

# 东南大学 考试卷 (A 卷)

课程名称 概率论与数理统计 考试学期 19-20-2 得分

适用专业 全校 考试形式 闭卷 考试时间长度 120 分钟

题号	一	二	三	四	五	六	七	八
得分								

$\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2} dt$  表示标准正态分布的分布函数,

$\Phi(-1.65) = 0.05; \Phi(-1.96) = 0.025; \Phi(1) = 0.8413; \Phi(2) = 0.9772$

$T_n \sim t(n) \quad P(T_{24} \geq 2.064) = 0.025; P(T_{24} \geq 1.711) = 0.05;$

$P(T_{25} \geq 2.060) = 0.025; P(T_{25} \geq 1.708) = 0.05;$

$K_n \sim \chi^2(n) \quad P(K_{24} \geq 39.36) = 0.025; P(K_{24} \geq 12.40) = 0.975;$

$P(K_{25} \geq 40.65) = 0.025; P(K_{25} \geq 13.12) = 0.975;$

$$P(AB) = P(A)$$

一、选择题( 每题 2', 共 10' )

1) 设 A,B 为两随机事件, 且  $P(A) > 0, P(B|A) = 1$ , 则下列结果

正确的是

( )

(A)  $A \subset B$

(B)  $B \subset A$

(C)  $A-B = \phi$

(D)  $P(A-B) = 0$

$$P(A-AB) =$$

2) 随机变量 X 的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} Ae^{-(x-a)^2} & x > a \\ 0 & x \leq a \end{cases}$$

$$\int_a^{a+b} Ae^{-(x-a)^2} dx = A \int_0^b e^{-t^2} dt$$

则对任意的  $b > 0$ , 概率  $P(a < X < a+b)$  的值

( )

A) 与 a 无关, 随 b 的增大而增大; B) 与 a 无关, 随 b 的增大而减小;

C) 与 b 无关, 随 a 的增大而增大 D) 与 b 无关, 随 a 的增大而减小。

3) 设随机变量 X 与 Y, 都服从正态分布  $N(0, 2)$ , 且相关系数为 r. 则 以下说法

正确是

( )

(A) 当  $r=0$  时, (X,Y) 服从二维正态;

(B) (X, Y) 服从二维正态;

(C) 当  $r=0$  时, X 和 Y 相互独立;

(D) 以上都不对。

4) 设  $X, Y, Z$  相互独立, 且均服从泊松分布  $P(2)$ 。令  $T=(X+Y+Z)/3$ ; 则

$ET^2$  的值为 ( )

- (A) 2 (B)  $2/3$   
(C)  $4/3$  (D)  $14/3$ 。

5) 对正态总体的数学期望  $b$  进行假设检验, 如果在显著水平  $0.05$  下接受  $H_0: b=b_0$ , 那么在显著水平  $0.01$  下, 下列结论中正确的是 ( )

- (A) 必须接受  $H_0$ ; (B) 可能接受  $H_0$ , 也可能拒绝  $H_0$ ;  
(C) 必拒绝  $H_0$ ; (D) 不接受  $H_0$ , 也不拒绝  $H_0$ 。

二、填充题 (每空格 2', 共 26')

- 1) 设事件  $A$  和  $B$  相互独立, 设  $P(A)=x$ ;  $P(B)=0.2$ ,  $P(A \cup B)=0.8$ , 则  $x =$  \_\_\_\_\_。
- 2) 一射手对同一目标独立地进行四次射击, 若至少命中一次的概率为  $80/81$ , 则该射手的命中率为\_\_\_\_\_。
- 3) 设随机变量  $X$  服从泊松分布, 方差为 4,  $EX(X-1) =$  \_\_\_\_\_。
- 4) 随机变量  $X, Y$  相互独立,  $X \sim N(1, 2)$ ,  $Y \sim N(0, 2)$ , 则  $P(X-Y < 3) =$  \_\_\_\_\_。
- 5) 随机变量  $X, Y$  的联合分布律为:  $P(X=-1, Y=-1)=0.2$ ;  $P(X=-1, Y=1)=0.3$ ;  
 $P(X=1, Y=-1)=0.4$ ;  $P(X=1, Y=1)=0.1$ 。 则  $EXY =$  \_\_\_\_\_。
- 6) 若随机变量  $X, Y$  满足,  $DX=DY=2$ , 相关系数  $r=0.3$ , 则  $D(X-Y) =$  \_\_\_\_\_。
- 7) 设随机变量序列  $\{X_n, n=1, 2, \dots\}$  独立同于  $f(x)$ ,

$$f(x) = \begin{cases} 2x & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \quad \text{则 } \frac{1}{n}(X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2) \xrightarrow{p} \text{_____}。$$

