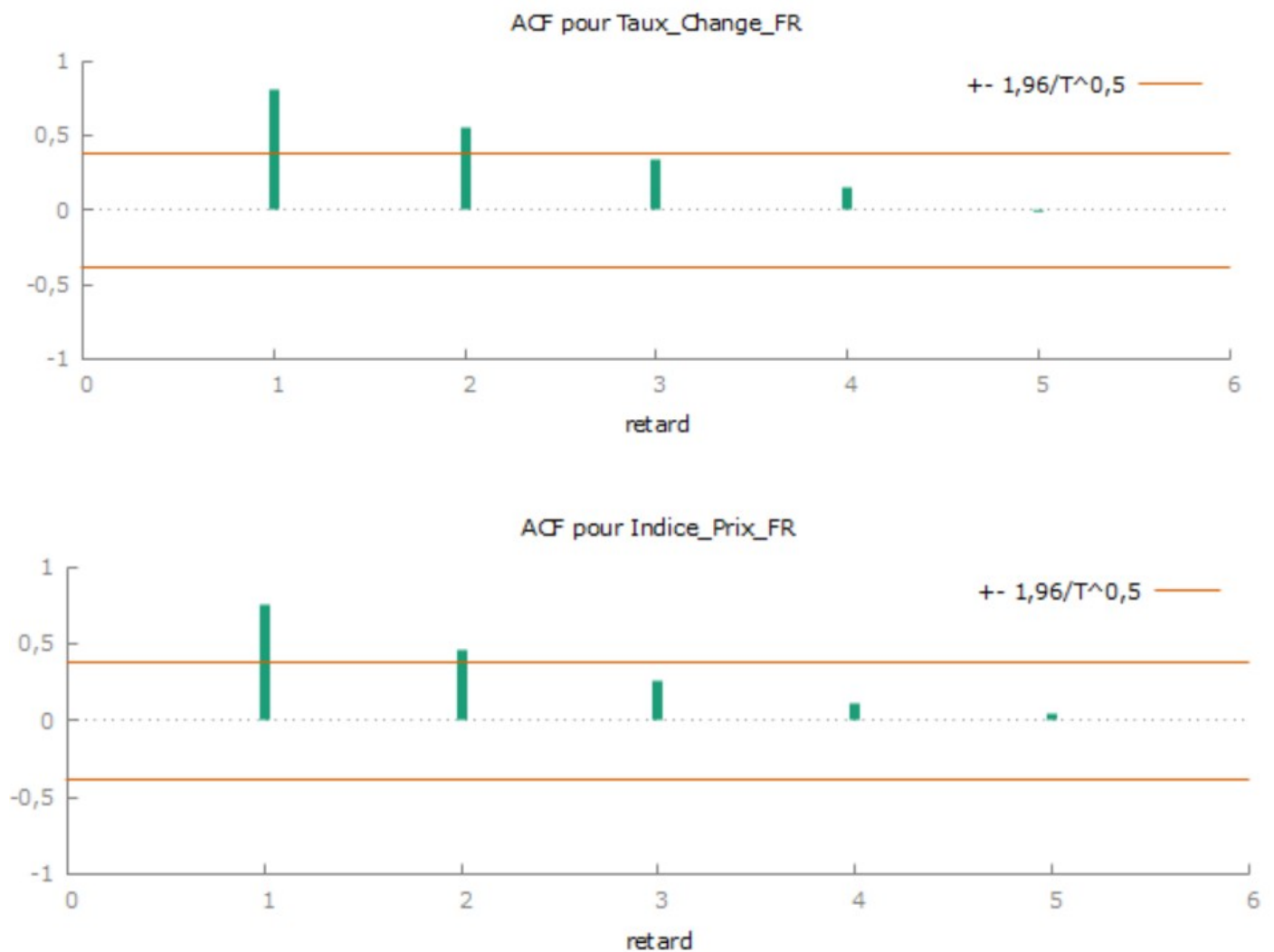

La Parité des Pouvoirs d'Achat (PPA) entre la France et l'Allemagne

Projet économétrie



Réalisé par Oumou Jasmine NGWAYA KANDE
Professeur Serge REY
Date 25 mai 2025

Table des matières

Introduction.....	3
Présentation des données.....	3
Présentation des modèle économique.....	3
Présentation des résultats.....	4
Corrélogramme de chacune des variables.....	5
Taux de change de la France.....	5
Taux de change de la France.....	5
Indice du niveau de prix en France.....	6
Indice du niveau de prix en Allemagne.....	7
Tests de racine unitaire.....	8
Taux de change de la France.....	8
Taux de change de l'Allemagne.....	10
Indice du niveau de prix de la France.....	13
Indice du niveau de prix de l'Allemagne.....	15
Tests de Cointégration.....	18
Méthode Engle-Granger.....	18
Méthode Johansen.....	18
Estimation du modele VAR.....	19
Conclusion.....	21
Annexe.....	22

Introduction

Dans ce travail, nous allons étudier la relation dynamique entre plusieurs variables économiques, en utilisant des données de séries temporelles. Plus précisément, nous chercherons à savoir si la Parité du Pouvoir d'Achat (PPA) est vérifiée entre la France et l'Allemagne, en nous appuyant sur des modèles économétriques comme le modèle vectoriel autorégressif (VAR) ou le modèle à correction d'erreur (VECM).

La PPA est une théorie économique selon laquelle, à long terme, un même bien devrait coûter le même prix dans deux pays différents, une fois converti avec le taux de change. Cela signifie que les taux de change entre deux pays devraient refléter leurs niveaux de prix relatifs. Si cette théorie est correcte, alors le taux de change réel (c'est-à-dire corrigé de l'inflation ou des indices de prix) devrait être stationnaire : il peut varier à court terme, mais il revient toujours autour d'une certaine valeur à long terme. Autrement dit, le taux de change réel ne devrait pas dériver de façon permanente. Il serait influencé uniquement par des variations temporaires. Aujourd'hui, la France et l'Allemagne font toutes deux partie de la zone euro, ce qui signifie qu'elles utilisent la même monnaie, l'euro. Mais avant l'euro, la France avait le franc français et l'Allemagne le mark allemand. Il est donc intéressant de se demander : Est-ce que le taux de change nominal entre ces deux pays (avant l'euro) suivait les différences de niveaux de prix entre eux ? Est-ce que la PPA tenait dans la période précédente ? Est-ce que le taux de change réel était stationnaire, ce qui soutiendrait l'idée que la PPA est vérifiée ? Notre objectif est donc de tester empiriquement si la PPA est respectée entre la France et l'Allemagne. Pour cela, nous allons analyser la stationnarité des séries étudiées, tester l'existence d'une relation de long terme entre le taux de change et les indices de prix, utiliser les modèles VAR ou VECM pour modéliser les relations dynamiques entre ces variables et étudier les effets de chocs économiques et la décomposition de la variance des erreurs de prévision.

Présentation des données

Dans le cadre de ce projet, les données sélectionnées concernent le taux de change nominal entre la France et l'Allemagne ainsi que les indices du niveau des prix dans ces deux pays. La période retenue va de 1997 à 2022, car c'est la plus longue période pour laquelle les données sur l'indice des prix sont disponibles de manière cohérente pour les deux pays. Ce choix temporel permet d'assurer une analyse suffisamment étendue pour tester les relations de long terme.

Même si des données de Parité du Pouvoir d'Achat (PPA) sont disponibles sur des plateformes comme la Banque mondiale ou l'OCDE, elles n'ont pas été utilisées directement. En effet, ces données sont déjà le résultat d'un traitement statistique fondé sur des hypothèses précises. Elles ne permettent donc pas de réaliser les tests économétriques exigés dans ce projet, comme les tests de stationnarité ou de cointégration. L'objectif ici étant de tester la validité de la PPA, il était essentiel de construire notre propre indicateur basé sur les données brutes de prix et de taux de change.

Les fichiers ont été téléchargés depuis le site officiel de l'OCDE, au format Excel. Les données, réparties dans deux fichiers distincts, ont ensuite été ouvertes et préparées à l'aide du logiciel LibreOffice Calc. Elles ont été transposées, nettoyées et réorganisées par année afin de constituer une base claire et exploitable. Ce fichier final a ensuite été importé dans le logiciel Gretl, où l'ensemble des traitements statistiques et économétriques ont été réalisés.

Présentation des modèle économique

La théorie de la Parité du Pouvoir d'Achat (PPA) affirme que, dans un monde sans barrières commerciales ni coûts de transport, un même bien devrait avoir le même prix dans deux pays différents une fois converti selon le taux de change. Autrement dit, le taux de change entre deux monnaies doit refléter l'écart de niveau des prix entre les deux économies concernées. Si cette relation est respectée, cela signifie que la PPA est vérifiée.

Sur le plan empirique, cette hypothèse peut s'écrire sous la forme suivante :

le taux de change nominal entre la France et l'Allemagne (noté TC) devrait être égal au ratio des niveaux de prix des deux pays (IP_FR / IP_DE). Si l'on applique le logarithme à cette expression, on obtient une relation linéaire :

$$\log(TC) = \log(IP_FR) - \log(IP_DE).$$

Dans cette étude, nous proposons deux approches pour tester cette relation.

Le premier modèle est une simple régression en coupe temporelle, que l'on peut écrire ainsi :

$$\log(TC_t) = \alpha + \beta \times [\log(IP_FR_t) - \log(IP_DE_t)] + \varepsilon_t.$$

Ce modèle permet de tester directement la validité de la PPA. Si la théorie est exacte, alors le coefficient β doit être égal à 1 et le terme d'erreur ε_t doit être stationnaire. La stationnarité de l'erreur signifie que les deux variables évoluent ensemble à long terme, ce qui caractérise une relation de cointégration.

