

AP 3

Time Limit: 120 Minutes

Teaching:

Joel Castro

1. (4 points) Calcule a Área do conjunto dado:

1. A é o conjunto de todos os (x,y) tais que $\arctg x < y < x^3$
2. A é o conjunto do plano limitado pelas retas $x = 0$ e $x = \pi$ e pelos gráficos de $y = \cos 2x$ e $y = \sin 2x$
3. A é o conjunto do plano limitado pelas retas $x = 0$ e $x = \pi$ e pelos gráficos de $y = \cos x$ e $y = 1 - \cos x$
4. A é o conjunto do plano limitado pelos gráficos $y = x^3 - x$ e $y = \sin \pi x$

2. (4 points) Nas questões a seguir construa os gráficos definindo os pontos de máximo, mínimo e inflexão e as assíntotas verticais, horizontais e inclinadas e determine as raízes, se houver:

a.

$$f(x) = \sin(x) \cos(x)$$

b.

$$f(x) = e^x - e^{-x}$$

c.

$$f(x) = \frac{x^3 - 8}{x^2 - 4}$$

d.

$$f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x$$

3. (1 point) Uma partícula desloca-se sobre o eixo 0_x com aceleração constante a , $a > 0$. Suponha que no instante $t = 0$ a velocidade seja zero. A velocidade no instante t é, então, dada por $v(t) = at$. Divida o intervalo de tempo $[0, T]$ em n intervalos de amplitudes iguais a $\frac{T}{n}$. No instante $\frac{T}{n}$ a velocidade será $\frac{aT}{n}$, no instante $\frac{2T}{n}$, será $\frac{2aT}{n}$ etc. Supondo n suficientemente grande, o espaço percorrido entre os instantes $\frac{T}{n}$ e $\frac{2T}{n}$ será aproximadamente $\frac{aT}{n} \cdot \frac{T}{n}$ (por quê?); entre os instantes $\frac{2T}{n}$ e $\frac{3T}{n}$ o espaço percorrido será aproximadamente $\frac{2aT}{n} \cdot \frac{T}{n}$ etc.

Calcule e Interprete cinematicamente e geometricamente o resultado de:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left[\frac{aT}{n} \frac{T}{n} + \frac{2aT}{n} \frac{T}{n} + \dots + \frac{(n-1)aT}{n} \frac{T}{n} \right]$$

4. (9 points) Calcule os seguintes limites, para todo n natural:

1.

$$\lim_{x \rightarrow \pi/2} [\cos(x/2) + 1]^{tgx}$$

2.

$$\lim_{x \rightarrow b} \frac{\cos x - \cos b}{x - b}$$

3.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + 12} - \sqrt{12}}$$

4.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\{x + c\}^x}{\{x + a\}^x}$$

5.

$$\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\operatorname{tg}(2x)}{x - \pi/2}$$

6.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - b^x}{x}$$

7.

$$\lim_{x \rightarrow \pi/3} \frac{\sqrt{3} - 2\operatorname{sen}(x)}{x - \pi/3}$$

8.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^n}$$

9.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \{1 + \operatorname{sen}(4x)\}^{\cot gx}$$

5. (5 points) Calcule:

1.

$$\int_{-\pi}^{\pi} \operatorname{sen}(nx) \cos(mx) dx$$

onde m e n são naturais não nulos.

2.

$$\int \frac{\cos^4 x}{\operatorname{sen}^4 x} dx$$

3.

$$\int \cot g^n x dx$$

onde n é natural não nulo.

4.

$$\int \frac{x^4 + 2x^2 - 8x + 4}{x^3 - 8} dx$$

5.

$$\int_0^1 x^n (1-x)^m dx$$

onde m e n são naturais não nulos.

6. (1 point) Um automóvel viajando a uma velocidade de $9m/s$ aproxima-se de um cruzamento, um caminhão viajando a uma velocidade de $12m/s$, o atravessa. O automóvel e o caminhão estão em estradas perpendiculares entre si. Quanto tempo após o caminhão deixar o cruzamento, os veículos estarão mais próximos um do outro?

7. (1 point) Um cone circular reto deve ser inscrito em uma esfera com um raio dado. Ache a razão entre a altura e o raio da base do cone de maior volume possível.

OBS: Faça no mínimo três pontos referentes a derivadas, integrais e limites. Não tente fazer mais que dez pontos. ¹

¹"A verdade é como poesia. E a maioria das pessoas odeia poesia". (Do Filme "A grande aposta")