ALGEBRA

5th
SECONDARY

Retroalimentación

TOMO 7

SACO OLIVEROS

PROBLEMA 1

Construya la gráfica de la región factible del sistema

$$\begin{cases} 5x+2y \leq 20 \\ 2x-y \leq 2 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Resolución

$De:$ $5x + 2y \leq 20$

$Intercepto\ con\ Eje\ Y (x = 0)$ $\boxed{(0; 10)}$

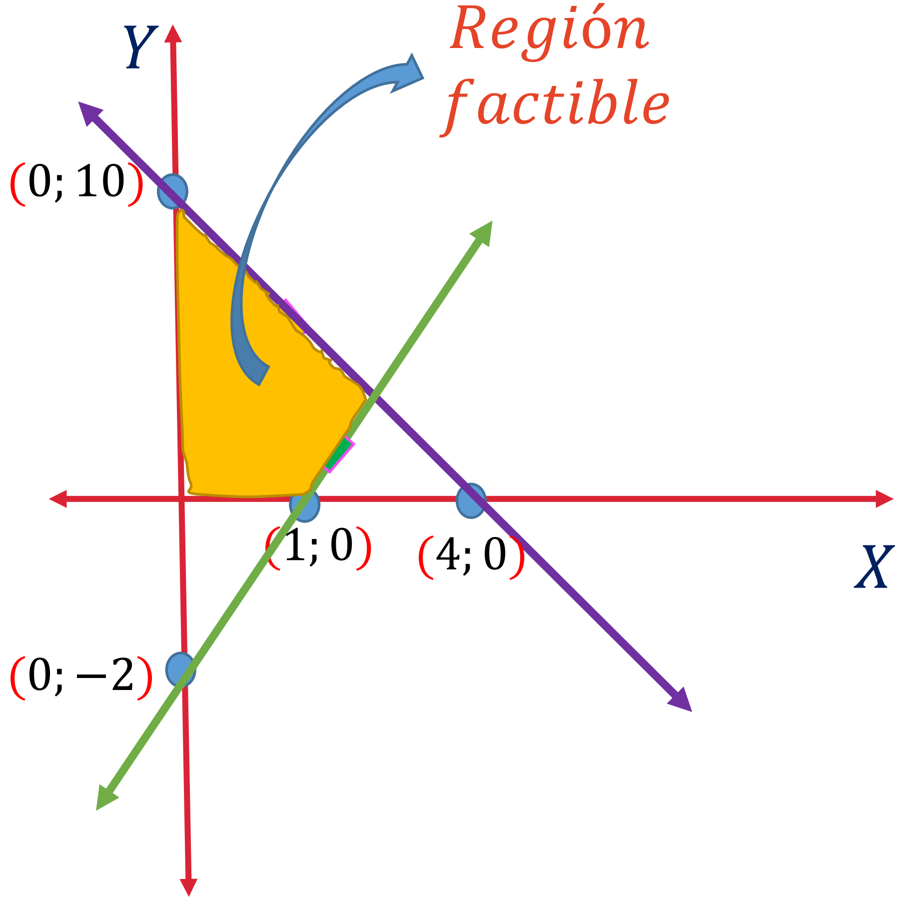
$Intercepto\ con\ Eje\ X (y = 0)$ $\boxed{(4; 0)}$

$De:$ $2x - y \leq 2$

$Intercepto\ con\ Eje\ Y (x = 0)$ $\boxed{(0; -2)}$

$Intercepto\ con\ Eje\ X (y = 0)$ $\boxed{(1; 0)}$

Graficamos



PROBLEMA 2

Calcular el punto que maximiza la función objetivo: Z=2x+8y
Sujeto a las siguientes restricciones:

$$\begin{cases} 2x+3y \leq 12 \\ x+3y \leq 9 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Resolución

