ALGEBRA

Chapter 16

4th

SECONDARY

Sistema de Ecuaciones Lineales

SACO OLIVEROS

HELICO

MOTIVATING

SACO OLIVEROS

MOTIVATING STRATEGY

Si compro 3 pantalones y 2 camisas me cuestan S/210,pero si compro un pantalón y una camisa me cuesta S/80.¿Cuánto es el costo de la camisa?

RPTA: S/30

https://www.youtube.com/watch?v=wbCdni-VuW4

HELICO THEORY

CHAPTHER 16

SACO OLIVEROS

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

I) FORMA GENERAL

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

Donde:

x, y: Son las variables a calcular

$a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$: Son constantes

II) MÉTODOS DE SOLUCIÓN PARA UN SISTEMA

A) MÉTODO DE REDUCCIÓN

Trata de eliminar una de sus variables para calcular la otra variable.

Ejemplo:

Resuelva el sistema

$$\begin{cases} 5x + y = 19 & \dots (I) \\ 3x - y = 5 & \dots (II) \end{cases}$$

Resolución

Sumando (I) y (II)

$8x = 24$

$\boxed{x = 3}$

Reemplazando "x" en (I)

$5(3) + 2y = 19$

$\boxed{y = 2}$

$CS = \{(3; 2)\}$

B) *MÉTODO DE SUSTITUCIÓN*

La idea es despejar una de las incógnitas y reemplazarla en la otra.

Ejemplo: *Resuelva el sistema*

$$\begin{cases} x + 2y = 5 \quad \dots (I) \\ 2x + 3y = 7 \dots (II) \end{cases}$$

Resolución

De (I) despejamos "x"

$x = 5 - 2y \qquad \dots (\Delta)$

Reemplazamos "x" en (II) :

$2(5 - 2y) + 3y = 7$

$10 - 4y + 3y = 7$

$3 - y = 0 \qquad \boxed{y = 3}$

Reemplazamos "y" en (Δ) :

$x = 5 - 2(\;3\;) \qquad \boxed{x = -1}$

CS= {(-1; 3)}

III) CLASIFICACIÓN DE LOS SISTEMAS LINEALES

Sea el siguiente sistema :

$$L_1:\ a_1x + b_1y = c_1$$

$$L_2:\ a_2x + b_2y = c_2$$

L_1 , L_2: *son rectas*

Éste sistema será:

1) COMPATIBLE DETERMINADA *(Solución única)*

Si cumple:

$$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$$

NOTA: *Se dice en este caso que las rectas L_1 , L_2 se intersectan en un solo punto.*

2) COMPATIBLE INDETERMINADA (Infinitas soluciones)

Si cumple:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

Se dice que las rectas L_1, L_2 están superpuestas, debido a esto hay infinitos cortes.

3) INCOMPATIBLE (No existe solución)

Si cumple:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$

Se dice que las rectas L_1, L_2 son paralelas, por lo tanto no hay solución.

HELICO PRACTICE

CHAPTHER 16

SACO OLIVEROS

PROBLEMA 1 Resuelva el sistema:

$$\begin{cases} 8x - 7y = 46 & (\alpha) \\ 9x - 5y = 69 & (\beta) \end{cases}$$

Cacule: xy

Resolución

Eliminando "x":

$$(x9)\alpha: \quad \cancel{72x} - 63y = 414$$
$$(x8)\beta: \quad \cancel{72x} - 40y = 552 \quad (-)$$
$$23y = 138$$
$$\boxed{y = 6}$$

Reemplazando en "α":

$$8x - 7(6) = 46$$
$$8x = 88 \quad \boxed{x = 11}$$

$$\boxed{xy = 66}$$

PROBLEMA 2 Resuelva: $\begin{cases} 2(x-5)=4(y-4x) & (\alpha) \\ 10(y-x)=11y-12x & (\beta) \end{cases}$

Indique el valor de xy.

