

"Evaluation de la méthode d'homogénéisation à champs moyens dans le cas du comportement thermique d'un composite à fibres courtes"

"El Marzouki Sara"¹

"El Minor Hassan"²

"Kanit Toufik"³

¹ "ENSA Agadir -Université Ibn Zohr, Equipe de recherche Matériaux, Mécanique et Génie civil, Maroc, elmarzoukisarah@gmail.com"

² "ENSA Agadir -Université Ibn Zohr, Equipe de recherche Matériaux, Mécanique et Génie civil, Maroc, h.elminor@uiz.ac.ma"

³ "Université Lille I - Sciences et technologies, Laboratoire de mécanique de Lille, France, toufik.kanit@univ-lille1.fr"

Résumé :

La présente étude est une évaluation de la méthode d'homogénéisation à champs moyens, dans le cas du comportement thermique d'un composite à fibres courtes, à travers une comparaison avec les résultats obtenus par des calculs directs. Les microstructures ont été générées pour des fractions volumiques différentes des fibres. Pour la méthode des champs moyens la microstructure est subdivisée en sous-domaines à fibres unidirectionnelles sur lesquels les calculs d'homogénéisation sont effectués. Des données statistiques sur la distribution des différentes orientations permettent, ensuite, d'obtenir les propriétés macroscopiques. Ces résultats sont, finalement, comparés avec les résultats de calculs directs.

1. Introduction

Les composites sont très convoités pour leurs multiples utilisations possibles dans divers domaines. L'intérêt porté sur ce type de matériaux présente continuellement une grande opportunité pour la recherche scientifique, notamment en vue d'approfondir la compréhension de leur comportement. Parmi les méthodes utilisées pour prédire le comportement de ces matériaux, l'homogénéisation numérique. Celle-ci peut se faire de plusieurs manières dont l'homogénéisation à calculs directs et l'homogénéisation par champs moyens. La première méthode ayant déjà fait ses preuves [reste néanmoins assez coûteuse en matière de temps comparée à la deuxième, très prometteuse ([1] et [2]) et moins utilisée. La présente étude est une comparaison entre ces deux méthodes dans le cas d'un composite à fibre courte en comportement thermique.

L'homogénéisation numérique par champs moyens est une homogénéisation à deux étapes nécessitant la connaissance des fractions volumiques des inclusions ainsi que d'informations statistiques sur la distribution des orientations des fibres dans le matériau [3]-[5]. La microstructure est subdivisée en sous-domaines, ou grains, chacun maintenant un seul et unique angle d'orientation des fibres. Chaque grain est donc un composite biphasé possédant une matrice et des inclusions ayant la même forme, les mêmes proportions et la même orientation. Une homogénéisation numérique classique est ensuite effectuée pour chaque grain et la conductivité thermique effective du matériau est calculée en attribuant à chaque grain la probabilité d'apparition de l'orientation qu'il représente.

L'objectif de cette étude est de vérifier la fiabilité de la méthode d'homogénéisation par champs moyens pour la prédiction du comportement thermique d'un composite à fibres courtes et ce en comparant ses résultats à ceux obtenus par homogénéisation à calculs directs et par calculs analytiques.

2. Matériau et microstructures

1. Propriétés du matériau

Le matériau étudié est un composite bi-phasique à fibres courtes orientées aléatoirement. L'étude est menée pour trois fractions volumiques différentes, $V_f=10\%$, 15% et 20% , et les propriétés thermiques respectives des inclusions et de la matrice sont $\lambda_i=10\text{W/Km}$ et $\lambda_m=1\text{W/Km}$, faisant un contraste de $c_\lambda=\lambda_i/\lambda_m=10$.

2. Les microstructures

Les microstructures générées pour cette étude sont de deux types : à orientations aléatoires des fibres et à une seule orientation des fibres. Les premières sont utilisées pour faire une homogénéisation numérique classique du matériau étudié, tandis que la deuxième servira pour l'homogénéisation à champs moyens. La section 3 offrira plus d'explications sur la différence entre ces deux microstructures ainsi que sur les deux procédés d'homogénéisation.

