

TRANSFERT THERMIQUE DANS UNE CAVITE REMPLIE DE NANOFLUIDES

ELJAMALI LAILA

Zaydan Mostafa

SEHAQUI Rachid

Université Hassan II ain chock, laboratoire de mécanique, Maroc, laila.eljamali@gmail.com

Abstract – Les nanofluides sont estimées d'offrir des avantages importants par rapport aux fluides purs de transfert de chaleur. On a développé un modèle pour expliquer le comportement de nanofluides en tenant compte de la fraction volumique ϕ . Les équations de Navier-Stokes sont résolues numériquement en alternant une méthode implicite (méthode ADI) pour différents nombres de Rayleigh comme 10^3 , 10^4 et 10^5 . Le nanofluide utilisé est Al_2O_3 avec de l'eau $Pr = 6.2$, la fraction volumique ϕ est variée entre 0 %, 5 % et 10 %. L'angle d'inclinaison ϕ varie de 0° à 60° . Le nanofluide dans la cavité considérée incompressible, newtonienne et laminaire. Les nanoparticules sont supposées avoir une forme et une taille uniforme. Cependant, il est supposé que les deux phases fluides et les nanoparticules sont en état d'équilibre thermique et ils coulent en même vitesse. Les propriétés thermophysiques des nanofluides sont supposées être constantes à l'exception de la variation de densité dans la force de flottabilité, qui est basée sur l'approximation de Boussinesq.

Nomenclature

I_x - direction suivant l'axe des x
 J_y - direction suivant l'axe des y
 C_p capacité thermique spécifique ($J.K^{-1}$)
 Gr Nombre de Grashof $Gr = (\beta_f H^3 g (T_h - T_c)) / (\nu_f^2)$
 G accélération gravitationnelle ($m.s^{-2}$)
 h Le coefficient de transfert de chaleur Local ($W.m^{-2}.K^{-1}$)
 H hauteur de la cavité (m)
 Pr nombre de Prandtl $Pr = \alpha_f / \nu_f$
 Ra Nombre de Rayleigh $Ra = (\beta_f g H^3 (T_h - T_c)) / (\nu_f \alpha_f)$
 t Temps dimensionnel (s)
 τ Temps adimensionnel
 T La température T (K)
 p Pression (pa)
 P La pression adimensionnel
 W Largeur de la cavité (m)
 (x,y) les coordonnées cartésiennes dimensionnels (m)
 (X,Y) Coordonnées cartésiennes adimensionnels
 U, V Composantes de vitesse dans les directions x, y ($m.s^{-1}$)
 U, V composantes de vitesse adimensionnel
 Nu nombre de Nusselt local

\overline{Nu} Nombre de Nusselt moyen

Symboles-grec

α Diffusivité thermique fluide ($m^2.s^{-1}$)
 β coefficient d'expansion thermique (K^{-1})
 ν Viscosité cinématique ($m^2.s^{-1}$)
 ρ La densité ($kg.m^{-3}$)
 μ viscosité dynamique ($N.s.m^{-2}$)
 k Conductivité thermique ($W.m^{-1}.K^{-1}$)
 ψ Fonction de courant dimensions
 θ Température adimensionnelle
 Ω Vorticité adimensionnelle
 ϕ Fraction volumique du nanoparticule

Les indices

C Paroi froid
 eff Efficace
 H Paroi chaud
 s Solide
 F fluide pur

Les opérateurs

Δ Laplacien
 ∇ Gradient

Introduction

L'amélioration du transfert de chaleur par convection naturelle est l'objet principal de plusieurs études, de nombreux chercheurs ont effectué une série de tests numériques et expérimentales de la description des phénomènes de convection : le gestionnaire de fait, la nature des systèmes (en particulier la géométrie) et les propriétés des fluides impliqués (propriétés physico-chimiques).

