

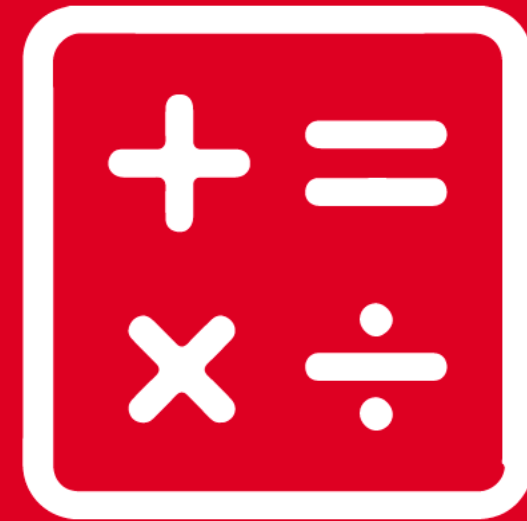
# MATHEMATICAL REASONING

## Chapter 13

**5th**  
SECONDARY

**SERIES II**

---



 **SACO OLIVEROS**



# RECORDEMOS

## SERIE NUMÉRICA

### □ SERIE ARITMÉTICA

Es la adición indicada de los términos de una Sucesión Aritmética.

Por Ejemplo

Calcule el valor de la serie.

$$\begin{array}{ccccccc}
 1^{\circ} & 2^{\circ} & 3^{\circ} & \dots & 9^{\circ} & 10^{\circ} \\
 S = 5 + 8 + 11 + \dots + 29 + 32
 \end{array}$$

EN GENERAL

$$S.A. = \left( \frac{t_1 + t_n}{2} \right) n$$

Donde,  $t_1$  : Primer sumando

$t_n$  : Último sumando

$n$  : Cantidad de sumandos

$$S = \left( \frac{5 + 32}{2} \right) 10$$

$$S = (37)5$$

$$S = \underline{\underline{185}}$$



# RECORDEMOS

## SERIE NUMÉRICA

### □ SERIE DE LOS PRIMEROS NÚMEROS CUADRADOS

$$S_n = \sum_{k=1}^{k=n} (k^2) = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + n^2$$



$$S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

### □ SERIE DE LOS PRIMEROS NÚMEROS CÚBICOS

$$S_n = \sum_{k=1}^{k=n} (k^3) = 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + n^3$$



$$S_n = \left( \frac{n(n+1)}{2} \right)^2$$



# HELICO THEORY

## SERIE NUMÉRICA

Si la serie polinomial es de grado mayor que 2 haremos lo siguiente:

$$\begin{array}{ccccccc}
 & 1^\circ & 2^\circ & 3^\circ & 4^\circ & \dots & n^\circ \\
 S_n = & t_1 & + t_2 & + t_3 & + t_4 & + \dots & + t_n \\
 & \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} & & \\
 & +a & +b & +c & +d & & \\
 & \text{---} & \text{---} & \text{---} & & & \\
 & +m & +n & +p & & & \\
 & \text{---} & \text{---} & & & & \\
 & +r & +r & & & & 
 \end{array}$$

A dashed blue arrow points from the  $t_1$  term in the sum to the final formula box.

$$S_n = t_1 C_1^n + a C_2^n + m C_3^n + r C_4^n$$



# HELICO THEORY

## SERIE NUMÉRICA

### SERIE DE PRODUCTOS

#### □ PRODUCTOS BINARIOS

$$S_n = \sum_{k=1}^{k=n} k(k+1) = 1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \dots + n \times (n+1)$$



$$S_n = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

#### □ PRODUCTOS TERNARIOS

$$S_n = \sum_{k=1}^{k=n} k(k+1)(k+2) = 1 \times 2 \times 3 + 2 \times 3 \times 4 + \dots + n \times (n+1) \times (n+2)$$

$$S_n = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$$



# HELICO THEORY

## SERIE NUMÉRICA

### SERIE DE INVERSAS DE PRODUCTOS

#### □ INVERSA DE PRODUCTOS BINARIOS

$$S_n = \sum_{k=1}^n \left( \frac{1}{k(k+1)} \right) = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{n \times (n+1)}$$



$$S_n = \frac{n}{n+1}$$

#### □ INVERSA DE PRODUCTOS TERNARIOS

$$S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)(k+2)} = \frac{1}{1 \times 2 \times 3} + \frac{1}{2 \times 3 \times 4} + \dots + \frac{1}{n \times (n+1) \times (n+2)}$$



$$S_n = \frac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)}$$



# HELICO PRACTICE





## PROBLEMA 1

Halle el valor de la siguiente serie:

$$M = \underbrace{9 + 14 + 19 + 24 + \dots}_{20 \text{ términos}}$$

## Resolución:

$$\begin{array}{ccccccc} 4 & & 9 & + & 14 & + & 19 & + & 24 & + & \dots \\ & \frown & & \frown & & \frown & & \frown & & & \\ & +5 & & +5 & & +5 & & +5 & & & \end{array}$$

$$t_n = 5n + 4$$

$$t_{20} = 5(20) + 4$$

$$t_{20} = 104$$

Recordemos:

$$S = \left( \frac{t_1 + t_n}{2} \right) n$$

$$S = \left( \frac{9 + 104}{2} \right) \overset{10}{\cancel{20}}$$

$$S = (113)10$$

$$S = 1130$$

$$\therefore M = \underline{\underline{1130}}$$





## PROBLEMA 2

Felipe comió caramelos de limón durante todo el mes de marzo; así el primer día comió 1 caramelo, el segundo día 4 caramelos, el tercer día 7 caramelos y así sucesivamente. ¿Cuántos caramelos comió Felipe en el periodo mencionado?

## Resolución:

31 sumandos

$$-2 \quad \overbrace{1 + 4 + 7 + 10 + \dots}^{31 \text{ sumandos}}$$

$$t_n = 3n - 2$$

$$t_{31} = 3(31) - 2$$

$$t_{31} = 91$$

$$S = \left( \frac{1 + 91}{2} \right) 31$$

$$S = (46)31$$

$$S = 1426$$

$$\therefore \underline{\underline{1426}}$$



## PROBLEMA 3

Halle el valor de la siguiente serie:

$$\underbrace{9 + 15 + 23 + 33 + \dots}_{20 \text{ términos}}$$

### Resolución:

$c \rightarrow +5$   
 $a + b \rightarrow +4$   
 $2a \rightarrow +2$

$9; 15; 23; 33; \dots$   
 $+6 \quad +8 \quad +10$   
 $+2 \quad +2$

$$t_n = an^2 + bn + c$$

$$t_n = n^2 + 3n + 5$$

$$S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + 3\frac{n(n+1)}{2} + 5n$$

$$S_{20} = \frac{20(21)(41)}{6} + 3\frac{20(21)}{2} + 5(20)$$

$$S_{20} = 2870 + 630 + 100$$

$$S_{20} = 3600$$

$$\therefore \underline{\underline{3600}}$$



## PROBLEMA 4

Un coleccionista de estampillas compró las mismas diariamente durante la primera mitad del mes de febrero del año 2018, más luego de ella se detuvo, pues ahí se dio cuenta que gastaba mucho dinero en ellas y no le alcanzaría para pagar sus gastos personales y de estudios del mes, prometiendo continuar su colección con compras mes a mes y ya no de forma diaria.

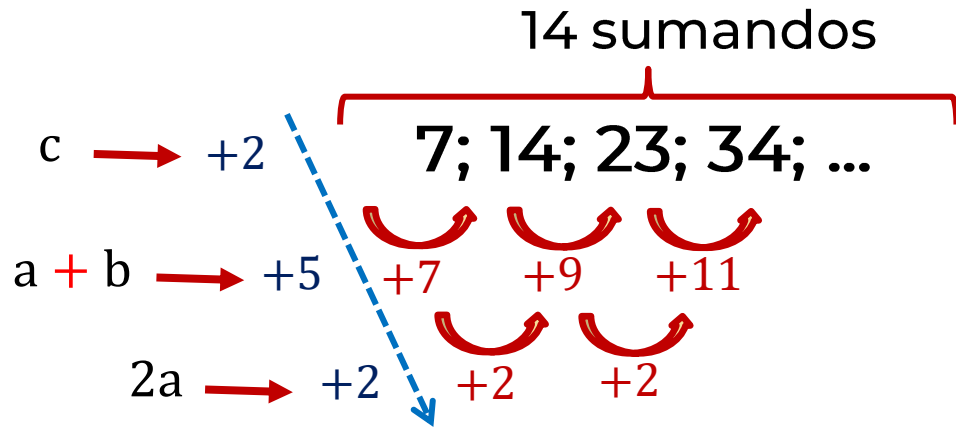
La siguiente lista consigna las cantidades que fue comprando el coleccionista día a día:

7; 14; 23; 34; ...

Si el patrón no cambió durante el proceso, halle el número total de estampillas que adquirió en el mes de febrero.