Le second modèle repose sur une approche dynamique dans laquelle les deux variables (taux de change et différentiel de prix) sont supposées endogènes. Cela signifie que chacune est susceptible d'influencer l'autre. On utilise alors un modèle vectoriel autorégressif (VAR) de la forme suivante :

$$\begin{aligned} Y_{1t} &= \alpha_1 + \beta_{11} \times Y_{1t-1} + \beta_{12} \times Y_{2t-1} + \varepsilon_{1t} \\ Y_{2t} &= \alpha_2 + \beta_{21} \times Y_{1t-1} + \beta_{22} \times Y_{2t-1} + \varepsilon_{2t} \end{aligned}$$

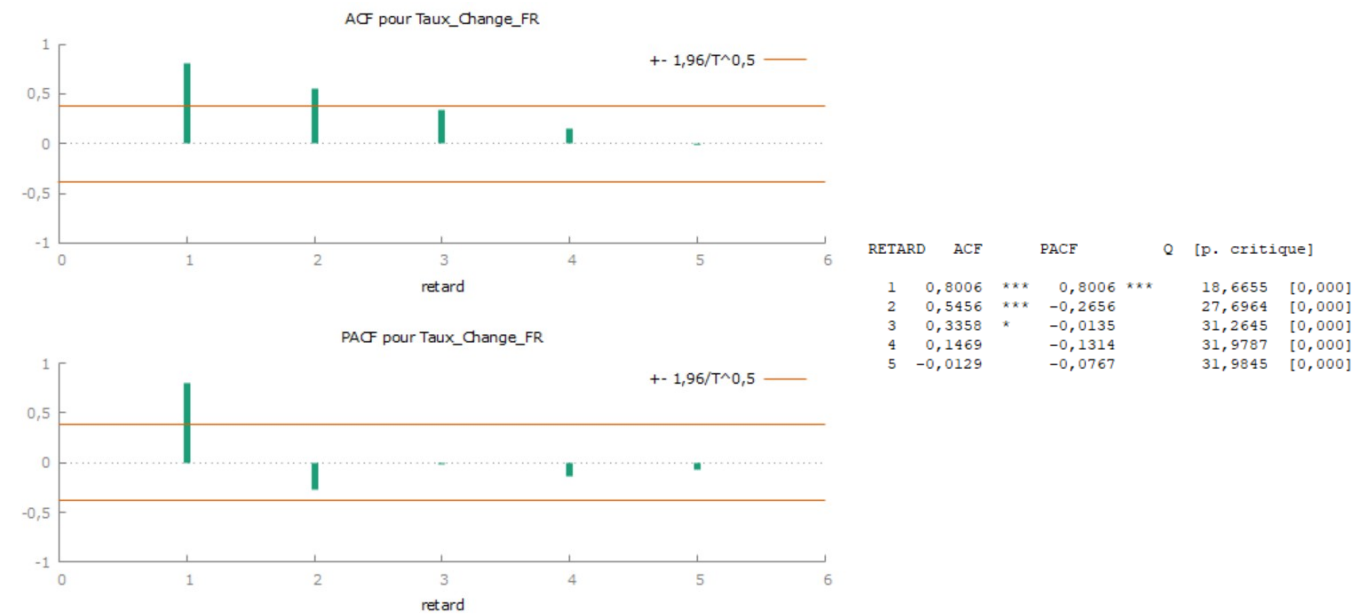
Ce système permet de prendre en compte les effets croisés entre les deux variables. Autrement dit, on suppose que le taux de change peut être influencé par les niveaux de prix relatifs, mais que les prix peuvent également réagir aux variations du taux de change. Cette modélisation est utile pour capturer les interactions de court terme, et permet notamment d'analyser la réaction de chaque variable face à un choc sur l'autre variable.

Ces deux modèles complémentaires vont donc nous permettre d'évaluer à la fois l'existence d'une relation de long terme (cointégration) et la dynamique d'ajustement à court terme entre les prix et le taux de change.

Présentation des résultats

Corrélogramme de chacune des variables

Taux de change de la France



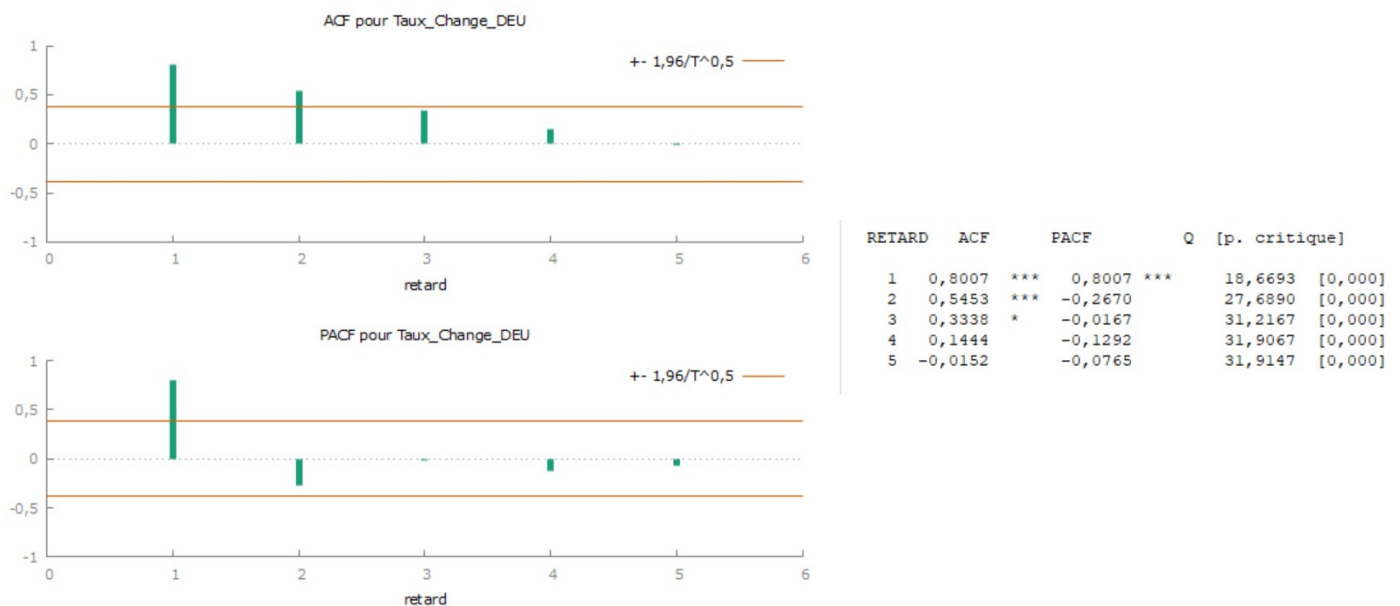
L'analyse des fonctions d'autocorrélation (ACF) et d'autocorrélation partielle (PACF) pour la série du taux de change en France permet de mieux comprendre son comportement dans le temps.

Le graphe ACF montre que les barres pour les retards 1 et 2 dépassent clairement le seuil de significativité (0,5), ce qui indique que le taux de change dépend fortement de ses propres valeurs passées à ces deux périodes. Au-delà du deuxième retard, les barres deviennent très faibles, ce qui signifie que les retards suivants n'apportent pas d'information importante.

Le graphe PACF confirme ce résultat. Seul le premier retard (lag 1) est significatif, avec une valeur élevée. Tous les autres retards sont proches de zéro, donc non significatifs.

En résumé, cette série présente une dépendance temporelle importante aux retards 1 et 2. Cela veut dire qu'elle garde en mémoire ses valeurs récentes, mais pas au-delà. Dans les modèles de prévision ou d'estimation, on peut donc se concentrer sur ces deux premiers retards et ignorer les suivants, car ils n'ajoutent rien de significatif à l'analyse.

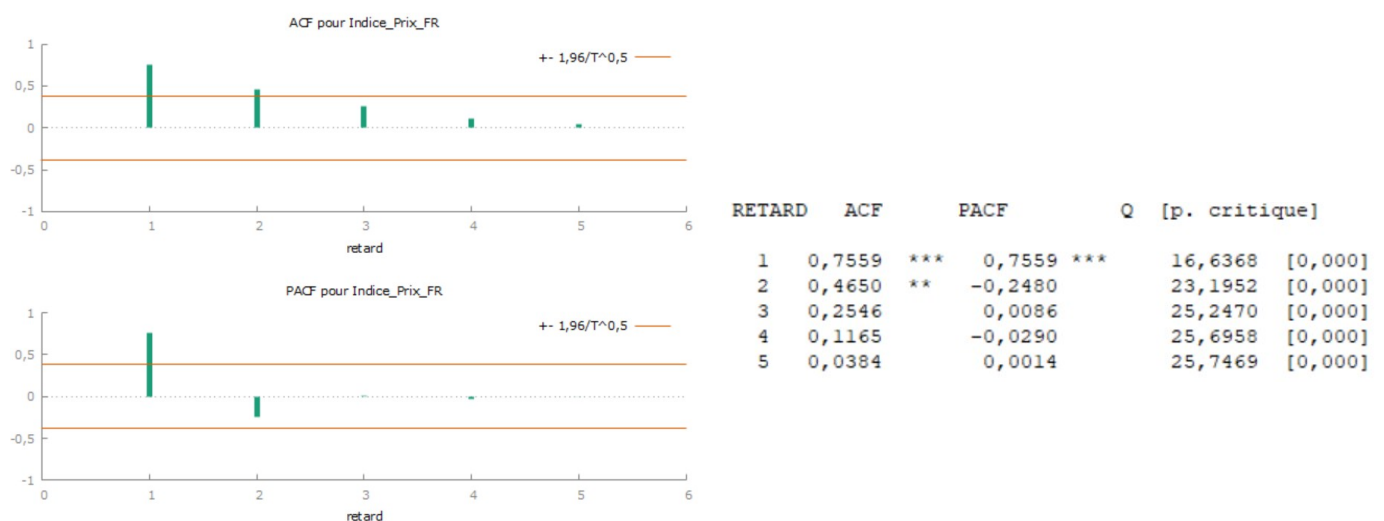
Taux de change de la France



Le corrélogramme du taux de change allemand confirme les observations faites sur le taux de change français. Les graphiques ACF et PACF montrent une forte autocorrélation au premier retard, avec une valeur dépassant largement 0,5. Le deuxième retard reste aussi significatif, bien qu'un peu plus faible. À partir du troisième retard, les barres deviennent très petites et proches de zéro, indiquant une absence d'autocorrélation notable.