Resolución

De β: $10y - 10x = 11y - 12x$

$\rightarrow \boxed{2x = y}$

En "α": $2(x-5) = 4(2x - 4x)$

$\rightarrow 2x - 10 = -8x$

$\rightarrow 10x = 10$

$\rightarrow \boxed{x = 1}$

$\rightarrow \boxed{y = 2}$

$\rightarrow \boxed{xy = 2}$

PROBLEMA 3 Al resolver:
$$\begin{cases}\dfrac{3}{x-1}+\dfrac{4}{y-3}=23 & (\alpha)\\[2mm] \dfrac{4}{x-1}-\dfrac{5}{y-3}=10 & (\beta)\end{cases}$$

Calcule: 5x+2y

Resolución

x5α: $\dfrac{15}{x-1}+\cancel{\dfrac{20}{y-3}}=115$

x4β: $\dfrac{16}{x-1}-\cancel{\dfrac{20}{y-3}}=40$

(+)

$\rightarrow \dfrac{\cancel{31}}{x-1}=\cancel{155}^{5}$

$\rightarrow \boxed{\dfrac{1}{5}=x-1} \rightarrow \boxed{\dfrac{6}{5}=x}$

En " α ": $\dfrac{3}{\frac{1}{5}}+\dfrac{4}{y-3}=23$

$\rightarrow \dfrac{4}{y-3}=23-15$

$\rightarrow \dfrac{\cancel{4}}{y-3}=\cancel{8}^{2} \rightarrow \boxed{\dfrac{1}{2}=y-3}$

$\rightarrow \boxed{\dfrac{7}{2}=y} \rightarrow \boxed{5x+2y=\ 13}$

PROBLEMA 4

Siendo:
$$\begin{cases} x + y = 8 & \ldots(\alpha) \\ y + z = 3 & \ldots(\beta) \\ x + z = 9 & \ldots(\theta) \end{cases}$$

Calcule: $(x - y)^{z+1}$

Resolución

Sumando $(\alpha) + (\beta) + (\theta)$:

$$2(x + y + z) = 20$$

$$x + y + z = 10$$

$$8 + z = 10$$

$$\boxed{z = 2}$$

En (β): $\boxed{y = 1}$

En (θ): $\boxed{x = 7}$

$$(7 - 1)^{2+1} = 216$$

PROBLEMA 5 Pedro hace una compra de "x" camisas al precio unitario de "y" soles; donde x e y se obtienen de resolver el sistema:

$$\begin{cases} 25x - 4y = 589 \\ 5\sqrt{x} + 2\sqrt{y} = 31 \end{cases}$$

¿ Cuánto gastó Pedro en dicha compra?

Resolución

De (1) :

$$(5\sqrt{x})^2 - (2\sqrt{y})^2 = 589$$

$$(5\sqrt{x} + 2\sqrt{y})(5\sqrt{x} - 2\sqrt{y}) = 589$$

$$31(5\sqrt{x} - 2\sqrt{y}) = 589$$

$$(5\sqrt{x} - 2\sqrt{y}) = 19 \ldots.(3)$$

$$\begin{cases} 5\sqrt{x} + \cancel{2\sqrt{y}} = 31 \ \ldots(2) \\ (5\sqrt{x} - \cancel{2\sqrt{y}}) = 19 \ldots(3) \end{cases}$$

$+$

$$\boxed{\begin{gathered} 10\sqrt{x} = 50 \\ \sqrt{x} = 5 \\ x=25 \end{gathered}}$$

remplazando en (2)

$$5(5) + 2\sqrt{y} = 31$$

$$2\sqrt{y} = 6 \Rightarrow \boxed{y = 9}$$

piden cuánto gasto $x.y$

$$(25)(9) = 225$$

Rpta 225

SACO OLIVEROS

PROBLEMA 6 Si el sistema:

$$(m+1)x + 3y = 5$$
$$2x \quad + (m+2)y = n-2$$

Es compatible indeterminado. Calcule "m+n" ,si m>0

Resolución como el sistema es comp. indet. se debe cumplir

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

se cumple:

$$\frac{m+1}{2} = \underbrace{\frac{3}{m+2}}_{1} = \overbrace{\frac{5}{n-2}}^{2}$$

