

Санкт-Петербургский политехнический университет
Петра Великого

Физико-механический институт
Кафедра «Прикладная математика»

Отчёт
по лабораторной работе №5
по дисциплине
«Интервальный анализ»

Выполнил студент:
Овечкин Данил
Александрович
группа: 5030102/80201

Проверил:
Баженов Александр
Николаевич

Санкт-Петербург
2022 г.

Санкт-Петербургский политехнический университет
Петра Великого

Физико-механический институт
Кафедра «Прикладная математика»

Отчёт
по курсовой работе
по дисциплине
«Интервальный анализ»

Выполнил студент:
Овечкин Данил
Александрович
группа: 5030102/80201

Проверил:
Баженов Александр
Николаевич

Санкт-Петербург
2022 г.

1 Постановка задачи

На лекции была предложена следующая задача "Малоракурсной томографии плазмы":

Дана матрица длин хорд размера 256×36 , вектор длины 36 - модельное распределение светимостей(решение) и вектор длины 256 - показания детектора(правая часть).

Выделим из этой системы блок матрицы 12×18 , и требуется решить с помощью субдифференциального метода Ньютона эту переопределённую систему путем нахождения решений с различными матрицами из исходной СЛАУ и взятием минимума по включению.

2 Теория

Пусть имеется ИСЛАУ $\mathbf{C}y = d$, $y \in \mathbb{R}^n$.

Процедура субградиентного метода Ньютона состоит в следующем:

1. Задаём начальное приближение $x^0 \in \mathbb{R}^{2n}$, релаксационный параметр $\tau \in (0; 1]$ и точность $\varepsilon > 0$
2. Строим отображение \mathcal{G} :

$$\mathcal{G}(x) = sti(\mathbf{C}sti^{-1}(x)) - sti(d)$$

3. Вычисляем субградиент D^{k-1} отображения \mathcal{G} в точке $x^{(k-1)}$
4. $x^{(k)} = x^{(k-1)} - \tau(D^{k-1})^{-1}\mathcal{G}(x^{(k-1)})$
5. Итерационная процедура повторяется, пока $\|x^{(k)} - x^{(k-1)}\| \geq \varepsilon$. В качестве ответа возвращается $sti^{-1}(x^{(k)})$

Начальное приближение можно найти, решив 'среднюю систему':

$$mid\mathbf{C} \dot{x}^{(0)} = sti \mathbf{d}$$

3 Результаты

Пусть нам дана система с матрицей размерности 126×18 , правой частью - интервальным вектром и элементами вектора-решения - случайными значениями из интервала $[1,9]$

Решение такой задачи будет состоять в выборе 18 строк из такой матрицы и решением подсистемы субдифференциальным методом Ньютона в том случае, если определитель матрицы не равен 0. А после этого найдём пересечение полученных решений и проведём сравнения с истинным.

3.1 Способ формирования подматрицы

Из всего множества индексов строк случайным образом выбираются 18 таким образом, чтобы определитель полученной матрицы не был равен нулю (не меньше, чем заданный $\varepsilon = 10^{-8}$)

3.2 Решение

Будем искать решение-пересечения для случайного выбора 1, 5, 15, 30, 50 и 100 подсистем. Тем самым у нас получаются разные подсистемы, которые мы будем решать соответствующим методом и которые будем сравнивать для того, чтобы получить зависимость получаемого решения от количества выборов подматриц. Также сравним правые части таких систем с истинной.

Исходная прямоугольная матрица имеет вид:

Далее представлены сравнения полученных и истинных решений при выборе 1, 5, 15, 30, 30 и 100 подсистем. Также представлены и сравнение полученных правых частей с исходными.