G. De Vahl Davis [4] a proposé une solution standard dite Benchmark pour le cas de la cavité carrée différentiellement chauffée en régime laminaire. La formulation du problème utilisée par Davis est la formulation fonction de courant-vorticité. Les équations modifiées par l'interaction d'un terme transitoire sont discrétisées par la méthode des différences finies. Le système d'équation algébrique résultant de l'opération de discrétisation, est résolu par l'algorithme ADI (Alternating Direction Implicit). Elsherbiny[9] a mené une étude expérimentale de juin pour étudier le transfert de chaleur par convection naturelle dans une cavité rectangulaire inclinée. Bairi et al. [1] ont effectué une étude sur la convection naturelle pour un nombre de Rayleigh élevé à l'aide d'une technique numérique et expérimentale dans une cavité rectangulaire inclinée. Ils ont obtenu une corrélation donnant le nombre de Nusselt en fonction de Rayleigh de cette étude, le nombre de Nusselt minimale est obtenue pour $\Phi = 270^\circ$. Hakan F.Oztop Eiyad Abu- Nada[3] ont mené des études pour analyser l'effet de l'utilisation numérique de différents nanofluides sur la distribution des champs de températures élevées dans une cavité de hauteur H et de longueur W rempli d'un mélange d'eau et de nanoparticule. Différents types de nanofluides (Cu , Al_2O_3 et TiO_2) ; le mur de gauche est maintenu à une température constante et supérieure à la température de la paroi de droite. Ils ont montré que la valeur de nombre de Rayleigh, la taille du dispositif de chauffage et la fraction de volume nanofluides affecte sur la force de transfert de chaleur. Kamal Raj Kumar Tiwari et Manab Das [7] ont mené des études numériques pour analyser l'effet des nanofluides sur la distribution du champ de température des lignes d'écoulement dans une cavité remplie d'un mélange d'eau et de types de nanoparticules de Cuivre et pour différentes fractions volumiques. Ils ont montré que le coefficient d'échange de chaleur est influencé par le nombre de Reynolds et la fraction volumique de nanofluide. La nanotechnologie a été largement utilisée dans l'industrie car les matériaux de taille nanométrique possèdent des propriétés chimiques et physiques uniques. Les fluides nanométriques ajoutés sont appelés nanofluides qui sont utilisés pour la première fois par Choi[8]. Khanafer et al.[5] ont étudié l'amélioration du transfert de chaleur dans une enceinte à deux dimensions en utilisant les nanofluides pour divers paramètres pertinents. Ils ont testé différents modèles à partir de la densité du nanofluide, de la viscosité et des coefficients de dilatation thermique. Ils ont constaté que les nanoparticules en suspension augmentent considérablement le taux de transfert de chaleur pour tous les nombres de Grashof. Zaydan et al [6] ont étudié numériquement la convection laminaire d'un nanofluide confiné dans une cavité carrée. Les parois verticales sont supposées être isolées, non conductrices et imperméables au transfert de masse. Les parois horizontales sont chauffées différentiellement, la paroi basse est maintenue à une température chaude (sinusoïdale) et la paroi haute est froide. Son étude consiste à développer une nouvelle méthode de résolution précise de hauteur pour résoudre les équations de transfert de chaleur. La nouvelle méthode est un compact du quatrième ordre (F.O.C). Son travail vise à montrer l'intérêt de la méthode et de comprendre l'effet de la présence de nanofluides dans les systèmes fermés carrés sur le Mécanisme de la convection naturelle. Les simulations numériques sont effectuées pour un nombre de Prandtl ($\text{Pr} = 6.2$), pour les différentes fractions volumiques Varie entre 0 % et 10 % pour le nanofluide (eau +Cu) et les nombres de Rayleigh entre $\text{Ra} = 10^3$ et $\text{Ra} = 10^5$.

Dans ce travail nous nous intéressons à l'étude du transfert thermique numérique dans une cavité carrée inclinée par rapport à l'horizontal, afin d'étudier l'influence de l'inclinaison et la fraction volumique sur le transfert de chaleur. L'objectif principal de cette étude est d'examiner le transfert de chaleur par convection naturelle dans une enceinte carrée inclinée entièrement chauffée remplie de nanofluides. Dans ce contexte, nous avons développé notre propre code en résolvant le problème discrétisé par la méthode ADI (Alternance Direction Implicite).

