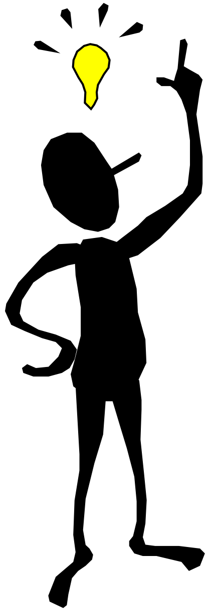
ARITHMETIC

Chapter 22

3th
SECONDARY

COMBINACIONES

SACO OLIVEROS



La nave de estos personajes solo puede transportar a 4 tripulantes por lo que tienen que ser expulsados al espacio tres de ellos
¿De cuantas formas diferentes podrían salvarse?

COMBINACIONES

Combinación es cada uno de los diferentes grupos que se pueden hacer con parte o todos los elementos de un conjunto dado sin considerar el orden. El número de combinaciones de n elementos diferentes tomados de k en k, con $k \leq n$ está dado por

$$C_k^n = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Ejemplo:

Con tres equipos de fútbol, A, B y C, ¿cuántos partidos diferentes se puede jugar en una sola rueda?

$$\underbrace{\text{A vs B}}_{1^o} \quad \underbrace{\text{B vs C}}_{2^o} \quad \underbrace{\text{A vs C}}_{3^o}$$

Calculo:

$$C_2^3 = \frac{3!}{2!\times 1!} = 3$$

Ejemplos de combinaciones:

Elegir un comité, jugos surtidos de frutas, sumas, productos, etc.

Ejemplo:

Estás en tu casa y quieres prepararte jugo, teniendo solo tres frutas diferentes: manzana, fresa y pera. ¿Cuántos sabores diferentes de jugo podrás preparar con estas frutas?

Cuando se escoge:

1 fruta: M, F, P = 3

2 frutas: MF, MP, FP = 3

3 frutas: MFP = 1

Usando combinaciones:

$$C_1^3+C_2^3+C_3^3=3+3+1=7$$

Tomar en cuenta:

$$C_0^n+C_1^n+C_2^n+C_3^n+\ldots+C_n^n=2^{\mathrm{n}}$$

$$C_0^n=1 \qquad C_n^n=1$$

$$C_1^n=\mathrm{n}$$

$$\boxed{C_1^n+C_2^n+C_3^n+\ldots+C_n^n=2^{\mathrm{n}}-1}$$

$$C_k^n=C_{n-k}^n$$

COMBINACIONES CON REPETICIÓN

Ejemplo:

En un día caluroso Ana, Bety y Carol piden gaseosas. Si se sabe que hay 4 sabores: Coca, Inka, Fanta y Sprite, ¿de cuántas maneras pueden hacer el pedido?

CCC CCI IIC FFC SSC CIF III
CCF IIF FFI SSI CIS FFF CCS
IIS FFS SSF CFS SSS IFS

Obs: Podríamos pensar que es una permutación con repetición pero tomar en cuenta que IIC = CII

$$\boxed{CR_k^n = C_k^{n+k-1} = \frac{(n+k-1)!}{k!(n-1)!}}$$

Aplicando la fórmula:

$$CR_3^4 = C_3^{4+3-1} = \frac{(4+3-1)!}{3!(4-1)!}$$

$$CR_3^4 = \frac{6!}{3!\times 3!} = 20$$

1

En un torneo de ajedrez de todos contra todos se han inscrito 9 jugadores. ¿Cuántas partidas habrá?

RESOLUCIÓN

Una partida es un agrupamiento de dos en dos de un total de 9 jugadores ! Es una combinación!

$$C_2^9 = \frac{9!}{2!\,.\,7!} = \frac{9\,.\,8\,.\,\cancel{7!}}{2\,.\,\cancel{7!}}$$

$$C_2^9 = 36$$

Otra forma: $C_2^9 = \dfrac{9\,.\,8}{2\,.\,1} = 36$

RPTA: 36

2

Dylan y sus 11 amigas deciden presentar un reclamo y para ello forman un comité de 4 personas. ¿De cuántas maneras distintas se podrá escoger dicho comité?

