

## " Analyse modale des poutres en FGM "

"Bouamama Mohamed "<sup>1</sup>,

" Elmeiche Abbes "<sup>1</sup>,

" Elhannani Abdelhack "<sup>1</sup>,

" Refassi Kaddour "<sup>1</sup>,

" Megueni Abdelkader "<sup>1</sup>

<sup>1</sup> "Faculté de Technologie, UDL-SBA, Laboratoire de Mécanique des Structures et des Solides (LMSS), Algérie, [mechanicsgroup22@gmail.com](mailto:mechanicsgroup22@gmail.com)"

### Résumé :

Le concept des matériaux à gradient de propriétés (FGM) caractérisé par une propriété sans Interruption changeante due à un changement continu de la composition, dans la morphologie et effectivement dans la structure cristalline, qui a beaucoup influencé de nombreux domaines de la science et de l'industrie. Ce travail vise à analyser le comportement dynamique des poutres en FGM soumis à différentes conditions aux limites, en utilisant le code d'élément finis ANSYS. En se basant sur le modèle théorique d'Euler Bernoulli (CBT), On suppose que les propriétés matérielles de la couche FGM seront évaluées de façon continue dans la direction d'épaisseur selon la loi de puissance (P-FGM), nous avons déterminé les fréquences naturelles et les modes propres pour différentes état des frontières.

**Mots clés :** poutre, FGM, Vibrations, Fréquence propre, ANSYS.

## 1. Introduction

Les matériaux fonctionnellement gradués (FGM) sont des classes de composites qui ont une variation continue des propriétés matérielles d'une surface à une autre, ce qui conduit à éliminer la concentration des contraintes rencontrées dans les composites stratifiés. Les concepts des FGM ont été proposés par des chercheurs Japonais en 1984 [1]. Ces matériaux possèdent de multiples avantages qui peuvent les rendre attractifs du point de vue de leur potentiel d'application. Il peut s'agir de l'amélioration de la rigidité, de la tenue à la fatigue, de la résistance à la corrosion ou de la conductivité thermique en plus d'avoir une gradation des propriétés permettant ainsi d'augmenter ou de moduler des performances telles que la réduction des contraintes locales [2],[3] plusieurs études étaient faites sur FGM : Auciello et Ercolano[4], Banerjee[5], Civalek et Kiracioglu[6]). Ce matériau (FGM) est largement utilisé dans plusieurs applications structurelles tels que; l'aéronautique, le nucléaire, le civil et l'automobile. Puisque les applications des ces nouveaux matériaux (FGM) ne cessent de se développer, La poutre est considérée comme l'élément structural le plus répandu, puisqu'elle fait partie intégrante dans la plupart des ouvrages de construction ou des pièces machines [2], ce qui a rendu nécessaire l'étude de leur comportement statique/dynamique. Les poutres sont utilisées comme composant structural dans plusieurs applications de construction et un grand nombre d'études peut être trouvé en littérature au sujet de la vibration transversale des poutres isotropes uniformes [6]. Ouled Larbi [7] a fait une Etude comparative des différentes théories à ordre élevé pour la vibration libre des poutres FGM .Plusieurs approches ont été développées pour établir une analyse appropriée des ces poutres en FGM.

L'objectif de ce travail est d'analyser les vibrations libres des poutres FGM soumis aux différentes conditions d'appuis en utilisant la théorie d'Euler Bernoulli (CBT). On suppose que les propriétés matérielles changent continuellement à travers l'épaisseur de la poutre conformément à la fonction de puissance (P-FGM). Les solutions sont trouvées en résolvant Les équations d'équilibres aux problèmes des valeurs propres.

## 2. Modèle mathématique

Considérons une poutre FGM de longueur « L » et d'épaisseur « h », avec une largeur constant « b », Les propriétés du FGM varient de façon continue en fonction de la fraction volumique des matériaux suivant la direction de l'épaisseur (Figure 1).

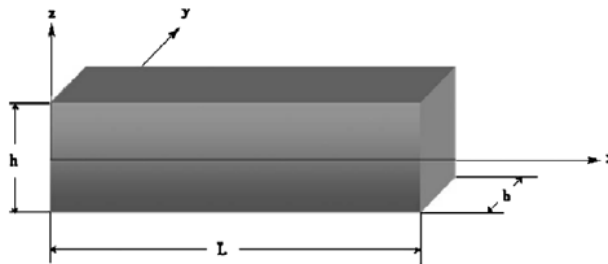


Figure 1. Géométrie d'une poutre en FGM

La fraction volumique dans les P-FGM est assurée par une loi de puissance suivant l'épaisseur :

$$g(z) = \left( \frac{z + h/2}{h} \right)^p \quad (1)$$

$g(z)$  : est la fonction de la fraction volumique ;

$p$  : indice de fraction volumique ;

$h$  : épaisseur de la poutre ;

$z$  : la coordonnée suivant l'épaisseur ;

Les propriétés matérielles effectives, tel que le module de Young  $E$ , et le coefficient de Poisson  $\nu$  et la densité de masse  $\rho$ , peuvent être exprimés par la loi des mélanges [8] comme :

$$E(z) = g(z).E_1 + (1-g(z)).E_2 \quad (2)$$

Où :

$g(z)$ : Fraction volumique

$E_2$  et  $E_1$  et sont respectivement les propriétés matérielles (modules de Young ; densité ou coefficient de poisson) de la surface inférieure ( $z = -h/2$ ) et de la surface supérieure ( $z = +h/2$ ) de la poutre FGM.