Les deux configurations ont été générées sous MATLAB à l'aide d'un code de calcul automatique. L'emplacement des inclusions reste aléatoire pour les deux configurations mais les orientations des fibres changent. Dans le cas des microstructures à orientation aléatoire des fibres (figure 1), le code de calcul prend en compte les probabilités d'occurrences des différentes orientations possibles des inclusions dans le VER. Ces probabilités sont calculées à l'aide de fonctions de distributions d'orientation (ODF). Il en existe plusieurs, mais pour notre étude l'Equation de Fermeture Naturelle (NAT) a été privilégiée. Le tableau 1 regroupe les probabilité d'apparition des différentes orientations dans le VER.

Dans le cas des microstructures à une seule orientation, le code de calcul génère, pour chaque orientation, une image correspondante où toutes les fibres sont orientées selon le même angle (figure 2).

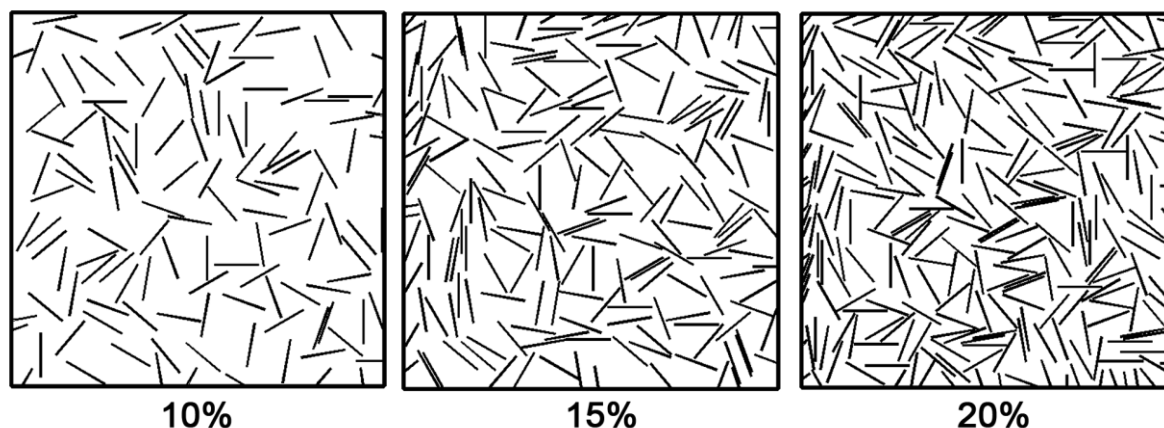


Figure 1. Exemple de microstructures à orientation aléatoires des fibres et de fractions volumiques 10%, 15% et 20% d'inclusions

Tableau 1. Probabilité d'apparition des fibres pour chaque orientation pour une distribution aléatoire

Angle (°)	10	20	30	...	150	160	170
Probabilité d'apparition des fibres (p)	0,05555556	0,05555556	0,05555556	...	0,05555556	0,05555556	0,05555556

