



# ÁLGEBRA

## CHAPTER 2

5th

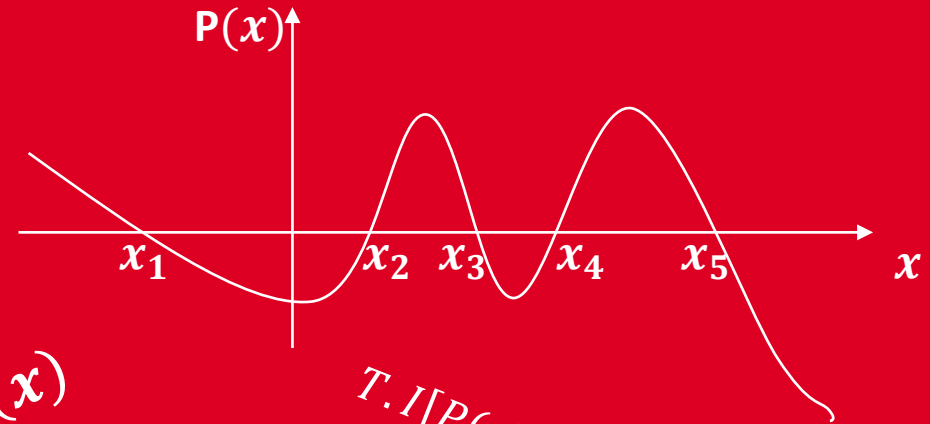
of Secondary

Tema: Polinomios especiales

$$P(x) \equiv a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n$$

$$\sum \text{coeficientes } P(x) = P(1)$$

$$P(x) \equiv 0 \quad \text{G.A}(P)$$



$$\text{G.R}(x)$$

$$T.I[P(x)] = P(0)$$

# MOTIVATING --- STRATEGY

# ¿POR QUÉ ESTUDIAR POLINOMIOS?

Actualmente la importancia del álgebra es muy importante, con aplicaciones en una gran variedad de campos, como por ejemplo el que utiliza el buscador más famoso de Internet, **Google**, para organizar la información de Internet a través de su conocido algoritmo **PageRank**, lo cual exige conocer y utilizar conceptos, mientras que el conocimiento y uso de conceptos teóricos básicos, como la **resolución de polinomios de segundo grado** hasta poder llegar a niveles altos como los **polinomios que usa el algoritmo de PageRank**.

Muchos **programas informáticos** se basan también en el álgebra, utilizando matrices y operaciones entre ellas que facilitan y dan mucha potencia a los cálculos estadísticos necesarios. Así, **Matlab, Rstudio, y otros muchos** manejan matrices para el análisis de datos.

**¡Por lo tanto, recuerda que es muy importante que tengas claros muchos conceptos del álgebra tradicional, ya que te facilitará el pensamiento analítico!**



# HELICO --- THEORY

# POLINOMIOS ESPECIALES

## I. Polinomio Ordenado

Es aquel polinomio cuyos exponentes de la variable que se toma como referencia, guardan un cierto orden, ya sea *ascendente (creciente)* o *descendente (decreciente)*.

### EJEMPLO:

$$\square Q(x) = 4x - 5x^2 + 6x^5 + 3x^{10}$$



**ORDENADO ASCENDENTEMENTE**

$$\square R(x, y) = 5x^2y^5 + 2x^4y^3 + 3x^7y^2$$



**ORDENADO ASCENDENTEMENTE CON RESPECTO A "x"**  
**ORDENADO DESCENDENTEMENTE CON RESPECTO A "y"**

## II. Polinomio Completo

Es aquel polinomio que contiene todos los exponentes de la variable que se toma como referencia (**con coeficientes no nulos**), desde el mayor exponente hasta el exponente cero, sin interesar el orden.

### EJEMPLO:

$$\square Q(x) = 4x - 5x^2 + 7 + 3x^3 \quad \Rightarrow \quad \text{POLINOMIO COMPLETO}$$

### OBSERVACIÓN:

$$\square R(x) = 1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4 \quad \Rightarrow \quad \text{POLINOMIO COMPLETO Y ORDENADO ASCENDENTEMENTE}$$

### III. Polinomio Homogéneo

Es aquel polinomio cuyos términos están constituido por más de una variable que presentan el mismo grado.

