GEOMETRÍA

Capítulo 15

3rd
SECONDARY

SEGMENTOS PROPORCIONALES

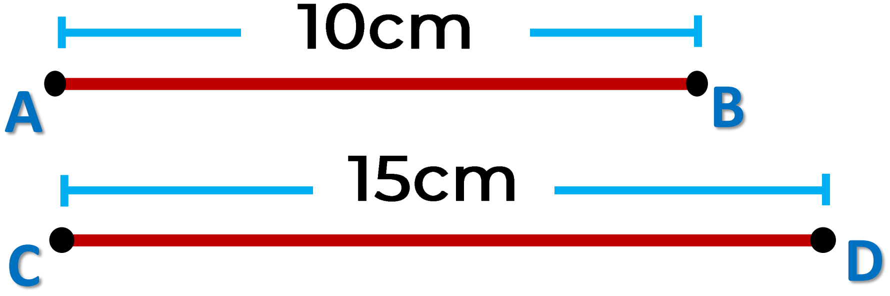
SACO OLIVEROS


1. PROPORCIÓN ÁUREA
También llamada sección áurea, se halla presente en la naturaleza, el arte y la arquitectura.
Los griegos la conocieron en el estudio del cuerpo humano y la utilizaron, en la escultura y la arquitectura y la definieron como una característica fundamental en su estética.
GEOMETRÍA, ESCALA Y PROPOCIÓN EN EL TIEMPO

SEGMENTOS PROPORCIONALES

RAZÓN GEOMÉTRICA DE DOS SEGMENTOS .-

Es el cociente que se obtiene al dividir las longitudes de dos segmentos que tienen la misma unidad de medida.

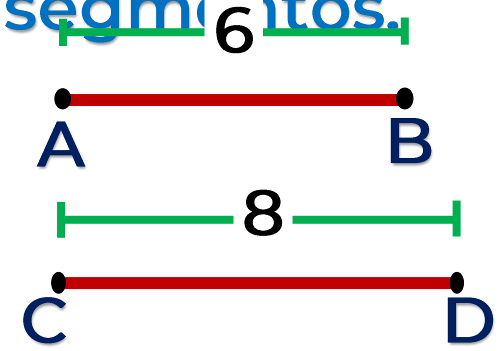


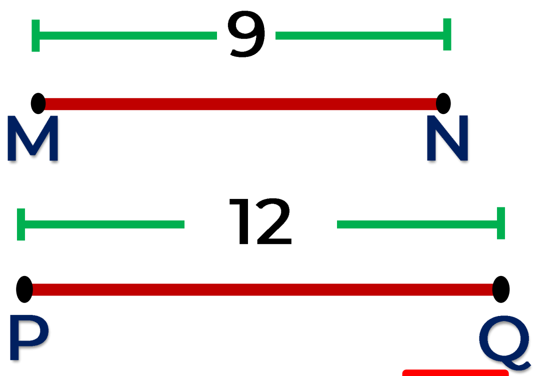
$$\frac{AB}{CD} = \frac{\cancel{10}cm}{\cancel{15}cm} \Rightarrow \frac{AB}{CD} = \frac{2}{3}$$

$\frac{2}{3}$: razón geométrica de $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$

SEGMENTOS PROPORCIONALES

Es la igualdad de dos o más razones geométricas de segmentos.



