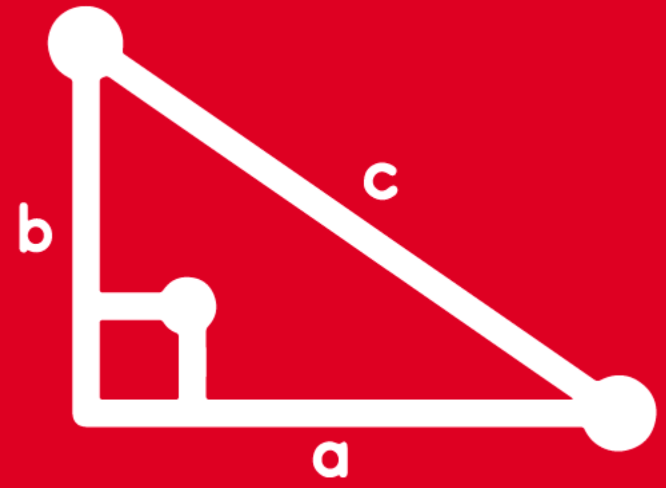
TRIGONOMETRY

Chapter 03

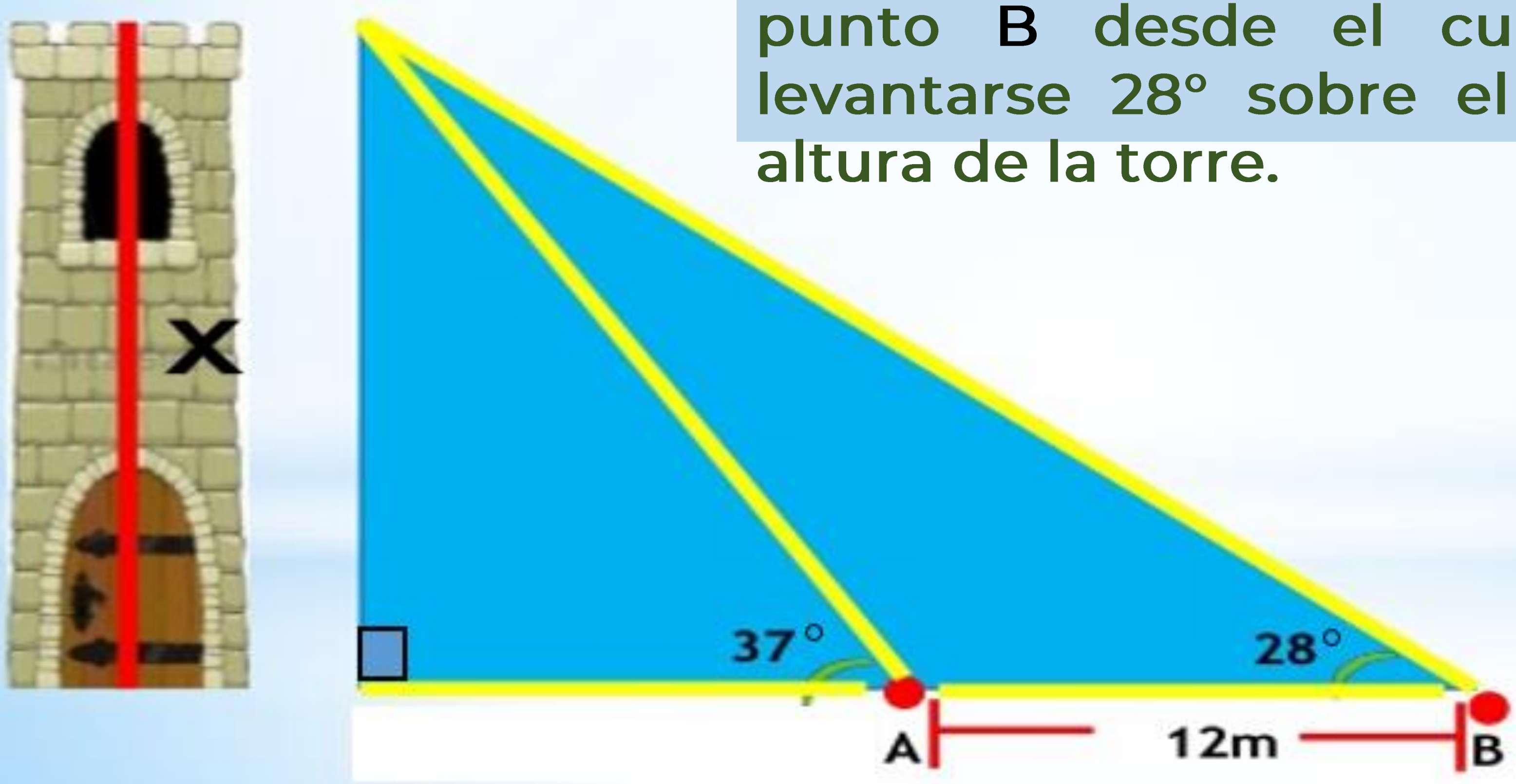
5th
SECONDARY



Resolución de triángulos rectángulos

SACO OLIVEROS

Se desea medir la altura de una torre, cuya base no es accesible y en un terreno horizontal. Desde el punto A, la torre parece levantarse 37° sobre el horizonte. Separándose 12m más de A, se llega a un punto B desde el cual la torre parece levantarse 28° sobre el horizonte. Halle la altura de la torre.



