

Réduction de la traînée : injection de polymères pour l'économie d'énergie

Gilmar Mompean
Unité de Mécanique de Lille (UML)
Polytech'Lille - Université de Lille
Cité Scientifique, 59655 Villeneuve d'Ascq, France.

13 mars 2018

Résumé

Les études concernant la réduction de la traînée dans le domaine de la mécanique des fluides a eu son essor pendant la crise du pétrole dans les années 70. Depuis cette époque, plusieurs solutions et méthodes de réduction de la traînée due à la viscosité du fluide et/ou la forme de l'obstacle présent dans l'écoulement ont été proposées utilisant différentes techniques. Nous pouvons citer, par exemple, la recherche de formes plus aérodynamiques dans le secteur automobile, aéronautique, transport par oléoduc, et sportives pour augmenter la performance et l'économie d'énergie. Les différentes solutions dans ce domaine sont : le « streamlining » (design de l'objet pour une résistance minimale à l'écoulement de fluide), le contrôle du décollement de la couche limite turbulente autour de l'obstacle dans le fluide, influence de la rugosité des surfaces, les parois rainurées (« riblets »), et aussi l'injection de quelques parties par million (ppm) de particules polymériques dans les écoulements turbulents qui peuvent réduire la consommation d'énergie jusqu'à 70. Cette dernière méthode, utilisant l'injection de polymères dans un écoulement turbulent n'est pas encore bien comprise. Le fluide initialement Newtonien en régime turbulent devient viscoélastique par l'injection de quelques ppm de particules polymériques. Suite à l'injection de ces particules, l'écoulement peut rester en régime turbulent si le nombre de Reynolds est assez grand, ou revenir à un régime laminaire, ou de transition (laminaire-turbulent). Lumley dans les années 70 a proposé une théorie visqueuse pour comprendre le phénomène, et De Gennes, plus tard, dans les années 80 a proposé une autre théorie basée sur l'élasticité du fluide viscoélastique. Aujourd'hui, nous disposons de bases de données importantes obtenues par la simulation numérique directe des équations de Navier-Stokes (DNS) avec un fluide viscoélastique du type « Finitely Extensible Nonlinear Elastic in the Peterlin approximation » (FENE-P). Avec les résultats de ces bases de données nous pouvons vérifier et tester ces deux différentes théories proposées respectivement par Lumley et par De Gennes. L'originalité de ce travail consiste dans l'utilisation d'une base de données DNS pour un écoulement turbulent et viscoélastique, qui est employée pour une analyse des phénomènes visqueux et élastiques dans ce type d'écoulement. Le mécanisme détaillé de transfert d'énergie entre les particules polymériques et la turbulence est présenté en vue de mieux comprendre le phénomène de réduction de la traînée.

1 Introduction

En dynamique des fluides les forces dues à la traînée d'un objet ont une forte influence sur la consommation d'énergie. Cette "dépense d'énergie" peut être la conséquence lors qu'un objet

se déplace dans un milieu fluide (avions, voitures, bateaux, etc) ou dans le cas d'un écoulement à l'intérieur d'une conduite (aqueduc, pipelines, etc). Cette force a deux types d'origines : les effets visqueux liés à la dissipation de l'énergie et la variation de la pression liée à la forme de l'objet. Nous pouvons exprimer cette force utilisant un coefficient de traînée (C_d) par l'équation :

$$D = C_d S \frac{1}{2} \rho V^2, \quad (1)$$

où S est une surface, ρ la masse volumique et V une vitesse caractéristique de l'écoulement.

