

## **" Etude des poutres nanocomposites posées sur appuis élastiques"**

**TAGRARA Samira Hassiba"**

**AISSANI Khadidja "**<sup>1</sup>,

**BENACHOUR AEK "**<sup>2</sup>

**TOUNSI Abdelouahed"**<sup>3</sup>

**Mohamed Bachir Bouiadjra"**<sup>4</sup>

**ADDA BEDIA El abbes"**<sup>5</sup>

- " Université de Sidi Bel Abbes, Faculté de Technologie,  
Département de génie civil, Algérie, E-mail du auteur  
correspondant : [tagsamdz@yahoo.fr](mailto:tagsamdz@yahoo.fr) "

### **Résumé :**

L'objectif de ce travail est d'analyser le comportement en flexion des poutres composites renforcées par des nanotubes en carbone reposant sur une fondation élastique de type Winkler-Pastenak en utilisant une théorie trigonométrique raffinée qui prend en considération l'effet de cisaillement transverse et en plus elle implique seulement trois variables sans inclure le facteur de correction qui est exigé dans la théorie de déformation de cisaillement du premier ordre proposé par Timoshenko .Les nanotubes de carbone sont renforcés dans la matrice polymère avec plusieurs répartitions. Les propriétés des poutres CNTRC sont déterminées par la loi de mélange .Les résultats numériques obtenus par la présente théorie sont présentés et comparés à ceux disponibles dans la littérature afin de montrer sa précision.

## 1. Introduction

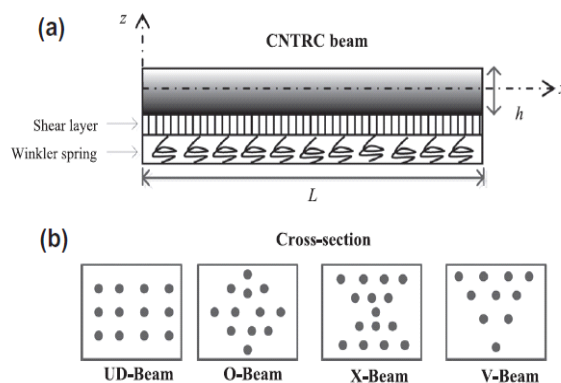
Récemment, les nanotubes de carbone (CNTs) deviennent une nouvelle classe des fibres de renforcement dans les matériaux composites à matrice polymère en raison de leurs propriétés mécaniques, électriques et thermiques supérieures (Thostenson et al., 2001; Esawi et Farag, 2007) et ils ont pris un intérêt des recherches considérables dans le domaine de génie des matériaux. En comparaison avec les composites polymères renforcés par des fibres de carbone classiques, les composites renforcés par des nanotubes de carbone (CNTRCs) ont le potentiel d'améliorer la résistance et la rigidité.

Dans le présent travail, la flexion des poutres CNTRC ont été étudié en utilisant une théorie raffinée trigonométrique. Les poutres CNTRC simplement appuyées, reposant sur une fondation élastique de type Winkler - Pasternak. Des solutions analytiques des flèches, des contraintes sont élaborées et discutées en détail.

## 2. Les propriétés matérielles des poutres composites renforcées par des nanotubes de carbone

Les poutres CNTRC étudiées dans ce présent travail sont faites à partir d'un mélange de matrice polymère isotrope et des SWCNTs. La figure (1.a) montre une poutre CNTRC ayant une longueur ( $L$ ) et l'épaisseur ( $h$ ), reposant sur une fondation élastique de type Winkler - Pasternak.

Quatre modèles différents de la distribution des renforts à travers l'épaisseur sont pris en considération dans cette étude comme indiqué dans la Figure (1.b).



**Figure 1.** (a) Géométrie de la poutre CNTRC sur une fondation élastique  
(b) les différents modèles des dispositions des renforts

Les propriétés matérielles de la poutre CNTRC peuvent être calculées en utilisant la loi du mélange qui donne les modules effectifs de Young et de cisaillement des poutres CNTRC (Bakhti et al, 2013; Kaci et al, 2012; Wattanasakulpong et Ungbhakorn, 2013).

$$E_{11} = \eta_1 V_{cnt} E_{11}^{cnt} + V_p E_p \quad (1)$$

$$\frac{\eta_2}{E_{22}} = \frac{V_{cnt}}{E_{22}^{cnt}} + \frac{V_p}{E_p} \quad (2)$$

$$\frac{\eta_3}{G_{12}} = \frac{V_{cnt}}{G_{12}^{cnt}} + \frac{V_p}{G_p} \quad (3)$$

Avec :

$E_{11}^{cnt}$  ;  $E_{22}^{cnt}$  et  $G_{12}^{cnt}$  : sont respectivement les modules de Young et le module de cisaillement des nanotubes de carbone et  $E^p$  ;  $G^p$  correspond aux propriétés matérielles de la matrice polymérique .

