ALGEBRA

Chapter 18

2do

SECONDARY

RACIONALIZACION

SACO OLIVEROS

MOTIVATING STRATEGY

HISTORIA DEL SÍMBOLO DE LA RAÍZ

El signo raíz cuadrada se representa como √ y su historia se remonta al año 1525, cuando Christoph Rudolff utilizó una variante caligráfica de la letra r minúscula, dándole un toque distintivo con la línea horizontal alargada que se encuentra en su parte superior. Esto se debe a que ya se conocía a esta operación como la radicación, así que usó la letra inicial para representarla de forma gráfica en las operaciones matemáticas.

RACIONALIZACIÓN

DEFINICIÓN

Procedimiento por el cual el denominador de una fracción que tiene raíz se transforma en una expresión racional.

EJEMPLO

$$\frac{2}{\sqrt{3}} \rightarrow \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

PROCEDIMIENTO

Multiplicar al denominador y numerador por el factor racionalizante.

Denominador	Factor Racionalizante	Producto
$\sqrt[n]{A^m}$	$\sqrt[n]{A^{n-m}}$	A
$(\sqrt{A} \pm \sqrt{B})$	$(\sqrt{A} \mp \sqrt{B})$	$A - B$

Caso 1

$$\frac{A}{\sqrt[n]{x^m}} \Rightarrow \frac{A}{\sqrt[n]{x^m}} \times \frac{\sqrt[n]{x^{n-m}}}{\sqrt[n]{x^{n-m}}} = \frac{A\,.\,\sqrt[n]{x^{n-m}}}{x}$$

Ejemplo 1: *Racionalice* $\dfrac{5}{\sqrt{3}}$

Resolución:

$$\frac{5}{\sqrt{3}} = \frac{5}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$= \boxed{\frac{5\,.\sqrt{3}}{3}}$$

Ejemplo 2: *Racionalice* $\dfrac{4}{\sqrt[5]{7^2}}$

Resolución:

$$\frac{4}{\sqrt[5]{7^2}} = \frac{4}{\sqrt[5]{7^2}} \times \frac{\sqrt[5]{7^3}}{\sqrt[5]{7^3}}$$

$$= \boxed{\frac{4\,.\sqrt[5]{7^3}}{7}}$$

Caso 2

$$\frac{N}{\sqrt{a} \pm \sqrt{b}}$$

$$\frac{N}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{N(\sqrt{a} + \sqrt{b})}{a - b}$$

$$\frac{N}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} = \frac{N(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{a - b}$$

$$\frac{7}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$$

Resolución:

$$\frac{7}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$$

$$= \frac{7(\sqrt{5} + \sqrt{3})}{5 - 3}$$

$$\boxed{= \frac{7(\sqrt{5} + \sqrt{3})}{5 - 2}}$$

Ejemplo 2: Racionalice $\dfrac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{2}}$

Resolución:

$$\frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{7} - \sqrt{2}}{\sqrt{7} - \sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{7} - \sqrt{2}}{7 - 2}$$

$$\boxed{= \frac{\sqrt{7} - \sqrt{2}}{5}}$$

1

Racionalice

$$M = \frac{1}{\sqrt{7}} + \frac{2}{\sqrt{2}} - \sqrt{2}$$

Resolución

$$M = \frac{1}{\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} + \frac{2}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} - \sqrt{2}$$

$$M = \frac{\sqrt{7}}{7} + \frac{\cancel{2}\sqrt{2}}{\cancel{2}} - \sqrt{2}$$

$$M = \frac{\sqrt{7}}{7} + \cancel{\sqrt{2}} - \cancel{\sqrt{2}}$$

$$\boxed{\therefore \quad M = \frac{\sqrt{7}}{7}}$$

2

Efectúe racionalizando

$$T = \frac{10}{\sqrt{5}} + \frac{6}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{5}$$