8) 设总体  $X$  服从正态分布  $N(-1, 1)$ ,  $X_1, X_2, \dots, X_{10}$  是来此该总体的样本,  $\bar{X}$  表示样

本均值, 则  $\sum_{i=1}^{10} (X_i + 1)^2$  服从\_\_\_\_\_分布 (标明自由度)。

9) 随机变量  $X$  的分布律为  $P(X=1)=0.4$ ,  $P(X=3)=0.6$ , 则其分布函数为\_\_\_\_\_。

10) 随机变量  $X$  的概率密度为  $f(x) = \begin{cases} 2(x+1), & -1 < x < 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ , 则  $Y=-2X+1$  的密度函数为\_\_\_\_\_。

- 11) 设  $X_1, X_2, X_3, X_4$  是来自正态总体  $N(0, 4)$  的简单随机样本, 若  $c(X_1 + X_2)^2 / X_3^2 \sim F(1, 1)$ , 则常数  $c =$  \_\_\_\_\_。
- 12) 设某总体服从  $N(m, 4)$ , 有来自该总体的容量为 16 的简单随机样本, 其样本均值为 2, 且  $m$  置信区间为  $[1.02, 2.98]$ , 则该置信区间的置信度为 \_\_\_\_\_。
- 13) 设总体  $X$  的概率密度为  $f(x) = \frac{1}{2b} e^{-|x|/b}$ ,  $-\infty < x < +\infty$ , ( $b > 0$ ) 为未知参数。若 -2, -1, 4, 3, 2 是来自该总体的简单随机样本的观测值, 则  $b$  的矩估计值为 \_\_\_\_\_。

三、(15') 设随机变量  $(X, Y)$  的联合密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} ax(x+y) & x > 0, y > 0, x+y < 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

求 (1) 常数  $a$ ; (2)  $Y$  的边缘密度函数; (3) 条件概率  $P(X < 0.5 | Y = 0.4)$ 。

$$f_Y(y) =$$

$$\int_{-0.6}^{0.5} f_{X|Y}(x|0.4) dx$$

$$f_{X|Y}(x|y) = \frac{f(x, y)}{f_Y(y)}$$

线

封

密

四、(10') 设某高校库存现有灯管 60%购自甲厂家；30%购自乙厂家；10%购自丙厂家。已知甲厂家产品的次品率为 5%；乙厂家产品的次品率为 10%；丙厂家产品的次品率为 15%。现随机的从仓库抽取一支灯管。(1)求抽出灯管为合格品的概率；(2)若已知抽到灯管是合格品，求该灯管是丙厂家生产的概率。

五、(10')设随机变量  $X$  和  $Y$  相互独立,都服从指数分布；其中,  $X \sim e(1)$ ,  $Y \sim e(2)$ 。令  $Z=X+Y$ ，求随机变量  $Z$  的概率密度函数  $f_Z(z)$ 。

六、(9') 甲乙两家小型音乐厅竞争 100 名听众。设每位听众随机选择这两家音乐厅，并且听众的选择是相互独立的。问甲应该至少设有多少个座位，才能使得观众因无座位而离去的概率小于 2.5%。（要求：使用中心极限定理近似计算）

七、(10')设总体  $X$  的概率密度为

$$f(x, \theta) = \begin{cases} 2e^{-2(x-\theta)} & x \geq \theta \\ 0 & x < \theta \end{cases}, (\theta > 0)$$

其中  $\theta$  为未知参数。  $X_1, \dots, X_n$  为来自该总体的样本。(1)求参数  $\theta$  的最大似然估计量  $\hat{\theta}$ ; (2)  $\hat{\theta}$  是否是  $\theta$  的无偏估计量, 说明理由。 .

八、 (10')设总体  $X$  服从正态分布  $N(u, \sigma^2)$ ,  $u$  和  $\sigma^2$  未知。 现有来自该总体样本容量为 25 的样本, 其样本均值为 15, 样本标准差为 3。 (1) 试检验  $H_0: u=16$ , v.s.  $H_1: u \neq 16$ .(检验水平  $\alpha = 0.05$ ), (2)求  $\sigma^2$  的置信度为 95%的置信区间。