

一、选择题

- 1、对于公式 $A = \forall x(P(x) \rightarrow Q(x))$ ，给定解释 I 为：个体域 $D = \{2, 4\}$ ； $P(x): x > 3$ ； $Q(x): x = 4$ ，则 A 的真值为（ ）。
A、0 B、1 C、可 0 可 1 D、无法判定
- 2、已知 A 是 B 的充分条件，B 是 C 的必要条件，D 是 B 的必要条件，则 A 是 D 的（ ）。
A、充分条件 B、必要条件 C、充要条件 D、视具体情况而定
- 3、命题公式 $(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$ 的主析取范式中包含如下的极小项（ ）。
A、 $p \wedge q \wedge \neg r$ B、 $p \wedge \neg q \wedge r$ C、 $p \wedge q \wedge r$ D、 $p \wedge \neg q \wedge \neg r$

二、将公式 $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ 化成与之等值且仅含 $\{\neg, \wedge\}$ 中联结词的公式。

三、下列推理是否成立？如果不成立，说明原因；如果成立，在自然推理系统 P 中构造推理的相应证明。

- (1) 前提： $\neg a \vee b, a \rightarrow (b \wedge c), d \rightarrow b$
结论： $b \vee c$
- (2) 前提： $a \rightarrow (\neg(c \wedge d) \rightarrow \neg b), a, \neg d$
结论： $\neg b$

四、设 $A = (\neg p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \vee p)$ ， $B = \neg(\neg q \wedge p) \vee (\neg q \rightarrow \neg p)$ ，用主析取范式判断 $A \Leftrightarrow B$ 是否成立。

#3. Suppose that the universe for x and y is $\{1, 2, 3\}$. Also, assume that $P(x, y)$ is a predicate that true in the following cases, and false otherwise: $P(1, 3), P(2, 1), P(2, 2), P(3, 1), P(3, 2), P(3, 3)$. Determine whether each of the following is true or false:

- (a) $\exists x \forall y (y < x \rightarrow P(x, y))$.
(b) $\forall y \exists x (y < x \vee P(x, y))$.
(c) $\exists x \exists y (P(x, y) \wedge P(y, x))$.

六、符号化下列命题： (1)没有不犯错误的人； (2)发光的不都是金子。

七、证明

$$\forall x(F(x) \rightarrow G(x)) \rightarrow (\exists x F(x) \rightarrow \exists x G(x)) \Leftrightarrow \exists x \forall y (F(x) \vee G(x) \vee \neg F(y))$$