Cela veut dire que la dynamique du taux de change allemand dépend fortement de ses deux périodes précédentes. En revanche, les retards supérieurs à deux n'apportent pas d'information significative. On peut donc conclure que, comme pour le taux de change français, deux retards suffisent pour modéliser correctement la série. Cette analyse est importante pour choisir le bon nombre de retards dans les modèles VAR ou VECM

Indice du niveau de prix en France

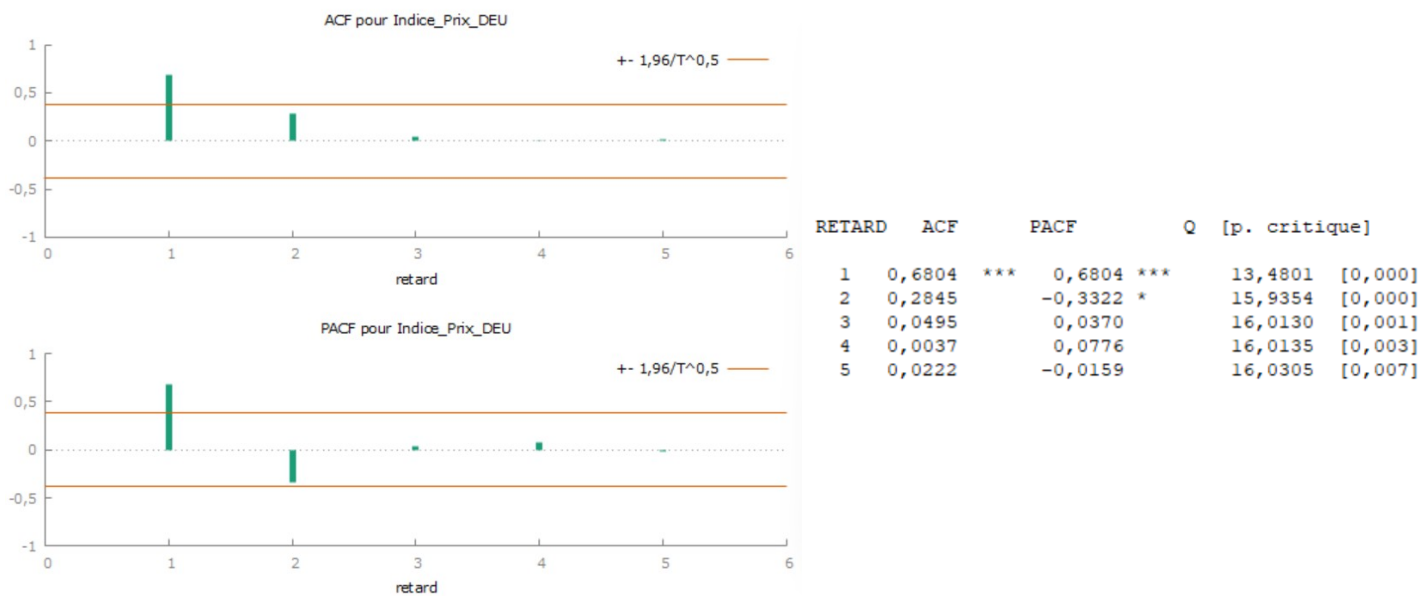


Le corrélogramme de l'indice des prix en France (Indice_Prix_FR) montre que la série présente une autocorrélation positive et significative aux retards 1 et 2. Cela signifie que la valeur de l'indice dépend fortement des deux périodes précédentes. Au-delà du deuxième retard, les barres chutent fortement et deviennent proches de zéro, ce qui indique que les retards 3 à 5 n'apportent pas d'information supplémentaire.

Concernant la PACF, seule la barre du premier retard dépasse le seuil de signification. Les autres retards ne sont pas significatifs. Cela suggère que les effets propres à chaque retard s'arrêtent principalement au premier terme.

Ces résultats indiquent que la série Indice_Prix_FR est non stationnaire, avec une structure dynamique modérée, qui peut être bien représentée par un modèle autorégressif d'ordre 1 ou 2 (AR(1) ou AR(2)).

Indice du niveau de prix en Allemagne



Le graphe ACF de l'indice des prix en Allemagne montre que la barre au premier retard dépasse 0,5. Cela veut dire qu'il y a une forte autocorrélation à ce niveau. Au deuxième retard, la barre est encore assez haute, donc significative. À partir du troisième retard, les barres deviennent très faibles, proches de zéro.

Le graphe PACF donne un résultat cohérent. La barre au retard 1 est significative, mais celles qui suivent sont très petites et peuvent être négligées. Cela indique que l'indice des prix en Allemagne dépend principalement de ses premières valeurs passées.

Ainsi, cette série présente une dynamique courte. Elle peut être bien représentée avec un modèle AR(1) ou AR(2), car au-delà du deuxième retard, il n'y a plus d'effet notable.

Tests de racine unitaire

Taux de change de la France

Test de dickey-Fuller Augmenté

Test de Dickey-Fuller augmenté pour Taux_Change_FR
test à reculons à partir de 2 retards, suivant le critère AIC
taille de l'échantillon 24
hypothèse nulle de racine unitaire : $a = 1$

test avec constante
avec un retard de (1-L)Taux_Change_FR
modèle: $(1-L)y = b_0 + (a-1)y(-1) + \dots + e$
valeur estimée de $(a - 1)$: -0,241862
statistique de test: $\tau_c(1) = -1,92599$
p. critique asymptotique 0,3205
Coeff. d'autocorrélation du 1er ordre pour e : 0,037

avec constante et tendance temporelle
avec un retard de (1-L)Taux_Change_FR
modèle: $(1-L)y = b_0 + b_1t + (a-1)y(-1) + \dots + e$
valeur estimée de $(a - 1)$: -0,239492
statistique de test: $\tau_{ct}(1) = -1,74047$
p. critique asymptotique 0,7333
Coeff. d'autocorrélation du 1er ordre pour e : 0,037

Test de Dickey-Fuller augmenté pour d_Taux_Change_FR
test à reculons à partir de 2 retards, suivant le critère AIC
taille de l'échantillon 24
hypothèse nulle de racine unitaire : $a = 1$

test avec constante
avec 0 retards de (1-L)d_Taux_Change_FR
modèle: $(1-L)y = b_0 + (a-1)y(-1) + e$
valeur estimée de $(a - 1)$: -0,743508
statistique de test: $\tau_c(1) = -3,42731$
p. critique asymptotique 0,0101
Coeff. d'autocorrélation du 1er ordre pour e : 0,066

avec constante et tendance temporelle
avec un retard de (1-L)d_Taux_Change_FR
modèle: $(1-L)y = b_0 + b_1t + (a-1)y(-1) + \dots + e$
valeur estimée de $(a - 1)$: -0,960518
statistique de test: $\tau_{ct}(1) = -3,49808$
p. critique asymptotique 0,03951
Coeff. d'autocorrélation du 1er ordre pour e : -0,112

Le test de Dickey-Fuller augmenté (ADF) a été réalisé pour vérifier si la variable Taux_Change_FR est stationnaire. Ce test repose sur l'hypothèse nulle selon laquelle la série possède une racine unitaire, c'est-à-dire qu'elle est non stationnaire. Dans un premier temps, on teste la stationnarité en niveau :

- Dans le modèle avec constante, la statistique tau est de $-1,92599$ avec une p-valeur de 0,3205. Cette valeur est largement supérieure au seuil de 5 %, donc on ne rejette pas l'hypothèse nulle.
- Dans le modèle avec constante et tendance, la statistique tau est de $-1,74047$ avec une p-valeur encore plus élevée (0,7333), confirmant la non-stationnarité.

Ensuite, on applique le test sur la première différence de la série (d_Taux_Change_FR) :

- Avec constante, la statistique est de $-3,42731$, avec une p-valeur de 0,0101, ce qui permet de rejeter l'hypothèse nulle à 5 %.
- Avec constante et tendance, la statistique est de $-3,49808$ avec une p-valeur de 0,03951, également significative.

Ces résultats montrent que la série Taux_Change_FR n'est pas stationnaire en niveau, mais devient stationnaire après une première différenciation. Donc en conclusion, la série est intégrée d'ordre 1, soit I(1).

MCG Test de dickey-Fuller Augmenté

Test de Dickey-Fuller augmenté (MCG) pour Taux_Change_FR
test à reculons à partir de 2 retards, suivant le critère AIC modifié, Perron-Qu
taille de l'échantillon 25
hypothèse nulle de racine unitaire : $a = 1$

test avec constante
avec 0 retards de (1-L)Taux_Change_FR
modèle: $(1-L)y = b_0 + (a-1)y(-1) + e$
valeur estimée de $(a - 1)$: -0,174741
statistique de test: $\tau = -1,47434$
p. critique approximative 0,282
Coeff. d'autocorrélation du 1er ordre pour e : 0,308

Test de Dickey-Fuller augmenté (MCG) pour d_Taux_Change_FR
test à reculons à partir de 2 retards, suivant le critère AIC modifié, Perron-Q
taille de l'échantillon 24
hypothèse nulle de racine unitaire : $a = 1$

test avec constante
avec 0 retards de (1-L)d_Taux_Change_FR
modèle: $(1-L)y = b_0 + (a-1)y(-1) + e$
valeur estimée de $(a - 1)$: -0,726788
statistique de test: $\tau = -3,47947$
p. critique approximative 0,002
Coeff. d'autocorrélation du 1er ordre pour e : 0,068

Le test de Dickey-Fuller augmenté a été appliqué à la variable Taux_Change_FR afin de déterminer si cette série est stationnaire. Les deux versions du test, le test classique et le test avec correction hétéroscédastique (MCG), donnent des résultats similaires. En niveau, les statistiques de test sont insuffisantes pour rejeter l'hypothèse nulle de racine unitaire. Cela signifie que la série présente une tendance dans le temps et ne fluctue pas autour d'une moyenne constante.

En revanche, lorsqu'on applique le test à la première différence de la série, les résultats changent nettement. Les statistiques de test deviennent beaucoup plus faibles, et les valeurs p passent sous le seuil de 5 %. Dans les deux variantes du test, on peut donc rejeter l'hypothèse nulle, ce qui indique que la série devient stationnaire une fois différenciée.

Ces résultats permettent de conclure que Taux_Change_FR est une série intégrée d'ordre un (I(1)). Elle est non stationnaire en niveau, mais stationnaire en première différence. Ce diagnostic est essentiel pour les étapes suivantes, car il permet d'inclure cette variable dans des modèles de cointégration ou dans un modèle VECM, si une relation de long terme avec d'autres variables est détectée.

KPSS test

Régression KPSS
MCO, utilisant les observations 1997-2022 (T = 26)
Variable dépendante: Taux_Change_FR

	coefficient	éc. type	t de Student	p. critique
const	0,856013	0,0221266	38,69	7,89e-024 ***

AIC: -38,6951 BIC: -37,437 HQC: -38,3328

Estimation robuste de la variance: 0,0297577
Somme des carrés des résidus récurrents: 4,70305

Test KPSS pour Taux_Change_FR

T = 26
Paramètre du retard de troncation = 2
Statistique de test = 0,233794

	10%	5%	1%
Valeurs critiques:	0,355	0,462	0,706

P. critique > .10

Régression KPSS
MCO, utilisant les observations 1998-2022 (T = 25)
Variable dépendante: d_Taux_Change_FR

	coefficient	éc. type	t de Student	p. critique
const	0,00239304	0,0139555	0,1715	0,8653

AIC: -61,1958 BIC: -59,9769 HQC: -60,8577

Estimation robuste de la variance: 0,00563795
Somme des carrés des résidus récurrents: 0,45813

Test KPSS pour d_Taux_Change_FR

T = 25
Paramètre du retard de troncation = 2
Statistique de test = 0,130013

	10%	5%	1%
Valeurs critiques:	0,355	0,462	0,704

P. critique > .10

D'après les résultats du test KPSS, la statistique pour la variable Taux_Change_FR en niveau est de 0,2338. Cette valeur est inférieure à toutes les valeurs critiques standards (10 %, 5 %, 1 %), ce qui indique que l'on ne rejette pas l'hypothèse nulle du test KPSS. L'hypothèse nulle du KPSS suppose que la série est stationnaire. On pourrait donc conclure ici que Taux_Change_FR est stationnaire selon KPSS.

