



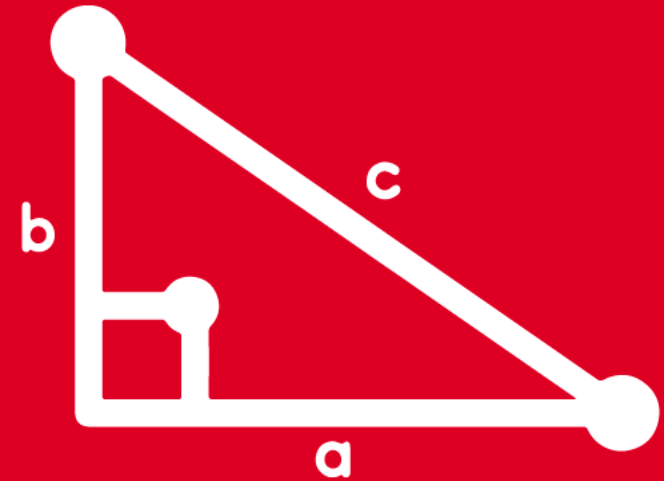
# TRIGONOMETRY

## Chapter 13

### Session 2

**4th**  
SECONDARY

Introducción a los  
números reales



 **SACO OLIVEROS**



# Números Reales

## Valor absoluto

El valor absoluto de un número real  $x$ , denotado por  $|x|$ , se define como:

$$|x| = \begin{cases} x; & x \geq 0 \\ -x; & x < 0 \end{cases}$$

## Propiedades

- ✓  $|x| \geq 0; \forall x \in \mathbb{R}$
- ✓  $\sqrt{x^2} = |x|; \forall x \in \mathbb{R}$
- ✓  $|x| = 0 \leftrightarrow x = 0$
- ✓  $|x| = |y| \leftrightarrow x = y \vee x = -y$
- ✓  $|x| = a \leftrightarrow x = a \vee x = -a$





## PROBLEMA 1

Halle el mayor valor de  $x$ , si:  $|3x - 2| = 5$

Resolución:

$$3x - 2 = 5$$

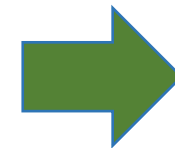
$$3x = 7$$

$$x = \frac{7}{3}$$

$$3x - 2 = -5$$

$$3x = -3$$

$$x = -1$$



$$x_{max} = \frac{7}{3}$$





## PROBLEMA 2

Indique la suma del mínimo y máximo valor de  $\tan \alpha$ , si:

$$|2 \tan \alpha - 3| = 5$$

Resolución:

$$2 \tan \alpha - 3 = 5$$

$$2 \tan \alpha = 8$$

$$\tan \alpha = 4$$

↑  
**Máximo**

$$2 \tan \alpha - 3 = -5$$

$$2 \tan \alpha = -2$$

$$\tan \alpha = -1$$

↑  
**Mínimo**

➡  $\tan \alpha_{\max} + \tan \alpha_{\min} = 3$



## PROBLEMA 3

Halle el menor valor de  $\cos \phi$ , si:  $|4 \cos \phi - 3| = 1$

Resolución:

$$4 \cos \phi - 3 = 1$$

$$4 \cos \phi = 4$$

$$\cos \phi = 1$$

$$4 \cos \phi - 3 = -1$$

$$4 \cos \phi = 2$$

$$\cos \phi = \frac{1}{2}$$



$$\cos \phi_{\min} = \frac{1}{2}$$





## PROBLEMA 4

Calcule el producto del máximo y mínimo valor de  $\cot \beta$ ,  
si:  $|3 \cot \beta - 1| = |2 \cot \beta + 2|$

Resolución:

$$3 \cot \beta - 1 = 2 \cot \beta + 2$$

$$\cot \beta = 3$$

↑  
**Máximo**

$$3 \cot \beta - 1 = -(2 \cot \beta + 2)$$

$$3 \cot \beta - 1 = -2 \cot \beta - 2$$

$$5 \cot \beta = -1$$

$$\cot \beta = -\frac{1}{5}$$

← **Mínimo**

$$\Rightarrow \cot \beta_{\max} \times \cot \beta_{\min} = -\frac{3}{5}$$





## PROBLEMA 5

Efectúe  $P = \sec \theta - \cot \beta$ , si  $|3 \cos \theta - 2| + |\tan \beta - 2| = 0$

