"Caractérisation et modélisation multi-échelle du comportement mécanique de l'humérus humain sous sollicitations dynamiques"

"Jamila Rahmoun" ¹

"Hakim Naceur" 1

"Pascal Drazetic"²

"Christian Fontaine"³

¹"Univ. Valenciennes, CNRS, ENSIAME, UMR 8201 - LAMIH, F-59313 Valenciennes, France, jamila.rahmoun@univ-valenciennes.fr, hakim.naceur@univ-valenciennes.fr"

 $^{20} \ Univ.\ Valenciennes,\ CNRS,\ IUT,\ UMR\ 8201\ -\ LAMIH,\ F-59313\ Valenciennes,\ France,\ pascal.drazetic@univ-valenciennes.fr"$

³"Univ. Lille, Laboratoire d'Anatomie, F-59045 Lille, France, christian.fontaine@chru-lille.fr"

Résumé

Cette étude est consacrée au développement d'un modèle de comportement mécanique de l'humérus humain sous sollicitations dynamiques. Ce modèle est un couplage entre le schéma d'homogénéisation linéaire de Mori-Tanaka pour l'estimation des propriétés élastiques de l'humérus et d'un modèle d'endommagement élastique décrivant l'évolution de l'endommagement au sein de l'os cortical par une loi de croissance de porosités. La validité de ce modèle a été faite à travers l'estimation de l'effort ultime lors d'essais de type impact. Ainsi, des essais d'impact ont été réalisés sur pièces anatomiques, les propriétés élastiques mésoscopiques et l'influence de l'endommagement sur ces dernières ont été caractérisées à travers des essais cycliques de compression/flexion sur éprouvettes et les propriétés microscopiques de la matrice osseuse ont été mesurées par nanoindentation. Finalement, le modèle du comportement de l'os huméral développé est implémenté dans une UMAT dans le logiciel explicite LS-DYNA©. Les résultats numériques obtenus montrent une bonne concordance en comparaison avec les mesures expérimentales.

Mots clés : Matériaux biologiques, humérus, sollicitations dynamique, micromécanique, endommagement, éléments finis.

1 Introduction

L'enrichissement des modèles numériques de l'être humain est un enjeu majeur dans les domaines de l'accidentologie automobile et de la traumatologie de la vie courante. En effet, la compréhension des mécanismes de rupture permet de limiter les risques lésionnels en cas d'accidents de la route et d'améliorer la prise en charge médicale. Cette compréhension est faite par l'utilisation de modèles numériques dont les prédictions s'affinent grâce au développement de l'imagerie médicale et des outils de simulation. L'avantage de ces modèles réside principalement dans la diversité des configurations et conditions de sollicitations envisageables et donc de diminuer le caractère chronophage et coûteux d'une étude expérimentale. Cependant, les lois de comportement utilisées sont très largement issues de caractérisations expérimentales réalisées à l'échelle macroscopique sans prendre en compte l'architecture du tissu osseux [1]. Cette dernière semble être un élément important pour la biofidélité des modèles numériques et pour améliorer la compréhension des mécanismes locaux mis en jeu et aboutissant à la rupture du tissu osseux [2].

Dans cette étude, on propose une modélisation de la réponse mécanique de l'humérus soumis à des sollicitations dynamiques. Elle repose sur la mise en place d'un modèle micromécanique de l'os cortical basé sur les techniques d'homogénéisation [3, 4] en tenant compte de son architecture [5]. La prise en compte de l'évolution de l'endommagement est faite par un modèle d'endommagement élastique en y incluant une loi de croissante de porosité [6]. La caractérisation expérimentale de cet os huméral a été faite aux échelles mésoscopique et microscopique. Des essais expérimentaux d'impact sur des humérus humains ont été réalisés pour valider le modèle numérique proposé.

