



Evaluation Numérique et validation analytique du Facteur d'Intensité de Contraintes et de coefficient de concentration du contrainte par la méthode EF et XFEM d'une Eprouvette de Tension compacte (CT) en Acier P265GH dans le domaine élastique.

H. SALMI^a, A. HACHIM^{ab}, K. Al Had^{ab}

- a. Laboratoire de Contrôle et Caractérisation Mécanique des Matériaux et des structures, B.P 8118, Oasis-Route El Jadida ENSEM / Casablanca, Maroc. houda.salmi111@gmail.com.
- b. Institut Supérieur d'Etudes Maritimes, Km 7 Route d'El Jadida Casablanca Maroc, Casablanca, Maroc.

Résumé

Dans la mécanique de la rupture, la résolution analytique des équations reste limitée à des problèmes simples alors que dans la réalité il ya des mécanismes complexes d'où le recours aux méthodes type élément finis (MEF), mais la présence de certaine singularité dégrade fortement sa convergence, pour y remédier, la méthode des éléments finis étendu (XFEM) est introduite. Dans cette méthode la base éléments finis est enrichie par des fonctions qui décrivent finement la pointe de fissure. L'objet de ce travail est de calculer avec le code CASTEM, le Facteur d'Intensité de Contraintes par la méthode G-Théta en MEF et XFEM et comparer avec l'analytique ensuite nous avons déterminé l'évolution de la contrainte Von-mises et le coefficient de concentration de contraintes selon l'axe de l'éprouvette.

Mots clefs : Rupture, Fissure, Eléments finis, Eléments finis étendu, Contrainte, Facteur d'Intensité du Contraintes, coefficients de concentration de contrainte, la contrainte de Von-mises, G-Théta.

1. Introduction

La majorité des ruptures dans les équipements sous pression sont dues à des concentrations de contraintes au voisinage d'un défaut. La prévention des ruptures est donc une nécessité réalisée par analyse de la nocivité des défauts constatés. Comme les pièces industrielles sont complexe du point de vue géométrie et chargement, la recherche scientifique utilise le couplage entre mécanique de rupture et méthode élément finis (MEF) qui sert d'une part à intégrer au code de calcul par éléments finis utilisé, des descriptions précises des phénomènes mis en jeu tels que les lois de comportement et les critères de rupture et d'autre part, à décrire la complexité des structures bien supérieures aux descriptions utilisées dans les modèles analytiques disponibles [1]. Cependant la MEF souffre de plusieurs défauts ; Son taux de convergence n'est pas optimal. De plus, en cas de propagation de la fissure, le domaine doit être remaillé. Une nouvelle méthode d'éléments finis, introduite en 1999 et baptisée XFEM permet de s'affranchir de ces inconvénients. Dans cette méthode, la base éléments finis est enrichie par des fonctions de forme capable de représenter finement la pointe de la fissure. On peut citer les travaux de A. HACHIM [1] portant sur l'étude numérique d'une éprouvette bi-entaillée en Acier S355, il a étudié le comportement du matériau en présence du défaut. Puis les Travaux de M. Jérémie LASRY, il a calculé numériquement les plaques fissurées en flexion avec la méthode des éléments finis étendue (XFEM) [2].

L'objet de ce travail est de calculer avec le code CASTEM, le Facteur d'Intensité de Contraintes au fond d'entaille de l'éprouvette CT en Acier P265GH par la méthode G-Théta en MEF et XFEM et le comparer avec l'analytique ensuite déterminer la longueur critique de la fissure conduisant à la rupture et calculer l'évolution de la contrainte de Von-mises (σ) du coefficients de concentration de contrainte selon l'axe De l'éprouvette.

2. Résultats Numériques

1. Modélisation Numérique avec La Méthode des éléments finis (MEF)

La méthode MEF consiste à découper le domaine spatial en petits éléments (mailles), et à rechercher une formulation simplifiée du problème sur chaque élément ; La MEF modélise le comportement du solide fissuré en tenant compte des charges appliquées et des déplacements imposés pour obtenir une estimation des déplacements, déformations et contraintes en tout point de ce solide ; La simulation numérique est réalisée à l'aide de **Cast3M 2016** ; un code de calcul pour l'analyse de structures par la méthode des éléments finis (E.F) est utilisé pour analyser l'éprouvette CT en P265GH.