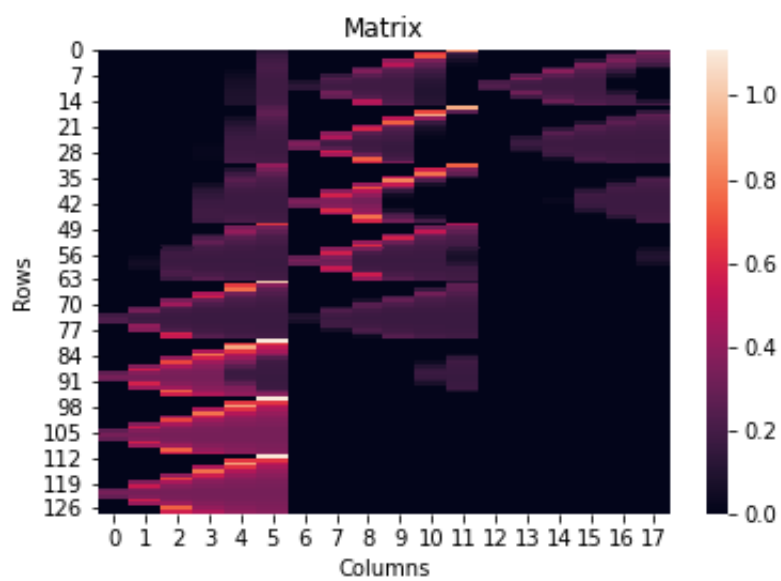


Рис. 1: Исходная матрица

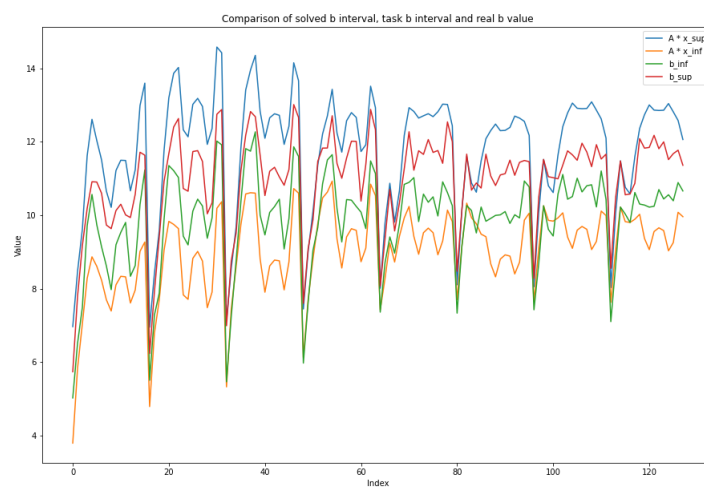


Рис. 2: Правые части для 1 подматрицы

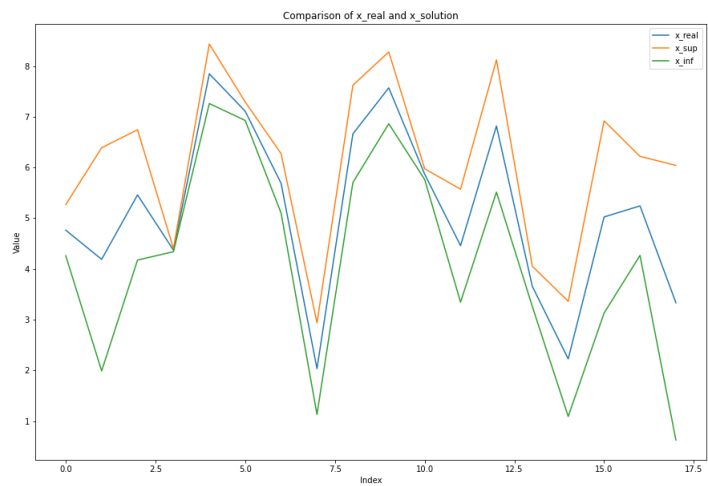


Рис. 3: Исходное решение с полученным для 1 подматрицы

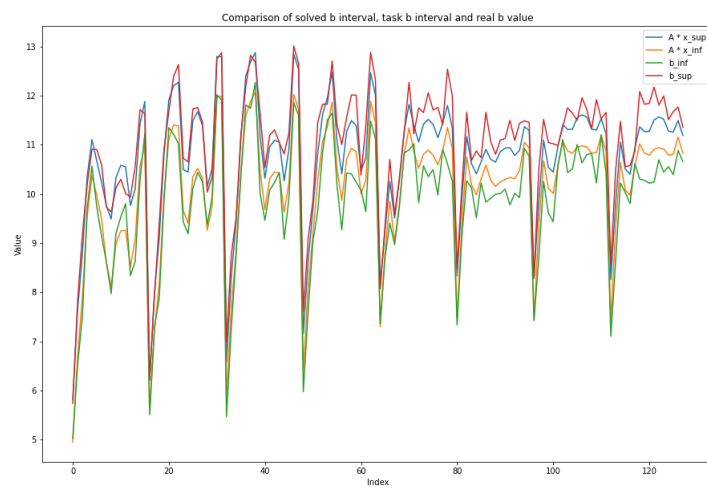


Рис. 4: Правые части для 5 подматриц

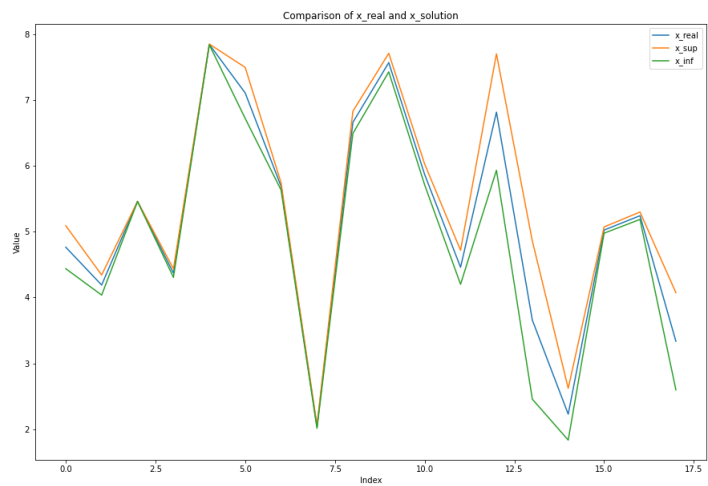


Рис. 5: Исходное решение с полученным для 5 подматриц

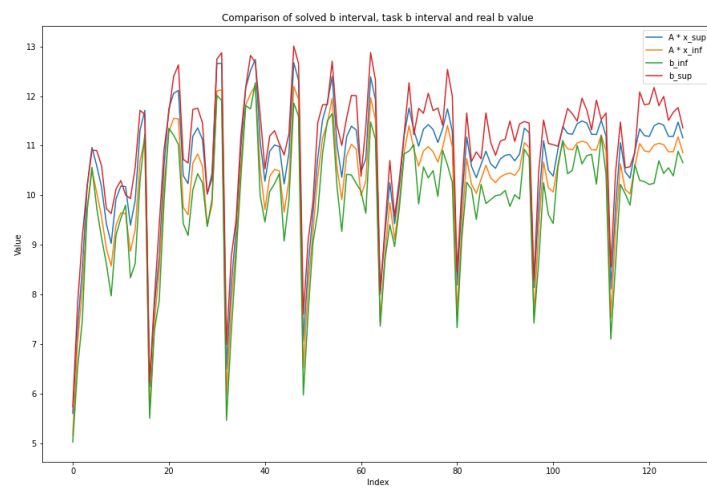


Рис. 6: Правые части для 15 подматриц

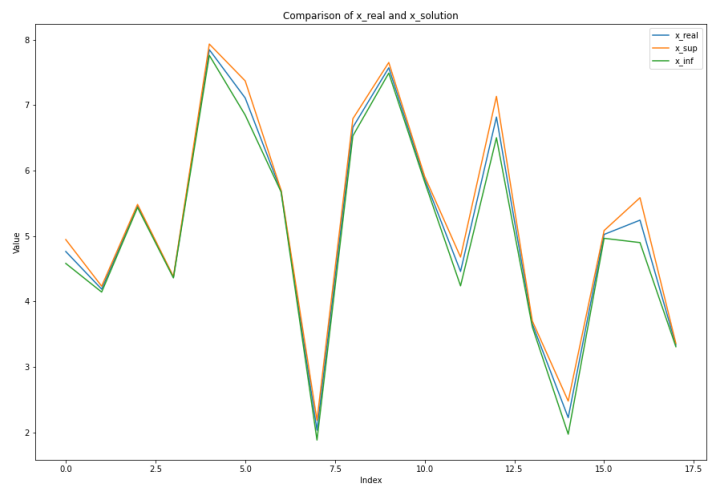


Рис. 7: Исходное решение с полученным для 15 подматриц

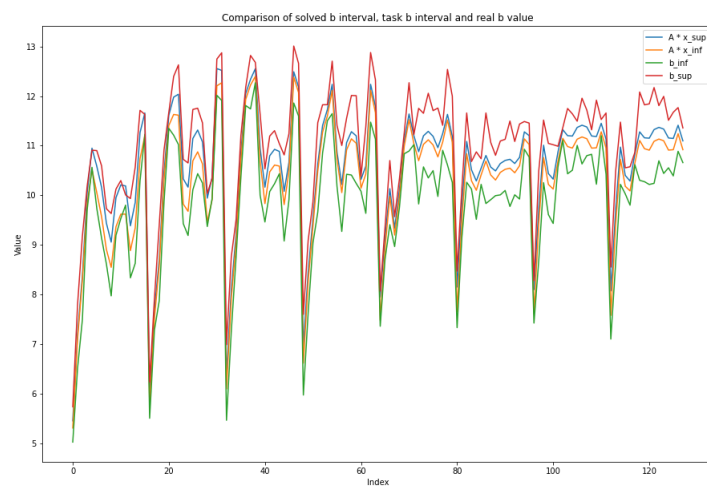


