GEOMETRÍA

Capítulo 14

5th
SECONDARY

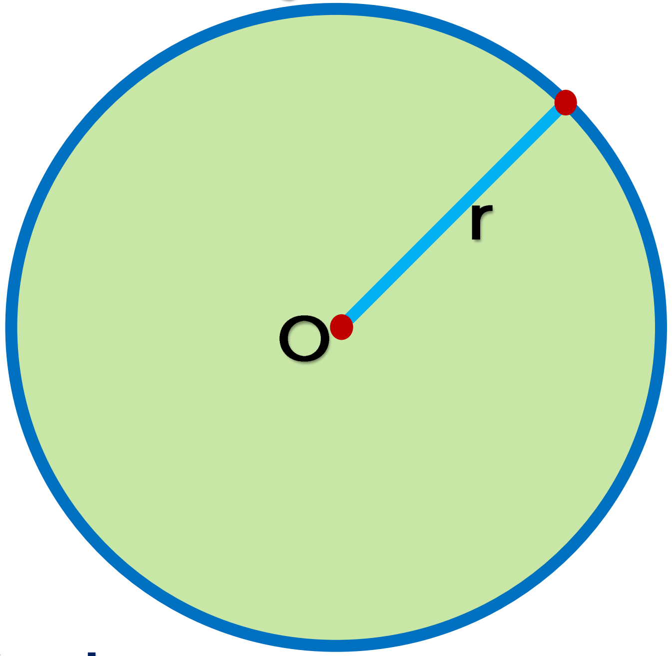
ÁREA DE REGIONES CIRCULARES

SACO OLIVEROS

Uno de los grandes inventos del hombre fue la rueda (la que denominamos círculo) cuya mayor aplicación era en el transporte; hoy en día se fabrican en serie, círculos que tienen infinitas aplicaciones y para generar dicha producción se diseñan moldes llamados matrices utilizando para ello las fórmulas de cálculo de áreas de círculo.

ÁREAS DE REGIONES CIRCULARES

Círculo.- Es la unión de la circunferencia y el interior



O: Centro

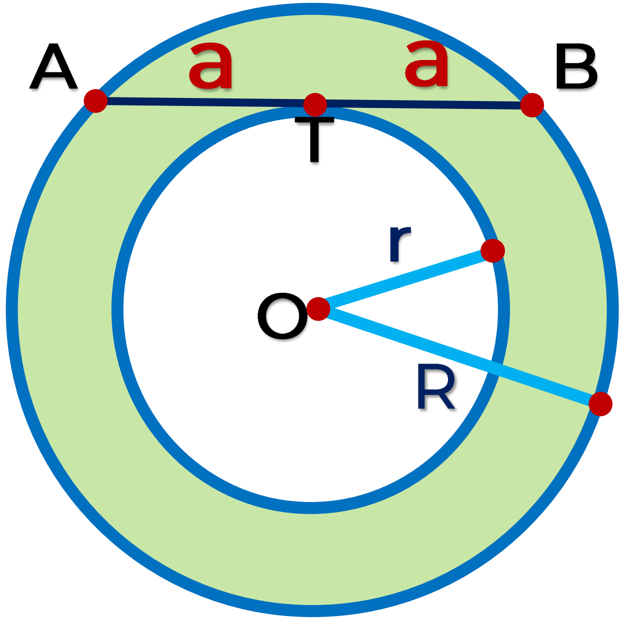
S : Área del círculo

L : longitud de la circunferencia

$$S = \pi . r^2$$

$$L = 2\pi . r$$

Corona circular.- Es la región comprendida entre dos circunferencias concéntricas.



O : Centro

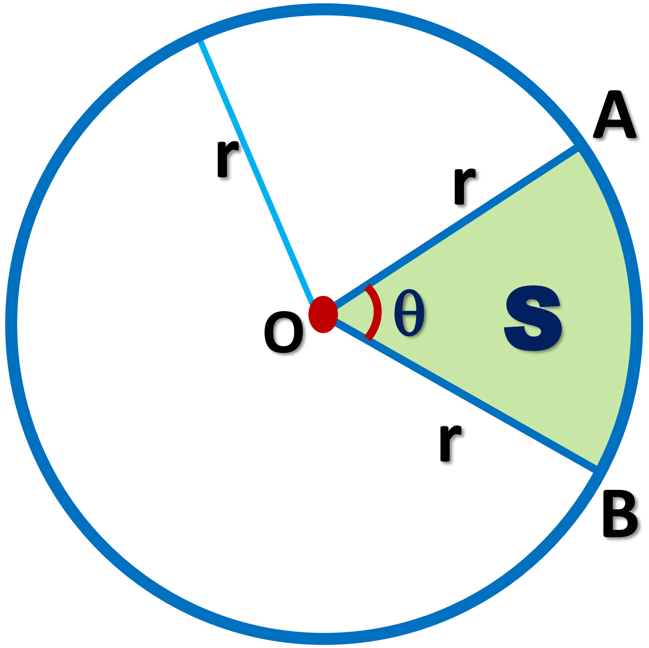
S : Área de la corona circular

$$S = \pi(R^2 - r^2)$$

$$S = \pi . a^2$$

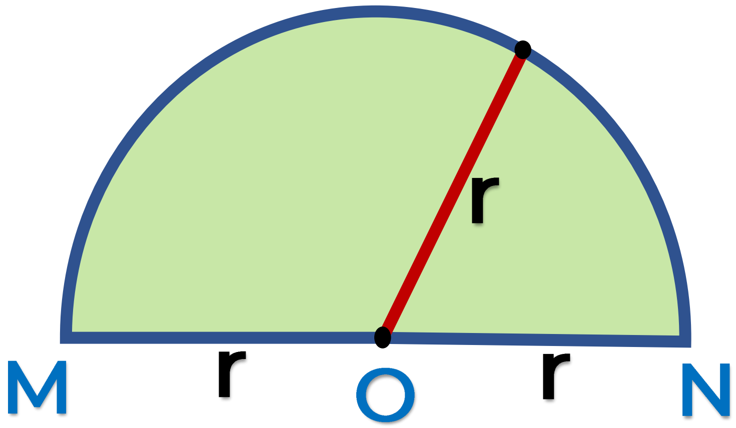
Sector circular

Es una parte del círculo limitada por dos radios y su arco correspondiente.