## Resolución:



$$t_n = an^2 + bn + c$$

$$t_n = n^2 + 4n + 2$$

$$S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + 4\frac{n(n+1)}{2} + 2n$$

$$S_{14} = \frac{14(15)(29)}{6} + 4\frac{14(15)}{2} + 2(14)$$

$$S_{14} = 1015 + 420 + 28$$

$$S_{14} = 1463$$

$$\therefore \underline{\underline{1463}}$$



## PROBLEMA 5

Halle el valor de la siguiente serie:

$$S = 3 + 12 + 33 + 72 + 135 + \dots$$

15 términos

### Resolución:

Dándole forma convenientemente:

$$3 \longrightarrow 1^3 + 2$$

$$12 \longrightarrow 2^3 + 4$$

$$33 \longrightarrow 3^3 + 6$$

$$72 \longrightarrow 4^3 + 8$$

$$135 \longrightarrow 5^3 + 10$$

$$tn = n^3 + 2n$$

$$S_n = \left( \frac{n(n+1)}{2} \right)^2 + 2 \frac{n(n+1)}{2}$$

$$S_{15} = \left( \frac{15(16)}{2} \right)^2 + 2 \frac{15(16)}{2}$$

$$S_{15} = 120^2 + 240$$

$$S_{15} = 14400 + 240$$

$$S_{15} = 14640$$

$$\therefore \underline{\underline{14640}}$$



## PROBLEMA 6

Halle el valor de la siguiente serie:

$$P = 6 + 24 + 60 + 120 + \dots$$

12 términos

### Resolución:

Dándole forma convenientemente:

$$\begin{array}{lcl}
 6 & \longrightarrow & 1 \times 2 \times 3 \\
 24 & \longrightarrow & 2 \times 3 \times 4 \\
 60 & \longrightarrow & 3 \times 4 \times 5 \\
 120 & \longrightarrow & 4 \times 5 \times 6 \\
 & & \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \\
 & & 12 \times 13 \times 14
 \end{array}$$

$$P = 1 \times 2 \times 3 + 2 \times 3 \times 4 + \dots + 12 \times 13 \times 14$$

Recordemos:

$$S_n = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$$

$$S_{12} = \frac{12(12+1)(12+2)(12+3)}{4}$$

$$S_{12} = \frac{12(13)(14)(15)}{4}$$

$$S_{12} = 39(210)$$

$$= \underline{\underline{8190}}$$



## PROBLEMA 7

Calcule el valor de la siguiente serie:

$$M = \frac{7}{1 \times 2 \times 3} + \frac{7}{2 \times 3 \times 4} + \frac{7}{3 \times 4 \times 5} + \dots + \frac{7}{10 \times 11 \times 12}$$

### Resolución:

$$M = 7 \left( \frac{1}{1 \times 2 \times 3} + \frac{1}{2 \times 3 \times 4} + \frac{1}{3 \times 4 \times 5} + \dots + \frac{1}{\textcircled{10} \times 11 \times 12} \right)$$

$n = 10$

Recordemos:

$$S_n = \frac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)}$$

$$M = 7 \left( \frac{10 \times 13}{4 \times 11 \times 12} \right)$$

$$\therefore M = \underline{\underline{\frac{455}{264}}}$$



## PROBLEMA 8

Calcula el valor de la serie M.

$$M = \frac{1}{5 \times 8} + \frac{1}{8 \times 11} + \frac{1}{11 \times 14} + \dots + \frac{1}{62 \times 65}$$

### Resolución:

$$M = \frac{1}{5 \times 8} + \frac{1}{8 \times 11} + \frac{1}{11 \times 14} + \dots + \frac{1}{62 \times 65}$$

Multiplicamos por 3 a ambos términos (numerador y denominador):

$$M = \frac{3}{3} \left( \frac{1}{5 \times 8} + \frac{1}{8 \times 11} + \frac{1}{11 \times 14} + \dots + \frac{1}{62 \times 65} \right)$$

$$M = \frac{1}{3} \left( \frac{3}{5 \times 8} + \frac{3}{8 \times 11} + \frac{3}{11 \times 14} + \dots + \frac{3}{62 \times 65} \right)$$

$$M = \frac{1}{3} \left( \frac{1}{5} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} - \frac{1}{14} + \dots + \frac{1}{62} - \frac{1}{65} \right)$$

$$M = \frac{1}{3} \left( \frac{1}{5} - \frac{1}{65} \right)$$

$$M = \frac{1}{3} \left( \frac{60}{5 \times 65} \right)$$

$$\therefore M = \underline{\underline{\frac{4}{65}}}$$





# HELICO WORKSHOP













**MUCHAS  
GRACIAS**