Рис. 8: Правые части для 30 подматриц

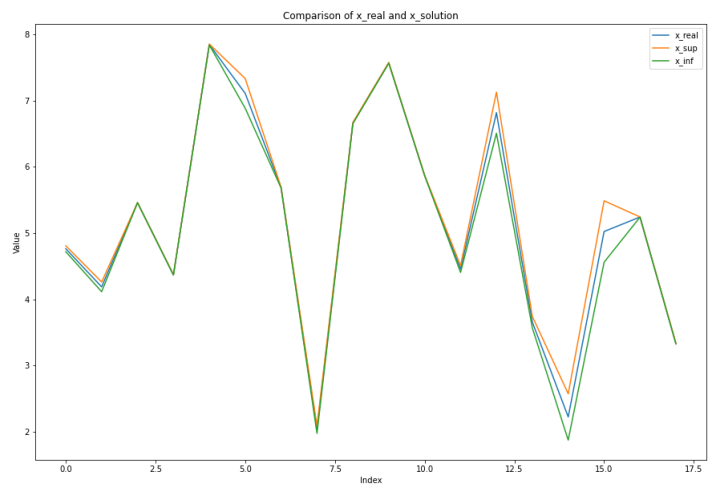


Рис. 9: Исходное решение с полученным для 30 подматриц

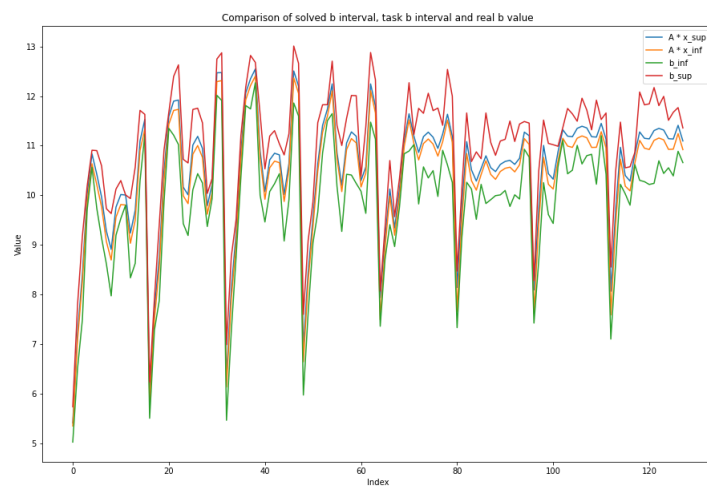


Рис. 10: Правые части для 50 подматриц

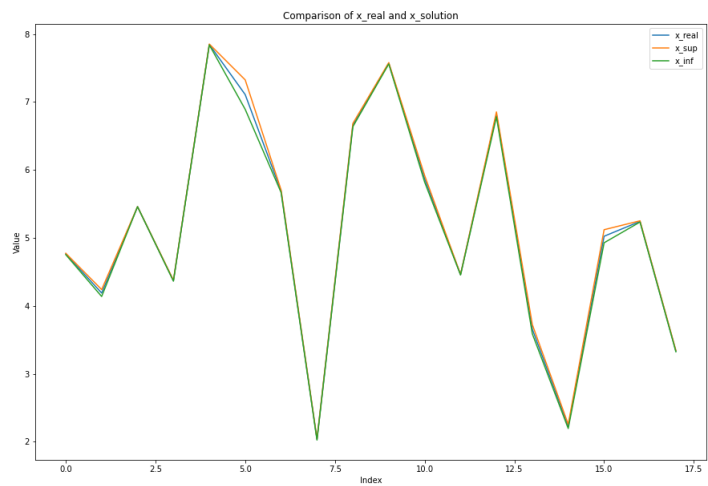


Рис. 11: Исходное решение с полученным для 50 подматриц

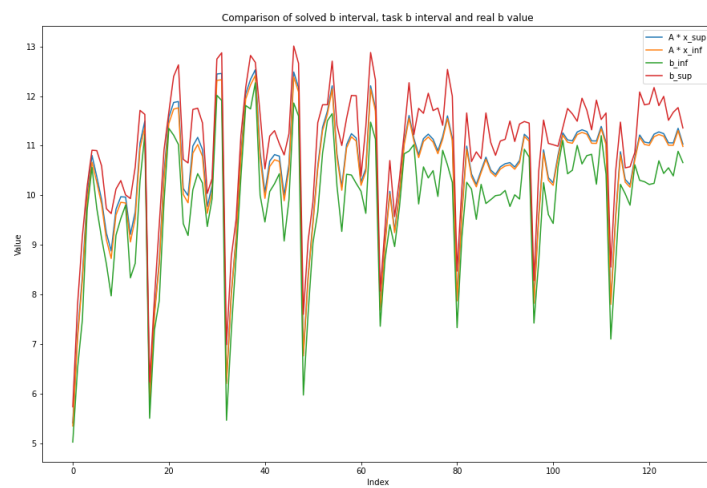


Рис. 12: Правые части для 100 подматриц

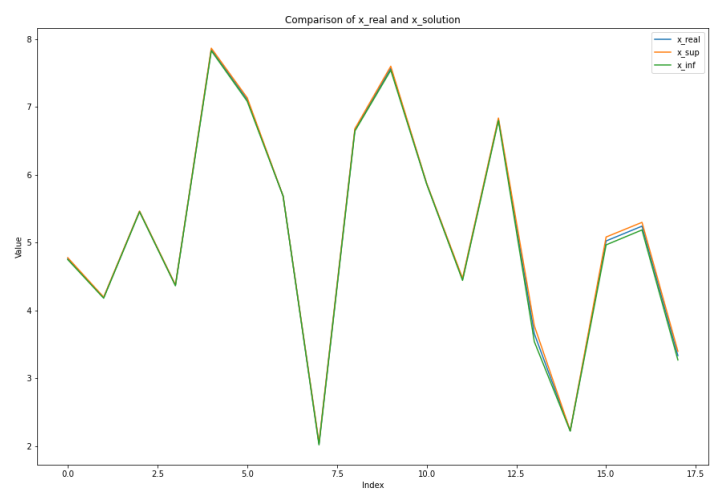


Рис. 13: Исходное решение с полученным для 100 подматриц

А теперь можно проверить зависимость нормы разности исходного решения и полученного от количества используемых подматриц. Для этого будем искать нормы разности