

Programmation Linéaire (PL)

TD 2

Formulation Mathématique

L3 S.I - HIS / Automne 2025

Exercice 1

Considérons :

- X_1 : nombre des unités P1 à fabriquer.
- X_2 : nombre des unités P2 à fabriquer.
- X_3 : nombre des unités P3 à fabriquer.
- X_4 : nombre des unités P4 à fabriquer.
- X_5 : nombre des unités P5 à fabriquer.

R : le profit à réaliser pour

- Pour P1 : $R=96\text{DA/Unité}$
- Pour P2 : $R=72\text{DA/Unité}$
- Pour P3 : $R=48\text{DA/Unité}$
- Pour P4 : $R=64\text{DA/Unité}$
- Pour P5 : $R=81\text{DA/Unité}$

Disponibilités

- M1 : 130 Unités
- M2 : 150 Unités
- M3 : 115 Unités
- M4 : 142 Unités

Plan de production :

	P1	P2	P3	P4	P5
M1	0.5	1.2	0	0.6	0.8
M2	1	0.8	0.6	1	0.3
M3	0.7	1	0.9	1.5	0
M4	1.2	0.4	0.5	10	1.2

Question: Déterminer la fonction objective, les contraintes structurelles et les contraintes de positivité.

Exercice 2

une entreprise **dispose** de **200Kgs** de café africain, **300Kgs** de café brésilien et **500Kgs** de café colombien. En utilisant ces trois produits, l'entreprise procède à des mélanges pour obtenir deux types de café à commercialiser. Le plan de production est représenté par le tableau suivant :

	Café type I	Café type II
Café Africain	0.6	0.4
Café Brésilien	0.3	0.4
Café Colombien	0.1	0.2

Le 1er type est vendu à 140 DA/Kg, et le 2ème type est vendu à 170DA/Kg

Question: écrire le modèle de programmation linéaire correspondant à ce problème de manière à ce que la compagnie réalise un bénéfice maximal.

Exercice 3

Une entreprise possède deux usines U1 et U2, l'usine U1 **dispose** de **500** unités d'un certain produit et l'usine U2 dispose de **300** unités du même produit. L'entreprise a trois clients : E1, E2, E3 dont la **demande** pour ce produit est : **100** unités pour le client E1, **200** unités pour le client E2, **300** unités pour le client E3 ; les **coûts** unitaires de transport(en milliers de DA) sont résumés dans le tableau suivant :

	E1	E2	E3
U1	20	10	30
U2	30	20	20

Question: Etablir un programme linéaire pour un plan de distribution optimal

Exercice 4

Un centre de calcul dispose de deux types de serveurs :

- les serveurs **A**, rapides mais énergivores,
- les serveurs **B**, plus lents mais économes en énergie.

Chaque type de serveur peut exécuter un certain nombre de tâches par heure et consomme une quantité donnée d'énergie :

Type de serveur	Taches/heure	Energie(kWh)	Cout de fonctionnement
A	40	8	5
B	25	4	3

Question: Formuler ce problème sous forme d'un programme linéaire (forme Canonique I ou II)

Exercice 5

Un **ingénieur en développement web** travaille sur un projet pour une entreprise de services numériques. Le projet comprend plusieurs types de tâches qu'il peut planifier en fonction du temps et du budget disponibles :

Taches	Temps par unité	Cout par unité (\$)	Contribution à la qualité
Analyse des besoins	5	80	10
Conception base des données	4	70	8
Développement Front-end	6	120	14
Développement Back-end	7	150	16
Tests et validation	3	60	9

Chaque unité correspond à un **lot de travail** (un sous-module ou une fonctionnalité).

L'ingénieur dispose :

- d'un **budget maximal** de 1 200 \$,
- d'un **temps de travail disponible** de 60 heures,
- il doit réaliser **au moins 4 lots de développement** (front-end + back-end), et **au moins 2 lots d'analyse et de conception**,
- il ne peut pas dépasser **6 lots de tests**, car certaines validations seront automatisées.

Question: Formuler ce problème sous forme d'un programme linéaire (forme Canonique I ou II).

Exercice 6

Un ingénieur en systèmes embarqués souhaite planifier l'exécution de **trois tâches** T1,T2 et T3 sur un processeur.

Chaque tâche T_i peut être exécutée à une **vitesse** x_i (exprimée en GHz) comprise entre certaines bornes.

L'énergie consommée par une tâche est **proportionnelle à sa vitesse d'exécution**.

L'objectif est de **minimiser la consommation totale d'énergie**, tout en respectant les contraintes de capacité, de performance et de stabilité thermique du processeur.

Données

Taches	Cout énergétique	Vitesse minimale	Vitesse maximale
T1	3.0	0.5	2.0
T2	4.0	0.3	1.5
T3	2.5	0.4	1.2

Le processeur doit en outre respecter les conditions suivantes :

- La **capacité totale** du processeur ne permet pas de dépasser une somme de vitesses égale à **3.2 GHz** pour l'ensemble des tâches.
- Pour garantir une **performance minimale**, le processeur doit atteindre un niveau combiné de performance calculé comme suit : la tâche T1 contribue pour un facteur de **2**, la tâche T2 pour **1**, et la tâche T3 pour **1,5**.
Ce niveau global doit être **au moins égal à 4.5**.
- Enfin, pour des raisons thermiques, la température maximale autorisée impose qu'une combinaison pondérée des vitesses — avec les coefficients **0.8 pour T1**, **0.9 pour T2** et **0.7 pour T3** — ne dépasse pas **2.5**.

Question: Formulez le modèle complet de **programmation linéaire**.