II. Description mathématique du problème

La configuration étudiée est illustrée dans la figure 1. Il s'agit d'une cavité carrée inclinée par rapport à l'axe horizontal remplie d'un mélange d'eau et de nanoparticules de Al_2O_3 , y compris deux parois sont maintenues à des températures respectives T_h chaude et froide T_c , les autres parois sont supposées adiabatiques, le facteur de forme de la cavité est défini comme.

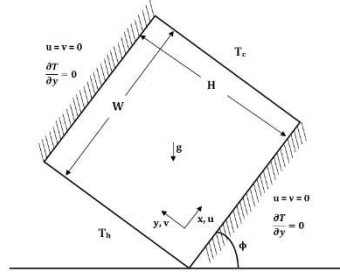


Figure 1 : modèle physique et système de coordonnées

Le nanofluide dans la cavité est considéré comme incompressible et newtonien, l'écoulement est supposé être laminaire et bidimensionnel, la phase liquide et les nanoparticules sont dans un état d'équilibre thermique. Selon les approximations de Boussinesq, la variation de densité est négligeable partout sauf dans le terme de flottabilité.

Les propriétés thermophysiques avec lesquelles nous allons travailler sont décrites dans le tableau 1.

Tableau I

Propriétés thermophysiques des différentes phases.

PROPRIETES PHYSIQUES	LA PHASE LIQUIDE (L)	LA PHASE SOLIDE (A)
C_p (J/kg.K)	4179	765
ρ (kg/m ³)	997,1	3970
K (W/m.K)	0,613	40
$\alpha \cdot 10^7$ (m ² /s)	1,47	131,7
$\beta \cdot 10^5$ (1/K)	21	0,85

Sous l'hypothèse de propriétés thermiques constantes, les équations de Navier-Stokes pour un fluide incompressible, instationnaire, et bidimensionnel sont :

✓ Equation de continuité :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

✓ Equation de la quantité de mouvement suivant l'axe x:

$$\rho_{nf} \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu_{nf} \Delta^2 u + (\rho_s \beta_s \phi + (1 - \phi) \beta_f \rho_f) T \cdot g \quad (2)$$

✓ Equation de la quantité de mouvement suivant l'axe y:

$$\rho_{nf} \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial y} + \mu_{nf} \Delta^2 v + (\rho_s \beta_s \phi + (1 - \phi) \beta_f \rho_f) T \cdot g \quad (3)$$

✓ Equation d'énergie :

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha_{nf} \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right] \quad (4)$$

- ✓ Equation de courant:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} = -\omega \quad (5)$$

Où $\alpha_{nf} = \frac{k_{nf}}{(\rho \cdot c_p)_{nf}}$

- ✓ La viscosité effective du fluide contenant une suspension diluée de petites particules sphériques rigides est donnée par Brinkman :

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1-\phi)^{2.5}} \quad (6)$$

- ✓ La densité effective du nanofluides:

$$\rho_{nf} = (1-\phi)\rho_f + \phi\rho_s \quad (7)$$

- ✓ La capacité thermique du nanofluides est donnée comme suit:

$$(\rho c_p)_{nf} = \phi(\rho c_p)_s + (1-\phi)(\rho c_p)_f \quad (8)$$

- ✓ La conductivité thermique effective du nanofluides est déterminée par le modèle Maxwell-Garnetts :

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_s + (n-1)k_f - (n-1)(k_f - k_s)\phi}{k_s + (n-1)k_f - (k_f - k_s)\phi} \quad (9)$$

- ✓ Les paramètres adimensionnels sont :

$$X = \frac{x}{H}; Y = \frac{y}{H}; \Omega = \frac{\omega H^2}{\alpha_f}; \Psi = \frac{\Psi}{\alpha_f}; V = \frac{vH}{\alpha_f};$$

$$U = \frac{uH}{\alpha_f}; \theta = \frac{T - T_h}{T_c - T_h} \quad (10)$$

- ✓ Les équations peuvent être écrites en forme adimensionnelle ci-dessous:

$$\frac{\partial(U\Omega)}{\partial X} + \frac{\partial(V\Omega)}{\partial Y} = Gr.Pr^2 . A. \left[\cos(\phi) \frac{\partial \theta}{\partial X} - \sin(\phi) \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right] + B.Pr. \left[\frac{\partial^2 \Omega}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial Y^2} \right] \quad (11)$$