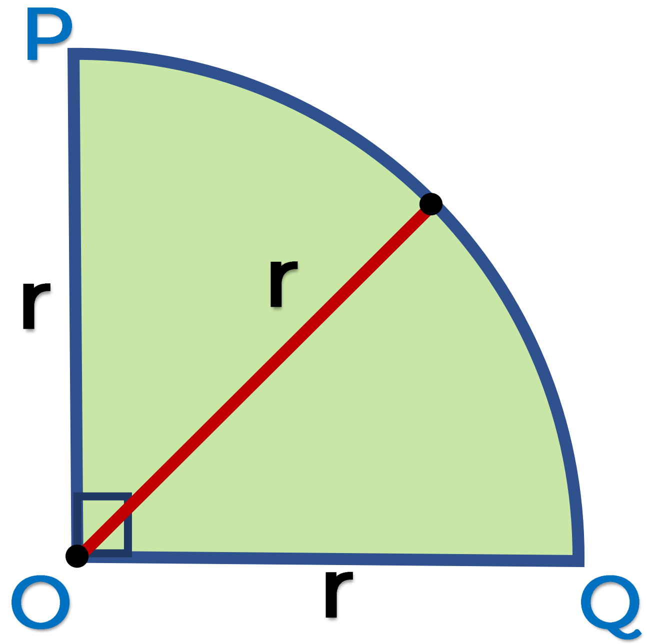


$$S = \frac{\theta}{360°}.\pi.r^2$$

Semicírculo



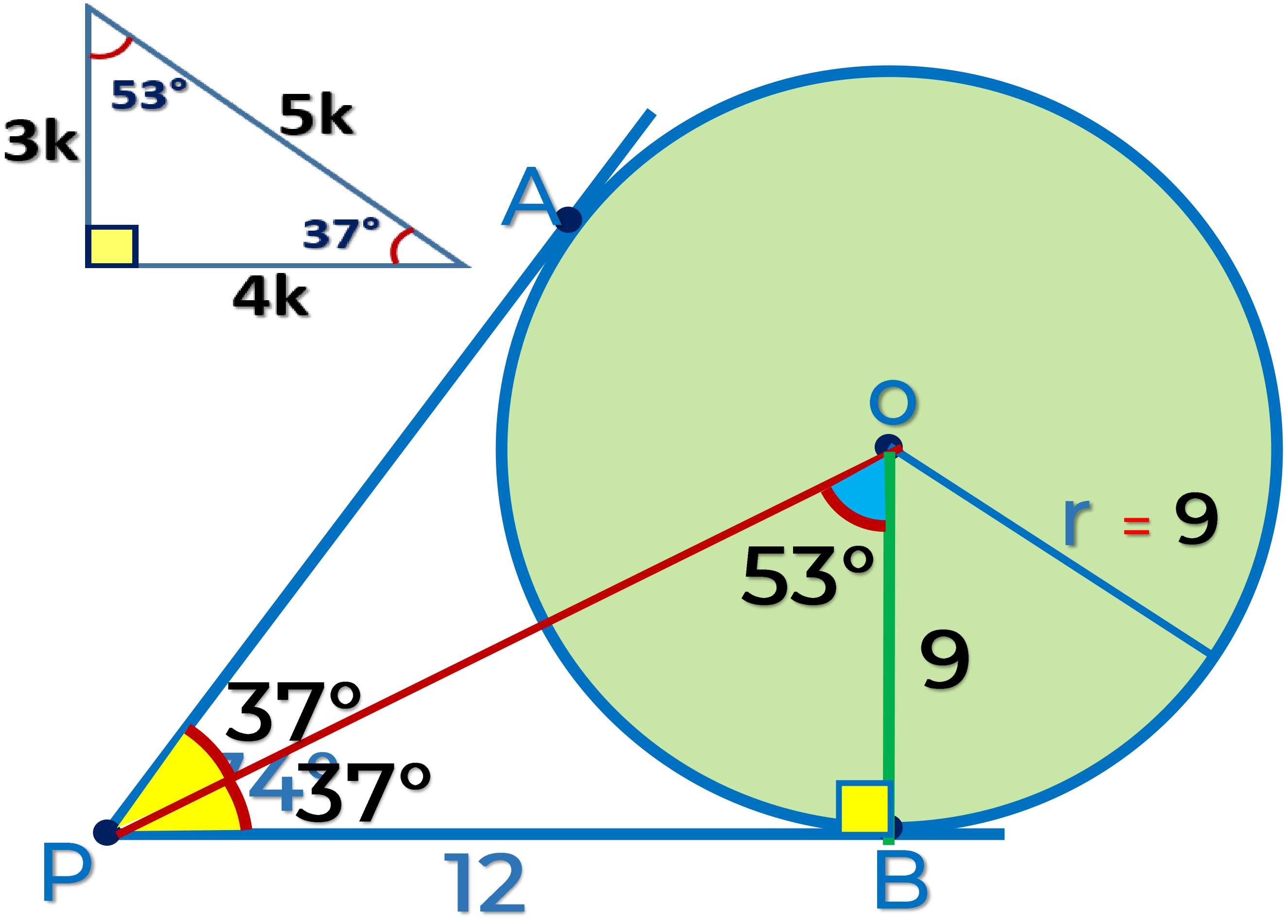
$$S = \frac{\pi.r^2}{2}$$



O : Centro

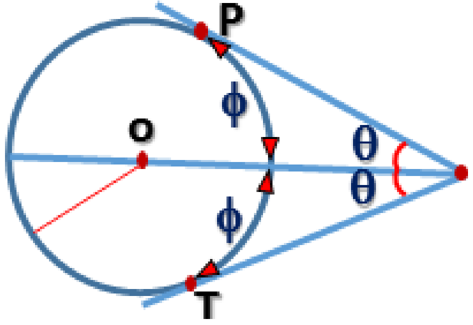
$$S = \frac{\pi.r^2}{4}$$