La valeur de facteur d'intensité de la contrainte critique pour l'Acier P256GH est $K_c = 96 \text{ Mpa}\sqrt{\text{m}}$ [3]. La figure suivante présente les principales caractéristiques mécaniques ainsi que les dimensions de l'éprouvette CT en Acier P265GH sur lesquelles nous avons mené notre étude numérique en élastique (figure 1a et 1b).

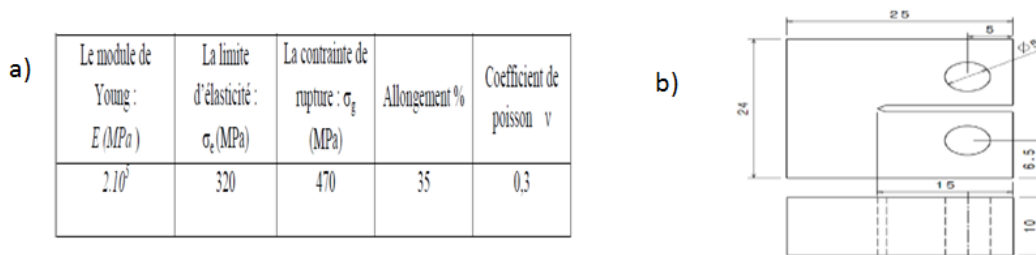


Figure1. a) Les principales caractéristiques mécaniques de l'acier P265GH [3].

b) Dimensions de l'éprouvette à l'étude (mm)

On modélise le comportement en traction de l'éprouvette CT simplement entaillée en **3 dimensions**. Ce problème possède un plan de symétrie donc seule la moitié est modélisée. Le modèle comporte **1108 éléments de type quadratique à 4 nœuds de taille 0.15**. Afin d'améliorer la représentation des champs singulière, une attention particulière est accordée au maillage du fond de fissure et dans

son voisinage. Pour ce faire, on utilise un maillage très fin avec des éléments de Barsoum [4] en déplaçant au quart le nœud-milieu de l'élément quadratique formant le fond de fissure comme indiqué dans la figure 2b. Aussi pour un maillage fin Au niveau du fond de la fissure, notre modèle comporte 8 tranches ($N_t=16$), ce paramètre n'influence pas trop les résultats nous avons pris le rayon du cercle coiffant la pointe de fissure $R_c=0.2\text{mm}$. le modèle contient aussi $N_c=5$ cercles concentriques Le paramètre N_c a beaucoup d'influence sur les résultats. De ce fait, le choix de N_c est rigoureux afin de s'approcher à des résultats plus précis. L'angle de la fissure $\alpha/2$ est de 60° , plus $\alpha/2$ augmente la contrainte au fond de la fissure augmente (figure 2c).

Les déplacements des mailles de la ligne rouge de la figure 2a sont bloqués. Afin d'éviter toute flexion ou torsion parasite et de s'assurer que l'effort de traction est parfaitement dans l'axe, le chargement est appliqué sur l'éprouvette par l'intermédiaire d'une goupille sous forme d'un triangle rigide indiqué par la flèche rouge de la figure 2a. Les détails du maillage sont illustrés dans les figures 2a et 2c en 2D.

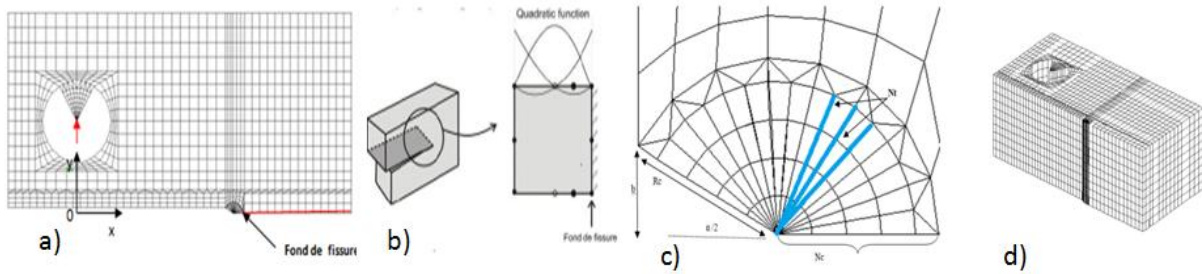


Figure 2 : a) Maillage de la moitié de l'éprouvette CT. b) : Élément de Barsoum en fond de fissure [4]. c) : Principaux paramètres du maillage au niveau de la fissure (2D). d) Modélisation de l'éprouvette CT en 3D

