



ALGEBRA

Chapter 17

2th

SECONDARY

Session 2

RADICACION RADICALES DOBLES



 **SACO OLIVEROS**



MOTIVATING STRATEGY

¿Podrás transformar a estas listas radicales simples?, en 15 segundos?

$$\sqrt{17} + 2\sqrt{30} = \sqrt{15} + \sqrt{2}$$

“VIVE como si fueses a morir mañana.
APRENDE como si fueses a vivir siempre.”

Mahatma Gandhi



RADICACIÓN

Es la operación matemática en la cual, dada una variable real " x " y un número natural " n ", existe un tercer número " r " llamado raíz, siempre que:

$$\sqrt[n]{x} = r \iff r^n = x$$

n : índice

$(n \in \mathbb{N} ; n \geq 2)$



PROPIEDADES

$$1) \quad \sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$2) \quad \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

$$3) \quad \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$$



Extraer un factor de un radical:

Ejemplo:

$$* \sqrt{180} = \sqrt{36 \cdot 5}$$

$$\sqrt{180} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{5}$$

$$\boxed{\sqrt{180} = 6\sqrt{5}}$$

Introducir un factor a un radical:

Ejemplo:

$$* 2 \cdot \sqrt{17} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{17}$$

$$\boxed{2 \cdot \sqrt{17} = \sqrt{4 \cdot 17} = \sqrt{68}}$$



TRANSFORMACIÓN DE RADICALES DOBLES A RADICALES SIMPLES

$$\sqrt{A \pm \sqrt{B}} = \sqrt{\frac{A + C}{2}} \pm \sqrt{\frac{A - C}{2}}$$

$$C = \sqrt{A^2 - B}$$

Ejemplo: *Transforme a radicales simples* $\sqrt{3 + \sqrt{5}}$

Resolución: $C = \sqrt{3^2 - 5} = \sqrt{4} = 2$

$$\sqrt{3 + \sqrt{5}} = \sqrt{\frac{3 + 2}{2}} + \sqrt{\frac{3 - 2}{2}} = \sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}}$$



Método práctico:

$$\sqrt{A \pm \sqrt{B}} = \sqrt{(x + y) \pm 2\sqrt{x \cdot y}} = \sqrt{x} \pm \sqrt{y} \quad (x > y)$$

Ejemplo: *Transforme a radicales simples* $\sqrt{9 + \sqrt{72}}$

Resolución:

$$\sqrt{9 + \sqrt{72}} = \sqrt{9 + \sqrt{4 \cdot 18}}$$

$$\sqrt{9 + \sqrt{72}} = \sqrt{9 + 2\sqrt{18}}$$

$\swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow$
 $6+3 \quad \quad 6 \times 3$

$$\sqrt{9 + \sqrt{72}} = \sqrt{6} + \sqrt{3}$$



1.- Calcule

$$F = \frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{98}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}$$

RESOLUCIÓN

$$F = \frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{98}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}$$

$$F = \sqrt{\frac{75}{3}} + \sqrt{\frac{98}{2}} - \sqrt{\frac{27}{3}}$$

$$F = \sqrt{25} + \sqrt{49} - \sqrt{9}$$

$$F = 5 + 7 - 3 = 9$$

División de radicales con un mismo índice

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

Recuerda



Rpta: 9



2.- Se cumple que

$$\sqrt{5 + 2\sqrt{6}} + \sqrt{8 - 2\sqrt{15}} \equiv \sqrt{A + 2\sqrt{B}}$$

Calcule $A + B$.

