

Analyse de la vibration des plaques FGM avec diverses conditions aux bords

Lazreg Hadji¹, Mohamed Ait Amar Meziane², Tahar Hassaine Dauadji³

¹ : Université Ibn Khaldoun, Laboratoire de Géomatique et Développement Durable, Tiaret, Algérie,
had_laz@yahoo.fr

² : Université Ibn Khaldoun, BP 78 Zaaroura, Tiaret, Algérie, mohamed_docs@hotmail.com

³ : Université Ibn Khaldoun, Laboratoire de Géomatique et Développement Durable, Tiaret, Algérie,
daouadjitah@yahoo.fr

Résumé :

Ce travail porte sur l'analyse de la vibration libre de plaques fonctionnellement graduées 'FGM' avec diverses conditions aux bords en utilisant une simple théorie de déformation de cisaillement à quatre variables. Dans cette étude, le module d'élasticité et la densité de masse de la plaque FGM varie selon une distribution de loi de puissance P-FGM en termes de fractions volumique des constituants. Les équations du mouvement pour la plaque FGM rectangulaires est obtenue par le principe de Hamilton. Les plaques sont considérées de type ayant deux côtés opposés simplement appuyées, et les deux autres bords ayant des combinaisons de conditions aux bords simplement appuyées, encastrees et libres. Une étude comparative est effectuée pour vérifier l'exactitude des présents résultats. Les effets des conditions aux bords, l'indice de gradient matériel, le dimensionnement, ainsi le rapport d'épaisseur sur les fréquences naturelles des plaques FGM sont étudiés et discutés en détail.

Mots clé : Vibration libre ; FGM ; Conditions aux bords ; Théorie de déformation de cisaillement ; Hamilton's.

1. Introduction

Les matériaux fonctionnellement gradués (FGM) sont une classe de composites qui ont une variation continue des propriétés matérielles d'une surface à l'autre et éliminent ainsi la concentration des contraintes trouvées dans les composites stratifiés.

Un type de matériau FGM est fabriqué à partir d'un mélange de deux phases de matériau, par exemple, la céramique et le métal. La raison de l'utilisation multiple des matériaux FGM dans une variété de structures d'ingénierie aérospatiale, automobile, civile et mécanique est que leurs propriétés matérielles peuvent être adaptées à différentes applications et environnements de travail. Actuellement, les FGM sont développés pour une utilisation générale en tant que composants structurels dans des environnements à température extrêmement élevée.

Plusieurs études ont été réalisées pour analyser les réponses mécaniques ou thermiques ou thermomécaniques des plaques et coques FGM. Tai et al. [1] ont utilisé une solution de Levy pour l'analyse du flambement des plaques orthotropes basé sur la théorie des plaques raffinée. Tahoun et al. [2] a étudié la vibration libre des plaques annulaires bidirectionnelles en FGM reposant sur des fondations élastiques utilisant la méthode différentielle quadratique. Farahani et al. [3] a étudié la vibration de l'enveloppe cylindrique fonctionnellement gradués basé sur la théorie de déformation de cisaillement de premier ordre en utilisant la méthode de propagation des ondes. Qing et al. [4] a étudié l'analyse vibration induite par effet thermique des structures de poutre de câble. Ait Amar Meziane et al. [5] ont proposé une théorie raffinée efficace et simple pour le flambement et la vibration libre des plaques sandwichs E-FGM sous diverses conditions aux bords. Récemment Tai et al. [6] a utilisé la solution de Levy pour l'analyse de la vibration libre de plaques fonctionnellement gradués basé sur la théorie des plaques raffinées.

