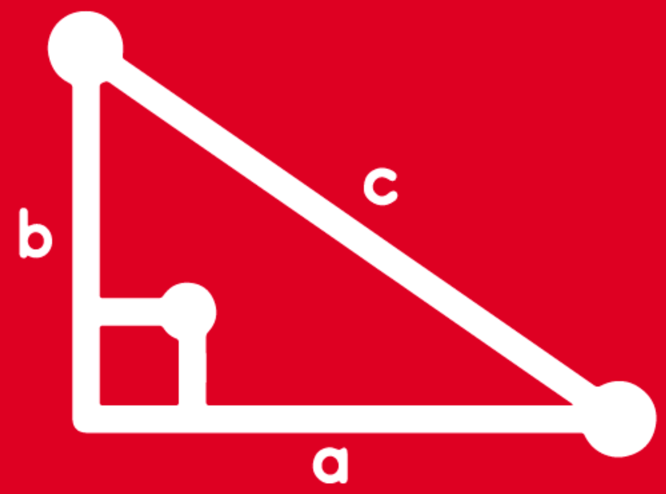
TRIGONOMETRY

Chapter 14
Session 01



4th
SECONDARY

Circunferencia Trigonométrica I

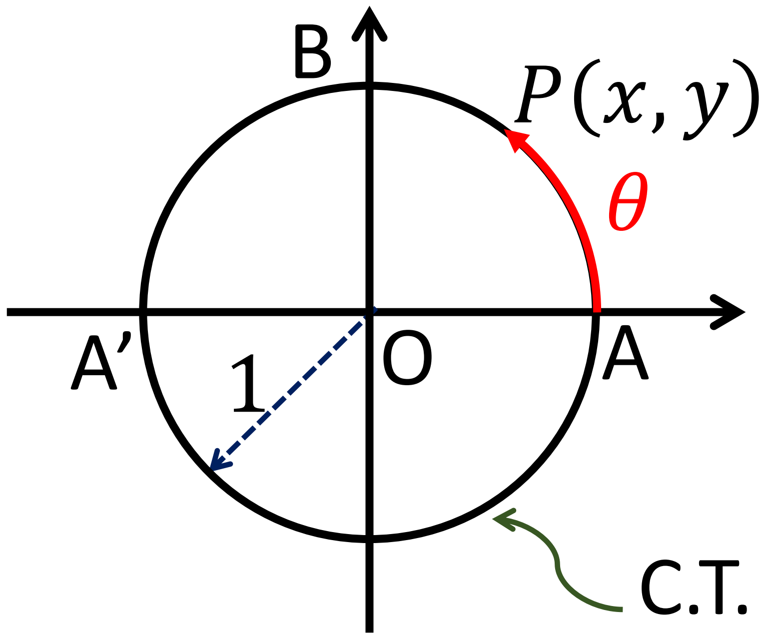
SACO OLIVEROS

Bartolomé Pitiscus

Matemático alemán. El término trigonometría aparece por primera vez como título de su obra *Trigonometría*, publicada en Heidelberg en 1595. Esta consiste en cinco libros de trigonometría plana y esférica. Pitiscus algunas veces acreditado como el inventor del punto decimal, el símbolo que separa enteros de fracciones decimales que aparece en sus tablas trigonométricas y fue subsecuentemente aceptado por John Napier en sus trabajos logarítmicos.

Circunferencia trigonométrica

Es aquella circunferencia que se encuentra ubicada en el plano cartesiano, siendo su centro el origen de coordenadas y su radio igual a la unidad.



Ecuación de la circunferencia

$$x^2 + y^2 = 1$$

Donde:

$O(0; 0)$: origen de coordenadas.

$A(1; 0)$: origen de arcos.

$B(0; 1)$: origen de complementos.