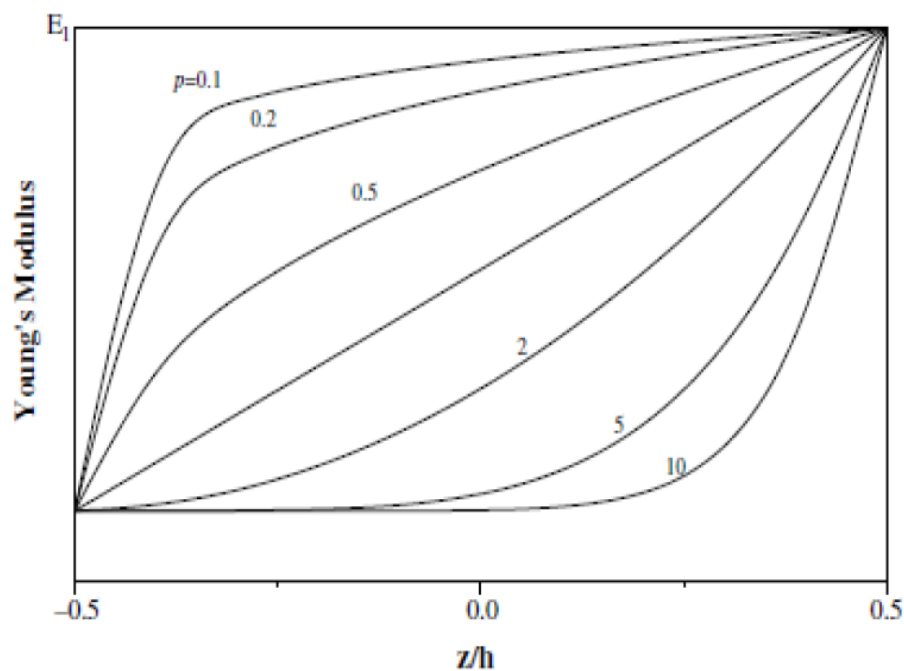


Figure 2. La variation du module de Young dans une poutre P-FGM

les propriétés matérielles sont données dans le (table 1)

Matériaux	Propriétés		
	E(GPa)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$\nu$
Aluminium	70	2780	0.33
céramique	380	3800	0.33

Table 1. Les propriétés matérielles de la poutre en FGM.

### 3. Résultats et discussions

La poutre a été discrétisée en éléments finis, en utilisant l'élément de type (SOLID186). Nous avons calculée par ce modèle (code Ansys ) les fréquences naturelles des quatre premiers modes de la poutre en FGM dans les différentes conditions d'appuis

mode	Fréquences naturelles		
	C-C	C-S	C-F
1	122.47	31.68	19.971
2	125.35	122.32	19.950
3	330.90	169.03	120.68
4	338.30	330.53	123.58

Table 2. la variation des fréquences naturelles de la poutre (C-C) par rapport a l'indice de fraction volumique 'p'.

D'apres le tableau 2 on remaque que :

L'influence de l'exposant « p » de la fraction volumique est significative pour ( $p > 1$ ) est moins significative pour ( $p \leq 1$ ).

l'influence de l'exposant « p » de la fraction volumique est significative pour des modes vibratoires « n » plus élevés.

fréquences	C-C	C- F	C-S
Mode1	20.69	3.30	14.32
Mode2	55.86	20.40	45.68
Mode3	106.62	55.85	56.11
Mode4	116.27	56.16	93.15

Table 3. Les quatre fréquences naturelles de la poutre en FGM dans les conditions aux limites

Avec :

C-C : encastré- encastré

C-F : encastré- libre

C-S: encastré- simplement appuyée

Les modes vibratoires correspondants aux quatre premières fréquences naturelles de la poutre en FGM (encastré-encastré) sont illustrés dans la figure 2.