Ce travail vise à développer une simple et efficace théorie de déformation de cisaillement pour l'analyse de la vibration libre de plaques fonctionnellement graduées avec diverses conditions aux bords. Nous assumons que le module d'élasticité et la densité de masse de la plaque FGM varie selon une distribution de loi de puissance en termes de fractions volumique des constituants. Les équations du mouvement pour la plaque FGM rectangulaires est obtenue par le principe de Hamilton. Les plaques sont considérées de type ayant deux côtés opposés simplement appuyées, et les deux autres bords ayant des combinaisons de conditions aux bords simplement appuyées, encastées et libres. Une étude comparative est effectuée pour vérifier l'exactitude des présents résultats. Les effets des conditions aux bords, l'indice de gradient matériel, le dimensionnement, ainsi le rapport d'épaisseur sur les fréquences naturelles des plaques FGM sont étudiés et discutés en détail.

2. Formulation de la problématique

1. Construction de la plaque

Considérons une plaque rectangulaire en matériau FGM occupant la région $[0, a] \times [0, b] \times [-h/2, h/2]$ du système de coordonnées $(x; y; z)$ comme représenté sur la figure 1. Cette plaque est faite d'un matériau isotrope avec des propriétés des matériaux variant sans interruption dans la direction de l'épaisseur z uniquement. Nous supposons que la composition varie de la surface inférieure à la surface supérieure, c'est-à-dire que la surface inférieure ($z = -h/2$) de la plaque est riche en métal alors que la surface supérieure ($z = +h/2$) est riche en céramique. Les propriétés mécaniques des matériaux FGM telles que le module de Young E et la densité de masse ρ peuvent être exprimées comme suit :

$$E(z) = E_m + (E_c - E_m) \left(\frac{z}{h} + \frac{1}{2} \right)^p \quad (1a)$$

$$\rho(z) = \rho_m + (\rho_c - \rho_m) \left(\frac{z}{h} + \frac{1}{2} \right)^p \quad (1b)$$

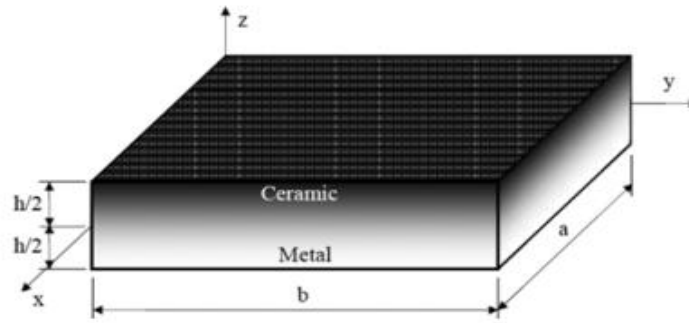


Figure 1. Géométrie et coordonnées de la plaque rectangulaire en FGM.

Où les indices m et c représentent respectivement les constituants des matériaux de métal et la céramique respectivement; et p est l'indice de puissance de la fraction volumique qui prend une valeur supérieure ou égale à zéro. La valeur de p est égale à zéro représente une plaque entièrement en céramique, tandis que p est égale à l'infini indique une plaque entièrement métallique. La variation du coefficient de Poisson ν est généralement faible et on suppose qu'elle est constante pour des raisons de commodité. Les relations de comportement linéaires d'une plaque FGM peuvent s'écrire :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2a)$$

Et

$$\begin{Bmatrix} \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{44} & 0 \\ 0 & Q_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} \quad (2b)$$

Ou

$$\begin{aligned} Q_{11} &= Q_{22} = \frac{E(z)}{1-\nu^2} \\ Q_{12} &= \frac{\nu E(z)}{1-\nu^2} \\ Q_{44} &= Q_{55} = Q_{66} = \frac{E(z)}{2(1+\nu)} \end{aligned} \quad (3)$$

2. Cinématique et équations constitutive

Le champ de déplacement utilisé dans ce travail est comme suit :

$$\begin{aligned} U(x, y, z, t) &= u_0(x, y, t) - z \frac{\partial w_b}{\partial x} - f(z) \frac{\partial w_s}{\partial x} \\ V(x, y, z, t) &= v_0(x, y, t) - z \frac{\partial w_b}{\partial y} - f(z) \frac{\partial w_s}{\partial y} \\ W(x, y, z, t) &= w_b(x, y, t) + w_s(x, y, t) \end{aligned} \quad (4)$$