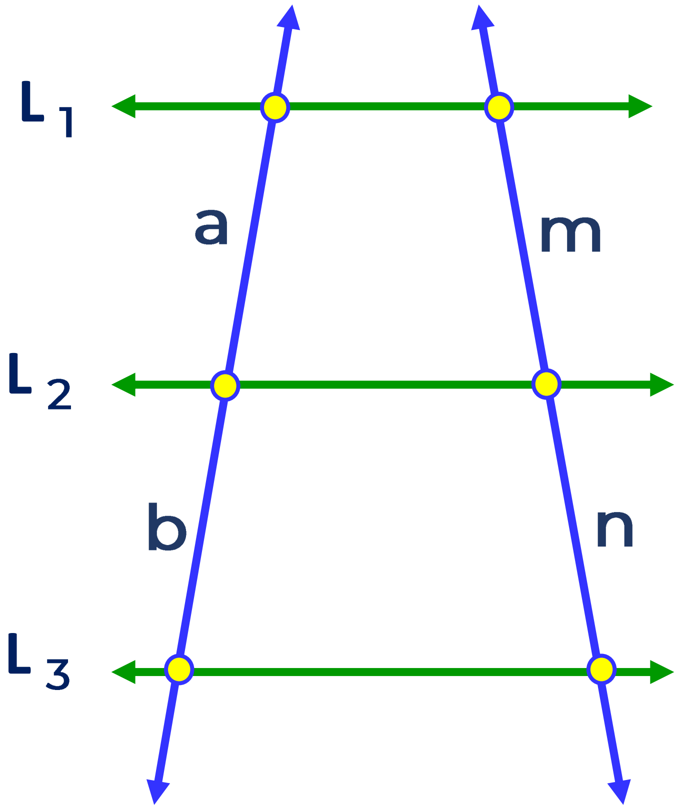


$$\frac{AB}{CD} = \frac{\cancel{6}}{\cancel{8}} = \boxed{\frac{3}{4}}$$

$$\frac{MN}{PQ} = \frac{\cancel{9}}{\cancel{12}} = \boxed{\frac{3}{4}}$$

$$\boxed{\frac{AB}{CD} = \frac{MN}{PQ}} \Rightarrow \text{Son proporcionales}$$

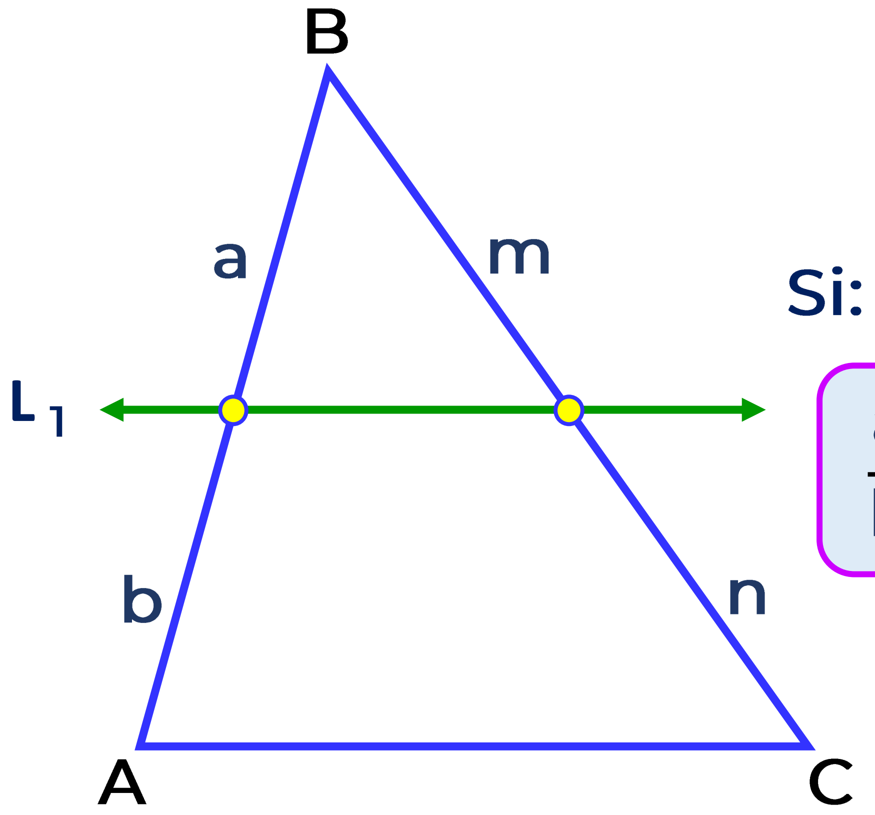
Teorema de Tales



Si: $\overleftrightarrow{L_1} \,//\, \overleftrightarrow{L_2} \,//\, \overleftrightarrow{L_3}$