Dans la pratique depuis les années 1950, pour estimer la valeur de la traînée nous utilisons la dépendance du coefficient C_d en fonction de plusieurs paramètres, i. e., le nombre de Reynolds (Re), la forme de l'objet, la rugosité de la surface ϵ , le nombre de Mach (Ma), le nombre de Froude (Fr). Plus récemment, depuis les années 1980, la réduction de la traînée, "drag reduction (DR)", par injection de polymères dans les écoulements en régime turbulent a trouvé plusieurs applications dans le but d'économiser de l'énergie. Avec ce type d'application, nous pouvons rajouter un nouveau paramètre dans l'obtention du coefficient C_d , le nombre de Weissenberg (Wi), et écrire ce coefficient comme une fonction de tous ces paramètres :

$$C_d = \phi(forme, Re, Ma, Fr, \epsilon, Wi), \quad (2)$$

où le nombre de Weissenberg Wi est caractérisé par le rapport entre les forces d'élasticité et les forces d'inertie de l'écoulement.

En effet, l'addition d'une petite quantité de polymères de poids moléculaire élevé peut conduire à une diminution de la chute de pression dans les flux turbulents. Depuis les premières observations rapportées par [1] et [2], de nombreuses études expérimentales ont été menées dans le but de faire usage pratique de la réduction du frottement induite par le polymère (RD), y compris le transport à longue distance de liquides [3], opérations de puits de pétrole [4], lutte contre l'incendie [5], transport de suspensions et de boues [6], et applications biomédicales [7].

Dans un document remarquable et pionnier, Virk [8] a effectué une analyse minutieuse expérimentale de l'écoulement turbulent dans les conduites et a montré que la réduction de la traînée attend une valeur maximale (MDR) ou asymptote de Virk, en raison d'une augmentation soit du nombre de Reynolds, de la concentration de polymère, ou du poids moléculaire du polymère. Au fil des ans, les chercheurs ont analysé avec succès les aspects pertinents de ce phénomène et une littérature importante est disponible, p. ex. [9], [10], [11], [12], [13], [14]. Cependant, jusqu'à présent, il n'y a pas eu de consensus définitif concernant les interactions entre l'énergie turbulente, les déformations du polymère et l'asymptote de Virk.

Les explications de la théorie de la traînée de polymère gravitent autour de deux théories majeures. Selon la théorie visqueuse, proposée indépendamment par Lumley [15] et Seyer, Metzner [16], le polymère s'étirant dans un écoulement turbulent produit une augmentation de la viscosité effective dans une région en dehors de la sous-couche visqueuse et dans la couche tampon, qui supprime les fluctuations turbulentes, augmentant l'épaisseur de la couche tampon et réduisant le frottement sur le paroi.

La théorie élastique postulée par Tabor, De Gennes [17] suppose que l'énergie élastique stockée par le polymère devient comparable à l'énergie cinétique dans la couche tampon. Étant donné que l'échelle de longueur viscoélastique correspondante est plus grande que l'échelle Kolmogorov, la cascade d'énergie habituelle est inhibée, ce qui épaissit la couche tampon et réduit la traînée cite. [Voir aussi] [18].

Numériquement, les théories de réduction des traînées induites par les polymères ont été étudiées intensivement pendant plus d'une décennie depuis les premières simulations effectuées par [19] et [20]. En utilisant un fluide Newtonien généralisé inélastique pour analyser les écoulements des tuyaux, les deux chercheurs ont fait valoir que la DR semble être étroitement liée à

l'anisotropie de la viscosité elongational, un paramètre qui mesure la résistance du fluide contre les déformations d'étirement. Un tel argument a également été présenté par [21], qui a effectué la première simulation numérique directe (DNS) d'un écoulement turbulent de canal viscoélastique utilisant l'approximation de Peterlin (FENE-P) fluide [22], à un nombre de Reynolds de frottement de zéro-cisaillement de 125. Leurs résultats suggèrent une suppression partielle de la turbulence dans la couche tampon après le début de la réduction de la traînée, qui est liée à une viscosité efficace améliorée attribuée à l'extension des polymères dispersés dans l'écoulement.

