

东南大学考试卷（A 卷）

课程名称 离散数学 考试学期 2019-2020-3 得分 _____
 适用专业 计算机类 考试形式 闭卷 考试时间长度 120 分钟
 （开卷、半开卷请在此写明考试可带哪些资料）

| 题目 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 七 | 八 | 九 | 总分 |
|-----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 得分 | | | | | | | | | | |
| 批阅人 | | | | | | | | | | |

一、选择题（每题 2 分，共 14 分）

1. 下列语句中，（ ）是命题。

- A. $x + 5 > 6$ 。
- B. 我说的是谎言。
- C. 整数 99 是偶数。
- D. 这次的离散数学你怎么才考 59 分呀？

2. 下列关于集合的判断正确的是（ ）。

- A. $P(S \cap T) \neq P(S) \cap P(T)$ 。
- B. 若 $S \oplus R = \emptyset$ ，则 $S = R$ 。
- C. 若 $S - R = S - T$ ， $R = T$ 。
- D. 若 $S \cap T = S \cap R$ ，且 $\sim S \cap T = \sim S \cap R$ ，则 $S = T$ 。

3. 设集合 $A = \{1, 2, 3\}$ ， A 上的关系 $R = \{\langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle\}$ ，则 R 不具备（ ）。

- A. 反对称性。
- B. 传递性。
- C. 对称性。
- D. 自反性。

4. 下列集合关于指定的运算，不构成群的是（ ）。

- A. a 是正实数， $G = \{a^n \mid n \in \mathbb{Z}, \mathbb{Z} \text{ 为整数}\}$ ，运算是普通乘法。
- B. \mathbb{Q}^+ 为正的有理数集合，运算为普通加法。
- C. \mathbb{Q}^+ 为正的有理数集合，运算为普通乘法。
- D. 一元实系数多项式的集合关于多项式的加法。

- 第 2 页 共 4 页

四、在自然推理系统中构造下面推理的证明（10 分）：

如果系统正常，则核心程序在运行；

如果系统处于中断模式，核心程序不能运行；

如果系统处于多用户状态，则系统正常；

目前系统处于中断模式，所以系统不处于多用户状态；

假设符号表示p：系统正常，q：核心程序运行，r：系统处于中断模式，s：系统处于多用户状态。

五、 设 R 是 A 上的二元关系，

(1) 若 $A = \{1,2,3,4\}$ 且 $R = \{<2,3>, <3,4>, <3,2>\}$ ，求 R 的自反闭包 $r(R)$ ，对称闭包 $s(R)$ 和传递闭包 $t(R)$ ；（6 分）

(2) 试证明：若 R 是传递的，那么 R^{-1} 也是传递的。（4 分）

六、设 R_1 是集合 A 上的一个二元关系，定义 A 上的另一个二元关系 R_2 如下：

$$R_2 = \{<a, b> | \exists c, \text{使得 } <a, c> \in R_1 \text{ 且 } <c, b> \in R_1\}.$$

证明：若 R_1 是一个等价关系，则 R_2 也是一个等价关系。（10 分）

七、设 Z 为整数集，在 Z 上定义二元运算 \circ 如下：

$$\forall x, y \in Z, \quad x \circ y = x + y - 4.$$

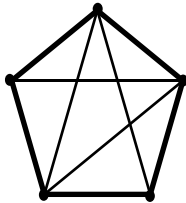
问： Z 关于运算 \circ 构成何种代数系统？（3 分）请给出理由说明。（7 分）

八、已知集合 $S = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$ ，二元关系 R 为定义在集合 S 上的整除关系。

(a) R 是否为集合 S 上的偏序关系？若是，请给出理由并画出哈斯图；若不是，请给出理由说明原因。（5 分）

(b) 在集合 S 上定义两个二元运算 $*$ 和 \circ ，其中 $*$ 为取最大公约数， \circ 为取最小公倍数，试说明 $\langle S, *, \circ \rangle$ 构成一个格。（5 分）

九、(a) 若图 $G=\langle V, E \rangle$ 如下图所示，判断其是否为平面图，若为平面图，请给出相应的平面嵌入，若不是平面图，请给出理由。(3 分)



(b) 已知图 $G=\langle V, E \rangle$ ， $|V|=n$ ， $|E|=m$ ，若 G 为极大平面图，证明： $m=3n-6$ 。(7 分)