目　次

内容

[１． 線形代数学 2](#_Toc74510627)

[１．１　スカラーとベクトルの違い 2](#_Toc74510628)

[１．２　行列 2](#_Toc74510629)

[１．３　連立１次方程式 2](#_Toc74510630)

[１．４　連立１次方程式を行列で表す（ａｘ＝ｂ） 2](#_Toc74510631)

[１．５　行列の積 2](#_Toc74510632)

[１．６　連立方程式の解き方 2](#_Toc74510633)

[１．７　手順自体も計算として表現する方法 3](#_Toc74510634)

[１．８　行列の逆数 5](#_Toc74510635)

[１．８　単位行列と逆数 5](#_Toc74510636)

[１．９　逆行列の求め方 5](#_Toc74510637)

[１．１０　問題（逆行列） 6](#_Toc74510638)

[１．１０　逆行列が存在しない条件 7](#_Toc74510639)

[１．１１　行列式の特徴 7](#_Toc74510640)

# １． 線形代数学（行列）

１）固有値・固有ベクトルの求め方を確認する。

２）固有値分解について理解を深める。

３）特異値・特異ベクトルの概要を知る。

４）特異値分解の概要を知る。

# １．１　スカラーとベクトルの違い

１）スカラー

　普通の数字

　四則演算ができるもの

２）ベクトル

　大きさ、向きを表すために用いられる。

　数字の組み合わせ

# １．２　行列

スカラーを表のようにしてまとめたもの

１）ベクトルの変換

# １．３　連立１次方程式

ｘ１＋２ｘ２＝３

ｘ１、ｘ２：未知のもの

関係性はわかる。下記直線の上の値だけを取りうる。

ｘ２＝－１／２ｘ１＋３／２

ｘ２＝－２／５ｘ１＋１

# １．４　連立１次方程式を行列で表す（ａｘ＝ｂ）

ｘ１＋２ｘ２＝３　　　　　　　Ａｘ＝ｂ

２ｘ１＋５ｘ２＝５

１　２　　　ｘ１　　　　３

）

（

＝

）

（

（

）

（

２　５　　　ｘ２　　　　５

# １．５　行列の積

６　４　　　１　　　　６＊１＋４＊２

）

（

＝

）

（

）

（

３　５　　　２　　　　３＊１＋５＊２

　　　　a11 a12 a13 b11 b12 b13 a11\*b11+a12\*b21+a13\*b31

）

（

）

a21 a22 a23 b21 b22 b23 = a21\*b11+a22\*b21+a23\*b31

（

a31 a32 a33 b31 b32 b33 a31\*b11+a32\*b21+a33\*b31

２　１　　　１　３　　　　２＊１＋１＊３　２＊３＋１＊１

）

＝

）

（

（

）

（

４　１　　　３　１　　　　４＊１＋１＊３　４＊３＋１＊１

# １．６　連立方程式の解き方

下限法

ｘ１＋４ｘ２＝７

２ｘ１＋６ｘ２＝１０

１）２行目を１／２する

ｘ１＋４ｘ２＝７

ｘ１＋３ｘ２＝５

２）１行目に２行目の－１倍を加える

　　　　ｘ２＝２

ｘ１＋３ｘ２＝５

３）２行目に１行目の－３倍を加える

　　　　ｘ２＝２

ｘ１　　　　＝－１

４）１行目と２行目を入れ替える

ｘ１　　　　＝－１

　　　　ｘ２＝２

注）必要な技術（行基本変形）

①．ｉ行目をｃ倍する

②．ｓ行目にｔ行目のｃ倍を加える

③．ｐ行目とｑ行目を入れ替える。

１　４　　　ｘ１　　　　７

）

）

＝

（

（

）

（

　　　　２　６　　　ｘ２　　　　１０

１　４　　　ｘ１　　　　７

）

）

＝

（

（

）

（

　　　　１　３　　　ｘ２　　　　５

