MATHEMATICAL REASONING

Chapter 12

5th

San Marcos

Series

SACO OLIVEROS

HELICO THEORY

Se denomina "series numéricas" a la adición indicada de los términos de una sucesión numérica.

Número ordinal	1.°	2.°	3.°	4.°	....	n.°
	↓	↓	↓	↓		↓
Sucesión	t_1	t_2	t_3	t_4	....	t_n
Serie	$t_1 +$	$t_2 +$	$t_3 +$	$t_4 +$	....	$+ t_n$

EJEMPLO

SUCESIÓN:

$$2;\ 4;\ 6;\ 8;\ 10;...;Tn$$

SERIE:

$$2 + 4 + 6 + 8 + 10 + ...+Tn$$

TIPOS DE SERIES

DONDE

$\sum_{k=1}^{k=n} t_k$

Sumatoria de los números de la forma Tk desde k=1 hasta k=n.

SUCESIÓN $t_1, t_2, t_3, \cdots, t_n$

+r +r +r

SERIE

$$\boldsymbol{t_n = r.n + t_0}$$

$$\sum_{k=1}^{k=n} t_k = t_1 + t_2 + t_3 + \cdots + t_n$$

+r +r +r

$$\boxed{S = \left(\frac{t_1 + t_n}{2}\right) n}$$

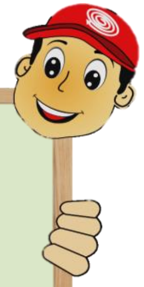
EJEMPLO:

CALCULE S=2+4+6+8+... [40 TÉRMINOS] $\longrightarrow$ $S = \left(\frac{2+80}{2}\right) 40$ =1640

TIPOS DE SERIES

SUCESIÓN $t_1 , t_2 , t_3 , \cdots , t_n$ → $\boldsymbol{t_n = t_1 . q^{n-1}}$

xq xq xq



q : RAZÓN

t_1 : PRIMER TÉRMINO

n : CANT. TÉRMINOS

SERIE GEOMÉTRICA

$$S = t_1 + t_2 + t_3 + \cdots + t_n$$

xq xq xq

$$s = \frac{t_1 x\, q^{n-1}}{n-1}$$

EJEMPLO:

CALCULE S = 3 + 6 + 12 + 24 + ... [40 TÉRMINOS]

$$s = \frac{3.2^{40-1}}{40-1} = \frac{2^{39}}{13}$$

SERIE GEOMÉTRICA INFINITA:

$$S = \underbrace{t_1 + t_2}_{\times q} + \underbrace{t_3}_{\times q} + \cdots$$

xq xq xq

$$\boxed{s = \frac{T_1}{1-q}} \qquad 0 < |q| < 1$$

EJEMPLO:

CALCULE $S = 24 + \left(\frac{1}{2}\right)^1 (24) + \left(\frac{1}{2}\right)^2 (24) + \cdots$

$$s = \frac{24}{1 - \frac{1}{2}} = 48$$

TIPOS DE SERIES

DE LOS PRIMEROS NÚMEROS NATURALES

$$\sum_{k=1}^{k=n}(k) = 1+2+3+\ldots+n = \boxed{\frac{n(n+1)}{2}}$$

EJEMPLO:

CALCULE S=1+2+3+4+... }40 TÉRMINOS

$$S=\frac{40(41+1)}{2} = 840$$

DE LOS PRIMEROS NÚMEROS PARES

$$\sum_{k=1}^{k=n}(2k) = 2+4+6+8+\ldots+(2n) = \boxed{n(n+1)}$$

EJEMPLO:

CALCULE S=2+4+6+8+... }40 TÉRMINOS

$$S= 40(41) =1640$$

TIPOS DE SERIES

DE LOS PRIMEROS NÚMEROS IMPARES

$$\sum_{k=1}^{k=n}(2K-1) = 1+3+5+\ldots+(2n-1) = \boxed{n^2}$$

$$S = 40^2 = 1600$$

DE LOS CUADRADOS DE LOS PRIMEROS NÚMEROSNATURALES

EJEMPLO:

CALCULE $S = 1^2+2^2+3^2+\cdots+10^2$

$$\sum_{k=1}^{k=n}(k^2) = 1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2 = \boxed{\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}}$$

$$S = \frac{10(11)(21)}{6} = 385$$

TIPOS DE SERIES

DE LOS CUBOS DE LOS PRIMEROS NÚMEROS NATURALES

$$\sum_{k=1}^{k=n}(k^3) = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3 = \boxed{\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2}$$

EJEMPLO: CALCULE

$$\sum_{k=1}^{k=10}(k^3) = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + 10^3 = \left[\frac{10(11)}{2}\right]^2 = 3025$$