Où u_0 et v_0 sont les déplacements du plan médian de la plaque dans les directions x et y , respectivement; w_b et w_s sont les composants de flexion et de cisaillement de déplacement transversal, respectivement. Il convient de noter que, contrairement à la théorie de cisaillement de premier ordre FSDT, cette théorie ne nécessite pas de facteur de correction de cisaillement. Dans ce chapitre, la présente théorie de cisaillement de déformation est sous la forme :

$$f(z) = \frac{(h/\pi) \sinh\left(\frac{\pi}{h} z\right) - z}{[\cosh(\pi/2) - 1]} \quad (5)$$

Il est clair que le champ de déplacement dans l'équation (4) introduit seulement quatre variables (u_0 , v_0 , w_b et w_s).

Le champ de déformations se déduit des déplacements de l'Eq. (4) soit :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} k_x^b \\ k_y^b \\ k_{xy}^b \end{Bmatrix} + f(z) \begin{Bmatrix} k_x^s \\ k_y^s \\ k_{xy}^s \end{Bmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = g(z) \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^s \\ \gamma_{xz}^s \end{Bmatrix} \quad (6)$$

Avec

$$g(z) = 1 - \frac{df(z)}{dz} \quad (7)$$

3. Équations de mouvement

Le principe d'énergie d'Hamilton est utilisé ici pour obtenir les équations de mouvement appropriées pour le champ de déplacement et les équations constitutives. Le principe peut être énoncé sous forme analytique :

$$0 = \int_0^t (\delta U - \delta T) dt \quad (8)$$

Où δU est la variation de l'énergie de déformation et δT est la variation de l'énergie cinétique de la plaque FGM.

Les équations du mouvement pour la plaque FGM résultantes sont :

$$\begin{aligned} \delta u_0 : \quad & \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} = I_0 \ddot{u}_0 - I_1 \frac{\partial \ddot{w}_b}{\partial x} - J_1 \frac{\partial \ddot{w}_s}{\partial x} \\ \delta v_0 : \quad & \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} = I_0 \ddot{v}_0 - I_1 \frac{\partial \ddot{w}_b}{\partial y} - J_1 \frac{\partial \ddot{w}_s}{\partial y} \\ \delta w_b : \quad & \frac{\partial^2 M_x^b}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}^b}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y^b}{\partial y^2} = I_0 (\ddot{w}_b + \ddot{w}_s) + I_1 \left(\frac{\partial \ddot{u}_0}{\partial x} + \frac{\partial \ddot{v}_0}{\partial y} \right) - I_2 \nabla^2 \ddot{w}_b \\ & - J_2 \nabla^2 \ddot{w}_s \\ \delta w_s : \quad & \frac{\partial^2 M_x^s}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}^s}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y^s}{\partial y^2} + \frac{\partial S_{xz}^s}{\partial x} + \frac{\partial S_{yz}^s}{\partial y} = I_0 (\ddot{w}_b + \ddot{w}_s) + J_1 \left(\frac{\partial \ddot{u}_0}{\partial x} + \frac{\partial \ddot{v}_0}{\partial y} \right) \\ & - J_2 \nabla^2 \ddot{w}_b - K_2 \nabla^2 \ddot{w}_s \end{aligned} \quad (9)$$

Équations (9) peuvent être exprimées en termes des déplacements (u_0 , v_0 , w_b , w_s). Pour la plaque FGM, les équations de mouvement (9) prennent la forme :

$$A_{11} \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} + A_{66} \frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2} + (A_{12} + A_{66}) \frac{\partial^2 v_0}{\partial x \partial y} - B_{11} \frac{\partial^3 w_b}{\partial x^3} - (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3 w_b}{\partial x \partial y^2} - B_{11}^s \frac{\partial^3 w_s}{\partial x^3} - (B_{12}^s + 2B_{66}^s) \frac{\partial^3 w_s}{\partial x \partial y^2} = I_0 \frac{\partial^4 w_b}{\partial x^4} - I_1 \frac{\partial^4 w_b}{\partial x^3 \partial y} - J_1 \frac{\partial^4 w_s}{\partial x^3 \partial y}, \quad (10a)$$