Malgré les divergences entre les deux théories les plus importantes, ce qui semble être en accord avec les deux scénarios est la pertinence du comportement concernant l'interaction entre le polymère et le processus d'étirement, ce qui impose un comportement transitoire sur la réduction de la traînée ainsi que d'une suite dégradation des polymères, conséquence de l'élongation des polymères. Afin de comprendre le ce processus d'étirement, [23] présenté des simulations numériques directes de canaux turbulents avec contaminant passifs Lagrangien, avec un modèle linéaire (Oldroyd-B) et un non linéaire (FENE) pour les polymères. Pour le modèle FENE, les polymères sont plus allongés dans la région de la paroi proche, bien que cette extension devienne moins hétérogène au fur et à mesure que le nombre de Weissenberg augmente. De plus, une tendance d'orientation beaucoup plus forte est observée près de la paroi, où les polymères sont bien alignés le long de la direction longitudinale. Les auteurs ont également vérifié l'alignement du vecteur de bout en bout par rapport aux directions principales du tenseur de vitesse de déformation et du vecteur de tourbillon. Néanmoins, ils n'ont pas identifié les tenseurs possibles capables d'étirer les polymères, ce qui révélerait plus de détails sur le mécanisme de déroulage.

Il est clair que le phénomène de DR n'est pas complètement compris et que de nombreux aspects du problème demeurent flous. Toute tentative d'élucider complètement la réduction de la traînée induite par le polymère doit tenir compte, au moins, de quatre questions importantes : le mécanisme d'interaction entre le polymère et l'écoulement ; la mise au point de structures turbulentes dans les écoulements viscoélastiques ; l'échange d'énergie entre les turbulences et les polymères ; et la rupture des molécules de polymère.

Dans le présent article, nous étudions les interactions entre le polymère et l'écoulement à l'aide de simulations numériques directes du de l'écoulement turbulent de canal d'un fluide FENE-P en tenant compte d'une large gamme de nombres de Reynolds à friction zéro (de 180 à 1000).

2 Formulation physique et méthodologie numérique

On considère un écoulement turbulent entre deux plaques planes d'une solution de polymère dilué incompressible. Une telle géométrie est couramment adoptée dans les simulations numériques directes en raison de sa simplicité ainsi que de son attrait pour les études expérimentales et théoriques des interactions de turbulences près de la paroi. Ici, la direction de longitudinale de canal est $x_1 = x$, la direction de transversale est $x_2 = y$, et la direction normale à la paroi est $x_3 = z$.

Le champ de vitesse instantanée dans les directions respectives est $(u_x, u_y, u_z) = (u, v, w)$ et est solénoïde ($\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$, où \mathbf{u} indique le vecteur de vitesse). Les équations gouvernantes sont adimensionnalisées avec la demi-largeur du canal, h , la vitesse de débit, U_h , et la densité du fluide, ρ .

Les équations de conservation de la quantité de mouvement sont :

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\beta_0}{Re_h} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} + \frac{1}{Re_h} \frac{\partial \Xi_{ij}}{\partial x_j}. \quad (3)$$

Dans l'équation 3, p est la pression, β_0 est le rapport entre la viscosité Newtonienne du solvant

(ν_N) et la viscosité total ($\nu_0 = \nu_N + \nu_{p0}$), avec ν_{p0} la viscosité polymérique et le nombre de Reynolds est $Re_h = U_h h / \nu_0$. Les extra-tensions sont données par le tensor Ξ_{ij} .

Le formalisme de 3 inclut l'hypothèse d'une concentration homogène de polymère qui est régie par le rapport de viscosité β_0 , où $\beta_0 = 1$ donne le comportement limitant du cas Newtonian.

Les composantes du tenseur extra-stress (Ξ_{ij}) dans l'équation 3 représentent la contribution du polymère. Cette contribution est comptabilisée par un seul modèle à ressort-haltère. Nous employons ici la théorie cinétique de FENE-P [24], qui est la plus utilisée en raison de son extensibilité finie physiquement réaliste des molécules de polymère et à sa fermeture relativement simple de deuxième ordre. Ce modèle utilise le tenseur de conformation en moyenne phase, C_{ij} . Les composants du tenseur extra-stress sont alors :

$$\Xi_{ij} = \frac{(1 - \beta_0)}{Wi_h} (f \{ \text{tr}(\mathbf{C}) \} C_{ij} - \delta_{ij}) , \quad (4)$$

