

# L'algorithme de Viterbi

L'algorithme de Viterbi est un algorithme de programmation dynamique utilisé pour résoudre le problème de décodage d'un modèle de Markov caché (Hidden Markov Model - HMM). Son objectif est de trouver la séquence la plus probable d'états cachés, en fonction des observations observées. Il est largement utilisé dans divers domaines tels que le traitement automatique du langage naturel, la reconnaissance de la parole, la bioinformatique, etc.

## **1. Modèle de Markov Caché (HMM) :**

Un modèle de Markov caché est un modèle probabiliste composé de deux processus simultanés

- Un processus observable : Les observations (O) que l'on peut voir directement.
- Un processus caché : Les états (S) qui génèrent les observations, mais qui ne sont pas directement observables.

Les HMM sont caractérisés par trois ensembles de paramètres :

- La matrice de transition (A) :  $A[i][j]$  représente la probabilité de passer de l'état  $i$  à l'état  $j$ .
- La matrice d'émission (B) :  $B[i][j]$  représente la probabilité d'observer l'observation  $j$  à partir de l'état  $i$ .
- Le vecteur de probabilités initiales ( $\pi$ ) :  $\pi[i]$  représente la probabilité que la séquence commence par l'état  $i$ .

## **2. Objectif de l'algorithme de Viterbi :**

L'objectif principal de l'algorithme de Viterbi est de trouver la séquence d'états cachés (S) qui maximise la probabilité conditionnelle  $P(S|O)$ , c'est-à-dire la probabilité de l'état caché donné les observations observées.

## **3. Détails mathématiques de l'algorithme de Viterbi :**

Soit :

- O : Une séquence d'observations (observations observées).
- S : Une séquence d'états cachés (états inconnus).
- A : Matrice de transition, où  $A[i][j]$  représente la probabilité de passer de l'état  $i$  à l'état  $j$ .
- B : Matrice d'émission, où  $B[i][j]$  représente la probabilité d'observer l'observation  $j$  à partir de l'état  $i$ .

-  $\pi$  : Vecteur de probabilités initiales, où  $\pi[i]$  représente la probabilité que la séquence commence par l'état  $i$ .

L'algorithme de Viterbi suit les étapes suivantes :

**Étape d'initialisation :**

$V[0][state] = \pi[state] * B[state][O[0]]$  pour chaque état  $state$  dans  $S$ .

Initialisation de la première colonne de la matrice  $V$  avec les probabilités des états cachés initiaux en fonction de la première observation.

**Étape de récursion :**

$$V[t][current\_state] = \max(V[t-1][prev\_state] * A[prev\_state][current\_state] * B[current\_state][O[t]])$$

Calcule les probabilités maximales pour chaque état caché à l'instant de temps  $t$  en fonction des probabilités calculées à l'instant de temps  $t-1$ .

**Étape de terminaison :**

$prob, state = \max(V[T-1][final\_state])$  pour chaque  $final\_state$  dans  $S$ .

Trouve la probabilité maximale à la dernière position de la matrice  $V$  pour obtenir la probabilité maximale de la séquence observée étant donné le modèle HMM.

Retourner le chemin optimal :

Le chemin optimal est construit en remontant les étapes à partir de l'état caché ayant la probabilité maximale à l'instant  $T$ , puis en suivant les états précédents à chaque instant de temps jusqu'à l'instant  $t=0$ .

**4. Conclusion :**

L'algorithme de Viterbi est un outil puissant pour résoudre le problème de décodage des modèles de Markov cachés. Grâce à sa complexité temporelle efficace, il peut être utilisé pour des problèmes réels nécessitant la prédiction d'états cachés à partir d'observations. Cependant, il suppose que le modèle HMM est bien spécifié et que les paramètres du modèle sont connus à l'avance. L'algorithme de Viterbi continue d'être une base importante pour de nombreuses applications pratiques dans les domaines de la reconnaissance de motifs et du traitement de données séquentielles.