RESOLUCIÓN

$$\sqrt{\underbrace{5}_{x+y} + 2\sqrt{\underbrace{6}_{x \cdot y}}} + \sqrt{\underbrace{8}_{x+y} - 2\sqrt{\underbrace{15}_{x \cdot y}}} \equiv \sqrt{A + 2\sqrt{B}}$$

$$\cancel{\sqrt{3}} + \sqrt{2} + \sqrt{5} - \cancel{\sqrt{3}} \equiv \sqrt{A + 2\sqrt{B}}$$

$$\sqrt{5} + \sqrt{2} \equiv \sqrt{x} + \sqrt{y}$$

$$\begin{cases} A = x + y = 5 + 2 \rightarrow A = 7 \\ B = x \cdot y = 5 \cdot 2 \rightarrow B = 10 \end{cases}$$

Radicales dobles a simples (Forma práctica)

$$\sqrt{A \pm 2\sqrt{B}} = \sqrt{x} \pm \sqrt{y}; x > y$$

$\underbrace{\hspace{1cm}}_{x+y} \quad \underbrace{\hspace{1cm}}_{x \cdot y}$

Recuerda



Rpta: $A + B = 17$



3.- Efectúe

$$T = \frac{4\sqrt{8} + 8\sqrt{32} - \sqrt{50}}{2\sqrt{18} - \sqrt{2}}$$

RESOLUCIÓN

$$T = \frac{4\sqrt{4 \cdot 2} + 8\sqrt{16 \cdot 2} - \sqrt{25 \cdot 2}}{2\sqrt{9 \cdot 2} - \sqrt{2}}$$

$$T = \frac{4 \cdot 2 \cdot \sqrt{2} + 8 \cdot 4 \cdot \sqrt{2} - 5 \cdot \sqrt{2}}{2 \cdot 3 \cdot \sqrt{2} - \sqrt{2}}$$

$$T = \frac{8\sqrt{2} + 32\sqrt{2} - 5\sqrt{2}}{6\sqrt{2} - \sqrt{2}} = \frac{35\sqrt{2}}{5\sqrt{2}}$$

Rpta:

$$T = 7$$

También:

$$\sqrt{8} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{2}$$

$$\sqrt{32} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{2}$$

$$\sqrt{50} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{2}$$

$$\sqrt{18} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{2}$$

Recuerda





4.- Transforme a radicales simples

$$F = \sqrt{7 + 2\sqrt{10}} - \sqrt{5 - 2\sqrt{6}} - \sqrt{5} + \sqrt{3}$$

RESOLUCIÓN

$$M = \sqrt{\underbrace{7}_{5+2} + 2\sqrt{\underbrace{10}_{5 \cdot 2}}} - \sqrt{\underbrace{5}_{3+2} - 2\sqrt{\underbrace{6}_{3 \cdot 2}}} - \sqrt{5} + \sqrt{3}$$

$$M = \sqrt{5} + \sqrt{2} - (\sqrt{3} - \sqrt{2}) - \sqrt{5} + \sqrt{3}$$

$$M = \cancel{\sqrt{5}} + \sqrt{2} - \cancel{\sqrt{3}} + \sqrt{2} - \cancel{\sqrt{5}} + \cancel{\sqrt{3}}$$

$$M = 2\sqrt{2}$$

Radicales dobles a simples (Forma práctica)

$$\sqrt{\underbrace{A}_{x+y} \pm 2\sqrt{\underbrace{B}_{x \cdot y}}} = \sqrt{x} \pm \sqrt{y}; x > y$$

Recuerda



Rpta: $M = 2\sqrt{2}$



5.- Calcule

$$M = \sqrt{9 + \sqrt{56}} + \sqrt{10 - \sqrt{84}} + \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

RESOLUCIÓN

$$M = \sqrt{9 + \sqrt{56}} + \sqrt{10 - \sqrt{84}} + \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

$$M = \sqrt{\underbrace{9}_{x+y} + 2\sqrt{\underbrace{14}_{x \cdot y}}} + \sqrt{\underbrace{10}_{7+3} - 2\sqrt{\underbrace{21}_{x \cdot y}}} + \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

$$M = \sqrt{7} + \cancel{\sqrt{2}} + \sqrt{7} - \cancel{\sqrt{3}} + \cancel{\sqrt{3}} - \cancel{\sqrt{2}}$$

