东 南 大 学 考 试 卷（A 卷）

自觉遵守考场纪律 如考试作弊 此答卷无效

姓名________ 学号________

线 封 密

课程名称 概率论与数理统计 考试学期 21-22-2 得分

适用专业 全校 考试形式 闭卷 考试时间长度 120 分钟

题号	一	二	三	四	五	六	七	八
得分								

$\Phi(x)=\int_{-\infty}^{x}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-t^2/2}dt$表示标准正态分布的分布函数，

$\Phi(-1.65)=0.05;\Phi(-1.96)=0.025;\Phi(1)=0.8413;\Phi(2)=0.9772$

$T_n\sim t(n)$ $P(T_{24}\ge 2.064)=0.025;P(T_{24}\ge 1.711)=0.05;$

$P(T_{25}\ge 2.060)=0.025;P(T_{25}\ge 1.708)=0.05;$

$K_n\sim\chi^2(n)$ $P(K_{24}\ge 39.36)=0.025;P(K_{24}\ge 12.40)=0.975;$

$P(K_{25}\ge 40.65)=0.025;P(K_{25}\ge 13.12)=0.975;$

一、选择题(每题 2’，共 10’)

1) 设 A,B 为两随机事件，且$P(AB)=P(\bar{A}\,\bar{B})$, 则下列说法正确的是 （ ）

A）A 和 B 互不相容; B）$A\cup B$是必然事件;

C）$P(A)+P(B)=1$; D） 以上三个选项均不正确。

2) 随机变量X服从自由度为 5 的 t 分布，$Y=X^2$，则下列说法正确的是 ( )

A）$Y\sim\chi^2(5)$; B）$Y\sim\chi^2(4)$;

C）$Y\sim F(5,1)$; D）$Y\sim F(1,5)$。

3) 设 X 和 Y 是两个相互独立的连续型随机变量，它们的概率密度函数分别为$f_1(x)$和$f_2(x)$，分布函数分别为$F_1(x)$和$F_2(x)$, 则下列说法不正确的是 （ ）

A) $0.5\mathrm{f}_1(x)+0.5f_2(x)$ 必为某一随机变量的概率密度函数;

B) $\mathrm{F}_1(\mathrm{x})F_2(x)$ 必为某一随机变量的分布函数;

C) $1.5\mathrm{f}_1(x)-0.5f_2(x)$ 必为某一随机变量的概率密度函数;

D) $0.5(\mathrm{F}_1(\mathrm{x})+F_2(x))$ 必为某一随机变量的分布函数;

4) 设总体 X 的均值为θ, $X_1,X_2,\cdots,X_n$是来自该总体的简单随机样本， $\bar{X}$ 为样本均值。现需要检验$H_0:\theta=\theta_0,H_1\theta\ne\theta_0$。若有两种拒接域$S_1=\{|\bar{X}|>1\}$和$S_2=\{|\bar{X}|>2\}$. 设基于这两种拒绝域的检验水平分别为$\alpha_1$ *和* α_2, 则以下结论正确的是 （ ）

（A） $\alpha_1\le\alpha_2$; （B） $\alpha_1\ge\alpha_2$;

（C） $\alpha_1=\alpha_2$; （D） 不能确定α_1和α_2的大小关系。

自觉遵守考场纪律 如考试作弊 此答卷无效

姓名______ 学号______

密 封 线

5) 设总体 X 服从正态分布 N(3,16), $X_1, X_2, \ldots, 16$ 是来自该总体的样本，$\bar{X}, S^2$分别表示样本均值和样本方差。下列结论中不正确的是 （　　）

（A）$\frac{15S^2}{16} \sim \chi^2(15)$；　　（B）$cov(\bar{X}, S^2)$=0；

（C）$\bar{X} - 3 \sim N(0,1)$　　（D）$\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$。

二、填充题（每空格 2’，共 26’）

1) 设事件 A 和 B 相互独立，P(A)=0.2; P(B)=0.4，则 P(B|AUB)=______。

2) 设一批产品的次品率为 0.2。从该批产品逐个抽取产品进行检测。则第四次检测首次检测出正品的概率是______________________。

3) 设随机变量X服指数分布，均值为 2，则 $cov(X^2, X-2) =$_______。

4) 随机变量 X，Y 相互独立， X~N(2,5)，Y~N(2,1)，则 P(X-2Y>−5)=________。

5) 随机变量 X，Y 的联合分布律为：P(X=1,Y=3)=0.3; P(X=2,Y=4)=0.3; P(X=1,Y=4)=0.2; P(X=2,Y=3)=0.2。 则$Emin(X,Y)$ =__________________。