$De:$ $2x + 3y \leq 12$

$Intercepto\ con\ Eje\ Y(x = 0)$ $\boxed{(0;4)}$

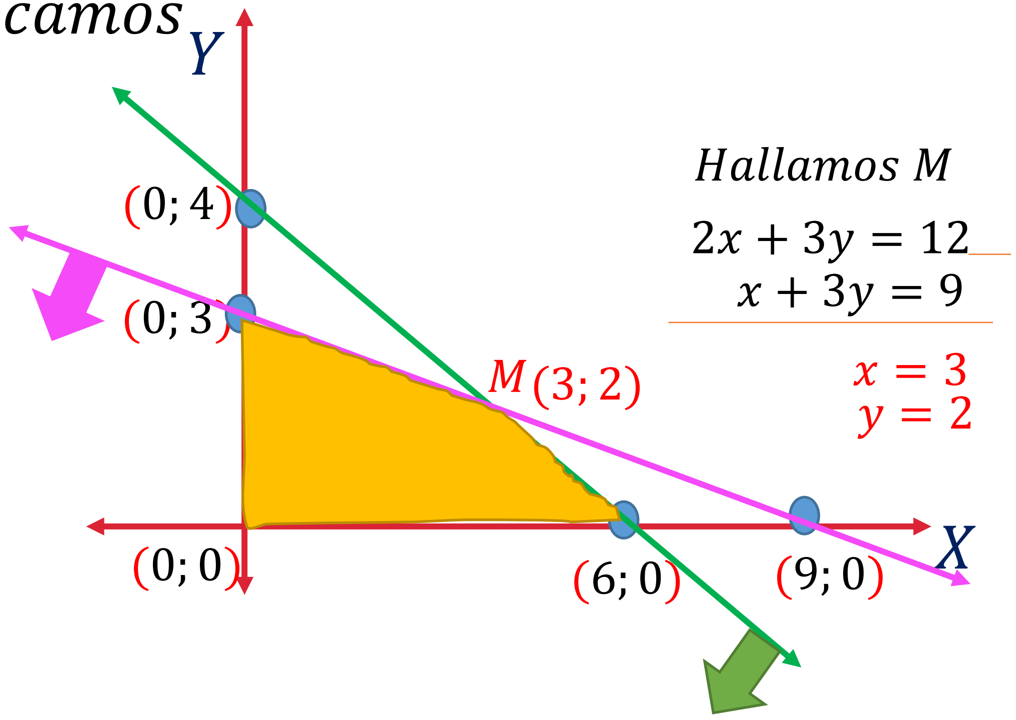
$Intercepto\ con\ Eje\ X(y = 0)$ $\boxed{(6;0)}$

$De:$ $x + 3y \leq 9$

$Intercepto\ con\ Eje\ Y(x = 0)$ $\boxed{(0;3)}$

$Intercepto\ con\ Eje\ X(y = 0)$ $\boxed{(9;0)}$

$Graficamos$



$Hallamos\ M$

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 12 \\ x + 3y &= 9 \end{aligned}$$

$$x = 3 \qquad y = 2$$

$Reemplazando\ en\ la\ funcion\ Objetivo$

$(0;0) \Rightarrow z = 2(0) + 8(0) = 0$

$(0;3) \Rightarrow z = 2(0) + 8(3) = 24$ $(máximo)$

$(3;2) \Rightarrow z = 2(3) + 8(2) = 22$

$(6;0) \Rightarrow z = 2(6) + 8(0) = 12$

$\therefore$ *El punto óptimo es* $(0;3)$

PROBLEMA 3

Hallar el valor máximo de la función objetivo
z=2x+y
sujeta a las restricciones:

$$\begin{cases} 3x+4y\geq 24 \\ 3x+2y\leq 24 \\ x\leq 4; \\ x\geq 0; y\geq 0 \end{cases}$$