2. Modélisation Numérique avec La Méthode des éléments finis Etendu (XFEM)

Dans la méthode XFEM ; la fissure est localisée par LEVELSET normal $n = \text{lsn}(x) = \varphi$ une fonction qui donne la distance d'un point x à la surface de la fissure et LEVELSET tangentielle $t = \text{lst}(x) = \Psi$ une fonction qui donne la distance tangentielle d'un point x au fond de la fissure (figure 3a, 3b, 3c). La base éléments finis est enrichie (figure 3d) par une fonction Heavysid qui décrit la discontinuité (équation 2, la zone enrichie en cercle bleu figure 3d) et une fonction singulière F_j qui modélise la pointe de la fissure (équation 3, zone enrichie en carré rouge figure 3d) tel que le déplacement est sous forme (équation 1) :

$$U(x) = \sum_{i \in N} N_i(x) u_i + \sum_{i \in N_d} N_i(x) H(x) a_i + \sum_{i \in N_p} (N_i(x) (\sum_{j=1}^4 F_j(x) b_i^j)) \quad (1)$$

$$H = \begin{cases} 1, & \varphi < 0 \\ -1, & \varphi > 0 \end{cases} \quad (\varphi \text{ LEVELSET normal}) \quad (2)$$

$$\{F_j(\mathbf{x})\} = \{\sqrt{r} \sin(\theta/2), \sqrt{r} \cos(\theta/2), \sqrt{r} \sin(\theta/2) \sin(\theta), \sqrt{r} \cos(\theta/2) \sin(\theta)\} \quad (3)$$

Avec (r, θ) sont les coordonnées polaires dans les axes locaux en fond de fissure.

N est l'ensemble des nœuds du maillage ; u_i est le degré de liberté classique au nœud i ; $N_i(\mathbf{x})$ sont les fonctions de forme éléments finis classique associée au nœud i ;

$N_d \subset N$ est l'ensemble des nœuds enrichis par la discontinuité et les coefficients a_i sont les degrés de liberté correspondants. Ces nœuds sont entourés d'un cercle sur la figure 3d;

$N_p \subset N$ est l'ensemble des nœuds à enrichir pour modéliser le fond de fissure et les coefficients b_i sont les degrés de liberté correspondants. Ces nœuds sont entourés d'un carré sur la figure 3d.

Considérons une éprouvette CT en Acier P265 GH en domaine élastique isotrope, sollicitée en mode I par la contrainte ($\Delta\sigma=184\text{Mpa}$), la taille de maille en pointe de fissure est de 0.15. Le maillage est constitué d'éléments enrichis X-FEM (XC8R) au niveau et voisinage de la fissure (orange figure 3d) et d'éléments finis standards CUB8 pour le reste du maillage, les conditions aux limites sont similaire à l'étude menée avec la MEF dans la partie 2.1.

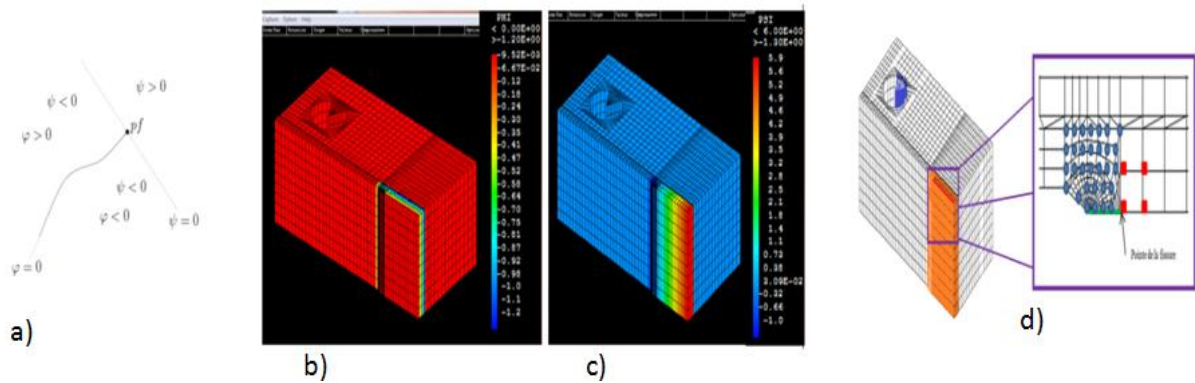


Figure3 : a) Représentation d'une fissure avec les deux fonctions de niveau (LEVELSETS). b) Modélisation Isn sur l'éprouvette CT en 3D. c) Modélisation Lst sur l'éprouvette CT en 3D. d) Zoom sur la zone d'enrichissement au voisinage de la fissure, le trait vert représente la fissure initiale

