东 南 大 学 考 试 卷（A 卷）

课程名称 概率论与数理统计 考试学期 21-22-3 得分

适用专业 全校 考试形式 闭卷 考试时间长度 120 分钟

题号	一	二	三	四	五	六	七	八
得分								
批阅人								

自觉遵守考场纪律 如考试作弊 此答卷无效

姓名______ 学号______

线 封 密

$\Phi(x)=\int_{-\infty}^{x}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-t^2/2}dt$表示标准正态分布的分布函数，

$\Phi(-1.65)=0.05;\Phi(-1.96)=0.025;\Phi(1)=0.8413;\Phi(2)=0.9772$

$T_n\sim t(n)$ $P(T_{24}\geq 2.064)=0.025;P(T_{24}\geq 1.711)=0.05;$

$P(T_{25}\geq 2.060)=0.025;P(T_{25}\geq 1.708)=0.05;$

$K_n\sim\chi^2(n)$ $P(K_{24}\geq 39.36)=0.025;P(K_{24}\geq 12.40)=0.975;$

$P(K_{25}\geq 40.65)=0.025;P(K_{25}\geq 13.12)=0.975;$

一、选择题(每题 2’，共 10’)

1) 设A和B为两随机事件，且$A\subset B$，$P(B)>0$. 则下列说法正确的是 （ ）

A) $P(A|B)>P(A)$； B) $P(A|B)\leq P(A)$；

C) $P(A|B)\geq P(A)$； D) $P(A|B)<P(A)$。

2) 随机变量X_1,X_2,X_3相互独立，且都服从正态分布$N(0,\sigma^2)$。则下列说法正确的是 （ ）

A) $\frac{X_2^2+X_3^2}{X_1^2+X_2^2}\sim F(2,2)$； B) $\frac{\sqrt{2}X_1}{\sqrt{X_2^2+X_3^2}}\sim t(2)$；

C) $X_1^2+X_2^2\sim\chi^2(2)$； D) $\frac{X_1}{\sigma^2}\sim N(0,\ 1)$。

3) 设$F(x)$和$G(x)$是两个分布函数，其相应的概率密度函数$f(x)$ 和 $g(x)$是连续函数，则必为概率密度的是 （ ）

A) $f(x)g(x)$； B) $2f(\mathrm{x})G(x)$；

C) $2g(x)F(x)$； D) $f(\mathrm{x})G(x)+g(\mathrm{x})F(x)$。

4) 设总体 X 的均值为θ, $X_1,X_2,\cdots,X_n$是来自该总体的简单随机样本，$\bar{X}$ 为样本均值。现需要检验$H_0:\theta=\theta_0$, $H_1:\theta<\theta_0$。若检验水平 $\alpha=0.1$ 和 $\alpha=0.05$ 时拒绝域分别为 $S_1=\{\bar{X}<a\}$ 和 $S_2=\{\bar{X}<b\}$。则以下结论正确的是 （ ）

A) $a\leq b$； B) $a\geq b$；

C) $a=b$； D) 不能确定 a 和 b 的大小关系。

5) 设总体 X 服从指数分布 $e(2)$, $X_1, X_2, \dots, X_{20}$ 是来自该总体的样本， $\bar{X}$, S^2分别表示样本均值和样本方差。下列结论中不正确的是 （ ）

A) $E\bar{X} = \frac{1}{2}$；

B) $cov(\bar{X}, S^2)$=0；

C) $E(X_1X_2) = DX_1$；

D) $ES^2 = \frac{1}{4}$ 。

二、填充题（每空格 2’，共 26’）

1) 设事件A 和 B 相互独立，事件 A 和 C 互不相容，且$P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{4}, P(BC) = \frac{1}{8}$，则$P(A \cup B \cup C) =$______。

2) 设某检测设备的测量误差服从均匀分布$U[-1,1]$。现用该设备测量了 4 件产品。则四次检测中恰好有一次检测误差超过 0.5 的概率是____________。

3) 设随机变量X服从泊松分布$P(2)$，则 $EX(X+4) =$__________。

4) 已知随机变量 X 和 Y 相互独立，且 $X \sim N(1,2)$，$Y \sim N(3,4)$， 则 $P(2X - Y > 2\sqrt{12} - 1)$=________。