$$(A_{12} + A_{66}) \frac{\partial^2 u_0}{\partial x \partial y} + A_{66} \frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} + A_{22} \frac{\partial^2 v_0}{\partial y^2} - (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3 w_b}{\partial x^2 \partial y} - B_{22} \frac{\partial^3 w_b}{\partial y^3} - B_{22}^s \frac{\partial^3 w_s}{\partial y^3} - (B_{12}^s + 2B_{66}^s) \frac{\partial^3 w_s}{\partial x^2 \partial y} = I_0 \frac{\partial^4 w_b}{\partial x^2 \partial y^2} - I_1 \frac{\partial^4 w_b}{\partial x \partial y^3} - J_1 \frac{\partial^4 w_s}{\partial x \partial y^3}, \quad (10b)$$

$$B_{11} \frac{\partial^3 u_0}{\partial x^3} + (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3 u_0}{\partial x \partial y^2} + (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3 v_0}{\partial x^2 \partial y} + B_{22} \frac{\partial^3 v_0}{\partial y^3} - D_{11} \frac{\partial^4 w_b}{\partial x^4} - 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^4 w_b}{\partial x^2 \partial y^2} - D_{22} \frac{\partial^4 w_b}{\partial y^4} - D_{11}^s \frac{\partial^4 w_s}{\partial x^4} - 2(D_{12}^s + 2D_{66}^s) \frac{\partial^4 w_s}{\partial x^2 \partial y^2} - D_{22}^s \frac{\partial^4 w_s}{\partial y^4} = I_0 \left(\frac{\partial^5 w_b}{\partial x^5} + \frac{\partial^5 w_s}{\partial x^5} \right) + I_1 \left(\frac{\partial^5 w_b}{\partial x^4 \partial y} + \frac{\partial^5 w_s}{\partial x^4 \partial y} \right) - I_2 \nabla^2 \frac{\partial^4 w_b}{\partial x^2 \partial y^2} - J_2 \nabla^2 \frac{\partial^4 w_s}{\partial x^2 \partial y^2}, \quad (10c)$$

$$B_{11}^s \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} + (B_{12}^s + 2B_{66}^s) \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y^2} + (B_{12}^s + 2B_{66}^s) \frac{\partial^3 v}{\partial x^2 \partial y} + B_{22}^s \frac{\partial^3 v}{\partial y^3} - D_{11}^s \frac{\partial^4 w_b}{\partial x^4} - 2(D_{12}^s + 2D_{66}^s) \frac{\partial^4 w_b}{\partial x^2 \partial y^2} - D_{22}^s \frac{\partial^4 w_b}{\partial y^4} - H_{11}^s \frac{\partial^4 w_s}{\partial x^4} - 2(H_{12}^s + 2H_{66}^s) \frac{\partial^4 w_s}{\partial x^2 \partial y^2} - H_{22}^s \frac{\partial^4 w_s}{\partial y^4} + A_{55}^s \frac{\partial^2 w_s}{\partial x^2} + A_{44}^s \frac{\partial^2 w_s}{\partial y^2} = I_0 \left(\frac{\partial^5 w_b}{\partial x^5} + \frac{\partial^5 w_s}{\partial x^5} \right) + J_1 \left(\frac{\partial^5 w_b}{\partial x^4 \partial y} + \frac{\partial^5 w_s}{\partial x^4 \partial y} \right) - J_2 \nabla^2 \frac{\partial^4 w_b}{\partial x^2 \partial y^2} - K_2 \nabla^2 \frac{\partial^4 w_s}{\partial x^2 \partial y^2} \quad (10d)$$

Il est clair, lorsque l'effet de cisaillement de déformation transversale est négligé, l'équation. (10) donne les équations du mouvement de la plaque FGM de la théorie classique CPT.

