EDO **Name:** ____________________________

AP 1

Time Limit: 24 horas Teaching: Joel Castro

1. (0.5 pontos) Uma caixa de água tem a forma de um paralelepípedo de dimensões da base sendo a e b em metros e de altura (c m) e está inicialmente cheia. No fundo da caixa existe uma pequena abertura circular de raio r, em metros. Indique por y = y(t) a altura da água no tanque no instante t. Sabe-se que a velocidade com que a água deixa o tanque pela abertura no fundo é de $\sqrt{2gy}$ m/s. Encontre a altura y da água na caixa em função de t e o instante que o tanque esvazia.

2. (0.5 pontos) Um tanque cilíndrico de r m de raio e h m de altura recebe constantemente v m^3 de água por minuto. Porém no fundo deste tanque há um buraco. Segundo a Lei de Torricelli, a vazão de agua pelo buraco (dado, digamos, em m^3/min) é proporcional é raiz quadrada da altura do nível da agua no tanque. Assuma que saibamos por experimentos que esta constante de proporção é k. Se começarmos com o tanque vazio, ele irá ou não eventualmente transbordar? Indique as condições para que isso ocorra ou não ocorra.

3. (0.5 pontos) Resolva a equação diferencial de Beroulli

$$\dot{y} = ry - ky^2$$

, onde r e k são constantes positivas. Indique a função de r e k e faça sua análise dimensional. Exemplipifique a aplicabilidade dessa equação diferencial.

4. (0.5 pontos por item) Resolva as equaçoões diferenciais, encontre as soluções gerais, construa o gráfico e mostre as curvas dependendo das condicções iniciais:

$$(3x^2y + 2xy + y^3)dx + (x^2 + y^2)dy = 0 \tag{1}$$
$$\frac{dy}{dx} = \frac{x+3y}{x-y} \tag{2}$$
$$\frac{dy}{dx} = y - y^3 \tag{3}$$
$$(x+y)^2dx + (2xy + x^2 - 1)dy = 0 \tag{4}$$
$$(y^2cosx + 3x^2y + 2x)dx + (2ysinx + x^3 + lny)dy = 0 \tag{5}$$
$$(x^2 + 2xy - y^2)dx + (y^2 + 2xy - x^2)dy = 0 \tag{6}$$
$$3(1+t^2)\frac{dy}{dt} = 2ty(y^3 - 1) \tag{7}$$
$$\frac{dy}{dz} = tg^2(y^2 + z^2) \tag{8}$$
$$x\dot{y} = yln(xy) \tag{9}$$
$$xv\frac{dv}{dx} + v^2 = 32x \tag{10}$$

5. (0.5 pontos) The population of a community is known to increase at a rate proportional to the number of people present at time t. If an initial population P0 has doubled in 5 years, how long will it take to triple? To quadruple?

6. (0.5 pontos) When interest is compounded continuously, the amount of money increases at a rate proportional to the amount 18 A0S present at time t, that is, $\frac{dS}{dt} = rS$, where r is the annual rate of interest.

(a) Find the amount of money accrued at the end of 5 years when 5000 is deposited in a savings account drawing $5\frac{3}{4}$ % annual interest compounded continuously.

(b) In how many years will the initial sum deposited have doubled?

(c) Use a calculator to compare the amount obtained in part (a) with the amount $S = 5000(1 + \frac{1}{4}(0.0575))^{5(4)}$ that is accrued when interest is compounded quarterly.

7. (0.5 pontos) Suppose an RC series circuit has a variable resistor. If the resistance at time t is given by $R = k_1 + k_2 t$, where k_1 and k_2 are known positive constants, then becomes:

$$(k_1 + k_2 t)\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = E(t)$$

If $E(t) = E_0$ and $q(0) = q_0$, where E_0 and q_0 are constants, show that

$$q(t) = E_0 C + (q_0 - E_0 C)\left(\frac{k_1}{k_1 + k_2 t}\right)^{\frac{1}{CK_2}}$$

8. (0.5 pontos) Coloque um problema de aplicação de EDO (Capítulo 3 do Zill) e resolva.

9. (0.5 pontos) Use o ambinete computacional e mostre a solução dos problemas anteriores. Quero os códigos como resposta.

10. (2 pontos) Com suas palavras escreva um texto sobre a importância das equações diferenciais no cotidiano, no seu curso ou em aplicações gerais. Mínimo 2 páginas.