Resolución

$$T = \frac{10}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} + \frac{6}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{5}$$

$$T = \frac{10\sqrt{5}}{5} + \frac{6\sqrt{3}}{3} - 2\sqrt{5}$$

$$T = \cancel{2\sqrt{5}} + 2\sqrt{3} - \cancel{2\sqrt{5}}$$

$$\boxed{\therefore\ T = 2\sqrt{3}}$$

3 Racionalice

$$Q = \left(\frac{6}{\sqrt{3}} + \frac{4}{\sqrt{2}} - 2\sqrt{2} \right)^2$$

Resolución

$$Q = \left(\frac{6}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} + \frac{4}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} - 2\sqrt{2} \right)^2$$

$$Q = \left(\frac{6\sqrt{3}}{3} + \frac{4\sqrt{2}}{2} - 2\sqrt{2} \right)^2$$

$$Q = \left(2\sqrt{3} + \cancel{2\sqrt{2}} - \cancel{2\sqrt{2}} \right)^2$$

$$Q = \left(2\sqrt{3} \right)^2 \qquad Q = 4(3)$$

$$\therefore \; Q = 12$$

Luego de racionalizar

$$K = \frac{3}{\sqrt[3]{3}} + \frac{4}{\sqrt[5]{2^3}}$$

Indique el resultado

Resolución

$$K = \frac{3}{\sqrt[3]{3}} \times \frac{\sqrt[3]{3^2}}{\sqrt[3]{3^2}} + \frac{4}{\sqrt[5]{2^3}} \times \frac{\sqrt[5]{2^2}}{\sqrt[5]{2^2}}$$

$$K = \frac{\cancel{3}\sqrt[3]{9}}{\cancel{3}} + \frac{4\sqrt[5]{4}}{2}$$

$$K = \sqrt[3]{9} + 2\sqrt[5]{4}$$

$$\boxed{\therefore K = \sqrt[3]{9} + 2\sqrt[5]{4}}$$

5

Racionalice

$$B=\frac{5}{\sqrt[5]{125}}+\frac{3}{\sqrt[3]{9}}$$

Resolución

$$B=\frac{5}{\sqrt[5]{5^3}}\times\frac{\sqrt[5]{5^2}}{\sqrt[5]{5^2}}+\frac{3}{\sqrt[3]{3^2}}\times\frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{3}}$$

$$B=\frac{\cancel{5}\sqrt[5]{25}}{\cancel{5}}+\frac{\cancel{3}\sqrt[3]{3}}{\cancel{3}}$$

$$B=\sqrt[5]{25}+\sqrt[3]{3}$$

$$\boxed{\therefore B=\sqrt[5]{25}+\sqrt[3]{3}}$$

6

Cambie a fracción racional lo siguiente

$$A = \frac{5}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}$$

Resolución

$$A = \frac{5}{(\sqrt{5} - \sqrt{2})} \times \frac{(\sqrt{5} + \sqrt{2})}{(\sqrt{5} + \sqrt{2})}$$

$$A = \frac{5\,(\sqrt{5} + \sqrt{2})}{5 - 2}$$

$$A = \frac{5\,(\sqrt{5} + \sqrt{2})}{3}$$

$$\boxed{\therefore\ A = \frac{5(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{3}}$$

7

Transforme a racional

$$E = \frac{8}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$$

Resolución

$$E = \frac{8}{\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)} \times \frac{\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)}$$

$$E = \frac{8\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)}{5-3}$$

$$E = \frac{\overset{4}{\cancel{8}}\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)}{\underset{1}{\cancel{2}}}$$

$$\boxed{\therefore E = 4\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)}$$

8 *Racionalice*

$$T = \frac{12}{3-\sqrt{3}} + \frac{6}{2+\sqrt{3}}$$

Y luego $\boxed{\text{*súmele*} \ 4\sqrt{3}}$*, esto indicará la edad de Pamela. ¿Cuál es la edad de Pamela?*

Resolución

$$T = \frac{12}{\sqrt{9}-\sqrt{3}} \times \frac{(\sqrt{9}+\sqrt{3})}{(\sqrt{9}+\sqrt{3})} + \frac{6}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} \times \frac{(\sqrt{4}-\sqrt{3})}{(\sqrt{4}-\sqrt{3})}$$

$$T = \frac{12\,(3+\sqrt{3})}{9-3} + \frac{6\,(2-\sqrt{3})}{4-3}$$

$$T = \frac{\cancel{12}^{\,2}\,(3+\sqrt{3})}{\cancel{6}_{\,1}} + \frac{6\,(2-\sqrt{3})}{1}$$

$$T = 2(3+\sqrt{3}) + 6(2-\sqrt{3})$$

$$T = \underline{6} + \underline{2\sqrt{3}} + \underline{12} - \underline{6\sqrt{3}}$$

$$T = 18 \cancel{-4\sqrt{3}} \cancel{+4\sqrt{3}}$$

$$T = 18$$

$\therefore$ *Pamela tiene 18 años*