4. Solutions exactes pour les plaques FGM

La détermination de la fréquence est d'une importance fondamentale dans la conception de nombreux composants structuraux. Une solution exacte des équations. (10) peut être construit lorsque la plaque est de géométrie rectangulaire avec les conditions de bord suivantes, les déplacements.

4.1. Conditions aux limites

Le présent problème de vibration représente divers cas de conditions aux limites sur les bords opposés $x = 0$ et a , à savoir, ces bords de plaque sont simplement appuyées (S), Encastres (C), libres (F) ou une combinaison de ces conditions aux limites. Alors que les bords $y = 0$ et b sont invariablement simplement appuyées (c'est-à-dire, $u_0 = w_b = w_s = N_y = M_y^b = M_y^s = 0$). Les conditions aux limites sur les bords perpendiculaires à l'axe des x prennent la forme :

Simply supported (S) :

$$v_0 = w_b = w_s = N_x = M_x^b = M_x^s = 0 \quad (11a)$$

Encasté (C) :

$$u_0 = v_0 = w_b = w_s = N_x = \frac{\partial w_b}{\partial x} = \frac{\partial w_s}{\partial x} = 0 \quad (11b)$$

et Libre (F) :

$$N_x = N_{xy} = M_x^b = M_x^s = 0 \quad (11c)$$

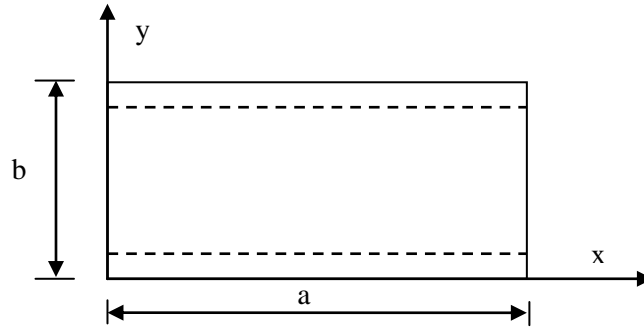


Figure 2. Type de plaque avec coordonnées.

4.2. Déplacements

Les plaques rectangulaires sont généralement classées selon le type de support utilisé en l'absence des forces et des charges latérales. La solution du système d'équations différentielles (10) sous les conditions aux limites (11) peut être exprimée comme :

$$\begin{Bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_b \\ w_s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} U_{mn} F'(x) \sin(\mu y) e^{i\omega t} \\ V_{mn} F'(x) \cos(\mu y) e^{i\omega t} \\ W_{bmn} F(x) \sin(\mu y) e^{i\omega t} \\ W_{smn} F(x) \sin(\mu y) e^{i\omega t} \end{Bmatrix} \quad (12)$$

Où U_{mn} , V_{mn} , W_{bmn} , et W_{smn} sont des paramètres à déterminer soumis aux conditions que la solution dans Eqs. (12) vérifie les équations différentielles (11), $\mu = n\pi/b$ et ω est la fréquence propre associée au (m, n) nième mode propre. $()'$ représente la différenciation partielle par rapport à x .

La fonction $F(x)$ est une fonction arbitraire continue, qui satisfait au moins les conditions aux limites géométriques données en (11), et représente des formes approximatives de la surface déviée de la plaque.

Substituant l'Eqs. (12) dans l'équation (10), on obtient :

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_{mn} \\ V_{mn} \\ W_{bmn} \\ W_{smn} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (13)$$

3. Résultats et discussion

Dans cette partie, plusieurs exemples numériques sont décrites et discutées pour vérifier la validité de la présente théorie de cisaillement raffinée dans la prévision des comportements des vibrations libres des plaques sandwiches FGM avec diverses conditions aux bords. Pour cela, nous testons tout d'abord la précision de la présente théorie en comparant les

résultats avec ceux prédits par les autres théories de cisaillement existantes dans la littérature. Le premier exemple de comparaison est réalisé par une plaque FGM carré simplement appuyées en matériau FGM de Aluminium / Zirconia (Al / ZrO₂) en fonction de différentes valeurs des rapport d'épaisseur a/h et de l'indice p .