De 1 : $(m+1)(m+2) = 6$

$$m^2 + 3m + 2 = 6$$
$$m^2 + 3m - 4 = 0$$
$$(m-1)(m+4) = 0$$

m=1 v m=-4

del dato $m > 0$ → m = 1

De 2 : $\frac{3}{3} = \frac{5}{n-2}$

$$1 = \frac{5}{n-2}$$

n = 7

piden $m+n$: $1 + 7 = 8$

Rpta: 8

PROBLEMA 7 Si el sistema:

$$\begin{cases} 3x + (k-1)y = 12 \\ (k+6)x + 6y = k \end{cases}$$

Es incompatible. Halle el valor de k

Resolución si el sistema es incomp. se debe cumplir $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$

$$\frac{3}{k+6} = \frac{k-1}{6} \neq \frac{12}{k}$$

$$18 = (k+6)(k-1)$$

$$18 = k^2 + 5k - 6$$

$$k^2 + 5k - 24 = 0$$

$$(k+8)(k-3) = 0$$

k=-8 v k=3

remplazando

$\mathbf{k = -8}$

$$-\frac{3}{2} \neq \frac{12}{-8}$$

$$-\frac{3}{2} \neq \frac{-3}{2} \quad \ldots\ldots \text{F}$$

$\mathbf{k = 3}$

RPTA: 3

PROBLEMA 8 De el valor de "a-b" si el sistema:

$$(a+b)x+(a-b)y=15$$
$$(2a-3b)x-(2a-5b)y=12$$

Tiene como solución: x=3 ; y=2

SEA EL SISTEMA

$$\begin{cases}(a+b)x+(a-b)y=15 \;\ldots\ldots(\alpha)\\ (2a-3b)x-(2a-5b)y=12 \ldots.(\beta)\end{cases}$$

remplazando en α $\boxed{x=3}$ $\boxed{y=2}$

$$3a+3b+2a-2b=15$$

$$5a+b=15 \ldots\ldots.. \quad 1$$

remplazando en β $\boxed{x=3}$ $\boxed{y=2}$

$$6a-9b-4a+10b=12$$

$$2a+b=12 \ldots\ldots. \quad 2$$

De 1 y 2

$$\begin{cases}5a+\cancel{b}=15\\ 2a+\cancel{b}=12\end{cases}$$

-

$$3a=3$$

$$a=1$$

remplazando en 1 : $2+b=12$ $\boxed{b=10}$

$$a-b=-9$$

RPTA: -9

PROBLEMA 1

Resolución

Eliminando "x":

(x9)α: $\cancel{72x} - 63y = 414$

(x8)β: $\cancel{72x} - 40y = 552$ (−)

$$23y = 138$$

$$\boxed{y = 6}$$

Reemplazando en "α":

$$8x - 7(6) = 46$$

$$8x = 88 \rightarrow \boxed{x = 11}$$

$$\boxed{xy = 66}$$

PROBLEMA 2

Resolución

De β: $10y - 10x = 11y - 12x$

$$\boxed{2x = y}$$

En "α": $2(x - 5) = 4(2x - 4x)$

$$2x - 10 = -8x$$

$$10x = 10$$

$$\boxed{x = 1}$$

$$\boxed{y = 2}$$

$$\boxed{xy = 2}$$

SACO OLIVEROS

PROBLEMA 3

Resolución

x5α: $\dfrac{15}{x-1}+\cancel{\dfrac{20}{y-3}}=115$

x4β: $\dfrac{16}{x-1}-\cancel{\dfrac{20}{y-3}}=40$ (+)

$\dfrac{\cancel{31}}{x-1}=\cancel{155}^{5}$

$\boxed{\dfrac{1}{5}=x-1}$ $\boxed{\dfrac{6}{5}=x}$

En " α ": $\dfrac{3}{\frac{1}{5}}+\dfrac{4}{y-3}=23$

$\dfrac{4}{y-3}=23-15$

$\dfrac{\cancel{4}}{y-3}=\cancel{8}^{2}$ $\boxed{\dfrac{1}{2}=y-3}$

$\boxed{\dfrac{7}{2}=y}$ $\boxed{5x+2y=13}$

PROBLEMA 4

Resolución

Sumando (α) + (β) + (θ):

$2(x+y+z)=20$

$x+y+z=10$

$8+z=10$

$\boxed{z=2}$

En (β): $\boxed{y=1}$

En (θ): $\boxed{x=7}$

$\boxed{(7-1)^{2+1}=216}$