$Wi_h = \lambda U_h / h$ est le nombre de Weissenberg (λ le temps de relaxation), δ_{ij} est l'opérateur de Kronecker, $f \{ \text{tr}(\mathbf{C}) \}$ est donnée par l'approximation de Peterlin :

$$f \{ \text{tr}(\mathbf{C}) \} = \frac{L^2 - 3}{L^2 - \text{tr}(\mathbf{C})} , \quad (5)$$

où L est la longueur maximale des molécules du polymère et $\text{tr}(\cdot)$ représente la trace. L'équation pour le tenseur de conformation peut être écrite sous la forme :

$$\frac{\partial C_{ij}}{\partial t} + u_k \frac{\partial C_{ij}}{\partial x_k} - \frac{\partial u_i}{\partial x_k} C_{kj} - \frac{\partial u_j}{\partial x_k} C_{ki} + \frac{f(\text{tr}(\mathbf{C})) C_{ij} - \delta_{ij}}{Wi_h} = \left(\frac{1}{Sc_c Re_h} \right) \frac{\partial^2 C_{ij}}{\partial x_k^2} , \quad (6)$$

$Sc_c = \nu_0 / \kappa_c$ est le nombre de Schmidt, définie comme le rapport entre la viscosité totale (ν_0) et la diffusion de contraintes artificielles κ_c . Ce terme explicite de diffusion elliptique inclus dans 6 est un artefact utilisé pour améliorer la stabilité numérique en Pseudo-spectral pour les fluides viscoélastiques. Ce terme de dissipation a d'abord été introduit dans ce contexte par [25], et la méthodologie a ensuite été validée sous une variété d'écoulements viscoélastiques [26].

Nous présentons ici une brève description des approches mathématiques et numériques pour la DNS [27]. L'algorithme hybride MPI/OpenMP utilisé a été conçu pour fonctionner correctement dans des architectures massivement parallèles. Le schéma spatial hybride comprend la précision spectrale de Fourier dans les deux directions homogènes (x et y) et les différences finies compactes de sixième ordre pour les dérivés du premier et du deuxième ordre de la paroi normale (z direction). La discrétisation temporelle peut être jusqu'au quatrième ordre par l'utilisation du système Adams–Moulton pour les termes visqueux et Adams–Bashforth pour les termes explicites. Le couplage pression-vitesse est facilitée par une généralisation de l'ordre supérieur de la méthode de l'étape fractionnaire semi-implicite sur un arrangement de grille non décalé analysé par [28]. Afin d'atténuer l'accumulation d'énergie de nombre élevé d'ondes, le désaliasage et le filtrage du quatrième ordre sont effectués respectivement dans les deux directions homogènes et perpendiculaires à la paroi.

Deux régimes de réduction de la traînée sont indentifié : la réduction de la traînée élevée (HDR ; $Dr > 40\%$) et la réduction de la traînée faible (LDR ; $DR < 40\%$). Physiquement, la principale différence entre ces deux régimes consiste dans le fait que, pour les flux LDR, les contraintes Reynolds jouent un rôle majeur, tandis que dans le régime HDR, la dynamique proche paroi est dominé par le polymère [29].

Pour les simulations numériques, l'étendue du canal pour les cas de Re_{τ_0} jusqu'à 590 a été $Lx \times Ly \times Lz = 8\pi \times 1.5\pi \times 2.0$. Pour le plus haut débit de friction de zéro-cisaillement, $Lx \times Ly \times Lz = 6\pi \times 1.5\pi \times 2.0$. Le nombre de points de maillage ($Nx \times Ny \times Nz$) utilisés

pour chaque cas correspond à une résolution de grille de $8.8 \leq \Delta x^+ \leq 12.3$, $5.4 \leq \Delta y^+ \leq 7.3$, et $0.2 \leq \Delta z^+ \leq 12.1$.

