ALGEBRA

Chapter 15

5th
SECONDARY

SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES Y NO LINEALES

SACO OLIVEROS

Si compro 2 pantalones y 3 camisas me cuestan S/160, pero si compro un pantalón y una camisa me cuesta S/70.
¿Cuánto es el costo del pantalón?

Rpta.: S/.50

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

I) FORMA GENERAL

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

Donde:

x, y: Son las variables a calcular

$a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$: Son constantes

II) MÉTODOS DE SOLUCIÓN PARA UN SISTEMA

A) MÉTODO DE REDUCCIÓN

Trata de eliminar una de sus variables para calcular la otra variable.

Ejemplo:

Resuelva el sistema

$$\begin{cases} 5x + y = 19 & \ldots (I) \\ 3x - y = 5 & \ldots (II) \end{cases}$$

Resolución:

Sumando (I) y (II)

$8x = 24$

$x = 3$

Reemplazando "x" en (I)

$5(3) + 2y = 19$

$y = 2$

$CS = \{(3; 2)\}$

B) MÉTODO DE SUSTITUCIÓN

La idea es despejar una de las incógnitas y reemplazarla en la otra.

Ejemplo: *Resuelva el sistema*

$$\begin{cases} x + 2y = 5 \quad \ldots (\mathrm{I}) \\ 2x + 3y = 7 \ldots (\mathrm{II}) \end{cases}$$

Resolución:

De (I) despejamos "x"

$\Rightarrow \quad x = 5 - 2y \qquad \ldots (\alpha)$

Reemplazamos "x" en (II) :

$$2(5 - 2y) + 3y = 7$$

$\Rightarrow \quad 10 - 4y + 3y = 7$

$\Rightarrow \quad 3 - y = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{y = 3}$

Reemplazamos "y" en (α) :

$\Rightarrow \quad x = 5 - 2(3) \quad \Rightarrow \quad \boxed{x = -1}$

CS= {(-1; 3)}

III) CLASIFICACIÓN DE LOS SISTEMAS LINEALES

Sea el siguiente sistema :

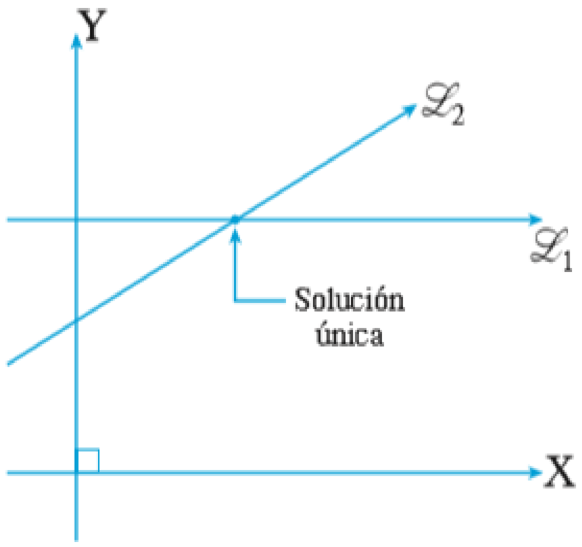
$$L_1: \ a_1x + b_1y = c_1$$
$$L_2: \ a_2x + b_2y = c_2$$

L_1 , L_2: son ecuaciones de las rectas

Éste sistema será:

1) COMPATIBLE DETERMINADA (Solución única)

Si cumple: $\boxed{\dfrac{a_1}{a_2} \neq \dfrac{b_1}{b_2}}$



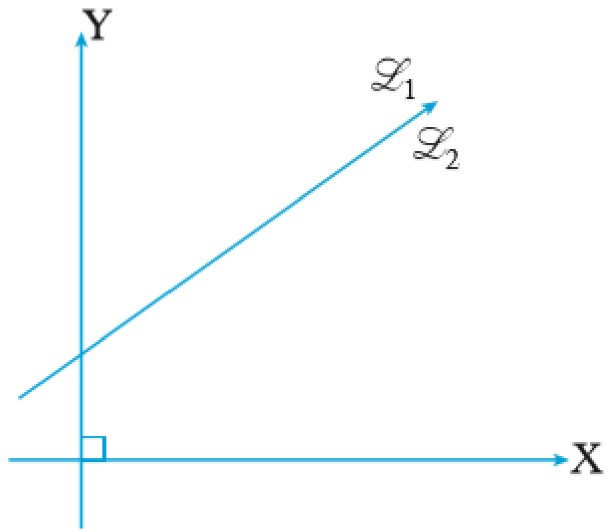
NOTA: *Se dice en este caso que las rectas L_1 , L_2 se **intersectan** en **un solo** punto.*

2) COMPATIBLE INDETERMINADA (Infinitas soluciones)

Si cumple:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

Se dice que las rectas L_1 , L_2 están **superpuestas**, debido a esto hay infinitos cortes.