Resolución:

$$|a| + |b| = 0 \Rightarrow |a| = 0 \wedge |b| = 0$$

$$|3 \cos \theta - 2| + |\tan \beta - 2| = 0$$

$$3 \cos \theta - 2 = 0$$

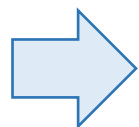
$$\cos \theta = \frac{2}{3}$$

 $\wedge$ 

$$\tan \beta - 2 = 0$$

 $\wedge$ 

$$\tan \beta = 2$$



$$\sec \theta = \frac{3}{2}$$

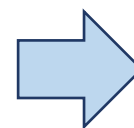


$$\cot \beta = \frac{1}{2}$$

$$P = \sec \theta - \cot \beta$$

$$P = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}$$

$$P = \frac{2}{2}$$



$$\therefore P = 1$$





## PROBLEMA 6

Calcule  $\operatorname{sen}\beta \cdot \cos\beta$ , si  $|3\tan\beta - 2| = 4$  donde  $\beta$  es un ángulo agudo.

Resolución:

$$3 \tan \beta - 2 = 4$$

$$3 \tan \beta = 6$$

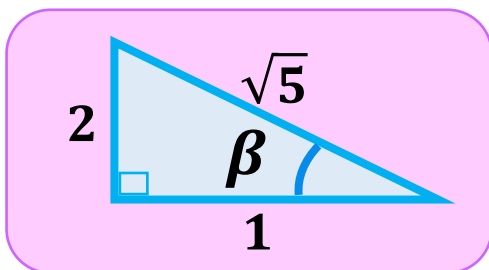
$$\tan \beta = 2$$

**AGUDO**

$$3 \tan \beta - 2 = -4$$

$$3 \tan \beta = -2$$

$$\tan \beta = \frac{-2}{3}$$



$$\operatorname{sen} \beta \cdot \cos \beta = \frac{2}{\sqrt{5}} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}}$$



$$\therefore \frac{2}{5}$$







## PROBLEMA 7

Si  $\theta \in IIC$ , reduzca:

$$M = |\operatorname{sen}\theta| + |\cos\theta| - \operatorname{sen}\theta + \cos\theta$$

Resolución:

$$\theta \in IIC \Rightarrow \operatorname{sen}\theta > 0 \Rightarrow |\operatorname{sen}\theta| = \operatorname{sen}\theta$$

$$\cos\theta < 0 \Rightarrow |\cos\theta| = -\cos\theta$$

$$M = |\operatorname{sen}\theta| + |\cos\theta| - \operatorname{sen}\theta + \cos\theta$$

$$M = \operatorname{sen}\theta + -\cos\theta - \operatorname{sen}\theta + \cos\theta$$



$$\therefore M = 0$$





## PROBLEMA 8

Ana tiene  $D$  días libres antes de iniciar sus clases. Para calcular la cantidad de días con que cuenta Ana tendrás que resolver el siguiente ejercicio:

Si  $\alpha \in IIC$ , halle el valor de  $D = 2|\operatorname{sena} \alpha|. \operatorname{csc} \alpha - 3|\operatorname{tan} \alpha|. \operatorname{cota} \alpha$

¿Cuántos días libres tiene Ana?

### Resolución:

$\alpha \in IIC$

$$\operatorname{sena} \alpha > 0 \Rightarrow |\operatorname{sena} \alpha| = \operatorname{sena} \alpha$$

$$\operatorname{tan} \alpha < 0 \Rightarrow |\operatorname{tan} \alpha| = -\operatorname{tan} \alpha$$

$$D = 2|\operatorname{sena} \alpha|. \operatorname{csc} \alpha - 3|\operatorname{tan} \alpha|. \operatorname{cota} \alpha$$

$$D = 2(\operatorname{sena} \alpha) . \operatorname{csc} \alpha - 3(-\operatorname{tan} \alpha) . \operatorname{cota} \alpha$$

$$D = 2(1) - 3(-1) = 5$$



**$\therefore$  Ana tiene 5 días libres**

