Санкт-Петербургский политехнический университет
Петра Великого

Физико-механический институт
Кафедра «Прикладная математика»

Отчёт
по лабораторной работе №5
по дисциплине
«Интервальный анализ»

Выполнил студент:
Овечкин Данил
Александрович
группа: 5030102/80201

Проверил:
Баженов Александр
Николаевич

Санкт-Петербург
2022 г.

Санкт-Петербургский политехнический университет
Петра Великого

Физико-механический институт
Кафедра «Прикладная математика»

Отчёт
по курсовой работе
по дисциплине
«Интервальный анализ»

Выполнил студент:
Овечкин Данил
Александрович
группа: 5030102/80201

Проверил:
Баженов Александр
Николаевич

Санкт-Петербург
2022 г.

1 Постановка задачи

На лекции была предложена следующая задача "Малоракурсной томографии плазмы":

Дана матрица длин хорд размера 256×36, вектор длины 36 - модельное распределение светимостей(решение) и вектор длины 256 - показания детектора(правая часть).

Выделим из этой системы блок матрицы 12×18, и требуется решить с помощью субдифференциального метода Ньютона эту переопределённую систему путем нахождения решений с различными матрицами из исходной СЛАУ и взятием минимума по включению.

2 Теория

Пусть имеется ИСЛАУ $\mathbf{C}y = d$, $y \in \mathbb{KR}^n$.

Процедура субградиентного метода Ньютона состоит в следующем:

1. Задаём начальное приближение $x^0 \in \mathbb{R}^{2n}$, релаксационный параметр $\tau \in (0; 1]$ и точность $\varepsilon > 0$
2. Строим отображение $\mathcal{G}$:
$$\mathcal{G}(x) = sti(\mathbf{C}\mathrm{sti}^{-1}(x)) - \mathrm{sti}(d)$$
3. Вычисляем субградиент D^{k-1} отображения $\mathcal{G}$ в точке $x^{(k-1)}$
4. $x^{(k)} = x^{(k-1)} - \tau(D^{k-1})^{-1}\mathcal{G}(x^{(k-1)})$
5. Итерационная процедура повторяется, пока $||x^{(k)} - x^{(k-1)}|| \geq \varepsilon$. В качестве ответа возвращается $\mathrm{sti}^{-1}(x^{(k)})$

Начальное приближение можно найти, решив 'среднюю систему':

$$mid\mathbf{C}\, \dot{x}^{(0)} = sti\, \mathbf{d}$$

3 Результаты

Пусть нам дана система с матрицей размерности 126×18, правой частью - интервальным вектром и элементами вектора-решения - случайными значениями из интервала [1,9]

Решение такой задачи будет состоять в выборе 18 строк из такой матрицы и решением подсистемы субдифференциальным методом Ньютона в том случае, если определить матрицы не равен 0. А после этого найдём пересечение полученных решений и проведём сравнения с истинным.

3.1 Способ формирования подматрицы

Из всего множества индексов строк случайным образом выбираются 18 таким образом, чтобы определитель полученной матрицы не был равен нулю (не меньше, чем заданный $\varepsilon = 10^{-8}$)

3.2 Решение

Будем искать решение-пересечения для случайного выбора 1, 5, 15, 30, 50 и 100 подсистем. Тем самым у нас получаются разные подсистемы, которые мы будем решать соответсвующим методом и которые будем сравнивать для того, чтобы получить зависимость получаемого решения от количества выборов подматриц. Также сравним правые части таких систем с истинной.

Исходная прямоугольная матрица имеет вид:

Далее представлены сравнения полученных и истинных решений при выборе 1, 5, 15, 30, 30 и 100 подсистем. Также представлены и сравение полученных правых частей с исходными.