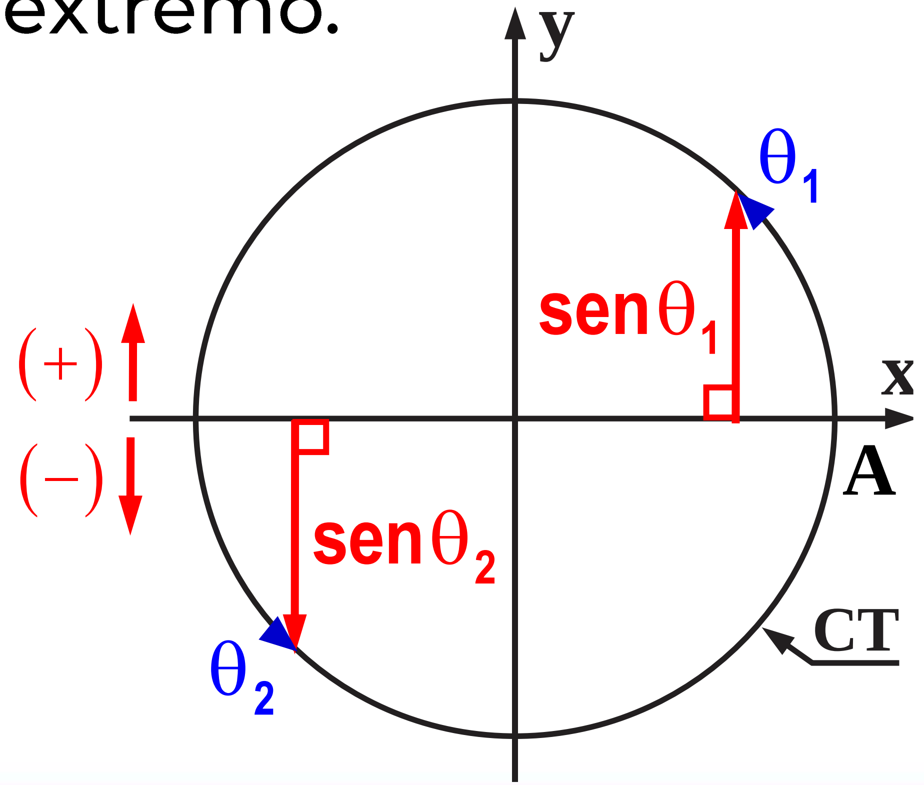
$A'(-1; 0)$: origen de suplementos.

θ: arco en posición normal.

