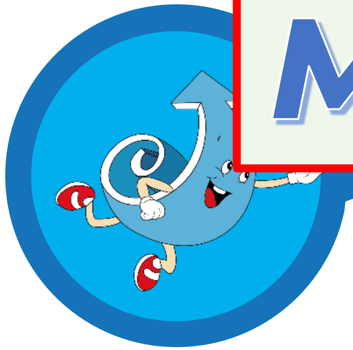
# ALGEBRA

## Chapter 11


**3th**
**SECONDARY**

## Cocientes Notables

SACO OLIVEROS



# MOTIVATING STRATEGY

# ¿CUAL ES EL VALOR DE $0^0$?

- ✓ *La respuesta más simple sería:* $0^0$ *es una expresión sin significado matemático.*

- ✓ *Una respuesta más informativa sería:* $0^0$ *es una expresión indeterminada.*

# COCIENTES NOTABLES

## FORMA GENERAL:

Sea la división

$$\frac{x^a \pm y^b}{x^p \pm y^q}$$

genera un cociente notable (CN) cuando se cumple:

$$\frac{a}{p} = \frac{b}{q} = n \qquad ; n \in \mathbb{N}, n \geq 2$$

donde n es el número de términos del CN.

I. Si la división es exacta $[R(x,y) \equiv 0]$ se cumple:

$$\frac{x^a \pm y^b}{x^p \pm y^q} = Q(x,y)$$

II. Si la división es inexacta $[R(x,y) \not\equiv 0]$ se cumple:

$$\frac{x^a \pm y^b}{x^p \pm y^q} = Q(x,y) + \frac{R(x,y)}{x^p \pm y^q}$$

Consideramos CN a los originados por divisiones exactas.

# CASO I:

$$\frac{x^a - y^b}{x^p - y^q} \; ; \quad (n \in \mathbb{N}, n \geq 2)$$

## Ejemplos:

$$\frac{x^5 - y^5}{x - y} = x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4$$

$$n = \frac{5}{1} \Longrightarrow \boxed{n = 5\ términos}$$

$$\frac{x^{16} - y^{24}}{x^2 - y^3} = x^{14} + x^{12}y^3 + x^{10}y^6 + x^8y^9 + x^6y^{12} + x^4y^{15} + x^2y^{18} + y^{21}$$

$$n = \frac{16}{2} = \frac{24}{3} \Longrightarrow \boxed{n = 8\ términos}$$

# CASO II:

$$\frac{x^a - y^b}{x^p + y^q} \quad ; \quad (\forall n \; par, n \geq 2)$$

## Ejemplos:

$$\frac{x^{32} - y^{40}}{x^4 + y^5} = x^{28} - x^{24}y^5 + x^{20}y^{10} - x^{16}y^{15} + x^{12}y^{20} - x^8y^{25} + x^4y^{30} - y^{35}$$

$$n = \frac{32}{4} = \frac{40}{5} \Longrightarrow \boxed{n = 8 \; términos}$$

$$\frac{x^{36} - y^{24}}{x^6 + y^4} = x^{30} - x^{24}y^4 + x^{18}y^8 - x^{12}y^{12} + x^6y^{16} - y^{20}$$

$$n = \frac{36}{6} = \frac{24}{4} \Longrightarrow \boxed{n = 6 \; términos}$$

# CASO III:

$$\frac{x^a + y^b}{x^p + y^q} \; ; \quad (\forall n \; impar)$$

## Ejemplos:

$$\frac{x^{21} + y^{42}}{x^3 + y^6} = x^{18} - x^{15}y^6 + x^{12}y^{12} - x^9y^{18} + x^6y^{24} - x^3y^{30} + y^{36}$$

$$n = \frac{21}{3} = \frac{42}{6} \Longrightarrow \boxed{n = 7 \; términos}$$

$$\frac{x^{45} + 1}{x^5 + 1} = x^{40} - x^{35} + x^{30} - x^{25} + x^{20} - x^{15} + x^{10} - x^5 + 1$$