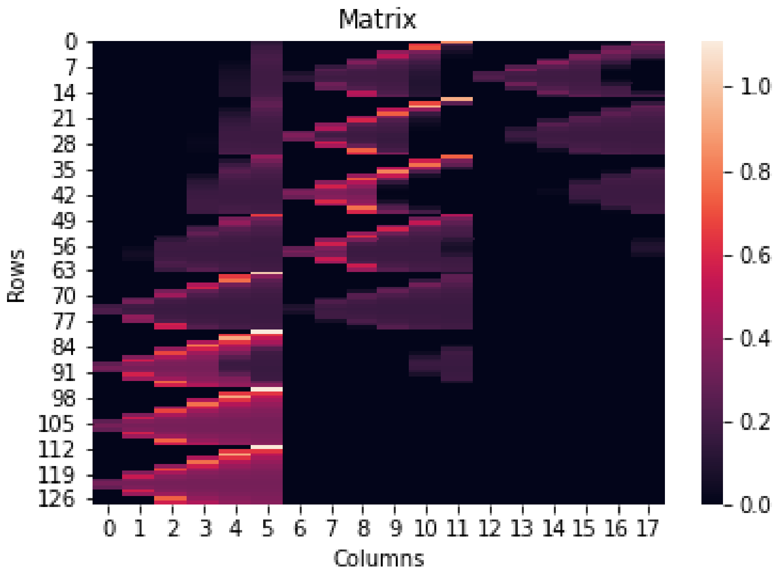

Рис. 1: Исходная матрица

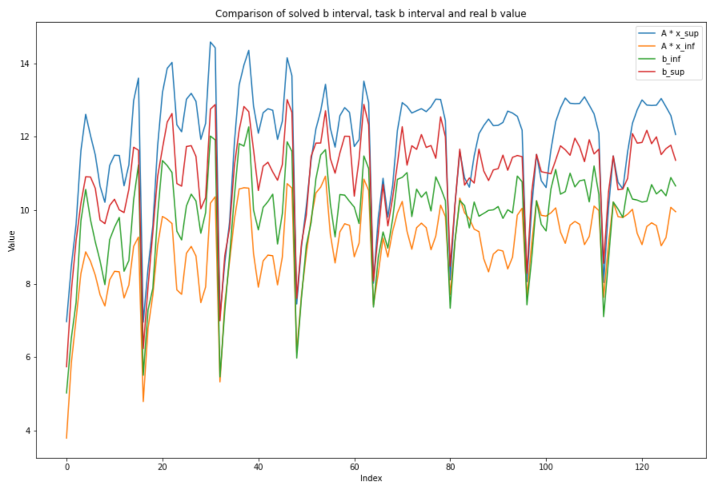

Рис. 2: Правые части для 1 подматрицы

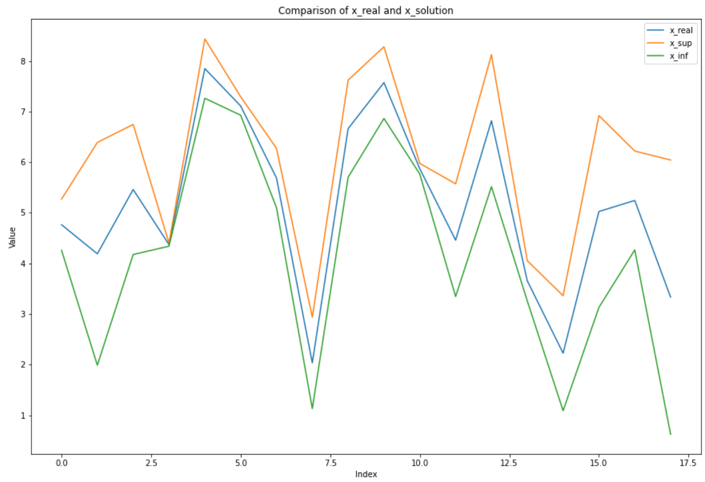

Рис. 3: Исходное решение с полученным для 1 подматрицы

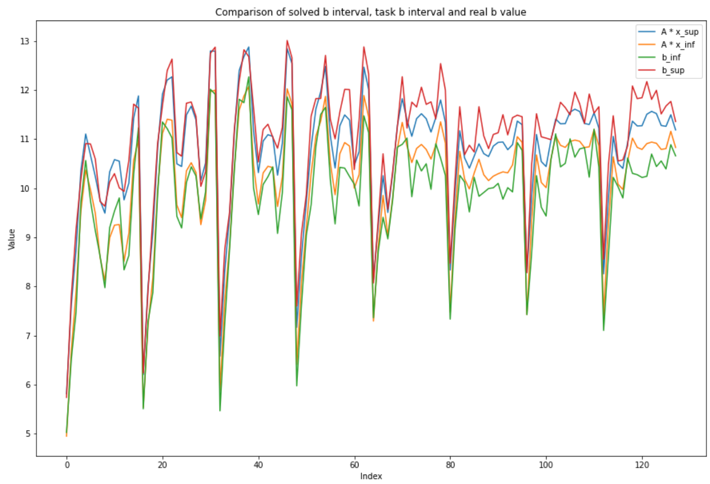

Рис. 4: Правые части для 5 подматриц

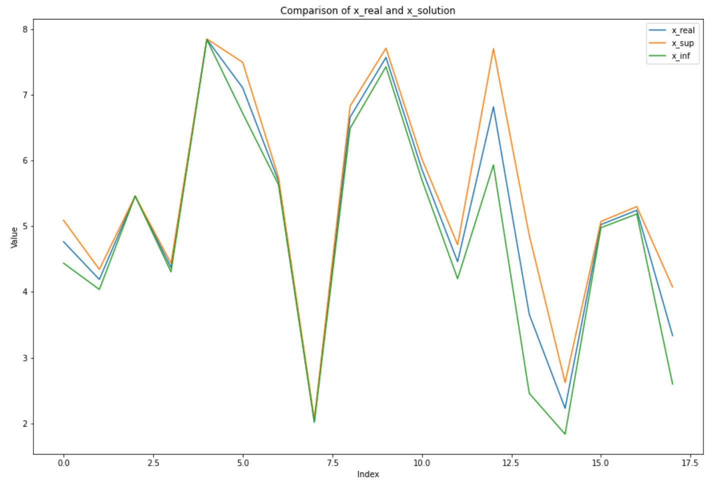

Рис. 5: Исходное решение с полученным для 5 подматриц5

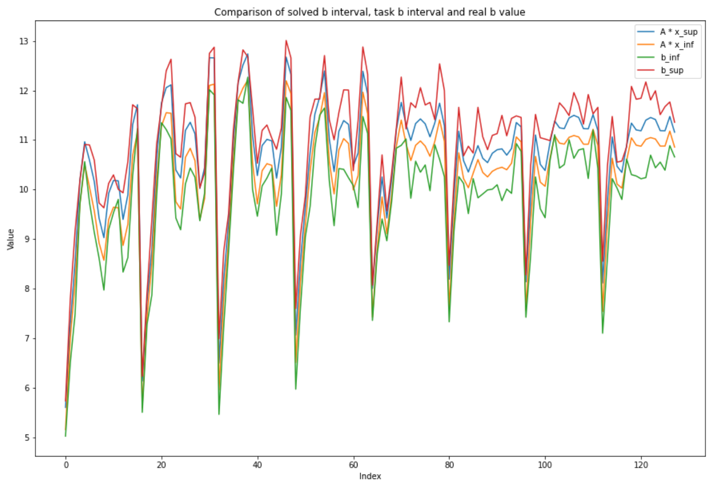

Рис. 6: Правые части для 15 подматриц

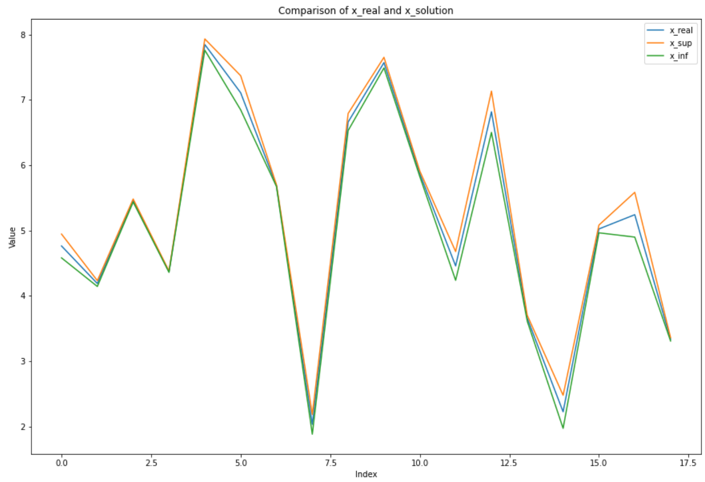

Рис. 7: Исходное решение с полученным для 15 подматриц

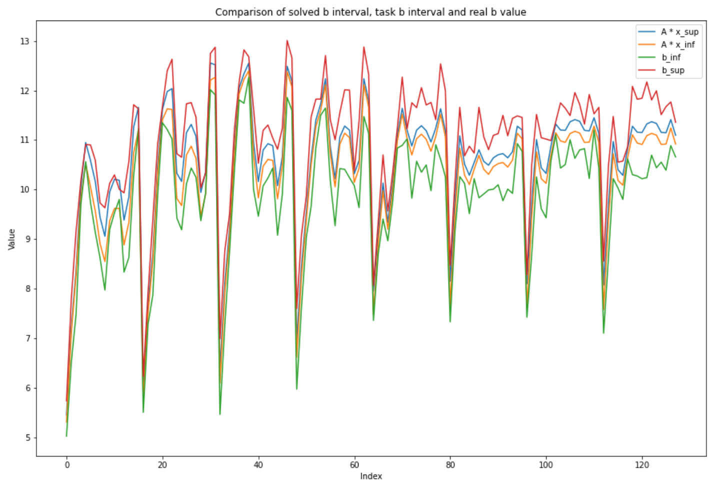