Pour plus de commodité, les paramètres de fréquences naturelles adimensionnelles calculés sont :

$$\begin{aligned}\bar{\beta} &= \omega h \sqrt{\rho_m / E_m}; \\ \bar{\omega} &= \omega a^2 \left(\sqrt{\rho_c / E_c} \right) / h;\end{aligned}\quad (14)$$

Le tableau 1 montre une comparaison des paramètres de fréquence fondamentale $\bar{\beta}$ obtenus dans cette étude avec ceux de Vel et Batra [7] basés sur la théorie d'élasticité 3D, Matsunaga et al. [8] basé sur la théorie 2-D, Pradyumna et Bandyopadhyay [9] basé sur la théorie d'ordre élevé HSDT, Hosseini-Hashemi et al. [10] basé sur la théorie parabolique de Reddy, Hosseini-Hashemi et al. [11] basé sur la théorie de cisaillement de premier ordre FSDPT et Thai et al. [6] basé sur la théorie de cisaillement des plaques raffinée RPT.

D'après les résultats présentés dans le tableau 5.3, pour une plaque isotrope entièrement en céramique ($p=0$), les résultats de la présente théorie est en bon accord avec ceux des solutions de 3-D, la théorie de cisaillement d'ordre élevé HSDPT et la théorie de cisaillement de premier ordre FSDPT. Aussi Dans, il est claire que la théorie classique des plaques CPT surestime la fréquence de vibration des plaques FGM par rapport aux théories de cisaillement et aux solutions 3D. La différence entre les résultats des théories de cisaillement et la théorie classique CPT et les solutions d'élasticité de 3D est plus importante pour les plaques épaisses (le cas de $a/h=5$).

Tableau 1 : Comparaison du paramètre de fréquence fondamentale $\bar{\beta}$ des plaques carrées simplement appuyées en matériau Al / ZrO₂.

Théories	$p=0$		$p=1$			$p=2$	$p=3$	$p=5$
	$a/h=\sqrt{10}$	$a/h=10$	$a/h=5$	$a/h=10$	$a/h=20$	$a/h=5$	$a/h=5$	$a/h=5$
3-D (Vel and Batra, 2004)	0.4658	0.0578	0.2192	0.0596	0.0153	0.2197	0.2211	0.2225
HSDT (Matsunaga, 2008)	0.4658	0.0578	0.2285	0.0619	0.0158	0.2264	0.2270	0.2281
HSDT (Pradyumna and Bandyopadhyay, 2008)	0.4658	0.0578	0.2257	0.0613	0.0157	0.2237	0.2243	0.2253
HSDT (Hosseini-Hashemi et al., 2011b)	0.4623	0.0577	0.2276	0.0619	0.0158	0.2256	0.2263	0.2272
FSDT (Hosseini-Hashemi et al., 2011a)	0.4618	0.0577	0.2276	0.0619	0.0158	0.2264	0.2276	0.2291
HSDT ^a	0.4623	0.0577	0.2277	0.0619	0.0158	0.2257	0.2263	0.2272
FSDT ^a	0.4618	0.0577	0.2276	0.0619	0.0158	0.2264	0.2276	0.2291
CPT ^a	0.5535	0.0592	0.2479	0.0634	0.0159	0.2473	0.2497	0.2526
Tai et al. 2014	0.4623	0.0577	0.2277	0.0619	0.0158	0.2257	0.2263	0.2272
Présente	0.4622	0.0577	0.2277	0.0619	0.0158	0.2257	0.2263	0.2272

^a Results from Ref. [6]

L'effet des conditions aux bords sur la variation du paramètre de fréquence fondamentale $\bar{\omega}$ utilisant la présente théorie de cisaillement et la théorie de Thai et al. [6] sont représentées dans les figures 3 et 4 respectivement. Comparé à la théorie des plaques raffinée de Thai et al. [6], on peut observer que la fréquence obtenue en utilisant la présente théorie est en bon

accord avec celles données par la théorie de la plaque raffinée de Thai et al. [6] pour toutes les valeurs de l'indice de puissance p et du rapport d'épaisseur avec diverses conditions aux limites. Les plaques encastées - encastées (C-C) donnent les plus grandes valeurs de fréquences de vibration, tandis que les plaques encastées – libres (C-F) donnent les plus faibles fréquences de vibrations. Les plaques simplement appuyées (S-S) et encastées – simplement appuyées (C-S) sont intermédiaires.