3. Facteur d Intensités de contrainte et de concentration de contrainte

1. Evolution du Facteur d'intensité de contrainte selon la longueur de la fissure en 3D.

Le facteur d'intensité de contrainte (K) est un paramètre qui définit les champs de contrainte et de déformation au fond de fissure. Pour la méthode Analytique nous utilisons l'équation 4 [5].

$$K_{ref} = \frac{F}{t\sqrt{w}} \left[29,6 \left(\frac{a}{w} \right)^{1/2} - 185,5 \left(\frac{a}{w} \right)^{3/2} + 655,7 \left(\frac{a}{w} \right)^{5/2} - 1017 \left(\frac{a}{w} \right)^{7/2} + 638,9 \left(\frac{a}{w} \right)^{9/2} \right] \quad (4)$$

Avec a = longueur de la fissure ; K_{ref} = facteur d'intensité de contraintes en mode I ; F = force appliquée ; t = épaisseur de l'éprouvette ; w = largeur de l'éprouvette.

Les courbes de la figure 4a et 4b montrent l'évolution du facteur d'intensité de contrainte numérique calculé par G-Thêta en MEF et XFEM et analytique. Cette courbe nous permet de déterminer la valeur de la longueur critique de la fissure au delà de la quelle il y aura rupture :

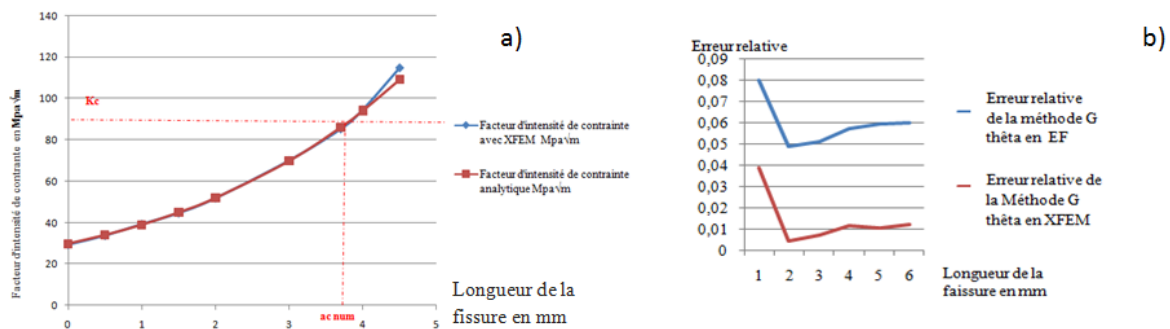


Figure 4: a) l'évolution du facteur d'intensité de contrainte numérique et analytique pour la contrainte appliquée : $\sigma = 148$ MPa. b) Comparaison d'erreur relative de FIC donné par les deux méthodes numériques EF et XFEM par rapport à la méthode analytique.

L'analyse des courbes de la figure 4a montre qu'il y a une augmentation significative du facteur d'intensité de contrainte en fonction de la longueur de la fissure ; Ce résultat est du selon l'approche de la mécanique de la rupture au fait que la valeur du FIC est liée principalement aux champs de contraintes, la longueur de la fissure et la géométrie de l'éprouvette en effet l'augmentation de la longueur de la fissure agit comme amplificateur des contraintes d'où l'augmentation de la valeur de FIC ; Nous relevons aussi de graphe 4a la valeur de $a_c = 3.6$ mm au delà duquel il y aura rupture de l'éprouvette, issue de l'intersection de la droite correspondante au facteur d'intensité critique K_c

et la courbe d'évolution de FIC. Nous constatons ensuite que la variation du facteur d'intensité de contrainte numérique est comparable à celle de l'analytique tel que les valeurs trouvées par la méthode XFEM sont plus précises (erreur relative entre 1 et 4%) par rapport à la méthode G- theta de EF (erreur relative entre 5 et 8% calculé selon la relation 5) (Figure 4b).

$$E = (K_{ref} - K_{num}) / K_{ref} \quad (5)$$

2. Evolution de la contrainte de Von-mises selon l'axe horizontal de l'éprouvette en 3 D

Au niveau des défauts, la distribution des contraintes est relativement complexe, Les méthodes numériques type éléments finis fournissent une solution robuste à ce problème, donc par le code CASTEM Nous avons tracé l'évolution de la contrainte de contrainte Von-mises (σ) selon l'axe De l'éprouvette modélisée CT en 3D (figure5).