#### EJEMPLO:

$$\square P(x, y) = 2x^8y^5 - 7x^4y^9 - 3x^7y^6$$

GRADO  $\Rightarrow$  13 = 13 = 13



**POLINOMIO HOMOGÉNEO**

## IV. Polinomios Idénticos

Son aquellos polinomios cuyos términos semejantes presentan el mismo coeficiente.

### EJEMPLO:

Si  $P(x) = ax^2 + bx + c$  y  $Q(x) = mx^2 + nx + p$  son idénticos ( $P(x) \equiv Q(x)$ ) entonces se cumple que:

$$a = m$$

;

$$b = n$$

;

$$c = p$$

### OBSERVACIÓN:

También se dice que son idénticos si sus valores numéricos resultan iguales, para cualquier valor asignado a sus variables, se denota por:

$$P(x, y) \equiv Q(x, y) \leftrightarrow P(a, b) = Q(a, b), \forall a, b \in \mathbb{R}$$



## V. Polinomio Idénticamente Nulo

Un polinomio es idénticamente nulo, si todos sus coeficientes son iguales a cero .

### EJEMPLO:

Si  $P(x) = ax^2 + bx + c$  es idénticamente nulo (se denota:  $P(x) \equiv 0$ ) entonces se cumple que:

$$a = 0$$

;

$$b = 0$$

;

$$c = 0$$

# HELICO --- PRACTICE

1. Si el polinomio es homogéneo

$$P(x, y) = 3x^{m+1}y^{n+3} + 2^{10}x^a y^b - x^{2m}y^{n+2}$$

Halle el valor de  $m + m^2 + m^3$

RESOLUCIÓN :

COMO ES UN POLINOMIO HOMOGÉNEO

$$P(x, y) = \underbrace{3x^{m+1}y^{n+3}}_{\text{GRADO } m+n+4} + 2^{10}\underbrace{x^a y^b}_{a+b} - \underbrace{x^{2m}y^{n+2}}_{2m+n+2}$$

GRADO  $\boxed{m+n+4}$   $a+b$   $\boxed{2m+n+2}$

$$\Rightarrow m+n+4 = 2m+n+2$$

$$\Rightarrow m = 2$$

$$\Rightarrow m + m^2 + m^3 = 2 + (2)^2 + (2)^3$$

$$\therefore m + m^2 + m^3 = 14$$

2. Sabiendo que el polinomio es completo y ordenado en forma de decreciente

$$P(x) = ax^{a-3} + abcx^{b-2} + (a^2 + b^2)x^{c+3}$$

Calcule la suma de sus coeficientes.

**RESOLUCIÓN :**

COMO ES UN POLINOMIO COMPLETO Y ORDENADO

$$P(x) = ax^{a-3} + abcx^{b-2} + (a^2 + b^2)x^{c+3}$$

**2**
**1**
**0**

DECRECIANTE

$$\Rightarrow \begin{cases} c + 3 = 0 & \Rightarrow c = -3 \\ b - 2 = 1 & \Rightarrow b = 3 \\ a - 3 = 2 & \Rightarrow a = 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sum \text{coeficientes} = a + abc + (a^2 + b^2)$$

$$\Rightarrow \sum \text{coeficientes} = 5 + 5 \cdot 3 \cdot (-3) + (5^2 + 3^2)$$

$$\Rightarrow \sum \text{coeficientes} = 5 - 45 + 34$$

$$\therefore \sum \text{coeficientes} = -6$$





5. Si el polinomio:

$P(x; y) = 2^n x^{m+8} y^n + x^n y^{3m} + 4^m x^{18} y^2$   
es homogéneo. Calcule  $\sqrt[5]{mn}$

**RESOLUCIÓN :**

**COMO ES UN POLINOMIO HOMOGÉNEO**

$$P(x; y) = \underbrace{2^n x^{m+8} y^n}_{\text{GRADO } m+n+8} + \underbrace{x^n y^{3m}}_{\text{GRADO } 3m+n} + \underbrace{4^m x^{18} y^2}_{\text{GRADO } 18+2=20}$$