Cependant, il est important de croiser cette interprétation avec celle obtenue via le test ADF. Or, dans les résultats précédents, le test ADF appliqué à Taux_Change_FR ne permettait pas de rejeter l'hypothèse de non-stationnarité. Cela constitue une contradiction apparente entre les deux tests. En revanche, pour la variable d_Taux_Change_FR (c'est-à-dire la première différence de la série), la statistique KPSS est de 0,1300, ce qui reste largement en dessous des seuils critiques. Cela confirme que la série est bien stationnaire en première différence. Cette conclusion est cohérente avec les résultats du test ADF, qui montraient aussi que la série était stationnaire une fois différenciée.

En croisant les résultats des deux tests (ADF et KPSS), on peut donc conclure que la variable

Taux_Change_FR est non stationnaire en niveau mais stationnaire en première différence. Cela signifie qu'elle est intégrée d'ordre 1, notée I(1). Ce type de comportement est fréquent pour les séries économiques telles que les taux de change.

Test Integration fractionnelle

```
Taux_Change_FR, T = 26

Estimateur local de Whittle (m = 2)
  Degré d'intégration estimé = 0,749221 (0,353553)
  statistique de test: z = 2,11912, avec p. critique 0,0341

Test GPH (m = 2)
  Degré d'intégration estimé = 0,757215 (1,#INF)
  statistique de test: t(0) = 0, avec p. critique 1,#QNB
```

Les tests d'intégration fractionnaire ont été utilisés pour mieux comprendre la dynamique de long terme de la variable Taux_Change_FR. L'estimateur local de Whittle indique un degré d'intégration de 0,749 avec une statistique significative ($z = 2,12$, $p\text{-value} = 0,0341$). Cela signifie que la série n'est pas totalement non stationnaire comme une série I(1), mais qu'elle se situe entre stationnaire et non stationnaire. Elle est dite fractionnairement intégrée, ce qui suggère une mémoire longue. En revanche, le test GPH donne un résultat proche (0,757), mais la statistique de test n'est pas significative ($p\text{-value} = 1$). Ce test n'apporte donc pas de conclusion claire. Dans l'ensemble, le test de Whittle permet de conclure que la série présente une mémoire longue et qu'elle est intégrée d'un ordre compris entre 0 et 1. Elle ne suit donc pas exactement un processus I(1), mais elle reste non stationnaire au sens classique. Ces résultats complètent les tests ADF et KPSS en apportant une nuance sur la nature de l'intégration de la série.

Taux de change de l'Allemagne

Test de dickey-Fuller Augmenté

```
Test de Dickey-Fuller augmenté pour Taux_Change_DEU
test à reculons à partir de 2 retards, suivant le critère AIC
taille de l'échantillon 24
hypothèse nulle de racine unitaire : a = 1

test avec constante
avec un retard de (1-L)Taux_Change_DEU
modèle: (1-L)y = b0 + (a-1)*y(-1) + ... + e
valeur estimée de (a - 1): -0,242201
statistique de test: tau_c(1) = -1,92939
p. critique asymptotique 0,3189
Coeff. d'autocorrélation du 1er ordre pour e: 0,034

avec constante et tendance temporelle
avec un retard de (1-L)Taux_Change_DEU
modèle: (1-L)y = b0 + b1*t + (a-1)*y(-1) + ... + e
valeur estimée de (a - 1): -0,239515
statistique de test: tau_ct(1) = -1,74185
p. critique asymptotique 0,7327
Coeff. d'autocorrélation du 1er ordre pour e: 0,033
```

```
Test de Dickey-Fuller augmenté pour d_Taux_Change_DEU
test à reculons à partir de 2 retards, suivant le critère AIC
taille de l'échantillon 24
hypothèse nulle de racine unitaire : a = 1

test avec constante
avec 0 retards de (1-L)d_Taux_Change_DEU
modèle: (1-L)y = b0 + (a-1)*y(-1) + e
valeur estimée de (a - 1): -0,742933
statistique de test: tau_c(1) = -3,42665
p. critique asymptotique 0,01012
Coeff. d'autocorrélation du 1er ordre pour e: 0,064

avec constante et tendance temporelle
avec un retard de (1-L)d_Taux_Change_DEU
modèle: (1-L)y = b0 + b1*t + (a-1)*y(-1) + ... + e
valeur estimée de (a - 1): -0,956407
statistique de test: tau_ct(1) = -3,47887
p. critique asymptotique 0,04162
Coeff. d'autocorrélation du 1er ordre pour e: -0,110
```

Le test de Dickey-Fuller augmenté appliqué au taux de change de l'Allemagne (Taux_Change_DEU) montre que la série n'est pas stationnaire en niveau. En effet, les valeurs des statistiques de test ($-1,929$ et $-1,7419$) sont trop faibles pour rejeter l'hypothèse de racine unitaire, et les p-valeurs obtenues ($0,3189$ et $0,7327$) confirment qu'on ne peut pas rejeter cette hypothèse. Cela veut dire que le taux de change en niveau suit une tendance et ne revient pas vers une moyenne stable.

En revanche, lorsque l'on prend la première différence de la série ($d_Taux_Change_DEU$), les résultats deviennent significatifs. Les statistiques ($-3,4267$ et $-3,4787$) sont bien plus faibles, et les p-valeurs ($0,0101$ et $0,0416$) sont inférieures à 5 %. Cela indique que l'on peut rejeter l'hypothèse de racine unitaire et conclure que la série est stationnaire après une différenciation. On en conclut que la variable Taux_Change_DEU est intégrée d'ordre 1, ou $I(1)$. Elle n'est pas stationnaire en niveau, mais elle le devient en première différence. Ce résultat est habituel pour les séries économiques de prix et de taux de change exprimées en valeur absolue.

Test de Dickey-Fuller augmenté (MCG)

```
Test de Dickey-Fuller augmenté (MCG) pour Taux_Change_DEU
test à reculons à partir de 2 retards, suivant le critère AIC modifié, Perron-Q
taille de l'échantillon 25
hypothèse nulle de racine unitaire : a = 1

test avec constante
avec 0 retards de (1-L)Taux_Change_DEU
modèle: (1-L)y = b0 + (a-1)*y(-1) + e
valeur estimée de (a - 1): -0,174992
statistique de test: tau = -1,47392
p. critique approximative 0,282
Coeff. d'autocorrélation du 1er ordre pour e: 0,309
```

```
Test de Dickey-Fuller augmenté (MCG) pour d_Taux_Change_DEU
test à reculons à partir de 2 retards, suivant le critère AIC modifié, Perron-Q
taille de l'échantillon 24
hypothèse nulle de racine unitaire : a = 1

test avec constante
avec 0 retards de (1-L)d_Taux_Change_DEU
modèle: (1-L)y = b0 + (a-1)*y(-1) + e
valeur estimée de (a - 1): -0,722957
statistique de test: tau = -3,46826
p. critique approximative 0,003
Coeff. d'autocorrélation du 1er ordre pour e: 0,067
```

Les résultats du test de Dickey-Fuller augmenté avec correction de l'hétéroscédasticité (méthode MCG) appliqué à la variable Taux_Change_DEU confirment les observations précédentes obtenues avec le test ADF classique. En niveau, la statistique de test obtenue ($-1,4739$) reste insuffisamment faible pour permettre le rejet de l'hypothèse nulle de racine unitaire. La p-valeur associée, de $0,282$, est bien supérieure au seuil de 5 %, ce qui renforce l'idée que la série n'est pas stationnaire en l'état.

En revanche, l'application du même test à la première différence de la série ($d_Taux_Change_DEU$) montre une rupture nette. La statistique de test chute à $-3,4683$, avec une p-valeur de $0,003$. Cela permet de rejeter sans ambiguïté l'hypothèse nulle de racine unitaire. On conclut donc que la série devient stationnaire après une différenciation.

Ainsi, les tests MCG viennent consolider les résultats obtenus précédemment : Taux_Change_DEU est une série intégrée d'ordre 1 ($I(1)$), ce qui est cohérent avec la dynamique généralement observée sur les taux de change nominaux.

Test KPSS

```

Régression KPSS
MCO, utilisant les observations 1997-2022 (T = 26)
Variable dépendante: Taux_Change_DEU

-----
            coefficient   éc. type   t de Student   p. critique
-----
const      0,855903      0,0221205      38,69          7,86e-024 ***

AIC: -38,7096   BIC: -37,4515   HQC: -38,3473

Estimation robuste de la variance: 0,0297397
Somme des carrés des résidus récurrents: 4,67805

Test KPSS pour Taux_Change_DEU

T = 26
Paramètre du retard de troncation = 2
Statistique de test = 0,232692

            10%      5%      1%
Valeurs critiques: 0,355  0,462  0,706
P. critique > .10

```

```

Régression KPSS
MCO, utilisant les observations 1998-2022 (T = 25)
Variable dépendante: d_Taux_Change_DEU

-----
            coefficient   éc. type   t de Student   p. critique
-----
const      0,00252060     0,0139578      0,1806          0,8582

AIC: -61,1875   BIC: -59,9687   HQC: -60,8495

Estimation robuste de la variance: 0,00565784
Somme des carrés des résidus récurrents: 0,455215

Test KPSS pour d_Taux_Change_DEU

T = 25
Paramètre du retard de troncation = 2
Statistique de test = 0,128732

            10%      5%      1%
Valeurs critiques: 0,355  0,462  0,704
P. critique > .10

```

Le test de stationnarité KPSS appliqué à la variable Taux_Change_DEU donne une statistique de test de 0,2551. Cette valeur est inférieure à tous les seuils critiques usuels (10 %, 5 % et 1 %). Cela signifie que l'on ne rejette pas l'hypothèse nulle du test, selon laquelle la série est stationnaire. D'après ce résultat seul, on pourrait conclure que la série est stationnaire en niveau. Cependant, lorsqu'on applique le même test à la première différence de la série (d_Taux_Change_DEU), on obtient une statistique de 0,0644. Cette valeur est également très faible et largement en dessous des seuils critiques. Cela confirme que la première différence de la série est clairement stationnaire.

Dans ce contexte, il existe une contradiction apparente entre le test ADF et le test KPSS en niveau. Le test ADF affirme que la série n'est pas stationnaire, tandis que le test KPSS laisse penser qu'elle l'est. Mais cette contradiction peut s'expliquer par la faible taille de l'échantillon (seulement 26 observations), ce qui limite la puissance du test KPSS. En revanche, les deux tests s'accordent pleinement sur le fait que la série est stationnaire en première différence. Ainsi, en tenant compte de l'ensemble des résultats, il est raisonnable de conclure que la variable Taux_Change_DEU est une série intégrée d'ordre 1. Elle n'est pas stationnaire en niveau, mais le devient après une différenciation.

