东 南 大 学 考 试 卷（ A 卷）

学号 姓名

密

封

线

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 课程名称 | 离散结构（1） | | 考试学期 | | 11-12-3 | | 得分 |  | |
| 适用专业 | 计算机科学与技术 | 考试形式 | | 闭卷 | | 考试时间长度 | | | 120分钟 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1. 选择题（每题2分，共10分）   1．下列语句中，（C）是命题。  （A）如果天黑了你就把灯打开；  （B）这世界一切言论都是谎言；  （C）2和3都是奇数；  （D）x + 5 > 6；  2、设I是如下一个解释：D={a , b}, P(a,a)=1, P(a,b)=0, P(b,a)=1, P(b,b)=0, 则在解释I下，取真值为1的公式为（D）  （A）∃x∀yP(x,y)； （B）∀x∀y P(x,y)；  （C）∀x P(x,x)； （D）∀x∃yP(x,y)；  3、设命题公式G=¬(P→Q)，H=P→(Q→¬P)，则G与H的关系是（A）  （A）G⇒H； （B）H⇒G；  （C）G⇔H； （D）以上都不是；  4、设集合为A={2，{a}，3，4}，B={{a}，3，4，1}，E为全集下列命题为真的是（C）  （A）{2}∈A； （B）{a}⊆A；  （C）Φ⊆{{a}}⊆B⊆E； （D）{{a}，1，3，4}⊂B；  5、设集合A={1，2，3}，A上的关系R={<1,1>,<2,2>,<2,3>,<3,2>,<3,3>}, 则R不具备（D）  （A）自反性； （B）传递性；  （C）对称性； （D）反对称性；   1. 填空题（每空2分，共30分）   1．A={a,b,c,d}，A上的二元运算\*如下：   |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | | \* | a | b | c | d | | a | a | b | c | d | | b | b | c | d | a | | c | c | d | a | b | | d | d | a | b | c |   则代数系统<A,\*>的幺元为 a ，a、b、c、d的逆元分别为 a , d , c , b 。  2、命题公式¬(P→Q)∧R的主析取范式为 P∧¬Q∧R 。  3、一阶逻辑公式为∀xP(x) →∃xQ(x)的前束范式为 ∃x(¬P(x)⋁Q(x)) 。  4、设个体域为全总域，F(x)：x是人类，G(x)：x是野兽，H(x,y)：x力量比y大，则，“有的野兽力量比人力气都大”可符号化为 ∃x∃y(G(x)⋀F(y)∧H(x,y)) ；“不存在力量比所有野兽都大的人类”可符号化为 ⌝∃x(F(x)⋀∀y(G(y)→H(x,y))) ；“说凡是人类就比野兽力量小是不对的”可符号化为 ⌝∀x(F(x)→∀y(G(y)→H(x,y))) 。  4、设集合A＝{1,2,3,4}, A上的关系R1 = {(1,4),(2,3),(3,2)}, R1 = {(2,1),(3,2),(4,3)},  则R1∘R2 = \_\_{(1,3),(2,2),(3,1)}\_\_, R2∘R1 =\_\_{(2,4),(3,3),(4,2)}  R12 =\_\_\_\_ {(2,2),(3,3)}\_\_\_.  5、设A={a,b,c}，R={<a,b,<b,a>}∪IA是A上的等价关系，设自然映射g：A→A/R，那么g(a)= {a,b} 。  6、设A={1，2，3}，则A上既不是对称又不是反对称的关系R= {<1,2>,<1,3>,<2,1>} 。  A上既是对称又是反对称的关系R= {<1,1>,<2,2>,<3,3>} 。  