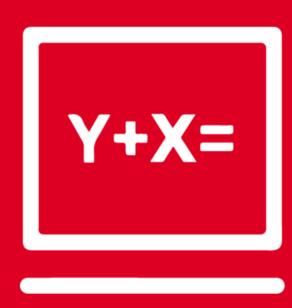
ARITHMETIC Chapter 17





Clasificación de los Números Enteros Positivos





	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

¿Que tienen en común los números de los recuadros azules?





Clasificación de los Z[†]de acuerdo a la cantidad de sus divisores

$$\mathbb{Z}^+$$
= {1; 2; 3; 4; 5;...}

* Números Simples

- La unidad
- Números primos o Primos absolutos

Admiten exactamente dos divisores los cuales son la unidad y el mismo número. Estos son: 2; 3; 5; 7; 11; 13; 17;

* Números Compuestos

Son aquellos números que admiten más de dos divisores.

Estos son: 4; 6; 8; 9; 10; 12; 14; 15; ...



Analicemos los divisores de 12

2 y 3



Números primos relativos, coprimos o primos entre si (PESI)

El único divisor común que comparten todos ellos es la unidad.

Divisores 28 1, 2, 4, 7, 14, 45 4, 3, 5, 9, 15, 34 4, 2, 17, 34

28; 45 y 34 son (PESI)

Teorema fundamental de la aritmética (teorema de Gauss)

Ejm
$$120 = 2^3 . 3^1 . 5^1 ...(DC)$$

En general:

Todo número entero mayor que la unidad, se puede descomponer como

$$N = a^{\alpha}. b^{\beta}.c^{\theta}...(DC)$$

Donde:

a;b; c factores primos

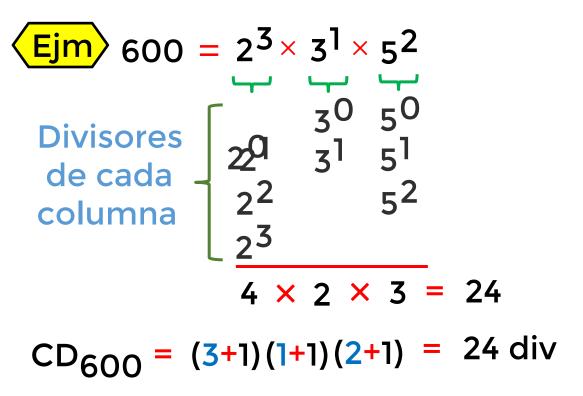
$$\alpha$$
; β ; $\theta \in \mathbb{Z}^+$



Estudio de los divisores de un número entero positivo

0

Cantidad de divisores



En conclusión:

Descomponemos canónicamente al número.

$$N = a^{\alpha}. b^{\beta}. c^{\theta}...(D.C)$$

La cantidad de divisores estará dada por

$$CD_{N} = (\alpha+1)(\beta+1)(\theta+1)$$





Suma de divisores (SD_N)

Ejm 600 =
$$2^2 \times 3^1 \times 5^1$$

 $2^0 \times 3^0 \times 5^0$
 $2^0 \times 3^1 \times 5^1$
 $2^2 \times 3^1 \times 5^1$
 2

En general:

$$SD_{N} = \left(\frac{a^{\alpha+1}-1}{a-1}\right) \left(\frac{b^{\beta+1}-1}{b-1}\right) \left(\frac{c^{\theta+1}-1}{c-1}\right)$$

Suma de las inversas de los divisores de un número (SID_N)

$$\left(SID_{N} = \frac{SD_{N}}{N}\right)$$

Producto de los divisores de un número (PD_N)



Si los números 2n; 36 y 51 son PESI, calcule la suma de valores que puede tomar n.

RESOLUCIÓN

Del dato tenemos:

2n; 36 y 51 son PESI

Donde:

$$\overline{2n} \neq \overset{\circ}{3}$$

Piden:

suma de valores de n

$$0 + 2 + 3 + 5 + 6 + 8 + 9 = 33$$

∴ La suma de valores de n es 33 2. ¿Cuántos números primos de dos dígitos cumplen que la suma de sus cifras resulte 11?