Test Integration fractionnelle

```
Taux_Change_DEU, T = 26
```

```
Estimateur local de Whittle (m = 2)
```

```
Degré d'intégration estimé = 0,743855 (0,353553)
```

```
statistique de test: z = 2,10394, avec p. critique 0,0354
```

```
Test GPH (m = 2)
```

```
Degré d'intégration estimé = 0,751792 (1, #INF)
```

```
statistique de test: t(0) = 0, avec p. critique 1, #QNB
```

Le test d'intégration fractionnaire réalisé sur la variable Taux_Change_DEU confirme les conclusions obtenues avec les autres tests de stationnarité. Le test de Whittle estime un degré

d'intégration d'environ 0,74, avec une p-valeur de 0,0354. Ce résultat indique que la série n'est pas strictement stationnaire, mais qu'elle n'est probablement pas non plus intégrée d'ordre 1 au sens classique. Elle semble plutôt se situer entre ces deux cas, ce qui signifie qu'elle présente une mémoire longue.

De son côté, le test GPH fournit une estimation très proche, autour de 0,75. Cependant, ce test n'est pas concluant ici, car la p-valeur obtenue est égale à 1. Cela rend les résultats moins fiables, ce qui est souvent le cas avec ce test lorsqu'on travaille sur de petits échantillons. Ainsi, même si les deux méthodes indiquent une intégration fractionnaire, c'est surtout le test de Whittle qui donne un résultat significatif. Cela suggère que la série Taux_Change_DEU n'est pas strictement I(1), mais qu'elle est tout de même non stationnaire. En tenant compte de l'ensemble des résultats (tests ADF, KPSS et Whittle), on peut retenir que cette série est globalement intégrée d'ordre 1, tout en présentant une certaine persistance caractéristique des séries à mémoire longue.

Indice du niveau de prix de la France

Test de dickey-Fuller Augmenté

Test de Dickey-Fuller augmenté pour d_Indice_Prix_FR
test à reculons à partir de 2 retards, suivant le critère AIC
taille de l'échantillon 24
hypothèse nulle de racine unitaire : $a = 1$

test avec constante
avec 0 retards de (1-L)d_Indice_Prix_FR
modèle: $(1-L)y = b_0 + (a-1)*y(-1) + e$
valeur estimée de $(a - 1)$: -0,776895
statistique de test: $\tau_{ct}(1) = -3,66902$
p. critique asymptotique 0,004595
Coeff. d'autocorrélation du 1er ordre pour e: 0,084

avec constante et tendance temporelle
avec un retard de (1-L)d_Indice_Prix_FR
modèle: $(1-L)y = b_0 + b_1*t + (a-1)*y(-1) + \dots + e$
valeur estimée de $(a - 1)$: -1,03644
statistique de test: $\tau_{ct}(1) = -3,94963$
p. critique asymptotique 0,01027
Coeff. d'autocorrélation du 1er ordre pour e: -0,183

Test de Dickey-Fuller augmenté pour Indice_Prix_FR
test à reculons à partir de 2 retards, suivant le critère AIC
taille de l'échantillon 24
hypothèse nulle de racine unitaire : $a = 1$

test avec constante
avec un retard de (1-L)Indice_Prix_FR
modèle: $(1-L)y = b_0 + (a-1)*y(-1) + \dots + e$
valeur estimée de $(a - 1)$: -0,243668
statistique de test: $\tau_{ct}(1) = -1,76452$
p. critique asymptotique 0,3987
Coeff. d'autocorrélation du 1er ordre pour e: 0,079

avec constante et tendance temporelle
avec un retard de (1-L)Indice_Prix_FR
modèle: $(1-L)y = b_0 + b_1*t + (a-1)*y(-1) + \dots + e$
valeur estimée de $(a - 1)$: -0,262711
statistique de test: $\tau_{ct}(1) = -1,86259$
p. critique asymptotique 0,6738
Coeff. d'autocorrélation du 1er ordre pour e: 0,068

Les résultats du test de Dickey-Fuller augmenté appliqué à la série Indice_Prix_FR montrent que cette série n'est pas stationnaire en niveau. Lorsque le test est effectué avec une constante ou avec une constante et une tendance temporelle, les statistiques de test (respectivement -1,76 et -1,86) sont supérieures aux valeurs critiques habituelles. Les p-valeurs obtenues, toutes deux bien supérieures à 0,05, confirment que l'on ne peut pas rejeter l'hypothèse nulle de racine unitaire. Cela signifie que la série Indice_Prix_FR suit un processus non stationnaire. En revanche, après avoir pris la première différence de cette série (d_Indice_Prix_FR), les résultats changent nettement. Les statistiques de test deviennent fortement négatives (-3,67 et -3,94) et les p-valeurs tombent en dessous du seuil de 5 %. On peut donc rejeter l'hypothèse de racine unitaire et conclure que la série est stationnaire après une différenciation. Cela signifie que la variable Indice_Prix_FR est une série intégrée d'ordre 1, notée I(1). Ce résultat est cohérent avec ce que l'on observe souvent dans les séries économiques exprimées en niveaux, qui ont tendance à suivre une évolution persistante dans le temps avec une forte inertie.

Test de Dickey-Fuller augmenté (MCG)

```
Test de Dickey-Fuller augmenté (MCG) pour Indice_Prix_FR
test à reculons à partir de 2 retards, suivant le critère AIC modifié, Perron-Q
taille de l'échantillon 25
hypothèse nulle de racine unitaire : a = 1

test avec constante
avec 0 retards de (1-L)Indice_Prix_FR
modèle: (1-L)y = b0 + (a-1)*y(-1) + e
valeur estimée de (a - 1): -0,166337
statistique de test: tau = -1,28724
p. critique approximative 0,407
Coeff. d'autocorrélation du 1er ordre pour e: 0,293
```

```
Test de Dickey-Fuller augmenté (MCG) pour d_Indice_Prix_FR
test à reculons à partir de 2 retards, suivant le critère AIC modifié, Perron-Q
taille de l'échantillon 24
hypothèse nulle de racine unitaire : a = 1

test avec constante
avec 0 retards de (1-L)d_Indice_Prix_FR
modèle: (1-L)y = b0 + (a-1)*y(-1) + e
valeur estimée de (a - 1): -0,777784
statistique de test: tau = -3,75611
p. critique approximative 0,001
Coeff. d'autocorrélation du 1er ordre pour e: 0,083
```

Les résultats du test de Dickey-Fuller augmenté corrigé pour l'hétéroscédasticité (MCG) appliqué à la série `Indice_Prix_FR` permettent de confirmer les observations faites précédemment avec les versions classiques du test. En niveau, la statistique de test est de $-1,2872$ avec une p-valeur de $0,407$, ce qui est largement supérieur au seuil de 5% . Cela signifie qu'on ne peut pas rejeter l'hypothèse nulle de racine unitaire, donc la série n'est pas stationnaire. En revanche, sur la première différence de la série (`d_Indice_Prix_FR`), la statistique chute à $-3,7561$ avec une p-valeur très faible de $0,001$. Cette fois, l'hypothèse de racine unitaire est clairement rejetée, ce qui indique que la série devient stationnaire après une seule différenciation. Ces résultats viennent confirmer de manière robuste que la série `Indice_Prix_FR` est bien intégrée d'ordre 1 ($I(1)$), c'est-à-dire non stationnaire en niveau mais stationnaire en différence. Ce comportement est typique des séries économiques de prix, qui suivent souvent une tendance sur le long terme.

Test KPSS

```
Régression KPSS
MCO, utilisant les observations 1997-2022 (T = 26)
Variable dépendante: Indice_Prix_FR
```

	coefficient	éc. type	t de Student	p. critique
const	105,692	1,75128	60,35	1,32e-028 ***

AIC: 188,614 BIC: 189,872 HQC: 188,976

Estimation robuste de la variance: 177,716
Somme des carrés des résidus récursifs: 29241,6

Test KPSS pour Indice_Prix_FR

T = 26
Paramètre du retard de troncation = 2
Statistique de test = 0,243404

	10%	5%	1%
Valeurs critiques:	0,355	0,462	0,706
P. critique >	.10		

```
Régression KPSS
MCO, utilisant les observations 1998-2022 (T = 25)
Variable dépendante: d_Indice_Prix_FR
```

	coefficient	éc. type	t de Student	p. critique
const	-0,680000	1,12801	-0,6028	0,5523

AIC: 158,421 BIC: 159,64 HQC: 158,759

Estimation robuste de la variance: 34,6013
Somme des carrés des résidus récursifs: 2732,92

Test KPSS pour d_Indice_Prix_FR

T = 25
Paramètre du retard de troncation = 2
Statistique de test = 0,126373

	10%	5%	1%
Valeurs critiques:	0,355	0,462	0,704
P. critique >	.10		

Les résultats du test KPSS appliqué à la série `Indice_Prix_FR` indiquent que cette série est stationnaire, selon les critères du test. En effet, la statistique obtenue est de $0,2434$, ce qui est largement en dessous des seuils critiques ($0,355$ au seuil de 10% , $0,462$ au seuil de 5% , et $0,706$ au seuil de 1%). Cela signifie qu'on ne rejette pas l'hypothèse nulle de stationnarité. De même, en première différence (`d_Indice_Prix_FR`), la statistique du test est encore plus faible,

avec une valeur de 0,1264. Ce résultat reste bien inférieur à toutes les valeurs critiques. Cela confirme la stationnarité de la série une fois différenciée. Ces résultats du test KPSS confirment ceux obtenus précédemment avec les tests ADF et MCG. En croisant l'interprétation, on conclut que la série Indice_Prix_FR est non stationnaire en niveau, mais devient stationnaire après une différenciation. Cela signifie que la série est intégrée d'ordre 1, soit $I(1)$. Cette conclusion est cohérente avec le comportement habituel des indices de prix observés en macroéconomie.

Test Integration fractionnelle

```
Indice_Prix_FR, T = 26

Estimateur local de Whittle (m = 2)
  Degré d'intégration estimé = 1,38045 (0,353553)
  statistique de test: z = 3,90451, avec p. critique 0,0001

Test GPH (m = 2)
  Degré d'intégration estimé = 1,39518 (1,#INF)
  statistique de test: t(0) = 0, avec p. critique 1,#QNB
```

Les résultats du test d'intégration fractionnaire appliqué à la série Indice_Prix_FR indiquent un comportement bien plus persistant que celui observé pour les autres variables étudiées. L'estimateur local de Whittle donne un degré d'intégration estimé à 1,38, ce qui est significativement supérieur à 1. La statistique de test ($z = 3,90$) est fortement significative, avec une p-valeur de 0,0001. Cela signifie que l'hypothèse selon laquelle la série serait simplement intégrée d'ordre 1 peut être rejetée. Ce résultat suggère que la série suit un processus $I(d)$ avec $d > 1$, ce qui traduit une dynamique très persistante, voire explosive, difficile à stabiliser simplement par différenciation d'ordre 1.