вектора-решения и вектора правых границ модельных решений, вектора-решения и вектора левых границ модельных решений, вектора-решения и вектора середины интервалов модельных решений. Такие метрики были выбраны для того, чтобы оценить, насколько близко полученное решение к исходному решению, и тем самым сделать вывод насколько количество подматриц влияет на точность решения. Полученный результат представлен на следующих графиках:

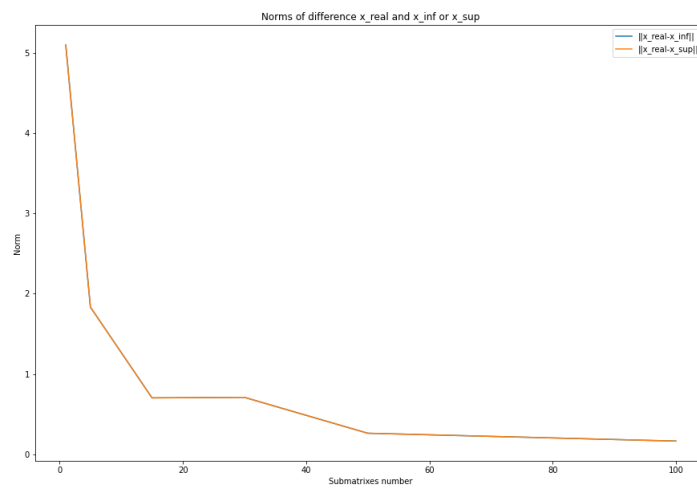


Рис. 14: Сравнение норм разности исходного вектора-решения и границ интервалов полученных решений ($\|x_{\text{sol}} - x_{\text{inf}}\|$ и $\|x_{\text{sol}} - x_{\text{sup}}\|$)