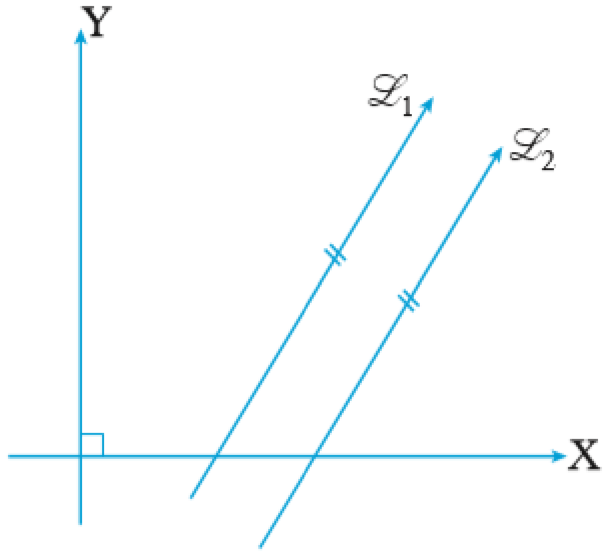


3) INCOMPATIBLE (No existe solución)

Si cumple:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$

Se dice que las rectas L_1 , L_2 son **paralelas**, por lo tanto no hay solución.



SISTEMAS DE ECUACIONES NO LINEALES

EJEMPLO: Resuelva

$$\begin{cases} x + 2y + \sqrt{2xy} = 20 \\ x^2 + 4y^2 + 2xy = 160 \end{cases}$$

Calcule: $\dfrac{\sqrt{2xy}}{x+2y}$

Resolución:

Sea: x+2y=a $\sqrt{2xy}$ =b

$$\begin{cases} a + b = 20 \\ a^2 - b^2 = 160 \end{cases}$$

(a + b)(a-b)= 160

a − b= 8

a + b= 20

a= 14 b= 6

$$\boxed{\dfrac{\sqrt{2xy}}{x+2y} = \dfrac{3}{7}}$$

Problema 1

Resuelva el sistema:

$$\begin{cases} 3x - 2y = 8 & (\alpha) \\ 4x - 5y = 13 & (\beta) \end{cases}$$

Resolución:

Eliminando "x":

$$\begin{array}{lrl} \times 4\alpha: & \cancel{12x} - 8y & = 32 \\ \times 3\beta: & \cancel{12x} - 15y & = 39 \\ \hline & 7y & = -7 \end{array} \quad (-)$$

$$\boxed{y = -1}$$

Reemplazando en "α":

$$3x - 2(-1) = 8$$

$$3x = 6 \quad \boxed{x = 2}$$

$$\boxed{CS = \{(2\,;\,-1)\}}$$

Problema 2

Resuelva:

$$\begin{cases} 3x - \dfrac{y-3}{5} = 6 & (\alpha) \\ 3y - \dfrac{x-2}{7} = 9 & (\beta) \end{cases}$$

Resolución:

x(5α): $15x - y + 3 = 30$

$$\boxed{15x - y = 27}$$

x(7β): $21y - x + 2 = 63$

$$\boxed{-x + 21y = 61}$$

$$\begin{cases} 15x - y = 27 \\ -x + 21y = 61 \end{cases}$$

x 21

Eliminando "y":

$$\begin{array}{r} 315x - \cancel{21y} = 567 \\ -x + \cancel{21y} = 61 \\ \hline 314x = 628 \end{array} \quad (+)$$

$$\boxed{x = 2}$$

En "β": $3y = 9$ $\boxed{y = 3}$

CS= { (2 ; 3)}

Problema 3

Halle el valor de x e y :

$$\begin{cases} \dfrac{3}{x-1}+\dfrac{4}{y-3}=1,3 & (\alpha) \\ \dfrac{4}{x-1}-\dfrac{5}{y-3}=\dfrac{-1}{3} & (\beta) \end{cases}$$

Resolución:

$$\text{x}5\alpha:\quad \frac{15}{x-1}+\cancel{\frac{20}{y-3}}=6,5$$

$$\text{x}4\beta:\quad \frac{16}{x-1}-\cancel{\frac{20}{y-3}}=\frac{-4}{3} \qquad (+)$$

$$\frac{\cancel{31}}{x-1}=\frac{\cancel{31}}{6} \Rightarrow \boxed{x=7}$$

En " α ":

$$\frac{3}{6}+\frac{4}{y-3}=\frac{13}{10}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{y-3}=\frac{13}{10}-\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{y-3}=\frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow \boxed{y=8}$$