$$n = \frac{45}{5} \Longrightarrow \boxed{n = 9 \; términos}$$

# TÉRMINO DE LUGAR $k$:

$$\frac{x^a \pm y^b}{x^p \pm y^q} \quad ; \quad \frac{a}{p} = \frac{b}{q} = n \quad ; \quad (\forall n \geq 2 \;\; ; \;\; n \in \mathbb{N})$$

$$T_k = \pm (x^p)^{n-k} (y^q)^{k-1}$$

# TÉRMINO CENTRAL:

## I. Cuando el valor de $n$ es impar:

$$T_C = T_{\left(\frac{n+1}{2}\right)} \Rightarrow k = \left(\frac{n+1}{2}\right) \Rightarrow \boxed{T_C = \pm\left(x^p . y^q\right)^{\frac{n-1}{2}}}$$

## II. Cuando el valor de $n$ es par:

$$Lugar\left(T_{C_1}\right) = \left(\frac{n}{2}\right) \Rightarrow k = \left(\frac{n}{2}\right) \in \mathbb{N}$$

$$Lugar\left(T_{C_2}\right) = \left(\frac{n+2}{2}\right) \Rightarrow k = \left(\frac{n+2}{2}\right) \in \mathbb{N}$$

Problema 1

# HELICO PRACTICE

Si

$$\frac{x^{a+2}\ \ldots}{x^4 + y^3}$$

genera un cociente notable, halle el valor de $a$.

La división genera un CN

$$\frac{a+2}{4} = \frac{a-6}{3}$$

$$3a + 6 = 4a - 24$$

$$\boxed{\therefore \quad a = 30}$$

Respuesta: 30

Problema 2

Si

$$\frac{x^{a+1}+y^{b+5}}{x^3+y^4}$$

genera un cociente notable de 13 términos, calcule $a+b$.

**Resolución:**

La división genera un CN

$$\frac{a+1}{3}=\frac{b+5}{4}=13$$

$$\frac{a+1}{3}=13 \quad \Rightarrow \quad \boxed{a=38}$$

$$\frac{b+5}{4}=13 \quad \Rightarrow \quad \boxed{b=47}$$

$$\boxed{\therefore \quad a+b=85}$$

**Respuesta:** 85

**Problema 3**

Cuántos términos genera el cociente notable

$$\frac{x^{m-12}-y^{m-6}}{x^2+y^3}$$

**Resolución:**

La división genera un CN

$$\frac{m-12}{2}=\frac{m-6}{3}=n$$

$$3m-36=2m-12$$

$$\boxed{m=24}$$

Reemplazando en:

$$n=\frac{m-6}{3}=\frac{24-6}{3}$$

$$\boxed{\therefore \quad n=6\ términos}$$

**Respuesta:** 6

Problema 4

Calcule el décimo término del desarrollo del cociente notable

$$\frac{x^{a-8}-y^{a+5}}{x^4-y^5}$$

Recordemos:

Sea la división: $\dfrac{x^a \pm y^b}{x^p \pm y^q}$

Término de lugar $k$:

$$\boxed{T_k = \pm(x^p)^{n-k}(y^q)^{k-1}}$$

donde $n$ es el número de términos del CN: $n = \dfrac{a}{p} = \dfrac{b}{q}$

Resolución:

$$\frac{a-8}{4} = \frac{a+5}{5}$$

$$5a - 40 = 4a + 20$$

$$\boxed{a = 60}$$

$$\frac{x^{a-8}-y^{a+5}}{x^4-y^5} = \frac{x^{60-8}-y^{60+5}}{x^4-y^5}$$

$$= \frac{x^{52}-y^{65}}{x^4-y^5}$$

Cálculo de $T_{10}$:

$$\boxed{T_k = \pm(x^p)^{n-k}(y^q)^{k-1}}$$

$$n = \frac{52}{4} = 13$$

$$k = 10$$

$$T_{10} = +(x^4)^{13-10}(y^5)^{10-1}$$

$$T_{10} = +(x^4)^3(y^5)^9$$

$$\boxed{\therefore \quad T_{10} = x^{12}y^{45}}$$

Respuesta: $x^{12}y^{45}$

## Problema 5

Obtenga el número de términos del cociente notable generado al dividir

$$\frac{x^{63} - y^{72}}{x^{7} - y^{8}}$$

la cual indica el costo del menú en el cafetín de Saco Oliveros. ¿Cuánto se pagará por el almuerzo de 5 profesores?