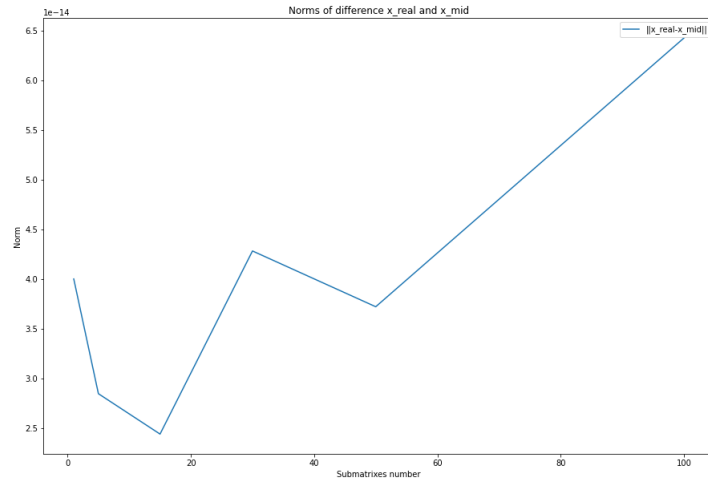


Рис. 15: Сравнение норм разности исходного вектора-решения и вектора-середины интервалов полученных решений ($\|x_{sol} - x_{mid}\|$)

3.3 Подробное решение на примере одной подматрицы

Рассмотрим на примере следующей подматрицы исходной матрицы:

0.0	0.0	0.0	0.0	0.77	0.267	0.0	0.0	0.0	0.0
0.158	0.267	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.27	0.0	0.0	0.0	0.0
0.684	0.262	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			
0.0	0.0	0.0	0.0	0.074	0.184	0.132	0.184	0.184	0.184
0.11	0.0	0.235	0.184	0.184	0.184	0.008			
0.0	0.0	0.0	0.0	0.054	0.188	0.0	0.247	0.208	0.195
0.136	0.0	0.0	0.36	0.208	0.195	0.023			
0.0	0.0	0.0	0.015	0.199	0.191	0.0	0.0	0.742	0.204
0.0	0.0	0.0	0.0	0.05	0.219	0.199			
0.0	0.362	0.467	0.382	0.36	0.35	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			
0.0	0.0	0.0	0.021	0.19	0.186	0.0	0.459	0.293	0.179
0.0	0.0	0.0	0.0	0.17	0.199	0.19			
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.023	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.099	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.203	0.0	0.0	0.0	0.506
0.269	0.026	0.0	0.0	0.0	0.347	0.269			
0.0	0.0	0.0	0.778	0.492	0.417	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			
0.0	0.0	0.002	0.178	0.177	0.177	0.303	0.377	0.358	0.01
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.168	0.177			
0.0	0.333	0.193	0.18	0.176	0.174	0.0	0.23	0.193	0.18
0.176	0.174	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			
0.0	0.0	0.576	0.485	0.404	0.377	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			
0.272	0.366	0.343	0.338	0.336	0.335	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			
0.0	0.0	0.0	0.143	0.182	0.18	0.0	0.582	0.398	0.047
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.183	0.182			
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.147	0.0	0.0	0.0	0.0
0.637	0.201	0.0	0.0	0.0	0.0	0.062			
0.0	0.0	0.0	0.0	0.255	0.219	0.0	0.0	0.0	0.818
0.23	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.032			
0.0	0.0	0.0	0.094	0.203	0.193	0.0	0.0	0.71	0.319
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.048	0.203			

И правой части:

$$\begin{pmatrix} [7.20840356, 8.49228623] \\ [5.24752697, 5.95864069] \\ [8.95161333, 9.268456] \\ [8.42504869, 9.62618895] \\ [7.55134857, 8.84222949] \\ [8.37677733, 9.24822725] \\ [9.45730032, 10.36299054] \\ [2.91046486, 4.5223765] \\ [7.65626082, 8.9643511] \\ [5.94728671, 7.19078674] \\ [9.62606075, 11.55360716] \\ [8.69009852, 9.00324286] \\ [6.65202854, 8.08163291] \\ [9.4681115, 10.96959014] \\ [9.22665845, 9.94499021] \\ [5.71242984, 6.50852251] \\ [6.3780696, 7.27668329] \\ [6.90782673, 7.48338277] \end{pmatrix}$$

Нальное приближение было выбрано:

$$X^0 = \begin{pmatrix} [-6.53949233 - 7.42369958] \\ [-3.51498447 - 2.22303043] \\ [-6.42017144 - 2.53722862] \\ [-6.03233367 - 5.67323171] \\ [-2.54088159 - 2.18624583] \\ [-4.67704717 - 3.18427886] \\ [-7.06449803 - 6.67828977] \\ [-5.10201474 - 4.92969669] \\ [-7.97941362 - 3.54857347] \\ [6.413059139.41209104] \\ [2.662183824.25865169] \\ [3.916321667.08463854] \\ [4.955527789.72614847] \\ [2.206537162.71064714] \\ [3.801056495.21892291] \\ [1.594662437.57461936] \\ [5.443308879.29084789] \\ [4.683089856.27326636] \end{pmatrix}$$

