ALGEBRA

4th
SECONDARY

RETROALIMENTACION

SACO OLIVEROS

PROBLEMA 1

Si el número de términos de $(x^2+10x+25)^{100}$ es $4n-3$. Halle "n"

Resolución

$$[(x+5)^2]^{100}$$

$$(x+5)^{200}$$

Número de términos es:

$$201 = 4n - 3$$

$$204 = 4n$$

$$\boxed{51 = n}$$

PROBLEMA 2

El noveno término de $(x^6 + y^9)^a$ tiene como $\mathrm{Gr}_{(x)} = 36$. Halle el número de término de su desarrollo

Resolución

$$t_9 = t_{8+1} \Rightarrow \begin{cases} \boxed{k = 8} \\ \boxed{n = a} \end{cases}$$

$$t_9 = C_8^a (x^6)^{a-8} \,.\, (y^9)^8$$

$$= C_8^a \, x^{6a-48} \,.\, y^{72}$$

Por dato $\mathrm{Gr}_{(x)} = 36$

$$6a - 48 = 36$$

$$6a = 84$$

$$\boxed{a = 14} \Rightarrow \text{n°de término} = a + 1$$

$$\boxed{= 15}$$

PROBLEMA 3

Determine el número de términos de $\left(\frac{n}{8}x+y\right)^n$ si los coeficientes de los términos 7 y 8 son iguales

Resolución

$$t_7 = c_6^n \left(\frac{n}{8}x\right)^{n-6} . y^6$$

$$t_8 = c_7^n \left(\frac{n}{8}x\right)^{n-7} . y^7$$

Por dato coef $t_7 = t_8$

$$c_6^n \left(\frac{n}{8}\right)^{n-6} = c_7^n \left(\frac{n}{8}\right)^{n-7}$$

$$\frac{c_6^n}{c_7^n} = \frac{\left(\frac{n}{8}\right)^{n-7}}{\left(\frac{n}{8}\right)^{n-6}} \Rightarrow = \left(\frac{n}{8}\right)^{\cancel{n}-7-\cancel{n}+6}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{\cancel{n!}}{6!\,(n-6)!}}{\frac{\cancel{n!}}{7!\,(n-7)!}} = \left(\frac{n}{8}\right)^{-1}$$

$$\Rightarrow \frac{7\cancel{6!}\,\cancel{(n-7)!}}{\cancel{6!}\,(n-6)\cancel{(n-7)!}} = \frac{8}{n}$$

$$\Rightarrow \frac{7}{n-6} = \frac{8}{n}$$

$$\Rightarrow 7n = 8n - 48$$

$$\Rightarrow n = 48 \Rightarrow$$

n°de término= 49

PROBLEMA 4

De los complejos

$$z_1 = -8 + 3i$$
$$z_2 = \overline{z_1} + 5 - 2i$$

Halle el Im $(z_1 . z_2)$

Resolución

$z_1 = -8 + 3i$ ⇒ $\overline{z_1} = -8 - 3i$

Hallando z_2

$$z_2 = \overline{z_1} + 5 - 2i$$
$$= -8 - 3i + 5 - 2i$$

$$\boxed{z_2 = -3 - 5i}$$

Hallando el Im$(z_1 . z_2)$

$$z_1 . z_2 = (-8 + 3i)(-3 - 5i)$$
$$= 24 + 40i - 9i - 15i^2$$
$$= 39 + 31i$$

$$\boxed{\text{Im}(z_1 . z_2) = 31}$$

PROBLEMA 5

Sabiendo que : $Z=\frac{(1+i)^2+(1-i)^3}{(1-i)^2+(1+i)^3}$ halle: $T=\frac{Re_{(z)}+2}{Im_{(z)}-1}$

Resolución

Recordar

$(1+i)^2$=2i

$(1-i)^2$=−2i

- $(1-i)^3=(1-i)^2(1-i)$

$=-2i(1-i)=-2i+2i^2$

$\boxed{=-2i-2}$

- $(1+i)^3=\underbrace{(1+i)^2}_{2i}(1+i)$

$2i\ \ (1+i)$

$=2i+2i^2$

$\boxed{=2i-2}$

Reemplazando en "Z"