**Recordemos:**

Sea la división: $\dfrac{x^a \pm y^b}{x^p \pm y^q}$

$$\Rightarrow \boxed{n = \frac{a}{p} = \frac{b}{q}}$$

donde $n$ es el número de términos del CN

**Resolución:**

$$n = \frac{63}{7} = \frac{72}{8}$$

$$\Rightarrow \boxed{n = 9} \quad (N^\circ \text{ de términos del CN})$$

Costo de un menú en el cafetín: $S/.9$

$\therefore$ *Por cinco menús se pagarán: S/.45*

**Respuesta:** $S/.45$

Problema 6

Obtenga el cuarto término del cociente notable generado por

$$\frac{x^{16}-y^{24}}{x^2-y^3}$$

Recordemos:

Sea la división: $\dfrac{x^a \pm y^b}{x^p \pm y^q}$

Término de lugar $k$:

$$\boxed{T_k = \pm(x^p)^{n-k}(y^q)^{k-1}}$$

donde $n$ es el número de términos del CN:

$$\boxed{n = \frac{a}{p} = \frac{b}{q}}$$

Resolución:

$$\frac{x^{16}-y^{24}}{x^{2}-y^{3}}$$

Cálculo de $T_4$:

$$\boxed{T_k = \pm(x^p)^{n-k}(y^q)^{k-1}}$$

$$n = \frac{16}{2} = 8$$

$$k = 4$$

$$T_4 = +(x^2)^{8-4}(y^3)^{4-1}$$

$$T_4 = +(x^2)^{4}(y^3)^{3}$$

$$\boxed{\therefore \quad T_4 = x^8y^9}$$

Respuesta: $x^8y^9$

## Problema 7

Indique el grado absoluto del sexto término del cociente notable generado por

$$\frac{x^{40}-y^{24}}{x^{5}-y^{3}}$$

**Recordemos:**

Sea la división: $\dfrac{x^a \pm y^b}{x^p \pm y^q}$

Término de lugar $k$:

$$\boxed{T_k = \pm(x^p)^{n-k}(y^q)^{k-1}}$$

donde $n$ es el número de términos del CN:

$$\boxed{n = \frac{a}{p} = \frac{b}{q}}$$

**Resolución:**

$$\frac{x^{40}-y^{24}}{x^{5}-y^{3}}$$

Cálculo de $T_6$:

$$\boxed{T_k = \pm(x^p)^{n-k}(y^q)^{k-1}}$$

$$n = \frac{40}{5} = 8$$

$$k = 6$$

$$T_6 = +(x^5)^{8-6}(y^3)^{6-1}$$

$$T_6 = +(x^5)^{2}(y^3)^{5}$$

$$\boxed{T_6 = x^{10}y^{15}} \Rightarrow \boxed{GA(T_6) = 25}$$

**Respuesta:** 25

**Problema 8**

Calcule el término central del desarrollo del cociente notable.

$$\frac{x^{33}-y^{44}}{x^{3}-y^{4}}$$

Recordemos:

Sea la división: $\dfrac{x^a \pm y^b}{x^p \pm y^q}$

Término central $(T_C)$:

*Para* $n$ *impar:* $T_C = T_{\left(\frac{n+1}{2}\right)}$

$$\boxed{T_C = \pm\left(x^p . y^q\right)^{\frac{n-1}{2}}}$$

donde $n$ es el número de términos del CN

**Resolución:**

$$\frac{x^{33}-y^{44}}{x^{3}-y^{4}}$$

Cálculo de $T_C$:

$$\boxed{T_C = \pm\left(x^p . y^q\right)^{\frac{n-1}{2}}}$$

$$n = \frac{33}{3} = 11$$

$$T_C = +\left(x^3 . y^4\right)^{\frac{11-1}{2}}$$

$$T_C = +\left(x^3 . y^4\right)^{5}$$

$$\boxed{\therefore \quad T_C = x^{15}y^{20}}$$

**Respuesta:** $x^{15}y^{20}$