RESOLUCIÓN DE LA PRÁCTICA

PROBLEMA 1

Halle el valor de:

$$A = 2 + 4 + 6 + 8 + \cdots \ldots + 40$$

RESOLUCIÓN

$$2\,,4\,\,,6\,,8, \ldots \ldots, 40$$

+2 +2 +2

$$t_n = r.n + t_0$$

$$t_n = 2.n + 0$$

$$40 = 2.n \longrightarrow \boxed{20 = n}$$

SABEMOS:

$$\mathbf{A} = \left(\frac{\mathbf{primero} + \mathbf{último}}{\mathbf{2}}\right)\mathbf{n}$$

$$A = \frac{(2+40)}{2}\,20$$

RESPUESTA: 420

PROBLEMA 2

Halle el valor de Z

$$Z = 4 + 7 + 10 + 13 + \cdots \ (40 sumandos).$$

RESOLUCIÓN

$$4 \underbrace{\ ,7\ }_{+3} \underbrace{\ ,10\ }_{+3} \underbrace{\ ,13\ }_{+3} , \ldots$$

$$t_n = r.n + t_0$$
$$t_n = 3.n + 1$$

$$t_{40} = 3(40) + 1$$

$$\boxed{t_{40} = 121}$$

SABEMOS:

$$\mathbf{Z} = \left(\frac{\text{primero+último}}{2}\right)\mathbf{n}$$

$$Z = \frac{(4 + 121)}{2} 40$$

RESPUESTA: 2500

PROBLEMA 3

Halle el valor de B

$$B = 1 + 4 + 9 + 16 + \cdots + 900$$

RESOLUCIÓN

OBSERVAMOS:

$$B = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + 30^2$$

$$B = \frac{30(30+1)(60+1)}{6} = 9455$$

OBSERVACIÓN

SUMA DE CUADRADOS:

$$\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

RESPUESTA: 9455

PROBLEMA 4

Efectúe $\sum_{k=1}^{k=20} 5k-1$

OBSERVACIÓN

DESARROLLO DE SERIE:

K TOMA EL VALOR DE 1 A 20

RESOLUCIÓN

$$\sum_{k=1}^{k=20} 5k-1 = 5(1)-1+5(2)-1+5(3)-1+\ \dots +5(20)-1$$

$$S = 4+9+14+\ \dots +99$$

SABEMOS:

$$S = \left(\frac{\text{primero+último}}{2}\right)n$$

$$S = \frac{(4+99)}{2}20$$

RESPUESTA: 1030

PROBLEMA 5

Halle el valor de S

$$S = \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \frac{1}{5^4} + \cdots$$

$\text{x}\frac{1}{5}$ $\quad$ $\text{x}\frac{1}{5}$ $\quad$ $\text{x}\frac{1}{5}$

OBSERVACIÓN

SERIE GEOMÉTRICA INFINITA:

$$s = \frac{T_1}{1-q}$$

RESOLUCIÓN

OBSERVAMOS: $t_1 = \frac{1}{5}$, $q = \frac{1}{5}$

$$s = \frac{\frac{1}{5}}{1-\frac{1}{5}} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{1}{4}$$

RESPUESTA: $S = \frac{1}{4}$

PROBLEMA 6

$\boldsymbol{El\ responsable\ de\ logistica\ del\ colegio\ Saco\ oliveros, determina\ que\ la\ cantidad\ de\ carpetas\ en\ una\ sede\ está\ dado\ por\ la\ siguiente\ expresión:}$

$$N° \ de\ carpetas = \left[\sum_{k=1}^{10}(2k^3 - 3k^2 + k + 6)\right]$$

Indique la cantidad de carpetas de dicha sede.

RESOLUCIÓN

DESARROLLANDO:

$$S = 2.\sum_{k=1}^{k=10}(k^3) - 3.\sum_{k=1}^{k=10}(k^2) + \sum_{k=1}^{k=10}(k) + 6.\sum_{k=1}^{k=10} 1$$

$$S = 2.\sum_{k=1}^{k=10}(k^3) - 3.\sum_{k=1}^{k=10}(k^2) + \sum_{k=1}^{k=10}(k) + 6.\sum_{k=1}^{k=10}1 \;= 2(3025) - 3(385) + 55 + 6(10)$$

DESARROLLANDO:

$$\sum_{k=1}^{k=10}(k^3) = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + 10^3 = \left[\frac{10(11)}{2}\right]^2 = 3025$$

$$\sum_{k=1}^{k=10}(k^2) = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + 10^2 = \frac{10(11)(21)}{6} = 385$$

$$\sum_{k=1}^{k=10}(k) = 1+2+3+\ldots+10 = \frac{10(11)}{2} = 55$$

$$\sum_{k=1}^{k=10}1 = 10$$

SUMA DE CUBOS:

$$\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$$

SUMA DE CUADRADOS:

$$\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

RESPUESTA: 5010

PROBLEMA 7

La masa de un péndulo recorre 24 cm en su primera oscilación. En cada una de las siguientes oscilaciones disminuye $\frac{3}{8}$ *de la distancia recorrida en la oscilación anterior. Determine el espacio total recorrido por la masa hasta el momento de detenerse.*

OBSERVACIÓN

SERIE GEOMÉTRICA INFINITA:

$$s=\frac{T_1}{1-q}$$

RESOLUCIÓN

$$s=24+\left(\frac{5}{8}\right)^1(24)+\left(\frac{5}{8}\right)^2(24)+\cdots$$

$$s=\frac{24}{1-\frac{5}{8}}=\frac{\frac{24}{1}}{\frac{3}{8}}$$

RESPUESTA: 64

PROBLEMA 8

$$\textit{Efectúe:}\quad 6\sum_{n=1}^{20}(3n^2+1)-3\sum_{n=1}^{20}(6n^2+3)$$

RESOLUCIÓN

$$\cancel{6\sum_{n=1}^{20}(3n^2)}+6\sum_{n=1}^{20}(1)-\cancel{3\sum_{n=1}^{20}(6n^2)}-3\sum_{n=1}^{20}(3)\;=-3\sum_{n=1}^{20}(1)$$

$$= -3\,(20)$$

$$\boxed{\text{RESPUESTA: -60}}$$