MONTE CARLO EXPERIENCE

Oumar-DIONE

06 September 2024

1 Introduction

Les expériences de Monte Carlo sont souvent utilisées pour estimer un biais ou une variance ou calculer des intervalles de confiances basés sur un estimateur même si le Processus de Génération de Données (DGP en anglais) est connu - en l'absence de DGP , on va faire du Boostrap Resampling. Cela peut sembler contre-intuitif , mais il y a plusieurs raisons pour lesquelles ces simulations sont utilisées:

- Complexité du calcul analytique du bias ou de la variance
- Complexité du calcul analytique de la loi asymptotique

Nous supposons pour la suite que nous avons défini un modèle et un estimateur. Nous notons par la suite θ la valeur du paramètre d'intérêt, et par θ_n la valeur attendue.

2 Complexité du calcul analytique du bias ou de la variance

Il est souvent difficile de calculer la valeur attendu de l'estimateur θ_n. Les estimateurs de Monte Carlo permettent d'estimer empiriquement le bias de cet estimateur.

2.1 2.1Monte Carlo Experience pour l'estimation de bias lorsque le DGP est connu

Nous supposons que :

- $\theta = \theta(X) \quad avec \quad X \sim \mathcal{DGP}$
- $\theta_n = \theta_n(X_1, ..., X_n)$

for $m = 1 \ to \ M$

$$(X_i{}^m for 1 <= i <= n) \sim \mathcal{DGP}$$
$$b_m{}^2 = (\theta_n(X_1^m, \ldots, X_n^m) - \theta)^2$$

$\hat{bias}^2(\theta_n) = \frac{1}{M} \sum_m b_m{}^2$

2.2 Monte Carlo Experience pour l'estimation de bias lorsque le DGP est inconnu

Nous avons à la main un data set

$$(X_i{}^m for 1 <= i <= n)$$

et notre estimateur est défini par :

$$\theta_n = \theta_n(X_1, ..., X_n)$$

. θ est inconnu ou difficile à calculer numeriquement.
for $m = 1$ *to* M

$(X_i{}^m for 1 <= i <= n) \sim (\mathcal{X}_\infty, ..., \mathcal{X}_\backslash) selon une methode de re-échantillonage(Boostrp par exmple$

$$b_m{}^2 = (\theta_n(X_1^m, \ldots, X_n^m) - \theta_n(X_1, \ldots, X_n))^2$$

$\hat{bias}^2(\theta_n) = \frac{1}{M} \sum_m b_m{}^2$
Si θ est connu , on pourra remplacer $\theta_n(X_1, \ldots, X_n)$ par θ dans la formule ci-dessus

2.3 Monte Carlo Experience pour l'estimation de variance

for $m = 1$ *to* M

$$(X_i^m pour 1 \leq i \leq n) \sim \mathcal{DGP}(X_1, \ldots, X_n)$$

selon une méthode de ré-échantillonnage (Bootstrap par exemple) ou utiliser le DGP s'il est connu pour générer un nouvel échantillon

$$\hat{\theta_n}^m = \theta_n(X_1^m, \ldots, X_n^m)$$

$\hat{Var}^2(\theta_n) = \frac{1}{M} \sum_m (\hat{\theta_n}^m - \frac{1}{M} \sum_j (\hat{\theta_n}^j))$

3 Monte Cralo Experience pour calculer un intervalle de confiance

for $m = 1$ *to* M

- Générer le jeu données courant grâce au DGP -si connu- ou par une méthode de re-échantillonage (Bootstrap par exemple) .

$$Soit(X_1^m, \ldots, X_n^m)$$

$\theta = \theta(X) \quad avec \quad X \sim \mathcal{DGP}$

- θ_n = calcumer notre estimateur attendu pour ce dataset.

$$\hat{\theta_n}^m = \theta_n(X_1^m, \ldots, X_n^m)$$

Prendre les quantiles d'ordre $\alpha = 0.05$ et $\beta = 0.95$. Nous notons les $\hat{q}_\alpha$ et $\hat{q}_\beta$.
On considère alors l'intervalle : $I_n = [\hat{q_\alpha}, \hat{q_\beta}]$