Où : $A = \frac{1}{\frac{(1-\phi) \cdot \frac{\rho_f}{\rho_s} + 1}{\phi} \cdot \frac{\beta_s}{\beta_f} + 1} + \frac{1}{\frac{\phi}{(1-\phi) \cdot \frac{\rho_s}{\rho_f} + 1}}$

$$B = \frac{1}{(1-\phi)^{2.5} \left[(1-\phi) + \phi \frac{\rho_s}{\rho_f} \right]}$$

$$U = \frac{\partial \psi}{\partial Y}; V = \frac{\partial \psi}{\partial X} \quad (12)$$

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(\theta \cdot \frac{\partial \psi}{\partial Y} \right) - \frac{\partial}{\partial Y} \left(\theta \cdot \frac{\partial \psi}{\partial X} \right) = \frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (13)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial Y^2} = -\Omega \quad (14)$$

✓ Les nombre de Rayleigh, Prandtl et de Grashof sont donnés respectivement :

$$Pr = \frac{\nu_f}{\alpha_f}; Ra = \frac{g\beta H^3 (T_h - T_c)}{\nu_f \alpha}; Gr = \frac{g\beta H^3 (T_h - T_c)}{\nu_f^2}$$

✓ Les conditions aux limites adimensionnelles sont écrites comme :

$$\left. \begin{array}{l} \text{Sur la paroi gauche :} \\ X = 0; \Psi = 0; \Omega = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2}; \theta = 1 \\ \text{Sur la paroi droite :} \\ X = 1; \Psi = 0; \Omega = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2}; \theta = 0 \\ \text{Sur les parois haut et bas:} \\ \Psi = 0; \Omega = -\frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2}; \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0 \end{array} \right\} \quad (15)$$

✓ Le nombre de Nusselt peut s'exprimer ainsi :

$$Nu = \frac{hH}{k_f} \quad (16)$$

✓ Le coefficient de transfert de chaleur est donné par l'équation 17:

$$h = \frac{q_w}{T_h - T_c} \quad (17)$$

✓ La conductivité thermique est exprimée ainsi :

$$k_{nf} = \frac{q_w}{\frac{\partial T}{\partial x}} \quad (18)$$

✓ En substituant des eqs. (17), (18) et eq. (9) dans eq.(16), et à l'aide des paramètres adimensionnels, Le nombre de Nusselt est donné par l'équation ci-dessous:

$$Nu = - \left(\frac{k_{nf}}{k_f} \right) \cdot \frac{\partial \theta}{\partial X} \quad (19)$$

✓ Le nombre de Nusselt moyen est :

$$\overline{Nu} = \int_0^1 Nu(Y).dY \quad (20)$$

III. Méthode numérique

La procédure de discrétisation des équations directrices (équations (11), (13), (14)) et les conditions aux limites décrites par l'équation (15) ont été résolues numériquement en utilisant une technique de différence finie. Les équations de vorticité et d'énergie sont résolues en utilisant la méthode ADI (Alternating Direction Implicit) et l'équation de la fonction de courant est résolue par la méthode SOR (Successivement Over Relaxation) tandis que la différence au près est utilisée pour les termes convectifs. L'application ligne par ligne de la méthode TDMA (Tri-Diagonal Matrix Algorithm) [19] est appliquée aux équations de vorticité et d'énergie jusqu'à ce que la somme des résidus devienne inférieure à 10^{-6} . L'algorithme développé a été implémenté dans le programme FORTRAN.