2 Caractérisation expérimentale du comportement mécanique de l'humérus humain

2.1 Préparation des échantillons et instrumentation

Neuf humérus frais ont été obtenus par le laboratoire d'anatomie de l'université de Lille à partir de sujets humains masculins âgés de 68.6 ± 7.4 ans et de taille 180 ± 7.8 cm. La longueur et la masse de ces spécimens correspond à 345 ± 14.1 mm et 226 ± 56.8 g respectivement. Une analyse virologique et sérologique a également été effectuée afin de s'assurer de l'absence de pathologie susceptibles d'altérer leurs propriétés mécaniques. Tous les humérus ont été embaumés à l'aide d'une solution composée de méthanol (35%), de phénol (10%), de glycérine (20%) et d'eau distillée (35%) puis conservés en chambre frigorifique à une température de $4^{o}C$ jusqu'au début de l'expérimentation.

Avant l'essai, chaque humérus a été positionné au sein de deux coquilles creusées en aluminium et maintenus à l'aide d'une résine époxy. La diaphyse a été équipée de cinq jauges de déformation. Les sollicitations étant prévues à la midiaphyse, deux sont collées au niveau du bord supérieure à mi-distance des encastrements et trois autres en vis à vis du point d'impact et des deux autres jauges. Les essais sont réalisés par un puits de chute de hauteur $2.30\ m$, instrumenté de manière à mesurer les efforts à l'impacteur et enregistrer le déplacement de l'impacteur au cours de l'essai (figure 1). Un scanner surfacique est finalement réalisé de l'ensemble pour l'élaboration du modèle numérique.









a) Puits de chute

b) Préparation de l'humérus et son instrumentation

FIGURE 1 – Dispositif expérimental utilisé pour les essais d'impact sur l'humérus

2.2 Essais statiques

Afin de caractériser le comportement élastique de l'humérus, d'abord des essais statiques de flexion trois points ont été réalisés. Ces essais consistent à appliquer trois charges (masse du chariot 1kg, 3kg, 5kg) sur la diaphyse et réaliser une acquisition des données. En effectuant une analyse inverse utilisant une procédure de minimisation, les modules élastiques pour chaque humérus ont été déterminés. On retrouve une valeur moyenne du module de Young longitudinal apparent de l'humérus de 19089.8 MPa $\pm 16.1\%$.

La figure 2 représente les courbes contrainte-déformation de cinq humérus basées sur le module d'Young estimé par optimisation et la mesure de déformation locale des trois jauges de traction. Dans cette gamme de charge, la réponse statique de chaque humérus était toujours linéaire.

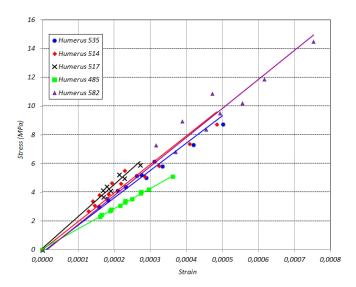


FIGURE 2 – Courbe contrainte-déformation des humérus sous flexion statique

2.3 Essais dynamiques

Les essais dynamiques ont pour objectif de mesurer l'effort ultime de l'humérus avant rupture. Ces essais ont été réalisés à une vitesse d'impact initiale de 1.67m/s générée à partir d'une hauteur de 75cm de manière à atteindre une énergie de 10J à l'impact, énergie suffisante d'après la littérature pour atteindre la rupture [7]. Un laser a été utilisé pour mesurer le déplacement et des cameras pour filmer l'essai affin de pouvoir apprécier son déroulement et visualiser les différentes étapes de déformation jusqu'à la rupture.

L'ensemble des mesures réalisés, à partir des essais dynamiques, est présenté dans le tableau 2.3. Il a été trouvé que la moyenne de la rigidité de flexion (l'effort divisé par la flèche) de tous les spécimens est de 465.6 N/mm avec un écart type de 132.8 N/mm.En ce qui concerne l'effort d'impact ultime, sa moyenne était de 1299.6N avec un écart type de 274.24N. Cette valeur concordent avec celle issue de la littérature [7]. Cet effort augmente naturellement avec l'augmentation de la vitesse d'impact.