Le superscript '+' indique la normalisation par la vitesse de frottement, définie par $u_\tau = \sqrt{\tau_w/\rho}$, et la viscosité cinématique totale du taux de cisaillement zéro. Le nombre de Schmidt $Sc_c = 0,1$ était nécessaire pour maintenir l'algorithme stable et le tenseur de conformation symétrique positif-défini.

3 Le mécanisme de DR et conclusions

Utilisant les résultats de la base de donnée obtenue avec la formulation présentée ci-dessus, un scénario pour mécanisme de réduction est proposé (voir figure 1). Récemment, [31] a montré expérimentalement que le phénomène de réduction de la traînée de polymère subit au moins trois étapes au fil du temps : A, B et C, comme le montre la figure 1 (a). Dans le stade A, appelé temps de développement (t_D), le DR est d'abord négatif, en raison d'une augmentation instantanée de la viscosité de l'extension locale causée par un étirement de polymère grand et abrupt. Ce processus initial nécessite une entrée d'énergie significative, qui provient principalement de l'écoulement moyen [32], en plus d'une quantité d'énergie moindre mais encore importante qui est extraite des structures elliptiques et hyperboliques, puisque les polymères sont fortement exposés aux fluctuations de tensions turbulentes.

Après avoir atteint une valeur minimale (DR_{min}), les polymères commencent leur cycle d'étirement et, en conséquence, le DR augmente en réponse aux interactions de polymère-écoulement, obtenant une valeur maximale (DR_{max}), qui fait pour le début de la phase B. La durée de l'étape B est désignée comme le temps de résistance (t_r). Une telle étape est caractérisée par une dégradation négligeable des polymères, au cours de laquelle le DR est maintenu à sa valeur maximale.

Enfin, le polymère peut être injecté (ou ré-injecté) dans la région très proche de la paroi, il libère longitudinalement l'énergie turbulente et est plus exposé au cisaillement moyen.

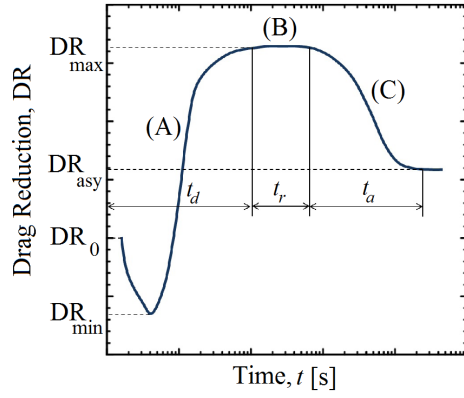
Étant donné que la quantité d'énergie stockée par le polymère à partir du champ de vitesse fluctuant est supérieure à celle libérée juste au-dessus de la sous-couche visqueuse, il y a un affaiblissement des structures turbulentes elliptiques et hyperboliques, comme indiqué par les flèches bleues et rouges de la figure 1 (c), entraînant la croissance du domaine parabolique. Cette tendance de parabolisation est accompagnée de la réduction de la fluctuation de vitesse au fur et à mesure que l'élasticité augmente.

La mécanique d'étirement discuté ci-dessus et esquissé dans la figure 1 met en évidence le rôle joué par les polymères dans la turbulence de paroi auto-entretenu en interaction avec le cisaillement moyen, les interactions non linéaires, près de la paroi elliptique et hyperbolique les structures dans les écoulements de réduction de la traînée, considérant un DR qui évolue au fil du temps dès le début du phénomène jusqu'à atteindre sa valeur asymptotique.

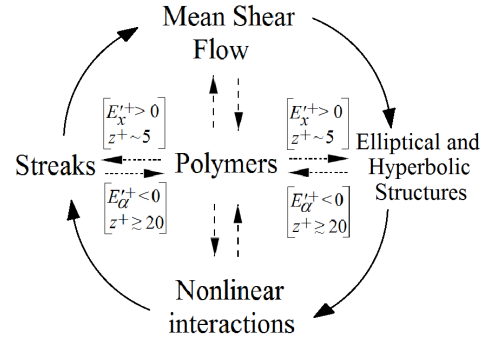
4 Remerciements

Je tiens à exprimer ma sincère gratitude à Mr. A. Pereira, au Prof. R. Thompson (UFRJ) et au Pr. E. Soares (UFES) pour leurs commentaires lors de nos discussions. Les ressources HPC de IDRIS sous l'attribution 2014-i20142b2277 faite par GENCI ont été utilisées pour l'obtention de ces résultats.

