PARTIE TRANSFERTS THERMIQUES

Durée conseillée : 0h45.

- **Le sujet de Transferts thermiques comporte 2 exercices indépendants.**
- **Tous les calculs doivent être explicités et justifiés.**

Exercice 1 :

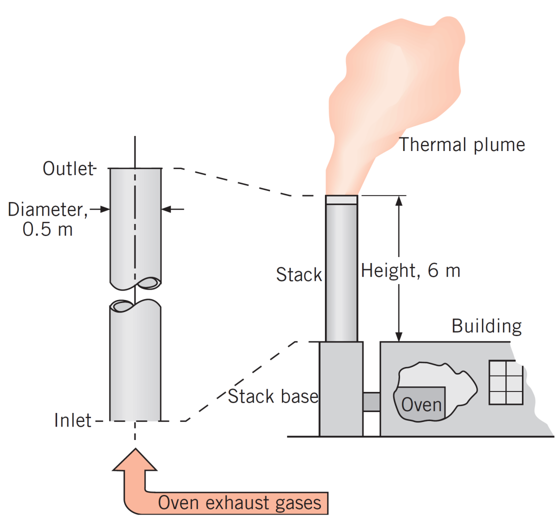
3 thermoplongeurs (résistances électriques de forme cylindrique) de longueur $L = 250\ mm$ et de diamètre $D = 25\ mm$ sont immergés dans un réservoir d'eau de volume $V = 40\ L$ dont la température initiale est $T_i = 295\ K$. Durant la durée de chauffage, l'eau est suffisamment brassée pour supposer que sa température reste uniforme. L'eau a une masse volumique $\rho = 990\ kg.m^{-3}$ et sa capacité calorifique massique est $c_p = 4180\ J.kg^{-1}.K^{-1}$.

On allume les 3 thermoplongeurs : chacun dissipe une puissance thermique $P_t = 500\ W$.

1. Lister les hypothèses adéquates.
2. Écrire le bilan de la chaleur appliqué à l'eau : expliciter chacun des termes qui apparaît dans le bilan.
3. Exprimer littéralement, puis calculer la durée Δt nécessaire pour que l'eau atteigne la température finale $T_f = 335\ K$.

Exercice 2 :

Les gaz d'échappement d'un four de production de fil métallique sont rejetés dans une haute cheminée. La cheminée cylindrique à paroi mince a un diamètre de $D = 0,5\ m$ et une hauteur de $L = 6,0\ m$. Le débit des gaz d'échappement est de $\dot{m} = 0,5\ kg.s^{-1}$ et la température d'entrée est de $T_{m,i} = 600°\mathrm{C}$.



La température de l'air ambiant et la vitesse du vent sont respectivement de $T_\infty = 4°\mathrm{C}$ et de $u_\infty = 5\ m.s^{-1}$. On cherche à déterminer la température des gaz de sortie $T_{m,o}$ dans les conditions données.

1. Lister les hypothèses adéquates.

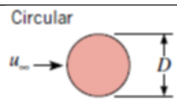
On admettra la relation suivante : $\ln\left(\dfrac{T_\infty - T_{m,o}}{T_\infty - T_{m,i}}\right) = -\dfrac{\bar{U}A_s}{\dot{m}c_p}$.

2. Quelle est unité de $\bar{U}A_s$? En réalisant un schéma électrique équivalent, montrer que le produit $\bar{U}A_s$ s'exprime en fonction de $\bar{h}_i$, le coefficient moyen d'échange convectif associé aux gaz d'échappement, de $\bar{h}_o$ le coefficient moyen d'échange convectif associé à l'air ambiant, de la longueur L et du diamètre D de la cheminée.
3. Calculer $\bar{h}_i$ et $\bar{h}_o$.
4. Exprimer littéralement, puis calculer $T_{m,o}$.

