

L'optimisation fiabiliste d'une plaque formée d'alliage à mémoire de forme en utilisant l'optimisation par essais particuliers

Fatma ABID^{1,2},
 Abdelkhalak ELHAMI¹,
 Tarek MERZOUKI³,
 Hassen TRABELSI²,
 Lassaad WALHA²,
 Mohamed HADDAR²

¹Laboratoire de mécanique de Normandie (LMN), INSA Rouen, Avenue de l'Université BP8, 76801, Saint Etienne du Rouvray, France

fatma.abid@insa-rouen.fr ; abdelkhalak.elhami@insa-rouen.fr

² Laboratoire de mécanique, modélisation et productique (LA2MP), ENI- Sfax, BP1173, 3038 Sfax, Tunisie

hassen.trabelsi@outlook.fr ; walhalassaad@yahoo.fr ; mohamed.haddar@enis.rnu.tn

³ Laboratoire ingénierie des systèmes de Versailles, Université de Versailles Saint Quentin de Yvelines, 10 Avenue de l'Europe 78140, VELIZY, France
tarek.merzouki@uvsq.fr

Résumé:

l'usage des coefficients de sécurité dans le domaine d'ingénierie est fréquent afin de tenir compte des incertitudes. Néanmoins, l'utilisation de ces coefficients mène souvent à des structures surdimensionnées. L'optimisation fiabiliste est développée donc pour établir le bon compromis entre l'assurance de fiabilité et la réduction du coût .

Dans cette communication, le formalisme de l'optimisation fiabiliste nous a permis de développer une méthode permettant l'obtention des coefficients de sécurité afin de garantir le niveau de fiabilité ciblé. Une application sur une plaque formée d'alliage à mémoire de forme nous a permis d'étudier l'efficacité de la méthode proposée.

Mots clefs:

Optimisation fiabiliste; Alliage à mémoire de forme; Analyse de fiabilité.

1. Introduction

Lors de la fabrication d'une structure, le comportement mécanique du produit fini peut être relativement différent à celui prévu lors de sa conception. En effet, les conditions de réalisation et de fonctionnement sont attachées d'aléas et d'incertitudes.

Pour assurer le bon fonctionnement de la structure, il est important de tenir compte de l'incertitude dès la phase de conception. Il existe plusieurs théories dans la littérature pour traiter les incertitudes. La théorie de la fiabilité des structures consiste à définir la probabilité de défaillance d'une structure par la probabilité que les conditions de bon fonctionnement ne soient pas respectées. On appelle cette étude l'analyse de la fiabilité [1].

L'intégration de l'analyse de fiabilité dans les problèmes d'optimisation constitue une nouvelle discipline introduisant des critères de fiabilité dans la recherche de la configuration optimale des structures, c'est le domaine de l'optimisation fiabiliste (RBDO) [2]. Cette méthodologie de RBDO vise donc à considérer la propagation des incertitudes dans les performances mécaniques en s'appuyant sur une modélisation probabiliste des fluctuations des paramètres d'entrée.

2. Indice de fiabilité

L'indice de fiabilité est une mesure permettant le calcul du degré de sûreté du système, il est lié à la probabilité de défaillance de système. L'indice le plus utilisé est β proposé par Hasofer et Lind [3]. La théorie se base à se placer dans l'espace des variables gaussiennes réduites. La fiabilité est exprimée par la probabilité des réalisations de succès d'un scénario représenté par une fonction de performance $H(x, u)$. Dans un espace normé, l'indice de fiabilité β est calculé par la formule suivante [4].

$$\min_u \|u\| = \sqrt{\sum u_i^2} \quad (1)$$

$$\text{sous } H(x, u) \leq 0$$

Où $u = T(x, y)$ est la transformation iso probabiliste entre les espaces physique et normé. Les variables aléatoires y sont calculés par transformation inverse $y = T^{-1}(x, u)$. La solution de l'équation (1) $u^*(x)$ est appelée la point de défaillance la plus probable (MPFP) et $\beta = \|u^*(x)\|$ est défini comme étant la distance entre l'origine de l'espace normé et le MPFP.