(a) Time dependent drag reduction



(b) Wall turbulence regeneration - region B



(c) Flow parabolization trend

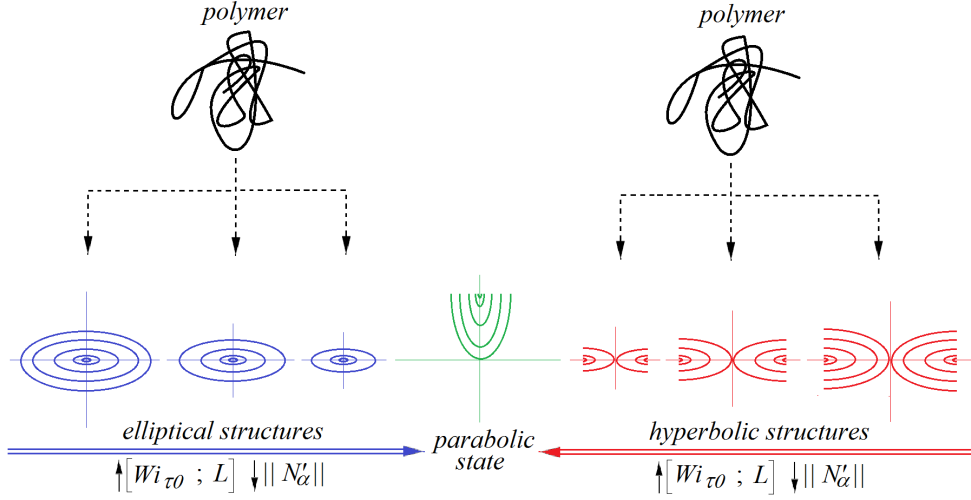


FIGURE 1 – Mécanisme de réduction de la traînée induite par le polymère. Source [30]

Références

- [1] B. A. Toms. Some observations on the flow of linear polymer solutions through straight tubes at large Reynolds numbers. *Proceedings of the International Congress of Rheology, Holland, North-Holland, Amsterdam, Section II*, pages 135–141, 1948.
- [2] K. J. Mysels. Flow of thickened fluids. *U.S. Patent*, 2 Dec. 27 492 :173, 1949.
- [3] R. H. J. Sellin, J. W. Hoyt, J. Poliert, and O. Scrivener. The effect of drag reducing additives on fluid flows and their industrial applications Part ii : Present applications and future proposals. *Journal of Hydraulic Research*, 20 :235–292, 1982.
- [4] E. D. Burger and L. G. Chorn. Studies of drag reduction conducted over a broad range of pipeline conditions when flowing Prudhoe Bay crude oil. *J. Rheology*, 24 :603, 1980.
- [5] A. G. Fabula. Fire-fighting benefits of polymeric friction reduction. *Trans ASME J Basic Engng*, pages 93–453, 1971.
- [6] J. Golda. Hydraulic transport of coal in pipes with drag reducing additives. *Chem Engng Commun*, 45 :53–67, 1986.
- [7] H. L. Greene, R. F. Mostardi, and R. F. Nokes. Effects of drag reducing polymers on initiation of atherosclerosis. *Polym Engng Sci*, pages 20–449, 1980.
- [8] P. S. Virk, H. S. Mickley, and K. A. Smith. The Toms phenomenon : Turbulent pipe flow of dilute polymer solutions. *Journal of Fluid Mechanics*, 22 :22–30, 1967.
- [9] H. C. Hershey and J. L. Zakin. A molecular approach to predicting the onset of drag reduction in the turbulent flow of dilute polymer solutions. *Chemical Engineering Science*, 22 :184–187, 1967.
- [10] P. S. Virk, H. S. Mickley, and K. A. Smith. The ultimate asymptote and mean flow structure in Toms’ phenomenon. *ASME-Journal of Applied Mechanics*, 37 :488–493, 1970.
- [11] P. S. Virk. Drag reduction fundamentals. *AIChE Journal*, 21 :625–656, 1975.
- [12] T. Moussa and C. Tiu. Factors affecting polymer degradation in turbulent pipe flow. *Chemical Engineering Science*, 49 :1681–1692, 1994.
- [13] A. Gyr and T. Tsinober. On the rheological nature of drag reduction phenomena. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 73 :153–162, 1995.
- [14] V. N. Kalashnikov. Dynamical similarity and dimensionless relations for turbulent drag reduction by polymer additives. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 75 :209–230, 1998.
- [15] J. L. Lumley. Drag reduction by additives. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 11 :367–384, 1969.
- [16] F. A. Seyer and A. B. Metzner. Turbulence phenomena in drag reducing systems. *AIChE Journal*, 15 :426–434, 1969.
- [17] M. Tabor and P. G. de Gennes. A cascade theory of drag reduction. *Europhysics Letter*, 2 :519–522, 1986.
- [18] D. D. Joseph. *Fluid Dynamics of Viscoelastic Liquids*. Springer Verlag, New York, 1990.
- [19] J. M. J. den Toonder, F. T. M. Nieuwstadt, and G. D. C. Kuiken. The role of elongational viscosity in the mechanism of drag reduction by polymer additives. *Applied Scientific Research*, 54 :95–123, 1995.
- [20] P. Orlandi. A tentative approach to the direct simulation of drag reduction by polymers. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 60 :277–301, 1996.