Le test GPH, qui fournit un résultat proche (degré d'intégration estimé à 1,395), ne permet pas de valider statistiquement cette estimation, car la p-valeur associée n'est pas exploitable. Cette faiblesse est typique de ce test en cas d'échantillon réduit. En conclusion, les résultats des tests d'intégration fractionnaire remettent en question l'hypothèse d'une simple intégration d'ordre 1. La série Indice_Prix_FR pourrait être intégrée d'un ordre supérieur à 1. Ce résultat contraste avec les tests ADF et KPSS, qui suggéraient une série $I(1)$, mais il met en lumière une mémoire longue très marquée, à prendre en compte pour toute modélisation dynamique.

Indice du niveau de prix de l'Allemagne

Test de dickey-Fuller Augmenté

```
Test de Dickey-Fuller augmenté pour d_Indice_Prix_DEU
test à reculons à partir de 2 retards, suivant le critère AIC
taille de l'échantillon 24
hypothèse nulle de racine unitaire : a = 1
```

```
test avec constante
avec 0 retards de (1-L)d_Indice_Prix_DEU
modèle: (1-L)y = b0 + (a-1)*y(-1) + e
valeur estimée de (a - 1): -0,822034
statistique de test: tau_c(1) = -3,87775
p. critique asymptotique 0,002215
Coeff. d'autocorrélation du 1er ordre pour e: 0,076
```

```
avec constante et tendance temporelle
avec 0 retards de (1-L)d_Indice_Prix_DEU
modèle: (1-L)y = b0 + b1*t + (a-1)*y(-1) + e
valeur estimée de (a - 1): -0,823227
statistique de test: tau_ct(1) = -3,78755
p. critique asymptotique 0,01711
Coeff. d'autocorrélation du 1er ordre pour e: 0,078
```

```
Test de Dickey-Fuller augmenté pour Indice_Prix_DEU
test à reculons à partir de 2 retards, suivant le critère AIC
taille de l'échantillon 24
hypothèse nulle de racine unitaire : a = 1
```

```
test avec constante
avec un retard de (1-L)Indice_Prix_DEU
modèle: (1-L)y = b0 + (a-1)*y(-1) + ... + e
valeur estimée de (a - 1): -0,405295
statistique de test: tau_c(1) = -2,67877
p. critique asymptotique 0,07771
Coeff. d'autocorrélation du 1er ordre pour e: 0,075
```

```
avec constante et tendance temporelle
avec un retard de (1-L)Indice_Prix_DEU
modèle: (1-L)y = b0 + b1*t + (a-1)*y(-1) + ... + e
valeur estimée de (a - 1): -0,448084
statistique de test: tau_ct(1) = -2,776
p. critique asymptotique 0,2062
Coeff. d'autocorrélation du 1er ordre pour e: 0,061
```

Le test de Dickey-Fuller augmenté appliqué à la série Indice_Prix_DEU confirme que cette variable est non stationnaire en niveau. Que ce soit dans le modèle avec constante (valeur de $\tau = -2,6788$; p-valeur = 0,0777) ou avec constante et tendance (valeur de $\tau = -2,776$; p-valeur = 0,2062), les résultats ne permettent pas de rejeter l'hypothèse nulle de racine unitaire. Cela signifie que la série suit une tendance persistante et ne revient pas naturellement à une moyenne fixe dans le temps. Cependant, une fois la série transformée en première différence (d_Indice_Prix_DEU), le comportement change nettement. Les statistiques de test deviennent beaucoup plus faibles (-3,8778 et -3,7875) et les p-valeurs associées (0,0022 et 0,0171) tombent largement en dessous du seuil de 5 %. Dans ce cas, l'hypothèse nulle de racine unitaire est rejetée, ce qui montre que la série devient stationnaire après une seule différenciation. Ces résultats indiquent que la série Indice_Prix_DEU est intégrée d'ordre 1, notée I(1). Elle n'est pas stationnaire en niveau, mais elle le devient en première différence. Ce comportement est typique des séries économiques comme les indices de prix, qui évoluent souvent selon une tendance à long terme.

Test de Dickey-Fuller augmenté (MCG)

```
Test de Dickey-Fuller augmenté (MCG) pour Indice_Prix_DEU
test à reculons à partir de 2 retards, suivant le critère AIC modifié, Perron-Q
taille de l'échantillon 25
hypothèse nulle de racine unitaire : a = 1
```

```
test avec constante
avec 0 retards de (1-L)Indice_Prix_DEU
modèle: (1-L)y = b0 + (a-1)*y(-1) + e
valeur estimée de (a - 1): -0,254003
statistique de test: tau = -1,79304
p. critique approximative 0,144
Coeff. d'autocorrélation du 1er ordre pour e: 0,263
```

```
Test de Dickey-Fuller augmenté (MCG) pour d_Indice_Prix_DEU
test à reculons à partir de 2 retards, suivant le critère AIC modifié, Perron-Q
taille de l'échantillon 24
hypothèse nulle de racine unitaire : a = 1
```

```
test avec constante
avec 0 retards de (1-L)d_Indice_Prix_DEU
modèle: (1-L)y = b0 + (a-1)*y(-1) + e
valeur estimée de (a - 1): -0,821973
statistique de test: tau = -3,96008
p. critique approximative 0,001
Coeff. d'autocorrélation du 1er ordre pour e: 0,073
```

Le test de Dickey-Fuller augmenté avec correction hétéroscédastique (MCG) appliqué à la série Indice_Prix_DEU confirme les résultats obtenus avec le test ADF classique. En niveau, la statistique de test obtenue est de -1,7930, avec une p-valeur de 0,144. Cette valeur est bien au-dessus du seuil de 5 %, ce qui signifie qu'on ne peut pas rejeter l'hypothèse de racine unitaire. Autrement dit, la série n'est pas stationnaire. En revanche, après avoir pris la première différence, les résultats changent nettement. Le test donne une statistique de -3,9601, avec une p-valeur de 0,001. Ce résultat est largement significatif. On peut donc rejeter l'hypothèse nulle de racine unitaire, ce qui montre que la série devient stationnaire

une fois différenciée. Ces résultats indiquent que la série Indice_Prix_DEU est intégrée d'ordre 1. Elle n'est pas stationnaire en niveau, mais elle le devient en première différence. Le test MCG étant robuste aux problèmes d'hétéroscédasticité, cela renforce la solidité de cette conclusion, surtout pour une série économique comme un indice de prix qui peut connaître des variations irrégulières dans le temps.

Test KPSS

Régression KPSS

MCO, utilisant les observations 1997-2022 (T = 26)

Variable dépendante: Indice_Prix_DEU

	coefficient	éc. type	t de Student	p. critique
const	102,885	1,20170	85,62	2,19e-032 ***

AIC: 169,03 BIC: 170,288 HQC: 169,392

Estimation robuste de la variance: 75,7003

Somme des carrés des résidus récursifs: 14315,2

Test KPSS pour Indice_Prix_DEU

T = 26

Paramètre du retard de troncation = 2

Statistique de test = 0,27974

	10%	5%	1%
Valeurs critiques:	0,355	0,462	0,706

P. critique > .10

Régression KPSS

MCO, utilisant les observations 1998-2022 (T = 25)

Variable dépendante: d_Indice_Prix_DEU

	coefficient	éc. type	t de Student	p. critique
const	-0,560000	0,907524	-0,6171	0,5430

AIC: 147,547 BIC: 148,765 HQC: 147,885

Estimation robuste de la variance: 21,1548

Somme des carrés des résidus récursifs: 888,6

Test KPSS pour d_Indice_Prix_DEU

T = 25

Paramètre du retard de troncation = 2

Statistique de test = 0,0672074

	10%	5%	1%
Valeurs critiques:	0,355	0,462	0,704

P. critique > .10

Le test KPSS a été utilisé pour vérifier si la série Indice_Prix_DEU est stationnaire. En niveau, la statistique obtenue est faible et reste en dessous des valeurs critiques. Cela veut dire qu'on ne rejette pas l'idée que la série soit stationnaire. Mais comme la série est courte, ce test peut manquer de précision. Les autres tests (ADF et MCG) disent au contraire que la série n'est pas stationnaire. Il faut donc se méfier du test KPSS en niveau. Quand on applique le test KPSS à la série en première différence, la statistique devient encore plus faible. Cette fois, tous les tests sont d'accord : la série devient bien stationnaire après différenciation.

On peut donc conclure que la série Indice_Prix_DEU est non stationnaire en niveau, mais stationnaire en première différence. Elle est intégrée d'ordre 1.

Test Integration fractionnelle

Indice_Prix_DEU, T = 26

Estimateur local de Whittle (m = 2)

Degré d'intégration estimé = 0,388445 (0,353553)

statistique de test: z = 1,09869, avec p. critique 0,2719

Test GPH (m = 2)

Degré d'intégration estimé = 0,392589 (1,#INF)

statistique de test: t(0) = 0, avec p. critique 1,#QNB

Les tests d'intégration fractionnaire ont été appliqués à la série Indice_Prix_DEU pour mieux comprendre son comportement dans le temps. Le test de Whittle estime que le degré d'intégration

est autour de 0,39. Le test GPH donne un résultat très proche. Cela pourrait indiquer que la série est stationnaire mais avec une mémoire longue, c'est-à-dire qu'elle garde un peu l'influence de ses valeurs passées. Cependant, dans les deux cas, les résultats ne sont pas significatifs. Cela veut dire qu'on ne peut pas tirer de conclusion claire à partir de ces tests. Ils donnent une piste, mais elle n'est pas assez solide pour être retenue seule.