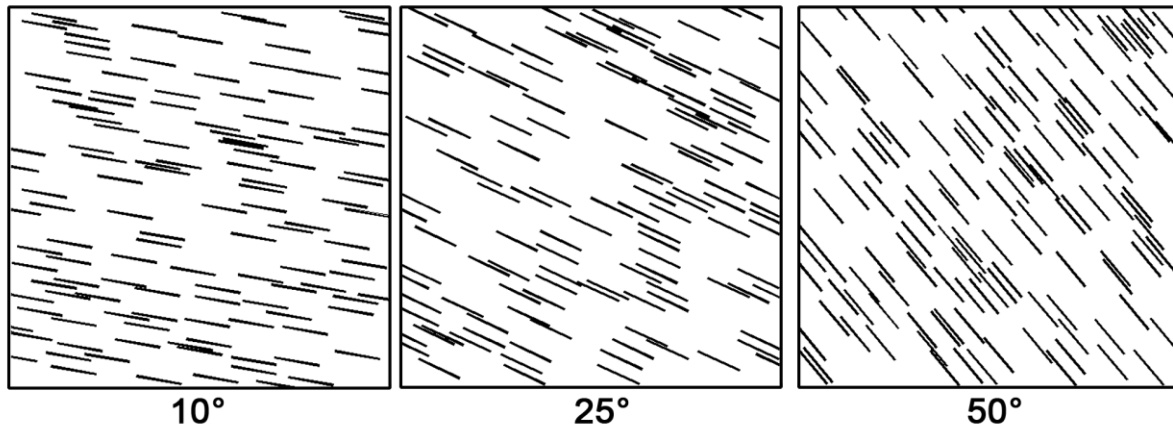


Figure 2. Exemple de microstructures à orientation unique des fibres

3. Homogénéisation

1. Maillage

Le maillage des images générées est fait selon la méthode des éléments multi-phases [6]-[7] : Un maillage régulier est superposé à une image de la microstructure, et chaque point d'intégration reçoit les propriétés de la phase associée.

Pour s'assurer de la pertinence des résultats, une étude de la densité de maillage est menée. Pour ce faire, plusieurs opérations d'homogénéisation sont effectuées sur la même image en utilisant différentes densités de maillage. La densité de maillage optimale est celle à partir de laquelle les résultats des simulations commencent à tendre vers des valeurs cohérentes quel que soit le maillage utilisé. Dans le cas présent, un maillage de 250000 éléments est choisi pour le reste de l'étude.

2. Conditions aux limites et lois de comportement

Les conditions aux limites (CL) utilisées sont les conditions aux limites PBC (Periodic Boundary Conditions) et les conditions aux limites UGT (Uniform Gradient of Temperature).

Le comportement thermique est décrit par la loi de Fourier (1), où le vecteur de flux de chaleur \underline{q} est exprimé en fonction de la conductivité thermique λ et du gradient de la température ∇T tel que :

$$\underline{q} = -\lambda \nabla T \quad (1)$$

La conductivité thermique effective (2) résultant de l'opération d'homogénéisation est exprimée comme suivant :

$$\lambda^e = \left(\text{trace} \left(\langle \underline{q} \rangle \right) \right) / 2 \quad (2)$$

3. Homogénéisation par champs moyens

L'homogénéisation par champs moyens est une homogénéisation à deux étapes (figure 3). La première étape consiste à fractionner la microstructure étudiée en sous-domaines à orientation unique des fibres. Chaque sous-domaine conserve la même fraction volumique des fibres que la microstructure-mère. Des opérations d'homogénéisation directe sont ensuite réalisées sur les différents sous-domaines et les valeurs de conductivité thermique correspondantes sont relevées. La deuxième étape consiste à calculer la conductivité thermique du matériau homogénéisé par la somme des conductivités thermiques obtenues pour chaque sous-domaine multipliées par leurs probabilités d'orientation respectives (3).

$$\lambda_{\text{matériau}} = \sum \lambda_{\text{orientation}} \cdot p_{\text{orientation}} \quad (3)$$