На первой итерации субградиент отображения в точке X^0 такой:

$$\begin{pmatrix} [7.26948686e - 153.36019620e - 15] \\ [1.18586733e - 152.95130823e - 15] \\ [-1.20023498e - 15 - 1.96424502e - 15] \\ [2.95959530e - 153.17728924e - 15] \\ [5.89122786e - 166.00963419e - 15] \\ [-8.40499456e - 152.03951675e - 14] \\ [8.76483059e - 154.14270501e - 15] \\ [-4.59431837e - 161.03359468e - 14] \\ [-1.51464399e - 141.22603134e - 14] \\ [7.58546792e - 151.22304394e - 15] \\ [1.50909207e - 153.57468700e - 15] \\ [-2.05046989e - 156.95681174e - 18] \\ [6.82182229e - 15 - 3.51223784e - 16] \\ [2.84132520e - 153.18510661e - 15] \\ [-9.08327913e - 151.79502423e - 14] \\ [5.85298486e - 154.39311471e - 15] \\ [1.29813173e - 162.34661587e - 14] \\ [-2.66581445e - 141.61240646e - 14] \end{pmatrix}$$

Тогда при $\tau = 1$

$X^1 =$

$$\begin{pmatrix} [-6.53949233, -7.42369958] \\ [-3.51498447, -2.22303043] \\ [-6.42017144 - 2.53722862] \\ [-6.03233367, -5.67323171] \\ [-2.18624583, -2.54088159] \\ [-4.67704717, -3.18427886] \\ [-7.06449803, -6.67828977] \\ [-5.10201474, -4.92969669] \\ [-7.97941362, -3.54857347] \\ [9.41209104, 6.41305913] \\ [4.25865169, 2.66218382] \\ [7.08463854, 3.91632166] \\ [9.72614847, 4.95552778] \\ [2.20653716, 2.71064714] \\ [3.80105649, 5.21892291] \\ [1.59466243, 7.57461936] \\ [5.44330887, 9.29084789] \\ [4.68308985, 6.27326636] \end{pmatrix}$$

На этой итерации было выполнено условие остановки алгоритма

$$||x_{next} - x_{prev}|| = 5.74 * 10^{-14} < \varepsilon = 10^{-5}$$

Следовательно на этом этапе алгоритм заканчивает свою работу, возвратив X^1

3.4 Пример операции формирования решения на основе решений для набора матриц

Рассмотрим набор из 3 подматриц(18 x 18) исходной матрицы:

3.4.1 Первая подматрица

0.0	0.363	0.469	0.383	0.361	0.352	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			
0.0	0.0	0.0	0.019	0.18	0.18	0.309	0.249	0.183	0.163
0.0	0.0	0.0	0.136	0.183	0.181	0.18			
0.0	0.0	0.0	0.0	0.641	0.637	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			
0.0	0.0	0.0	0.784	0.496	0.38	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.04	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			
0.0	0.0	0.0	0.0	0.089	0.19	0.0	0.278	0.236	0.203
0.105	0.0	0.0	0.19	0.236	0.203	0.193			
0.0	0.0	0.091	0.227	0.2	0.189	0.0	0.0	0.607	0.227
0.2	0.189	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.105	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			
0.0	0.028	0.178	0.176	0.175	0.174	0.283	0.353	0.178	0.176
0.175	0.073	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			
0.0	0.0	0.0	0.0	0.065	0.185	0.09	0.202	0.189	0.187
0.121	0.0	0.21	0.202	0.189	0.187	0.001			
0.0	0.0	0.0	0.0	0.09	0.195	0.0	0.0	0.5	0.224
0.114	0.0	0.0	0.0	0.309	0.224	0.204			
0.0	0.0	0.0	0.225	0.254	0.215	0.0	0.0	0.0	0.579
0.254	0.215	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			
0.0	0.0	0.0	0.0	0.41	0.27	0.0	0.0	0.0	0.0
0.531	0.27	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			
0.0	0.0	0.0	0.015	0.199	0.191	0.0	0.0	0.742	0.204
0.0	0.0	0.0	0.0	0.05	0.219	0.199			
0.0	0.0	0.672	0.437	0.384	0.365	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			
0.0	0.0	0.0	0.022	0.184	0.182	0.0	0.552	0.197	0.166
0.0	0.0	0.0	0.061	0.197	0.187	0.184			
0.0	0.0	0.0	0.122	0.19	0.185	0.0	0.383	0.493	0.15
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.131	0.19			
0.335	0.335	0.335	0.335	0.335	0.335	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			
0.0	0.0	0.0	0.0	0.061	0.246	0.0	0.0	0.0	0.511
0.405	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.213			

Правая часть:

$$\begin{pmatrix} [9.1967627410.81763423] \\ [10.54546784, 11.11450736] \\ [5.2751107, 6.91341978] \\ [8.78242274, 9.55839975] \\ [9.06335504, 10.88122746] \\ [7.44029241, 9.34075942] \\ [4.47629471, 4.91726553] \\ [9.69012418, 10.25153165] \\ [9.66210102, 10.55886199] \\ [8.6265248, 8.94991877] \\ [9.1435237, 9.52322942] \\ [7.46650527, 9.44608471] \\ [7.69180912, 8.10562167] \\ [7.72659532, 8.76943559] \\ [9.6190007, 11.2605302] \\ [8.36915675, 9.12807474] \\ [10.74180576, 11.10300924] \\ [7.26456058, 8.45736247] \end{pmatrix}$$

