

# 东南大学考试卷 (A 卷)

课程名称 概率论与数理统计 考试学期 21-22-1 得分

适用专业 全校 考试形式 闭卷 考试时间长度 120 分钟

题号	一	二	三	四	五	六	七	八
得分								

$\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2} dt$  表示标准正态分布的分布函数,

$\Phi(-1.65) = 0.05; \Phi(-1.96) = 0.025; \Phi(1) = 0.8413; \Phi(2) = 0.9772$

$T_n \sim t(n) \quad P(T_{24} \geq 2.064) = 0.025; P(T_{24} \geq 1.711) = 0.05;$

$P(T_{25} \geq 2.060) = 0.025; P(T_{25} \geq 1.708) = 0.05;$

$K_n \sim \chi^2(n) \quad P(K_{24} \geq 39.36) = 0.025; P(K_{24} \geq 12.40) = 0.975;$

$P(K_{25} \geq 40.65) = 0.025; P(K_{25} \geq 13.12) = 0.975;$

一、选择题( 每题 2', 共 10' )

1) 设 A,B 为两随机事件, 且  $P(AB) = P(\bar{A} \bar{B})$ , 则下列说法正确的是 ( )

- A) A 和 B 互不相容;                      B)  $A \cup B$  是必然事件;  
C)  $P(A) + P(B) = 1$ ;                      D) 以上三个选项均不正确。

2) 随机变量 X 服从自由度为 5 的 t 分布,  $Y = X^2$ , 则下列说法正确的是 ( )

- A)  $Y \sim \chi^2(5)$ ;                              B)  $Y \sim \chi^2(4)$ ;  
C)  $Y \sim F(5, 1)$ ;                              D)  $Y \sim F(1, 5)$ 。

3) 设 X 和 Y 是两个相互独立的连续型随机变量, 它们的概率密度函数分别为  $f_1(x)$  和

$f_2(x)$ , 分布函数分别为  $F_1(x)$  和  $F_2(x)$ , 则下列说法不正确的是 ( )

- A)  $0.5f_1(x) + 0.5f_2(x)$  必为某一随机变量的概率密度函数;  
B)  $F_1(x)F_2(x)$  必为某一随机变量的分布函数;  
C)  $1.5f_1(x) - 0.5f_2(x)$  必为某一随机变量的概率密度函数;  
D)  $0.5(F_1(x) + F_2(x))$  必为某一随机变量的分布函数;

4) 设总体 X 的均值为  $\theta$ ,  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是来自该总体的简单随机样本,  $\bar{X}$  为样本均值。

现需要检验  $H_0: \theta = \theta_0, H_1: \theta \neq \theta_0$ 。若有两种拒绝域  $S_1 = \{|\bar{X}| > 1\}$  和  $S_2 = \{|\bar{X}| > 2\}$ 。

设基于这两种拒绝域的检验水平分别为  $\alpha_1$  和  $\alpha_2$ , 则以下结论正确的是 ( )

- (A)  $\alpha_1 \leq \alpha_2$ ;                              (B)  $\alpha_1 \geq \alpha_2$ ;  
(C)  $\alpha_1 = \alpha_2$ ;                              (D) 不能确定  $\alpha_1$  和  $\alpha_2$  的大小关系。

5) 设总体  $X$  服从正态分布  $N(3,16)$ ,  $X_1, X_2, \dots, X_{16}$  是来自该总体的样本,  $\bar{X}, S^2$  分别表示样本均值和样本方差。下列结论中不正确的是 ( )

(A)  $\frac{15S^2}{16} \sim \chi^2(15)$ ;

(B)  $cov(\bar{X}, S^2) = 0$ ;

(C)  $\bar{X} - 3 \sim N(0,1)$

(D)  $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$ 。

二、填充题 (每空格 2', 共 26')