$V_{cnt}$  ;  $V_p$  : sont les fractions volumiques des nanotubes de carbone et de la matrice et qui sont donnés par la relation suivante :

$$V_{cnt} + V_p = 1 \quad (4)$$

Pour introduire les propriétés matérielles des nanotubes dépendant de l'échelle, on introduit les paramètres d'efficacité du CNT,  $\eta_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) sont considérés, et qui peuvent être déterminé en faisant correspondre le module d'élasticité de la CNTRCs à partir des résultats de simulation de la dynamique moléculaire MD avec les résultats numériques obtenus à partir de la loi de mélange (Han et Elliott, 2007).

En utilisant la même loi, le coefficient de Poisson ( $\nu$ ) et la densité de masse ( $\rho$ ) des poutres CNTRC sont définis par:

$$\nu = V_{cnt} \nu^{cnt} + V_p \nu^p, \quad \rho = V_{cnt} \rho^{cnt} + V_p \rho^p \quad (5)$$

Ou :  $\nu^{cnt}$ ,  $\nu^p$  et  $\rho^{cnt}$ ,  $\rho^p$  : sont respectivement les coefficients de poisson et les masses volumiques du CNT et de la matrice polymère .

Pour les différentes formes de la distribution des nanotubes de carbone à l'intérieur des sections transversales de la matrice polymère comme il est représenté dans la Figure 1b, les fonctions mathématiques employées pour montrer les distributions de constituants matériels sont exprimés ci-dessous:

• Poutre UD :

$$V_{cnt} = V_{cnt}^* \quad (6)$$

• Poutre O :

$$V_{cnt} = 2 \left( 1 - 2 \frac{|z|}{h} \right) V_{cnt}^* \quad (7)$$

• Poutre X :

$$V_{cnt} = 4 \frac{|z|}{h} V_{cnt}^* \quad (8)$$

• Poutre V :

$$V_{cnt} = 4 \frac{|z|}{h} V_{cnt}^* \quad (9)$$

Où  $V_{cnt}^*$  : est la fraction volumique considérée du CNTs, elle est déterminée à partir de la relation suivante :

$$V_{cnt}^* = \frac{W_{cnt}}{W_{cnt} + (\rho^{cnt} / \rho^m)(1 - W_{cnt})} \quad (10)$$

Avec :

$W_{cnt}$  : est la fraction massique des nanotubes de carbone.

### 3. Cinématique et équations constitutives

Le champ de déplacement s'écrit comme suit

$$u(x, z, t) = u_0(x, t) - z \frac{\partial w_b}{\partial x} - f(z) \frac{\partial w_s}{\partial x} \quad (11)$$

$$w(x, z, t) = w_b(x, t) + w_s(x, t) \quad (12)$$

Où  $u_0$  : est le déplacement axial,  $w_b$  et  $w_s$  : sont les déplacements transversales du à la flexion et le cisaillement du plan médian de la poutre.

Dans ce travail, la fonction de forme  $f(z)$  est une fonction trigonométrique :

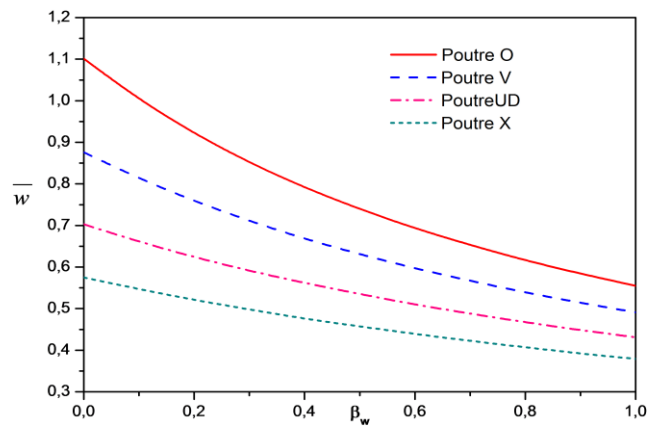
$$f(z) = z - \frac{h}{\pi} \sin\left(\frac{\pi}{h} z\right) \quad (13)$$

### 4. Les résultats numériques et discussion

Dans cette partie, les résultats numériques de la flexion du comportement des poutres CNTRC sont présentés et discutés.