$Z=\frac{\cancel{2i}+(\cancel{-2i})-2}{\cancel{-2i}+\cancel{2i}-2}=1$

$Z=1+0i$

$\boxed{T=\frac{1+2}{0-1}=-3}$

PROBLEMA 6

CALCULE : $R=\frac{(1-i)^8}{1^8+i^8}+\frac{(1+i)^9}{1^9+i^9}$

Resolución

Recordar

$(1+i)^2=2i$

$i^8=1$

$i^9=i$

$$R=\frac{(1-i)^8}{1^8+i^8}+\frac{(1+i)^9}{1^9+i^9}$$

$$R=\frac{\left[(1-i)^2\right]^4}{1+1}+\frac{(1+i)^8(1+i)}{1+i}$$

$$R=\frac{(-2i)^4}{2}+\left[(1+i)^2\right]^4$$

$$R=\frac{(-2)^4.i^4}{2}+(2i)^4$$

$$R=\frac{16(1)}{2}+2^4.\overset{1}{i^4}$$

$$R=8+16$$

$$\boxed{R=24}$$

PROBLEMA 7

Calcule el valor de x:

$$\frac{x+4}{3}+\frac{x-1}{4}=\frac{x-4}{12}-\frac{x-5}{3}$$

Resolución

- $MCM = 12$

$$12\left(\frac{x+4}{3}+\frac{x-1}{4}\right)=12\left(\frac{x-4}{12}-\frac{x-5}{3}\right)$$

$$4(x+4)+3(x-1)=x-4-4(x-5)$$

$$4x+16+3x-3=x-4-4x+20$$

$$7x+13=-3x+16$$

$$10x=3$$

$$\boxed{x=\frac{3}{10}}$$

PROBLEMA 8 CALCULE EL VALOR DE x EN LA ECUACIÓN

$$\frac{\sqrt{x+5}+\sqrt{x-5}}{\sqrt{x+5}-\sqrt{x-5}}=\frac{5}{1}$$

RESOLUCIÓN

Recordar

PROPIEDAD: $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\rightarrow\frac{a+b}{a-b}=\frac{c+d}{c-d}$

POR PROPIEDAD

$$\frac{\cancel{2}\sqrt{x+5}}{\cancel{2}\sqrt{x-5}}=\frac{\cancel{6}}{\cancel{4}}$$

$$\frac{\sqrt{x+5}}{\sqrt{x-5}}=\frac{3}{2}$$

$$2\sqrt{x+5}=3\sqrt{x-5}$$

ELEVANDO AL CUADRADO

$$\left(2\sqrt{x+5}\right)^2=\left(3\sqrt{x-5}\right)^2$$

$$4(x+5)=9(x-5)$$

$$4x+20=9x-45$$

$$65=5x$$

$$\boxed{13=x}$$

PROBLEMA 9

RESUELVA LA ECUACIÓN $\frac{2x+a}{b}+\frac{x-b}{a}=\frac{3ax+(a-b)^2}{ab}$

RESOLUCIÓN

- $MCM = ab$

$$ab\left(\frac{2x+a}{b}+\frac{x-b}{a}\right)=\cancel{ab}\left(\frac{3ax+(a-b)^2}{\cancel{ab}}\right)$$

$$a\,(2x+a)+b(x-b)\;=3ax+a-b^2$$

$$2ax+\cancel{a^2}+bx-b^2\;=3ax+\cancel{a^2}-2ab+b^2$$

$$bx-ax=2b^2-2ab$$

$$x\cancel{(b-a)}=2b\cancel{(b-a)}$$

$$x=2b$$

$$cs=\{2b\}$$

PROBLEMA 10

El profesor Roberto gasta el opuesto de x soles, al comprar un perfume para su novia, luego de resolver $\sqrt[3]{10+\sqrt{x}}+\sqrt[3]{10-\sqrt{x}}=5.$ ¿Cuánto gasta el profesor?

RESOLUCIÓN

Identidad de Cauchy:

$$(a+b)^3=a^3+b^3+3(ab)(a+b)$$

- ***ELEVANDO AL CUBO***

$$\left(\sqrt[3]{10+\sqrt{x}}+\sqrt[3]{10-\sqrt{x}}\right)^3=(5)^3$$

$$10+\sqrt{x}+10-\sqrt{x}+3\left(\sqrt[3]{100-x}\right)(5)=125$$

$$20+3\left(\sqrt[3]{100-x}\right)(5)=125$$

$$15\left(\sqrt[3]{100-x}\right)=105$$

$$\sqrt[3]{100-x}=7$$

ELEVANDO AL CUBO:

$$100-x=343$$

$$-243=x$$

Opuesto=243

Gasta s/243