1. Halle el área del círculo si A y B son puntos de tangencia.

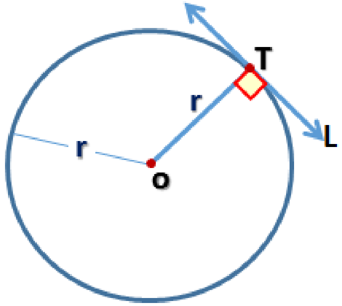


Resolución

$$\boxed{S = \pi . r^2}$$



- Se traza $\overline{OP}$.
- Se traza $\overline{OB}$.
- Por teorema la m∡PBO= 90^0



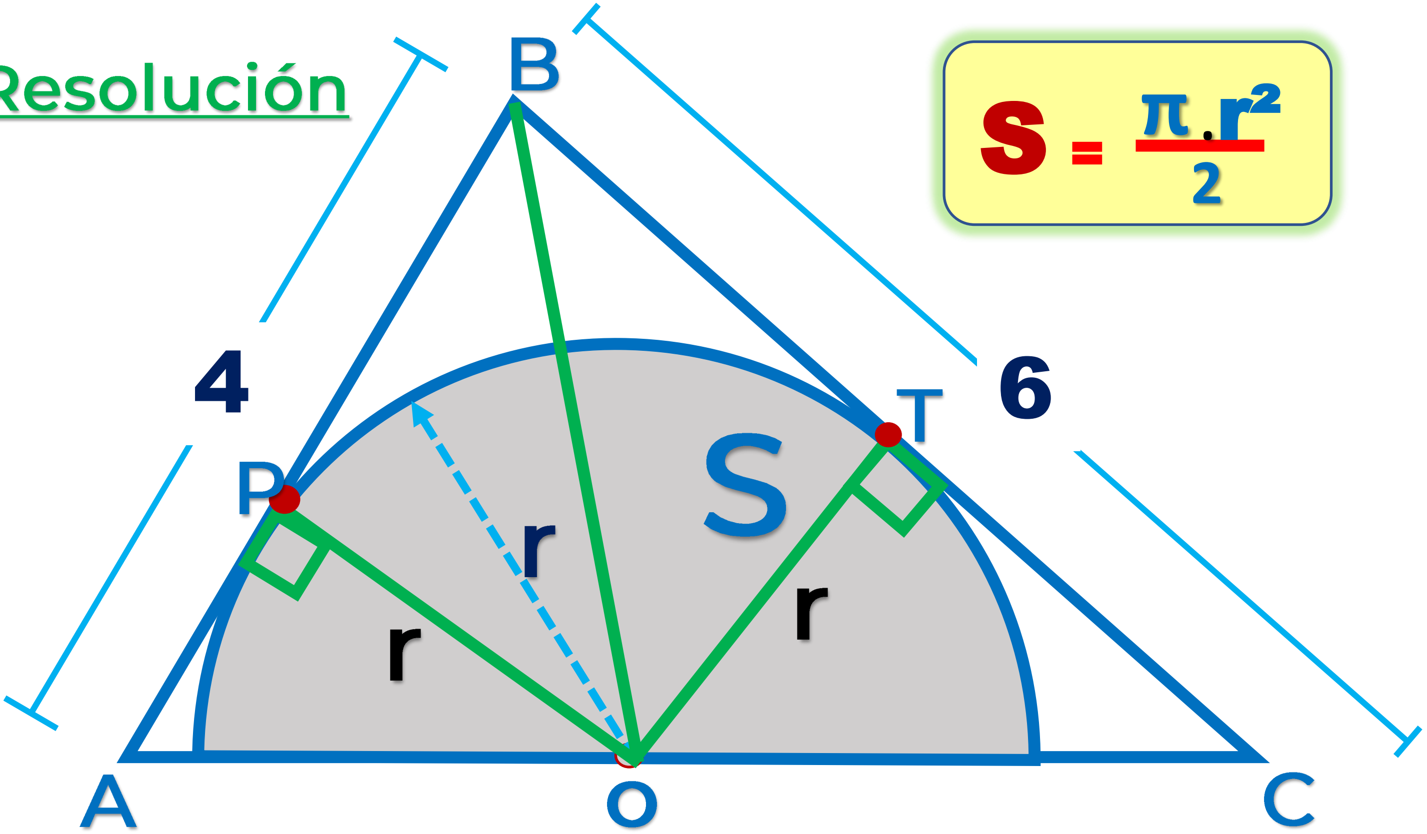
- ◺PBO :
- Nos piden.