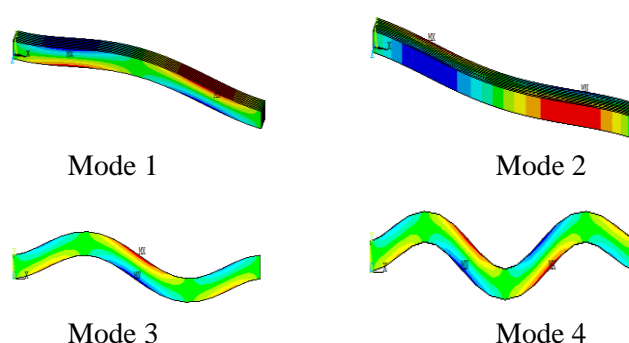


Figure 3. les quatre modes vibratoires de la poutre en FGM (C-C) sur Ansys

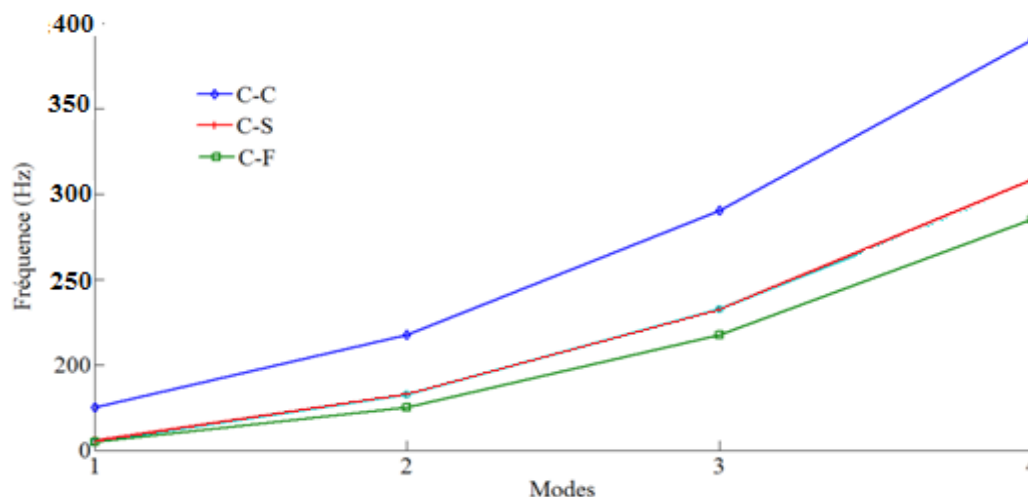


Figure 4. la variation des fréquences naturelles en fonction des mode propres

D'après le tableau 3 et les figures 3 et 4 on constate :

- pour les trois conditions d'appuis, l'augmentation des fréquences naturelles d'une poutre en FGM est liée à l'augmentation du nombre de mode.
- Les fréquences naturelles d'une poutre en FGM encastrée- encastrée (C-C) est plus grand que celle des autres conditions aux limites (C-S, C-F).

## 4. Conclusion

Les matériaux composites en FGM, ont évolué dans le domaine des structures à travers le monde et améliorés afin d'avoir une résistance mécanique élevée.

Le travail avait pour l'objectif l'étude de la réponse dynamique en fréquence naturelle des poutres en FGM par l'utilisation du code élément finis ANSYS. Les caractéristiques dynamiques présentées par les fréquences propres et leurs modes associés ont été évalué pour différentes conditions aux limites. Les résultats obtenus montrent l'influence des conditions aux limites sur les fréquences naturelles de la poutre en FGM, les fréquences naturelles d'une poutre (encasté-encasté) est plus grand que les autres conditions aux limites (encasté-libre),(encasté-appui simple).

## 5. Bibliographie

- [1] Koizumi M. FGM activities in Japan. Composites Part B, 1997, Vol.28, pp. 1–4.
- [2] BENNAI R. contribution a l'étude de la vibration et la stabilité des structures Fonctionnellement graduées. Thèse de doctorat, Université Hassiba Ben Bouali de Chlef, Algerie ,2016.
- [3] TANIGAWA Y. Some basic thermo-elastic problems for nonhomogeneous structural materials. Applied Mechanics Reviews, 1995, vol 48, n° 6 , pp. 287-300.
- [4] AUCIELLO N.M., ERCOLANO A. A general solution for dynamic response of axially loaded non-uniform Timoshenko beams. International Journal of Solids and Structures, 2004, Vol.41, pp.4861–4874
- [5] BANERJEE J.R. Free vibration of axially loaded composite Timoshenko beams using the dynamic stiffness matrix method. Computers and Structures, 1998, Vol.69, pp.197–208.
- [6] CIVALEK O, KIRACIOGLU O. Free vibration analysis of Timoshenko beams by DSC method. Communications in Numerical Methods in Engineering, 2009, doi:10.1002/cnm.1279.
- [7] OULD LARBI L. Etude comparative des différentes théories à ordre élevé pour la vibration libre des poutres FGM. Thèse de Doctorat de l'université de Djillali Liabes de Sidi Bel Abbes, 2013.
- [8] Marur P. R. Fracture Behaviour of Functionally Graded Materials. Ph. D. dissertation, Auburn University, Alabama , 1999.