Table $1 - Les$	propriétés mécani	aues de l'os	huméral obtenues	par essais dynamiques

	, ,			<i>5</i>
Humérus ID	Vitesse	Énergie	Rigidité de flexion	Effort ultime
	(m/s)	(J)	(N/mm)	(N)
535	1.67	11.99	541	1592
514	1.63	11.42	642	1342
517	1.67	11.99	473	1239
485	1.65	11.71	344	1456
582	1.72	12.72	328	869

D'autre part, des mesures densitométriques ont été réalisées après chaque essai au niveau de la longueur utile de l'humérus

impacté afin de déterminer la porosité de l'os cortical. Les morceaux d'os sont nettoyés de la moelle osseuse et pesés pour déterminer leur densité réelle dans l'air et dans l'eau en utilisant le principe d'Archimède. Ensuite, la porosité f de l'os huméral est obtenue à partir de la relation $f = 1 - \rho_r$ où ρ_r est la densité relative définie comme le rapport de la densité apparente par la densité réelle de l'os. Ainsi, la valeur moyenne de la porosité obtenue est égale à 0.09.

3 Formulation micromécanique de l'os huméral

3.1 Schéma de Mori Tanaka

Dans cette section, la modélisation micromécanique du comportement élastique de l'os huméral va être présentée. L'os huméral humain, dans cette étude, a été considéré comme un milieu poreux avec une matrice affaiblie par des micropores et présentant une symétrie isotrope transverse. Le volume élémentaire représentatif VER de l'os est composé d'une matrice solide élastique linéaire isotrope de tenseur d'élasticité \mathbb{C} , comportant des vides identiques de forme cylindrique à base elliptique caractérisé par un rapport d'aspect $\alpha = b/a$ et de fraction volumique f (voir Figure 3).

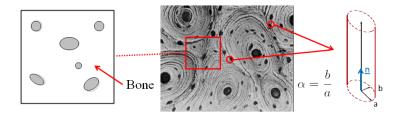


FIGURE 3 - Description du volume élémentaire représentatif de l'os huméral

En considérant la solution du problème de l'inclusion équivalente d'Eshelby [8], le schéma d'homogénéisation de Mori-Tanaka [5] donne l'expression du tenseur d'élasticité homogénéisé du milieu poreux suivante :

$$\mathbb{C}^{h} = \mathbb{C} + f\left(\mathbb{P} - \mathbb{C}^{-1}\right)^{-1} : \left[(1 - f)\mathbb{I} + f\left(\mathbb{I} - \mathbb{P} : \mathbb{C}\right)^{-1} \right]^{-1}$$
(1)

où \mathbb{I} est le tenseur d'identité et \mathbb{P} est le tenseur de Hill [9] qui dépend de la forme et de l'orientation des pores et du tenseur d'élasticité de la matrice solide \mathbb{C} .

En considérant des pores cylindrique à base circulaire ($\alpha = 1$), les composantes du tenseur de Hill \mathbb{P} peuvent être calculées analytiquement pour les matériaux isotropes transverses sous la forme (voir [12]) :

$$P_{1111} = P_{2222} = \frac{3\kappa + 13\mu}{8\mu(3\kappa + 4\mu)}, P_{1212} = \frac{-3\kappa - \mu}{8\mu(3\kappa + 4\mu)}, P_{2323} = P_{1313} = \frac{1}{8\mu}, P_{3333} = 0, P_{1133} = P_{2233} = 0$$
 (2)

où κ et μ sont les modules de compression et de cisaillement de la matrice respectivement. On obtient ainsi les composantes suivantes du tenseur d'élasticité homogénéisé :

$$C_{1111} = \frac{\mu(1-f)(3\kappa+\mu)(2f+1)(3\kappa+4\mu)}{(3\mu+f\mu+3f\kappa)(3\kappa+\mu+3f\kappa+7f\mu)}, \quad C_{3333} = -\frac{\mu(-3\kappa-6f\kappa-4\mu+4f\mu+9f^2\kappa)}{3\mu+f\mu+3f\kappa}$$

$$C_{1122} = \frac{\mu(1-f)(3\kappa+\mu)(3\kappa-2\mu+6f\mu)}{(3\mu+f\mu+3f\kappa)(3\kappa+\mu+3f\kappa+7f\mu)}, \quad C_{1133} = \frac{\mu(3\kappa-3f\kappa-2\mu+2f\mu)}{3\mu+f\mu+3f\kappa}$$

$$C_{1212} = -\frac{\mu(-3\kappa-6f\kappa-4\mu+4f\mu+9f^2\kappa)}{3\kappa+\mu+3f\kappa+7f\mu}, \quad C_{2323} = \frac{2\mu(1-f)}{1+f}$$
(3)