Tests de Cointégration

Méthode Engle-Granger

Étape 1 : test de racine unitaire dans l_Taux_Change_FR

Test de Dickey-Fuller augmenté pour l_Taux_Change_FR
avec 2 retards de (1-L)l_Taux_Change_FR
taille de l'échantillon 23
hypothèse nulle de racine unitaire : $a = 1$

test avec constante
modèle: $(1-L)y = b_0 + (a-1)y(-1) + \dots + e$
valeur estimée de $(a - 1)$: -0,21282
statistique de test: $\tau_{a(1)} = -1,48745$
p. critique asymptotique 0,5402
Coeff. d'autocorrélation du 1er ordre pour e: -0,057
différences retardées: $F(2, 19) = 1,036$ [0,3741]

Étape 2 : test de racine unitaire dans ppa_rel

Test de Dickey-Fuller augmenté pour ppa_rel
avec 2 retards de (1-L)ppa_rel
taille de l'échantillon 23
hypothèse nulle de racine unitaire : $a = 1$

test avec constante
modèle: $(1-L)y = b_0 + (a-1)y(-1) + \dots + e$
valeur estimée de $(a - 1)$: -0,066605
statistique de test: $\tau_{a(1)} = -0,491629$
p. critique asymptotique 0,8905
Coeff. d'autocorrélation du 1er ordre pour e: 0,079
différences retardées: $F(2, 19) = 1,362$ [0,2800]

Étape 3 : cointégration

Régression de cointégration -
MCO, utilisant les observations 1997-2022 (T = 26)
Variable dépendante: l_Taux_Change_FR

	coefficient	éc. type	t de Student	p. critique
const	-0,0921614	0,0192196	-4,795	6,99e-05 ***
ppa_rel	-2,83614	0,443007	-6,402	1,28e-06 ***
Moyenne var. dép.	-0,163546	Éc. type var. dép.	0,128696	
Somme carrés résidus	0,152920	Éc. type régression	0,079823	
R ²	0,630689	R ² ajusté	0,619301	
Log de vraisemblance	29,87479	Critère d'Akaike	-55,74958	
Critère de Schwarz	-53,23339	Hannan-Quinn	-55,02501	
rho	0,697368	Durbin-Watson	0,605203	

Étape 4 : test de racine unitaire dans uhat

Test de Dickey-Fuller augmenté pour uhat
avec 2 retards de (1-L)uhat
taille de l'échantillon 23
hypothèse nulle de racine unitaire : $a = 1$

test sans constante
modèle: $(1-L)y = (a-1)y(-1) + \dots + e$
valeur estimée de $(a - 1)$: -0,464533
statistique de test: $\tau_{a(2)} = -2,26222$
p. critique asymptotique 0,3919
Coeff. d'autocorrélation du 1er ordre pour e: -0,102
différences retardées: $F(2, 20) = 1,143$ [0,3390]

Il existe bien une relation de cointégration si :
(a) l'hypothèse de racine unitaire n'est pas rejetée pour les variables individuelles et
(b) l'hypothèse de racine unitaire est rejetée pour les résidus (uhat)
de la régression de cointégration.

La méthode d'Engle-Granger a été utilisée pour tester l'existence d'une relation de long terme entre le taux de change (en logarithme) et la parité du pouvoir d'achat relative (ppa_rel).

Dans un premier temps, les deux séries l_Taux_Change_FR et ppa_rel ont été testées séparément avec le test de Dickey-Fuller augmenté. Les résultats montrent qu'aucune des deux séries n'est stationnaire en niveau. Elles sont donc toutes les deux intégrées d'ordre 1 (I(1)).

Ensuite, une régression a été faite entre l_Taux_Change_FR et ppa_rel. Le coefficient obtenu est significatif, avec une p-valeur très faible, et le R² est élevé (environ 0,63). Cela suggère une forte relation linéaire entre les deux variables à long terme.

Enfin, le test de racine unitaire a été appliqué aux résidus (uhat) issus de cette régression. La statistique de test obtenue ne permet pas de rejeter l'hypothèse de racine unitaire. Les résidus ne sont donc pas stationnaires.

Cela signifie que, même si la régression est significative, les conditions nécessaires à la cointégration ne sont pas remplies. Il n'y a pas de preuve suffisante que les deux variables partagent une tendance commune à long terme. D'après le test d'Engle-Granger, il n'existe pas de relation de cointégration entre le taux de change (logarithmique) et la parité du pouvoir d'achat relative.

Méthode Johansen

```

Test de Johansen:
Nombre d'équations = 2
Ordre des retards = 2
Période d'estimation: 1999 - 2022 (T = 24)
Cas 3 : constante sans restriction

Log de vraisemblance = 169,523 (constante incluse: 101,414)

Rang Valeur propre Test de la Trace p. critique Test Lmax p. critique
0 0,31612 10,574 [0,2433] 9,1194 [0,2827]
1 0,058821 1,4549 [0,2277] 1,4549 [0,2277]

Corrigé pour la taille de l'échantillon (ddl = 19)
Rang Test de la Trace p. critique
0 10,574 [0,2944]
1 1,4549 [0,2616]

valeur propre 0,31612 0,058821

bêta (vecteurs de cointégration)
l_Taux_Change_FR 15,181 0,76619
ppa_rel 48,430 34,155

alpha (vecteurs d'ajustement)
l_Taux_Change_FR -0,042158 0,0042509
ppa_rel 0,0038719 -0,0038408

bêta normalisé
l_Taux_Change_FR 1,0000 0,022433
ppa_rel 3,1902 1,0000

alpha normalisé
l_Taux_Change_FR -0,64000 0,14519
ppa_rel 0,058779 -0,13118

matrice de longue durée (alpha * bêta)
l_Taux_Change_FR l_Taux_Change_FR ppa_rel
l_Taux_Change_FR -0,63674 -1,8965
ppa_rel 0,055836 0,056337

```

La méthode de Johansen a été utilisée pour tester s'il existe une relation de cointégration entre le logarithme du taux de change français (l_Taux_Change_FR) et la parité du pouvoir d'achat relative (ppa_rel). Ces deux variables ont été identifiées comme intégrées d'ordre 1 (I(1)). Les résultats du test de la trace et du test du maximum de vraisemblance montrent que toutes les p-valeurs sont largement supérieures à 0,05. Cela signifie que l'on ne peut pas rejeter l'hypothèse nulle selon laquelle il n'y a pas de cointégration entre les deux variables. Le test indique donc l'absence de relation de long terme stable entre l_Taux_Change_FR et ppa_rel. Même si des vecteurs de cointégration sont affichés, ils ne sont pas valides d'un point de vue statistique, car le test n'a détecté aucune relation significative. D'après la méthode de Johansen, il n'y a pas de cointégration entre le taux de change français et la parité du pouvoir d'achat relative. Ce résultat vient confirmer celui obtenu précédemment avec la méthode d'Engle-Granger.

Estimation du modele VAR

```

Système VAR, ordre des retards 1
Estimation MCO, observations 1999-2022 (T = 24)
Log de vraisemblance = 96,126941
Déterminant de la matrice de covariance = 1,1378927e-006
AIC = -7,5106
BIC = -7,2161
HQC = -7,4324
Test du Portmanteau: LB(6) = 11,9079, ddl = 20 [0,9192]

Equation 1: d_l_Taux_Change_FR

-----
coefficient   éc. type   t de Student   p. critique
-----
const         0,00258158  0,0168339      0,1534      0,8796
d_l_Taux_Change~_1  0,182692  0,276349      0,6611      0,5157
d_ppa_rel_1   -0,157078  1,19013       -0,1320     0,8963

Moyenne var. dép.  0,002265   Éc. type var. dép.  0,080225
Somme carrés résidus  0,142308   Éc. type régression  0,082320
R2              0,038655   R2 ajusté          -0,052902
F(2, 21)        0,422197   P. critique (F)    0,661047
rho             0,043230   Durbin-Watson      1,811042

Tests de Fisher d'absence de restriction:

Tous les retards de d_l_Taux_Change~_1  F(1, 21) = 0,43704 [0,5157]
Tous les retards de d_ppa_rel           F(1, 21) = 0,017420 [0,8963]
Toutes les variables, retard 1           F(2, 21) = 0,42220 [0,6610]

```

```

Equation 2: d_ppa_rel

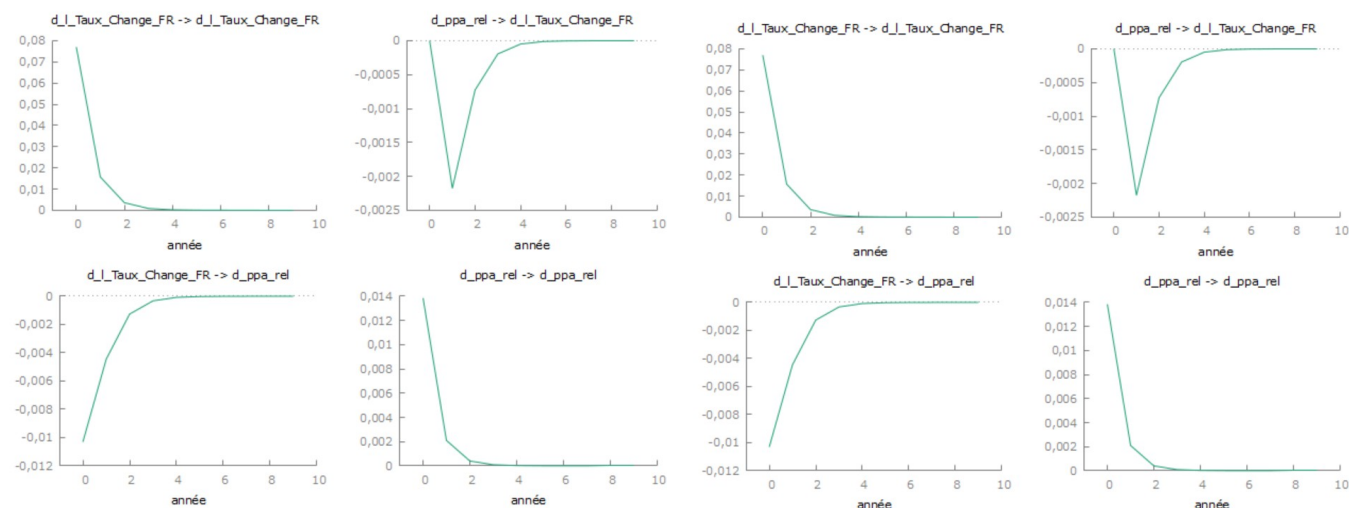
-----
coefficient   éc. type   t de Student   p. critique
-----
const         -0,00140624  0,00377516     -0,3725     0,7133
d_l_Taux_Change~_1  -0,0374757  0,0619737     -0,6047     0,5519
d_ppa_rel_1     0,151213    0,266898       0,5666     0,5770

Moyenne var. dép.  -0,001396   Éc. type var. dép.  0,018320
Somme carrés résidus  0,007157   Éc. type régression  0,018461
R2              0,072824   R2 ajusté          -0,015478
F(2, 21)        0,824716   P. critique (F)    0,452065
rho            0,093599   Durbin-Watson      1,739788

Tests de Fisher d'absence de restriction:

Tous les retards de d_l_Taux_Change~_1  F(1, 21) = 0,36567 [0,5519]
Tous les retards de d_ppa_rel           F(1, 21) = 0,32099 [0,5770]
Toutes les variables, retard 1           F(2, 21) = 0,82472 [0,4521]

```



Après avoir vérifié que les séries $d_l_Taux_Change_FR$ et d_ppa_rel sont toutes deux intégrées d'ordre 1 ($I(1)$), et constaté l'absence de relation de cointégration entre elles à la fois par la méthode d'Engle-Granger et celle de Johansen, nous estimons un modèle VAR sur les séries différenciées, conformément à la démarche économétrique standard.