Problema 4

Al resolver :

$$\begin{cases} 5\sqrt{x} - 3\sqrt{y} = 3 & \ldots(\alpha) \\ 25x - 9y = 81 & \ldots(\beta) \end{cases}$$

Halle x+y

Resolución:

$$\underbrace{25x - 9y} = (5\sqrt{x} + 3\sqrt{y})\underbrace{(5\sqrt{x} - 3\sqrt{y})}$$

$$81 = (5\sqrt{x} + 3\sqrt{y})\ (3)$$

$$27 = (5\sqrt{x} + 3\sqrt{y}) \qquad \ldots(\theta)$$

$De\ (\ \alpha\ )\ y\ (\theta)$:

$$\begin{cases} 5\sqrt{x} - \cancel{3\sqrt{y}} = 3 \\ 5\sqrt{x} + \cancel{3\sqrt{y}} = 27 \end{cases} \quad (+)$$

$$10\sqrt{x} = 30$$

$$\sqrt{x} = 3$$

$$x = 9$$

En "α":

$$15 - 3\sqrt{y} = 3$$

$$\sqrt{y} = 4$$

$$y = 16$$

$$\boxed{x + y = 25}$$

Problema 5

Siendo m y n las edades de Juan y José en años.

Si : $\begin{cases}(m-5)x+(n-2)y=10\\ 4x \quad + \quad 3y \quad = 5\end{cases}$

presenta infinitas soluciones, calcule la suma de las edades de Juan y José dentro de 15años.

Resolución: Se cumple

$$\frac{m-5}{4}=\frac{n-2}{3}=\frac{10}{5}$$

$$m = 13$$
$$n = 8$$

	Actualmente	Dentro de 15
Juan	13 *años*	28*años*
Pedro	8 *años*	23 *años*

$Suma = \boxed{51 \text{ años}}$

Problema 6

Halle el valor de a para que el sistema:

$$\begin{cases} (a+2)x + 2ay = 4 \\ 6x \quad + (a+3)y = 8 \end{cases}$$

sea inconsistente

Resolución:

Se cumple

$$\frac{a+2}{6} = \frac{2a}{a+3} \neq \frac{4}{8}$$

$$a^2 + 5a + 6 = 12a$$

$$a^2 - 7a + 6 = 0$$

$$(a-6)(a-1) = 0$$

$$a = 6 \quad v \quad a = 1$$

$$\frac{2a}{a+3} \neq \frac{1}{2}$$

$$4a \neq a + 3$$

$$a \neq 1$$

Entonces: $\boxed{a = 6}$

Problema 7

Dado el sistema: $\begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 32 \\ xy(x+1)(y+1) = 240 \end{cases}$

Halle la suma de los valores de x e y, negativos

Resolución:

$x^2 + x = a$

$y^2 + y = b$

$\begin{cases} x^2 + x + y^2 + y = a + b = 32 \\ (x^2+x)(y^2+y) = ab = 240 \end{cases}$

$\begin{cases} a = 20 \\ b = 12 \end{cases}$

$x^2 + x - 20 = 0$

$(x+5)(x-4) = 0$

$x < 0, \quad x = -5$

$y^2 + y - 12 = 0$

$(y+4)(y-3) = 0$

$y < 0, \quad y = -4$

a	b	x	y
20	12	-5	-4
12	20	-4	-5

$\sum valores\ x, y$ $\boxed{-18}$

Problema 8

En el sistema: $\begin{cases} 4\sqrt{x} + 3\sqrt{y} = 39 \\ 16x - 24\sqrt{xy} + 9y = 81 \end{cases}$

Si x > y Calcule el valor de x + y

Resolución:

$$(4\sqrt{x} - 3\sqrt{y})^2 = 81$$

$$\begin{array}{l} 4\sqrt{x} + \cancel{3\sqrt{y}} = 39 \quad \ldots(\alpha) \\ 4\sqrt{x} - \cancel{3\sqrt{y}} = 9 \quad \ldots(\beta) \end{array} \quad +$$

$$8\sqrt{x} = 48$$

$$\sqrt{x} = 6$$

$$x = 36$$

En (α)

$$3\sqrt{y} = 15$$

$$\sqrt{y} = 5$$

$$y = 25$$

$$x = 36$$

$$y = 25$$

$$x + y = 61$$