Решение:

$$X^1 = \begin{pmatrix} [7.799569507415695, 4.491173568644195] \\ [6.98846219492058, 8.902520097327514] \\ [2.883994822625979, 3.329736145477702] \\ [6.163770194171046, 5.630391384835336] \\ [4.201127971353811, 6.360936767986807] \\ [4.052564207481458, 4.451792288183507] \\ [8.50955562942853, 2.5838931858241394] \\ [4.863630190298139, 5.810814910690496] \\ [0.9496461549554364, 3.2211553482478763] \\ [4.987280936297775, 4.042032423816971] \\ [4.588389471331016, 6.808182445276248] \\ [8.197916193723048, 7.491171048423267] \\ [11.543332779517439, 3.623292909669106] \\ [-0.10282674331270437, 14.495270445383921] \\ [3.4922300131051585, 8.453404101910799] \\ [11.561483521718403, 2.3646227030964626] \\ [8.755676193650986, 1.6667868172598606] \\ [-1.0278400563018097, 7.341928501868244] \end{pmatrix}$$

3.4.2 Вторая подматрица

0.0	0.0	0.672	0.437	0.384	0.365	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			
0.0	0.0	0.0	0.184	0.196	0.188	0.0	0.0	0.779	0.247
0.073	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.123			
0.0	0.0	0.0	0.0	0.177	0.275	0.0	0.0	0.0	0.0
0.779	0.275	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			
0.0	0.0	0.0	0.0	0.77	0.267	0.0	0.0	0.0	0.0
0.158	0.267	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			
0.0	0.0	0.0	0.0	0.223	0.241	0.0	0.0	0.0	0.501
0.442	0.118	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			
0.0	0.0	0.0	0.0	0.647	0.644	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			
0.225	0.183	0.174	0.172	0.172	0.171	0.069	0.183	0.174	0.172
0.172	0.171	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			
0.0	0.0	0.0	0.0	0.054	0.188	0.0	0.247	0.208	0.195
0.136	0.0	0.0	0.36	0.208	0.195	0.023			
0.0	0.0	0.0	0.0	0.08	0.184	0.127	0.197	0.187	0.185
0.104	0.0	0.188	0.197	0.187	0.185	0.043			
0.0	0.0	0.0	0.0	0.171	0.184	0.0	0.478	0.203	0.19
0.015	0.0	0.0	0.116	0.203	0.19	0.186			
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.242	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.931	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			
0.0	0.0	0.0	0.0	0.089	0.203	0.0	0.0	0.465	0.261
0.128	0.0	0.0	0.0	0.155	0.261	0.217			
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.147	0.0	0.0	0.0	0.0
0.637	0.201	0.0	0.0	0.0	0.0	0.062			
0.0	0.252	0.239	0.195	0.184	0.179	0.0	0.118	0.239	0.195
0.184	0.179	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.203	0.0	0.0	0.0	0.506
0.269	0.026	0.0	0.0	0.0	0.347	0.269			
0.0	0.0	0.0	0.019	0.18	0.18	0.309	0.249	0.183	0.163
0.0	0.0	0.0	0.136	0.183	0.181	0.18			
0.0	0.0	0.0	0.0	0.061	0.246	0.0	0.0	0.0	0.511
0.405	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.213			
0.0	0.366	0.472	0.386	0.253	0.177	0.0	0.0	0.0	0.0
0.111	0.177	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			

$$\text{Правая часть} \begin{pmatrix} [7.72659532, 8.76943559] \\ [6.57513951, 8.0398014] \\ [8.21017098, 8.0398014] \\ [8.01752823, 9.17591053] \\ [7.54737737, 8.36779705] \\ [5.88040165, 9.04878548] \\ [9.9730755, 6.42991567] \\ [9.25033407, 11.7158951] \\ [9.93049933, 10.35692243] \\ [9.65932247, 10.59493091] \\ [7.3646857, 11.38569424] \\ [8.46721587, 9.29632107] \\ [6.37817436, 8.97455728] \\ [9.10580608, 8.10633934] \\ [9.04391547, 9.52197491] \\ [10.54546784, 11.11450736] \\ [7.26456058, 8.45736247] \\ [10.18864568, 11.34570799] \end{pmatrix}$$

Решение:

$$X^2 = \begin{pmatrix} [6.304108941853371, 5.986634134206544] \\ [7.3728071162909, 8.51817517595721] \\ [1.7091609439157571, 4.504570024187934] \\ [7.196746859726882, 4.597414719279482] \\ [5.64198047814403, 4.920084261196591] \\ [3.462653096647729, 5.041703399017237] \\ [6.0002450876603035, 5.0932037275923605] \\ [3.4596312901320525, 7.21481381085657] \\ [1.2939759949635832, 2.876825508239734] \\ [3.965374941456301, 5.063938418658435] \\ [5.5683923304556675, 5.828179586151597] \\ [7.01206757692388, 8.677019665222426] \\ [7.347744335583813, 7.818881353602747] \\ [6.663283048871786, 7.729160653199476] \\ [7.8877637310043065, 4.057870384011614] \\ [7.409867839452208, 6.516238385362658] \\ [6.755373843929446, 3.667089166981433] \\ [1.4477096017654942, 4.866378843800926] \end{pmatrix}$$

