Toegepaste Differensiaalvergelykings / *Applied differential equations* 244

Tutoriaal / *Tutorial* - 1

P1 Gee die orde van elk van die volgende gewone differensiaalvergelykings, en besluit ook watter is lineêr.

P1 State the order of each of the following ordinary differential equations and also decide which ones are linear.

$$\textbf{(a)}\ \ t^5y^{(4)} - t^3y'' + 6y = 0 \qquad \textbf{(b)}\ \ x\frac{d^3y}{dx^3} - \left(\frac{dy}{dx}\right)^4 + y = 0 \qquad \textbf{(c)}\ \ \frac{d^2u}{dr^2} + \frac{du}{dr} + u = \cos(r+u)$$

P2 Is die volgende DV lineêr in die afhanklike veranderlike y? Is dit lineêr indien die afhanklike veranderlike x is?

P2 Is the following DE linear in the dependent variable y? Is it linear if the dependent variable is x?

$$x\,dy + (y + xy - xe^x)\,dx = 0$$

P3 Beskou die funksie $y = x + 4\sqrt{x+2}$. Bevestig dat hierdie funksie 'n eksplisiete oplossing is vir die DV $(y-x)y' = y - x + 8$. Vir watter waardes van x is $y(x)$ 'n werklike waarde? Gee nou die grootste moontlike interval I waaroor die funksie y 'n oplossing van bostaande DV is.

P3 Consider the function $y = x + 4\sqrt{x+2}$. Verify that this function is an explicit solution to the DE $(y-x)y' = y - x + 8$. For what values of x is $y(x)$ a real-valued function? Now give the largest possible interval I over which the function y is a solution of the above DE.

P4 Bevestig dat $-2x^2y + y^2 = 1$ 'n implisiete oplossing van die volgende DV is.

P4 Verify that $-2x^2y + y^2 = 1$ is an implicit solution of the following DE.

$$(x^2 - y)\frac{dy}{dx} + 2xy = 0$$

P5 Bevestig dat die familie van funksies $y = c_1e^{3x} + c_2xe^{3x}$ die volgende DV bevredig.

P5 Verify that the family of functions $y = c_1e^{3x} + c_2xe^{3x}$ satisfies the following DE.

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 6\frac{dy}{dx} + 9y = 0$$

P6 Vind alle moontlike waardes vir m sodat die funksie $y = x^m$ die differensiaalvergelyking $xy'' + 2y' = 0$ bevredig.

P6 Find all possible values of m so that the function $y = x^m$ satisfies the differential equation $xy'' + 2y' = 0$.

P7 Aanvaar dat $y = 1/(1+ce^{-x})$ 'n een-parameter familie van oplossings is vir die eerste-orde DV $y' = y - y^2$. Vind 'n oplossing vir die aanvangswaardeprobleem wat uit hierdie DV en aanvangsvoorwaarde $y(-1) = 2$ bestaan.

P7 Assume that $y = 1/(1+ce^{-x})$ is a one-parameter family of solutions of the first-order DE $y' = y - y^2$. Find a solution of the initial value problem consisting of this DE and the initial condition $y(-1) = 2$.

P8 Aanvaar $x = c_1\cos t + c_2\sin t$ is 'n twee-parameter familie van oplossings vir die 2de-orde DV $x'' + x = 0$. Vind 'n oplossing vir die aanvangswaardeprobleem wat uit hierdie DV en voorwaardes $x(\pi/4) = \sqrt{2}$ en $x'(\pi/4) = 2\sqrt{2}$ bestaan.

P8 Assume that $x = c_1\cos t + c_2\sin t$ is a two-parameter family of solutions of the second-order DE $x'' + x = 0$. Find a solution of the initial value problem consisting of this DE and the initial conditions $x(\pi/4) = \sqrt{2}$ and $x'(\pi/4) = 2\sqrt{2}$.

P9a Bevestig dat $3x^2 - y^2 = c$ 'n een-parameter familie van oplossings is van $y\,dy/dx = 3x$.

P9a Verify that $3x^2 - y^2 = c$ is a one-parameter family of solutions of $y\,dy/dx = 3x$.

P9b Skets 'n grafiek van die partikuliere implisiete oplossing $3x^2 - y^2 = 3$. Vind nou al die eksplisiete oplossings van die DV in deel (a) wat deur hierdie verwantskap gedefinieer word, en gee elkeen se definisie-interval I.

P9b Sketch a graph of the particular implicit solution $3x^2 - y^2 = 3$. Now find all the explicit solutions of the DE in part (a) defined by this relation, and give the interval I of definition of each.

P9c Die punt $(-2, 3)$ lê op die grafiek van deel (b). Watter van die eksplisiete oplossings uit deel (b) bevredig $y(-2) = 3$?

P9c The point $(-2, 3)$ is on the graph of part (b). Which of the explicit solutions from part (b) satisfies $y(-2) = 3$?

P9d Bestaan daar enige eksplisiete oplossings vir $y\,dy/dx = 3x$ wat deur die oorsprong gaan?

P9d Are there any explicit solutions of $y\,dy/dx = 3x$ that pass through the origin?