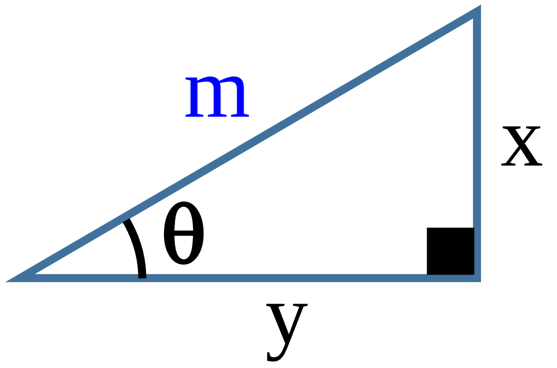
RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

Resolver un triángulo significa hallar la longitud de sus lados y ángulos. Para los casos siguientes, necesitamos como datos **un lado** y **un ángulo agudo**.

Regla práctica

$$\frac{[\text{lado incógnita}]}{[\text{lado dato}]} = RT\left(\begin{array}{c}\square \\ \text{dato}\end{array}\right)$$

Caso I.



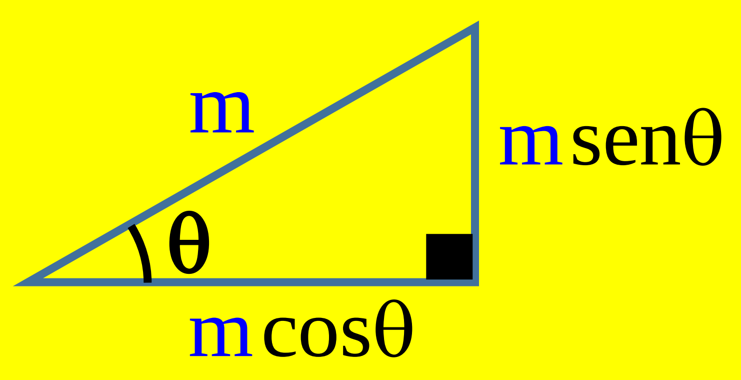
- $\dfrac{x}{m} = \text{sen}\theta$

$\Rightarrow x = m\,\text{sen}\theta$

- $\dfrac{y}{m} = \cos\theta$

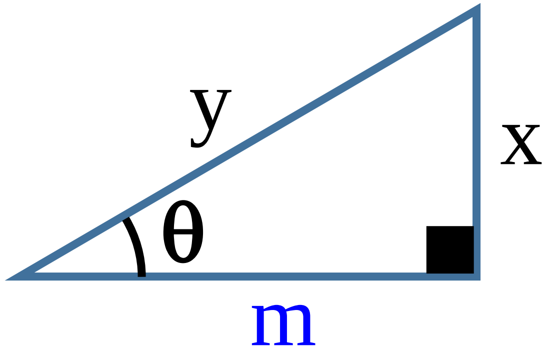
$\Rightarrow y = m\cos\theta$

En conclusión:



RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

Caso II.



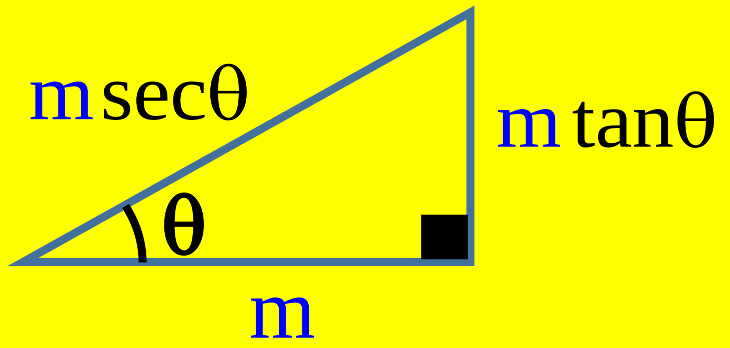
- $\dfrac{x}{m} = \tan\theta$

$\Rightarrow x = m\tan\theta$

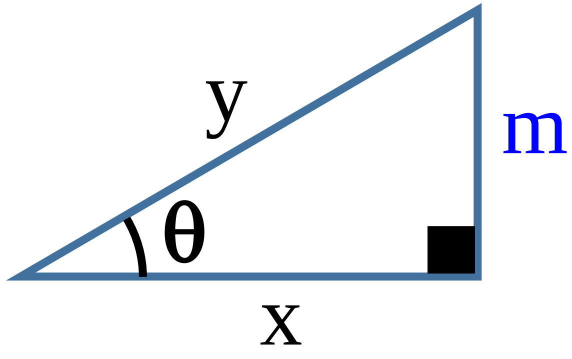
- $\dfrac{y}{m} = \sec\theta$

$\Rightarrow y = m\sec\theta$

En conclusión:



Caso III.



