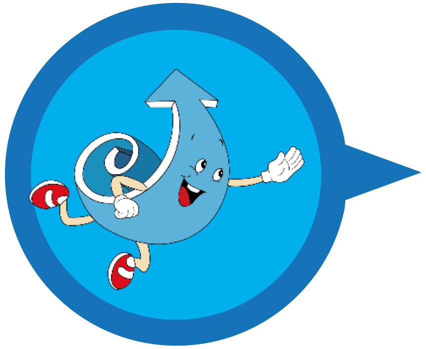
ALGEBRA

Chapter 2

3th
SECONDARY

Leyes de exponentes II



¿Puedes ordenar de menor a mayor las siguientes expresiones

$$\sqrt{5}\ ;\ \sqrt[3]{3}\ ;\ \sqrt[6]{2}$$

y dar la respuesta en menos de 10 segundos?

LEYES DE EXPONENTES II

EXPONENTE FRACCIONARIO

Es aquel exponente que se expresa como los radicales.

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n]{a}^{\,m}\ ; \qquad m \in \mathbb{R} \wedge n \geq 2$$

EXPONENTE DE EXPONENTE

Se reduce de arriba hacia abajo.

$$a^{b^{c^{d}}} = a^{b^{m}} = a^{n} = p$$

TEOREMAS

1. RAÍZ DE UN PRODUCTO:

$$\sqrt[n]{ab}=\sqrt[n]{a}\,.\,\sqrt[n]{b}$$

Si n es par $\rightarrow$ $a \geq 0 \ \wedge \ b \geq 0$

2. RAÍZ DE UN COCIENTE:

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} \ ; \ b \neq 0$$

Si n es par $\rightarrow$ $a \geq 0 \ \wedge b > 0$

3. RAÍZ DE RAÍZ:

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{\sqrt[p]{a}}}=\sqrt[mnp]{a}$$

Si mnp es par $\rightarrow$ $a \geq 0$

4. RADICALES SUCESIVOS:

$$\sqrt[m]{x^a.\sqrt[n]{x^b.\sqrt[p]{x^c}}}=\sqrt[mnp]{x^{(an+b)p+c}}$$

$$\sqrt[m]{x^a \div \sqrt[n]{x^b \div \sqrt[p]{x^c}}}=\sqrt[mnp]{x^{(an-b)p+c}}$$

HELICO PRACTICE

Problema 1

Efectúe

$$T = \sqrt{(4)^5} + \sqrt[4]{(625)^3} + \sqrt[4]{(81)^3}$$

Resolución:

$$T = \sqrt{(4)^5} + \sqrt[4]{(625)^3} + \sqrt[4]{(81)^3}$$

$$T = \sqrt{(4)}^5 + \sqrt[4]{(625)}^3 + \sqrt[4]{(81)}^3$$

$$T = 2^5 + 5^3 + 3^3$$

$$T = 32 + 125 + 27$$

$$\boxed{\therefore \quad T = 184}$$

Respuesta: 184

Problema 2

Simplifique

$$R = 16^{8^{-9^{-4^{-2^{-1}}}}}$$

Resolución:

$$R = 16^{8^{-9^{-4^{-2^{-1}}}}}$$

$$R = 16^{8^{-9^{-4^{-\frac{1}{2}}}}}$$

$$R = 16^{8^{-9^{-\frac{1}{2}}}}$$

$$R = 16^{8^{-\frac{1}{3}}}$$

$$R = 16^{\frac{1}{2}}$$

$$\boxed{\therefore \quad R = 4}$$

Respuesta: 4

Problema 3

Reduzca

$$E = \sqrt[3]{3}^{\sqrt{3}.\sqrt{3}^{\sqrt{3}.\sqrt{3}}}$$

Resolución:

$$E = \sqrt[3]{3}^{\sqrt{3}.\sqrt{3}^{\sqrt{3}.\sqrt{3}}}$$

$$E = \sqrt[3]{3}^{\sqrt{3}.\sqrt{3}^{3}}$$

$$E = \sqrt[3]{3}^{\sqrt{3}^{4}}$$

$$E = \sqrt[3]{3}^{3^{2}}$$

$$E = \sqrt[3]{3}^{9}$$

$$E = 3^{3}$$

$$\boxed{\therefore \quad E = 27}$$

Respuesta: 27

Problema 4

Halle el valor de

$$E=\sqrt{0,25^{-0,5^{-1}}+0,5^{-0,25^{-1}}+32}$$

Resolución:

$$E=\sqrt{0,25^{-0,5^{-1}}+0,5^{-0,25^{-1}}+32}$$

$$E=\sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^{-\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}}+\left(\frac{1}{2}\right)^{-\left(\frac{1}{4}\right)^{-1}}+32}$$

$$E=\sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}+\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}+32}$$

$$E=\sqrt{(4)^2+(2)^4+32}$$

$$E=\sqrt{16+16+32}$$

$$E=\sqrt{64}$$

$$\boxed{\therefore\ E=8}$$

Respuesta: 8

Problema 5

Simplifique

$$E = \sqrt[15]{\frac{\sqrt{5}.\sqrt{5}\ \ldots\ldots\ldots\sqrt{5}(40\ factores)}{\sqrt[4]{5}.\sqrt[4]{5}\ \ldots\ldots\ldots\sqrt[4]{5}(20\ factores)}}$$