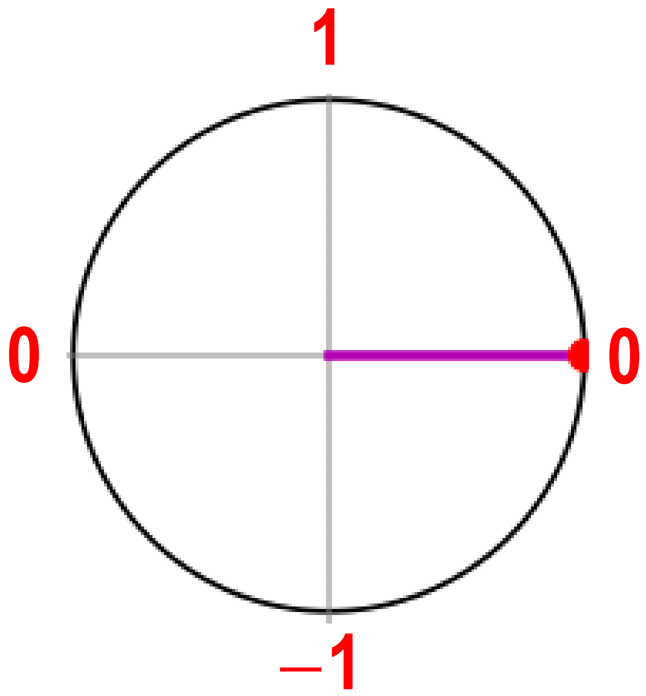
P: extremo del arco θ

Circunferencia trigonométrica

1. El seno de un arco es la ordenada de su extremo.



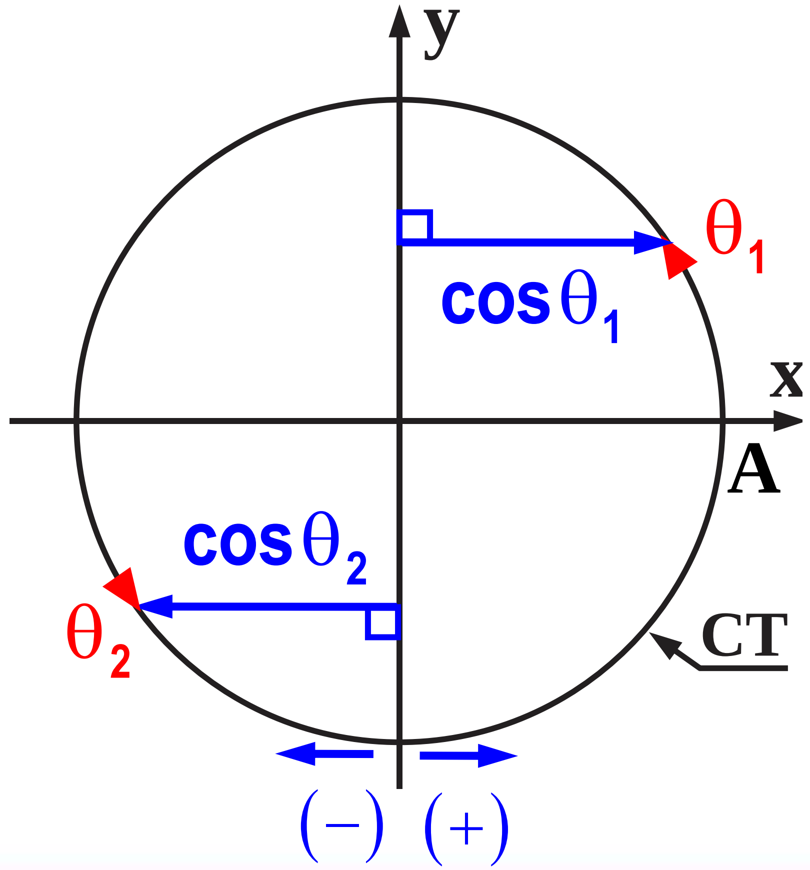
Se muestra la variación del seno en cada cuadrante.



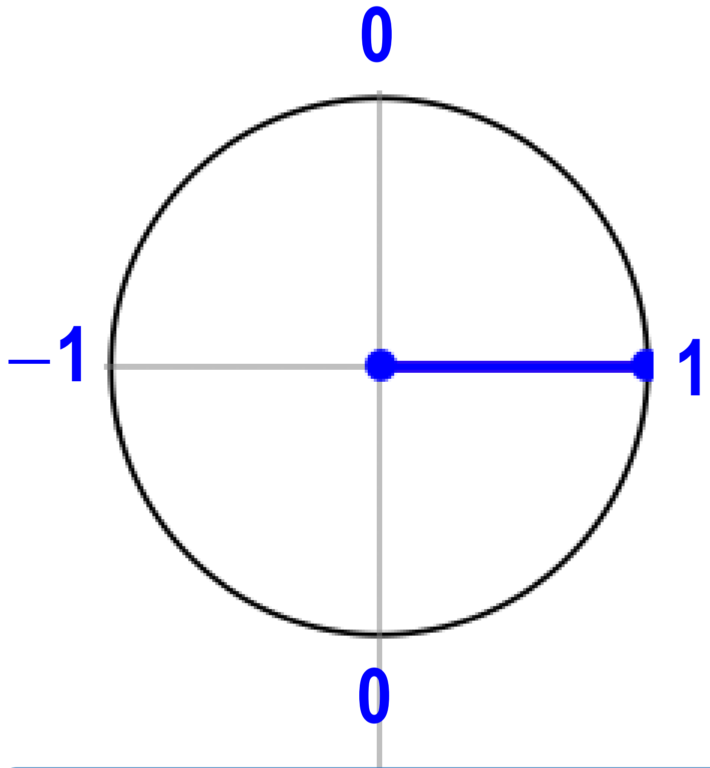
En general: $\boxed{\forall\theta \in R \Rightarrow -1 \leq \operatorname{sen}\theta \leq 1}$