Rpta: $M = 2\sqrt{7}$

Radicales dobles a simples

$$\sqrt{\underbrace{A}_{x+y} \pm 2\sqrt{\underbrace{B}_{x \cdot y}}} = \sqrt{x} \pm \sqrt{y}; x > y$$

Recuerda





6.- Reduzca

$$M = \sqrt{12 + 4\sqrt{5}} - \sqrt{16 - 4\sqrt{15}} - \sqrt{6} + \sqrt{8}$$

RESOLUCIÓN

$$M = \sqrt{12 + 4\sqrt{5}} - \sqrt{16 - 4\sqrt{15}} - \sqrt{6} + \sqrt{8}$$

$$M = \sqrt{12 + 2 \cdot 2\sqrt{5}} - \sqrt{16 - 2 \cdot 2\sqrt{15}} - \sqrt{6} + \sqrt{8}$$

$$M = \sqrt{\underbrace{12}_{10+2} + 2\sqrt{\underbrace{20}_{10 \cdot 2}}} - \sqrt{\underbrace{16}_{10+6} - 2\sqrt{\underbrace{60}_{10 \cdot 6}}} - \sqrt{6} + 2\sqrt{2}$$

$$M = \sqrt{10} + \sqrt{2} - (\sqrt{10} - \sqrt{6}) - \sqrt{6} + 2\sqrt{2}$$

$$M = \cancel{\sqrt{10}} + \sqrt{2} - \cancel{\sqrt{10}} + \cancel{\sqrt{6}} - \cancel{\sqrt{6}} + 2\sqrt{2}$$

Rpta: $M = 3\sqrt{2}$

Buscamos la forma $2\sqrt{B}$

Radicales dobles a simples

$$\sqrt{A \pm 2\sqrt{B}} = \sqrt{x} \pm \sqrt{y}; x > y$$

$\underbrace{A}_{x+y} \quad \underbrace{B}_{x \cdot y}$

Recuerda





7.- Efectúe

$$M = \sqrt{11 + 6\sqrt{2}}$$

RESOLUCIÓN

$$M = \sqrt{11 + 6\sqrt{2}}$$

$$M = \sqrt{11 + 2 \cdot 3\sqrt{2}}$$

$$M = \sqrt{\underbrace{11}_{2+9} + 2\sqrt{\underbrace{18}_{2 \cdot 9}}}$$

$$M = \sqrt{9} + \sqrt{2}$$

Rpta: $M = 3 + \sqrt{2}$

Radicales dobles a simples

$$\sqrt{\underbrace{A}_{x+y} \pm 2\sqrt{\underbrace{B}_{x \cdot y}}} = \sqrt{x} \pm \sqrt{y}; x > y$$

Recuerda





8.- Calcule $A + B$ si

$$\sqrt{7 + \sqrt{40}} + \sqrt{9 - \sqrt{56}} \equiv \sqrt{A + 2\sqrt{B}}$$

Sabiendo además que el valor de $A+B$ representa la edad de Catalina hace 2 años. ¿Cuál es la edad de Catalina?

RESOLUCIÓN

$$\sqrt{7 + \sqrt{40}} + \sqrt{9 - \sqrt{56}} \equiv \sqrt{A + 2\sqrt{B}}$$

$$\sqrt{7 + 2\sqrt{10}} + \sqrt{9 - 2\sqrt{14}} \equiv \sqrt{A + 2\sqrt{B}}$$

Hace 2 años

$$A + B = 47$$

Actual

49 años

$$\sqrt{5} + \sqrt{2} + \sqrt{7} - \sqrt{2} \equiv \sqrt{A + 2\sqrt{B}}$$

$$\sqrt{7} + \sqrt{5} \equiv \sqrt{x} + \sqrt{y}$$

$$A = x + y = 7 + 5 \rightarrow A = 12$$

$$B = x \cdot y = 7 \cdot 5 \rightarrow B = 35$$

Buscamos x y y

Radicales dobles a simples

$$\sqrt{A \pm 2\sqrt{B}} = \sqrt{x} \pm \sqrt{y}; x > y$$

Recuerda