Рис. 8: Правые части для 30 подматриц

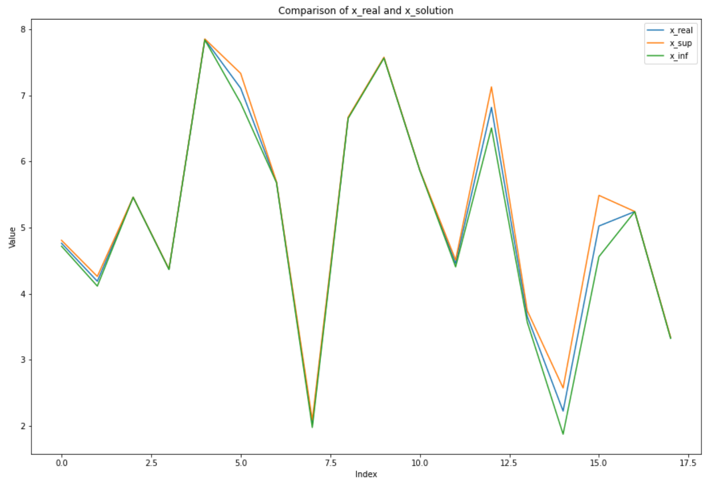

Рис. 9: Исходное решение с полученным для 30 подматриц

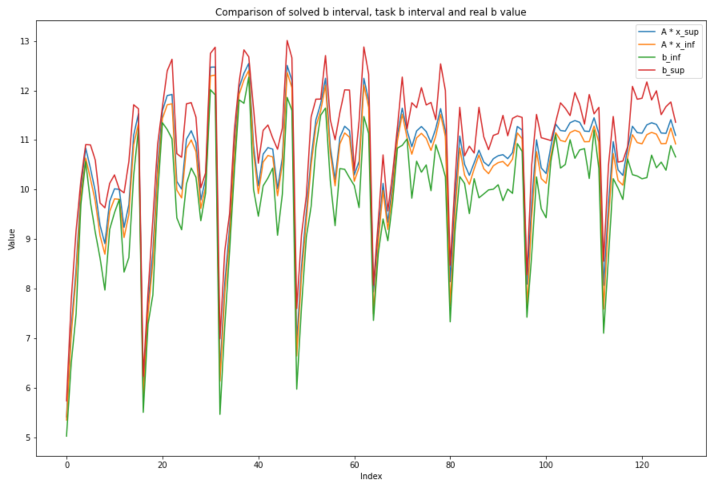

Рис. 10: Правые части для 50 подматриц

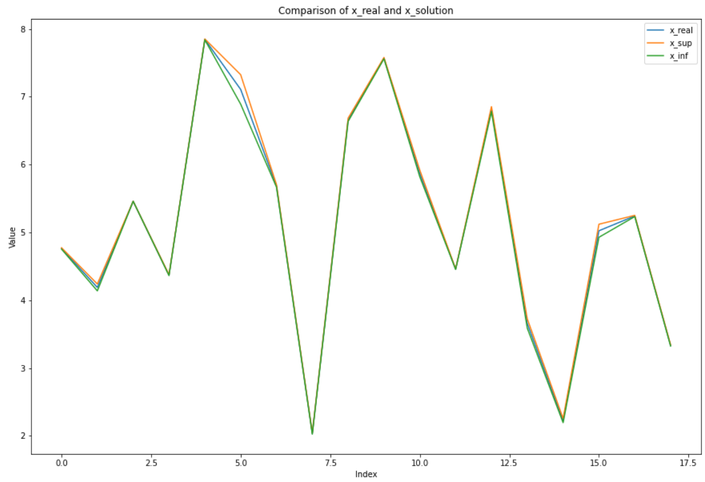

Рис. 11: Исходное решение с полученным для 50 подматриц

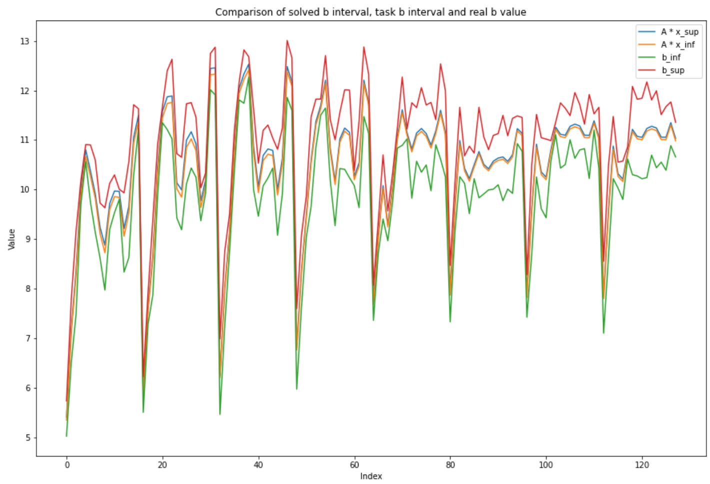

Рис. 12: Правые части для 100 подматриц

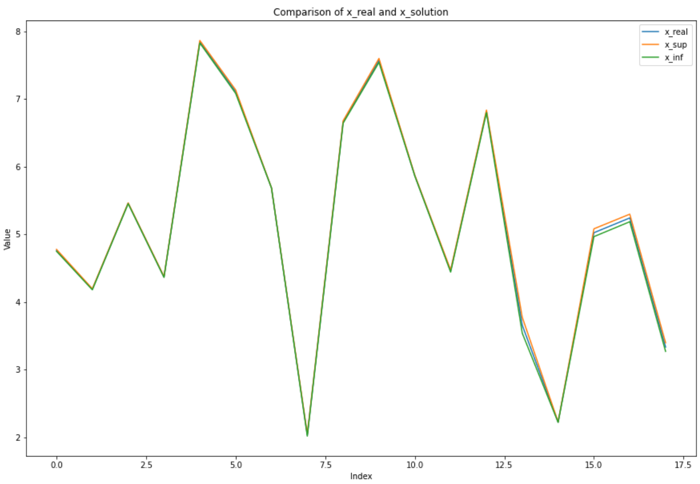

Рис. 13: Исходное решение с полученным для 100 подматриц

А теперь можно проверить зависимость нормы разности исходного решения и полученного от количества используемых подматриц. Для этого будем искать