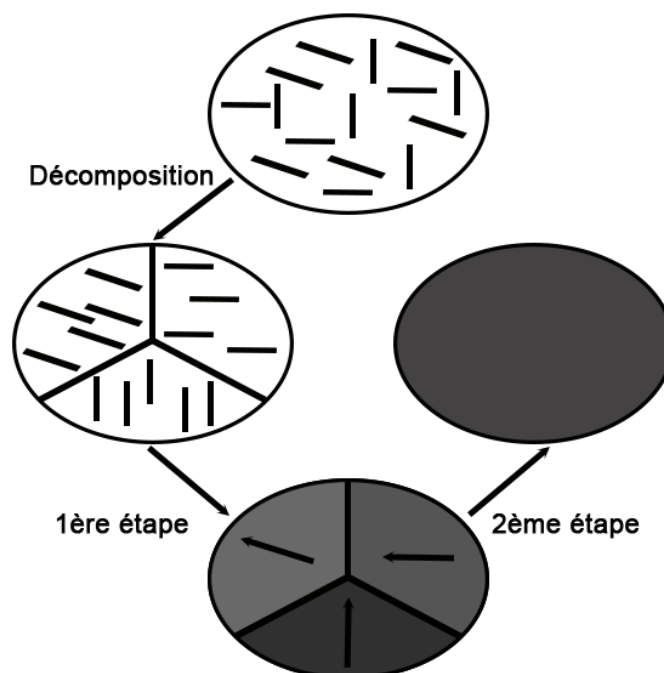


Figure 3. Schéma descriptif de la méthode d'homogénéisation par champs moyens

4. Résultats et discussion

1. Représentativité des microstructures choisies

Il est important de vérifier si les microstructures utilisées sont représentatives du matériau étudié. Une comparaison entre les résultats obtenus pour des conditions aux limites PBC et ceux obtenus pour des conditions aux limites UGT nous permet de faire cette vérification. Le tableau 2 regroupe les valeurs de conductivité thermique obtenues en utilisant des conditions aux limites PBC et UGT, pour les différentes fractions volumiques prises en compte dans cette étude et pour une distribution aléatoire des fibres.

Tableau 2. Conductivités thermiques obtenues pour des conditions aux limites PBC et UGT

Vf	Conductivités thermiques λ (W.K ⁻¹ .m ⁻¹)		
	PBC	UGT	Erreur%
10%	1,373508	1,383568	0,73
15%	1,620215	1,640969	1,26
20%	1,872739	1,896537	1,25

Les deux conditions aux limites, PBC et UGT, donnent des résultats presque similaires avec une erreur ne dépassant pas 1.25%. Les microstructures utilisées sont donc bel et bien des VER, et les résultats des calculs représentent les conductivités thermiques effectives, λ^e . Les mêmes conclusions sont faites dans le cas des microstructures à orientation unique des fibres.

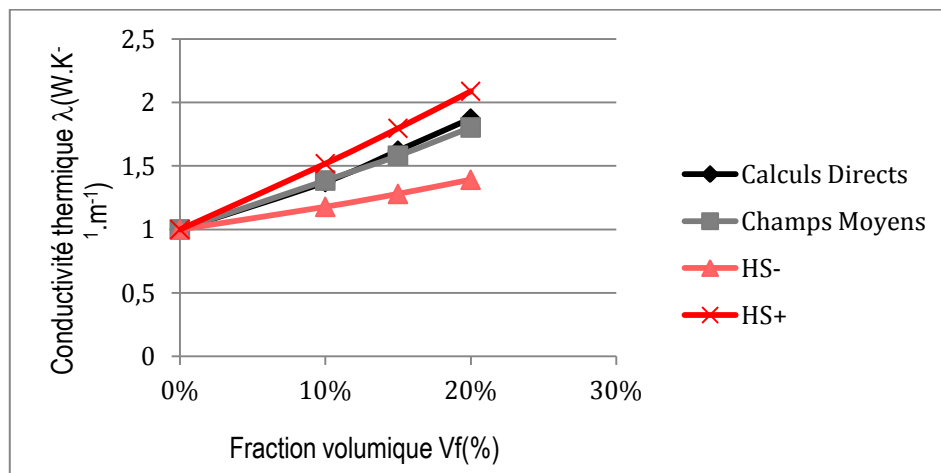
2. Comparaison des résultats des deux méthode

Comme cité précédemment, dans le cas de l'homogénéisation par champs moyens, la microstructure-mère est subdivisée en plusieurs sous-domaines chacun présentant une orientation unique des fibres. Une homogénéisation numérique à calculs directs est appliquée sur chaque sous-domaine et les conductivités thermiques obtenues permettent de calculer la conductivité thermique effective de la microstructure-mère. Dans cette étude, le nombre de sous-domaines est de 18, couvrant des orientations de fibres allant de 0° à 170° avec un pas de $\Delta\theta=10^\circ$. Pour éviter l'encombrement, les résultats des opérations d'homogénéisation menées sur chacun des sous-domaines ne seront pas présentés et seuls les résultats finaux des calculs seront exposés.