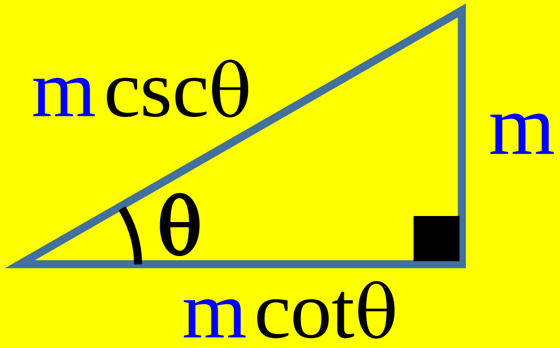
- $\dfrac{x}{m} = \cot\theta$

$\Rightarrow x = m\cot\theta$

- $\dfrac{y}{m} = \csc\theta$

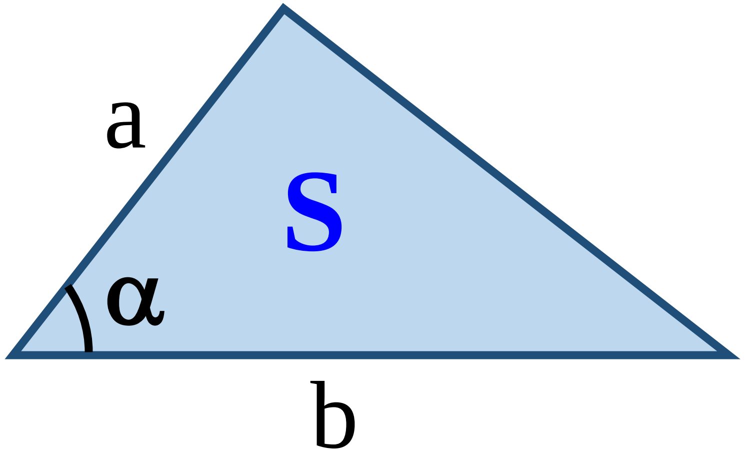
$\Rightarrow y = m\csc\theta$

En conclusión:



ÁREA DE UNA REGIÓN TRIANGULAR

Siendo **S** el área de la región triangular sombreada.



Se cumple: $\boxed{S=\frac{a.b}{2}\operatorname{sen}\alpha}$

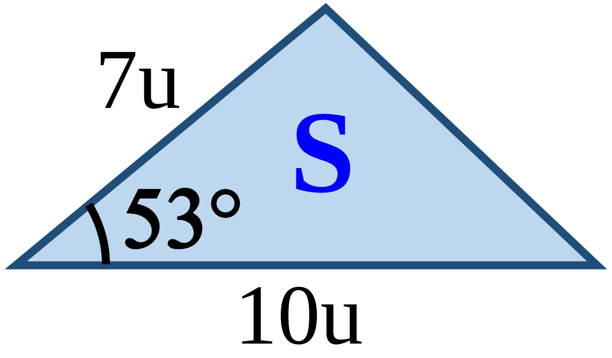
Ejemplo:

Calcule el área de la región triangular de lados 10u y 7u, además el ángulo entre ellos mide 53°.

Resolución:

$$S=\frac{7\times10}{2}\operatorname{sen}53^\circ$$

$$S=\frac{7\times\cancel{10}}{\cancel{2}}\left(\frac{4}{\cancel{5}}\right)$$



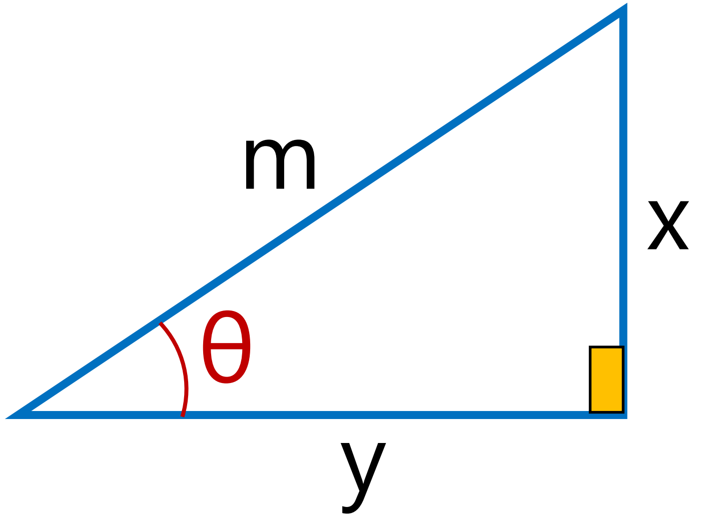
$\therefore\ \boxed{S=28u^2}$

1. En un triángulo rectángulo, la hipotenusa mide m y un ángulo agudo es θ. Determine el área de dicho triángulo.

RESOLUCIÓN

$\dfrac{x}{m} = \text{sen}\theta \Rightarrow x = m.\text{sen}\theta$

$\dfrac{y}{m} = \cos\theta \Rightarrow y = m.\cos\theta$



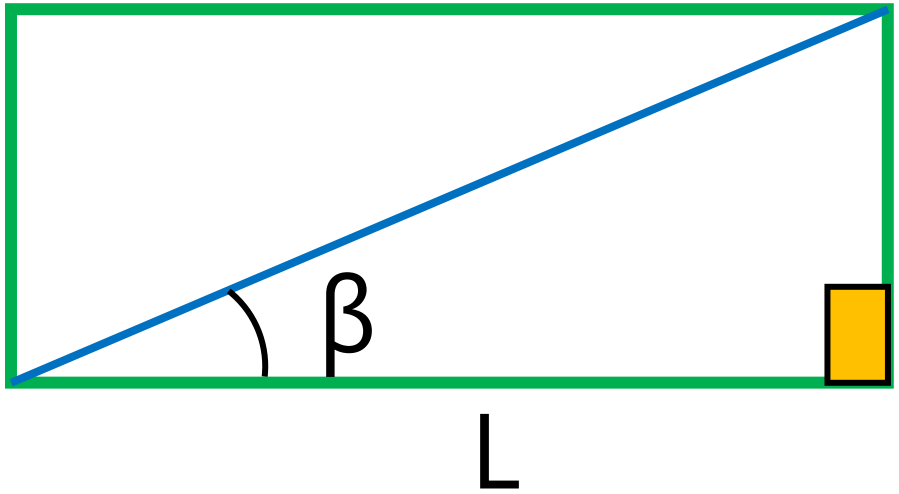
Luego: $\text{Área} = \dfrac{(m.\cos\theta)(m.\text{sen}\theta)}{2}$

$\boxed{\therefore\ \text{Área} = \dfrac{m^2\text{sen}\theta.\cos\theta}{2}}$

2. Juan y Jorge compran un terreno rectangular para sembrar camote y papa, para ello dividen el terreno en dos partes iguales, trazando una diagonal. Si el largo del terreno es L metros y el ángulo formado por la diagonal y el lado anterior del terreno es β, calcule el área del terreno que le corresponde para sembrar cada tubérculo en términos de L y β.