Dans l'analyse de la fiabilité, la première étape consiste à définir les variables aléatoires y représentant un niveau significatif de fluctuation. Ces variables peuvent être des actions extérieures, des caractéristiques géométriques et des propriétés des matériaux. Pour chacune de ces variables, on affecte une loi de probabilité. La deuxième étape consiste à définir un certain nombre de scénarios de défaillances potentiels. Pour chacun d'entre eux, une fonction de performance $H(x, u)$ est établie. En effet, l'espace des variables est devisé en deux régions: le domaine de sûreté $H(x, u) > 0$, le domaine de défaillance $H(x, u) < 0$ et la frontière entre ces domaines est appelé état limite et est défini par $H(x, u) = 0$.

3. Méthodes pour l'optimisation fiabiliste

L'intégration de l'analyse de fiabilité dans le problème d'optimisation forme une nouvelle discipline qui introduit les critères de fiabilité dans la recherche de la configuration optimale d'une structure. C'est le domaine de l'optimisation fiabiliste. L'objectif de cette méthode est de concevoir une structure afin d'établir un bon compromis entre le cout et l'assurance de fiabilité.

1.Méthode classique

Quand une approche probabiliste est employée au lieu d'une approche déterministe conventionnelle. Toutes les quantités incertaines devraient être modélisées en tant que variables aléatoires. La méthode classique consiste à effectuer deux sous problèmes [5]:

i)-Optimisation déterministe du système en intégrant la contrainte de fiabilité

$$\begin{aligned} \min_x f(x) \\ \text{sous : } \begin{cases} g_k(x) \leq 0 \\ \beta(x, u) \geq \beta_c \end{cases} \end{aligned} \quad (2)$$

Où x et u sont les vecteurs déterministes et normés. $f(x)$ est la fonction objectif à minimiser sous contrainte d'optimisation $g_k(x) \leq 0$ et la contrainte de fiabilité $\beta(x, u) \geq \beta_c$, $\beta(x, u)$ est l'indice de fiabilité de la structure et β_c est l'indice de fiabilité cible.

ii)-Analyse de fiabilité

$$\begin{aligned} \min_u \|u\| = \sqrt{\sum u_i^2} \\ \text{sous } H(x, u) \leq 0 \end{aligned} \quad (3)$$

Beaucoup de calculs analytiques ou numériques sont exigés dans l'espace des variables aléatoires pour calculer la fiabilité des structures. En effet, l'algorithme de l'optimisation fiabiliste classique consiste à effectuer tout d'abord l'analyse de fiabilité au point de départ, La solution obtenue est utilisée pour minimiser la fonction objective sous les contraintes fonctionnelles ou physiques y compris celles de fiabilité. La convergence est atteinte au bout d'un certain nombre d'itérations alternée entre la procédure d'optimisation et de fiabilité.

2.Méthode proposée et son couplage avec l'algorithme d'optimisation globale (OEP)

Le principe de cette méthode est d'appliquer des coefficients de sécurité à une structure présentant un dimensionnement optimal. Le cadre de la fiabilité permet de choisir des coefficients de sécurité impliquant la vérification des contraintes de fiabilité (Croquet et al. 2011). Ces coefficients de sécurité sont fait contre les variables aléatoires qui dégradent le plus la structure. Le calcul de ces coefficients est connu dans l'optimisation fiabiliste. Dans ce papier, les coefficients de sécurité sont calculés à partir de la méthode Karush-Kuhn-Tucker (KKT). La méthode est ainsi écrite sous la forme suivante [6-7] :

$$\begin{cases} \nabla_u (\|u^*(x)\| + \lambda \nabla_u g(x, u^*(x))) = 0 \\ \lambda g(x, u^*(x)) = 0 \\ \lambda \geq 0 \\ g(x, u^*(x)) \leq 0 \end{cases} \quad (4)$$

Avec λ est le multiplicateur lagrangien qui permet de tenir en compte de la contrainte $g(x, u^*(x)) \leq 0$. Ainsi, l'équation (4) peut être écrite de cette manière:

$$\begin{cases} \frac{u^*(x)}{\|u^*(x)\|} = \frac{\nabla_u g(x, u^*(x))}{\|\nabla_u g(x, u^*(x))\|} \\ g(x, u^*(x)) = 0 \end{cases} \quad (5)$$

Avec le gradient de la contrainte est défini dans l'espace standard. La transformation iso probabiliste $T(\cdot)$ est utilisée afin de passer à l'espace physique comme suit:

$$\nabla_u g(x, u^*(x)) = (\nabla_x y)^T (\nabla_y G(x, y^*(x))) \quad (6)$$

Avec $\nabla_x y$ est le jacobéen de la transformation entre les deux espaces.