$$\frac{a}{b} = \frac{m}{n}$$

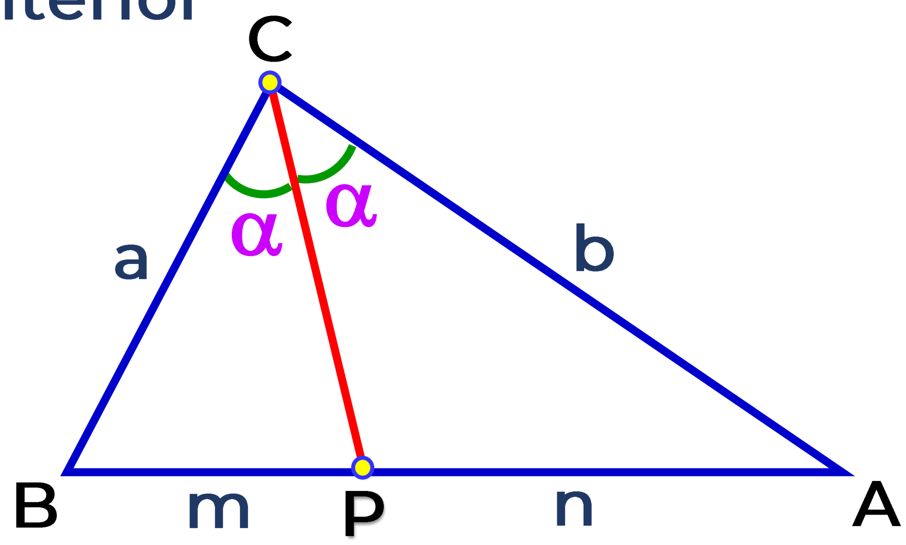
Corolario de Tales



Si: $\overleftrightarrow{L_1} \,//\, \overline{AC}$

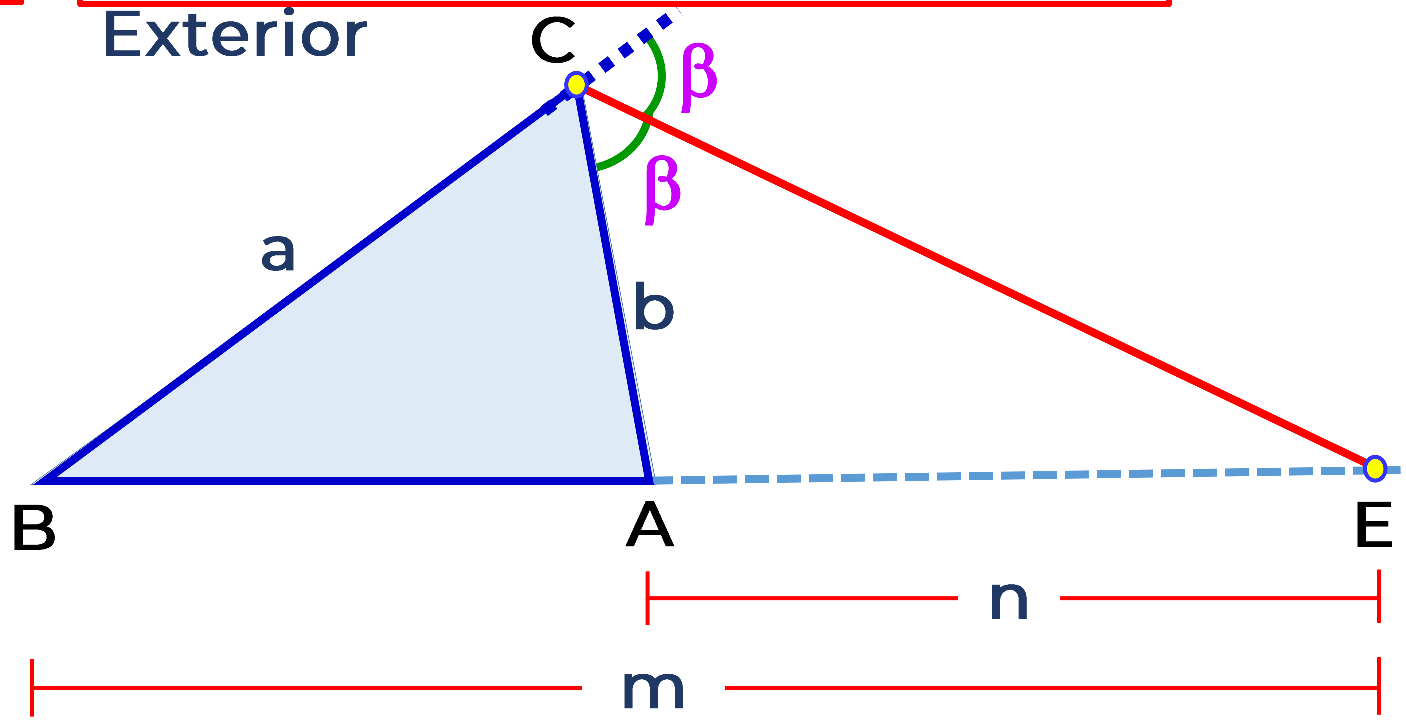
$$\frac{a}{b} = \frac{m}{n}$$

Teorema de la bisectriz Interior



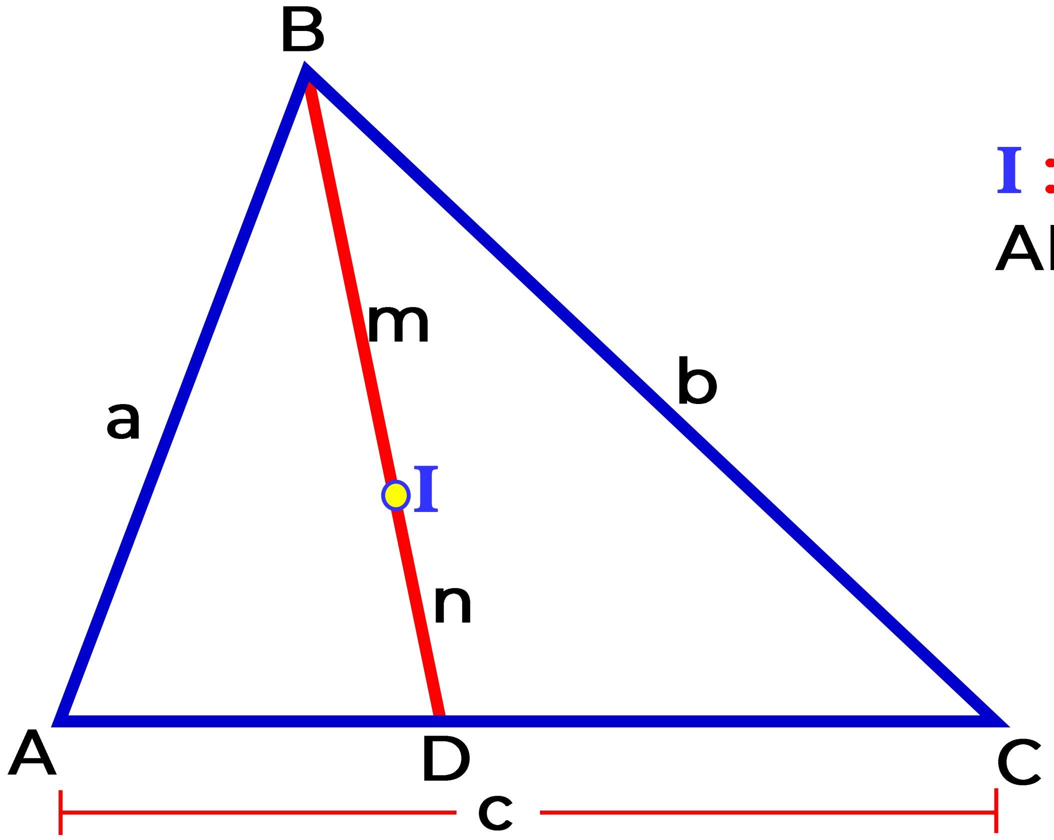
$$\frac{a}{b} = \frac{m}{n}$$

Teorema de la Bisectriz Exterior



$$\frac{a}{b} = \frac{m}{n}$$

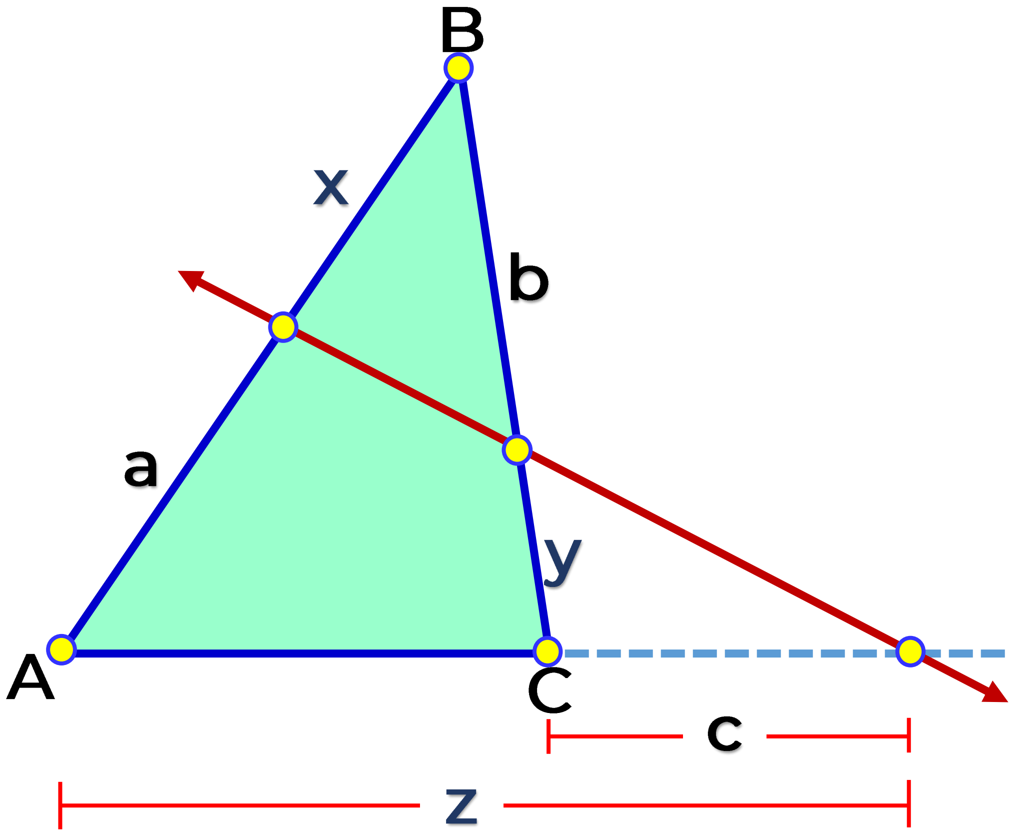
Teorema del incentro



I : Incentro del △ ABC

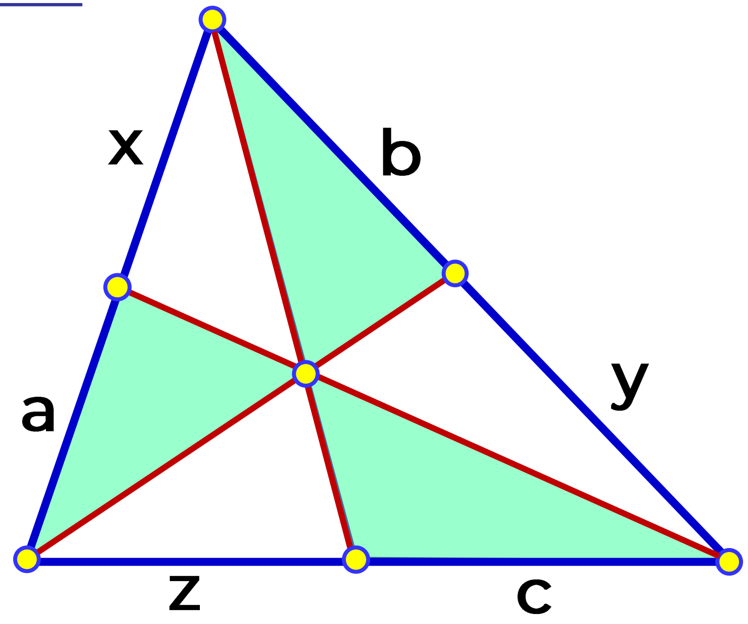
