Projet d'optimisation

Exercice 2 :

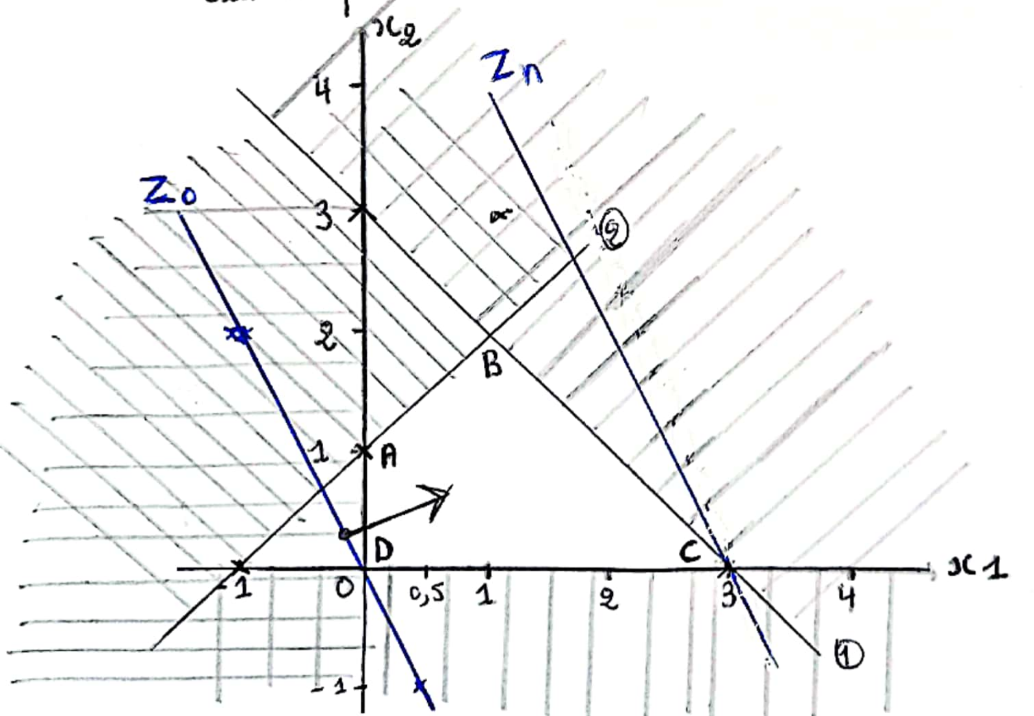
Soit le problème de programmation linéaire suivant :

Optimiser $Z = 2x_1 + x_2$

$$S.C \begin{cases} x_1 + x_2 \leq 3 & (1) \\ -x_1 + x_2 \leq 1 & (2) \\ x_1 \geq 0 & (3) \\ x_2 \geq 0 & (4) \end{cases}$$

1°) Résoudre par la méthode graphique :

- On transforme les contraintes d'inégalité en équations puis on les représente sur le plan (O, x_1, x_2) :



$x_1 + x_2 = 3$ (1)

x	0	3
y	3	0

$-x_1 + x_2 = 1$ (2)

x	0	-1
y	1	0

- $x_1 = 0$
- $x_2 = 0$

- Déterminons graphiquement le minimum de Z et le maximum de Z :
  - Posons $2x_1 + x_2 = 0$ (Z_0) :
    si $x_1 = 0,5 \Rightarrow x_2 = -1$ et si $x_1 = -1 \Rightarrow x_2 = 2$
  - La droite Z_0 passe par le minimum qui est $\boxed{D = (0, 0)}$
  - Pour trouver le maximum il suffit de déplacer la droite vers le haut (Z_n) on obtient ainsi un maximum au point $\boxed{C = (3, 0)}$.

2°) Résoudre le probléme en utilisant la méthode des points extrêmes :

Théoréme : Si le polyèdre formé par l'ensemble des solutions d'un probléme est borné alors il existe au moins une solution optimale pour le probléme.

Nous avons 4 points extrêmes : $A=(0,1)$; $B=(1,2)$; $C=(3,0)$ et $D=(0,0)$

z prend les valeurs suivantes avec points extrêmes :

$z(A)=1$; $z(B)=4$; $z(C)=6$ et $z(D)=0$

Donc les solutions du probléme sont :

Le point $\underline{D=(0,0)}$, représentant le minimum.

Le point $\underline{C=(3,0)}$, représentant le maximum.