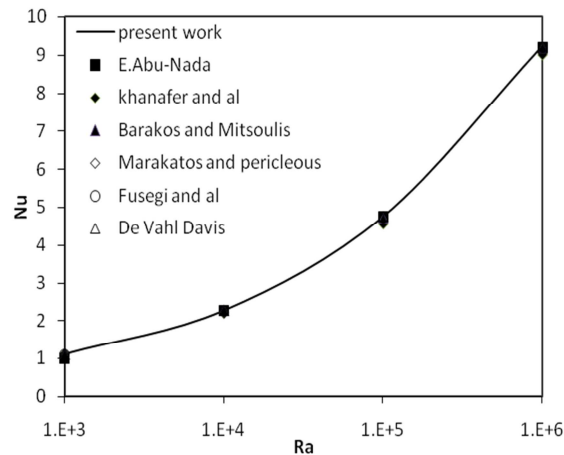


Figure 1 : Nombre de Nusselt moyen sur la paroi gauche à divers nombre de Ra et comparaison avec d'autres travaux publiés ($Ra = 105$, $Pr = 0,7$, $\Phi = 0^\circ$)

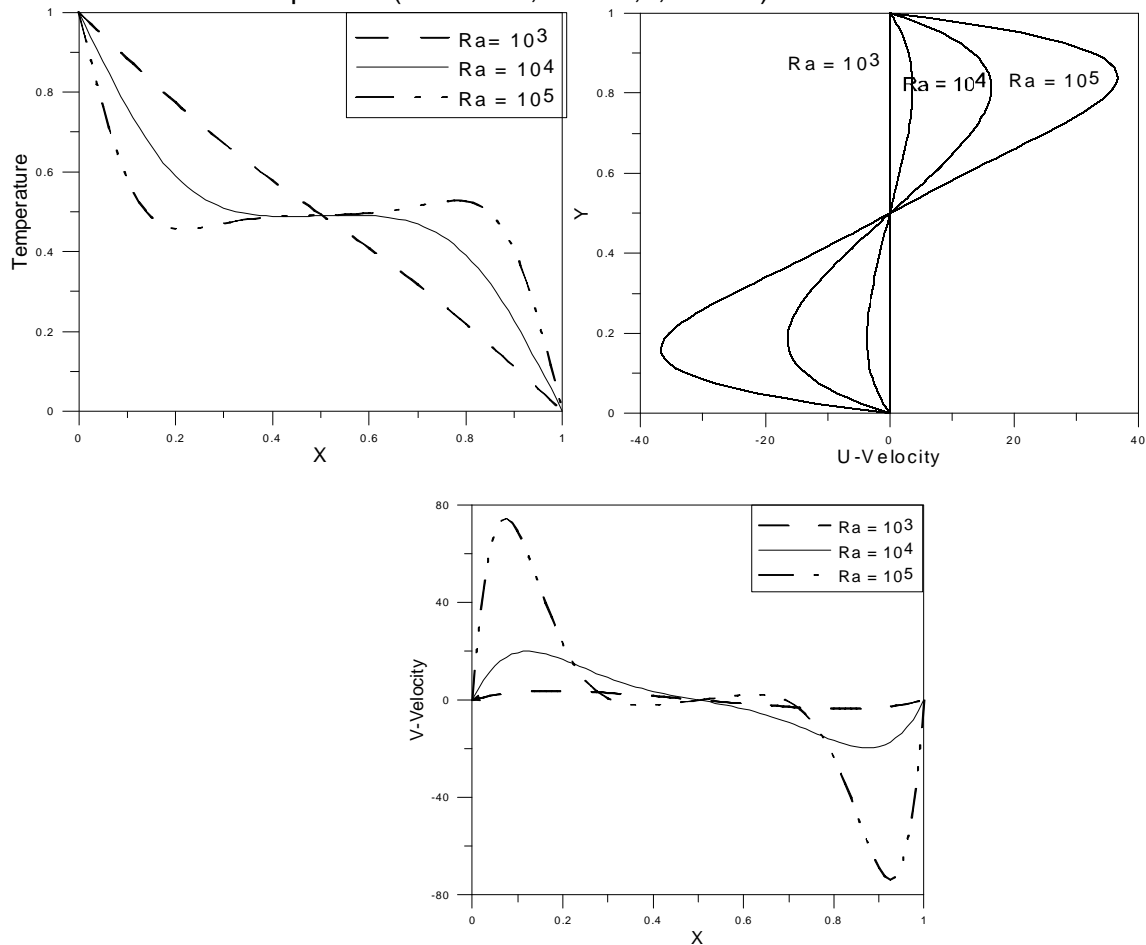


Figure 2 : température et profils de vitesse au milieu de la cavité pour $Pr = 6.2$ $\Phi = 0^\circ$