$S = \pi . 9^2$

$$\boxed{S = 81\pi u^2}$$

2. Se tiene un triángulo ABC donde AB = 4 y BC = 6. Luego se inscribe un semicírculo cuyo diámetro esté contenido en $\overline{AC}$ y sea tangente de $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$. Halle el área del semicírculo si el área de la región triangular ABC es $10u^2$.

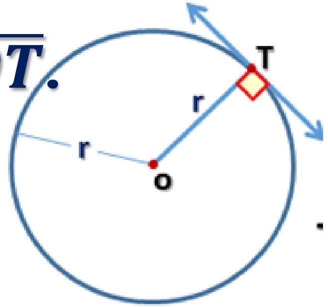
Resolución



$$S = \frac{\pi . r^2}{2}$$

P y T : Puntos Tangencias

- Se trazan: $\overline{OP}$ y $\overline{OT}$.
- Se traza $\overline{BO}$.
- Del gráfico



$$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABO} + S_{\triangle BCO}$$

$$10 = \frac{(\cancel{4})(r)}{\cancel{2}} + \frac{(\cancel{6})(r)}{\cancel{2}}$$

$$10 = 2r + 3r$$

$$10 = 5r$$

$$r = 2$$

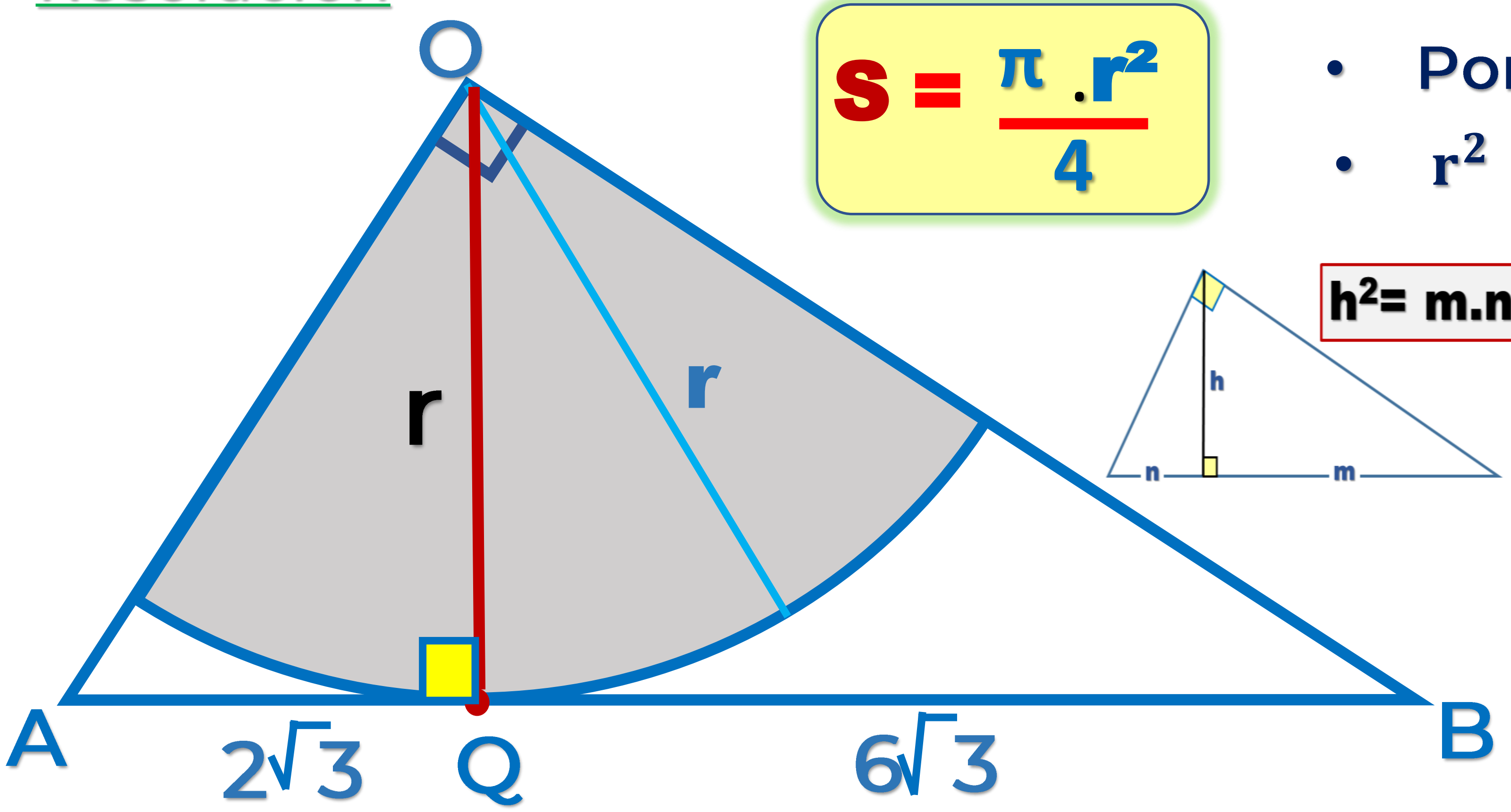
- Nos piden

$$S = \frac{\pi . 2^2}{2}$$

$$\boxed{S = 2\pi u^2}$$

3. Se tiene un triángulo rectángulo AOB, recto en O, haciendo centro en O se traza un arco de circunferencia tangente a $\overline{AB}$ en Q. Si AQ = $2\sqrt{3}$ y QB = $6\sqrt{3}$, halle el área del cuarto de círculo de centro O.