3.4.3 Третья подматрица

0.0	0.0	0.0	0.0	0.223	0.241	0.0	0.0	0.0	0.501
0.442	0.118	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			
0.0	0.028	0.178	0.176	0.175	0.174	0.283	0.353	0.178	0.176
0.175	0.073	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.112	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			
0.0	0.0	0.0	0.0	0.339	0.329	0.0	0.0	0.0	0.0
0.323	0.329	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			
0.0	0.0	0.0	0.0	0.074	0.184	0.132	0.184	0.184	0.184
0.11	0.0	0.235	0.184	0.184	0.184	0.008			
0.0	0.578	0.372	0.353	0.271	0.172	0.0	0.0	0.0	0.0
0.076	0.172	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.203	0.0	0.0	0.0	0.506
0.269	0.026	0.0	0.0	0.0	0.347	0.269			
0.0	0.0	0.0	0.0	0.054	0.188	0.0	0.247	0.208	0.195
0.136	0.0	0.0	0.36	0.208	0.195	0.023			
0.0	0.0	0.0	0.122	0.19	0.185	0.0	0.383	0.493	0.15
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.131	0.19			
0.0	0.0	0.0	0.778	0.492	0.417	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.41	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.742	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			
0.0	0.0	0.0	0.0	0.096	0.223	0.0	0.0	0.0	0.736
0.168	0.0	0.0	0.0	0.0	0.098	0.264			
0.0	0.0	0.0	0.0	0.002	0.212	0.0	0.0	0.25	0.313
0.231	0.0	0.0	0.0	0.193	0.313	0.233			
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.17	0.0	0.0	0.0	0.0
0.707	0.116	0.0	0.0	0.0	0.0	0.287			
0.287	0.358	0.341	0.337	0.336	0.335	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			
0.0	0.0	0.0	0.0	0.77	0.267	0.0	0.0	0.0	0.0
0.158	0.267	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			
0.0	0.0	0.0	0.019	0.18	0.18	0.309	0.249	0.183	0.163
0.0	0.0	0.0	0.136	0.183	0.181	0.18			
0.0	0.042	0.191	0.181	0.177	0.176	0.0	0.55	0.191	0.181
0.177	0.176	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0			

Правая часть:

$$\begin{pmatrix} [7.54737737, 9.04878548] \\ [9.69012418, 10.25153165] \\ [4.19815218, 5.25490864] \\ [7.4875357, 7.73728672] \\ [9.31517706, 11.16893572] \\ [11.3396945, 12.19098235] \\ [9.04391547, 9.52197491] \\ [9.25033407, 10.35692243] \\ [8.36915675, 9.12807474] \\ [8.568684, 9.35368823] \\ [7.20531326, 7.93124725] \\ [7.70923727, 9.28019348] \\ [8.0425085, 9.72031264] \\ [7.6585282, 8.45287379] \\ [10.59569278, 11.10963339] \\ [8.01752823, 8.36779705] \\ [10.54546784, 11.11450736] \\ [9.33113974, 11.10156952] \end{pmatrix}$$

Решение:

$$X^3 = \begin{pmatrix} [8.11181538092346, 4.178927695136439] \\ [9.96327087183795, 5.927711420410162] \\ [-0.6838577893200524, 6.897588757423702] \\ [5.689028897836957, 6.105132681169424] \\ [5.215032911137489, 5.34703182820313] \\ [3.776827786058563, 4.727528709606402] \\ [8.772696811603316, 2.320752003649379] \\ [5.1544353709792885, 5.520009730009363] \\ [2.4184132387530566, 1.7523882644502542] \\ [3.9115280904389227, 5.117785269675823] \\ [6.09617842303404, 5.3003934935732335] \\ [7.618300812313343, 8.070786429832964] \\ [5.076394941064317, 10.090230748122217] \\ [9.034236294373057, 5.358207407698183] \\ [-0.19761969056349368, 12.143253805579414] \\ [7.7676430772654275, 6.158463147549432] \\ [7.01787020060452, 3.404592810306376] \\ [-0.6565136183671281, 6.9706020639335] \end{pmatrix}$$

Пересекаем получившиеся решения:

$$X^* = X^1 \cap X^2 \cap X^3$$

$$X^* = \begin{pmatrix} [5.98663413, 6.30410894] \\ [7.37280712, 8.51817518] \\ [2.88399482, 3.32973615] \\ [5.6890289, 6.10513268] \\ 5.21503291, 5.34703183] \\ 4.05256421, 4.45179229] \\ 5.09320373, 6.00024509] \\ 5.15443537, 5.52000973] \\ 1.75238826, 2.41841324] \\ 4.04203242, 4.98728094] \\ 5.56839233, 5.82817959] \\ 7.61830081, 8.07078643] \\ 7.34774434, 7.81888135] \\ 6.66328305, 7.72916065] \\ 4.05787038, 7.88776373] \\ 6.51623839, 7.40986784] \\ 3.66708917, 6.75537384] \\ 1.4477096, 4.86637884] \end{pmatrix}$$

4 Обсуждение

Выводы, которые можно сделать по проделанной работе:

1. Сравнивая графики, можно заметить, что для всех вариантов правая часть находилась в границах исходной правой части. А при увеличении количества выбираемых подматриц интервалы правой части суждались.
2. Для всех вариантов исходное решение всегда находилось в интервале полученного решения. Более того, при увеличении количества выбираемых подматриц полученный вектор сужался к исходному.
3. Середина полученного интервального вектора-решения почти сразу совпала с исходным решением. Норма разности имела порядок 10^{-14} для любого количества используемых подматриц.

Если суммировать все пункты выше, то можно сделать вывод, что при увеличении количества выбираемых матриц решение-пересечение стремится к истинному.