- [21] R. Sureshkumar, A. N. Beris, and R. A. Handler. Direct numerical simulation of the turbulent channel flow of a polymer solution. *Physics of Fluids*, 9 :743–755, 1997.
- [22] A. Peterlin. Streaming birefringence of soft linear macromolecules with finite chain length. *Polymer*, 2 :257–291, 1961.
- [23] F. Bagheri, D. Mitra, P. Perlekar, and L. Brandt. Statistics of polymer extensions in turbulent channel flow. *Physical Review E*, 86 :056314–1–056314–10, 2012.
- [24] R. Bird, R. Armstrong, and O. Hassager. *Dynamics of Polymeric Liquids. Kinetic Theory*. Wiley-Interscience, 1987.
- [25] R. Sureshkumar and A. N. Beris. Effect of artificial stress diffusivity on the stability of numerical calculations and the dynamics of time-dependent viscoelastic flows. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 60 :53–80, 1995.
- [26] K. D. Housiadas and A. N. Beris. Polymer-induced drag reduction : Effects of the variations in elasticity and inertia in turbulent viscoelastic channel flow. *Physics of Fluids*, 15(8) :2369–2384, 2003.
- [27] L. Thais, A. Tejada-Martinez, T. B. Gatski, and G. Mompean. A massively parallel hybrid scheme for direct numerical simulation of turbulent viscoelastic channel flow. *Computers and Fluids*, 43 :134–142, 2011.
- [28] S. W. Armfield and R. L. Street. Fractional step methods for the navier–stokes equations on non-staggered grids. *ANZIAM J*, 42(E) :C134–C156, 2000.
- [29] C. M. White and M. G. Mungal. Mechanics and prediction of turbulent drag reduction with polymer additives. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 40 :235–256, 2008.
- [30] A. S. Pereira, G. Mompean, L. Thais, and R. L. Thompson. Statistics and tensor analysis of polymer coil–stretch in drag reducing channel flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 824 :135–173, 2017.
- [31] R. M. Andrade, A. S. Pereira, and E. J. Soares. Drag increase at the very start of drag reducing flows in a rotating cylindrical double gap device. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 212 :73–79, 2014.
- [32] A. S. Pereira, G. Mompean, L. Thais, and E. J. Soares. Transient aspects of drag reducing plane couette flows. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 241 :60–69, 2017.