Resolución



$$S = \frac{\pi \cdot r^2}{4}$$

- Se traza $\overline{OQ}$.
- Por teorema la $m\measuredangle OQA = 90^0$
- $r^2 = (2\sqrt{3})(6\sqrt{3})$

$h^2 = m.n$

$r^2 = 36$

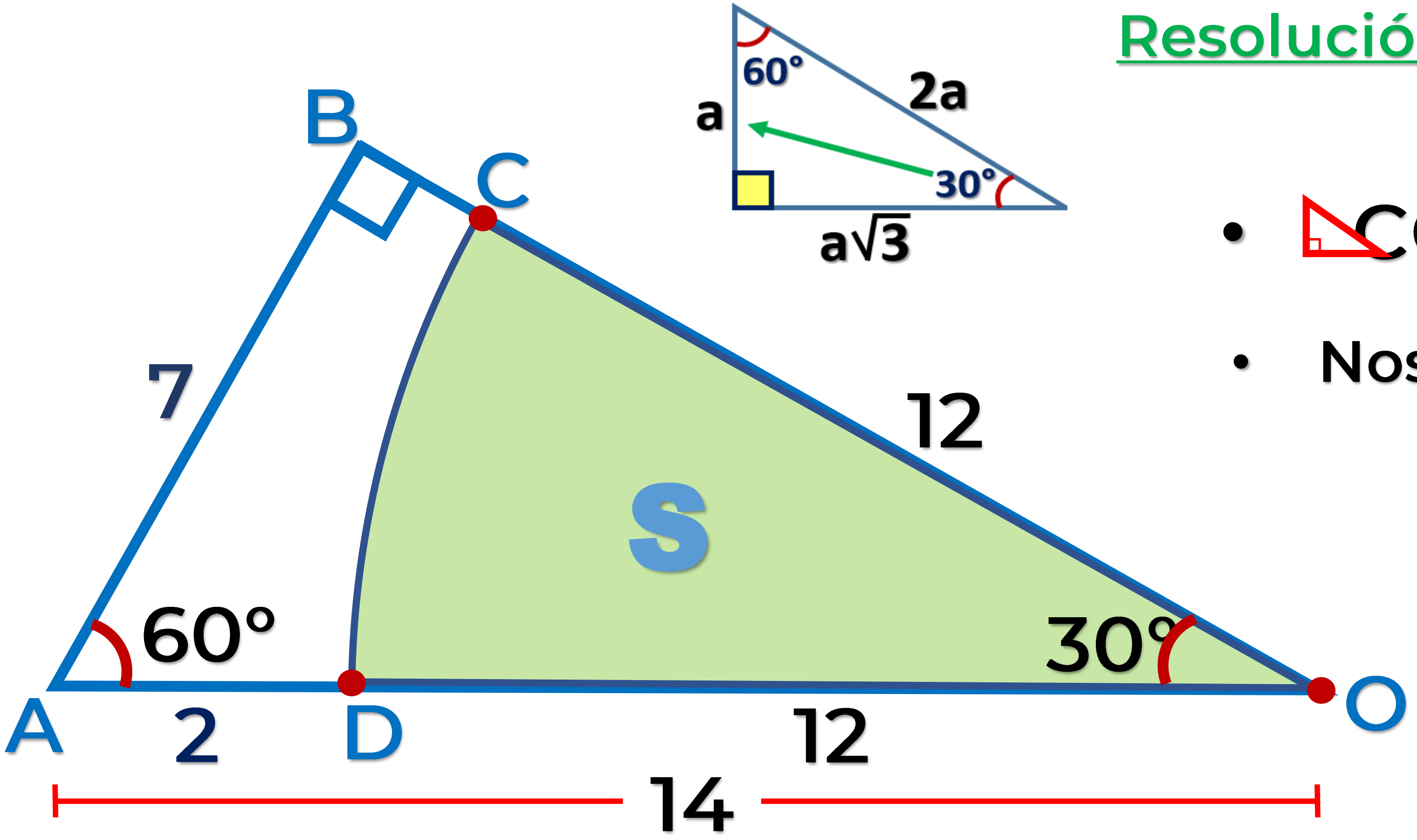
$r = 6$

- Nos piden.

$$S = \frac{\pi.6^2}{4}$$

$$\boxed{S = 9\pi u^2}$$

4. Se tiene un triángulo rectángulo ABO, recto en B, luego, haciendo centro en O, se traza el arco CD (C en BO y D en AO). Si m<BAD = 60°, AB = 7 y AD = 2, halle el área del sector circular COD.



Resolución

$$S = \frac{\theta}{360°}.\pi.r^2$$

- △COD: Notable de 30° y 60°
- Nos piden.