$$\frac{m}{n} = \frac{a+b}{c}$$

Teorema de Menelao



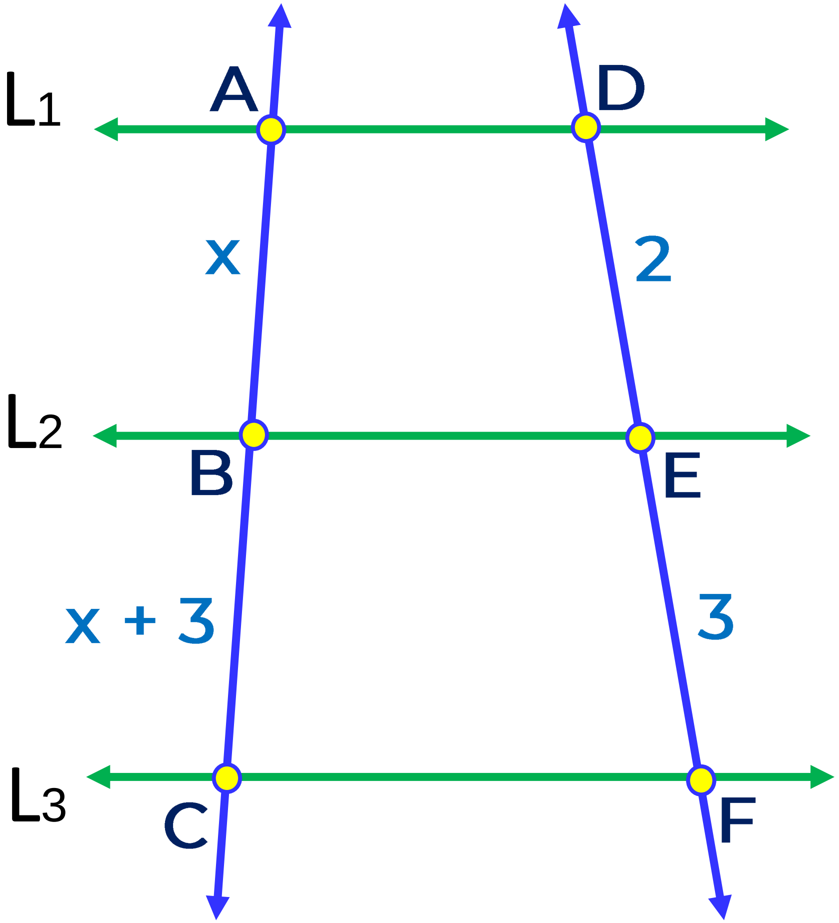
$$a \cdot b \cdot c = x \cdot y \cdot z$$

Teorema de Ceva



$$a \cdot b \cdot c = x \cdot y \cdot z$$

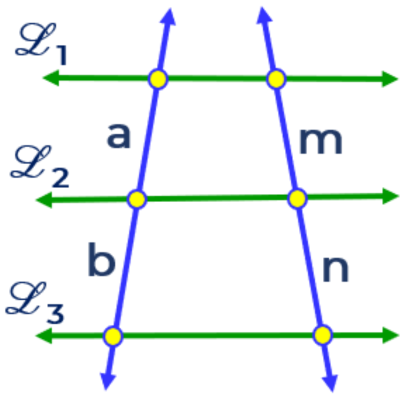
1. Se tiene las rectas paralelas L_1, L_2 y L_3. DE = 2, EF = 3, AB = x y BC = x + 3, halle el valor de x.



Resolución

Teorema de Tales

$\overleftrightarrow{\mathscr{L}_1} // \overleftrightarrow{\mathscr{L}_2} // \overleftrightarrow{\mathscr{L}_3}$