Resolución

$De:$ $\quad 3x+4y\geq 24$

Intercepto con Eje Y $(x=0)$ $\quad \boxed{(0;6)}$

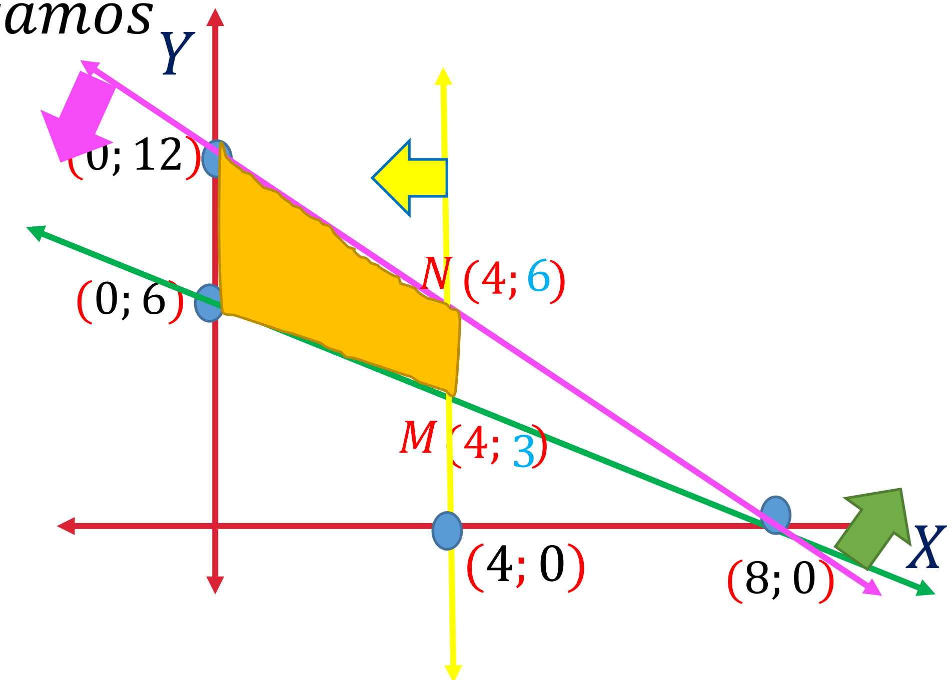
Intercepto con Eje X $(y=0)$ $\quad \boxed{(8;0)}$

$De:$ $\quad 3x+2y\leq 24$

Intercepto con Eje Y $(x=0)$ $\quad \boxed{(0;12)}$

Intercepto con Eje X $(y=0)$ $\quad \boxed{(8;0)}$

Graficamos



Reemplazando en la funcion Objetivo

$(0;6) \Rightarrow z=2(0)+(6)=6$

$(0;12) \Rightarrow z=2(0)+(12)=12$

$(4;6) \Rightarrow z=2(4)+(6)=14$ (*máximo*)

$(4;3) \Rightarrow z=2(4)+(3)=11$

$\boxed{\therefore \text{El Valor máximo: } Z=14}$

PROBLEMA 4

Dada la función:
F={(5;9),(3;6),(n;1),(5;n^2)}
Calcular:
E=F(F(2-n)+2n)

Resolución

De la funcion F se cumple

$$(5;9) = (5;n^2)$$

$$n^2 = 9$$

$$n = \pm 3$$

$$\boxed{n = -3}$$

Luego:

$$E = F(F(2-n)+2n)$$

$$E = F(F(2-(-3))+2(-3))$$

$$E = F(F(5)-6)$$

$$E = F(9-6)$$

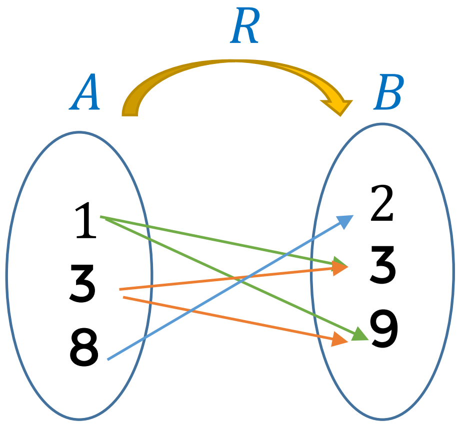
$$E = F(3) = 6$$

$$\boxed{\therefore E = 6}$$

PROBLEMA 5

Dados los conjuntos: A={1;3;8} ,B= {2;3;9} .
Halle el número de elementos de
$\boldsymbol{R} = \{(\boldsymbol{x};\boldsymbol{y}) \epsilon$ AxB / x+ y es un número par}

