

**INTERNATIONAL CONGRESS FOR APPLIED MECHANICS JET'2018
2, 3 AND 4 MAY, MARRAKECH – MOROCCO**

Étude de la convection mixte d'un écoulement laminaire oscillatoire d'un nanofluide (Or-huile de Kérosène) dans un canal vertical en présence d'un champ magnétique.

W. Bentoto^{1*},
M. Taibi¹,
R. Sehaqui¹.

¹ *University of Hassan II, Faculty of Sciences Ain-Chock,
Laboratory of Mechanics, B.P.5366, Maarif, Casablanca, Morocco.*

* *Email: wafaabentoto@gmail.com*

RÉSUMÉ :

Une étude analytique de la convection mixte d'un écoulement laminaire oscillatoire dans un canal vertical rempli du nanofluide (Or-Kérosène) en présence d'un champ magnétique est considérée dans cette étude. Le problème est modélisé à l'aide des équations de la conservation de la quantité de mouvement, de l'énergie et de la concentration avec les conditions aux limites associées, puis résolu par la méthode de perturbation.

Les résultats obtenus sont présentés sous forme de profils de vitesse, de température et de concentration pour différentes valeurs du nombre de Reynolds Re , du Grashof Gr , du paramètre de rayonnement N , de la fraction volumique des nanoparticules ϕ et de paramètre magnétique M . Ces résultats montrent que ces paramètres ont des effets considérables sur les champs d'écoulement et thermiques. Il a été constaté que l'augmentation de Re , Gr , N et ϕ améliore le transfert de chaleur.

ABSTRACT:

In this work, we present an analytical study of the mixed convection of an oscillatory laminar flow in a vertical channel with filled with nanofluid (Gold-Kerosene) in the presence of a magnetic field. The problem is modeled in terms of equations with associated boundary conditions then solved by the perturbation method.

The results obtained are presented as velocity, temperature and concentration profiles for different values of Reynolds Re , Grashof Gr , the radiation parameter N , the volume fraction of the nanoparticles and the magnetic parameter. These parameters have considerable effects on the flow and thermal fields. It has been found that the increase of Re , Gr , N and ϕ improves the heat transfer.

Mots clés : Canal vertical, Champ magnétique, Convection mixte, Ecoulement laminaire oscillatoire, Méthode de perturbation, Nanofluide.

Keywords: Magnetic field, Mixed convection, Nanofluid, Oscillatory laminar flow, Perturbation method, Vertical channel.

I. Introduction

Aujourd'hui plus que jamais, le transfert de chaleur joue un rôle primordial dans le développement des systèmes de transfert de chaleur et des fluides qui sont requis dans de nombreuses applications industrielles. Dans ces applications, le besoin d'améliorer le transfert de chaleur par convection est le but principal de plusieurs recherches. Pour cela, des particules de taille nanométrique dispersées dans un fluide de base, connu sous le nom de nanofluide, ont été développées et largement utilisées pour améliorer ce transfert de chaleur. En effet, le mot nanofluide a été initialement utilisé par Choi [1], ce dernier a eu l'idée d'améliorer la conductivité thermique. Plus spécifiquement, il a vérifié expérimentalement que l'addition des nanoparticules dans des fluides à base classique améliore la conductivité thermique. Alors, vu son importance, l'étude du nanofluide a suscité beaucoup d'intérêt chez les chercheurs en raison du fait que la nanotechnologie a plusieurs applications pratiques dans l'industrie, en raison de cela, de nombreux auteurs ont étudié et rapporté des résultats sur l'amélioration du transfert de chaleur en convection mixte avec la présence des nanoparticules [2-5]. Abu-Nada et Chamkha [6] ont étudié le flux de convection mixte d'un nanofluide. Ils ont considéré la cavité conduit par le couvercle avec le mur ondulé. Leurs résultats ont montré que la présence de nanoparticules a une augmentation significative du transfert de chaleur pour toute valeur du nombre de Richardson. Le transfert de chaleur par convection mixte d'un nanofluide Cu-eau dans un canal vertical à plaques parallèles a été étudié par Raisi et al. [7]. Ils ont constaté que l'augmentation de la fraction volumique du solide entraîne une augmentation du taux de transfert de chaleur. Khan et al. [8] ont étudié le transfert de chaleur dans un flux de convection mixte MHD d'un ferrofluide le long d'un canal vertical. Ils ont conclu que la température et la vitesse des ferrofluides dépendent fortement de la viscosité et de la conductivité thermique ainsi que du champ magnétique.

