

东南大学考试卷（A 卷）

课程名称 _____ 考试学期 _____ 得分 _____
 适用专业 _____ 考试形式 _____ 考试时间长度 _____
 考试可以带教材：离散数学，耿素云、屈婉玲编著，高教出版社出版

一、填空题（每空 2 分，共 20 分）

1. 对公式 $\forall x(P(x) \vee Q(x))$ ，其中 $P(x): x=1$ ， $Q(x): x=2$ ，当论域为 $\{1, 2\}$ 时，其真值为_____，当论域为 $\{0, 1, 2\}$ 时，其真值为_____。
2. 若集合 A 的基数 $|A|=10$ ，则其幂集的基数 $|P(A)|=_____$ 。
3. 某班有学生 50 人，有 26 人在第一次考试中得优，有 21 人在第二次考试中得优，有 17 人两次考试都没有得优，那么两次考试都得优的学生人数是_____。
4. 设 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 上的关系 $R = \{ \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 1, 3 \rangle \}$ ，则 $r(R) = _____$ ， $s(R) = _____$ ， $t(R) = _____$ 。
5. 集合 $A = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ ， A 上的一个划分为 $\{\{a, b\}, \{c, d, e\}, \{f, g\}\}$ ，那么该划分所对应的等价关系 R 应有_____个有序对。
6. 设函数 $f: A \rightarrow B$ ， $g: B \rightarrow C$ ，若 $f \cdot g$ 是双射函数，则 g 是_____，而 f 是_____。

二、符号化下列命题（10 分）

1. 不是所有的整数都是奇数。设 $O(x): x$ 是奇数， $Z(x): x$ 是整数。
2. 不存在既是奇数又是偶数的自然数。设个体域为自然数集合， $P(x): x$ 是奇数， $Q(x): x$ 是偶数。
3. 闪光的不一定都是金子。设 $G(x): x$ 是金子， $F(x): x$ 是闪光的。
4. 尽管有些人聪明，但未必一切人聪明。设 $M(x): x$ 是人， $F(x): x$ 聪明。
5. 凡偶数均能被 2 整除。设 $F(x): x$ 是偶数， $G(x): x$ 能被 2 整除。

三、分别用命题逻辑等值演算的方法求 $p \wedge (p \rightarrow q) \vee q$ 的主析取范式和主合取范式。（12

分)

四、利用一阶逻辑推理的方法证明： $\exists x(P(x) \rightarrow Q(x)) \Rightarrow \forall xP(x) \rightarrow \exists xQ(x)$ 。(10 分)

五、设 R 和 S 为 A 上的关系，证明： $(R \cap S)^{-1} = (R^{-1} \cap S^{-1})$ 。(10 分)

六、设 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ ， R 是 X 上的二元关系， $R = \{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 3, 1 \rangle, \langle 1, 3 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 3, 2 \rangle, \langle 4, 3 \rangle, \langle 4, 1 \rangle, \langle 4, 2 \rangle, \langle 1, 2 \rangle \}$ 。(12 分)

1. 画出 R 的关系图；
2. 写出 R 的关系矩阵；
3. 说明 R 是否自反、反自反、对称、反对称、传递。

七、设 $\langle A, R \rangle$ 为偏序集，在 A 上定义新的关系 S 如下： $\forall x, y \in A, xSy \Leftrightarrow yRx$ ，称 S 为 R 的对偶关系。(10 分)

1. 证明 S 也是 A 上的偏序关系。
2. 如果 R 是整数集合上的小于关系，那么 S 是什么关系？

八、设 $A = \{a, b, c\}$ 。 R 为 A 上的等价关系，且 $R = \{ \langle a, b \rangle, \langle b, a \rangle \} \cup I_A$
求自然映射 $g: A \rightarrow A/R$ ，并判断 g 是否单射、满射、双射函数。(10 分)

九、设集合 A 仅含有 3 个元素，那么请回答在 A 上可以定义多少种不同的二元关系；多少种不同的自反关系；多少种不同的反自反关系；多少种不同的对称关系；多少种不同的反对称关系。(6 分)