$$\frac{a}{b} = \frac{m}{n}$$

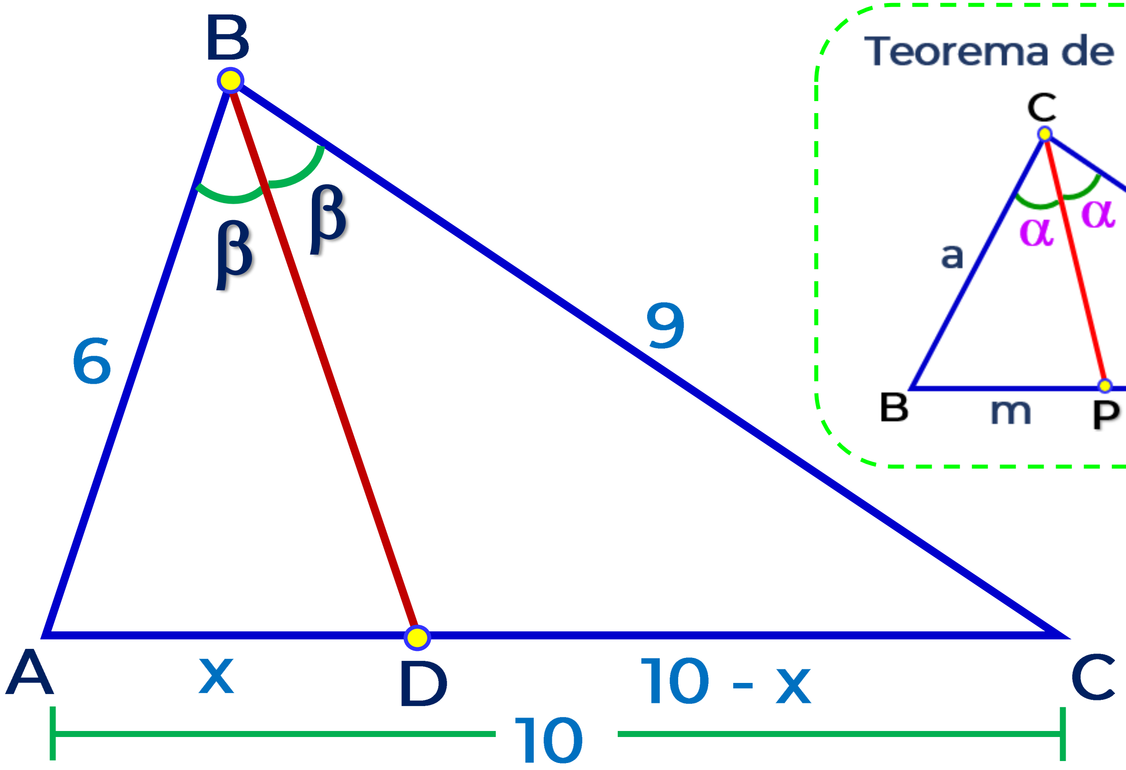
$$\frac{x}{x + 3} = \frac{2}{3}$$

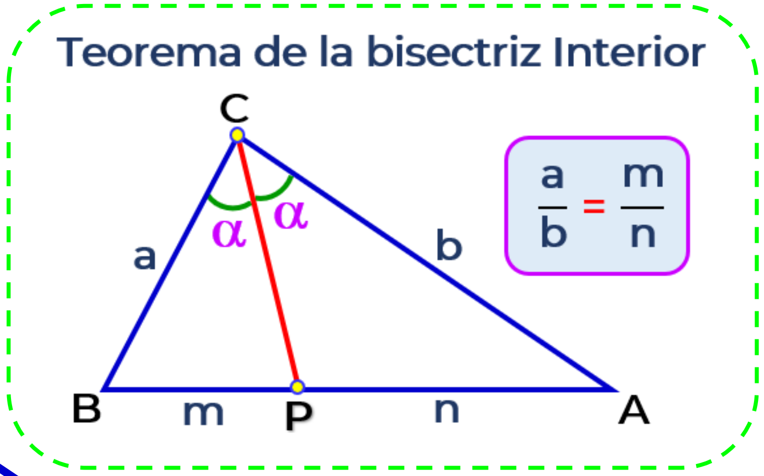
$$3x = 2x + 6$$

$$\boxed{x = 6}$$

2. En un triángulo ABC se traza la bisectriz interior $\overline{BD}$, D ϵ $\overline{AC}$. Si AB = 6m, BC = 9m y AC = 10m, halle AD.

Resolución





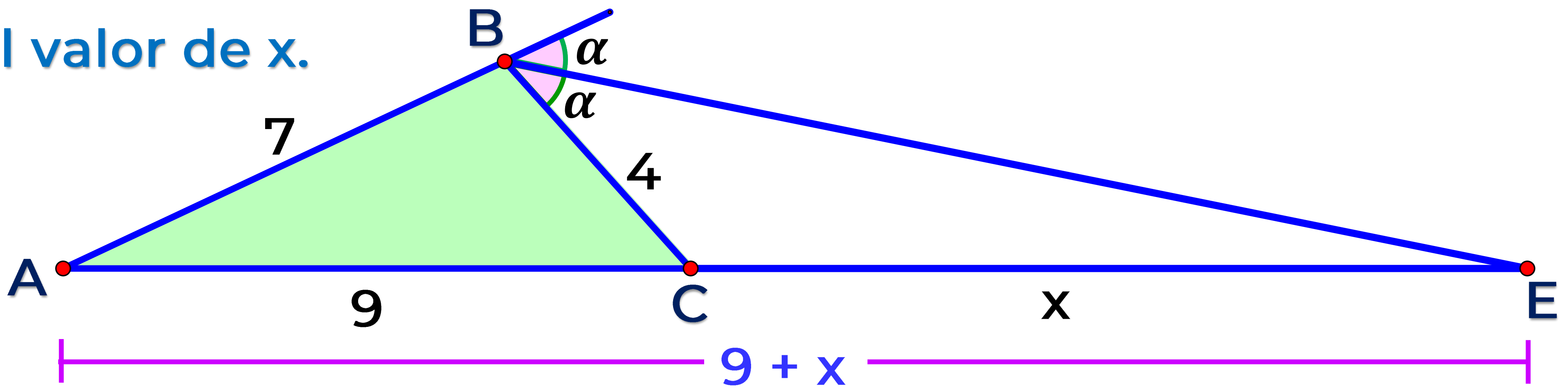
$$\frac{\cancel{6}^{\,2}}{\cancel{9}_{\,3}} = \frac{x}{10 - x}$$