3.2 Modèle d'endommagement élastique

Cette section est consacrée à la formulation du modèle d'endommagement de l'humérus en combinant les résultats issus de la micromécanique à l'approche thermodynamique usuellement considérée dans les formulations macroscopiques. Sa théorie s'initie avec la définition du potentiel thermodynamique ψ en fonction de la déformation macroscopique \underline{E} et le taux de porosité f considéré ici comme variable d'endommagement. Pour plus de commodité, cette variable d'endommagement scalaire sera noté d comme dans la littérature standard. On a alors :

$$\psi = \frac{1}{2}\underline{\underline{E}} : \mathbb{C}^h(d) : \underline{\underline{E}} \tag{4}$$

où $\mathbb{C}^h(d)$ est estimé à l'aide du schéma de Mori Tanaka à l'équation (1).

La première loi d'état donnant la contrainte macroscopique est obtenue par :

$$\underline{\underline{\Sigma}} = \frac{\partial \psi}{\partial \underline{E}} = \mathbb{C}^h(d) : \underline{\underline{E}}$$
 (5)

La seconde loi d'état fournit la force thermodynamique associé à la variable d'endommagement d par :

$$F^{d} = -\frac{\partial \psi}{\partial d} = -\frac{1}{2}\underline{\underline{E}} : \frac{\partial \mathbb{C}^{h}(d)}{\partial d} : \underline{\underline{E}}$$
 (6)

En adoptant un critère d'endommagement sous la forme ([6]) :

$$g(F^d, d) = F^d - R(d) \le 0 \tag{7}$$

La fonction R(d) traduit la résistance à la propagation de l'endommagement et peut être exprimée pour des modèles d'endommagement isotrope par (Voir [6]) :

$$R(d) = k(1 + \eta d) = k + \xi d \tag{8}$$

où k correspond à la variable initiale du seuil d'endommagement et η représente l'écrouissage d'endommagement. Elles peuvent être identifiées à partir des courbes de réponse mécanique et d'observations concernant l'état de la fissuration.

A partir de la loi de normalité $\dot{d}=\dot{\lambda}\frac{\partial g(F^d,d)}{\partial F^d}$, et la condition de de consistance $\dot{g}=0$, on retrouve l'expression suivante du multiplicateur d'endommagement λ :

$$\dot{\lambda} = \frac{1}{H} \frac{\partial F^d}{\partial \underline{E}} : \underline{\underline{\dot{E}}} = -\frac{1}{H} (\frac{\partial \mathbb{C}^h(d)}{\partial d} : \underline{\underline{E}}) : \underline{\underline{\dot{E}}} \quad \text{avec} \quad H = -\frac{\partial g}{\partial d} = k\eta + \frac{1}{2} \underline{\underline{E}} : \frac{\partial^2 \mathbb{C}^h(d)}{\partial d^2} : \underline{\underline{E}}. \tag{9}$$

La formulation en vitesse de la loi d'endommagement s'obtient par différentiation de la première loi d'état :

$$\underline{\dot{\Sigma}} = \dot{\mathbb{C}}^{hom}(d) : \underline{\underline{E}} + \mathbb{C}^{h}(d) : \underline{\dot{E}} \quad \text{où} \quad \dot{\mathbb{C}}^{hom}(d) = \frac{\partial \mathbb{C}^{h}(d)}{\partial d} \dot{d}$$
 (10)

D'où, on aboutit à la formulation tangente suivante de la loi :

$$\underline{\dot{\Sigma}} = \mathbb{L} : \underline{\dot{E}} \tag{11}$$

dans laquelle L est l'opérateur tangent de la loi et qui est égal à :

$$\mathbb{L} = \mathbb{C}^{h}(d) - \frac{1}{H} \left(\frac{\partial \mathbb{C}^{h}(d)}{\partial f} : \underline{\underline{E}} \right) \otimes \left(\frac{\partial \mathbb{C}^{h}(d)}{\partial d} : \underline{\underline{E}} \right)$$
(12)