Afin de calculer RBDO d'une structure, l'indice de fiabilité cible doit être défini. A la fin de processus de RBDO, cet indice doit être achevé. D'une autre manière, l'optimum doit vérifier $\|u^*(x)\| = \beta^{target}$.

Remplaçant l'équation (6) dans l'équation (5), on obtient donc:

$$u^*(x) = -\beta^{target} \frac{(\nabla_x y)^T (\nabla_y G(x, y^*(x)))}{\|(\nabla_x y)^T (\nabla_y G(x, y^*(x)))\|} \quad (7)$$

La transformation de l'espace physique à l'espace standard est donnée par:

$$u_i = \frac{y_i - x_i}{s_i} \quad (8)$$

Avec s_i est l'écart type de variable aléatoire i . Considérant que y_i^* est relié au x_i utilisant le coefficient de sécurité par l'équation (9):

$$x_i = S_{f_i} \cdot y_i^* \quad (9)$$

Remplaçant l'équation (8) et (9) dans l'équation (7), S_{f_i} est présenté par l'équation (10):

$$S_{f_i} = 1 + \beta^{target} \frac{s_i}{y_i^*(x)} \frac{[(\nabla_x y)^T (\nabla_y G(x, y^*(x)))_i]}{\|(\nabla_x y)^T (\nabla_y G(x, y^*(x)))\|} \quad (10)$$

Avec S_{f_i} est le facteur de sécurité pour un variable aléatoire i avec ($i=1,...,Np$), Np est le nombre de variables aléatoires.

4. l'optimisation par essaim particuliers

L'optimisation par essaims particuliers (OEP) ou en anglais Particle Swarm Optimization (PSO) est un algorithme évolutionnaire [8]. Cet algorithme a été inventé par Russel Eberhat et James Kenedy en 1995. L'essaim des particules correspond à une solution du problème, appelés particules. Chaque particule possède une position et une vitesse. Aussi, chaque particule possède une mémoire lui permettant de se souvenir de sa meilleure performance et de la meilleure performance atteintes par les particules voisines [9]. Dans un espace de recherche de dimension D , la particule i de l'essaim est modélisée par son vecteur position $\vec{x}_i = (x_{i1}, x_{i2}, ..., x_{iD})$ et par son vecteur vitesse $\vec{v}_i = (v_{i1}, v_{i2}, ..., v_{iD})$. La qualité de sa position est déterminée par la valeur fonction objectif en ce point. Cette particule garde en mémoire la meilleure position par laquelle elle est déjà passée qu'on le note $\vec{P}_{best} = (p_{best1}, p_{best2}, ..., p_{bestD})$. La meilleure position atteinte par les particules de l'essaim est notée $\vec{G}_{best} = (g_{best1}, g_{best2}, ..., g_{bestD})$.

Au départ, les particules de l'essaim sont initialisées dans l'espace de recherche du problème. Après, à chaque itération, chaque particule se déplace en combinant linéairement les 3 composantes citées ci-dessus. En effet, à l'itération $t+1$, le vecteur vitesse et le vecteur position sont calculés à partir de l'équation (11).

$$\begin{cases} v_{i,j}^{t+1} = w v_{i,j}^t + c_1 r_{1,i,j}^t (p_{best,i,j}^t - x_{i,j}^t) + c_2 r_{2,i,j}^t (g_{best,i,j}^t - x_{i,j}^t); j \in \{1, 2, ..., D\} \\ x_{i,j}^{t+1} = x_{i,j}^t + v_{i,j}^{t+1}; j \in \{1, 2, ..., D\} \end{cases} \quad (11)$$

Où w est une constante, appelée coefficient d'inertie, c_1 et c_2 sont deux constantes, appelées coefficient d'accélération, r_1 et r_2 sont deux nombres aléatoires tirés uniformément dans $[0,1]$ à chaque itération et pour chaque dimension j . Une fois le déplacement des particules effectué, les nouvelles positions sont évaluées et les deux vecteurs \vec{P}_{best_i} et \vec{G}_{best_i} sont mis à jour à l'itération $t+1$.