Le modèle VAR a été estimé avec un retard d'ordre 1, sélectionné sur la base des critères d'information (AIC, BIC et HQC). Les séries utilisées sont $d_l_Taux_Change_FR$ et d_ppa_rel , qui représentent respectivement la variation logarithmique du taux de change et de la parité de pouvoir d'achat relative.

Les résultats montrent que les coefficients des variables retardées ne sont pas significatifs dans les deux équations. Par exemple, dans l'équation de $d_l_Taux_Change_FR$ ni le terme retardé de $d_l_Taux_Change_FR$ ni celui de d_ppa_rel n'ont de p-valeur inférieure à 5 %. De même, dans l'équation de d_ppa_rel , aucun coefficient n'est significatif.

Les tests de Fisher confirment ces résultats, les p-valeurs associées aux tests d'ensemble sur les retards des variables sont toutes largement supérieures à 0,1, ce qui rejette l'idée d'une dynamique significative entre les variables. Le test du Portmanteau (LB) indique par ailleurs une absence d'autocorrélation des résidus jusqu'à l'ordre 6 ($p = 0,92$), ce qui est un bon signe pour la validité du modèle.

Les fonctions de réponse impulsionnelle permettent de visualiser l'effet dynamique d'un choc unitaire (d'un écart-type) sur une variable, sur l'évolution des autres variables du système. Les graphiques montrent que :

- Un choc sur $d_l_Taux_Change_FR$ a un effet immédiat important sur lui-même, qui disparaît rapidement après une période. Il a aussi un effet très faible et transitoire sur d_ppa_rel .
- Un choc sur d_ppa_rel produit une réaction très modérée sur les deux variables. L'impact reste limité et s'amortit dès la deuxième période.

Ces réponses confirment la faible interdépendance dynamique entre les deux séries à court terme. Chacune semble suivre sa propre trajectoire, avec peu d'effets croisés.

En conclusion, l'estimation du modèle VAR en différences premières s'impose ici, car les séries sont non stationnaires mais non cointégrées. Toutefois, les résultats indiquent une absence de relation dynamique significative entre les variations du taux de change et la parité de pouvoir d'achat relative.

Ainsi, dans cette configuration, le taux de change réel semble s'ajuster peu, voire pas du tout, aux écarts de pouvoir d'achat à court terme. Les résultats vont dans le sens d'une relation faible entre taux de change et PPA relative, du moins sur l'échantillon observé et à cette fréquence.

Conclusion

Cette étude visait à analyser la relation entre le taux de change euro/dollar et les indices de prix en France et en Allemagne, à travers la notion de parité de pouvoir d'achat relative (ppa_rel).

Nous avons d'abord vérifié la stationnarité des séries. Les tests montrent que le taux de change ainsi que les indices de prix ne sont pas stationnaires en niveau, mais deviennent stationnaires en première différence. Autrement dit, ce sont des séries intégrées d'ordre 1, ce qui justifie l'utilisation de tests de cointégration.

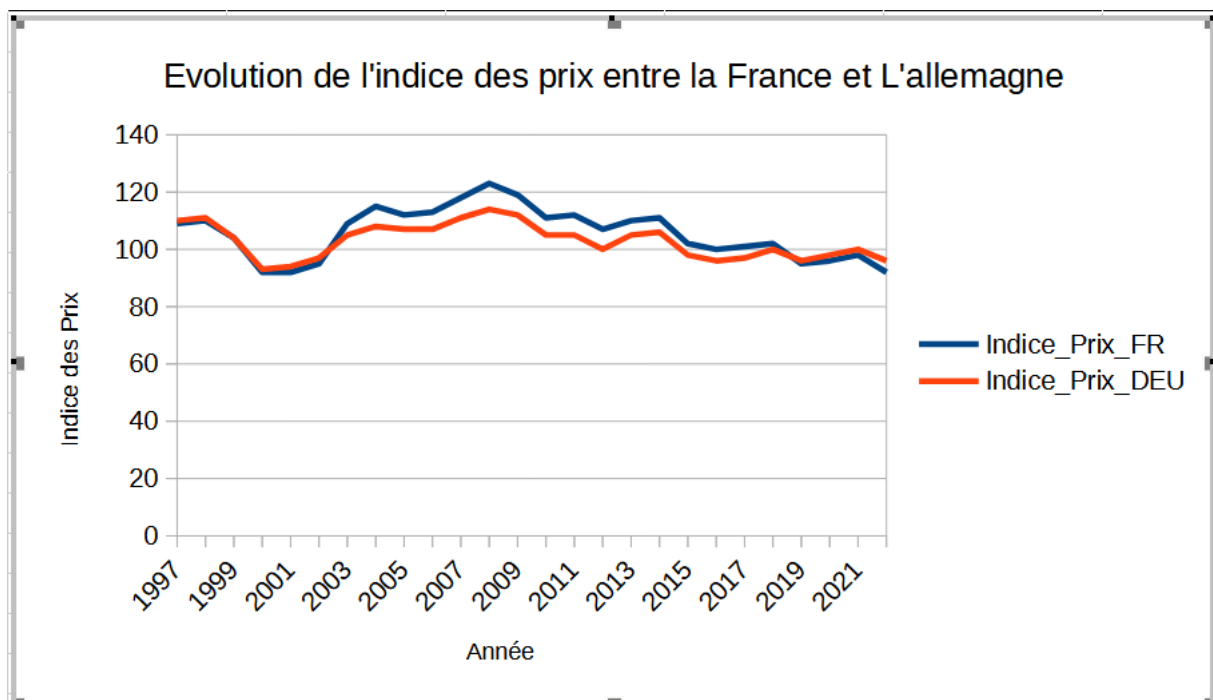
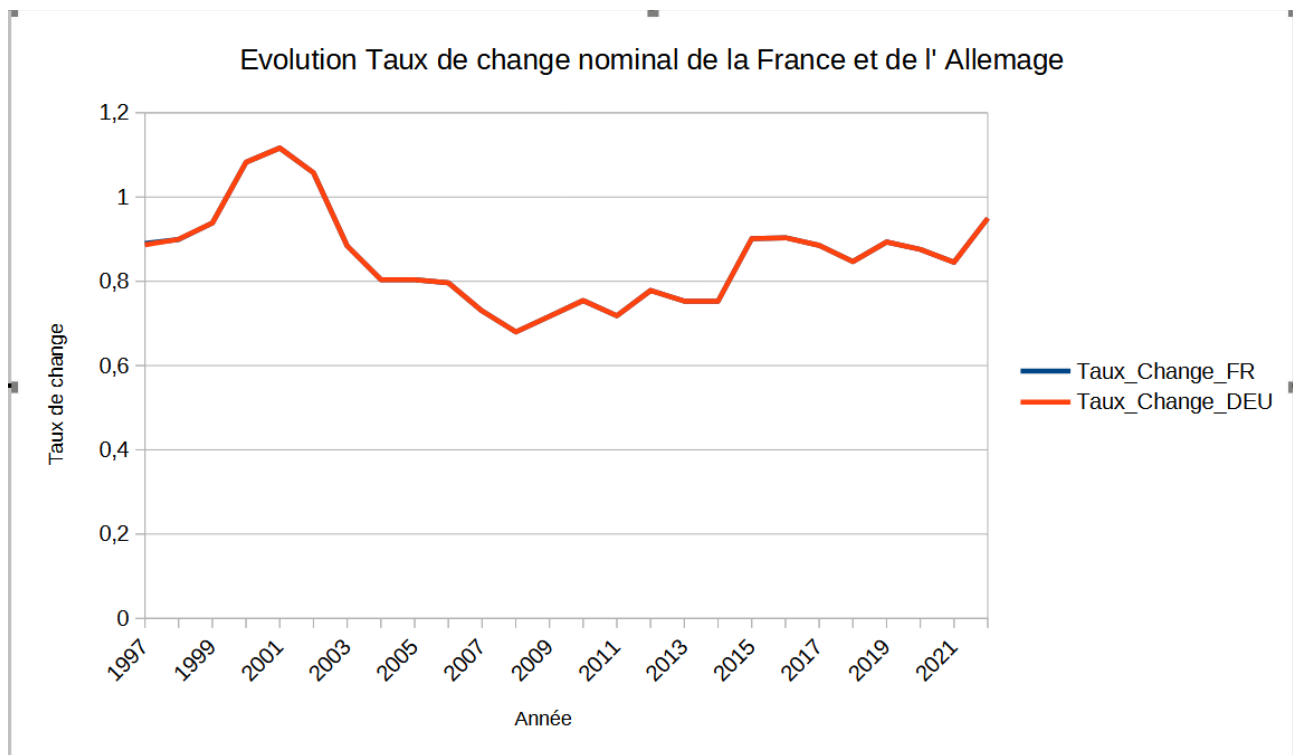
Ensuite, nous avons examiné s'il existait une relation de long terme entre le taux de change et la PPA relative. La méthode d'Engle-Granger montre une régression significative, mais le test ADF sur les résidus ne permet pas de conclure à une cointégration. Le test de Johansen confirme ce résultat : il n'y a pas de relation de cointégration détectée entre le taux de change et la PPA relative.

En l'absence de cointégration, nous avons estimé un modèle VAR sur les séries différenciées. Les résultats indiquent que les effets dynamiques sont faibles. Ni les retards du taux de change, ni ceux de la PPA relative n'ont d'influence significative sur les variables. Les fonctions de réponse aux chocs confirment que l'impact d'un choc est faible et transitoire : les séries reviennent rapidement vers leur moyenne.

Enfin, la décomposition de la variance montre que chaque variable est surtout expliquée par ses propres chocs. Cela suggère une dynamique relativement indépendante entre le taux de change et la PPA relative à court terme.

Même si la théorie de la parité de pouvoir d'achat propose un lien entre taux de change et niveaux de prix, nos résultats empiriques ne montrent pas de relation stable à long terme pour la période étudiée. À court terme, les interactions sont limitées et les effets des chocs s'estompent rapidement. Le taux de change semble suivre sa propre dynamique, peu influencée par les écarts de prix entre la France et l'Allemagne.

Annexe



PS : Ce travail est entièrement réalisé par moi, de la collecte, en passant par le traitement et l'analyse ainsi que les tests. La rédaction a été entièrement fait par moi cependant l'usage de l'IA (ChatGPT et DeepL) m'ont permis de corriger mes erreurs de structuration et de rédaction.