RESOLUCIÓN

En un comité no importa el orden en el cual se escoge Es un agrupamiento de 12 elementos tomados de 4 en 4!

$$C_4^{12} = \frac{12!}{4!\,.\,8!} = \frac{12\,.\,11\,.\,10\,.\,9\,.\,\cancel{8!}}{24\,.\,\cancel{8!}}$$

$$C_4^{12} = 495$$

Otra forma: $C_4^{12} = \frac{\cancel{12}\,.\,11\,.\,10\,.\,9}{\cancel{4\,.\,3}\,.\,2\,.\,1} = 495$

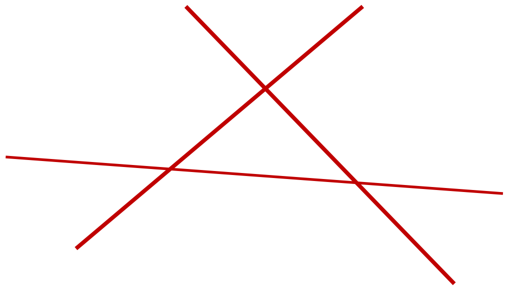
RPTA: 495

3

¿Cuántos triángulos se pueden formar como máximo empleando 8 rectas coplanares?

RESOLUCIÓN

Se requiere tres rectas para formar un triangulo:



Cada triangulo será una combinación de 3:

$$C_3^8 = \frac{8\,.\,7\,.\,\cancel{6}}{\cancel{3\,.\,2}\,.\,1} = 56$$

RPTA: 56

4

Julio tiene 6 perritos. ¿De cuántas maneras diferentes puede sacar a pasear a sus perritos?

RESOLUCIÓN

Puede sacar a sus perritos de 1 en 1, de 2 en 2, de 3 en 3, así hasta sacar finalmente a los 6...

$$\underbrace{C_0^6}_{} + \underbrace{C_1^6 + C_2^6 + C_3^6 + C_4^6 + C_5^6 + C_6^6}_{}$$

$$2^6 - 1$$

N° de maneras: $2^6 - 1 = 63$

RPTA: 63

5

Pamela tiene 7 frutas diferentes. ¿Cuántos jugos surtidos de diferentes sabores puede preparar?

RESOLUCIÓN

Puede preparar jugos surtidos con frutas de 2 en 2, de 3 en 3, así hasta de 6 en 6

$$\underbrace{C_0^7 + C_1^7 +}\underbrace{C_2^7 + C_3^7 + C_4^7 + C_5^7 + C_6^7 + C_7^7}$$

$$2^7 - 1 - 7$$

N° de maneras: $2^7 - 1 - 7 = 120$

RPTA: 120

6

Se desea formar un comité de 7 miembros, seleccionando 4 físicos y 3 matemáticos de un grupo de 8 físicos y 6 matemáticos. ¿De cuántas maneras podrá seleccionarse?

RESOLUCIÓN

El comité debe estar conformado por 7 miembros:

$$\underbrace{\text{Escoge 4 físicos de un total de 8 físicos}} \quad \text{y} \quad \underbrace{\text{Escoge 3 matemáticos de un total de 6 matemáticos}}$$

$$\underbrace{C_4^8} \quad \text{x} \quad \underbrace{C_3^6}$$

$$\underbrace{\frac{\cancel{8}\,.\,7\,.\,6\,.\,5}{\cancel{4}\,.\,3\,.\,2\,.\,\cancel{1}}} \quad \text{x} \quad \underbrace{\frac{\cancel{6}\,.\,5\,.\,4}{\cancel{3\,.\,2\,.\,1}}}$$

$$70 \quad \text{x} \quad 20 \quad =$$

RPTA: 1400

7

¿De cuántas maneras diferentes se pueden sentar 10 personas en una mesa redonda de 6 asientos si 4 personas están en espera?

RESOLUCIÓN

Debemos escoger solo a 6 personas **y** Debemos ordenar a las 6 personas

C_6^{10} x $Pc(6)$

$\dfrac{10 \cdot 9 \cdot \cancel{8} \cdot 7}{\cancel{4} \cdot 3 \cdot \cancel{2} \cdot 1}$ x $5!$

210 x 120 =

RPTA: 25200

8

Se guardaran 7 lingotes idénticos de oro en 3 bóvedas. ¿De cuántas formas se puede realizar si alguna bóveda puede quedar vacía?

RESOLUCIÓN

Hay 10 elementos, los 7 lingotes idénticos y las 3 bóvedas que son elementos repetidos:

$$PR_{7;3}^{10} = \frac{10!}{7!\,.\,3!} = \frac{10\,.\,9\,.\,8\,.\,\cancel{7!}}{\cancel{7!}\,.\,6}$$

$$PR_{7;3}^{10} = 120$$

RPTA: 120