нормы разности вектора-решения и вектора правых границ модельных реешний, вектора-решения и вектора левых границ модельных решений, вектора-решения и вектора середины интервалов модельных решений. Такие метрики были выбраны для того, чтобы оценить, насколько близко полученнное решение к исходному решению, и тем самым сделать вывод насколько количество подматриц влияет на точность решения. Полученный результат представлен на следующих графиках:

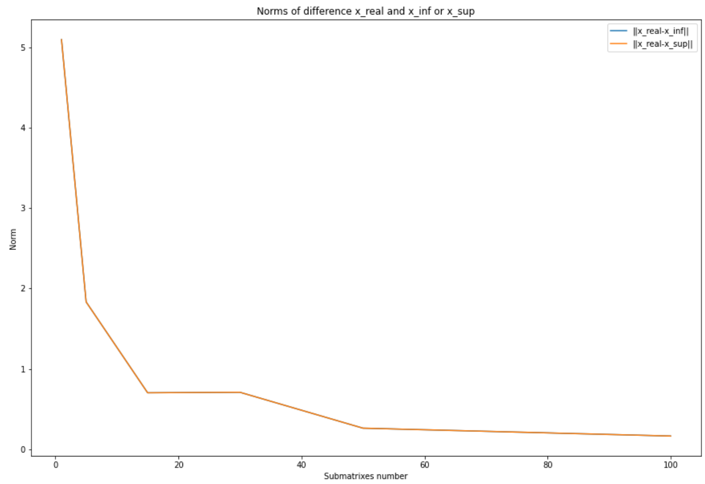

Рис. 14: Сравнение норм разности исходного вектора-решения и границ интервалов полученных решений($||x_{sol} - x_{inf}||$ и $||x_{sol} - x_{sup}||$)