Les résultats de l'homogénéisation par champs moyens sont comparés à ceux obtenus par calculs directs ainsi qu'aux valeurs obtenues à travers les modèles analytiques. Les bornes analytiques de Hashin et Shtrikman pour la conductivité thermique ont été utilisées. Le tableau 3 regroupe l'ensemble des résultats obtenus.

Tableau 3. Conductivités thermiques effectives obtenus par les différentes méthodes utilisées

	Conductivités thermiques effectives λ^e (W.K ⁻¹ .m ⁻¹)				
Vf	Calculs directs (PBC)	Champs Moyens	HS-	HS+	Erreur%(CD/Ch-M)
10%	1,373508	1,38504446	1,17821782	1,51832461	0,83992667
15%	1,620215	1,5804903	1,27979275	1,79624665	2,45181658
20%	1,872739	1,80308614	1,39130435	2,08791209	3,71930418

Figure 4. Variation de la conductivité thermique effective en fonction de la fraction volumique V_f , pour les différentes méthodes

On remarque que les valeurs obtenues par la méthode des champs moyens et par calculs directs sont comprises entre les bornes HS. On note, néanmoins, que l'erreur entre les résultats des deux méthodes numériques augmente avec l'augmentation de la fraction volumique des inclusions. Ceci indique que l'homogénéisation par champs moyens donne des résultats acceptables mais qui dépendent de la fraction volumique.

5. Conclusion

L'objectif de cette étude était de vérifier la fiabilité de la méthode d'homogénéisation par champs moyens pour la prédiction du comportement thermique d'un composite chargé de fibres courtes. La comparaison des résultats obtenus par cette méthode et ceux obtenus à travers une homogénéisation à calculs direct et ainsi qu'aux bornes analytiques, a montré que l'homogénéisation numérique par champs moyens est une méthode fiable, mais l'augmentation de l'écart entre les deux méthodes d'homogénéisation numérique avec l'augmentation de la fraction volumique nous incite à explorer d'avantage l'effet de la fraction volumique et d'autres paramètres.

6. Bibliographie

- [1] PIERARD O., FRIEBEL C., DOGHRI I., Mean-field homogenization of multi-phase thermo-elastic composites: a general framework and its validation, *Composites Sciences and Technology*, 2004, vol. 64, pp. 1587-1603.
- [2] DOGHRI Issam, TINEL Laurent, Micromechanics of inelastic composites with misaligned inclusions: Numerical treatment of orientation, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 2006, vol. 195, pp. 1387-1406.
- [3] KAMMOUN S., DOGHRI I., ADAM L., ROBERT G., DELANNAY L., First pseudo-grain failure model for inelastic composites with misaligned short fibers, *ELSEVIER, Composites: Part A*, 2011, vol. 42, pp. 1892-1902.
- [4] MLEKUSCH B., LEHNER E.A., GEYMAYER W., Fibre orientation in short-fibre-reinforced thermoplastics. I. Contrast enhancement for image analysis. *Composites Science and Technology*, 1999, vol. 59, pp. 543-545.
- [5] ADVANI S.G., TUCKER C.L., The use of tensors to describe and predict fiber orientation in short fiber composites, *Journal of Rheology*, 1987, vol. 31, pp. 751-784.
- [6] EL MOUMEN A., KANIT T., IMAD A., EL MINOR H., Effect of overlapping inclusions on effective elastic properties of composites, *Mechanics Research Communications*, 2013, vol. 53, pp. 24-30.
- [7] EL MOUMEN A., KANIT T., IMAD A., EL MINOR H., Computational Thermal conductivity in porous materials using homogenization techniques: Numerical and statistical approaches, *Computational Materials Science*, 2015a, vol. 97, pp. 148-158.