$$20 - 2x = 3x$$

$$20 = 5x$$

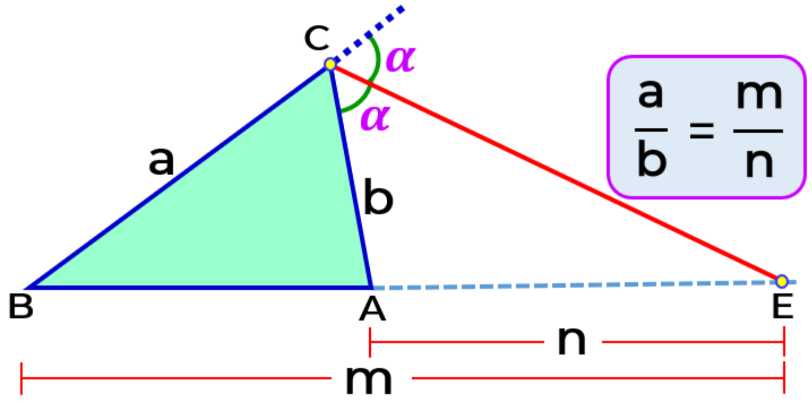
$$\boxed{x = 4}$$

3. Halle el valor de x.



Resolución

Teorema de la Bisectriz Exterior



$$\frac{a}{b} = \frac{m}{n}$$

$$\frac{7}{4} = \frac{9 + x}{x}$$

$$7x = 36 + 4x$$

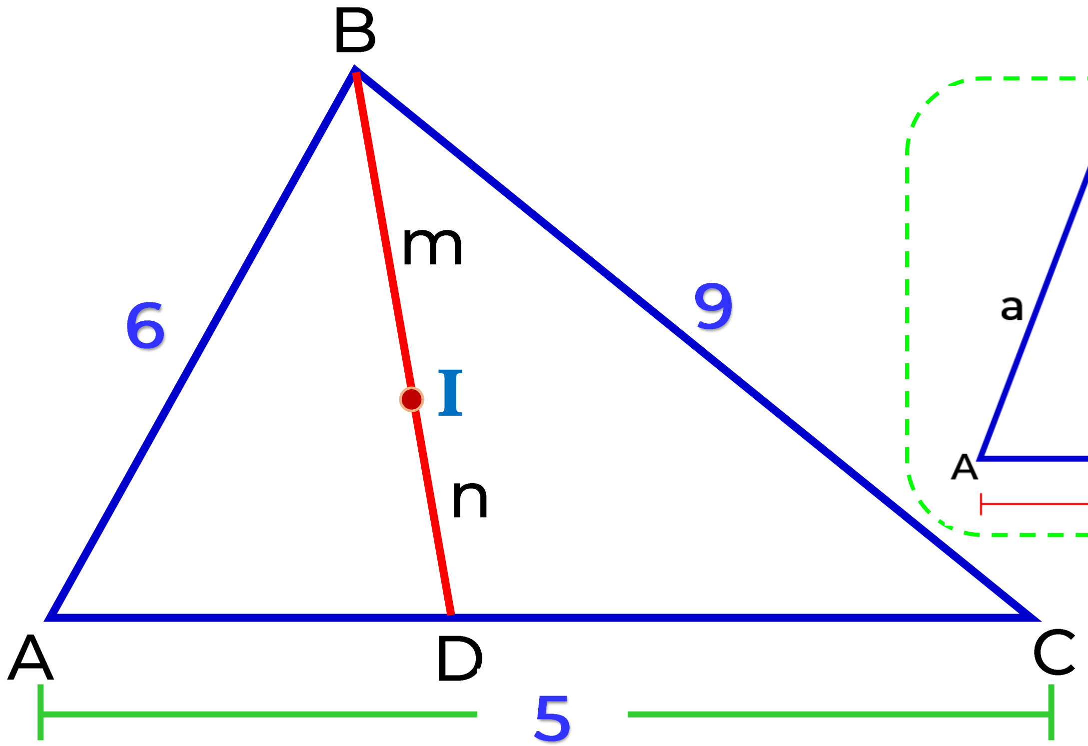
$$3x = 36$$

$$\boxed{x = 4}$$

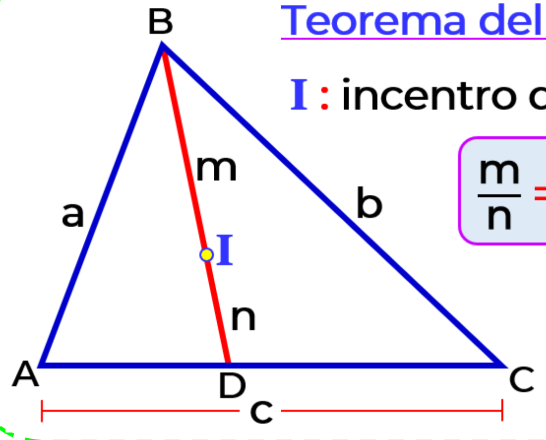
4. Se tiene un triángulo ABC en donde se traza la bisectriz interior $\overline{BD}$, D $\in$ $\overline{AC}$. Si I es el incentro del triángulo ABC, AB = 6, BC = 9 y AC = 5, calcule $\frac{BI}{ID}$.