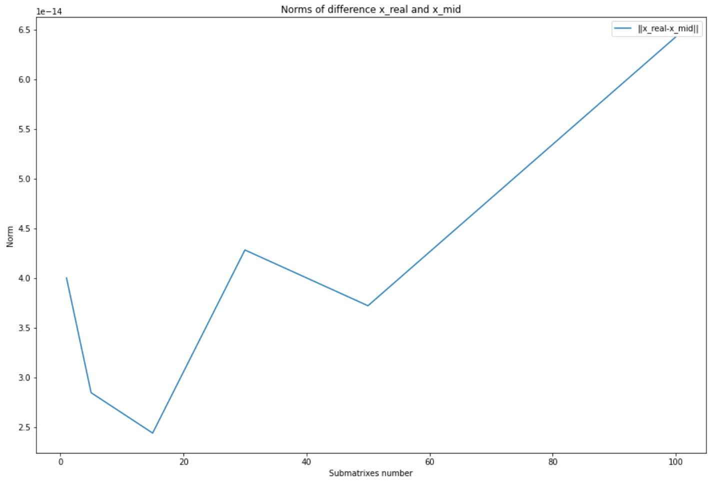

Рис. 15: Сравнение норм разности исходного вектора-решения и вектора-середины интервалов полученных решений($||x_{sol} - x_{mid}||$)

3.3 Подробное решение на примере одной подматрицы

Рассмотрим на примере следующей подматрицы исходной матрицы:

$$
\begin{pmatrix}
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.17 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\
0.707 & 0.116 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.287 & & & \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.061 & 0.246 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.511 \\
0.405 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.213 & & & \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.023 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\
0.0 & 0.099 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & & & \\
0.333 & 0.334 & 0.334 & 0.334 & 0.333 & 0.333 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & & & \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.085 & 0.186 & 0.0 & 0.315 & 0.202 & 0.192 \\
0.103 & 0.0 & 0.0 & 0.312 & 0.202 & 0.192 & 0.106 & & & \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.203 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.506 \\
0.269 & 0.026 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.347 & 0.269 & & & \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.08 & 0.184 & 0.127 & 0.197 & 0.187 & 0.185 \\
0.104 & 0.0 & 0.188 & 0.197 & 0.187 & 0.185 & 0.043 & & & \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.478 & 0.634 & 0.459 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & & & \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.255 & 0.219 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.818 \\
0.23 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.032 & & & \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.122 & 0.19 & 0.185 & 0.0 & 0.383 & 0.493 & 0.15 \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.131 & 0.19 & & & \\
0.0 & 0.0 & 0.572 & 0.482 & 0.401 & 0.375 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & & & \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.024 & 0.201 & 0.0 & 0.0 & 0.359 & 0.241 \\
0.188 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.383 & 0.241 & 0.165 & & & \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.482 & 0.323 & 0.234 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.004 \\
0.323 & 0.234 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & & & \\
0.0 & 0.572 & 0.368 & 0.349 & 0.343 & 0.34 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & & & \\
0.0 & 0.028 & 0.178 & 0.176 & 0.175 & 0.174 & 0.283 & 0.353 & 0.178 & 0.176 \\
0.175 & 0.073 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & & & \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.184 & 0.196 & 0.188 & 0.0 & 0.0 & 0.779 & 0.247 \\
0.073 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.123 & & & \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.65 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\
0.0 & 0.486 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & & & \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.171 & 0.176 & 0.176 & 0.352 & 0.352 & 0.328 & 0.005 \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.024 & 0.176 & 0.176 & & &
\end{pmatrix}
$$

И правой части: [8.74397739 , 10.16154798] [8.01877283 , 9.6875879] [8.03420743 , 8.89854703] [11.54055466 , 12.80060472] [9.46793233 , 10.63221641] [9.52579927, 9.90142505] [9.52965945 , 9.99472643] [8.53234215 , 9.20387854] [7.77326859 , 8.94932989] [10.8920077 , 11.33864033] [9.12492029 , 10.36859685] [8.44600418, 10.12738935] [7.66346187 , 8.77585086] [11.2760128 , 12.38871364] [10.74739727 , 12.03590769]

[8.90208901 , 9.16752139] [6.43260736 , 7.22873106] [11.65450017, 12.90144814])(

Нальное приближение было выбрано:

$$X^0 = \begin{pmatrix} [-7.06357958, -6.74192483] \\ [-4.76432003, -2.02919993] \\ [-7.54764301, -6.4592543] \\ [-7.04827414, -4.9542081] \\ [-4.40933177, -2.19823204] \\ [-6.48350603, -3.14431905] \\ [-5.40444935, -2.73273399] \\ [-8.95032414, -1.66091693] \\ [-4.84759169, -3.92767648] \\ [7.57616228, 7.6901197] \\ [4.79059219, 6.13873875] \\ [3.85290537, 8.3359515] \\ [6.26259012, 7.84261962] \\ [2.53256965, 3.01236259] \\ [3.7285222, 5.39588445] \\ [2.75583185, 3.84843073] \\ [5.13412983, 9.37130068] \\ [5.36248125, 10.35739082] \end{pmatrix}$$