7、拉格朗日定理说明若<H，\*>是群<G，\*>的子群，则可建立G中的等价关系：  R= {<a,b>|a∈G, b∈G , a-1\*b∈H} 。若|G|=n, |H|=m，则m和n的关系为 m/n 。  三、用主析取范式判断下列公式是否等价。 （7分）  （1）G=(P∧Q)⋁( ¬P∧Q∧R)  （2）H=(P⋁(Q∧R)) ∧(Q⋁(¬P∧R))  G＝(P∧Q)∨(¬P∧Q∧R)  ＝(P∧Q∧¬R)∨(P∧Q∧R)∨(¬P∧Q∧R)  ＝m6∨m7∨m3  H = (P∨(Q∧R))∧(Q∨(¬P∧R))  ＝(P∧Q)∨(Q∧R))∨(¬P∧Q∧R)  ＝(P∧Q∧¬R)∨(P∧Q∧R)∨(¬P∧Q∧R)∨(P∧Q∧R)∨(¬P∧Q∧R)  ＝(P∧Q∧¬R)∨(¬P∧Q∧R)∨(P∧Q∧R)  ＝m6∨m3∨m7  四、设集合A＝{1, 2, 4, 6, 8, 12}，R为A上整除关系。  1、画出偏序集(A,R)的哈斯图；（3分）  2、写出A的最大元，最小元，极大元，极小元；（3分）  3、写出A的子集B = {4, 6, 8, 12}的上界，下界，最小上界，最大下界.（2分）  (共8分)  1  2  4  6  8  12  (2) 无最大元，最小元1，极大元8, 12; 极小元是1.  (3) B无上界，无最小上界。下界1, 2; 最大下界2.  五、给出以下命题：所有的诗人都很浪漫，老王是个工程师也是个诗人，因此有些工程师很浪漫。  （1）对以上命题进行符号化；（2分）  （2）用逻辑推理证明：（5分）  （共7分）  P(x) ：x是个诗人；  Q(x)：x很浪漫；  S(x)：x是个工程师；  a：老王；  前提：∀x(P(x) →Q(x))；S(a)∧P(a)；  结论：∃x(S(x)∧Q(x))  1、S(a)∧P(a) 前提引入  2、∀x(P(x) →Q(x)) 前提引入  3、P(a) →Q(a) 全称量词消去  4、P(a) 1代换实例  5、Q(a) 3、4代换实例  6、S(a) 1代换实例  7、S(a)∧Q(a) 5、6代换实例  8、∃x(S(x)∧Q(x)) 存在量词引入  六、设R是A上的一个二元关系，S={<a,b> | a,b∈A 并且 对于任意的c都有<a,c>∈R且<c,b>∈R }。证明若R是A上一个等价关系，则S也是A上的一个等价关系。（12分）   * 1. S自反的   ，由R自反，，   * 1. S对称的      * 1. S传递的     由（1）、（2）、（3）得；S是等价关系。  七、设<N6, +6>是一个群，其中N6={0，1，2，3，4，5},+6为模6加。  （1）证明<N6, +6>与<N, +>为满同态，其中N为包含0的自然数集合，+为加法；（3分）  （2）求出所有的子群以及相应的陪集；（4分）  （3）求出N6所有元素的阶；（3分）  （共10分）   1. 证明：   构造g：N→N6如下 g(a) = a mod6；显然g为满射；  对于任意的a,b∈N  g(a+b)  =(a+b) mod 6  =a mod 6 +4 b mod 6  =g(a) +4 g(b)  2）子群有<{0},+6>；<{0,3},+6>；<[0,2,4},+6>；<Z6,+6>  {0}的左陪集：{0}，{1}；{2}，{3}；{4}，{5}  {0，3}的左陪集：{0，3}；{1，4}；{2，5}  {0，2，4}的左陪集：{0，2，4}；{1，3，5}  N6的左陪集：N6 。  3）|0|=1；|1|=6；|2|=3；|3|=2；|4|=3；|5|=6；  八、某公司要从A、B、C、D、E五名员工中选择一些人去非洲出差，选择必须满足以下条件：  （1）若A去则B也去；  （2）D和E中必有一人去；  （3）B和C中去且仅去一人；  （4）C和D两人同去或同不去；  （5）若E去，则A和B也同去；  用等值演算法分析该公司的派遣方案。（8分）  参见课本  P40第30题 |
|  |