- **Propriétés thermophysiques des gaz d'échappement** : $\mu = 376,4 \times 10^{-7}\ Pa.s$; $c_p = 1104\ J.kg^{-1}.K^{-1}$; $\lambda = 58,4 \times 10^{-3}\ W.m^{-1}.K^{-1}$; $Pr = 0,712$.
- **Propriétés thermophysiques de l'air ambiant** : $\nu = 26,41 \times 10^{-6}\ m^2.s^{-1}$; $\lambda = 33,8 \times 10^{-3}\ W.m^{-1}.K^{-1}$; $Pr = 0,690$.

LISTE DES CORRÉLATIONS :

- **Convection forcée externe :**
  † *Écoulement perpendiculaire à l'axe d'un cylindre* : constantes pour la corrélation de Hilpert : $\overline{\mathrm{Nu}}_D = C\,\mathrm{Re}_D^m \mathrm{Pr}^{1/3}$.

Geometry	Re_D	C	m
	0.4–4	0.989	0.330
	4–40	0.911	0.385
	40–4 000	0.683	0.466
	4 000–40 000	0.193	0.618
	40 000–400 000	0.027	0.805

Churchill-Bernstein : $$\overline{\mathrm{Nu}}_D = 0.3 + \frac{0.62\,\mathrm{Re}_D^{1/2}\,\mathrm{Pr}^{1/3}}{\left[1+(0.4/\mathrm{Pr})^{2/3}\right]^{1/4}}\left[1+\left(\frac{\mathrm{Re}_D}{282\,000}\right)^{5/8}\right]^{4/5} \qquad [\mathrm{Re}_D \times \mathrm{Pr} > 0.2]$$

- **Convection forcée interne :**
  Pour *un écoulement laminaire* ($\mathrm{Re}_D \leqslant 2300$) : $\left(\frac{x_{fd,h}}{D}\right)_{\mathrm{lam}} \leqslant 0.05\,\mathrm{Re}_D$
  Pour *un écoulement turbulent* ($\mathrm{Re}_D > 10000$) : $\left(\frac{x_{fd,h}}{D}\right)_{\mathrm{turb}} > 10$
  Pour *un écoulement laminaire* ($\mathrm{Re}_D \leqslant 2300$) : $\left(\frac{x_{fd,t}}{D}\right)_{\mathrm{lam}} \leqslant 0.05\,\mathrm{Re}_D\,\mathrm{Pr}$
  Pour *un écoulement turbulent* ($\mathrm{Re}_D > 10000$) : $\left(\frac{x_{fd,t}}{D}\right)_{\mathrm{turb}} > 10$
  Pour *un écoulement laminaire dans une conduite cylindrique, totalement établi* : $\mathrm{Nu}_D = 4.36$ $[\dot{q}_s = \text{constant}]$
  Pour *un écoulement laminaire dans une conduite cylindrique, totalement établi* : $\mathrm{Nu}_D = 3.66$ $[T_s = \text{constant}]$
  Pour *un écoulement turbulent lisse dans une conduite cylindrique, totalement établi* :

$$\mathrm{Nu}_D = 0.023\,\mathrm{Re}_D^{4/5}\,\mathrm{Pr}^n \qquad \left[0.6 \leqslant \mathrm{Pr} \leqslant 160\,;\ \mathrm{Re}_D \geqslant 10000\,;\ \frac{L}{D} \geqslant 10\right]$$

où $n = 0.4$ dans un cas de chauffage ($T_s > T_m$) et $n = 0.3$ dans un cas de refroidissement ($T_s < T_m$).

