Probleem 1: Beskou die volgende aanvangswaardeprobleem, wat 'n vrye ongedempte veer-massa stelsel beskryf:

Problem 1: Consider the following initial value problem, that describes a free undamped springmass system:

$$x'' + 9x = 0$$
, $x(0) = 1$, $x'(0) = 3\sqrt{3}$.

Los die probleem op, skryf die oplossing in amplitude-fase vorm, en skets x as 'n funksie van t. Dui ook die amplitude, periode, frekwensie en fase-verskuiwing van die beweging aan.

Solve the problem, write the solution in amplitudephase form, and sketch x as a function of t. Also indicate the amplitude, period, frequency and phase shift of the motion.

Probleem 2: Die twee probleme hieronder beskryf elkeen 'n vrye veer-massa stelsel met demping:

Problem 2: The two problems below each describes a free spring-mass system with damping:

(a)
$$x'' + 2x' + 5x = 0$$
, $x(0) = 1$, $x'(0) = -3$

(b)
$$x'' + 3x' + 2x = 0$$
, $x(0) = -1$, $x'(0) = 4$

x(0) = 0,

Bepaal in elke geval of die demping swaar, kritiek of lig is. Los dan elke probleem op. Skryf die oplossing van (a) in amplitude-fase vorm en skets x(t).

Determine whether each is over-, critically or underdamped. Then solve each problem. Write the solution of (a) in amplitude-phase form and sketch x(t).

Probleem 3: Beskou die volgende aanvangswaardeprobleem wat 'n veer-massa stelsel beskryf:

(a) Is die veer-massa stelsel: lineêr? gedemp? aangedrewe? Wat is die natuurlike frekwensie van die stelsel? Wat is die drywingsfrekwensie van die

 $\frac{d^2x}{dt^2} + 2x = \sin(t),$

(a) Is the spring-mass system: linear? damped? driven? What is the natural frequency of the system? What is the driving frequency of the system?

(b) Los die aanvangswaardeprobleem.

stelsel?

(b) Solve the initial value problem.

x'(0) = 0.

Probleem 4: Beskou die volgende veer-massa stelsel:

$$x'' + 4x = 4.1\cos(2.1t), \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 0.$$

system:

- (a) Hoewel die voorwerp aan die veer aanvanklik in die ewewigsposisie hang, in rus, sal dit begin beweeg. Wat veroorsaak hierdie beweging?
- (b) Bevestig dat $x(t) = 10 [\cos(2t) \cos(2.1t)]$ wel die DV en aanvangswaardes hierbo bevredig.
- (c) Skryf die oplossing wat in deel (b) gegee word in die vorm $x(t) = A \sin(\alpha t) \sin(\beta t)$, waar jy A, α en β moet bepaal.
- (d) Gebruik die resultaat in deel (c) om 'n grafiek van x teenoor t te skets vir $0 \le t \le 125$. Jou skets moet die gedrag van die oplossing duidelik toon.

(a) Even though the object hanging from the spring is initially in the equilibrium position, in rest, it will

Problem 4: Consider the following spring-mass

(b) Verify that $x(t) = 10[\cos(2t) - \cos(2.1t)]$ does indeed satisfy the above DE and initial conditions.

start moving. What causes this motion?

- (c) Write the solution given in part (b) in the form $x(t) = A\sin(\alpha t)\sin(\beta t)$, where you need to determine A, α and β .
- (d) Use the result in part (c) to sketch a graph of x against t for $0 \le t \le 125$. Your sketch must show the behaviour of the solution clearly.