Cálculo I **Name:** ____________________

AP 1

Time Limit: 240 Minutes Teaching: Joel Castro

1. (1 point) (POSCOMP 2018, Q5) Calcule o limite de

$$\lim_{h\to 0}(\sqrt{x^4+x^2}+\sqrt{x^2+5x}-x-x)$$

a) 1 b) 5 c) ∞ d) 0 e) 3

2. (1 point) (POSCOMP 2017, Q6) O limite de $\sqrt[n]{\frac{n^2+1}{n^7-2}}$ quando $n \to \infty$ é:

a) 1 b) 0 c) ∞ d) 2/7 e) 1/2

3. (14 points) Calcule os seguintes limites, para todo n natural:

1. $$\lim_{x\to\pi/2}[cos(x)-1]^{tgx}$$

2. $$\lim_{x\to b}\frac{cosx-cosb}{x-b}$$

3. $$\lim_{x\to b}\frac{tgx-tgb}{x-b}$$

4. $$\lim_{x\to b}\frac{lnx-lnb}{x-b}$$

5. $$\lim_{x\to b}\frac{secx-secb}{x-b}$$

6. $$\lim_{h\to 0}\frac{cotg(x+h)-cotgh}{h}$$

7. $$\lim_{x\to b}\frac{x^n-b^n}{x-b}$$

8. $$\lim_{x\to b}\frac{x^{1/n}-b^{1/n}}{x-b}$$

9. $$\lim_{x\to 0}\frac{x^2}{\sqrt{x^2+12}-\sqrt{12}}$$

10. $$\lim_{x\to+\infty}\frac{\{x+c\}^x}{\{x+a\}^x}$$

11. $$\lim_{x\to\pi/2}\frac{tg(2x)}{x-\pi/2}$$

12.
$$\lim_{x\to 0}\frac{a^x-b^x}{x}$$

13.
$$\lim_{x\to \pi/3}\frac{\sqrt{3}-2sen(x)}{x-\pi/3}$$

14.
$$\lim_{x\to \infty}\frac{e^x}{x^n}$$

15.
$$\lim_{x\to 0}\{1+sen(4x)\}^{cotgx}$$

4. (1 point) Calcule:
$$\lim_{n\to +\infty}\frac{1}{n^3}\sum_{k=1}^{n-1}k^2$$
(Sugestão: Verifique que $1^2+2^2+3^2+...+n^2=\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$)

5. (2 points) Prove que o limite é o número indicado, aplicando a definição:

1.
$$\lim_{x\to -2}\frac{x^2-4}{x+2}=-4$$

2.
$$\lim_{x\to 3/2}\sqrt{\frac{8t^3-27}{4t^2-9}}=3\sqrt{2}/2$$

6. (1 point) Encontre o limite indicado, se existir; se não, indique a razão disto:
$$G(t)=\begin{cases}\sqrt[3]{t+1} & \text{se } t\leq -1\\ \sqrt{1-t^2} & \text{se } -1<t<1\\ \sqrt[3]{t-1} & \text{se } 1\leq t\end{cases}$$
$$\lim_{t\to -1}G(t)$$

7. (1 point) Sabe-se que a sequencia $\sqrt{a}$, $\sqrt{a+\sqrt{a}}$, $\sqrt{a+\sqrt{a+\sqrt{a}}}$, ..., é convergente. Calcule seu limite.

8. (1 point) Uma partícula desloca-se sobre o eixo 0_x com aceleração constante a, $a>0$. Suponha que no instante $t=0$ a velocidade seja zero. A velocidade no instante t é, então, dada por $v(t)=at$. Divida o intervalo de tempo $[0,T]$ em n intervalos de amplitudes iguais a $\frac{T}{n}$. No instante $\frac{T}{n}$ a velocidade será $\frac{aT}{n}$, no instante $\frac{2T}{n}$, será $\frac{2aT}{n}$ etc. Supondo n sufientemente grande, o espaço percorrido entre os instantes $\frac{T}{n}$ e $\frac{2T}{n}$ será aproximadamente $\frac{aT}{n}$. $\frac{T}{n}$ (por quê?); entre os instantes $\frac{2T}{n}$ e $\frac{2T}{n}$ o espaço percorrido será aproximadamente $\frac{2aT}{n}$. $\frac{T}{n}$ etc.

Calcule e Interprete cinematicamente e geometricamente o resultado de:
$$\lim_{n\to +\infty}\left[\frac{aT}{n}\frac{T}{n}+\frac{2aT}{n}\frac{T}{n}+...+\frac{(n-1)aT}{n}\frac{T}{n}\right]$$

1

[1] I see the bad moon rising. I see trouble on the way. I see bad times today. (Bad Moon Rising song of Creedence Clearwater Revival)