5. Application numérique

On s'intéresse dans cette section à deux problèmes d'optimisation sous contrainte de fiabilité dans le but de vérifier les avantages et les inconvénients de la méthode proposée par rapport aux méthodes classiques de l'optimisation fiabiliste : RIA et PMA.

1. Application mathématique

Il s'agit d'étudier le dimensionnement d'une colonne courte dont la section est rectangulaire de dimensions B et H . La structure proposée est optimisée afin de minimiser la section. La colonne est soumise à deux moments de flexion qui valent respectivement $M_1 = 250 \text{ kNm}$ et $M_2 = 125 \text{ kNm}$ et une force qui est prise égale à $F = 2500 \text{ kN}$. La contrainte maximale de la colonne est $Y = 40 \text{ MPa}$. Les deux dimensions B et H constituent les variables d'optimisation du problème et forment les composants du vecteur $d = (B, H)$. Ces variables ont une distribution normale avec un écart type fixé à 0.03 m . La fonction de performance s'écrit de la manière suivante:

$$G(d) = 1 - \frac{4M_1}{BH^2Y} - \frac{4M_2}{B^2HY} - \frac{F^2}{(BHY)^2} \quad (12)$$

Le problème d'optimisation consiste donc à minimiser la section de la structure en agissant sur la moyenne des deux variables B et H tout en cherchant à garantir un indice de fiabilité minimale β égal à 3. Formellement, le problème est défini par :

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } f(x) = B.H \\ & \text{subject to :} \\ & \left\{ \begin{array}{l} \Pr(G(x, y) \leq 0) \leq P_f^{\text{allowed}} \\ 0 \leq B \\ 0.5 \leq \frac{B}{H} \leq 2 \end{array} \right. \end{aligned} \quad (13)$$

Table 1. Résultats de RBDO pour une colonne courte

$\beta = 3$	Facteur de sécurité		RBDO (RIA)		RBDO (PMA)	
	B	H	B	H	B	H
y^*	0.2543	0.5065	0.3056	0.4249	0.3057	0.4247
x	0.3201	0.5723	0.3765	0.4803	0.3765	0.4803
Section (m^2)	0.1832		0.1808		0.1808	
TC (s)	1.0825		2.0123		2.9359	

Le Tableau 1 récapitule les résultats obtenus avec les méthodes RIA, PMA et la méthode proposée basée sur le facteur de sureté. Nous pouvons constater que les résultats sont proches et satisfont le niveau de fiabilité. Cette observation est satisfaisante car la méthode proposée basée sur le facteur de sureté ne fournit qu'une solution approchée du problème de RBDO. La dernière colonne du tableau présente le temps de calcul nécessaire pour la résolution du

problème d'optimisation fiable. L'approche par facteur de sureté présente ainsi une réduction de temps de calcul par rapport aux méthodes classiques.

Suite à l'utilisation de l'élément fini pour le calcul de la fonction de l'état limite, la réduction de temps de calcul est importante. Dans la section suivante, le problème de la plate en alliage de forme est traité afin de démontrer l'efficacité de la méthode proposée.

2. Plate en alliage à mémoire de forme

Une plate en alliage à mémoire de forme est optimisée afin de vérifier ces limitations mécaniques. La configuration est présentée dans la figure 1. La longueur L de la plate vaut 100 mm . Le rayon r et la hauteur h constituent les variables d'optimisation du problème et forment les deux composantes du vecteur x . Le matériau de la structure est un alliage en mémoire de forme dont les paramètres sont récapitulés dans le Tableau 2. La structure, encastrée au niveau du bord bas et bord gauche, est soumise à un déplacement sur le bord droit. La mode de défaillance est défini par la contrainte équivalente maximale $\sigma_{eq}(x)$ calculée dans la structure qui doit être inférieure à la limite de Von Mises $\sigma_{VonMises}$.