Afin de valider notre code de calcul, nous avons fait une comparaison avec les résultats précédents (figure1). Dans le cas d'une cavité carré horizontale sans nanofluides. De cette comparaison, nous voyons qu'il existe un accord qualitatif entre les résultats obtenus par notre code de calcul et ceux de travaux antérieurs, ce qui nous conforte dans le choix de nos modèles mathématiques et numériques.

Une fois le code de calcul a été validé, nous avons étudié l'influence des différents paramètres sur le transfert thermique. Les résultats seront donnés sous forme de lignes de courant, et isotherme Nusselt moyen comme une fonction de corrélation du nombre de Rayleigh entre $10^3 \leq Ra \leq 10^5$, pour différentes fractions volumiques de $0\% \leq \phi \leq 10\%$ et différents angles d'inclinaison $0^\circ \leq \phi \leq 60^\circ$. Les résultats sont présentés comme lignes de courant et d'isothermes, nombre de Nusselt, la température et les profils de vitesse.

Pour une cavité horizontale sans nanofluide on observe sur la figure 2 un schéma convectif pour $Ra = 10^4$ et $Ra = 10^5$ mais un schéma conducteur à $Ra = 10^3$.

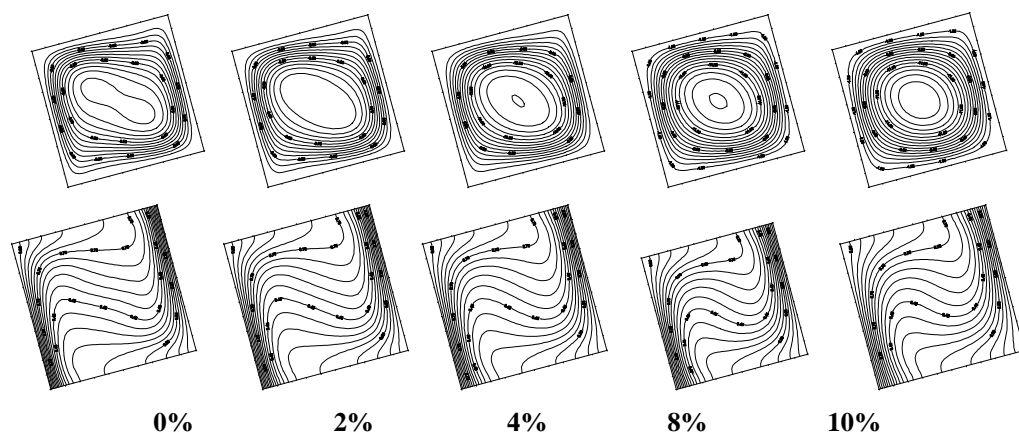


Figure 3: Les lignes de courant et les isothermes à diverses fractions ($Ra = 10^5$; $Pr = 6.2$; $\Phi = 15$)

Les figures 3 et 4 montrent la comparaison entre le nanofluide et le fluide pur à différentes inclinaisons et différents fractions volumiques. On observe que la forme de la cellule principale est sensible à l'angle d'inclinaison et à l'ajout de nanoparticules.