RESOLUCIÓN

Del gráfico: $\frac{x}{L} = \tan\beta$

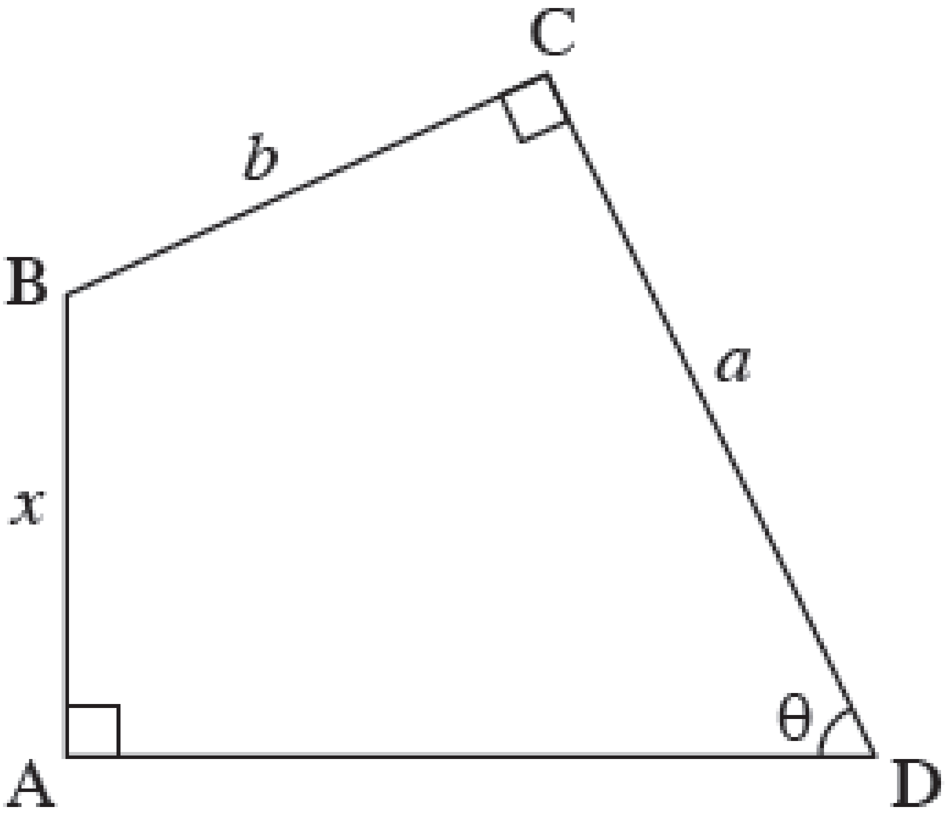


$x = L.\tan\beta$

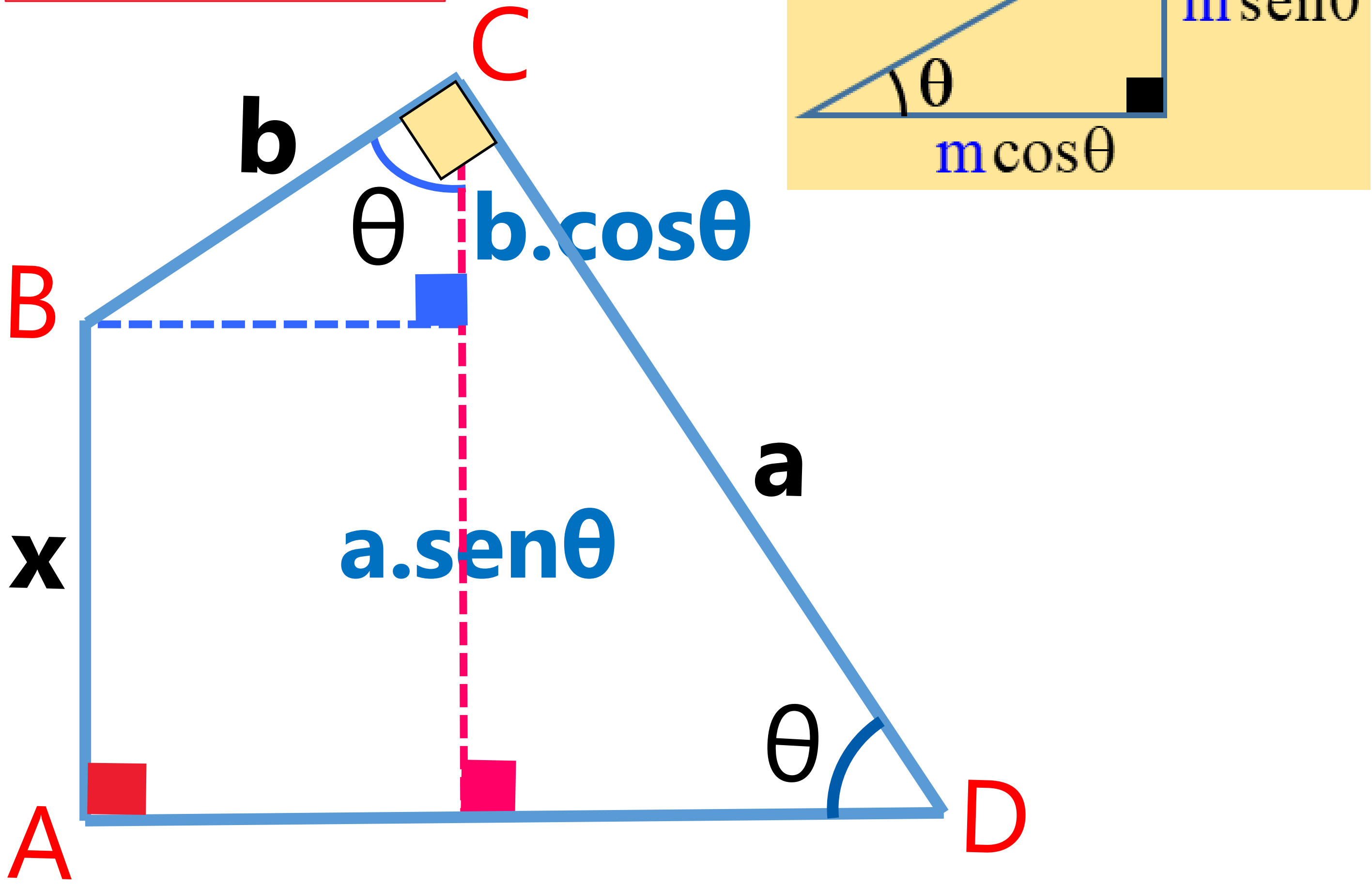
$\boxed{\text{Área} = (\text{Base})(\text{Altura})}$