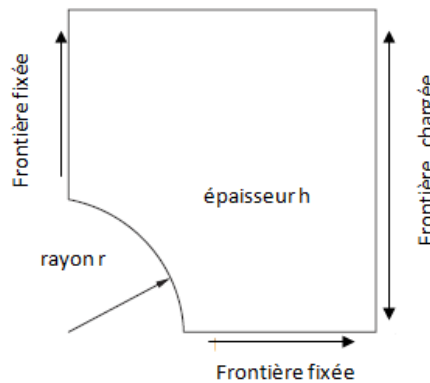


Figure 1. Plate en alliage à mémoire de forme

Table 2. Paramètres de matériau

Constante	Sens	Valeur
h (MPa)	Paramètre de durcissement	5000
T_0 (K)	Température de référence	253.15
R (MPa)	Limite élastique	45
β (MPa K ⁻¹)	Paramètre d'échelle de température	75
ε_L	Déformation maximale	0.33
E_m (MPa)	Module de martensite	70000

On cherche à déterminer le vecteur x qui permet de minimiser le volume de la structure en satisfaisant les contraintes de fiabilité. Formellement, le problème est défini par:

$$\begin{aligned}
 & \text{Minimize : } volume(x) \\
 & \text{subject to:} \\
 & \left\{ \begin{array}{l} P_f(G(x, y) \leq 0) \leq P_f^{allowed} = 300\text{MPa} \\ 15\text{mm} \leq m_r \leq 25\text{mm} \\ 5\text{mm} \leq m_h \leq 15\text{mm} \end{array} \right. \quad (14)
 \end{aligned}$$

Avec $volume(x)$ est le volume de la structure pour la configuration x donnée. L'indice de fiabilité cible requis est $\beta_c = 3$. Ici, l'évaluation de fonction de performance requiert l'utilisation

d'un logiciel élément fini ANSYS. Le problème d'optimisation fiabiliste est ainsi résolu par la méthode d'optimisation avec des facteurs de sécurité. Le tableau 3 récapitule les résultats obtenus avec la méthode proposée. Afin d'obtenir le niveau de fiabilité cible, les coefficients de sécurité à appliquer sont respectivement $s_1=1.2007$ et $s_2=0.98$.

Table 3. Résultats de RBDO pour une plate en SMA

	Distribution	Point De conception	Facteur de sécurité	Point Optimale
Variables de conception	r (mm)	Normal	20	1.2007
	h (mm)	Normal	10	0.98
Fonction Objective(mm ³)	V	96858		93561
Contrainte d'optimisation (MPa)	σ_{\max}	219.29		218.86

6. Conclusion

On propose dans cette communication un algorithme sous fiabilité basé sur l'utilisation des facteurs de sécurité. L'efficacité de la méthode d'optimisation avec des facteurs de sécurité par rapport à la méthode classique a été démontré. Son application à un problème de dimensionnement en ingénierie a montré sa capacité à fournir une solution de bonne qualité. Ces exemples montrent également que la séparation entre les phases d'optimisation et le traitement fiabiliste s'avère une stratégie intéressante pour réduire le temps de calcul.