Resolución

Piden $\frac{BI}{ID} = \frac{m}{n}$



Teorema del incentro



I : incentro del $\triangle ABC$

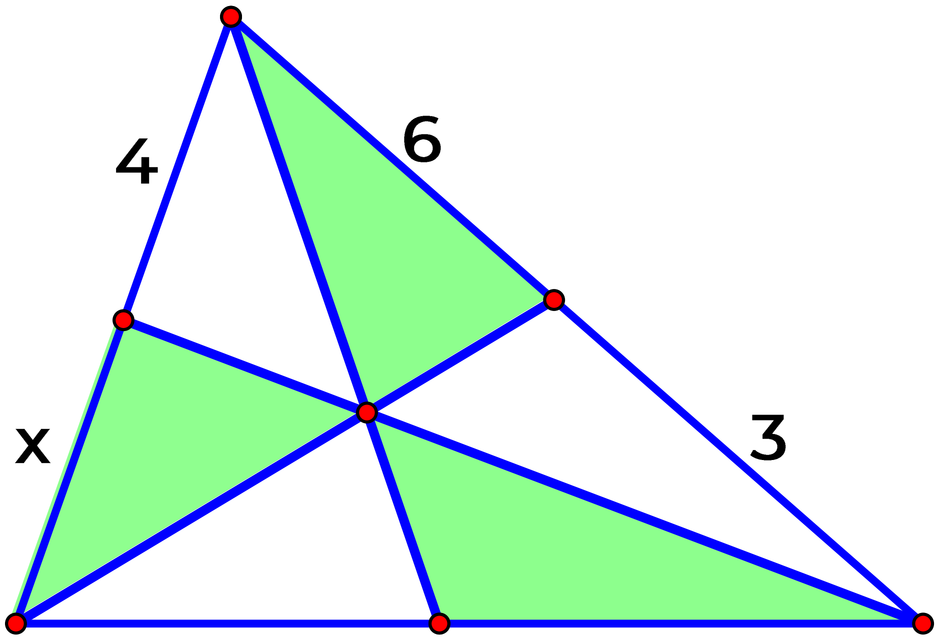
$$\frac{m}{n} = \frac{a+b}{c}$$

$$\frac{m}{n} = \frac{6+9}{5}$$

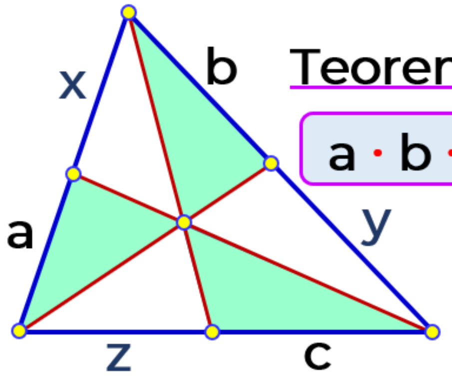
$$\frac{m}{n} = \frac{15}{5}$$

$$\boxed{\frac{m}{n} = 3}$$

5. Halle el valor de x.



Resolución



Teorema de Ceva

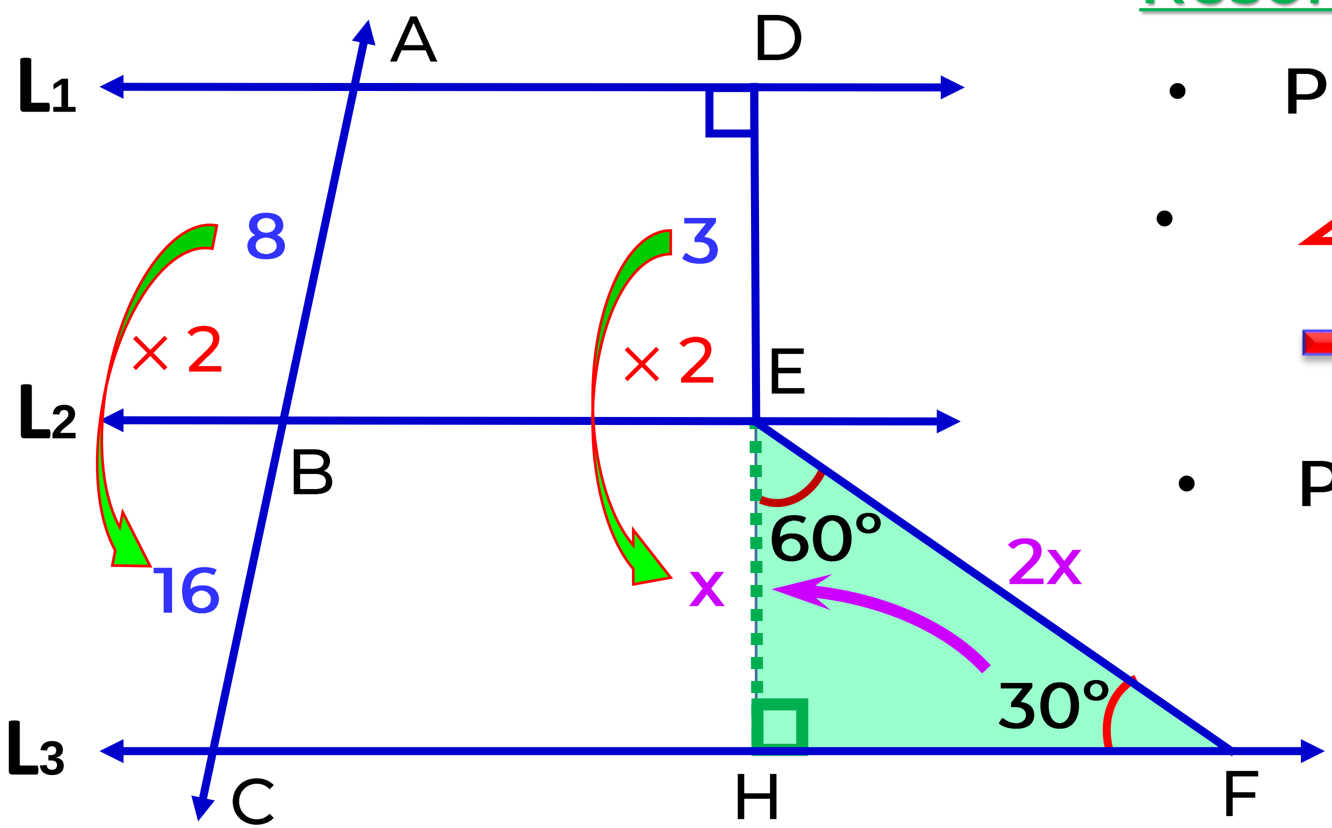
$$a \cdot b \cdot c = x \cdot y \cdot z$$

$$(x)(6)(\cancel{a}) = (4)(3)(\cancel{a})$$

$$6x = 12$$

$$\boxed{x = 2}$$

6. Se tiene las rectas paralelas y coplanares L_1, L_2 y L_3.
Si AB = 8m, BC = 16m, DE = 3m y EF = 2x, halle el valor de x.