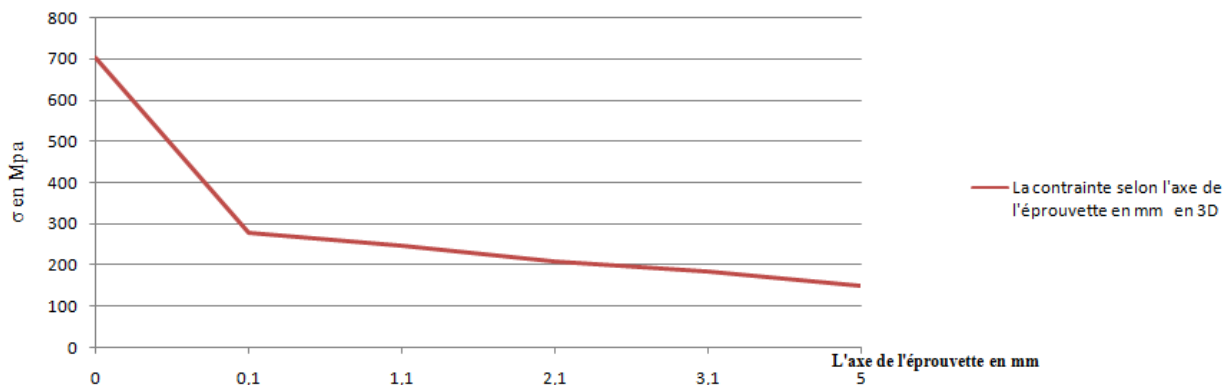


Figure5 : Evolution de la contrainte numérique selon l'axe horizontal de l'éprouvette pour la contrainte appliquée ($\sigma = 148$ MPa) en 3 D

L'étude numérique révèle que la contrainte maximale σ_{max} est localisée au voisinage du fond d'entaille, par conséquent, lorsqu'au niveau de la racine de l'entaille, cette contrainte maximale dépasse celle de la résistance du matériau (470 MPa), nous assistons à une rupture locale des liaisons et une propagation de la fissure. Cette contrainte a ensuite une évolution parabolique sur l'intervalle 0 à 0.1 mm pour se stabiliser à la valeur de la contrainte nominale $\sigma_{nom} = 148$ MPa. La valeur maximale est due à la zone plastique localisée. La concentration de contrainte au voisinage de l'entaille entraîne une déformation plastique dans cette zone, alors que les zones éloignées de l'entaille ne subissent qu'une déformation purement élastique

3. L'évolution du coefficient de concentration de contrainte numérique selon la l'axe de l'éprouvette en 3D.

Peterson [6] a défini le coefficient de concentration de contrainte K_t numérique par l'équation 6 où σ_{max} est la contrainte réelle à fond d'entaille et σ_{nom} est la contrainte nominale observée en l'absence d'entaille. Alors que [7] a défini le facteur de concentration de contrainte K_t analytique par l'équation 5 :

$$K_{tanl} = 1 + 2 \sqrt{\left(\frac{a}{r}\right)} \quad (5)$$

$$K_{t num} = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{nom}} \quad (6)$$

Avec a : Profondeur de l'entaille $a = 0.7$ mm; r : Rayon de l'entaille 0.3 mm.

La valeur de K_t analytique $K_{tanl} = 4.05$.

Afin de quantifier l'importance de l'augmentation locale de contrainte nous avons calculé les valeurs du coefficient de concentration de contrainte numérique $K_{t num}$ de l'éprouvette CT en 3D selon l'axe pour la contrainte : $\sigma = 148$ MPa (figure 7).

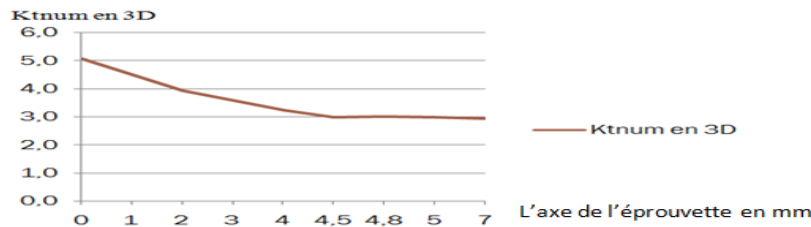


Figure7 : Evolution du coefficient de concentration de contrainte numérique selon l'axe.