０　１　　　ｘ１　　　　２

）

）

＝

（

（

）

（

　　　　１　３　　　ｘ２　　　　５

０　１　　　ｘ１　　　　２

）

）

＝

（

（

）

（

　　　　１　０　　　ｘ２　　　　－１

１　０　　　ｘ１　　　　－１

）

）

＝

（

（

）

（

　　　　０　１　　　ｘ２　　　　２

# １．７　手順自体も計算として表現する方法

１　４　　　ｘ１　　　　７

）

）

＝

（

（

）

（

　　　　２　６　　　ｘ２　　　　１０

２行目を１／２倍する

　　　１　０

　　　０　１／２

　　　１　０　　　　１　４ ｘ１　　　　１　０　　　７

　　　０　１/２　　　２　６ ｘ２　　　 ０　１/２　１　０

　　　１　４　 ｘ１ ７

　　　１　３ ｘ２ ５

１行目に２行目の－１倍を加える

　　　１　－１

　　　０　１

　　　１　－１ １　４ ｘ１ １　－１　　 ７

　　　０　１ １　３ ｘ２　　　 ０　１　 ５

　　　０　１　　　　　　 ｘ１ ２

　　　１　３ ｘ２　　　 ５

２行目に１行目の－３倍を加える

　　　１　０

　　　－３　１

　　　１　０ ０　１ ｘ１ １　０　　 ２

　　　－３　１ １　３ ｘ２　　　 －３　１　 ５

　　　０　１ ｘ１ ２

　　　１　０ ｘ２ －１

１行目に２行目を入れ替える

　　　０　１

　　　１　０

　　　０　１ ０　１ ｘ１ ０　１ ２

　　　１　０ １　０ ｘ２ １　０ －１

　　　１　０ ｘ１ －１

　　　０　１ ｘ２ ２

１）ｉ行目をｃ倍する

１０００００

０１００００

００ｃ０００　　　ｉ行目

０００１００

００００１０

２）ｓ行目にｔ行目のｃ倍を加える

１ｃ００００

０１００００

００１０００

０００１００

００００１０

３）ｐ行目とｑ行目を入れ替える

１０００００

０１００００

００００１０

０１００００

００００１０

# １．８　行列の逆数

１　４ ｘ１ ７

２　６ ｘ２ １０

　０　１ １　　０ １　－１ １　０ １　４ ｘ１

　１　０ －３　１ ０　１ ０　１／２ ２　６ ｘ２

－３　２ １　４ ｘ１ ＝ －３　２ ７

１　　－１／２ ２　６ ｘ２ １　　－１／２ １０

１　０ ｘ１ ＝ －３　２ ７

０　１ ｘ２ １　　－１／２ １０

単位行列 逆行列

# １．８　単位行列と逆数

１）単位行列

１　０　０

Ｉ＝ ０　１　０

０　０　１

２）逆行列

Ａ（Ａ－１）＝（Ａ－１）Ａ＝Ｉ

# １．９　逆行列の求め方

１　４ ｘ１ ７

２　６ ｘ２ １０

左右同じ形にする

１　４ ｘ１ １　０ ７

２　６ ｘ２ ０　１ １０

１　４ １　０

２　６ ０　１

２行目を１／２倍する

１　４ １　０

１　３ ０　１／２

１行目に２行目の－１倍を加える

０　１ １　－１／２

１　３ ０　１／２

２行目に１行目の－３倍を加える

０　１ １　－１／２

１　０ －３　２

１行目と２行目を入れ替える

１　０ －３　２

０　１ １　　－１／２

　　　　　　　　　逆行列

■ガウスの掃出し法

# １．１０　問題（逆行列）

４　７ １　０

１　２ ０　１

２行目の－４倍を１行目に加える

０　－１ １　－４

１　２ ０　１

１行目の２倍を２行目に加える

０　－１ １　－４

１　０ ２　－７

１行目を－１倍する

０　１ －１　４

１　０ ２　－７

２行目と１行目を入れ替える

１　０ ２　－７

０　１ －１　４

# １．１１　逆行列が存在しない条件

解が無い連立方程式

ａ　ｂ