5) 随机变量X 和 Y 的联合分布律为：$P(X=-1, Y=2) = 0.4$; $P(X=1, Y=2) = 0.2$; $P(X=-1, Y=3) = 0.3$; $P(X=1, Y=3) = 0.1$。 则$E\frac{X}{Y} =$___________。

6) 若随机变量X 和 Y 的相关系数为0.2，且$DX = 2$，$DY = 4$，则 $cov(X+Y, Y-2X) =$_________。

7) 设随机变量序列$\{X_n,\ n = 1,2,\dots\}$独立同分布于二项分布$b(1,\ 0.3)$。则$\frac{1}{n}({X_1}^5 + {X_2}^5 + \dots + {X_n}^5) \xrightarrow{p}$______。

8) 设随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ x^3 & 0 \le x < 1 \\ 1 & x \ge 1 \end{cases}$。

则$P(0.5 < X < 1.5) =$________。

9) 随机变量 X 的分布律为$P(X=-1) = 0.3$, $P(X=1) = 0.4$, $P(X=-2) = 0.3$。则其分布函数为_______________。

10) 随机变量 X 的概率密度为$f(x) = \begin{cases} \sin(x) & 0 < x < \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$，则 $Y = -2X + 1$的密度函数为_______________。

11) 设X_1, X_2,独立同分布，都服从$N(0,4)$，则 $\frac{X_1}{|X_2|} \sim$_________。

12) 设某总体服从$N(\mu, 25)$，有来自该总体的容量为 100 的简单随机样本，样本均值为 150，基于该样本的 μ 的置信度为 0.9 的置信区间为________________。

自觉遵守考场纪律 如考试作弊 此答卷无效

姓名______ 学号______

线 封 密

13) 设总体 X 的概率分布律为$P(X=1)=\theta, P(X=2)=1-2\theta, P(X=3)=\theta$，其中$\theta$是未知参数。若 1，3，2，1，2，3 是来自该总体的简单随机样本的观测值，则θ的矩估计值为________________。

自觉遵守考场纪律　如考试作弊　此答卷无效

姓名________　学号________

密 封 线

三、(15’) 设随机变量$(X，Y)$ 的联合概率密度为

$$.f(x,y)=\begin{cases} a & -1<y<-x^2 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}。$$

求（1）常数a; (2) X 的边缘密度函数;（3）条件概率$P(-0.75<Y<-0.15|X=0.5)$。

四、(10’) 设一盒子中有两个白球，三个红球。现在再往盒子中加入两个球（其中含白球数各种情况等可能），然后从盒子中任意取出一球。（1）求取出的球是白球的概率;（2）若已知取出的球为白球，求加入盒子中的两个球都是白球的概率。

五、(10’)设随机变量X 和 Y的联合密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}0.5 & x+y<2,x>0,y>0\\ 0 & \text{其他}\end{cases}。$$

令$Z=2Y+X$。求随机变量Z的概率密度函数$f_Z(z)$。

六、(9’) 设一本书共100页，每一页错别字的个数服从泊松分布$P(0.2)$。求这本书中错别字的总数不超过25个的概率。(用中心极限定理进行近似计算，并可使用标准正态分布的分布函数$\Phi(x)$表示相关概率)。

自觉遵守考场纪律 如考试作弊 此答卷无效

姓名________

学号________

密 封 线

七、(10’) 设总体$X\sim N(\mu,2),Y\sim N(2\mu,4)$，$X,Y$相互独立。现有来自这两个总体容量分别为 m 和 n 的简单随机样本$X_1,\dots,X_m$以及$Y_1,\dots,Y_n$。(1)求参数μ的最大似然估计量$\hat{\mu}$。(2) $\hat{\mu}$是否是μ的无偏估计量，说明理由。

八、 (10’) 设总体X服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$, μ和σ^2均未知。 现有来自该总体样本容量为 25 的样本, 其样本均值为 50，样本标准差为 3。 （1）试检验$H_0\colon\mu=48\ v.s.H_1\colon\mu\neq 48$ (检验水平$\alpha=0.05$)；(2)求σ^2的置信度为95%的置信区间。