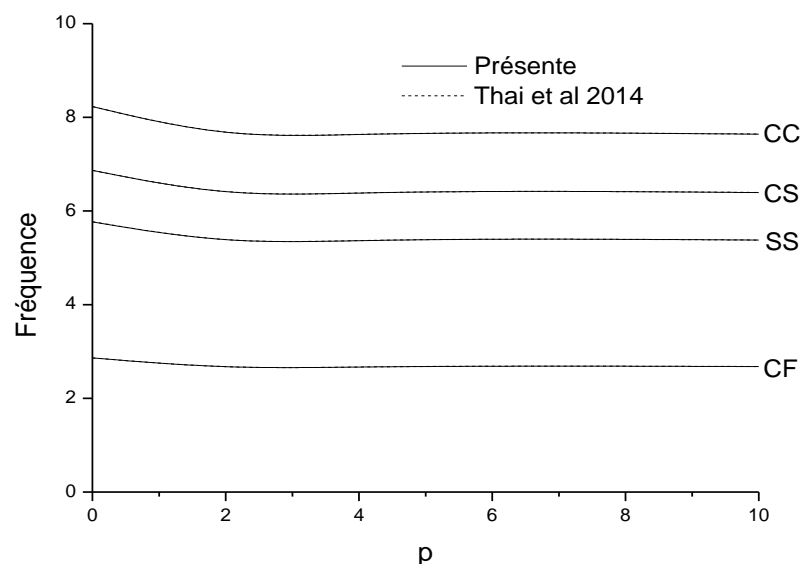


Figure 3. Comparaison de paramètre de fréquence fondamentale $\bar{\omega}$ des plaques carrées en matériau Al/ZrO_2 en fonction de l'indice de puissance p avec $a/h = 10$.

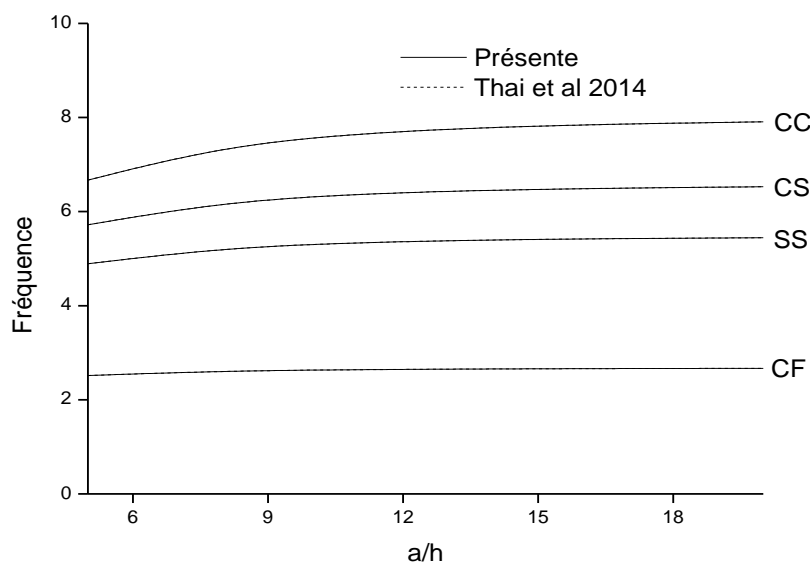


Figure 4. Comparaison de paramètre de fréquence fondamentale $\bar{\omega}$ des plaques carrées en matériau Al/ZrO_2 en fonction du rapport d'épaisseur a/h avec $p = 1$.