$\boxed{\therefore\ \text{Área} = L^2.\tan\beta}$

3. De la figura , calcule el valor de “x” en función de a, b y θ.

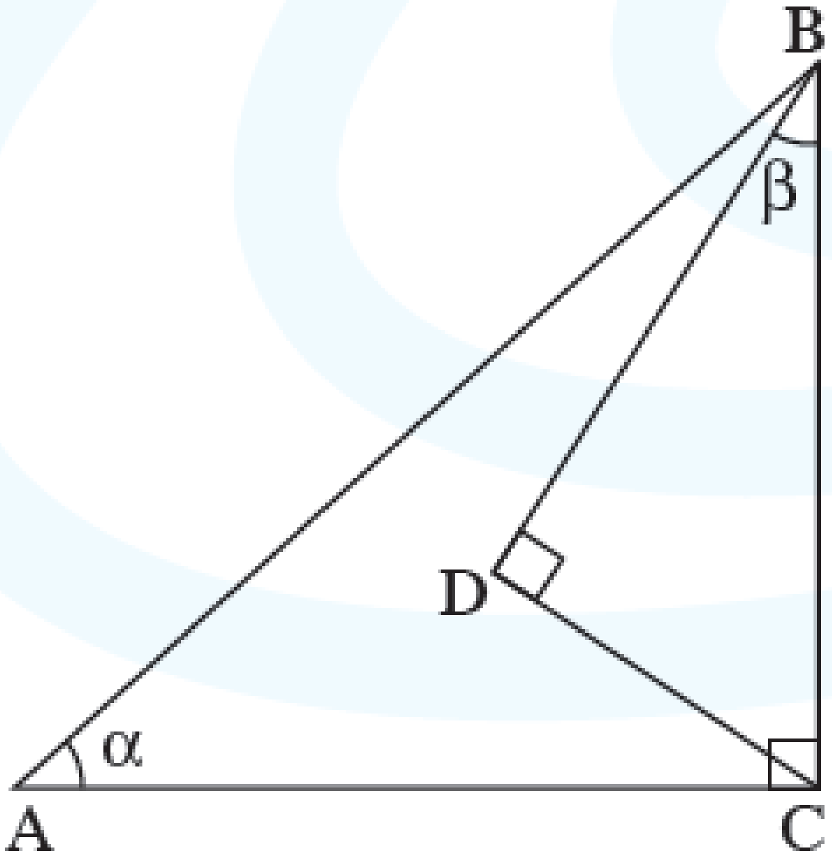


RESOLUCIÓN



$$\therefore\ x = a.\mathrm{sen}\theta - b.\cos\theta$$

4. A partir del gráfico, si AB = h, halle CD



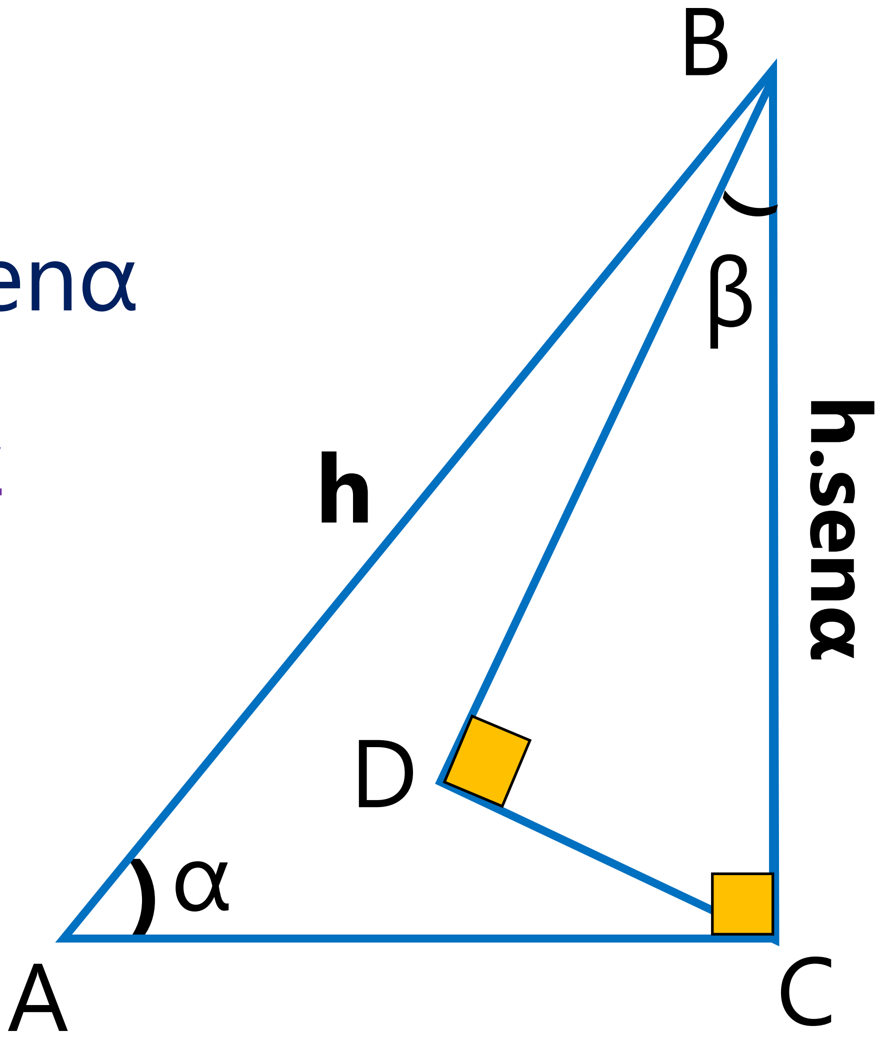
RESOLUCIÓN

$\blacktriangle ABC: \dfrac{BC}{h} = \text{sen}\alpha$