На первой итерации субградиент отображения в точке X^0 такой:

$$\begin{pmatrix} [2.95242954e-15, 3.95528737e-15] \\ [-1.13114536e-15, 6.40457154e-15] \\ [-3.31805642e-15, 1.79030487e-15] \\ [4.11309913e-15, 6.07484294e-15] \\ [1.71194832e-15, 4.71881270e-15] \\ [-1.68778017e-15, -5.66634293e-16] \\ [2.44800053e-14, -4.07463419e-15] \\ [-5.21717051e-15, -6.89130381e-15] \\ [2.25297291e-14, -1.30453762e-14] \\ [-8.78410215e-15, 2.08457900e-15] \\ [-1.07845788e-16, 1.22009375e-14] \\ [-8.97877580e-15, 3.58060975e-15] \\ [1.49520975e-14, -4.64361664e-15] \\ [2.37420147e-15, -1.10822579e-15] \\ [1.00024468e-17, -1.13326859e-15] \\ [-2.19486314e-14, 1.36854143e-14] \\ [2.67267712e-15, 2.41267252e-14] \\ [-2.65416988e-14, 3.11494690e-14] \end{pmatrix}$$

Тогда при $\tau = 1$
$X^1 =$

$$\begin{pmatrix} [6.74192483, 7.6901197] \\ [7.06357958, 7.57616228] \\ [4.76432003, 4.79059219] \\ [2.02919993, 6.13873875] \\ [3.85290537, 6.4592543] \\ 7.54764301, 8.3359515] \\ [4.9542081, 6.26259012] \\ [7.04827414, 7.84261962] \\ [2.53256965, 4.40933177] \\ [2.19823204, 3.01236259] \\ 5.39588445, 6.48350603] \\ [3.14431905, 3.7285222] \\ [2.75583185, 5.40444935] \\ [2.73273399, 3.84843073] \\ [1.66091693, 9.37130068] \\ [5.13412983, 8.95032414] \\ [3.92767648, 5.36248125] \\ [.84759169]), 10.35739082] \end{pmatrix}$$

На этой итерации было выполнено условие остановки алгоритма

$$||x_{next} - x_{prev}|| = 7.16 * 10^{-14} < \varepsilon = 10^{-5}$$

Следовательно на этом этапе алгоритм заканчивает свою работу, возвратив X^1

3.4 Пример операции формирования решения на основе решений для набора матриц

Рассмотрим набор из 3 подматриц(18 x 18) исходной матрицы:

3.4.1 Первая подматрицаматрица

$$
\begin{pmatrix}
0.0 & 0.363 & 0.469 & 0.383 & 0.361 & 0.352 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & & & \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.019 & 0.18 & 0.18 & 0.309 & 0.249 & 0.183 & 0.163 \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.136 & 0.183 & 0.181 & 0.18 & & & \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.641 & 0.637 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & & & \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.784 & 0.496 & 0.38 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\
0.0 & 0.04 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & & & \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.089 & 0.19 & 0.0 & 0.278 & 0.236 & 0.203 \\
0.105 & 0.0 & 0.0 & 0.19 & 0.236 & 0.203 & 0.193 & & & \\
0.0 & 0.0 & 0.091 & 0.227 & 0.2 & 0.189 & 0.0 & 0.0 & 0.607 & 0.227 \\
0.2 & 0.189 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & & & \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.105 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & & & \\
0.0 & 0.028 & 0.178 & 0.176 & 0.175 & 0.174 & 0.283 & 0.353 & 0.178 & 0.176 \\
0.175 & 0.073 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & & & \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.065 & 0.185 & 0.09 & 0.202 & 0.189 & 0.187 \\
0.121 & 0.0 & 0.21 & 0.202 & 0.189 & 0.187 & 0.001 & & & \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.09 & 0.195 & 0.0 & 0.0 & 0.5 & 0.224 \\
0.114 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.309 & 0.224 & 0.204 & & & \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.225 & 0.254 & 0.215 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.579 \\
0.254 & 0.215 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & & & \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.41 & 0.27 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\
0.531 & 0.27 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & & & \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.015 & 0.199 & 0.191 & 0.0 & 0.0 & 0.742 & 0.204 \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.05 & 0.219 & 0.199 & & & \\
0.0 & 0.0 & 0.672 & 0.437 & 0.384 & 0.365 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & & & \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.022 & 0.184 & 0.182 & 0.0 & 0.552 & 0.197 & 0.166 \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.061 & 0.197 & 0.187 & 0.184 & & & \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.122 & 0.19 & 0.185 & 0.0 & 0.383 & 0.493 & 0.15 \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.131 & 0.19 & & & \\
0.335 & 0.335 & 0.335 & 0.335 & 0.335 & 0.335 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & & & \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.061 & 0.246 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.511 \\
0.405 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.213 & & &
\end{pmatrix}
$$

Правая часть:

$$\begin{pmatrix} [9.1967627410.81763423] \\ [10.54546784, 11.11450736] \\ [5.2751107, 6.91341978] \\ [8.78242274, 9.55839975] \\ [9.06335504, 10.88122746] \\ [7.44029241, 9.34075942] \\ [4.47629471, 4.91726553] \\ [9.69012418, 10.25153165] \\ [9.66210102, 10.55886199] \\ [8.6265248, 8.94991877] \\ [9.1435237, 9.52322942] \\ [7.46650527, 9.44608471] \\ [7.69180912, 8.10562167] \\ [7.72659532, 8.76943559] \\ [9.6190007, 11.2605302] \\ [8.36915675, 9.12807474] \\ [10.74180576, 11.10300924] \\ [7.26456058, 8.45736247] \end{pmatrix}$$