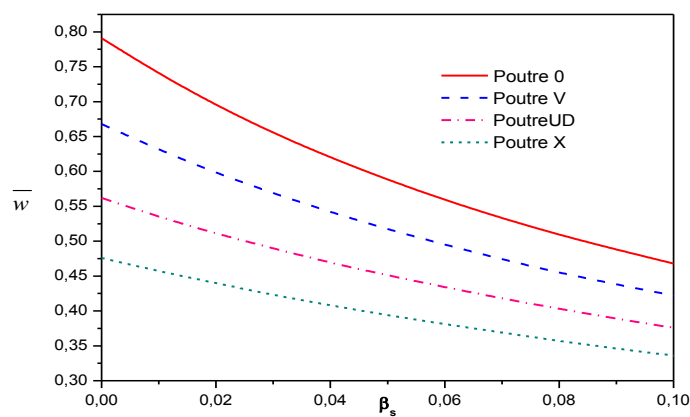
**Tableau V.1** - Déplacements et contraintes adimensionnels de la poutre UD avec et sans fondation élastique sous des charges uniformément réparties

$V_{cnt}^*$	$L/h$	Theories	$\beta_w = 0, \beta_s = 0$			$\beta_w = 0.1, \beta_s = 0.02$		
			$\bar{w}$	$\bar{\sigma}_x$	$\bar{\tau}_{xz}$	$\bar{w}$	$\bar{\sigma}_x$	$\bar{\tau}_{xz}$
0.12	10	Ref <sup>(a)</sup>	0.704	8.399	0.701	0.594	7.053	0.602
		Present	0.703	8.458	0.718	0.593	7.103	0.617
	15	Ref <sup>(a)</sup>	0.524	11.849	0.716	0.400	9.556	0.568
		Present	0.524	11.888	0.736	0.400	9.019	0.584
	20	Ref <sup>(a)</sup>	0.461	15.448	0.725	0.311	10.316	0.520
		Present	0.460	15.479	0.746	0.311	10.336	0.536
0.17	10	Ref <sup>(a)</sup>	0.449	8.268	0.704	0.403	7.374	0.638
		Present	0.448	8.319	0.722	0.401	7.419	0.654
	15	Ref <sup>(a)</sup>	0.344	11.762	0.719	0.286	9.737	0.614
		Present	0.344	11.796	0.739	0.286	9.764	0.631
	20	Ref <sup>(a)</sup>	0.307	15.384	0.726	0.232	11.568	0.575
		Present	0.307	15.410	0.748	0.232	11.587	0.592
0.28	10	Ref <sup>(a)</sup>	0.325	8.562	0.697	0.299	7.869	0.647
		Present	0.324	8.631	0.713	0.299	7.933	0.662
	15	Ref <sup>(a)</sup>	0.235	11.959	0.714	0.206	10.469	0.638
		Present	0.234	12.004	0.733	0.206	10.511	0.655
	20	Ref <sup>(a)</sup>	0.203	15.530	0.723	0.167	12.751	0.613
		Present	0.203	15.566	0.743	0.167	12.781	0.631



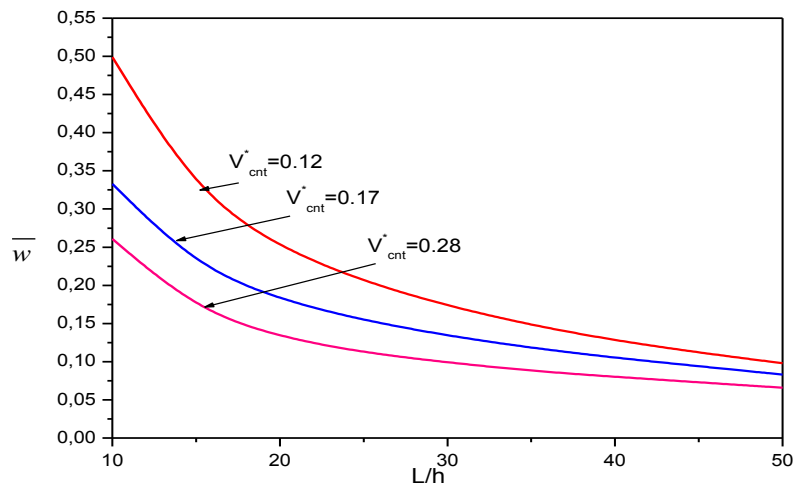
**Figure .2-** Effet du Paramètre du module de Winkler sur les déplacements Transversaux adimensionnels des poutres CNTRC sous des charges uniformément réparties