Effets de la vitesse de déformation 3.3

On souhaite à présent tenir compte de l'influence de la vitesse de déformation $\dot{\varepsilon}$ sur la déformation à rupture de l'os cortical de l'humérus. Pour cela, nous adopterons le modèle de Johnson-Cook [10] dont l'expression est donnée par :

$$\varepsilon_r^{dyn} = \varepsilon_r^{sta} \left(1 + D_4 \ln \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} \right) \tag{13}$$

où ε_r^{sta} est le seuil déformation à rupture en quasi-statique et ε_r^{dyn} celle en dynamique. D_4 un paramètre déterminé à partir des essais expérimentaux. Une fois la valeur de ce paramètre connu, nous pouvons déterminer la valeur de l'endommagement critique en dynamique par :

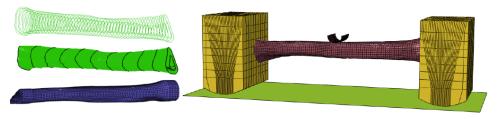
$$d_r^{dyn} = d_0 + \left(d_r^{sta} - d_0\right) \left(1 + D_4 \ln \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0}\right)^2 \tag{14}$$

Finalement, le modèle du comportement de l'os huméral développé est implémenté dans une UMAT dans le logiciel explicite LS-DYNA[©] [11] afin de prédire la réponse mécanique de l'humérus sous impact à faible vitesse.

4 Modélisation multi-échelle de l'impact de l'humérus

4.1 Elaboration du modèle d'éléments finis

La première étape pour l'élaboration du modèle d'éléments finis est la génération du maillage éléments finis solide-coque de l'humérus. En effet, on procède d'abord à la reconstruction de la géométrie de l'humérus à partir des images au format STL obtenus par les scans des humérus. A l'aide du logiciel CATIA $^{\odot}$, on construit les surfaces interne et externes de l'humérus comme indiqué sur la figure (Figure 4a). Un maillage surfacique d'éléments finis est alors généré à l'aide du logiciel HYPERMESH $^{\odot}$ [13]. Ensuite, un maillage 3D du volume de l'humérus est généré par extrusion en utilisant 7920 éléments.



a) Étape du Maillage 3D de l'humérus

b) Modèle du test d'impact

FIGURE 4 – Modèle d'élément finis du test d'impact de l'humérus

L'étape de validation consiste en l'élaboration du modèle d'éléments finis du test d'impact, en y incluant les conditions limites, les paramètres de matériau, les contacts et les chargements. Pour cela, deux coquilles rigides ont été modélisées par des éléments finis H8 avec l'hypothèse de matériau élastique. Les épiphyses de l'humérus sont connectées aux coquilles avec des éléments solide-coque [14]. Pour respecter la biofidélité du modèle, l'intérieur de la diaphyse de l'humérus est remplie par des éléments finis représentant la moelle avec des propriétés élastiques E = 1MPa, $\nu = 0.3$ et $\rho = 1000Kg/m^3$. Le système coquilles-humérus est positionné sur une plaque de dimensions $400 \times 150 \times 10 \ mm$ et de masse 10,77kg et qui est modélisée par les éléments rigides. L'impacteur est considéré de forme cylindrique de diamètre 20mm et de masse 8.6kg. Il est modélisée en utilisant les éléments finis de coques du logiciel LS-DYNA© et un matériau élastique (voir Figure 4b).

4.2 Identification des paramètres de matériau

Afin d'identifier les paramètres micromécaniques du matériau, une première compagne d'essais de nanoindentation a été menée. En effet, trois éprouvettes de dimensions $8 \times 5 \times 2mm$ ont été prélevées à partir de la diaphyse de l'humérus et polies par une polisseuse automatique. Ensuite, 112 essais de nanoindentation ont été effectués sur ces éprouvettes jusqu'à une profondeur de 3000nm avec un indenteur équipé d'une pointe Berkovich. Les propriétés mécaniques de l'os huméral sont déterminées par ajustement de la courbe de pénétration en fonction du temps. Les résultats de ces tests fournissent un module de Young de la matrice égale à 19.2 ± 3.1 GPa qui est en accord avec les valeurs existantes dans la littérature [2]. En ce qui concerne le coefficient de Poisson de la matrice, sa valeur a été fixé à 0.3 comme proposé communément pour les os longs en littérature.