Il convient de noter que la plupart des études mentionnées ci-dessus utilisent des calculs numériques, parmi lesquels plusieurs effectuent un travail expérimental. Cependant, très peu d'études sont disponibles sur le plan analytique.

Suite à cet aperçu bibliographique, le présent travail concerne l'étude analytique de la convection mixte d'un flux laminaire oscillatoire d'un nanofluide (nanoparticules d'or et huile de kérosène comme fluide de base) dans un canal vertical en présence d'un champ magnétique. Le choix des nanoparticules d'or est justifié par sa conductivité thermique élevée.

Le but principal de la présente contribution est de déterminer l'effet des différents paramètres physiques sur la concentration, la température et la vitesse de l'écoulement. Les solutions analytiques des équations gouvernées sont calculées en utilisant la technique de perturbation et discutées dans divers graphiques et tableaux. Cette analyse fournit une estimation de la variation du transfert de chaleur, de la concentration et de la vitesse avec le taux de nanoparticules et le champ magnétique dans les canaux verticaux qui présentent un intérêt pratique pour l'analyse technique.

II. Formulation mathématique du problème et résolution analytique

1. Géométrie de l'écoulement

Le problème considéré dans cette étude consiste à étudier l'écoulement laminaire oscillatoire d'un nanofluide en convection mixte dans un canal vertical à deux plaques parallèles. On assimile le nanofluide à un fluide newtonien incompressible. Par ailleurs, un gradient de pression de type oscillatoire a été appliqué dans la direction de l'écoulement. Le nanofluide a été conduit électriquement en raison du champ magnétique B appliqué à la

direction transversale de l'écoulement. De plus, Les températures (T_0 ; T_w) et les concentrations (C_0 ; C_w) des deux plaques sont supposées être suffisamment élevées ce qui va générer le transfert de chaleur radiatif. La géométrie de notre problème est représentée sur la figure 1.

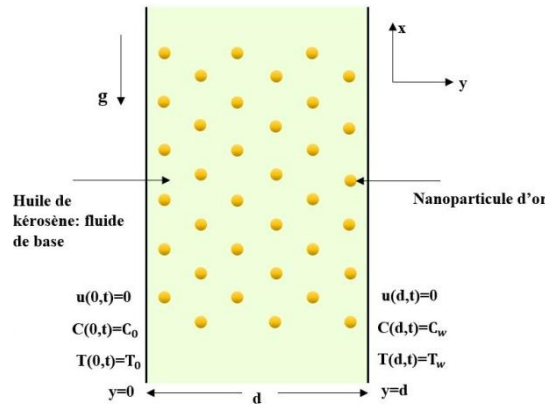


Figure 1: Configuration géométrique du problème étudié

2. Modèle mathématique

Sous les hypothèses ci-dessus, notre problème est régi par l'ensemble des équations aux dérivées partielles suivantes:

$$\rho_{nf} \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu_{nf} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \sigma_{nf} B^2 u + (\rho \beta_T)_{nf} g (T - T_0) + (\rho \beta_C)_{nf} g (C - C_0) \quad (1)$$

$$(\rho c_p)_{nf} \frac{\partial T}{\partial t} = k_{nf} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + 4\alpha_0^2 (T - T_0) \quad (2)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D_{nf} \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{D_{nf} K_T}{T_m} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} - k_r (C - C_0) \quad (3)$$

A ces équations, on adjoint les conditions aux limites suivantes :

$$\begin{aligned} u(0,t) = 0 \quad , \quad u(d,t) = 0 \\ T(0,t) = 0 \quad , \quad T(d,t) = T_w \\ C(0,t) = 0 \quad , \quad C(d,t) = C_w \end{aligned} \quad (4)$$

Où ρ_{nf} est la densité du nanofluide, μ_{nf} est la viscosité dynamique du nanofluide, k_{nf} est la conductivité thermique du nanofluide, q est le flux radiatif de chaleur dans la direction x , et d est la largeur du canal.