Resolución



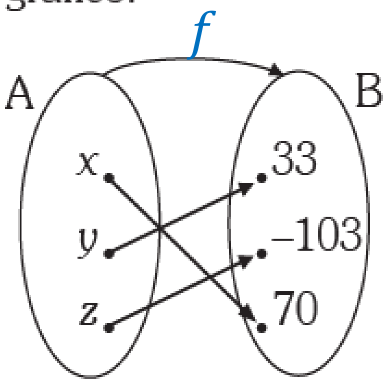
$R = \{(1;3),(1;9),(3;3),(3;9),(8;2)\}$

$\therefore$ *El número de elementos de R es* 5

RETROALIMENTACION

PROBLEMA 6

Dada la función de A en B representada por el siguiente gráfico:



efectúe

$$T = \frac{[f(x)]^3 + [f(y)]^3 + [f(z)]^3}{f(x) \cdot f(y) \cdot f(z)}.$$

Resolución

$$f(x) = 70$$
$$f(y) = 33$$
$$f(z) = -103$$
$$+$$

$$f(x) + f(y) + f(z) = 0$$

Recordar: Si: a+b+c=0,Se cumple:

$$a^3+b^3+c^3 = 3abc$$

$$[f(x)]^3 + [f(y)]^3 + [f(z)]^3 = 3f(x)f(y)f(z)$$

Reemplazando:

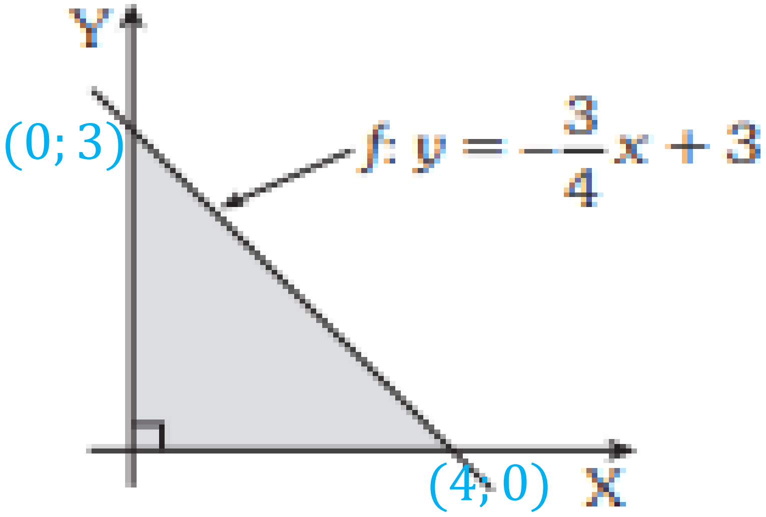
$$T = \frac{3\cancel{f(x)f(y)f(z)}}{\cancel{f(x)f(y)f(z)}}$$