6) 若随机变量 X,Y 互不相关，DX=2,DY=7，则 3X-Y 和 X+Y 的相关系数为___________。

7) 设随机变量序列{Xn,n=1,2,…}独立同分布于 U[-1,2]。

则$\frac{1}{n}({X_1}^2 + {X_2}^2 + \ldots + {X_n}^2) \xrightarrow{p}$______。

8) 设总体 X 服从泊松分布 P(2)。$X_1, X_2, \ldots, X_8$是来自该总体的样本，$\bar{X}$表示样本均值， 则$E(\bar{X}-2)^2 =$________。

9) 随机变量 X 的分布律为 P(X= -2)=0.5，P(X=0)=0.2, P(X=2)=0.3。则其分布函数为_______________。

10) 随机变量 X 的概率密度为$f(x) = \begin{cases} 0.25 & -1 < x < 0 \\ 0.375 & 0 \le x < 2 \\ 0 & 其它 \end{cases}$，则$Y = |X|$的密度函数为_______________。

11) 设X_1, X_2, X_3, X_4相互独立，且$X_1 \sim N(0,4), X_2 \sim N(0,4), X_3 \sim N(0,c), X_4 \sim N(0,c)$。 若$\frac{1}{4}(X_1^2 + X_2^2) + 2X_3^2 \sim \chi^2(3)$，则常数$c =$_________。

12) 设某总体服从$N(m,4)$，有来自该总体的容量为 16 的简单随机样本，样本均值为 15，基于该样本的 m 的置信度为 0.95 的置信区间为________________。

13) 设总体 X 的概率分布律为$f(x,\theta) = (x-1)\theta^2(1-\theta)^{x-2}, x = 2,3,\cdots; 0 < \theta < 1$为未知参数。若 3，2， 4，5，2，6 是来自该总体的简单随机样本的观测值，则θ的矩估计值为_______________。

自觉遵守考场纪律 如考试作弊 此答卷无效

姓名______ 学号______

线 封 密

三、(15') 设随机变量（X，Y）的联合密度为

$$.f(x,y)=\begin{cases}ax^2y & x^2<y<1\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$$

求（1）常数a; (2) X 的边缘密度函数；（3）条件概率 P(Y>0.5|X=0.5)。

四、(10') 设一盒子中有一个球，不知道其颜色是白色还是黑色（两种颜色等可能）。现在再往盒子中放入一个白球，然后从盒子中任意取出一球。（1）求取出的球是白球的概率；（2）若已知取出的球为白球，求原来盒子中的球是白球的概率。

五、(10’)设随机变量 X 和 Y 的联合密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}2 & x+y<1, x>0, y>0\\ 0 & 其他\end{cases}$$

令$Z=\max(X,Y)$. 求随机变量 Z 的概率密度函数$f_Z(z)$。

自觉遵守考场纪律 如考试作弊 此答卷无效

姓名________ 学号________

线 封 密

六、(9’) 设某工厂仓库有一批零件，其中一等品占 60%，二等品占 20%，三等品占 20%。现从中任取 100 件零件进行检测，求检测出一等品的个数超过 68 件的概率。(用中心极限定理进行近似计算，并可使用标准正态分布的分布函数$\Phi(x)$表示相关概率）。

自觉遵守考场纪律 如考试作弊 此答卷无效

姓名＿＿＿＿＿ 学号＿＿＿＿＿

密 封 线

七、(10’)设总体 X 的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} 5e^{5(x-\theta)} & x \le \theta \\ 0 & 其他 \end{cases}$$

其中θ为未知知参数。$X_1, \ldots X_n$ 为来自该总体的样本。(1)求参数θ的最大似然估计量 $\hat{\theta}$。(2) $\hat{\theta}$是否是θ的无偏估计量，说明理由。

八、 (10’)设总体 X 服从正态分布 N (u,σ^2), u 和σ^2未知。 现有来自该总体样本容量为 25 的样本, 其样本均值为 26，样本方差为 16。 （1）试检验 H_0: u=24, v.s. H_1: u >24(检验水平$\alpha = 0.05$)；(2)求σ^2的置信度为 95%的置信区间。