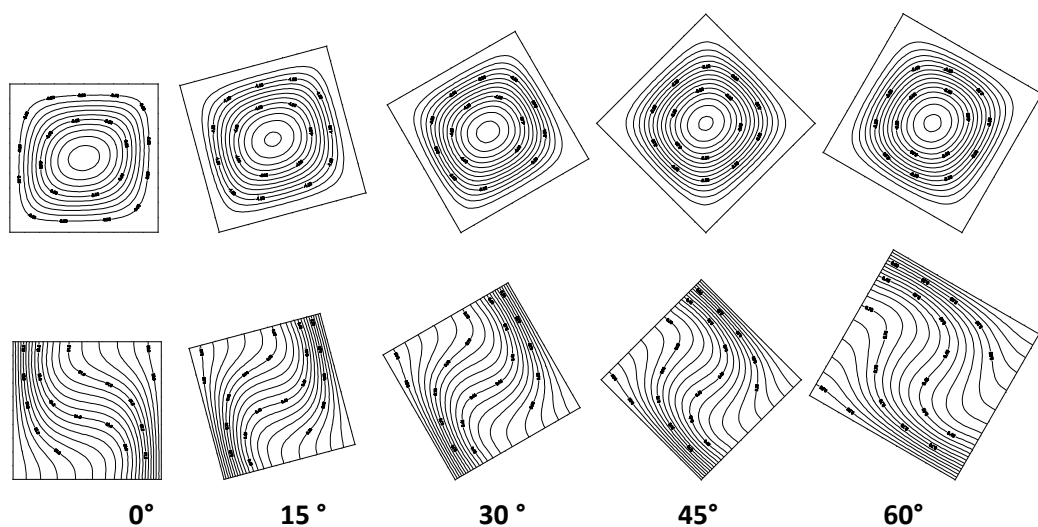


Figure 4: les lignes de courant et les les isothermes à divers angles d'inclinaisons

($Ra = 10^4$; $Pr = 6.2$; $\phi = 10\%$)

VI. Conclusions

Dans ce travail, on a été démontré l'influence d'angle d'inclinaison ainsi la fraction volumique de nanoparticules dans une cavité carrée. Les résultats ont indiqué que l'ajout des nanoparticules d' Al_2O_3 une amélioration lors du transfert de chaleur par rapport du fluide pur. Le transfert de chaleur augmente avec l'augmentation de Rayleigh, mais l'effet de la concentration des nanoparticules sur le nombre de Nusselt est plus prononcé à faible nombre de Rayleigh qu'au nombre de Rayleigh élevé. L'angle d'inclinaison de la cavité est considéré comme un paramètre de contrôle du débit de fluide et de transfert de chaleur. . Enfin, l'angle d'inclinaison est un bon paramètre de contrôle dans les deux cas d'une cavité remplie de fluide pur et nanofluide.

Références

- [1] A. Baïri, N. Laraqi, and J. M. García de María, "Numerical and experimental study of natural convection in tilted parallelepipedic cavities for large Rayleigh numbers," *Experimental Thermal and Fluid Science*, vol. 31, pp. 309-324, 2007.
- [2] Barakos, G. and Mitsoulis, E. [1994], *Natural Convection Flow in a Square Cavity Revisited: laminar and turbulent models with wall functions*, *International Journal for Numerical Methods in Fluid*, Vol. 18, pp 695-719.
- [3] E. Abu-Nada and H. F. Oztop, "Effects of inclination angle on natural convection in enclosures filled with Cu–water nanofluid," *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol. 30, pp. 669-678, 2009.
- [4] G. de Vahl Davis, "Natural convection of air in a square cavity: a bench mark numerical solution," *International Journal for numerical methods in fluids*, vol. 3, pp. 249-264, 1983.
- [5] K. Khanafer, K. Vafai, and M. Lightstone, "Buoyancy-driven heat transfer enhancement in a two-dimensional enclosure utilizing nanofluids," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 46, pp. 3639-3653, 2003.
- [6] M. Zaydan, N. Yadil, Z. Boulahia, A. Wakif, and R. Sehaqui, "Fourth-Order Compact Formulation for the Resolution of Heat Transfer in Natural Convection of Water-Cu Nanofluid in a Square Cavity with a Sinusoidal Boundary Thermal Condition," *World Journal of Nano Science and Engineering*, vol. 6, p. 70, 2016.
- [7] R. K. Tiwari and M. K. Das, "Heat transfer augmentation in a two-sided lid-driven differentially heated square cavity utilizing nanofluids," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 50, pp. 2002-2018, 2007.
- [8] S. Choi, "American society of mechanical engineers," *Developments and Applications of Non-Newtonian Flows FED*, vol. 231, pp. 99-105, 1995.
- [9] S. M. Elsherbiny, "Free convection in inclined air layers heated from above," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 39, pp. 3925-3930, 1996.