GRADO  $\Rightarrow m + n + 8 = 3m + n = 20$

✓  $m + n + 8 = 20 \Rightarrow m + n = 12 \dots (I)$

✓  $3m + n = 20 \dots (II)$

De (I) y (II):

$$m + n = 12$$

$$3m + n = 20$$

$$2m = 8 \Rightarrow m = 4$$

$$\Rightarrow n = 8$$

NOS PIDEN CALCULAR:

$$\Rightarrow \sqrt[5]{m n} = \sqrt[5]{8 \cdot 4}$$

$$\therefore \sqrt[5]{m n} = 2$$

6. Dado el polinomio

$$P(x) = 7 + (3n - 2)x^{m-6} + (m + 1)x^{n-4} - (2p + 1)x^{p-2}$$

es completo y ordenado.

Calcule la suma de coeficientes de  $P(x)$

**RESOLUCIÓN :**

COMO ES UN POLINOMIO COMPLETO Y ORDENADO

GRADO 0

$$P(x) = \underline{7} + \underline{(3n - 2)}x^{\overset{1}{m-6}} + \underline{(m + 1)}x^{\overset{2}{n-4}} - \underline{(2p + 1)}x^{\overset{3}{p-2}}$$

ASCENDENTE

$$\begin{cases} m - 6 = 1 \rightarrow m = 7 \\ n - 4 = 2 \rightarrow n = 6 \\ p - 2 = 3 \rightarrow p = 5 \end{cases}$$

NOS PIDEN:

$$\sum \text{coeficientes} = 7 + 3n - 2 + m + 1 - (2p + 1)$$

$$\sum \text{coeficientes} = 5 + m + 3n - 2p$$

$$\sum \text{coeficientes} = 5 + 7 + 3(6) - 2(5)$$

$$\therefore \sum \text{coeficientes} = 20$$



**7.** Si el polinomio es idénticamente nulo:

$$P(x) = (m - 5)x^7 + (n + 3)x^3 - (p - 7)$$

Halle el valor de:  $\frac{m-3n}{p}$

**RESOLUCIÓN :**

COMO ES UN POLINOMIO IDENTICAMENTE NULO

$$P(x) = \underbrace{(m - 5)}_{=0} x^7 + \underbrace{(n + 3)}_{=0} x^3 - \underbrace{(p - 7)}_{=0}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m - 5 = 0 \Rightarrow m = 5 \\ n + 3 = 0 \Rightarrow n = -3 \\ p - 7 = 0 \Rightarrow p = 7 \end{cases}$$

**NOS PIDEN:**

$$\Rightarrow \frac{m - 3n}{p} = \frac{5 - 3(-3)}{7} = 2$$

$$\therefore \frac{m - 3n}{p} = 2$$

8. La edad de Pepe es el resultado del siguiente problema  
Si:

$$a(4x + y) + b(x + 3y) \equiv 11x + 11y$$

$$\text{Efectúe } T = 2a + \frac{5}{3}b$$

¿Qué edad tendrá Pepe dentro de 8 años?

**RESOLUCIÓN :**

$$a(4x + y) + b(x + 3y) \equiv 11x + 11y$$

$$\underline{4ax} + \underline{ay} + \underline{bx} + \underline{3by} \equiv 11x + 11y$$

$$(\underline{4a + b})x + (\underline{a + 3b})y \equiv \underline{11}x + \underline{11}y$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4a + b = 11 \\ a + 3b = 11 \end{cases} \times 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 12a + 3b = 33 \\ a + 3b = 11 \end{cases} \begin{array}{l} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \begin{array}{l} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array}$$

$$11a = 22 \Rightarrow a = 2$$

$$\Rightarrow b = 3$$

$$\Rightarrow T = 2a + \frac{5}{3}b = 2(2) + \frac{5}{3}(3)$$

$$\Rightarrow T = 9 \quad \text{EDAD ACTUAL DE PEPE}$$

**$\therefore$  Dentro de 8 años la edad de Pepe será 17 años**