

## 1. PSEUDOCODE FFT

```

function FFT( $x$ )
   $n \leftarrow \text{lengte}(x)$             $\triangleright$  Assumptie:  $n = 2^m$  voor een  $m$ , oftewel  $n$  is een tweemacht
  if  $n == 1$  then
     $X \leftarrow x$ 
  else
     $E \leftarrow \text{FFT}(x[0 :: 2])$             $\triangleright$  Pak alle even indices
     $O \leftarrow \text{FFT}(x[1 :: 2])$             $\triangleright$  Pak alle oneven indices
    for  $i = 0$  to  $n - 1$  do
      if  $i < n/2$  then
         $X[i] \leftarrow E[i] + e^{-2i\pi k/n} \cdot O[i]$ 
      else
         $X[i] \leftarrow E[i] - e^{-2i\pi k/n} \cdot O[i]$ 
      end if
    end for
  end if
  return  $X$ 
end function

```

## 2. BEWIJS VAN TIJDSCOMPLEXITEIT FFT

We willen bewijzen dat we de Fouriertransformatie van een of andere discrete functie kunnen vinden in  $\mathcal{O}(n \log n)$  tijd, waar  $n$  de lengte van de invoer is.

Een college in complexiteitstheorie geeft ons de volgende twee definities.

$$f \in \theta(g) \Leftrightarrow \exists c \in \mathbb{R}_+ : \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{g(n)} = c$$

Een *recurrente betrekking*  $T(n)$  is volgt te omschrijven:

$$T(n) = \begin{cases} c & \text{als } n \leq d \\ aT(n/b) + f(n) & \text{anders,} \end{cases}$$

en geeft “het aantal stappen” van een bepaald type algoritme weer in formulevorm.

De (vereenvoudigde) stelling van Akra-Bazzi levert ons daarna het volgende resultaat:

$$\exists k \in \mathbb{N} \text{ zodat } f(n) \in \theta(n^{\log a / \log b} \log^k n) \text{ dan } T(n) \in \theta(n^{\log a / \log b} \log^{k+1} n).$$

Kijkende naar de opbouw van de algoritme, zien we dat  $a = b = 2$  en  $c = d = 1$ . Verder is  $f(n)$  te omschrijven als “het extra werk wat verricht moet worden om een tussenantwoord te krijgen”, in andere woorden: het uitrekenen van de sommatie. Dit is in ons geval lineair in de lengte van de invoer, dus  $k = 0$ . Dit betekent dat  $T(n) \in \theta(n \log n)$ . Dus het aantal stappen (tijdscomplexiteit) van de FFT is  $\theta(n \log n)$  dus zeker  $\mathcal{O}(n \log n)$ .