$BC = h.\text{sen}\alpha$

$\blacktriangle BDC:$

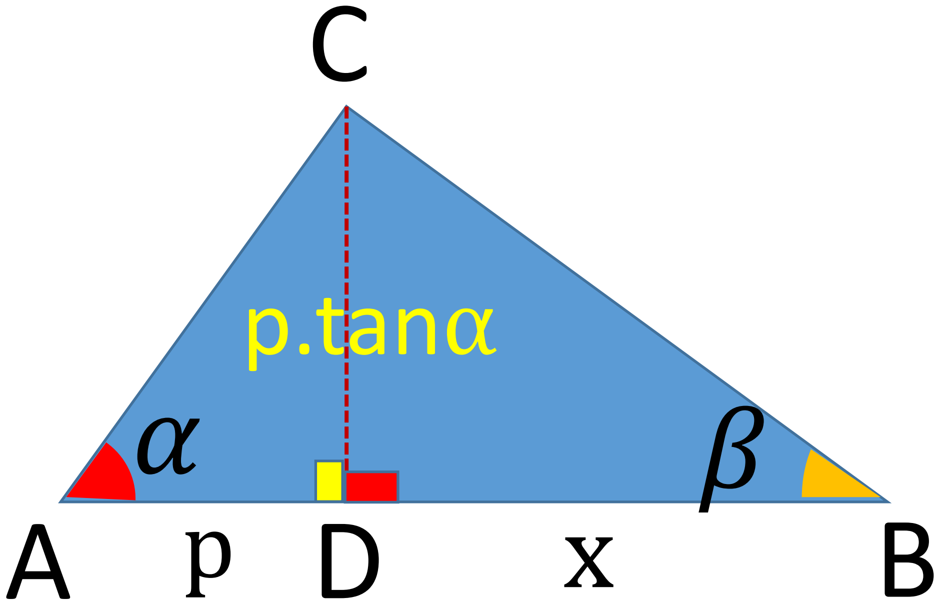
$\dfrac{CD}{h.\text{sen}\alpha} = \text{sen}\beta$



$\therefore\ CD = h.\text{sen}\alpha.\text{sen}\beta$

5. En un triángulo acutángulo ABC, se traza la altura $\overline{CD}$ (D en $\overline{AB}$). Si m∡CAD = α, m∡CBD = β y AD = p; calcule BD en términos de α, β y p.