Решение:

$$X^1 = \begin{pmatrix} [7.799569507415695, 4.491173568644195] \\ [6.98846219492058, 8.902520097327514] \\ [2.883994822625979, 3.329736145477702] \\ [6.163770194171046, 5.630391384835336] \\ [4.201127971353811, 6.360936767986807] \\ [4.052564207481458, 4.451792288183507] \\ [8.50955562942853, 2.5838931858241394] \\ [4.863630190298139, 5.810814910690496] \\ [0.9496461549554364, 3.2211553482478763] \\ [4.987280936297775, 4.042032423816971] \\ [4.588389471331016, 6.808182445276248] \\ [8.197916193723048, 7.491171048423267] \\ [11.543332779517439, 3.623292909669106] \\ [-0.10282674331270437, 14.495270445383921] \\ [3.4922300131051585, 8.453404101910799] \\ [11.561483521718403, 2.3646227030964626] \\ [8.755676193650986, 1.6667868172598606] \\ [-1.0278400563018097, 7.341928501868244] \end{pmatrix}$$

3.4.2 Вторая подматрицаматрица

$$
\begin{pmatrix}
0.0 & 0.0 & 0.672 & 0.437 & 0.384 & 0.365 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & & & \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.184 & 0.196 & 0.188 & 0.0 & 0.0 & 0.779 & 0.247 \\
0.073 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.123 & & & \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.177 & 0.275 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\
0.779 & 0.275 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & & & \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.77 & 0.267 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\
0.158 & 0.267 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & & & \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.223 & 0.241 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.501 \\
0.442 & 0.118 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & & & \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.647 & 0.644 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & & & \\
0.225 & 0.183 & 0.174 & 0.172 & 0.172 & 0.171 & 0.069 & 0.183 & 0.174 & 0.172 \\
0.172 & 0.171 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & & & \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.054 & 0.188 & 0.0 & 0.247 & 0.208 & 0.195 \\
0.136 & 0.0 & 0.0 & 0.36 & 0.208 & 0.195 & 0.023 & & & \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.08 & 0.184 & 0.127 & 0.197 & 0.187 & 0.185 \\
0.104 & 0.0 & 0.188 & 0.197 & 0.187 & 0.185 & 0.043 & & & \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.171 & 0.184 & 0.0 & 0.478 & 0.203 & 0.19 \\
0.015 & 0.0 & 0.0 & 0.116 & 0.203 & 0.19 & 0.186 & & & \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.242 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\
0.0 & 0.931 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & & & \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.089 & 0.203 & 0.0 & 0.0 & 0.465 & 0.261 \\
0.128 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.155 & 0.261 & 0.217 & & & \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.147 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\
0.637 & 0.201 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.062 & & & \\
0.0 & 0.252 & 0.239 & 0.195 & 0.184 & 0.179 & 0.0 & 0.118 & 0.239 & 0.195 \\
0.184 & 0.179 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & & & \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.203 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.506 \\
0.269 & 0.026 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.347 & 0.269 & & & \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.019 & 0.18 & 0.18 & 0.309 & 0.249 & 0.183 & 0.163 \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.136 & 0.183 & 0.181 & 0.18 & & & \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.061 & 0.246 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.511 \\
0.405 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.213 & & & \\
0.0 & 0.366 & 0.472 & 0.386 & 0.253 & 0.177 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\
0.111 & 0.177 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & & &
\end{pmatrix}
$$

$$\text{Правая часть} \begin{pmatrix} [7.72659532, 8.76943559] \\ [6.57513951, 8.0398014] \\ [8.21017098, 8.0398014] \\ [8.01752823, 9.17591053] \\ [7.54737737, 8.36779705] \\ [5.88040165, 9.04878548] \\ [9.9730755, 6.42991567] \\ [9.25033407, 11.7158951] \\ [9.93049933, 10.35692243] \\ [9.65932247, 10.59493091] \\ [7.3646857, 11.38569424] \\ [8.46721587, 9.29632107] \\ [6.37817436, 8.97455728] \\ [9.10580608, 8.10633934] \\ [9.04391547, 9.52197491] \\ [10.54546784, 11.11450736] \\ [7.26456058, 8.45736247] \\ [10.18864568, 11.34570799] \end{pmatrix}$$

Решение:

$$X^2 = \begin{pmatrix} [6.304108941853371, 5.986634134206544] \\ [7.3728071162909, 8.51817517595721] \\ [1.7091609439157571, 4.504570024187934] \\ [7.196746859726882, 4.597414719279482] \\ [5.64198047814403, 4.920084261196591] \\ [3.462653096647729, 5.041703399017237] \\ [6.0002450876603035, 5.0932037275923605] \\ [3.4596312901320525, 7.21481381085657] \\ [1.2939759949635832, 2.876825508239734] \\ [3.965374941456301, 5.063938418658435] \\ [5.5683923304556675, 5.828179586151597] \\ [7.01206757692388, 8.677019665222426] \\ [7.347744335583813, 7.818881353602747] \\ [6.663283048871786, 7.729160653199476] \\ [7.8877637310043065, 4.057870384011614] \\ [7.409867839452208, 6.516238385362658] \\ [6.755373843929446, 3.667089166981433] \\ [1.4477096017654942, 4.866378843800926] \end{pmatrix}$$