Circunferencia trigonométrica

2. El coseno de un arco es la abscisa de su extremo.

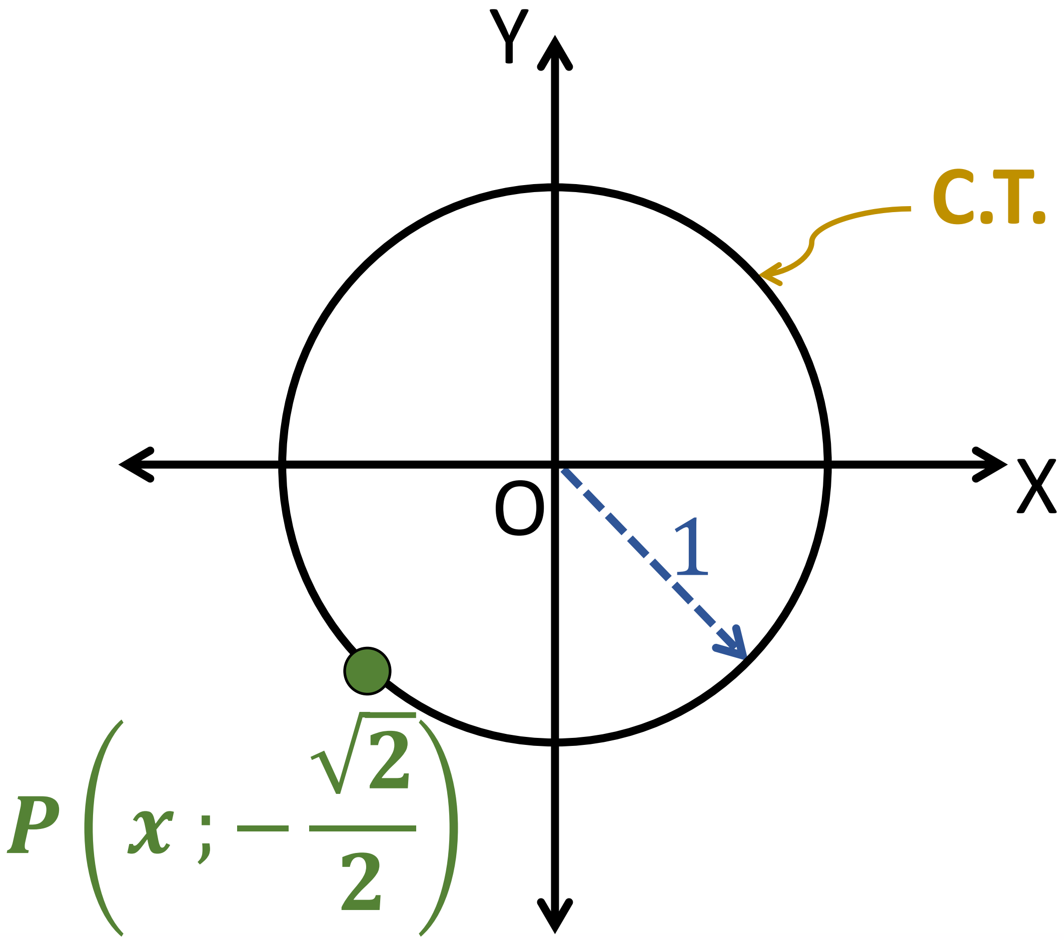


Se muestra la variación del coseno en cada cuadrante.



En general: $\boxed{\forall\theta \in R \Rightarrow -1 \leq \cos\theta \leq 1}$

1. Del gráfico, determine el valor de x.



RESOLUCIÓN:

Se cumple que: $x^2+y^2=1$

Entonces:

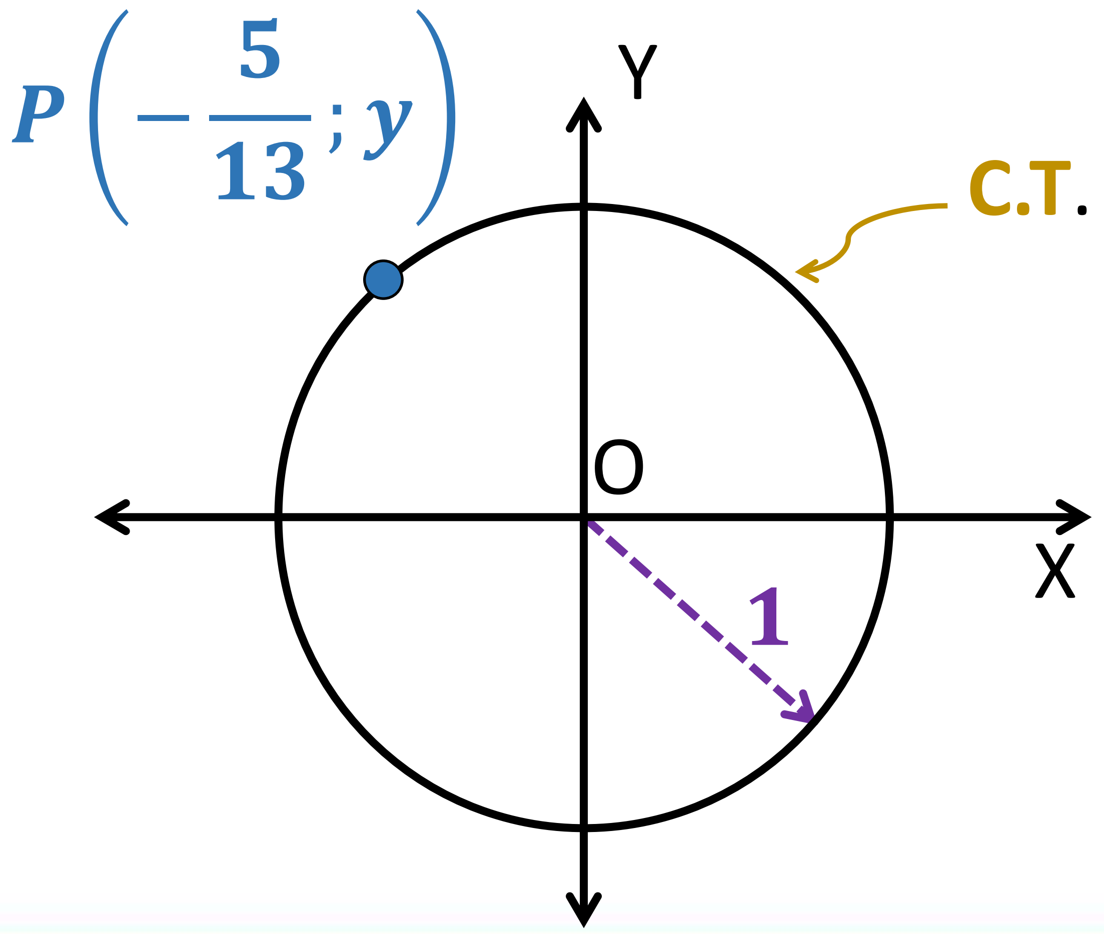
$$x^2+\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2=1$$

$$x^2+\frac{2}{4}=1$$

$$x^2=\frac{2}{4} \Rightarrow x=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Como $x \in IIIC$: $\boxed{\therefore\ x=-\frac{\sqrt{2}}{2}}$

2. Del gráfico, determine el valor de y.



RESOLUCIÓN:

Se cumple que: $\boldsymbol{x^2+y^2=1}$

Entonces:

$$\left(-\frac{5}{13}\right)^2+y^2=1$$

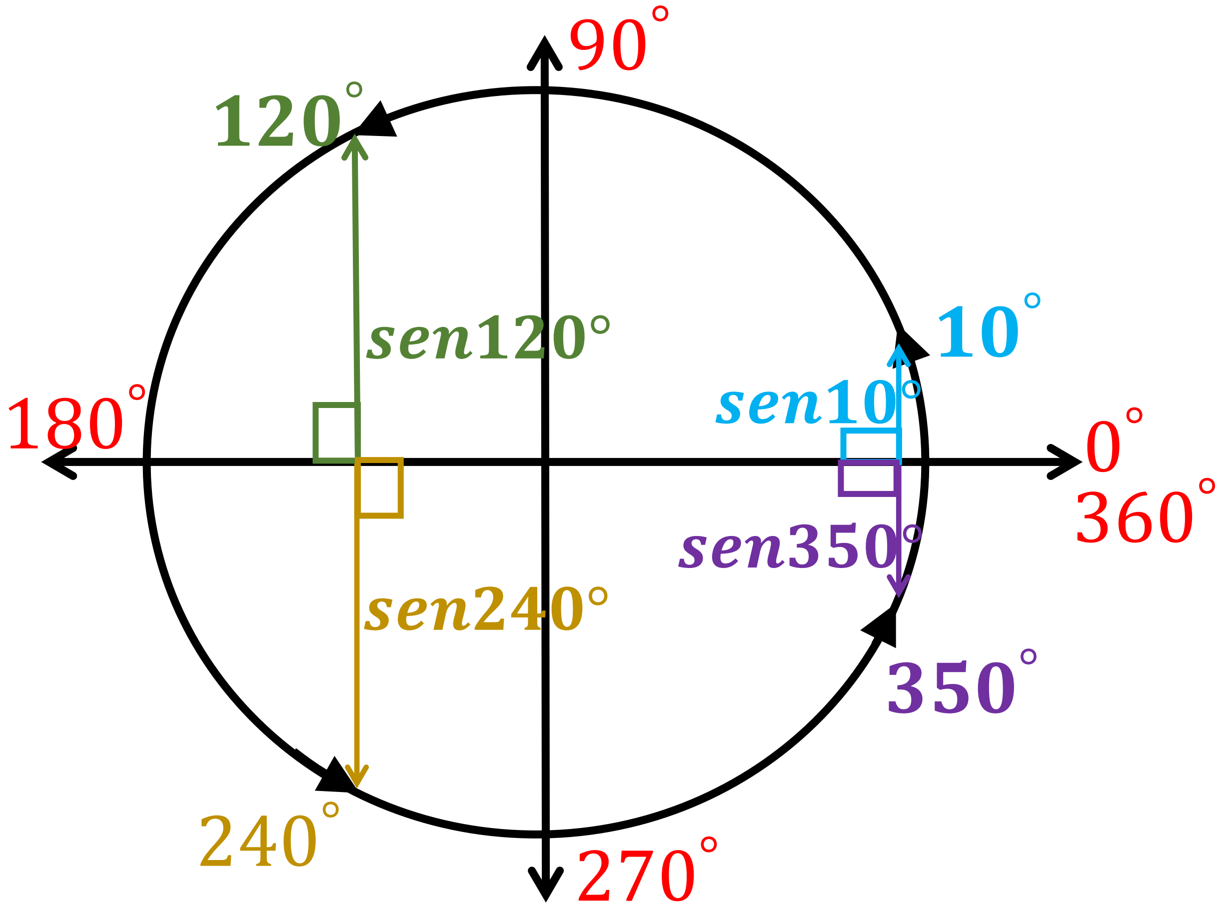
$$\frac{25}{169}+y^2=1$$

$$y^2=\frac{144}{169} \Rightarrow y=\pm\frac{12}{13}$$

$Como\ y\in IIC$: $\boldsymbol{\therefore y=\frac{12}{13}}$

3. En una CT ordene en forma creciente: $sen10°,\ sen120°,\ sen240°,\ sen350°.$

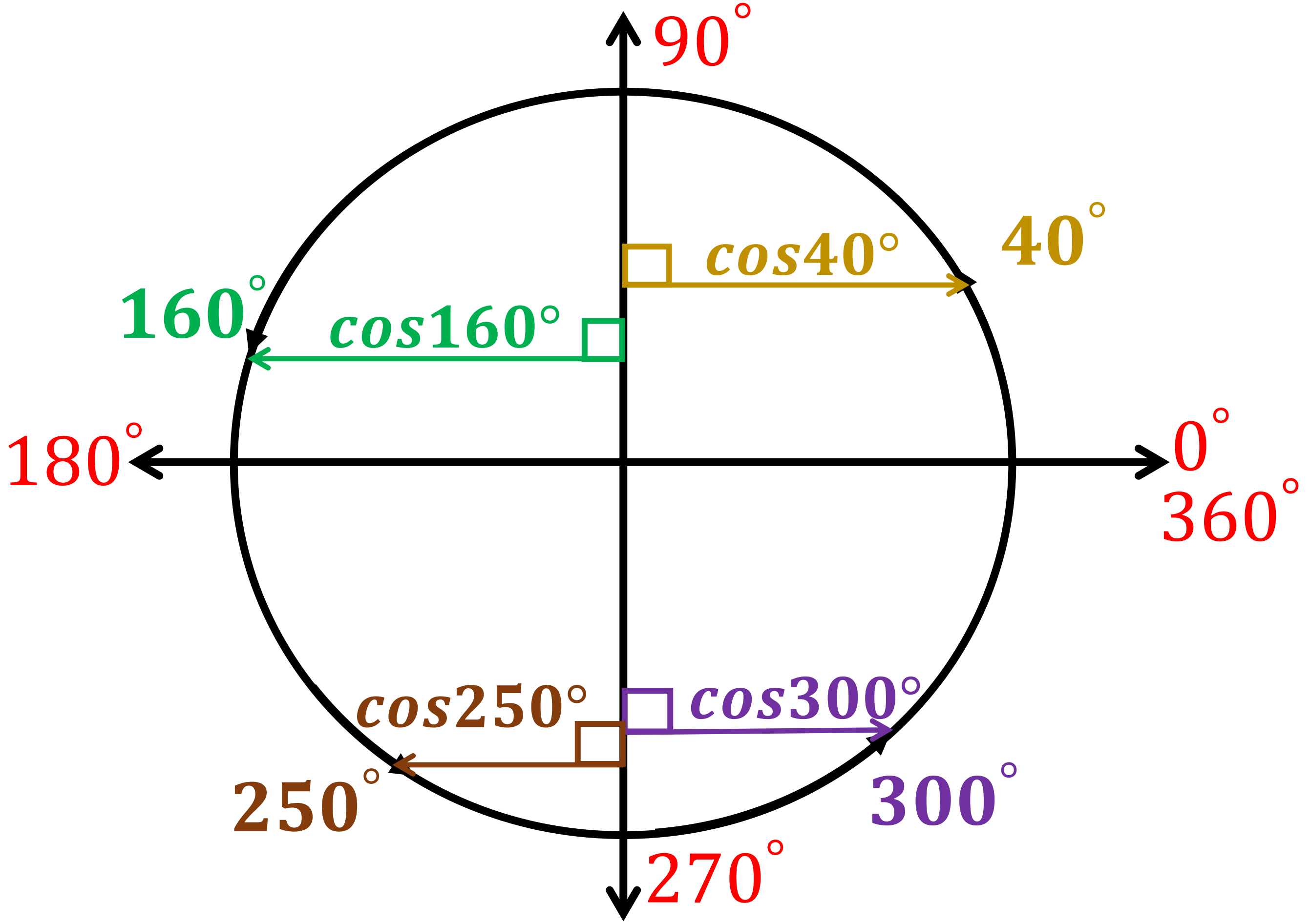
RESOLUCIÓN:



Ordenando en forma creciente: $sen240° < sen350° < sen10° < sen120°$

4. En una CT ordene en forma decreciente: $cos40°, cos250°, cos160°, cos300°.$

RESOLUCIÓN:



Ordenando en forma decreciente: $cos40° > cos300° > cos250° > cos160°$

SACO OLIVEROS

5. Determine el intervalo de variación de b, si:

$$sen\theta = \frac{2b+3}{9};\ \theta \epsilon \mathbb{R}$$

RESOLUCIÓN:

$$\boldsymbol{\theta \in \mathbb{R}: -1 \leq sen\theta \leq 1}$$

$$-1 \leq \frac{2b+3}{9} \leq 1 \qquad \times 9$$

$$-9 \leq 2b+3 \leq 9 \qquad -3$$

$$-12 \leq 2b \leq 6 \qquad \div 2$$

$$-6 \leq b \leq 3$$

$$\boldsymbol{\therefore b \in [-6; 3]}$$

6. Determine el mayor valor entero de m, si:

$$cos\phi = \frac{m-3}{4}; \ \phi \in \mathbb{R}$$

RESOLUCIÓN:

$\emptyset \in \mathbb{R}$: $\mathbf{-1 \leq cos\emptyset \leq 1}$

$$-1 \leq \frac{m-3}{4} \leq 1 \quad \mathbf{x\ (4)}$$

$$-4 \leq m-3 \leq 4 \quad \mathbf{+\ (3)}$$

$$-1 \leq m \leq 7$$

$\therefore$ ***El mayor valor entero de m es 7***

7. Si $\theta \in$ IVC, determine el intervalo de variación de n si

$$sen\theta = \frac{4n-7}{8}$$

RESOLUCIÓN:

$$\theta \in IVC: -1 < sen\theta < 0$$

$$-1 < \frac{4n-7}{8} < 0 \qquad \times (8)$$

$$-8 < 4n - 7 < 0 \qquad + (7)$$

$$-1 < 4n < 7 \qquad \div (4)$$

$$-\frac{1}{4} < n < \frac{7}{4}$$

$$\therefore n \in \left\langle -\frac{1}{4}, \frac{7}{4} \right\rangle$$

8. Lucía, quien ha trabajado sin descanso se toma unos días libres. La cantidad de días es igual al número de valores enteros que hay en el intervalo de la variación de a, si $\theta \in IIC$ y $sen\theta = \frac{2a-8}{6}$ ¿Cuántos días descansará Lucía?

RESOLUCIÓN:

$\theta \in IIC: 0 < sen\theta < 1$

$$\Rightarrow 0 < \frac{2a-8}{6} < 1 \qquad \times(6)$$

$$0 < 2a - 8 < 6 \qquad +(8)$$

$$8 < 2a < 14 \qquad \div(2)$$

$$4 < a < 7$$

5 6

$\therefore$ **Lucía descansará dos días.**

SACO OLIVEROS