Dans cette étude, on adopte le modèle de Hamilton et Crosser [9], pour la conductivité thermique et la viscosité dynamique. Selon ce modèle, on aura :

$$\mu_{nf} = \mu_f (1 + a\phi + b\phi^2) \quad , \quad \frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_s + (n-1)k_f + \phi(n-1)(k_s - k_f)}{k_s + (n-1)k_f - \phi(k_s - k_f)} \quad (5)$$

Dans les équations (1) et (2), la densité ρ_{nf} , le coefficient d'expansion thermique du nanofluide β_{nf} et la capacité calorifique $(\rho c_p)_{nf}$ sont dérivées en utilisant les relations données par [10, 11] comme suit:

$$\rho_{nf} = (1-\phi)\rho_f + \phi\rho_s \quad , \quad (\rho c_p)_{nf} = (1-\phi)(\rho c_p)_f + \phi(\rho c_p)_s \quad , \quad \beta_{nf} = (1-\phi)\beta_f + \phi\beta_s \quad (6)$$

Où ϕ est la fraction de volume de nanoparticules, a et b sont des constantes qui dépendent de la forme de particule comme données dans le tableau 1.

Le paramètre n apparaissant dans l'équation (5) est le facteur de forme empirique donné par $n = 3/\psi$, où ψ est la sphéricité représentant le rapport entre l'aire d'une sphère et l'aire de la particule ayant même volume. Elle est représentée dans le tableau 2.

Modèle	Cylindre
a	13.5
b	904.4

Modèle	Cylindrique
ψ	0.62

Tableau.2: Sphéricité des nanoparticules

Tableau.1 : Facteurs de forme empiriques

En plus, certaines propriétés physiques du fluide de base et les nanoparticules d'or sont données dans le tableau 3.

Matériau	Symbole	$\rho (kg / m^3)$	$c_p (kg^{-1} K^{-1})$	$k (W / mk)$
Gold	Au	19 300	129	318
kerosene	-	783	2090	0.145

Tableau.3 : Propriétés thermophysiques de fluide de base et les nanoparticules [10, 11].

Utilisons les variables adimensionnelles suivantes :

$$\begin{aligned} x^* &= \frac{x}{d}; & y^* &= \frac{y}{d}; & T^* &= \frac{T - T_0}{T_w - T_0}; & C^* &= \frac{C - C_0}{C_w - C_0}; \\ u^* &= \frac{u}{U_0}; & p^* &= \frac{d}{\mu_f U_0} p; & t^* &= \frac{t U_0}{d} \end{aligned} \quad (7)$$

En introduisant les nombres sans dimensions ci-dessus dans les équations 1, 2 et 3, le système devient:

$$\phi_1 \text{Re} \frac{\partial u^*}{\partial t^*} = -\frac{\partial p^*}{\partial x^*} + \phi_2 \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} + \phi_3 Gr T^* + \phi_4 Gc C^* - M^2 u^* \quad (8)$$

$$\frac{\phi_5 Pe}{\lambda_{nf}} \frac{\partial T^*}{\partial t^*} = \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}} + \frac{N^2}{\lambda_{nf}} T^* \quad (9)$$

$$\frac{\text{Re} Sc}{1-\phi} \frac{\partial C^*}{\partial t^*} = \frac{\partial^2 C^*}{\partial y^{*2}} + Sc Sr \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}} - \frac{\text{Re} \gamma Sc}{1-\phi} C^* \quad (10)$$

Aux équations précédentes, on associe les conditions aux limites suivantes:

$$u(0,t)=0 \quad ; \quad u(1,t)=0 \quad ; \quad T(0,t)=0 \quad ; \quad T(1,t)=1 \quad ; \quad C(0,t)=0 \quad ; \quad C(1,t)=1 \quad (11)$$