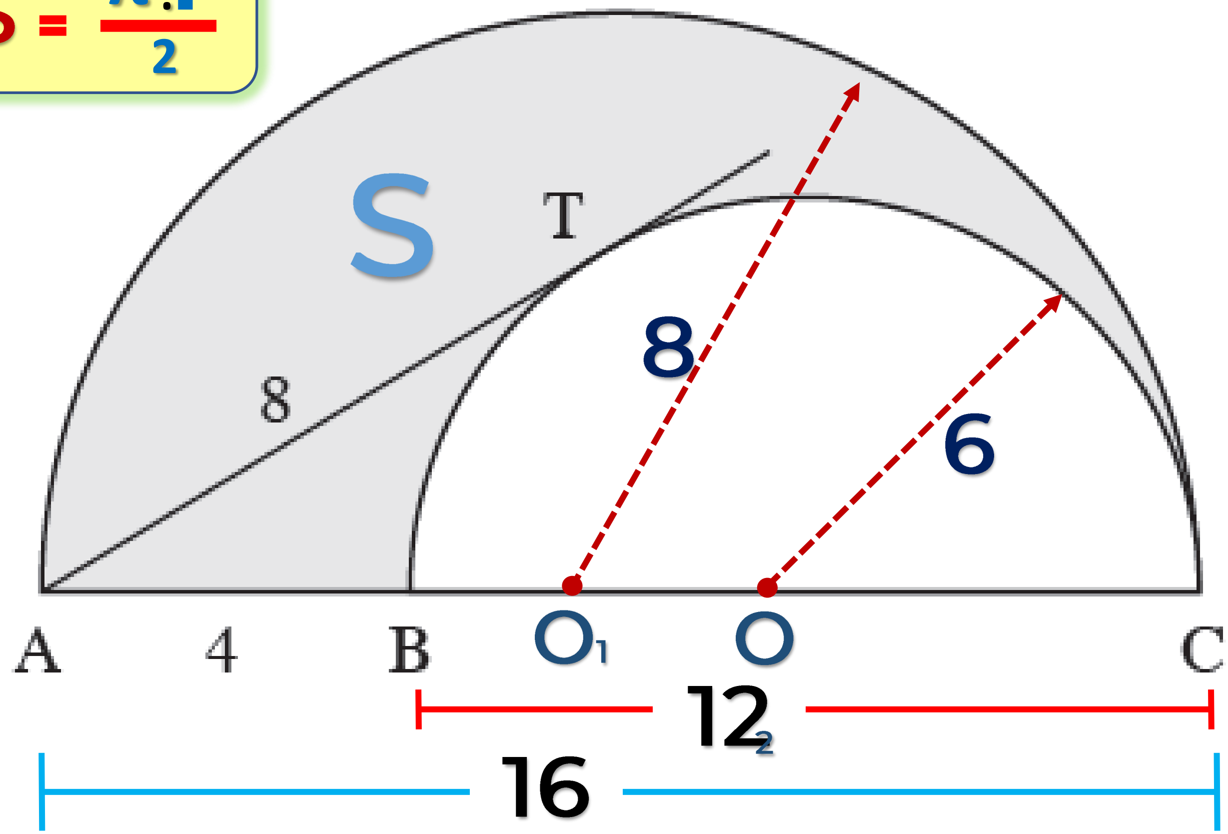
$$S = \frac{\cancel{30°}^{\,1}}{\underset{12}{\cancel{360°}}}.\pi.12^{\cancel{2}}$$

$$\boxed{S = 12\pi u^2}$$

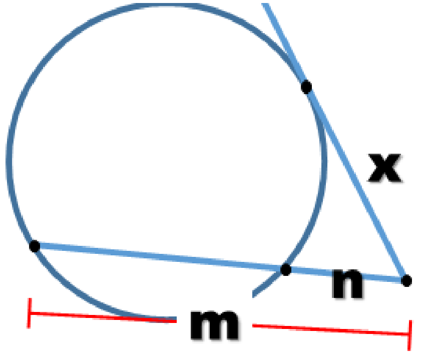
5. Halle el área de la región sombreada si BC y AC son diámetros, y T es punto de tangencia.

Resolución

$S = \frac{\pi . r^2}{2}$



T. de la Tangente



$x^2 = m.n$

$(AT)^2 = (AC)(AB)$

$8^2 = (AC)(4)$

$16 = AC$

Nos piden.

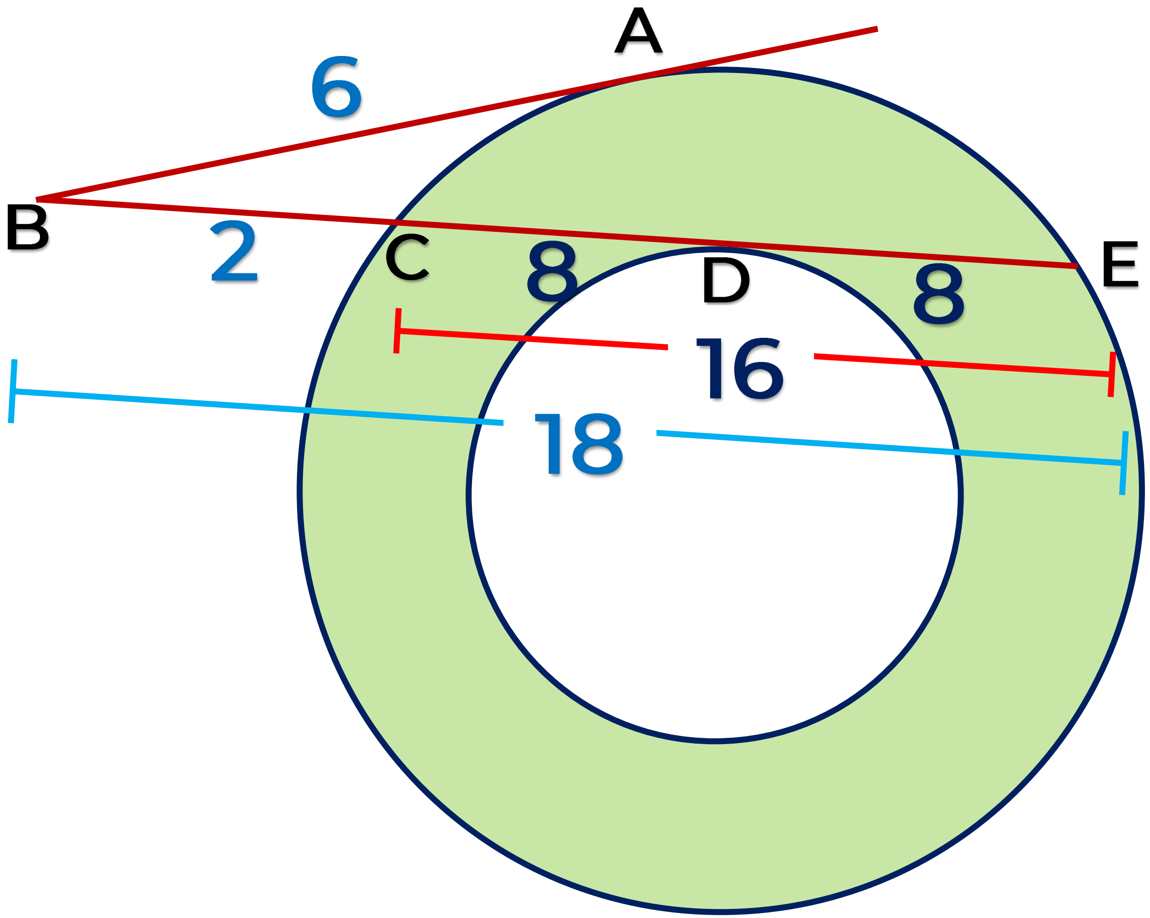
$S = \frac{\pi.8^2}{2} - \frac{\pi.6^2}{2}$