Une deuxième compagne d'essais cycliques de flexion a été réalisée par incrémentation du déplacement appliqué afin d'identifier les paramètres d'endommagement du matériau. Les sollicitations ont été appliquées à une vitesse constante de 0.05mm/min et de manière croissante afin de pouvoir évaluer, jusqu'à rupture, le comportement des éprouvettes en fonction de l'évolution de l'endommagement. Dans cet objectif, deux éprouvettes de dimensions $58 \times 5 \times 3mm$ ont été sollicitées en flexion avec une machine H5KT de marque Hounsfield équipée d'un dispositif de flexion trois points constitué de trois poinçons semi-cylindriques de diamètre 5mm et de longueur 30mm. La figure 5 représente les courbes effort/déplacement des éprouvettes sollicitées en flexion. On constate que la raideur a chuté brutalement jusqu'au cycle correspondant à un déplacement de $100\mu m$ puis plus lentement jusqu'à ce que leur raideur initiale présente une dégradation de 18.8 et 10.4% lors de la rupture. La progression de l'endommagement s'accompagne du changement de la microstructure du tissu osseux et de ses propriétés mécaniques.

Finalement, en exploitant les équations de base d'endommagement pour des structures de type barre ou poutre et en se basant sur les résultats des essais cycliques de flexion, on a pu déterminer les paramètres matériau du modèle d'endommagement et du modèle de Johnson-Cook (13. On retrouve les valeurs moyennes de l'endommagement critique en dynamique $d_r^{dyn}=0.0676$, en statique de $d_r^{sta}=0.2833$ et initial de $d_0=0.037$. En ce qui concerne la déformation à rupture, sa valeur moyenne est $\varepsilon_r^{sta}=0.0183$ et celles des paramètres $D_4=-0.3137$ et $\xi=9.3$.

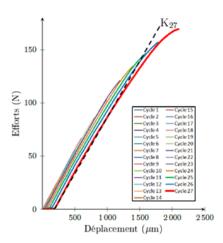


FIGURE 5 – Détermination des raideurs expérimentales lors d'essais d'endommagement

5 Validation du modèle développé

On propose, dans cette section, de comparer les résultats expérimentaux du test d'impact d'humérus avec ceux obtenus par le modèle développé. A la figure 6a, l'évolution de l'effort d'impacteur en fonction du temps sans prise en compte de l'endommagement présente un caractère oscillatoire car l'os d'humérus est supposé élastique non endommageable. On remarque en plus que l'effort maximal d'impact est correctement estimé par le modèle élastique sans endommagement. Par contre, la suite de la courbe n'a pas de sens physique, puisque dans la pratique l'humérus rompt à partir d'un certain seuil d'endommagement critique. L'introduction de l'endommagement, avec le paramètre ξ et d_r^{dyn} permet de retrouver le premier pic de la courbe élastique, ce qui permet de bien estimer l'effort maximal d'impact avec une erreur minimale de (7%) (1201N à 1.35ms pour le modèle EF contre 1299N à 1.40ms pour l'expérimental).

Cependant, dès que la valeur d'endommagement critique d_r^{dyn} est atteinte, l'élément fini est supprimé du maillage par le logiciel à t=2ms alors que la réponse expérimentale est amortie par la présence de la moelle. Néanmoins, l'enlèvement des éléments finis pour lesquels cette valeur critique d'endommagement est atteinte a permis d'obtenir une première réponse sur les faciès de rupture (Figure 6b). Les faciès de rupture prédites par le modèle d'endommagement proposé sont en accord avec les constatations de rupture physique d'humérus. Ainsi, le modèle d'endommagement proposé est limité uniquement à l'estimation des points d'amorçage de la rupture.