- 1) 设事件  $A$  和  $B$  相互独立,  $P(A)=0.2$ ;  $P(B)=0.4$ , 则  $P(B|A \cup B) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 2) 设一批产品的次品率为 0.2。从该批产品逐个抽取产品进行检测。则第四次检测首次检测出正品的概率是  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 3) 设随机变量  $X$  服从指数分布, 均值为 2, 则  $cov(X^2, X-2) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 4) 随机变量  $X, Y$  相互独立,  $X \sim N(2,5)$ ,  $Y \sim N(2,1)$ , 则  $P(X-2Y > -5) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 5) 随机变量  $X, Y$  的联合分布律为:  $P(X=1, Y=3)=0.3$ ;  $P(X=2, Y=4)=0.3$ ;  
 $P(X=1, Y=4)=0.2$ ;  $P(X=2, Y=3)=0.2$ 。 则  $E \min(X, Y) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 6) 若随机变量  $X, Y$  互不相关,  $DX=2, DY=7$ , 则  $3X-Y$  和  $X+Y$  的相关系数为  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 7) 设随机变量序列  $\{X_n, n=1, 2, \dots\}$  独立同分布于  $U[-1, 2]$ 。  
则  $\frac{1}{n}(X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2) \xrightarrow{p} \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 8) 设总体  $X$  服从泊松分布  $P(2)$ 。  $X_1, X_2, \dots, X_8$  是来自该总体的样本,  $\bar{X}$  表示样本均值, 则  $E(\bar{X} - 2)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 9) 随机变量  $X$  的分布律为  $P(X=-2)=0.5$ ,  $P(X=0)=0.2$ ,  $P(X=2)=0.3$ 。 则其分布函数为  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 10) 随机变量  $X$  的概率密度为  $f(x) = \begin{cases} 0.25 & -1 < x < 0 \\ 0.375 & 0 \leq x < 2 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$ , 则  $Y = |X|$  的密度函数为  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 11) 设  $X_1, X_2, X_3, X_4$  相互独立, 且  $X_1 \sim N(0,4)$ ,  $X_2 \sim N(0,4)$ ,  $X_3 \sim N(0,c)$ ,  $X_4 \sim N(0,c)$ 。 若  $\frac{1}{4}(X_1^2 + X_2^2) + 2X_3^2 \sim \chi^2(3)$ , 则常数  $c = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 12) 设某总体服从  $N(m, 4)$ , 有来自该总体的容量为 16 的简单随机样本, 样本均值为 15, 基于该样本的  $m$  的置信度为 0.95 的置信区间为  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 13) 设总体  $X$  的概率分布律为  $f(x, \theta) = (x-1)\theta^2(1-\theta)^{x-2}, x=2, 3, \dots; 0 < \theta < 1$  为未知参数。若 3, 2, 4, 5, 2, 6 是来自该总体的简单随机样本的观测值, 则  $\theta$  的矩估计值为  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

三、(15') 设随机变量 (X, Y) 的联合密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} ax^2y & x^2 < y < 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

求 (1) 常数  $a$ ; (2)  $X$  的边缘密度函数; (3) 条件概率  $P(Y > 0.5 | X = 0.5)$ 。

四、(10') 设一盒子中有一个球，不知道其颜色是白色还是黑色（两种颜色等可能）。现在再往盒子中放入一个白球，然后从盒子中任意取出一球。(1) 求取出的球是白球的概率；(2) 若已知取出的球为白球，求原来盒子中的球是白球的概率。

五、(10') 设随机变量  $X$  和  $Y$  的联合密度为

$$f(x,y) = \begin{cases} 2 & x+y < 1, x > 0, y > 0 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

令  $Z = \max(X, Y)$ . 求随机变量  $Z$  的概率密度函数  $f_Z(z)$ 。

六、(9') 设某工厂仓库有一批零件，其中一等品占 60%，二等品占 20%，三等品占 20%。现从中任取 100 件零件进行检测，求检测出一等品的个数超过 68 件的概率。（用中心极限定理进行近似计算，并可使用标准正态分布的分布函数  $\Phi(x)$  表示相关概率）。

自觉遵守考场纪律

如考试作弊 此答卷无效

姓名

学号

线

隔

线

七、(10')设总体  $X$  的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} 5e^{5(x-\theta)} & x \leq \theta \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad \text{其中 } \theta \text{ 为未知参数。} X_1, \dots, X_n \text{ 为}$$

来自该总体的样本。(1)求参数  $\theta$  的最大似然估计量  $\hat{\theta}$ 。(2)  $\hat{\theta}$  是否是  $\theta$  的无偏估计量, 说明理由。

八、(10')设总体  $X$  服从正态分布  $N(u, \sigma^2)$ ,  $u$  和  $\sigma^2$  未知。现有来自该总体样本容量为 25 的样本, 其样本均值为 26, 样本方差为 16。(1) 试检验  $H_0: u=24$ , v.s.  $H_1: u > 24$  (检验水平  $\alpha = 0.05$ ); (2) 求  $\sigma^2$  的置信度为 95% 的置信区间。