$S = 32\pi - 18\pi$

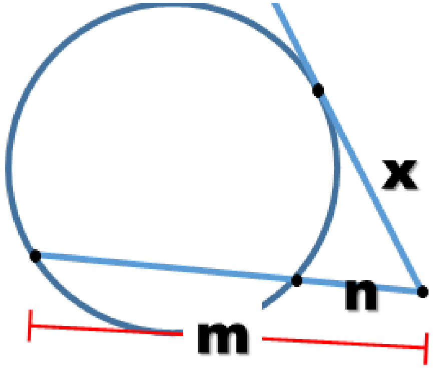
$S = 14\pi u^2$

6 Halle el área de la corona circular si AB = 6, BC = 2 y A es punto de tangencia.

Resolución



T. de la Tangente

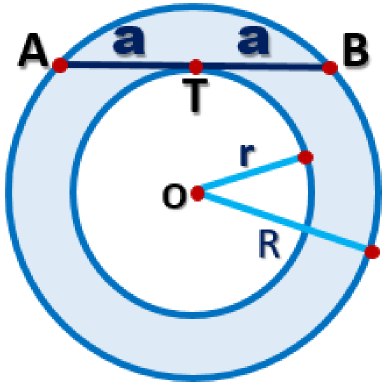


$$x^2 = m.n$$

$(AB)^2 =$

$(BE)(BC)$

$6^2 = 18(2)$



Corona circular

O : Centro

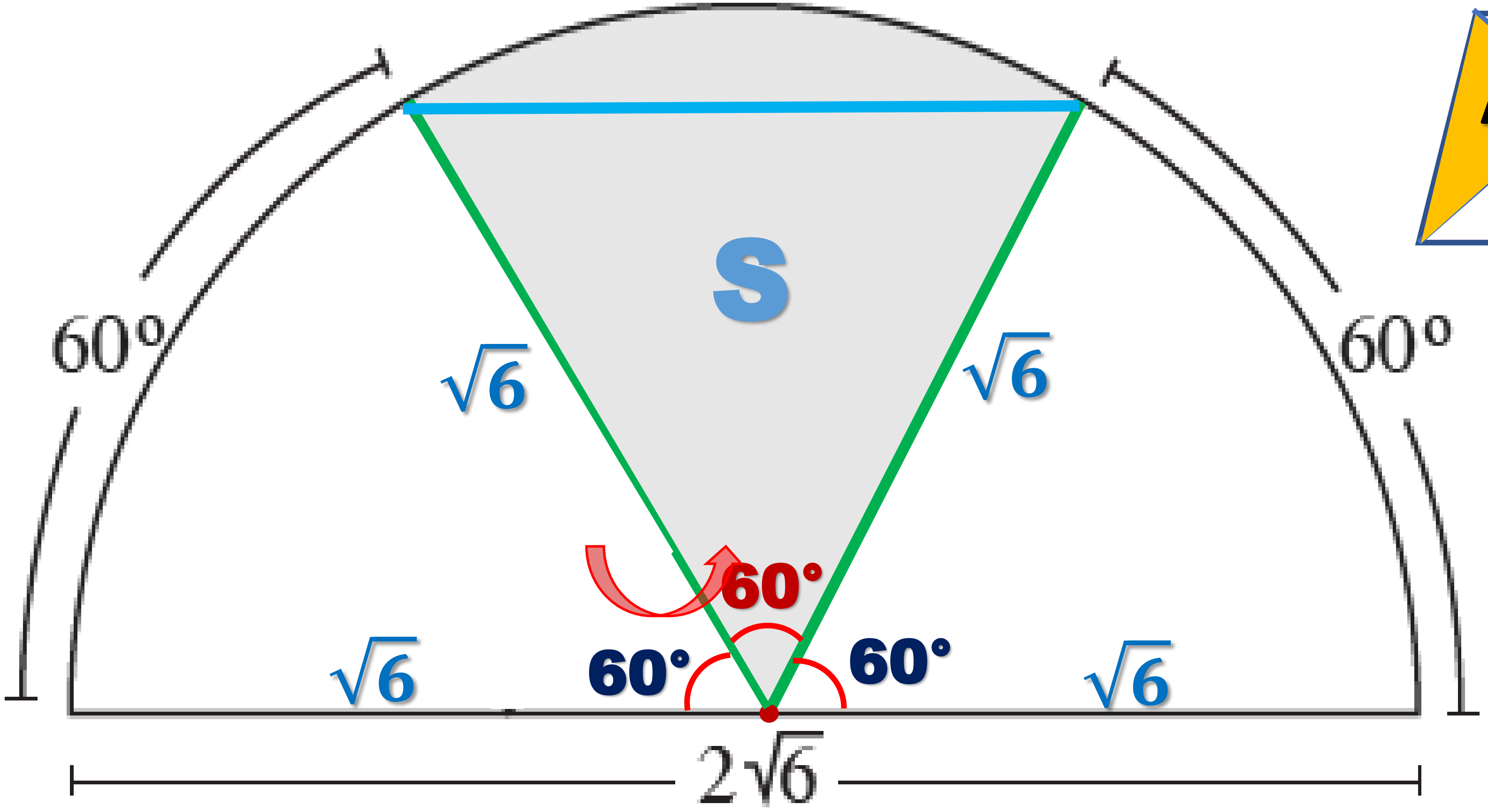
$$S_{\circledcirc} = \pi.a^2$$

Nos piden.

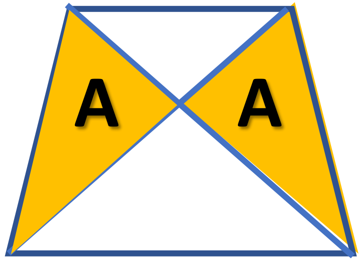
$$S_{\circledcirc} = \pi.8^2$$

$$S = 64\pi u^2$$

7. En el semicírculo mostrado, halle el área de la región sombreada.



Resolución



$$S_{\triangleleft} = \frac{\pi . r^2 . \theta}{360°}$$

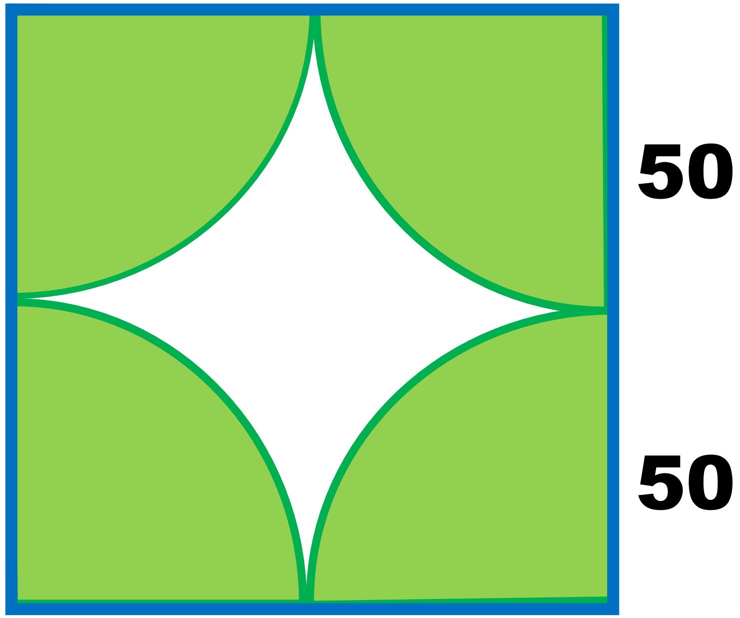
Nos piden.

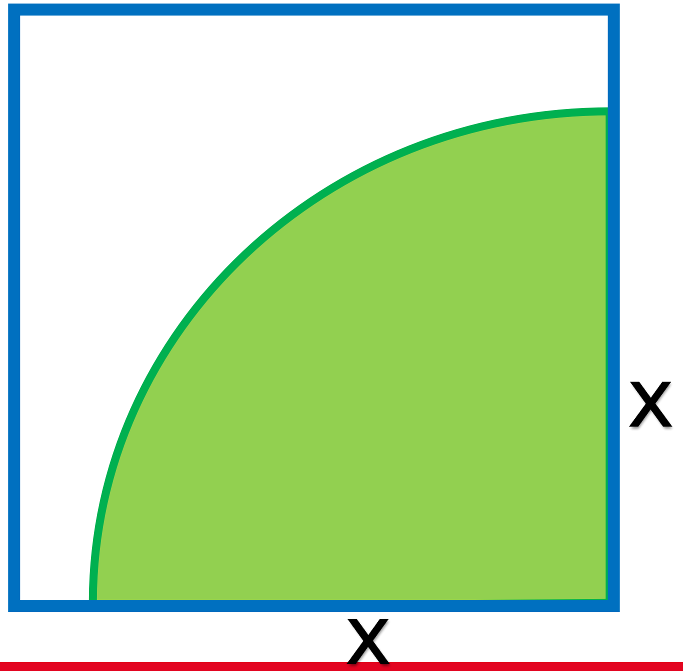
$$\Rightarrow S = \frac{\pi . \cancel{\sqrt{6}^2} . \cancel{60°}^{\,1}}{\cancel{360°}_{\,6}}$$

$$\boxed{S = \pi u^2}$$

8. Un prado cuyo contorno tiene forma de un cuadrado de 100m de lado hay cuatro cabras, cada una atada a una esquina con una cuerda de 50m, lo que permite comer una cierta parte de la hierba, quedando en el centro una parte que ninguna de ellas alcanza. El propietario tras vender 3 cabras, alargó la cuerda de la que quedaba en una de las esquinas, de tal forma que el área de la superficie sobre la que podía pastar era equivalente al área sobre la que pastaban anteriormente las cuatro. ¿Qué longitud tiene la nueva cuerda?

Resolución





$$S_{\bigcirc} = S_{\text{◔}}$$

$$\pi . 50^2 = \frac{\pi . x^2}{4}$$

$$50^2 = \frac{x^2}{4}$$

$$50 = \frac{x}{2}$$

$$\boxed{X = 100m}$$