概率统计 21-22-2(A)参考答案

一、选择题

1)C　2) D　3)C　4) B,　5) D

二、填空题

1)10/13=0.769;

2)0.0064

3) 32

4)0.8413

5)1.5

6) -1/15=-0.067

7) 1

8) 1/4=0.25

9) $F(x)=\begin{cases}0 & x<-2\\ 0.5 & -2\le x<0\\ 0.7 & 0\le x<2\\ 1 & x\ge 2\end{cases}$

10) $f_Y(y)=\begin{cases}0.625 & 0<y<1\\ 0.375 & 1\le y<2\\ 0 & 其它\end{cases}$

11) 0.5

12) [14.02, 15.98]

13) $\frac{6}{11}=0.545$

三、

三、 (1) $\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}f(x,y)dxdy=1$；$a\int_0^1\int_{-\sqrt{y}}^{\sqrt{y}}x^2ydydx=1$；　$a=\frac{21}{4}$

$$(2)f_X(y)=\int_{-\infty}^{\infty}f(x,y)dy$$

当 0<|x|<1 时$f_X(x)=\int_{x^2}^{1}ax^2ydy=\frac{21}{8}x^2(1-x^4)$

当| x| ≥ 1 时$f_X(x)=0.$

$$(3)f_{Y|X}(y|x)=\frac{f(x,y)}{f_X(x)}=\begin{cases}\frac{2y}{1-x^4} & x^2<y<1\\ 0 & 其它\end{cases}\ (|x|<1).$$

$$f_{Y|X}(y|0.5)=\begin{cases}\frac{32}{15}y & \frac{1}{4}<y<1\\ 0 & 其它\end{cases}$$

$$P(Y<0.5|X=0.5)=\int_{0.5}^{+\infty}f_{Y|X}(y|0.5)dy=\int_{0.5}^{1}\frac{32}{15}y\,dy=\frac{4}{5}=0.8$$

四、A 表示原来盒子中为白球；B 表示抽到白球. 则

$$P(A)=\mathrm{P}(\overline{\mathrm{A}})=\frac{1}{2};$$

$$P(B|A)=1;P(B|\bar{A})=0.5;$$

$(1)P(B)=P(\mathrm{A})P(B|A)+P(\bar{A})P(B|\bar{A})=0.5*1+0.5*0.5=0.75$

(2)

$$P(\mathrm{A}|B)=\frac{P(A|B)}{P(B)}=\frac{P(A)P(B|A).}{P(B)}=\frac{0.5*1}{0.75}=\frac{2}{3}\approx 0.667$$

五、 *Z的分布函数*$F_Z(z)=P(Z\le z)=P(\max(X,Y)\le z)=P(X\le z,Y\le z)$

当$z<0$ *时，*$F_Z(z)=0$*；*

当$0\le z\ \le\frac{1}{2}$*时，*$F_Z(z)=\iint_{x\le z,y\le z}f(x,y)dxdy=2\int_0^z\int_0^z dxdy=2z^2.$

当$\frac{1}{2}<\mathrm{z}\le 1$时

$$F_Z(z)=\iint_{x\le z,y\le z}f(x,y)dxdy=1-P(X>z\cup Y>z)=1-2*2*\frac{1}{2}(1-z)^2$$

$$=1-2(1-z)^2$$

当 z>1 时，$\mathrm{F_Z(z)=1}$

Z的概率密度为 $$f_Z(z)=[F_Z(z)]'=\begin{cases}4z & 0<z\le\frac{1}{2}\\ 4(1-z) & \frac{1}{2}<z<1\\ 0 & \text{其它}\end{cases}$$

六、X表示 100 件产品中检测出的一等品个数，$\mathrm{X\sim b(n,p),n=100,p=0.6}$

$\mu=EX=np=60;\sigma^2=DX=np(1-p)=24;$

所求概率为:

$$P(X>68)\approx 1-\Phi\left(\frac{68-60}{\sqrt{24}}\right)=1-\Phi\left(\frac{4}{\sqrt{6}}\right)=1-\Phi(1.633)$$

七、(1)*似然函数为：*$L(\theta)=\prod_{i=1}^{n}f(X_i,\theta)=\prod_{i=1}^{n}5e^{5(X_i-\theta)}$

$$=5^n e^{5\sum_{i=1}^{n}X_i-5n\theta},\theta\ge\max(X_1,\cdots,X_n).$$

$\mathrm{L(\theta)}$是θ的单调减函数，所以，当$\theta=max(X_1,\cdots,X_n)$时，$L(\theta)$ 取最大值。

故θ的最大似然估计量为：$\hat{\theta}=\max(X_1,\cdots X_n)$

(2) 总体的分布函数为： $\mathrm{F(x)}=\begin{cases}\mathrm{e^{5(x-\theta)}} & \mathrm{x\le\theta}\\ 1 & \mathrm{x>\theta}\end{cases}.$

$\hat{\theta}$的概密度函数为，$\mathrm{F}_{\hat{\theta}}(t)=n[F(t)]^{n-1}f(t)$

$$=\begin{cases}5ne^{5n(t-\theta)} & t\le\theta\\ 0 & t>\theta\end{cases}$$

$$E\hat{\theta}=\int_{-\infty}^{\theta} t5ne^{5n(t-\theta)}\ dt=\theta-\frac{1}{5n}$$

$E\hat{\theta}\neq\theta$，$\hat{\theta}$不是θ的无偏估计

八、(1)$n=25,\alpha=0.05,$

检验统计量$T=\dfrac{\bar{X}-24}{S_n}\sqrt{n}|H_0\sim t(n-1)$

拒绝域：$D=\{T>t_\alpha(n-1)\}=\{T>1.7113\}.$

$\bar{x}=26, s_n=4$

T的观测值：$T=\dfrac{26-24}{4}\sqrt{25}=2.5>1.7113$

所以，拒绝原假设。

(2)σ^2的置信度为95%的置信区间为：

$$[\frac{(n-1)S_n^2}{\chi_{0.025}^2(24)},\frac{(n-1)S_n^2}{\chi_{0.975}^2(24)}]=[\frac{24\times16}{39.36},\frac{24\times16}{12.4}]=[9.756,\ \ 30.968]$$