ｃ　ｄ

ａ：ｂ　≠　ｃ：ｄ

ａ：ｂ　＝　ｃ：ｄ 逆行列を持たない

ａｄ－ｂｃ＝０

平行四辺形の面積が０となる

# １．１２　行列式の特徴

ａ　ｂ ＝ ｖ１

ｃ　ｄ ｖ２

ａ　ｂ ＝ ｖ１

ｃ　ｄ ｖ２

１）同じものを含んでいる場合０となる

　ｖ１

　ｖ２

　ｗ

　ｖ４　＝０

　：

　ｗ

　：

　ｖｎ

２）１つのベクトルがλ倍されると、行列式はλ倍される

　ｖ１ ｖ１

　ｖ２ ｖ２

　： ：

　：　　　＝λ ｖｉ

　λｖi ：

　： ：

　： ：

　ｖｎ ｖｎ

３）他の部分が全部同じでｉ番目のベクトルだけが違った場合、行列式の足し合わせになる。

　ｖ１ ｖ１ ｖ１

　ｖ２ ｖ２ ｖ２

　： ： ：

　：　　　＝ ： ＋ ：

　ｖi＋ｗ ｖｉ ｗ

　： ： ：

　： ： ：

　ｖｎ ｖｎ ｖｎ

４）行を入れ替えると符号が変わる

　ｖ１ ｖ１

　ｖ２ ｖ２

　： ：

　ｖｓ　　＝－ ｖｔ

　ｖｔ ｖｓ

　： ：

　： ：

　ｖｎ ｖｎ

①．同じものがあったら０になる。

②．他が同じで、１つだけ足したものは行列の足し合わせになる。

　ｖ１ ｖ１ ｖ１

　ｖ２ ｖ２ ｖ２

　： ： ：

　ｖｓ　　＋ ｖｔ ＝ ｖｓ＋ｖｔ ＝０

　ｖｔ ｖｓ ｖｔ＋ｖｓ

　： ： ：

　： ： ：

　ｖｎ ｖｎ ｖｎ

５）３つ以上のベクトルからできている行列式は、展開できる。

ｖ１＝（ａ、ｂ、ｃ）

ｖ２＝（ｄ、ｅ、ｆ）

ｖ３＝（ｇ、ｈ、ｉ）

ｖ１ ａ　ｂ　ｃ ａ　ｂ　ｃ ０　ｂ　ｃ ０　ｂ　ｃ

ｖ２　＝ｄ　ｅ　ｆ　＝　０　ｅ　ｆ　＋ ｄ　ｅ　ｆ　＋　０　ｅ　ｆ

ｖ３ ｇ　ｈ　ｉ ０　ｈ　ｉ ０　ｈ　ｉ ｇ　ｈ　ｉ

ｅ　ｆ ｂ　ｃ 　ｂ　ｃ

＝　　ａｈ　ｉ　－　　ｄｈ　ｉ ＋ ｇｅ　ｆ

# １．１３　行列式の求め方

ある一つの正方行列に、ある一つの数値が対応する。

ａ　ｂ

ｃ　ｄ ＝ ａｄ－ｂｃ

ａ１１　ａ１２　ａ１３ 　ａ２２　ａ２３ 　　ａ１２　ａ１３ 　　 a12 a13

ａ２１　ａ２２　ａ２３ ＝ａ１１　ａ３２　ａ３３　－ａ２１　ａ３２　ａ３３　＋ａ３１ a22 a23

ａ３１　ａ３２　ａ３３

# １．１４　問題

1 0 -1

3 1 0 1 0 0 -1 0 -1

2 -1 1=1\*-1 1 – 3\*-1 1+2\*1 0=1\*(1)-3\*(-1)+2\*(1)=6

# ２．線形代数学（固有値）

# ２．１　固有値と固有ベクトル

　Ａｘ＝λｘ

　行列とベクトルをかけると、同じベクトル×スカラになる。

１　４ １ ５ 　　１

２　３ １＝ ５＝ ５＊１

固有値λ＝５

　　１

固有値ベクトル（うちの一つ）１ 特定の比率になっている（定数倍）

# ２．２　固有値と固有ベクトルの求め方

　Ａｘ＝λｘ

　（Ａ－λＩ）ｘ＝０（Ａとλはベクトルとスカラは引き算できない）

Ａ－λＩ＝０ 行列が０（逆行列を持たない）

１－λ　４

２　　　３－λ＝（（１－λ）＊（３－λ））－４＊２＝０

１＊３＋（－λ）＋（－３λ）＋λ＊λ－８＝０

λ＊λ－４λ－５＝０

二次方程式の解

　　－ｂ∓√ｂ＊ｂ－４ａｃ

ｘ＝

　　　　２ａ

（４∓√１６＋２０）／２＝４∓６／２＝５、－１

１　４ ｘ１　　ｘ１

２　３ ｘ２＝５ｘ２

１ｘ１＋４ｘ２＝５ｘ１―――＞４ｘ２＝４ｘ１―――＞ｘ１＝ｘ２

２ｘ１＋３ｘ２＝５ｘ２―――＞２ｘ１＝２ｘ２

１　４ ｘ１　　　ｘ１

２　３ ｘ２＝－１ｘ２

１ｘ１＋４ｘ２＝－ｘ１―――＞４ｘ２＝－２ｘ１―――＞ｘ１＝－２ｘ２

２ｘ１＋３ｘ２＝－ｘ２―――＞２ｘ１＝－４ｘ２