CORRECTION DE L'EXAMEN

TRANSFERTS THERMIQUES

/10

Exercice 1 : /3,25

1) $3 \times 0,25$ Hypothèses : • Propriétés constantes / • Température de l'eau uniforme

• Le volume des 3 thermoplongeurs est negligeable devant celui du réservoir d'eau

2) Le bilan de la chaleur appliqué à l'eau s'écrit :

0,5 $$\boxed{\dot{Q}_{in} - \dot{Q}_{out} + \dot{E}_{gen} = \frac{dU}{dt}}$$

où $\dot{Q}_{in} = 0$

$4 \times 0,25$ $\dot{Q}_{out} = 0$

$\dot{E}_{gen} = 3P_t$

$$\frac{dU}{dt} = \rho c_p V \frac{dT}{dt}$$

$$\Rightarrow \boxed{\rho c_p V \frac{dT}{dt} = 3P_t}$$

3) On intègre entre $t=0$ et $t_f = \Delta t$:

$$\rho c_p V (T_f - T_i) = 3P_t \Delta t \Rightarrow \boxed{\Delta t = \frac{\rho c_p V (T_f - T_i)}{3P_t}}$$

0,5

A.N. : $\boxed{\Delta t = 4414 \text{ s} \simeq 74 \text{ min}}$

0,5

Exercice 2 : /6,75

1) Hypothèses : · Régime permanent / · Propriétés constantes

4 x 0,25 · Conduction négligée à travers la paroi

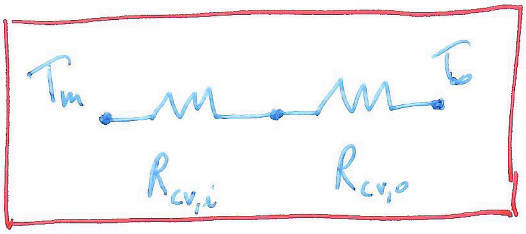
· Écoulement interne des gaz d'échappement établi

2) $\boxed{\bar{U}A_s \text{ en } W.K^{-1} \text{ (ou } W.°C^{-1})}$

0,25

Schéma électrique équivalent :

0,5



où $R_{cv,i} = \dfrac{1}{\pi D L \bar{h}_i}$ et $R_{cv,o} = \dfrac{1}{\pi D L \bar{h}_o}$

2 résistances thermiques en SÉRIE : $R_{th,tot} = \dfrac{1}{\pi D L \bar{h}_i} + \dfrac{1}{\pi D L \bar{h}_o}$

$$\boxed{\bar{U}A_s = (R_{th,tot})^{-1} = \pi D L \left(\frac{1}{\bar{h}_i} + \frac{1}{\bar{h}_o} \right)^{-1}}$$

0,5

3) · Calcul de $\bar{h}_i$:

→ $Re_D = \dfrac{4\dot{m}}{\pi D \mu} = 33827$

2x0,25

Puisque $Re_D > 10\,000$: écoulement turbulent et $L/D = 12 > 10$: écoulement établi

2x0,25

→ Corrélation de Dittus-Boelter : $\overline{Nu}_D = \dfrac{\bar{h}_i D}{\lambda} = 0{,}023 Re_D^{4/5} Pr^n$

2 x 0,25

où $n = 0,3$ car les gaz d'échappement sont refroidis.

$\rightarrow$ 0,5 $\boxed{\bar{h}_i = 10,2 \text{ W.m}^{-2}\text{K}^{-1}}$

- <u>Calcul de $\bar{h}_o$</u>

$\rightarrow$ $Re_D = \dfrac{u_\infty D}{\nu} = 94661$

2×0,25

$\rightarrow$ Corrélation de Hilpert : $\bar{h}_o = \dfrac{\lambda}{D} C Re_D^m Pr^{1/3}$

2×0,25

avec $C = 0,027$ et $m = 0,805$ puisque $Re_D \in [40000, 400000]$

$\rightarrow$ 0,5 $\boxed{\bar{h}_o = 16,3 \text{ W.m}^{-2}\text{K}^{-1}}$

4) $$\ln\left(\frac{T_\infty - T_{m,o}}{T_\infty - T_{m,i}}\right) = -\frac{\bar{U}A_s}{\dot{m}c_p}$$

$$\Rightarrow \boxed{T_{m,o} = T_\infty - (T_\infty - T_{m,i})\exp\left(-\frac{\bar{U}A_s}{\dot{m}c_p}\right)}$$ 0,5

$\rightarrow$ $\boxed{T_{m,o} = 539°C}$ 0,5