Il apparaît les nombres sans dimensions suivants :

$$\text{Re} = \frac{\rho_f U_0 d}{\mu_f}; \quad Gr = \frac{g(\beta_T)_f (T_w - T_0) d^2}{\nu_f U_0}; \quad Gc = \frac{g(\beta_C)_f (C_w - C_0) d^2}{\nu_f U_0};$$

$$Sc = \frac{\nu_f}{D_f}; \quad M^2 = \frac{\delta B_0^2 d^2}{\mu_f}, \quad N^2 = \frac{4\alpha_0^2 d^2}{k_f},$$

$$\begin{cases} \phi_1 = \left[(1-\phi) + \phi \frac{\rho_s}{\rho_f} \right] & ; \quad \phi_2 = [1 + a\phi + b\phi^2] \\ \phi_3 = \left[(1-\phi) + \phi \frac{(\rho\beta_T)_s}{(\rho\beta_T)_f} \right] & ; \quad \phi_4 = \left[(1-\phi) + \phi \frac{(\rho\beta_c)_s}{(\rho\beta_c)_f} \right] \end{cases}$$

Qui sont respectivement, le nombre de Reynolds, le nombre de Grashof thermique, le nombre de Schmidt, le paramètre magnétique et le paramètre de rayonnement.

3. Résolution analytique par la méthode de perturbation :

Afin de résoudre les équations (8, 9 et 10), avec les conditions aux limites (11), nous avons utilisé la méthode de perturbation. Posons,

$$u(y,t) = u_0(y) + \varepsilon \exp(i\omega t) u_1(y) \quad (12)$$

$$T(y,t) = T_0(y) + \varepsilon \exp(i\omega t) T_1(y) \quad (13)$$

$$C(y,t) = C_0(y) + \varepsilon \exp(i\omega t) C_1(y) \quad (14)$$

Le gradient de pression, de type sinusoïdale, appliqué dans la direction de l'écoulement est imposé sous la forme suivante :

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \lambda \varepsilon \exp(i\omega t) \quad (15)$$

Avec ω est la pulsation et λ est l'amplitude de l'oscillation.

En substituant les équations (12) – (14) dans les équations (8) – (10), on obtient alors le système d'équations suivant :

$$\begin{aligned} u(y,t) = & \frac{\sinh(my)}{\sinh(m)} \left[-\frac{A}{(b_1^2 + m^2)} + B \left\{ \frac{1}{(b_4^2 - m^2)} \left(1 + \frac{b_1^2 b_3^2}{b_1^2 + b_4^2} \right) + \frac{b_1^2 b_3^2}{(b_1^2 + b_4^2)(b_1^2 + m^2)} \right\} \right] \\ & - B \left\{ \frac{\sinh(b_4 y)}{(b_4^2 - m^2) \sinh(b_4)} \left(1 + \frac{b_1^2 b_3^2}{b_1^2 + b_4^2} \right) + \frac{b_1^2 b_3^2 \sinh(b_1 y)}{(b_1^2 + m^2)(b_1^2 + b_4^2) \sinh(b_1)} \right\} \\ & + \varepsilon \exp(i\omega t) \left[\frac{\lambda}{m_1^2} (1 - \cosh(m_1 y)) + \frac{\lambda}{m_1^2} \frac{\sinh(m_1 y)}{\sinh(m_1)} (\cosh(m_1) - 1) \right] \\ & + \frac{A}{(b_1^2 + m^2) \sinh(b_1)} \sin(b_1 y) \end{aligned} \quad (16)$$

$$T(y) = \frac{\sin(b_1 y)}{\sin(b_1)} \quad (17)$$

$$C(y) = \frac{\sin(b_4 y)}{\sinh(b_4)} \left(1 + \frac{b_3^2 b_1^2}{b_1^2 + b_4^2} \right) - \frac{b_3^2 b_1^2}{(b_1^2 + b_4^2) \sinh(b_1)} \sin(b_1 y) \quad (18)$$

III. Résultats et Discussion :

Dans cette section, nous allons illustrer graphiquement l'influence de divers paramètres sur la vitesse, la température et sur la concentration.

La Figure 2 représente la variation de la température en fonction de la composante transversale y pour différentes valeurs du paramètre de rayonnement N . Il est évident que

l'effet sinusoïdal maximise avec l'augmentation de la fraction volumique ϕ et paramètre de rayonnement N . Ce résultat est en bon accord avec celui obtenu par Aiza et al. [12].