$$(L/h=10; \beta_s=0; V_{cnt}^*=0.12).$$



**Figure .3-** Effet du paramètre du module de cisaillement Pasternak sur les déplacements transversaux adimensionnels des poutres CNTRC sous des charges uniformément réparties

$$(L/h=10; \beta_w=0.4; V_{cnt}^*=0.12).$$



**Figure. 4-** Déplacements transversaux adimensionnels de la poutre X sur une fondation élastique avec différents rapports d'épaisseur ( $\beta_w = 0.1$ ,  $\beta_s = 0.02$ ).

Les figures 2 et 3 présentent respectivement l'effet des paramètres à la fois du module Winkler et le module de cisaillement Pasternak sur la flèche des différents types des poutres CNTRC soumises à une charge uniformément répartie. On observe que l'augmentation des paramètres de Winkler et de cisaillement Pasternak diminue le déplacement transversal. On constate aussi que la poutre la plus rigide est la poutre X avec une petite flèche suivi par la poutre UD, la poutre V et la poutre O respectivement. L'influence des fractions volumiques des nanotubes de carbone sur la flèche de la poutre la plus rigide (la poutre X) est mise en évidence sur la Fig. 4 en employant la théorie des poutres raffinée trigonométrique. L'augmentation des fractions volumiques des CNT conduit à la réduction des flèches. La réduction des flèches est observée pour  $L/h = 10$  à  $L/h = 30$ .

## 5. Conclusion

Dans ce travail, une théorie raffinée trigonométrique est utilisée pour étudier la flexion des poutres nano composites renforcées par des nanotubes de carbone à paroi simple, reposant sur des fondations élastiques de type Winkler - Pasternak. Les équations du mouvement ont été obtenues en utilisant le principe d'Hamilton. La précision de cette théorie est vérifiée numériquement par comparaison avec les résultats disponibles dans la littérature. D'après les résultats numériques, il a été observé que la poutre X est la plus rigide par rapport aux autres types des poutres CNTRC pour supporter les charges de flexion tandis que la poutre O est la plus faible.

## 6. Bibliographie

- [1] Ajayan, P.M., Stephan, O. Colliex, C., Trauth, D. (1994), "Aligned carbon nanotube arrays formed by cutting a polymer resin–nanotube composite", *Science*, 256, 1212–1214.
- [2] Akavci, S.S. (2014), "An efficient shear deformation theory for free vibration of functionally graded thick rectangular plates on elastic foundation", *Compos Struct*, 108, 667–676.
- [3] Ashrafi, B., Hubert, P. (2006), "Modeling the elastic properties of carbon nanotube array/polymer composites", *Compos. Sci. Technol.*, 66, 387–396.
- [4] Bakhti, K., Kaci, A., Bousahla, A.A., Houari, M.S.A., Tounsi, A., Adda Bedia, E.A. (2013), "Large deformation analysis for functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates using an efficient and simple refined theory", *Steel and Composite Structures*, 14(4), 335-347.
- [5] Boudierba, B., Houari, M.S.A., Tounsi, A. (2013), "Thermomechanical bending response of FGM thick plates resting on Winkler–Pasternak elastic foundations", *Steel and Composite Structures*, 14(1), 85 – 104.
- [6] Esawi, A.M.K., Farag, M.M. (2007), "Carbon nanotube reinforced composites: Potential and current challenges", *Mater.Design*, 28, 2394–2401.
- [7] Fidelus, J.D., Wiesel, E., Gojny, F.H., Schulte, K., Wagner, H.D. (2005), "Thermo-mechanical properties of randomly oriented carbon/epoxy nanocomposites", *Compos. Part A*, 36, 1555–1561.