Programmation Linéaire (PL)
TD 4

Algorithme du Simplexe

L3 S.I - HIS / Automne 2025

Exercice 1

Utilisez l'algorithme du simplexe pour trouver la solution optimale du programme linéaire suivant :

Min $z = -4x_1 + x_2$

S.c. $3x_1 + x_2 \leq 6$

$-x_1 + 2x_2 \leq 1$

$x_1, x_2 \geq 0$

Exercice 2

Utilisez l'algorithme du simplexe pour trouver la solution optimale du programme linéaire suivant :

Max $z = 5x_1 + 3x_2 + x_3$

S.c. $x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 6$

$5x_1 + 3x_2 + 6x_3 \leq 15$

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$

Exercice 3

On considère le PL suivant:

Max $z = 10x_1 + x_2$

S.c. $x_1 \leq 1$

$20x_1 + x_2 \leq 100$

$x_1, x_2 \geq 0$

- **(a)** Trouvez toutes les solutions de base réalisables (**SBR**) pour ce programme linéaire.
- **(b)** Montrez que lorsqu'on utilise l'algorithme du simplexe pour résoudre ce programme linéaire, toutes les solutions de base réalisables doivent être examinées avant que la solution optimale ne soit trouvée.

Exercice 4

Deux produits différents, **P1** et **P2**, peuvent être fabriqués par une ou les deux machines **M1** et **M2**.
Le temps de traitement unitaire de chaque produit sur chaque machine est le même.

La capacité journalière de la machine **M1** est de **200 unités** (de P1, de P2, ou d'un mélange des deux), et la capacité journalière de la machine **M2** est de **250 unités**.

Le responsable de l'atelier souhaite équilibrer le programme de production des deux machines de telle sorte que **le nombre total d'unités produites sur une machine soit à moins de 5 unités près du nombre produit sur l'autre**.

Le profit par unité de **P1** est de **10 $**, et celui de **P2** est de **15 $**.

Formulez ce problème comme un programme linéaire sous **forme d'équations**.

Exercice 5

Utilisez l'algorithme du simplexe pour trouver deux solutions optimales du programme linéaire suivant. Combien de solutions optimales ce programme linéaire possède-t-il ? Trouvez une troisième solution optimale.

Max $z = 4x_1 + x_2$

S.c. $2x_1 + 3x_2 \leq 4$

$x_1 + x_2 \leq 1$

$4x_1 + x_2 \leq 2$

$x_1, x_2 \geq 0$

Exercice 6

Montrez comment la fonction objectif suivante peut être présentée sous forme d'équation :

Minimize $z = \max \{|x_1 - x_2 + 3x_3|, |-x_1 + 3x_2 - x_3|\}$

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$

Exercice 7

Pendant la saison de football de **1972**, les matchs présentés dans le tableau ci-dessous ont été joués par les **Miami Dolphins**, les **Buffalo Bills** et les **New York Jets**.
Supposons qu'à partir de ces matchs, nous voulions évaluer ces trois équipes.

Soit **M = la cote (rating) de Miami**, **J = la cote des Jets**, et **B = la cote des Bills**.

Étant donnés les valeurs de M, J et B, on prédirait que, par exemple, lorsque les Bills jouent contre Miami, **Miami devrait gagner de M – B points**.
Ainsi, pour le premier match Miami–Bills, votre prédiction aurait comporté une erreur de **|M – B – 1|** points.

Montrez comment **la programmation linéaire peut être utilisée** pour déterminer une cote (rating) pour chaque équipe de manière à **minimiser la somme des erreurs de prédiction pour tous les matchs**.

Miami	Bills	Jets
27	-	17
28	-	24
24	23	-
30	16	-
-	24	41
-	3	41