7. Bibliographie

- [1] CROQUET, Rémi, LEMOSSE, Didier, SOUZA DE CURSI, Eduardo, et al. Un schéma itératif pour l'optimisation fiabiliste basé sur l'obtention de coefficients de sécurité optimaux. 20ème Congrès Français de Mécanique, Besançon, France (FR), , 28 août /2 sept. 2011.
- [2] KHARMANDA, G., IBRAHIM, Mohamed Haisam, AL-KHEER, A. Abo, et al. Reliability-based design optimization of shank chisel plough using optimum safety factor strategy. Computers and electronics in agriculture, 2014, vol. 109, pp. 162-171.
- [3] HASOFER, Abraham M. and LIND, Niels C. Exact and invariant second-moment code format. Journal of the Engineering Mechanics division, 1974, vol. 100, no 1, p. 111-121.
- [4] KHARMANDA, G. and IBRAHIM, H. Intégration de l'Optimisation Fiabiliste en Applications Industrielles. Research Journal of Aleppo University, 2009, vol. 72, pp. 364-379.
- [5] AOUES, Younes et CHATEAUNEUF, Alaa. Benchmark study of numerical methods for reliability-based design optimization. Structural and multidisciplinary optimization, 2010, vol. 41, no 2, pp. 277-294.
- [6] CHENG, Gengdong, XU, Lin, and JIANG, Lei. A sequential approximate programming strategy for reliability-based structural optimization. Computers & structures, 2006, vol. 84, no 21, p. 1353-1367.
- [7] LOPEZ, Rafael Holdorf, LEMOSSE, Didier, DE CURSI, José Eduardo Souza, et al. An approach for the reliability based design optimization of laminated composites. Engineering Optimization, 2011, vol. 43, no 10, p. 1079-1094.
- [8] ELLAIA, Rachid, HABBAL, Abderrahmane, and PAGNACCO, Emmanuel. A New Accelerated Multi-objective Particle Swarm Algorithm. Applications to Truss Topology Optimization. In : 10th World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization. 2013.
- [9] EL DOR, Abbas. Perfectionnement des algorithmes d'optimisation par essaim particulière: applications en segmentation d'images et en électronique. 2012. Thèse de doctorat. Université Paris-Est.

INTERNATIONAL CONGRESS FOR APPLIED MECHANICS JET'2018
2, 3 ET 4 MAI 2018, MARRAKECH - MAROC

Proposition pour conférence plénière

Eléments finis spéciaux pour applications spécifiques – Histoire et réalités d'aujourd'hui

Special finite elements for specific applications. History and now-a-days reality

Rezak AYAD, Professeur, Université de Reims Champagne-Ardenne, France

rezak.ayad@univ-reims.fr

Mots clés :

Element finis spéciaux, solides et coques, Composites, valeurs ajoutées et cinématiques particulières

Keywords:

Special finite Elements, solids and shells, Composites, added values and particular kinematics

RESUME :

Le développement d'éléments finis revient sur scène depuis environ une dizaine d'années, avec comme fil conducteur une spécificité applicative ciblée, mais aussi des exigences traditionnelles de précision et de convergence. Une pléthore de modèles sont certes proposés mais « aucun n'apparaît comme étant le meilleur » : une constatation souvent mise en avant, car motivée entre autres par l'exigence de précision. Aujourd'hui, il est important de savoir que les éléments finis classiques ou standards, formulés pour la plus part sur la base des interpolations de Lagrange, qu'ils soient intégrés exactement ou sous-intégrés, commencent à montrer leurs limites dans un monde où les technologies ou procédés industriels (mise en forme des matériaux, multi-matériaux et leurs comportements multi-physiques, aspects multi-échelles, ...) ne cessent d'évoluer.

La conférence se propose de mettre en exergue quelques valeurs ajoutées pouvant intégrer des approches aux éléments finis, en faisant apparaître des cinématiques particulières ou des spécificités applicatives ciblées. La vocation restera à jamais l'amélioration des résultats de simulation de problèmes d'ingénierie. Ainsi, de la mise en forme des matériaux, notamment composites et biocomposites (sujets d'actualité), aux problèmes multi-physiques, sont présentées quelques démarches de modélisation par éléments finis spéciaux.

ABSTRACT:

Development of finite elements comes back since about a decade, with specific application targeted as conductive thread, but also classical requirements of accuracy and convergence.

A plethora of models are proposed but “none seems to be the best”: a finding often put forward, motivated by precision’s requirements inter alia. Now-a-days, it becomes important to know that classical finite elements, based for the most part on Lagrange interpolations, whether they’re exactly integrated or under-integrated, are starting to show their limits, in a world where technologies or industrial processes (material forming, multi-materials and their multi-physic behaviors, multi-scales aspects,) continue to evolve.

Conference’s topic highlights some added values that can integrate finite element approaches, by showing up particular kinematics or targeted application specificities. Vocation remains forever the improvement of simulation results of engineering problems. Thus, from material forming process (especially composites and biocomposites), to multi-physical problems, are presented some modeling approaches by special finite elements.