$$\boxed{\therefore T = 3}$$

RETROALIMETACION

PROBLEMA 7

$Calcular\ el\ área\ de\ la\ figura\ sombreada$



Resolución

$Calculamos\ los\ interceptos:$

$Con\ el\ eje\ x \quad (y = 0)$

$$0 = -\frac{3}{4}x + 3$$

$$\boxed{x = 4}$$

$(4;0)$

$Con\ el\ eje\ y \quad (x = 0)$

$$y = -\frac{3}{4}(0) + 3$$

$$\boxed{y = 3}$$

$(0;3)$

$Área\ sombreada: \ = \frac{(3)(4)}{2}$

$$\boxed{\therefore\ Área\ sombreada = 6u^2}$$

PROBLEMA 8

$$Graficar:\ f(x) = 3x^2 + 6x + 1$$

Resolución

$f(x)$: *función cuadrática*

$\boxed{a = 3}$ $\boxed{b = 6}$ $\boxed{c = 1}$

Calculamos el vértice $V(\mathrm{h};\mathrm{k})$

$$\boxed{h = -\frac{b}{2a}} \qquad h = -\frac{6}{2(3)} = -1$$

$$\boxed{K = f(h)} \qquad f(-1) = 3(-1)^2 + 6(-1) + 1$$

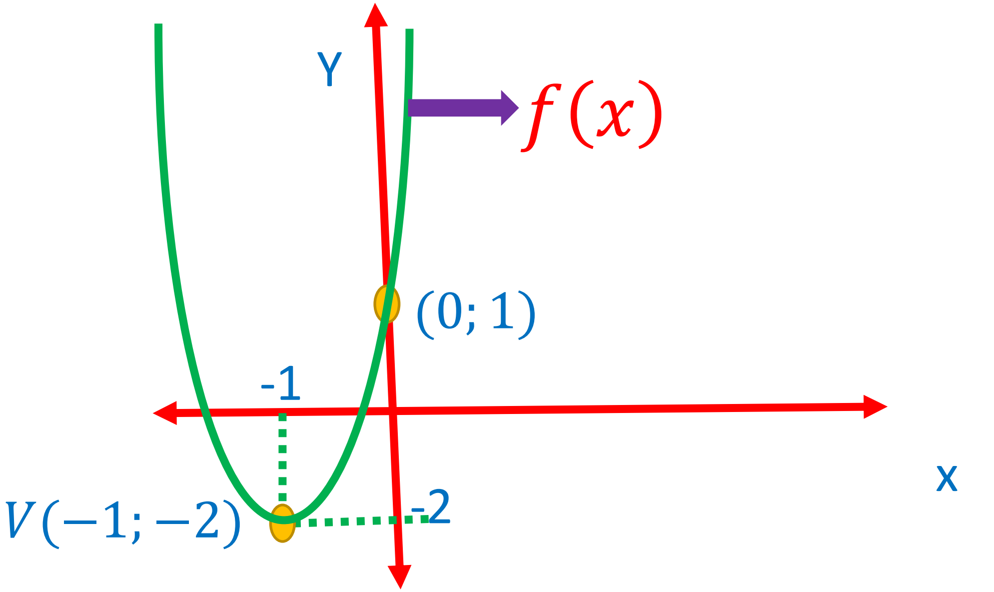
$$k = -2$$

$$V(\mathrm{h};\mathrm{k}) = (-1;-2)$$

Intercepto con el eje y $(x = 0)$

$$f(0) = 3(0)^2 + 6(0) + 1 = 1 \quad = (0;1)$$

Graficando:



RETROALIMENTACON

PROBLEMA 9

Por una oferta, el precio de una laptop es de 20T soles, donde T coincide con el producto de valores enteros del dominio en la función:

$$F(x)= 3\sqrt{3x-6} - x^2\sqrt{10-2x}$$

¿Cuánto se pagó por esta laptop?

Resolución

Por definición:

$$3x-6 \geq 0 \quad \wedge \quad 10-2x \geq 0$$

$$x \geq 2 \qquad\qquad 5 \geq x$$

$$entonces: \; 2 \leq x \leq 5$$

$$Domf(x) = [2;5]$$

Producto de Enteros:

$$T = (2)(3)(4)(5) = 120$$

Luego el precio de Laptop

$$20T = 20(120)$$

$$20T = 2400$$

$$\therefore \; Se\ pagó\ por\ la\ laptop\ s/2400$$

RETROALIMETACION

PROBLEMA 10

La edad de Victoria hace 15 años esta dada por la suma de elementos enteros del conjunto T

T=Ran(F)∩ Ran (G), siendo:

$$F(x) = 1 + \frac{5}{x-2} \; ; \quad 3 \leq x \leq 8$$

$$G(x) = \sqrt{1-x} \; ; \quad -15 \leq x \leq -3$$

¿Cuál es la edad de Victoria actualmente?

Resolución

Cálculo del Ran(F):

$$3 \leq x \leq 8$$

$$1 \leq x - 2 \leq 6$$

$$\frac{1}{5} \leq \frac{x-2}{5} \leq \frac{6}{5}$$

$$\frac{5}{6} \leq \frac{5}{x-2} \leq 5$$

$$\frac{11}{6} \leq 1 + \frac{5}{x-2} \leq 6$$

$$\boxed{Ran(F) = \left[\frac{11}{6}; 6\right]}$$

Cálculo del Ran(G):

$$-15 \leq x \leq -3$$

$$15 \geq -x \geq 3$$

$$16 \geq 1 - x \geq 4$$

$$4 \geq \sqrt{1-x} \geq 2$$

$$\boxed{Ran(G) = [2; 4]}$$

$$Luego \quad T = [2; 4]$$

$$Enteros: \{2; 3; 4\}$$

La edad de victoria hace 15 años

$$2 + 3 + 4 = 9$$

$$\boxed{\therefore \text{La edad de victoria es 24 años}}$$