistance thermique R_{th})
- $U = V_1 - V_2$: tension électrique ou différence de potentiels électriques (\equiv différence de température $\Delta T = T_1 - T_2$)
- Schéma électrique :

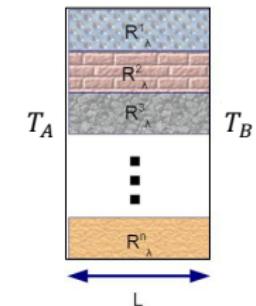


Principes des résistances thermiques :

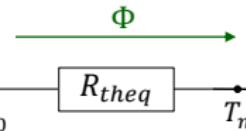
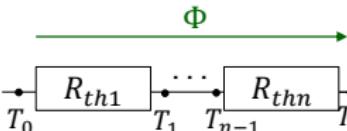
Résistances en parallèle



$$\frac{1}{R_{\text{theq}}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_{\text{th}i}}$$



Résistances en série



$$R_{\text{theq}} = \sum_{i=1}^n R_{\text{th}i}$$

