



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

Лабораторная работа № 1

Дисциплина Моделирование

Тема Генераторы случайных чисел

Студент Игнатьев А.И.

Группа ИУ7-73Б

Оценка (баллы) _____

Преподаватель Рудаков И.В.

Москва.
2020 г.

Условие

Написать генератор случайных чисел программным и табличным способами. Сгенерировать последовательности одно-, двух-, и трехзначных чисел. Сравнить способы на предмет лучшего результата. Использовать критерии проверки случайности последовательностей.

Теоретические сведения

Существует несколько методов генерации случайных чисел. В данной лабораторной рассматриваются линейный конгруэнтный метод (как наиболее распространенный) и табличный метод.

Генерируемые с помощью линейного конгруэнтного метода числа вычисляются по формуле:

$$X_{n+1} = (aX_n + c) \bmod m$$

Где: m – модуль, $m > 0$; a – множитель, $0 \leq a < m$; c – приращение, $0 \leq c < m$; X_0 – начальное значение, $0 \leq X_0 < m$.

Табличные генераторы случайных чисел в качестве источника случайных чисел используют специальным образом составленные таблицы, содержащие проверенные некоррелированные, то есть никак не зависящие друг от друга, цифры. Обходя таблицу слева направо сверху вниз, можно получать случайные числа с нужным числом знаков. Так как цифры в таблице не зависят друг от друга, то таблицу можно обходить разными способами, например, сверху вниз, или справа налево, или, скажем, можно выбирать цифры, находящиеся на четных позициях.

Проверка случайности последовательностей производится с помощью статистических и частотных критериев.

Наиболее часто используемым критерием является критерий «хи-квадрат». Статистика хи-квадрат вычисляется по формуле:

$$V = \frac{1}{n} \sum_{s=1}^k \frac{(Y_s - np_s)^2}{np_s} - n$$

Где: n – количество наблюдений, s – номер исхода, k – количество исходов, p_s – вероятность s -го исхода, Y_s – количество случаев s -го исхода.

После вычисления V его можно проверить по таблице процентных точек распределения хи-квадрат. Степенью свободы считается значение $k - 1$. Чтобы можно было считать последовательность случайной, значение V не должно быть слишком большим или слишком маленьким. Оно должно быть между 25% и 75% точками для данной степени свободы.

Частотный тест позволяет выяснить, сколько чисел попало в интервал $(m_r - \sigma_r, m_r + \sigma_r)$, где $m_r \approx 0.5$ – математическое ожидание последовательности случайных чисел от 0 до 1, $\sigma_r \approx 0.2887$ – ее среднеквадратичное отклонение. В хорошем генераторе в этот интервал должно попадать около 57.7% чисел.

Результаты работы

В результате работы были получены наборы одно-, двух-, трехзначных чисел из 10000 случайных чисел каждый, сгенерированных программным и табличным методом. На рисунке 1 показаны первые 20 чисел каждого набора.

На рисунке 2 показаны результаты оценки случайности сгенерированных последовательностей. Для критерия хи-квадрат выведено значение p , для частотного теста процент попавших в интервал чисел.

По результатам оценки видно, что частотный тест показывает близость значений процента попадания чисел в интервал к 57.7%, что говорит об удовлетворительной случайности последовательностей. Однако, результаты оценки по критерию хи-квадрат говорят о том, что табличный метод дает лучшую случайность последовательности, чем программный метод.

Сгенерированные значения					
Программный метод			Табличный метод		
8	76	389	2	75	447
3	97	117	0	21	602
4	74	875	8	49	468
5	77	970	7	15	360
5	61	395	2	40	650
3	11	349	8	95	540
8	47	436	0	36	435
2	66	610	0	77	651
3	63	916	0	61	319
6	51	542	5	31	465
9	44	991	1	76	580
3	19	521	9	89	455
1	84	915	5	63	756
3	20	859	0	66	617
1	43	258	5	63	151
4	88	217	6	12	571
0	56	308	7	29	886
1	42	649	1	24	809
2	33	620	1	98	693
1	19	684	6	78	696
...

Рисунок 1. Сгенерированные случайные числа

Результаты оценки						
	Программный метод			Табличный метод		
	однозн.	двухзн.	трехзн.	однозн.	двухзн.	трехзн.
хи-квадрат	0.1019	0.7327	0.4853	0.9514	0.6532	0.5513
частотный	0.6054	0.5778	0.5718	0.5932	0.5763	0.5687

Рисунок 2. Результаты оценки случайности последовательностей

Выводы

В данной работе были исследованы и написаны генераторы одно-, двух- и трехзначных чисел программным и табличным методами, исследованы критерии оценки случайности последовательностей, а именно критерий хи-квадрат и частотный тест, и проведена оценка случайности сгенерированных последовательностей чисел.