3.4.3 Третья подматрицаматрица

$$\begin{pmatrix}
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.223 & 0.241 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.501 \\
0.442 & 0.118 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & & & \\
0.0 & 0.028 & 0.178 & 0.176 & 0.175 & 0.174 & 0.283 & 0.353 & 0.178 & 0.176 \\
0.175 & 0.073 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & & & \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.112 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & & & \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.339 & 0.329 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\
0.323 & 0.329 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & & & \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.074 & 0.184 & 0.132 & 0.184 & 0.184 & 0.184 \\
0.11 & 0.0 & 0.235 & 0.184 & 0.184 & 0.184 & 0.008 & & & \\
0.0 & 0.578 & 0.372 & 0.353 & 0.271 & 0.172 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\
0.076 & 0.172 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & & & \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.203 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.506 \\
0.269 & 0.026 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.347 & 0.269 & & & \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.054 & 0.188 & 0.0 & 0.247 & 0.208 & 0.195 \\
0.136 & 0.0 & 0.0 & 0.36 & 0.208 & 0.195 & 0.023 & & & \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.122 & 0.19 & 0.185 & 0.0 & 0.383 & 0.493 & 0.15 \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.131 & 0.19 & & & \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.778 & 0.492 & 0.417 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & & & \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.41 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\
0.0 & 0.742 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & & & \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.096 & 0.223 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.736 \\
0.168 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.098 & 0.264 & & & \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.002 & 0.212 & 0.0 & 0.0 & 0.25 & 0.313 \\
0.231 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.193 & 0.313 & 0.233 & & & \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.17 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\
0.707 & 0.116 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.287 & & & \\
0.287 & 0.358 & 0.341 & 0.337 & 0.336 & 0.335 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & & & \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.77 & 0.267 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\
0.158 & 0.267 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & & & \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.019 & 0.18 & 0.18 & 0.309 & 0.249 & 0.183 & 0.163 \\
0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.136 & 0.183 & 0.181 & 0.18 & & & \\
0.0 & 0.042 & 0.191 & 0.181 & 0.177 & 0.176 & 0.0 & 0.55 & 0.191 & 0.181 \\
0.177 & 0.176 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & & &
\end{pmatrix}$$

Правая часть:

$$\begin{pmatrix} [7.54737737, 9.04878548] \\ [9.69012418, 10.25153165] \\ [4.19815218, 5.25490864] \\ [7.4875357, 7.73728672] \\ [9.31517706, 11.16893572] \\ [11.3396945, 12.19098235] \\ [9.04391547, 9.52197491] \\ [9.25033407, 10.35692243] \\ [8.36915675, 9.12807474] \\ [8.568684, 9.35368823] \\ [7.20531326, 7.93124725] \\ [7.70923727, 9.28019348] \\ [8.0425085, 9.72031264] \\ [7.6585282, 8.45287379] \\ [10.59569278, 11.10963339] \\ [8.01752823, 8.36779705] \\ [10.54546784, 11.11450736] \\ [9.33113974, 11.10156952] \end{pmatrix}$$

Решение:

$$X^3 = \begin{pmatrix} [8.11181538092346, 4.178927695136439] \\ [9.96327087183795, 5.927711420410162] \\ [-0.6838577893200524, 6.897588757423702] \\ [5.689028897836957, 6.105132681169424] \\ [5.215032911137489, 5.34703182820313] \\ [3.776827786058563, 4.727528709606402] \\ [8.772696811603316, 2.320752003649379] \\ [5.1544353709792885, 5.520009730009363] \\ [2.4184132387530566, 1.7523882644502542] \\ [3.9115280904389227, 5.117785269675823] \\ [6.09617842303404, 5.3003934935732335] \\ [7.618300812313343, 8.070786429832964] \\ [5.076394941064317, 10.090230748122217] \\ [9.034236294373057, 5.358207407698183] \\ [-0.19761969056349368, 12.143253805579414] \\ [7.7676430772654275, 6.158463147549432] \\ [7.01787020060452, 3.404592810306376] \\ [-0.6565136183671281, 6.9706020639335] \end{pmatrix}$$

Пересекаем получившиеся решения:

$$X^* = X^1 \cap X^2 \cap X^3$$

$$X^* = \begin{pmatrix} [5.98663413, 6.30410894] \\ [7.37280712, 8.51817518] \\ [2.88399482, 3.32973615] \\ [5.6890289, 6.10513268] \\ 5.21503291, 5.34703183] \\ 4.05256421, 4.45179229] \\ 5.09320373, 6.00024509] \\ 5.15443537, 5.52000973] \\ 1.75238826, 2.41841324] \\ 4.04203242, 4.98728094] \\ 5.56839233, 5.82817959] \\ 7.61830081, 8.07078643] \\ 7.34774434, 7.81888135] \\ 6.66328305, 7.72916065] \\ 4.05787038, 7.88776373] \\ 6.51623839, 7.40986784] \\ 3.66708917, 6.75537384] \\ 1.4477096, 4.86637884] \end{pmatrix}$$

4 Обсуждение

Выводы, которые можно сделать по проделанной работе:

1. Сравнивая графики, можно заметить, что для всех вариантов правая часть находилась в границах исходной правой части. А при увелечении количества выбираемых подматриц интервалы правой части суждались.

2. Для всех вариантов исходное решение всегда находилось в интервале полученного решения. Более того, при увеличении количества выбираемых подматриц полученный вектор сужался к исходному.

3. Середина полученного интервального вектора-решения почти сразу совпала с исходным решением. Норма разности имела порядок 10^{-14} для любого количества используемых подматриц.

Если суммировать все пункты выше, то можно сделать вывод, что при увеличении количества выбираемых матриц решение-пересечение стремится к истинному.