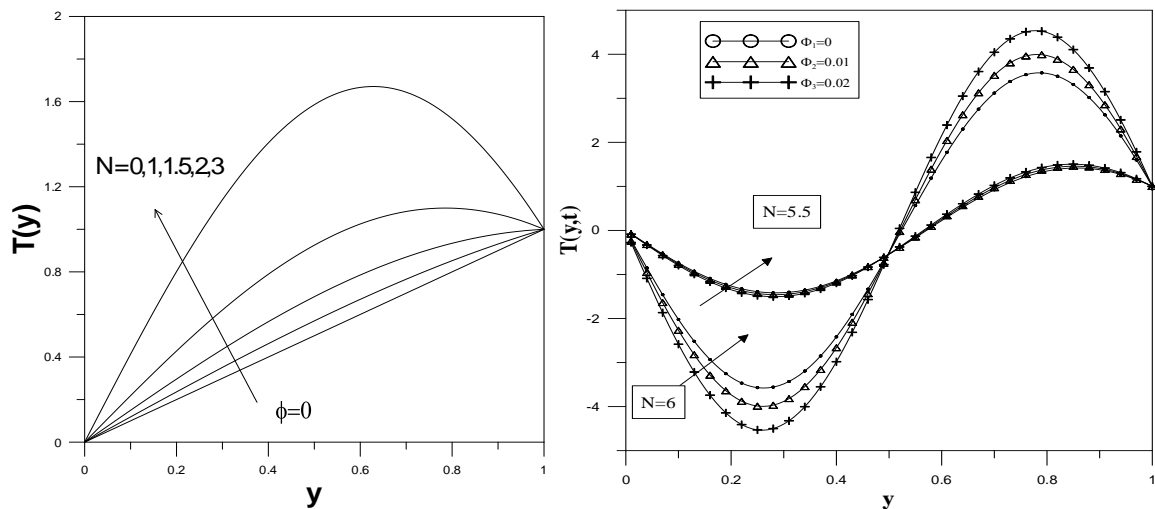


Figure 2 : Variation de la température en fonction du paramètre de rayonnement N .

Cependant, l'augmentation de ce paramètre radiatif N conduit à une grande diminution au niveau de la concentration pour chaque valeur fixée du nombre de fraction volumique comme c'est illustré dans la figure 3. Les profils de concentrations deviennent plus courbés et ceci est dû à la présence du champ de vitesse. En augmentant le nombre de fraction volumique des nanoparticules, l'effet du paramètre radiatif devient plus important, la concentration aura un comportement sinusoïdal dû au fait que le champ de température dans ce cas varie sinusoïdalement en fonction de N . Ce résultat concorde bien avec le résultat obtenu par Sidra Aman [13].

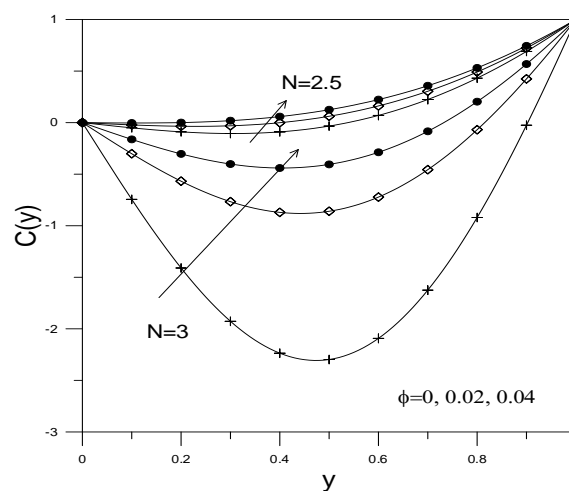


Figure 3 : Variation de la concentration en fonction du paramètre radiatif N .

L'influence du paramètre de rayonnement radiatif N sur la vitesse est illustrée sur la Figure 4.a. De toute évidence, une augmentation de N , contribue à l'augmentation de la vitesse du nanofluide, ce qui signifie physiquement que le fluide émis de plus en plus de chaleur ainsi le taux de transfert d'énergie augmente. En outre, on peut également observer qu'une augmentation du paramètre N , donc une diminution de la viscosité du nanofluide, ce qui a entraîné une augmentation de sa vitesse. Ce résultat est semblable avec celui obtenu par Makinde et Mhone [14].