Resolución:

$$E = \sqrt[15]{\frac{\sqrt{5}.\sqrt{5}\ \ldots\ldots\ldots\sqrt{5}(40\ factores)}{\sqrt[4]{5}.\sqrt[4]{5}\ \ldots\ldots\ldots\sqrt[4]{5}(20\ factores)}}$$

$$E = \sqrt[15]{\frac{\sqrt{5}^{40}}{\sqrt[4]{5}^{20}}} = \sqrt[15]{\frac{5^{\frac{40}{2}}}{5^{\frac{20}{4}}}} = \sqrt[15]{\frac{5^{20}}{5^{5}}}$$

$$= \sqrt[15]{5^{15}}$$

$$\boxed{\therefore\ \ E = 5}$$

Respuesta: 5

Problema 6

El valor reducido de P es la propina que recibe Carlos.

$$P = \sqrt[2^{m+5}]{\sqrt[2^{m+6}]{\sqrt[2^{m+1}]{7^{2^{3m+13}}}}}$$

¿Cuánto es la propina de Carlos?

Resolución:

$$P = \sqrt[2^{m+5}]{\sqrt[2^{m+6}]{\sqrt[2^{m+1}]{7^{2^{3m+13}}}}}$$

$$P = \sqrt[2^{m+5}.2^{m+6}.2^{m+1}]{7^{2^{3m+13}}}$$

$$P = \sqrt[2^{m+5+m+6+m+1}]{7^{2^{3m+13}}}$$

$$P = \sqrt[2^{3m+12}]{7^{2^{3m+13}}} = 7^{\frac{2^{3m+13}}{2^{3m+12}}}$$

$$P = 7^{2^{3m+13-3m-12}} = 7^{2^{1}}$$

$$\boxed{\therefore \quad P = 49}$$

Respuesta: 49

Problema 7

A qué es igual

$$E = \sqrt[4]{x^3 . \sqrt[3]{x^2 . \sqrt[5]{x^3}}} . \sqrt[30]{x} \quad ; x \neq 0$$

Recordemos:

Radicales sucesivos:

$$\sqrt[m]{x^a . \sqrt[n]{x^b . \sqrt[p]{x^c}}} = \sqrt[mnp]{x^{(an+b)p+c}}$$

Resolución:

$$E = \sqrt[4]{x^3 . \sqrt[3]{x^2 . \sqrt[5]{x^3}}} . \sqrt[30]{x} \quad ; x \neq 0$$

$$E = \sqrt[4.3.5]{x^{(3.3+2)5+3}} . \sqrt[30]{x}$$

$$E = \sqrt[60]{x^{58}} . \sqrt[30]{x}$$

$$E = x^{\frac{58}{60}} . x^{\frac{1}{30}}$$

$$= x^{\frac{29}{30}} . x^{\frac{1}{30}}$$

$$= x^{\frac{30}{30}} = x^1 \qquad \boxed{\therefore \quad E = x}$$

Respuesta: x

Problema 8

Calcule

$$P=\sqrt[3]{9.\sqrt[5]{81.\sqrt[4]{27}}.\sqrt[6]{\sqrt[10]{3}}}$$

Recordemos:

Radicales sucesivos:

$$\sqrt[m]{x^a.\sqrt[n]{x^b.\sqrt[p]{x^c}}}=\sqrt[mnp]{x^{(an+b)p+c}}$$

Resolución:

$$P=\sqrt[3]{9.\sqrt[5]{81.\sqrt[4]{27}}.\sqrt[6]{\sqrt[10]{3}}}$$

$$P=\sqrt[3]{3^2.\sqrt[5]{3^4.\sqrt[4]{3^3}}}.\sqrt[6.10]{3}$$

$$P=\sqrt[3.5.4]{3^{(2.5+4)4+3}}.\sqrt[60]{3}$$

$$P=\sqrt[60]{3^{59}}.\sqrt[60]{3}$$

$$P=\sqrt[60]{3^{59}.3}=\sqrt[60]{3^{60}}$$

$$\boxed{\therefore\ P=3}$$

Respuesta: 3