Resolución

- Prolongamos $\overline{DE}$ hasta H
- EFH : Notable de 30° y 60°

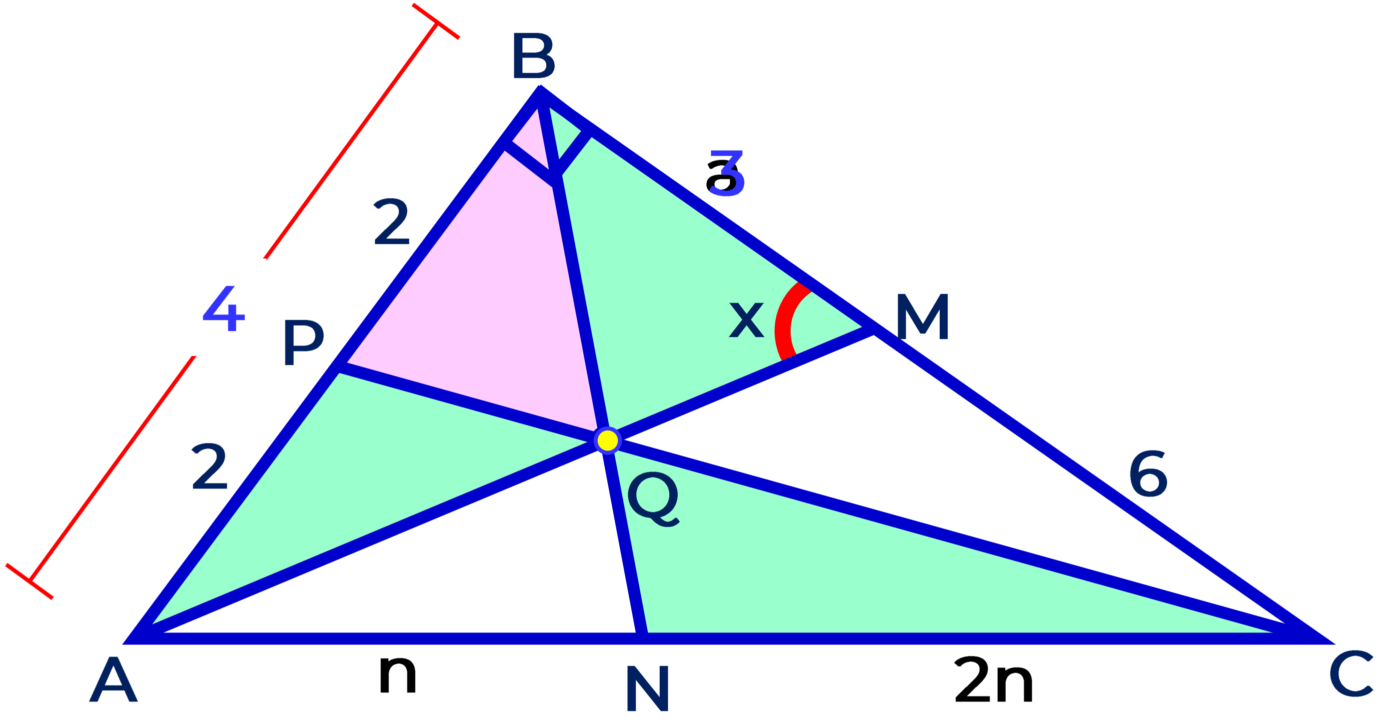
  EH = x

- Por el teorema de Tales:

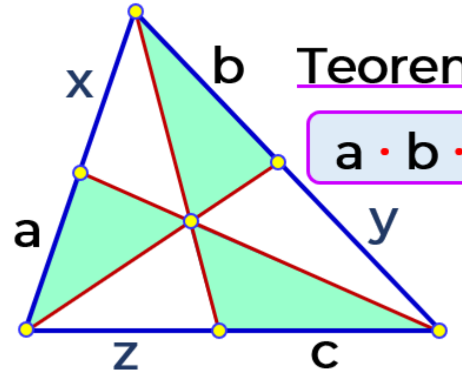
$$x = 3 \times 2$$

$$\boxed{x = 6}$$

7. Halle el valor de x.



Resolución



Teorema de Ceva

$$a \cdot b \cdot c = x \cdot y \cdot z$$

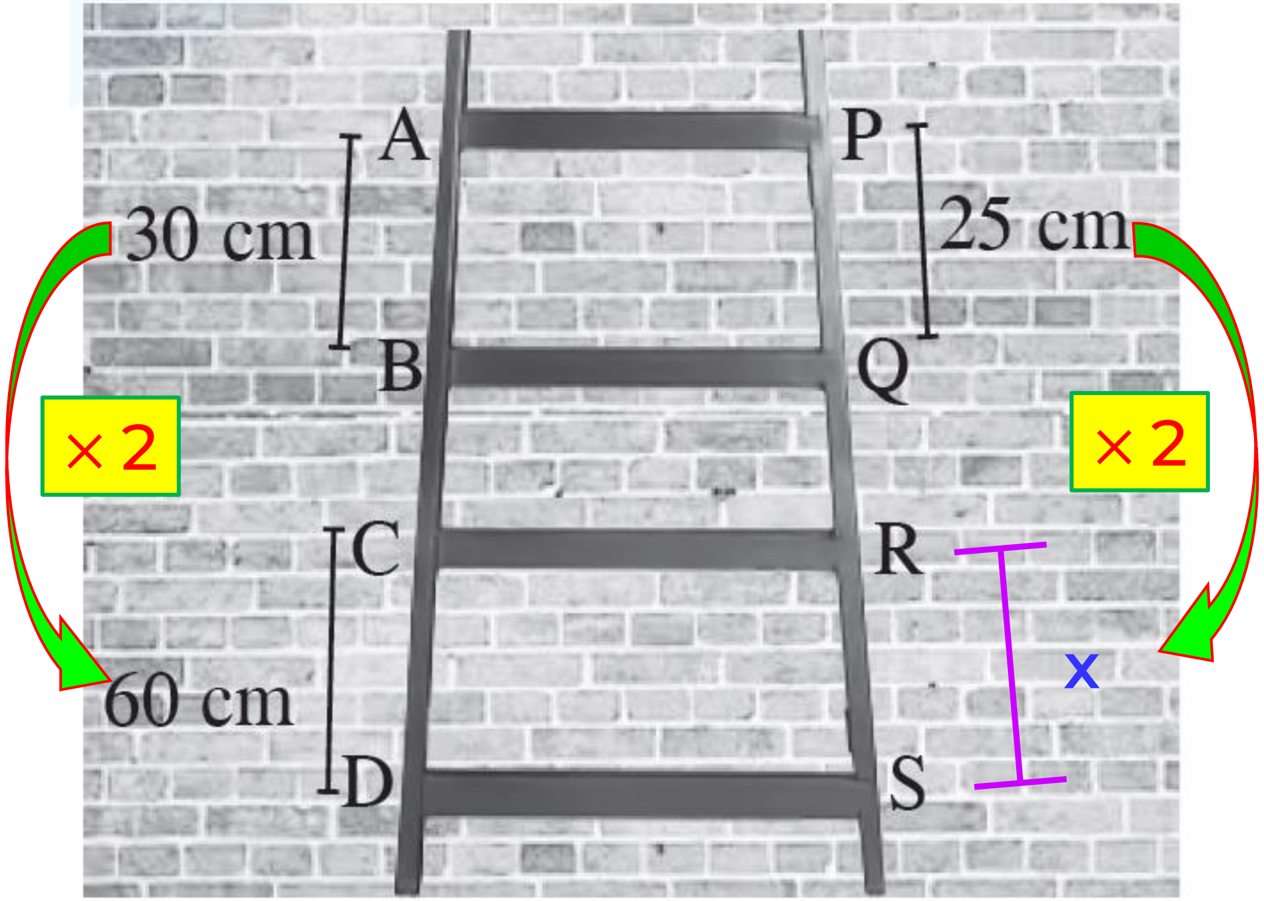
$$(2)(a)(\cancel{2}\cancel{n}) = (\cancel{2})(6)(\cancel{n})$$

$$a = 3$$

EFH : Notable de 37° y 53°

$$\boxed{x = 53^\circ}$$

8. José apoya una escalera sobre una pared en donde los peldaños están colocados paralelamente. Determine RS.



Resolución

Por el teorema de Tales

$$x = 25 \times 2$$

$$\boxed{x = 5\ \text{cm}}$$