Le profil de vitesse pour différentes valeurs du paramètre magnétique M est présenté sur la figure 4.b. Il a été observé qu'une augmentation du paramètre M entraînait une diminution de la vitesse du nanofluide. Ceci est justifié par le fait que l'effet d'un champ magnétique transversal sur le fluide donne lieu à une force résistive (Force de Lorentz qui est similaire à la force de traînée), ainsi l'augmentation la valeur de M conduit à une augmentation de la force de traînée ce qui ralentit le déplacement du fluide et par conséquent la vitesse diminue.

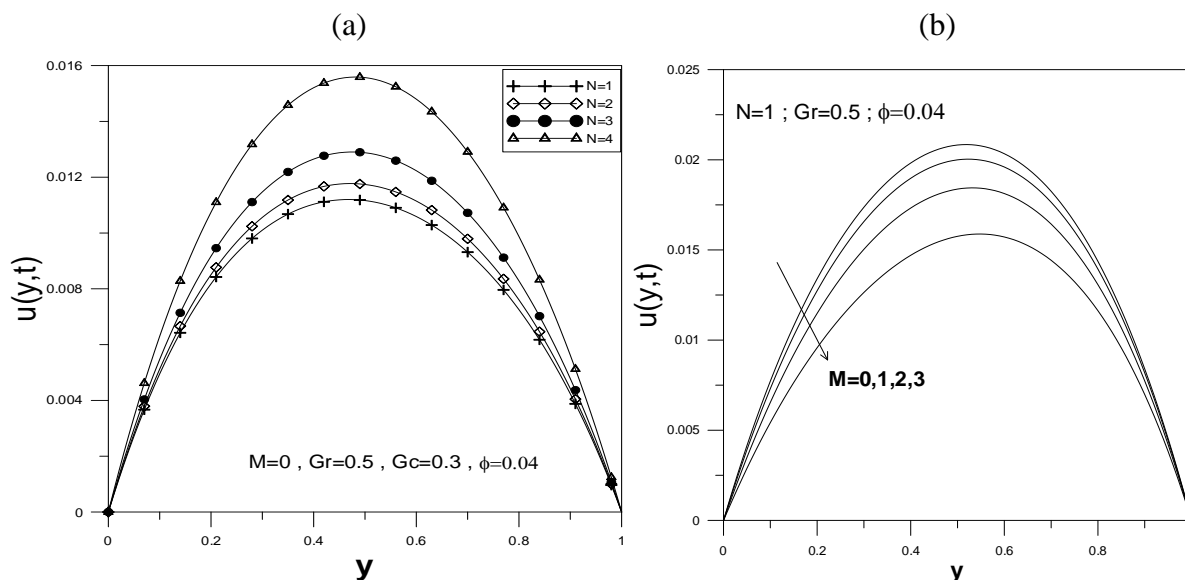


Figure 4 : Variation de la vitesse en fonction du paramètre radiatif N (a) du paramètre magnétique M (b).

La figure 5, illustre l'évolution temporelle du champ de vitesse à l'intérieur du canal vertical à deux plaques parallèles. On constate sur cette figure, que le champ de vitesse accélère considérablement proche de la paroi droite et il est totalement ralenti près de la paroi gauche. Ce comportement observé est dû aux effets de la déstabilisation causés par la force gravitationnelle (terme de Boussinesq) qui seront largement amplifié en raison du comportement oscillatoire de l'écoulement.

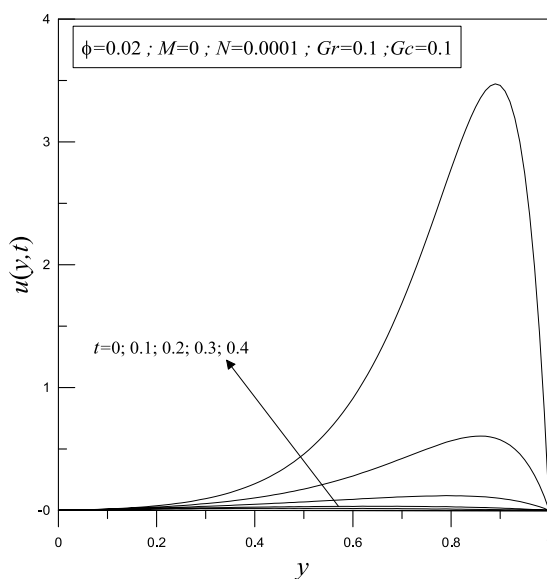


Figure 5 : La variation de la vitesse en fonction du temps.