RESOLUCIÓN

sea ab un número primo



Donde:

números primos de 2 cifras que cumplen que la suma de sus cifras resulte 11

Hay 3 numeros que cumplen



3. Determine la cantidad de divisores de $N=63^2\times28^3$.

RESOLUCIÓN

Descomponiendo en forma canónica

$$N = 63^{2} \cdot 28^{3}$$

$$N = (3^{2} \cdot 7^{1})^{2} (2^{2} \cdot 7^{1})^{3}$$

$$N = 3^{4} \cdot 7^{2} \cdot 2^{6} \cdot 7^{3}$$

$$N = 2^{6} \cdot 3^{4} \cdot 7^{5}$$

Recordemos:

C.D_{totales} =
$$(\alpha + 1)(\beta + 1)(\theta + 1)$$
...

Reemplazando:

C.
$$D_N = (6 + 1)(4 + 1)(5 + 1)$$

C. $D_N = 7$. 5 . 6
C. $D_N = 210$

N tiene 210 divisores



4. Si el número R=51^{b+1}×85^b tiene 500 divisores compuestos. Halle el valor de b.

RESOLUCIÓN

Descomponiendo en forma canónica

$$R = 51^{b+1} \cdot 85^{b}$$

$$R = (3^{1} \cdot 17^{1})^{b+1} (5^{1} \cdot 17^{1})^{b}$$

$$R = 3^{b+1} \cdot 17^{b+1} \cdot 5^{b} \cdot 17^{b}$$

$$R = 3^{b+1} \cdot 5^{b} \cdot 17^{2b+1}$$

Donde:

$$(b + 2)(b + 1)(2b + 2) = 4 + 500$$

$$(b + 2)(b + 1)(2)(b + 1) = 504$$

$$(2)(b+1)^2(b+2) = 504$$

$$(b+1)^2(b+2) = 252=36.7$$

Piden:
$$b = 5$$

∴ El valor de b es 5



5. ¿Cuántos ceros se deben colocar a la derecha del número 75 para que el resultado tenga 92 divisores compuestos?

RESOLUCIÓN

Sea el número: N=7500...000
"n"ceros

Descomponiendo en forma canónica

 $N = 75 \cdot 10^{n}$

$$N = 3.5^{2}. (2^{1}.5^{1})^{n}$$

 $N = 2^{n}.3^{1}.5^{n+2}$

Recordemos:

$$(n + 1)(1 + 1)(n + 3) = 4 + 92$$

 $(2)(n + 1)(n + 3) = 96$
 $(n + 1)(n + 3) = 48 = 6.8$

Piden: n = 5

Se deben colocar 5 ceros



6. En las celebraciones de aniversario del distrito de Lince se le preguntó al alcalde, ¿Cuántos años de fundación tiene el parque Andrés Avelino Cáceres? manifestó que los años de fundado son iguales al menor número que tiene 15 divisores. Determine los años de fundación.

RESOLUCIÓN

Sea la descomposición canónica de N N_{min}= 2^a. 3^b

Donde:

$$C.D_{(N)} = (a + 1)(b + 1) = 15$$

solución 1

2

 $4 N = 2^2 \cdot 3^4 = 324$

solución 2

4

$$2 N = 2^4 \cdot 3^2 = 144$$

menor número

Piden: años de fundado= 144

del menor número

∴ Tiene 144 años de fundado



7. ¿Cuántos divisores múltiplos de 4 pero no de 6 tiene el número 14112?

RESOLUCIÓN

Descomponiendo en forma canónica

$$14112 = 2^{5}.3^{2}.7^{2}$$

Hallando divisores 4

$$2^{2} \times (2^{3}. 3^{2}.$$

$$C.D_{141124}^{\circ} = (3+1)(2+1)(2+1)$$
 $C.D_{141124}^{\circ} = 36$

∴ Su area incrementa en 125%



8. Si: N=15^{k+1}+15^k tiene 320 divisores. Halle el valor de k.

RESOLUCIÓN

Podría comprar 22 camisetas