RESOLUCIÓN

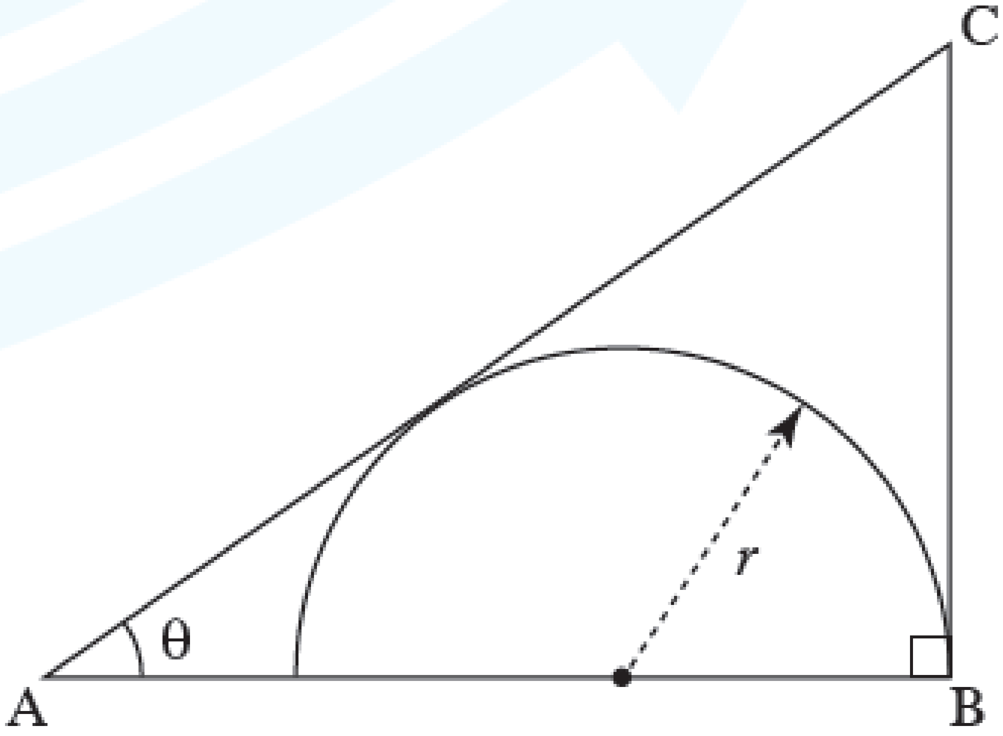


◣ADC: $\dfrac{CD}{p} = \tan\alpha \Rightarrow CD = p.\tan\alpha$

◣CDB: $\dfrac{x}{p.\tan\alpha} = \cot\beta$

$$\therefore\ x = p.\tan\alpha.\cot\beta$$

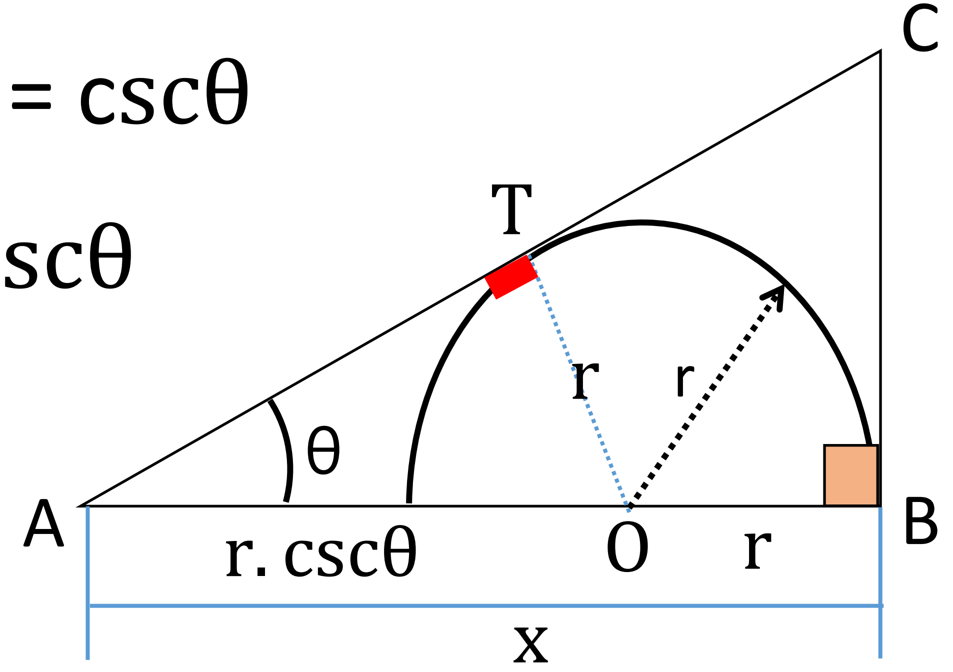
6. En el gráfico mostrado , halle AB en términos de r y θ.



RESOLUCIÓN

◣OTA: $\dfrac{AO}{r} = \csc\theta$

➡ $AO = r.\csc\theta$

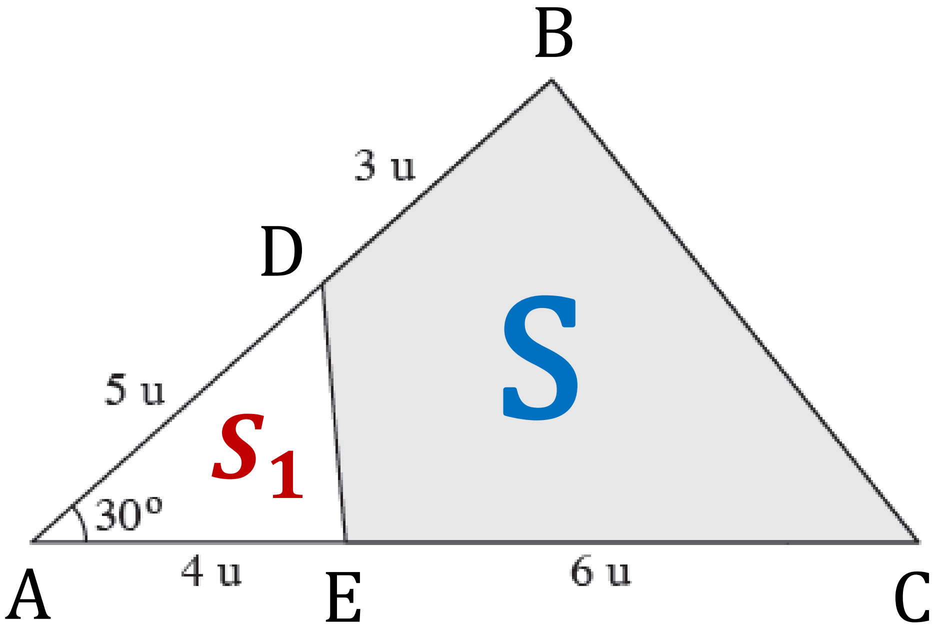


Se observa:

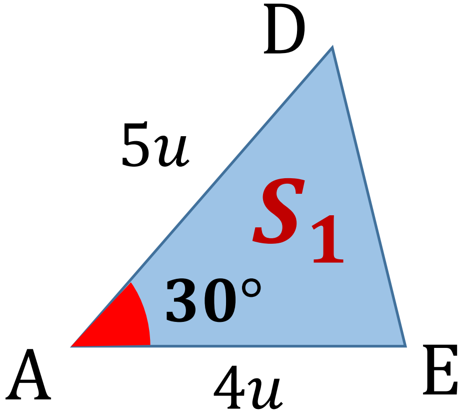
$AB = AO + OB \Rightarrow x = r.\csc\theta + r$

$$\boxed{\therefore\ x = r(\csc\theta + 1)}$$

7. En el gráfico, calcule el área de la región sombreada.



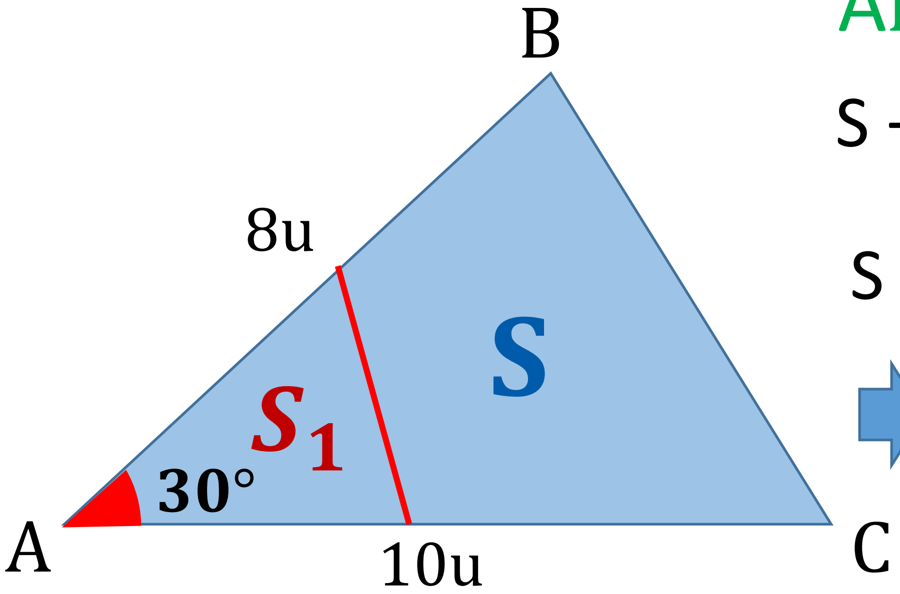
RESOLUCIÓN



Sabemos:

$$S_1 = \left(\frac{5.4}{2}\right)\text{sen}30°$$

$$S_1 = (10)\frac{1}{2} \Rightarrow S_1 = 5$$



Ahora:

$$S + S_1 = \left(\frac{8.10}{2}\right)\text{sen}30°$$

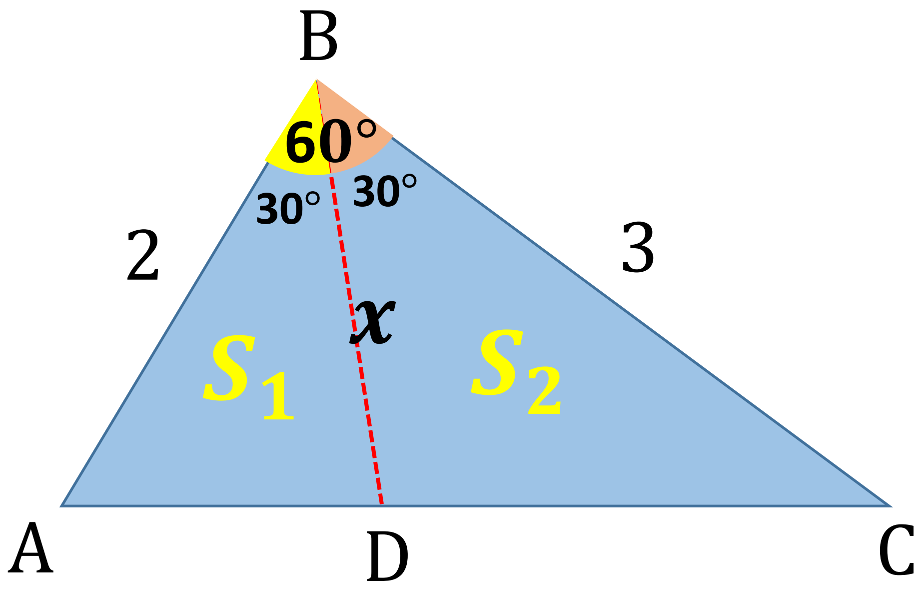
$$S + 5 = (40)\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow S + 5 = 20$$

$$\boxed{\therefore S = 15u^2}$$

8. En un triángulo ABC se cumplen AB=2u, BC=3u, m<ABC=60º. Halle la longitud de la bisectriz del ángulo B.

RESOLUCIÓN



Se observa: $S_1 + S_2 = S_{ABC}$

$$\left(\frac{2.x}{2}\right)\text{sen}30° + \left(\frac{3.x}{2}\right)\text{sen}30° = \left(\frac{2.3}{2}\right)\text{sen}60°$$

$$\left(\frac{2.x}{2}\right)\frac{1}{\cancel{2}} + \left(\frac{3.x}{2}\right)\frac{1}{\cancel{2}} = (3).\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}}$$

$$\frac{5x}{2} = 3\sqrt{3}$$

$$\boxed{\therefore\ x = \frac{6\sqrt{3}}{5}u}$$