IV. Conclusion :

La présente étude a examiné la convection mixte d'un nanofluide à l'intérieur d'un canal vertical en présence d'un champ magnétique. La résolution analytique est obtenue en utilisant la méthode de perturbation. Les observations déduites sont:

- L'effet sinusoïdal du profil de la température maximise avec l'augmentation de la fraction volumique ϕ et paramètre de rayonnement N ;
- Le profil de concentration augmente en maximisant la fraction volumique des nanoparticules et diminue avec l'augmentation de paramètre de rayonnement N ;
- L'augmentation du paramètre de rayonnement N contribue à l'augmentation de la vitesse du nanofluide, ce qui signifie physiquement l'émission du nanofluide de la chaleur ;
- La vitesse du nanofluide diminue avec l'augmentation du paramètre magnétique en raison de l'augmentation de la force de traînée qui a tendance à ralentir le mouvement du fluide.

V. Références Bibliographiques

- [1] Choi S.U.S. *Enhancing thermal conductivity of fluids with nanoparticles, developments and applications of Non Newtonian flows*. FED-Vol.231/MD, 66, 1995, pp. 99-105
- [2] Schlichting. *Boundary-Layer Theory*. McGraw-Hill Book Company. 1979.
- [3] Pop I., Ingham D.B. *Convective heat transfer: mathematical and computational modeling of viscous fluids and porous media*. Elsevier. 2001.
- [4] Wakif A., Boulahia Z., Sehaqui R. *Numerical analysis of the onset of longitudinal convective rolls in a porous medium saturated by an electrically conducting nanofluid in the presence of an external magnetic field*. Results in physics, 2017, vol. 7, p. 2134-2152.
- [5] Zaydan M., Yamil N., Boulahia Z., Wakif A., Sehaqui R. *Fourth-Order Compact Formulation for the Resolution of Heat Transfer in Natural Convection of Water-Cu Nanofluid in a Square Cavity with a Sinusoidal Boundary Thermal Condition*. World Journal of Nano Science and Engineering, 2016, vol. 6, no 02, p. 70.
- [6] Abu-Nada E., Chamkha A.J. *Mixed convection flow of a nanofluid in a lid-driven cavity with a wavy wall*. Int. Commun. Heat Mass Transfer, 2014, vol. 57, pp.36-47.
- [7] Raisi A., Aminossadati M., Ghasemi B. *Magnetohydrodynamic mixed convection of a cu-water nanofluid in a vertical channel*, Journal of Heat Transfer, 2013, vol. 135, no 7, pp. 074501.
- [8] Khan Z.H., Khan W.A., Qasim Q., Shah I.A. *MHD stagnation point ferrofluid flow and heat transfer toward a stretching sheet*. Nanotechnology, IEEE Transactions, 2014, 13, pp. 35-40.
- [9] Hamilton R.L., Crosser O.K. *Thermal conductivity of heterogeneous two-component systems*. Industrial & Engineering chemistry fundamentals, 1962, vol. 1, no 3, pp. 187-191.
- [10] Loganathan P., Chand P.N., Ganesan P. *Radiation effects on an unsteady natural convection flow of nanofluids past an infinite vertical plate*. Nano, 2013, vol. 8, no 01, p. 1350001.
- [11] Asma K., Khan I., Sharidan S. *Exact solutions for free convection flow of nanofluids with ramped wall temperature*. The European Physical Journal Plus, 2015, vol. 130, pp. 57-71.
- [12] Aaiza G., Ilyas K., Sheredan S. *Energy transfer in mixed convection MHD flow of nanofluid containing different shapes of nanoparticles in a channel filled with saturated porous medium*. Nanoscale research letters, 2015, vol. 10, no 1, pp. 490.
- [13] Sidra Aman, Khan I. *Impacts of gold nanoparticles on MHD mixed convection Poiseuille flow of nanofluid passing through a porous medium in the presence of thermal radiation, thermal diffusion and chemical reaction*. Neural Computing and Applications, 2016, pp. 1-9.
- [14] Makinde O.D., Mhone P.Y. *Heat transfer to MHD oscillatory flow in a channel filled with porous medium*. Romanian Journal of physics, 2005, vol. 50, no 9/10, pp. 931.