Nous constatons une chute de la valeur du coefficient de concentration de contrainte K_t selon l'axe horizontal de l'éprouvette, puis une stabilisation à partir de 4mm. La valeur obtenue pour K_t au fond de l'entaille est maximale et vaut 5. Cette valeur concorde avec celle trouvée analytiquement. Le coefficient de concentration de contrainte loin de l'entaille tend vers une valeur limite égale à 1

4. Conclusion

Dans la **partie élastique** nous avons calculé le facteur d'intensité de contrainte au fond de la fissure de l'éprouve CT sollicitée en Mode I par la contrainte ($\sigma=148\text{MPa}$) en fonction de la longueur de la fissure en utilisant la méthode numérique G-Thêta dans la modélisation en EF et XFE. La variation du facteur d'intensité de contrainte numérique est comparable à celle du l'analytique d'une erreur relative inférieure Respectivement à 8% avec la MEF et à 4% avec la méthode XFEM ; ce qui valide notre étude numérique, de plus l'élément fini enrichi XC8R et le raffinement construit au niveau de la fissure sont adoptés. Nous avons constaté aussi que la méthode XFEM est plus précise par rapport à la MEF d'une erreur inférieure à 4%. Ces résultats sont logiquement acceptables et sont dus à l'enrichissement des éléments finis au niveau et en point de la fissure successivement avec des fonctions d'enrichissement H et F_j . En effet, la valeur du Facteur d'intensité de contrainte est liée principalement aux champs de contraintes, la longueur de la fissure et la géométrie de l'éprouvette CT. Dans notre cas où le maillage est conforme à la fissure (la fissure coïncide avec les interfaces des mailles) c'est la précision du champs du contrainte qui influence la qualité de résultat du FIC, selon Guidault[8] les valeurs du FIC sont presque identique soit avec l'utilisation des enrichissements H sur la discontinuité soit avec modélisation classique en MEF dans ce cas XFEM et MEF sont identique et ils ont la même qualité de précision, sauf que XFEM dépasse la MEF par le terme d'enrichissement asymptotique F_j en point de la fissure tel que F_j améliore la description locale du champ de contrainte. Après la validation et la vérification de la précision de la méthode XFEM, nous avons déterminé de la courbe d'évolution de FIC en fonction de la longueur de la fissure la longueur critique de la fissure et nous avons aussi calculé le coefficient de concentration de contraintes K_t .

5. Bibliographie

- [1]A. Hachim, Etude numérique et validation expérimentale des mécanismes d'endommagement et de fissuration de l'acier S355 : application aux équipements sous pression, Mémoire de thèse doctorat, Faculté des Sciences-Aïn Chock,Casablanca, 27/04/2013 ;p16.
- [2] Jérémie LASRY, Calculs de plaques fissurées en flexion avec la méthode des éléments finis étendue (XFEM), Mémoire de thèse doctorat, Institut de Mathématique de Toulouse, équipe MIP dans le cadre de l'École Doctorale Mathématiques Informatique et Télécommunications de Toulouse,20/03/2010,p 3.

- [3] LAHLOU Mohammed , Etude numérique et expérimentale des mécanismes d'endommagement et de fissuration de l'acier P265GH : Equipements sous pression, Thèse doctorat , Université Hassan II – Casablanca Ecole Nationale Supérieure d'Électricité Et de Mécanique, 16 Juillet 2016,p49
- [4]ROFLE,T.S. BARSOUM, M.J. ,stress analysis for members with cracks, in fracture and fatigue control in structures – application of fracture mechanics, Englewood clifs, new jersey, 1977, pp.30-47.
- [5]SRAWLEY J, Determination of plane strain fracture toughness , May , Research and standards, Juin1967 ;P 262-66.
- [6] PETERSON R. E., stress concentration factor, Jhon Wiley and Son New York, 1974.
- [7] D. FRANCOIS et L.JOLY, La Rupture des métaux 1972.
- [8]P-A GUIDAUL. Une stratégie de calcul pour les structures fissurées :Analyse locale-globale et approche multiéchelle pour la fissuration. Mémoire du thèse. Paris : 2007.Page 155