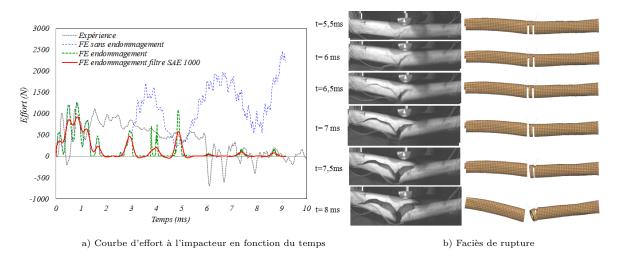


FIGURE 6 - Réponse mécanique d'un humérus sous sollicitation d'impact (expérience vs numérique)

6 Conclusion

En conclusion, ce travail avait pour objectif le développement d'un modèle capable d'estimer l'effort à l'impact de l'humérus humain sous sollicitations dynamiques. Les propriétés mécaniques de l'os huméral a été déterminées en couplant le schéma d'homogénéisation linéaire de Mori-Tanaka avec un modèle d'endommagement élastique. L'influence de la vitesse de déformation sur la déformation à rupture a été prise en compte par le modèle de Johnson-Cook. Le modèle est implémenté dans une UMAT du logiciel LS-DYNA©

Le modèle obtenu prédit une bonne estimation de l'effort à l'impact et appréhendent fidèlement l'essai d'un point de vue temporel. Des améliorations peuvent être proposées notamment concernant une modélisation plus physique de la moelle osseuse.

Références

- [1] Duma S, Schreiber P, McMaster J, Crandall J, Bass C, Pilkey W (1998). "Dynamic injury tolerances for long bones of the female upper extremity". *IRCOBI Conference*, Gothenburg, Sweden.
- [2] Zysset PK, Edward Guo X, Edward Hoffler C, Moore KE, Goldstein SA (1999) "Elastic modulus and hardness of cortical and trabecular bone lamellae measured by nanoindentation in the human femur". *Journal of Biomechanics*, 32(10), pp.1005–1012.
- [3] Rahmoun J, Auperrin A, Delille R, Naceur H, Drazetic P (2014) "Characterization and micromechanical modeling of the human cranial bone elastic properties". *Mechanics Research Communications*, 60, pp.7–14.
- [4] Naceur H, Rahmoun J, Halgrin J, Chabrand P (2015) "Multiscale finite element modelling of ductile damage behaviour of the human femur under dynamic loading". *International Journal of Damage Mechanics*, 24(3), pp.418–445.
- [5] Mori T, Tanaka K (1973) "Averages stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions. *Acta Metallia*, 21, pp.571-574.
- [6] Marigo J-J (1985), "Modeling of brittle and fatigue damage for elastic material by growth of microvoids". *Engineering Fracture Mechanics*, 21(4), pp.861–74.
- [7] Duprey S, Bruyere K, Verriest JP (2007) "Experimental and simulated flexion tests of humerus". *International Journal of Crashworthiness*, 12(2), pp.153–158.
- [8] Eshelby JD (1957) "The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion and related problems". Proceedings of the Royal Society Series A, 252, pp.561–569.
- [9] Hill R (1965) "A self-consistent mechanics of composite materials". *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 13, pp.213–222.
- [10] Johnson G. and Cook W. (1985) "Fracture characteristics of three metals subjected to various strains, strain rates, temperature and pressures". *EFM*, 21, pp.31–48.
- [11] LSTC (2017) "LS-DYNA Keyword User's Manual Volume I", Copyright Livermore Software Technology Corporation (LSTC), 2924 pages, PO Box 712, Livermore, California 94551-0712, United States.
- [12] Laws N, McLaughlin R (1979) "The effect of fiber length on the overall moduli of composite materials". *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 27, pp.1–13.
- [13] Altair Engineering (2017) "Hypermesh 2017 Reference Guide", Copyright 1986-2016 Altair Engineering Inc, 4968 pages, 1820 East Big Beaver Road. Troy, MI 48083, United States.
- [14] Naceur H, Shiri S, Coutellier D, Batoz JL (2103) "On the modeling and design of composite multilayered structures using solid-shell finite element model", Finite Elements in Analysis and Design, 70, pp.1–14.