Figure 5.

4. Conclusion

Une étude approfondie sur l'analyse de la vibration libre des plaques parfaites à gradient de propriétés FGM avec diverses conditions aux bords en tenant compte de l'effet de cisaillement transverse est présentée en détail dans ce travail. Elle est basée sur la théorie raffinée de déformation de cisaillement à quatre variables. Cette théorie satisfait les conditions des contraintes de cisaillement nulles dans les faces supérieures et inférieures de la plaque sans l'aide de facteurs de correction de cisaillement. Plusieurs types de plaque avec deux bords opposés simplement appuyés et les deux autres ayant des combinaisons de conditions aux limites différentes à savoir simplement appuyés, encastres et libres. Les équations de mouvement pour les plaques en FGM sont obtenues en utilisant le principe d'Hamilton's. Les fréquences fondamentales sont trouvées par la résolution du problème aux valeurs propres. Les études de convergence et de validation ont été effectuées pour prouver l'exactitude de la présente théorie. Les résultats obtenus montrent un bon accord avec ceux qui sont disponibles dans la littérature pour des plaques modérément épaisses. On conclut que toutes les études comparatives ont démontré que la présente théorie de cisaillement raffinée proposée est non seulement précise, mais aussi efficace pour l'analyse de comportement dynamique des plaques FGM avec diverses conditions aux bords.

5. Bibliographie

- [1] Tai, H. T., and Kim, S. E., Levy-type solution for buckling analysis of orthotropic plates based on two variable refined plate theory, *Composite Structures*, 93(7), 1738-1746, 2011.
- [2] Tahouneh, V., Free vibration analysis of bidirectional functionally graded annular plates resting on elastic foundations using differential quadrature method, *Struct. Eng. Mech.*, 52(4), 663-686, 2014.
- [3] Farahani, H., Barati, F., Vibration of submerged functionally graded cylindrical shell based on first order shear deformation theory using wave propagation method, *Struct. Eng. Mech.*, 53(3), 575-587, 2015.
- [4] Qing, H.D., Jie, T.L., Jie, B.X., Wei, Z.W., Analysis of thermally induced vibration of cable-beam structures, *Struct. Eng. Mech.*, 53(3), 443-453, 2015.
- [5] Ait Amar Meziane, M., Abdelaziz, H.H. and Tounsi, A., An efficient and simple refined theory for buckling and free vibration of exponentially graded sandwich plates under various boundary conditions, *J. Sandw. Struct. Mater.*, 16(3), 293-318, 2014.
- [6] Tai, H. T. and Choi, D. H., Levy Solution for Free Vibration Analysis of Functionally Graded Plates based on a Refined Plate Theory, *KSCE Journal of Civil Engineering*, 18(6), 1813-1824, 2014.
- [7] Vel, S. S., and Batra, R. C., Three-dimensional exact solution for the vibration of functionally graded rectangular plates, *Journal of Sound and Vibration*, 272(3-5), 703-730, 2004.
- [8] Matsunaga, H., Free vibration and stability of functionally graded plates according to a 2-D higher-order deformation theory, *Composite Structures*, 82(4), 499-512, 2008.
- [9] Pradyumna, S. and Bandyopadhyay, J. N., Free vibration analysis of functionally graded curved panels using a higher order finite element formulation, *Journal of Sound and Vibration*, 318 (1-2), 176-192, 2008.
- [10] Hosseini-Hashemi, S., Fadaee, M., and Atashipour, S. R., Study on the free vibration of thick functionally graded rectangular plates according to a new exact closed-form procedure, *Composite Structures*, 93(2), 722-735, 2011.
- [11] Hosseini-Hashemi, S., Fadaee, M., and Atashipour, S. R., A new exact analytical approach for free vibration of Reissner-Mindlin functionally graded rectangular plates, *International Journal of Mechanical Sciences*, 53(1), 11-22, 2011.