

东南大学考试卷 (A 卷)

课程名称 离散结构(1) 考试学期 11-12-3 得分  
适用专业 计算机科学与技术 考试形式 闭卷 考试时间长度 120 分钟

一、选择题 (每题 2 分, 共 10 分)

1. 下列语句中, ( ) 是命题。

- (A) 如果天黑了你就把灯打开;  
(B) 这世界一切言论都是谎言;  
(C) 2 和 3 都是奇数;  
(D)  $x + 5 > 6$ ;

2. 设  $I$  是如下一个解释:  $D=\{a, b\}$ ,  $P(a,a)=1$ ,  $P(a,b)=0$ ,  $P(b,a)=1$ ,  $P(b,b)=0$ , 则在解释  $I$  下, 取真值为 1 的公式为 ( )

- (A)  $\exists x \forall y P(x,y)$ ; (B)  $\forall x \forall y P(x,y)$ ;  
(C)  $\forall x P(x,x)$ ; (D)  $\forall x \exists y P(x,y)$ ;

3. 设命题公式  $G=\neg(P \rightarrow Q)$ ,  $H=P \rightarrow (Q \rightarrow \neg P)$ , 则  $G$  与  $H$  的关系是 ( )

- (A)  $G \Rightarrow H$ ; (B)  $H \Rightarrow G$ ;  
(C)  $G \Leftrightarrow H$ ; (D) 以上都不是;

4. 设集合为  $A=\{2, \{a\}, 3, 4\}$ ,  $B=\{\{a\}, 3, 4, 1\}$ ,  $E$  为全集下列命题为真的是 ( )

- (A)  $\{2\} \in A$ ; (B)  $\{a\} \subseteq A$ ;  
(C)  $\Phi \subseteq \{\{a\}\} \subseteq B \subseteq E$ ; (D)  $\{\{a\}, 1, 3, 4\} \subset B$ ;

5. 设集合  $A=\{1, 2, 3\}$ ,  $A$  上的关系  $R=\{\langle 1,1 \rangle, \langle 2,2 \rangle, \langle 2,3 \rangle, \langle 3,2 \rangle, \langle 3,3 \rangle\}$ , 则  $R$  不具备 ( )

- (A) 自反性; (B) 传递性;  
(C) 对称性; (D) 反对称性;

二、填空题（每空 2 分，共 30 分）

1.  $A=\{a,b,c,d\}$ ,  $A$  上的二元运算 $*$ 如下:

$*$	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	c	d	a
c	c	d	a	b
d	d	a	b	c

则代数系统 $\langle A, * \rangle$ 的幺元为\_\_\_\_\_， $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$ 的逆元分别为\_\_\_\_\_。

2、命题公式 $\neg(P \rightarrow Q) \wedge R$ 的主析取范式为\_\_\_\_\_。

3、一阶逻辑公式为 $\forall xP(x) \rightarrow \exists xQ(x)$ 的前束范式为\_\_\_\_\_。

4、设个体域为全总域， $F(x)$ :  $x$  是人类， $G(x)$ :  $x$  是野兽， $H(x,y)$ :  $x$  力量比  $y$  大，则，“有的野兽力量比人力气都大”可符号化为\_\_\_\_\_；“不存在力量比所有野兽都大的人类”可符号化为\_\_\_\_\_；“说凡是人类就比野兽力量小是不对的”可符号化为\_\_\_\_\_。

4、设集合  $A=\{1,2,3,4\}$ ,  $A$  上的关系  $R_1 = \{(1,4),(2,3),(3,2)\}$ ,  $R_2 = \{(2,1),(3,2),(4,3)\}$ , 则  $R_1 \circ R_2 =$ \_\_\_\_\_,  $R_2 \circ R_1 =$ \_\_\_\_\_,  $R_1^2 =$ \_\_\_\_\_.

5、设  $A=\{a,b,c\}$ ,  $R=\{\langle a,b \rangle, \langle b,a \rangle\} \cup I_A$  是  $A$  上的等价关系，设自然映射  $g: A \rightarrow A/R$ , 那么  $g(a)=$ \_\_\_\_\_。

6、设  $A=\{1, 2, 3\}$ , 则  $A$  上既不是对称又不是反对称的关系  $R=$ \_\_\_\_\_,  $A$  上既是对称又是反对称的关系  $R=$ \_\_\_\_\_。

7、拉格朗日定理说明若 $\langle H, * \rangle$ 是群 $\langle G, * \rangle$ 的子群，则可建立  $G$  中的等价关系：

$R =$ \_\_\_\_\_。若 $|G|=n, |H|=m$ , 则  $m$  和  $n$  的关系为\_\_\_\_\_。

三、用主析取范式判断下列公式是否等价。(7分)

(1)  $G = (P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge Q \wedge R)$

(2)  $H = (P \vee (Q \wedge R)) \wedge (Q \vee (\neg P \wedge R))$

四、设集合  $A = \{1, 2, 4, 6, 8, 12\}$ ,  $R$  为  $A$  上整除关系。

1、画出偏序集 $(A, R)$ 的哈斯图;(3分)

2、写出  $A$  的最大元, 最小元, 极大元, 极小元;(3分)

3、写出  $A$  的子集  $B = \{4, 6, 8, 12\}$  的上界, 下界, 最小上界, 最大下界.(2分)

(共8分)

五、给出以下命题: 所有的诗人都很浪漫, 老王是个工程师也是个诗人, 因此有些工程师很浪漫。

(1) 对以上命题进行符号化;(2分)

(2) 用逻辑推理证明:(5分)

(共7分)

六、设  $R$  是  $A$  上的一个二元关系,  $S = \{ \langle a, b \rangle \mid a, b \in A \text{ 并且 对于任意的 } c \text{ 都有 } \langle a, c \rangle \in R \text{ 且 } \langle c, b \rangle \in R \}$ 。证明若  $R$  是  $A$  上一个等价关系, 则  $S$  也是  $A$  上的一个等价关系。(12分)

七、设  $\langle N_6, +_6 \rangle$  是一个群, 其中  $N_6 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $+_6$  为模6加。

(1) 证明  $\langle N_6, +_6 \rangle$  与  $\langle N, + \rangle$  为满同态, 其中  $N$  为包含0的自然数集合,  $+$  为加法;(3分)

(2) 求出所有的子群以及相应的陪集;(4分)

(3) 求出  $N_6$  所有元素的阶;(3分)

(共10分)

八、某公司要从 A、B、C、D、E 五名员工中选择一些人去非洲出差，选择必须满足以下条件：

- (1) 若 A 去则 B 也去；
- (2) D 和 E 中必有一人去；
- (3) B 和 C 中去且仅去一人；
- (4) C 和 D 两人同去或同不去；
- (5) 若 E 去，则 A 和 B 也同去；

用等值演算法分析该公司的派遣方案。(8 分)

