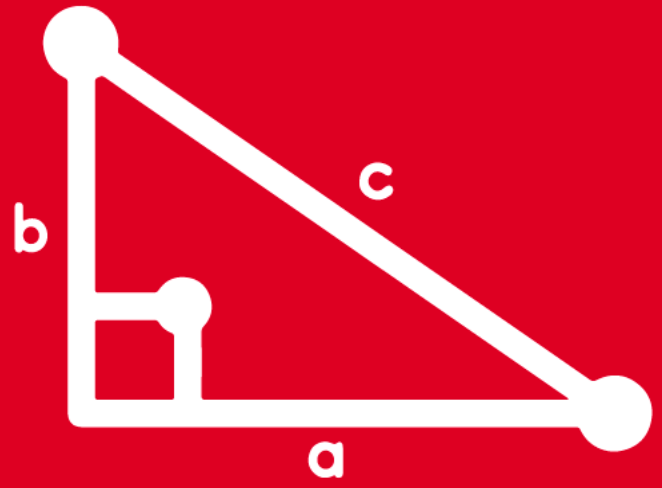
TRIGONOMETRY

Chapter 04

Sesión 1



4th
SECONDARY

Razones trigonométricas de un ángulo agudo

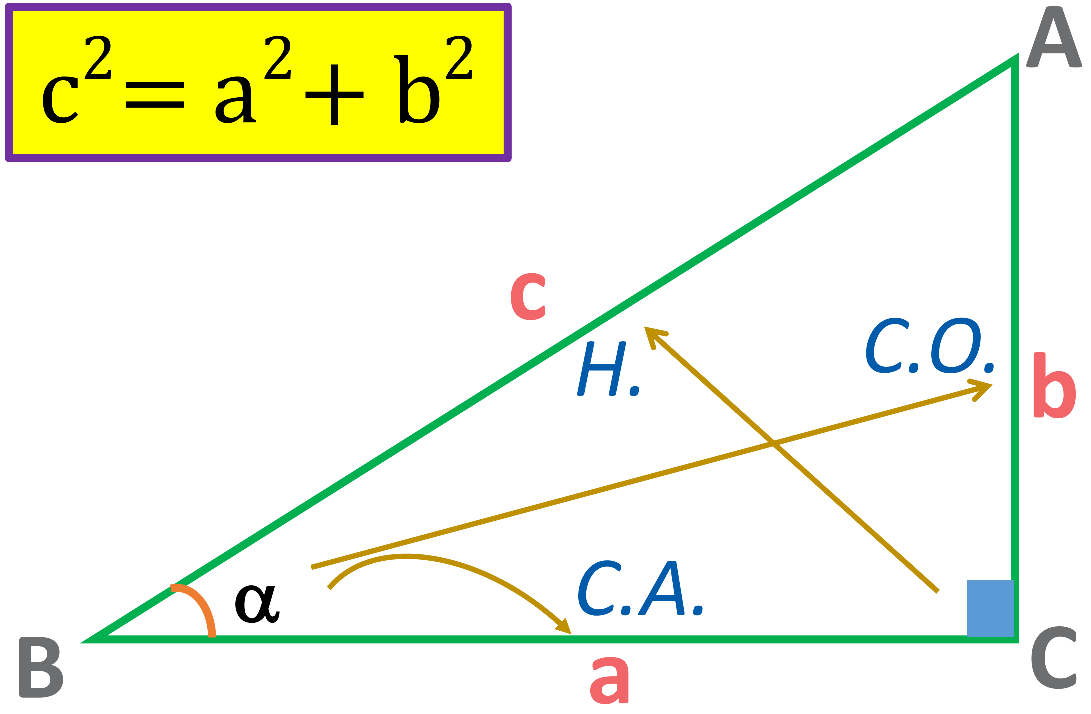
SACO OLIVEROS

INTRODUCCIÓN A LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

Razones Trigonométricas

Es el cociente entre las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo.

$$\boxed{c^2 = a^2 + b^2}$$



$$\text{sen}\alpha = \frac{\text{cateto opuesto al} \measuredangle \alpha}{\text{hipotenusa}} = \frac{\text{C.O.}}{\text{H.}}$$

$$\cos\alpha = \frac{\text{cateto adyacente al} \measuredangle \alpha}{} = \frac{\text{C.A.}}{}$$

$$\tan\alpha = \frac{\text{cateto opuesto al} \measuredangle \alpha}{} = \frac{\text{C.O.}}{}$$

$$\cot\alpha = \frac{\text{cateto adyacente al} \measuredangle \alpha}{} = \frac{\text{C.A.}}{}$$

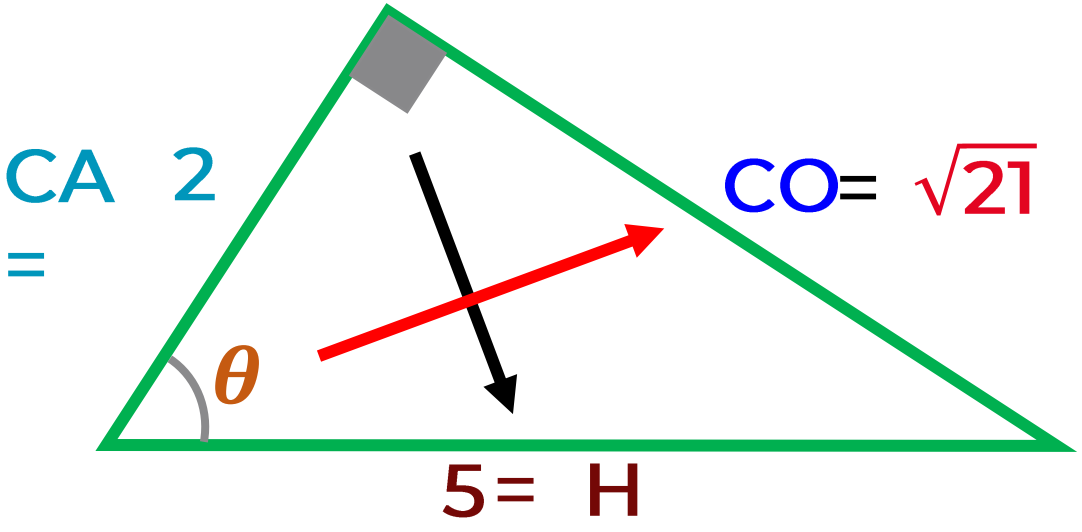
$$\sec\alpha = \frac{\text{cateto opuesto al} \measuredangle \alpha}{\text{hipotenusa}} = \frac{\text{C.O.}}{\text{H.}}$$

$$\csc\alpha = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto al} \measuredangle \alpha} = \frac{\text{H.}}{\text{C.O.}}$$

PROBLEMA 1

Del gráfico, efectué:

$$E = \sqrt{21}\,(\csc\theta + \cot\theta)$$



Resolución:

Por el Teorema de Pitágoras:

$$(CO)^2 + (2)^2 = (5)^2$$

$$(CO)^2 + 4 = 25$$

$$(CO)^2 = 21 \Rightarrow \boxed{CO = \sqrt{21}}$$

Piden:

$$E = \sqrt{21}\,(\csc\theta + \cot\theta)$$

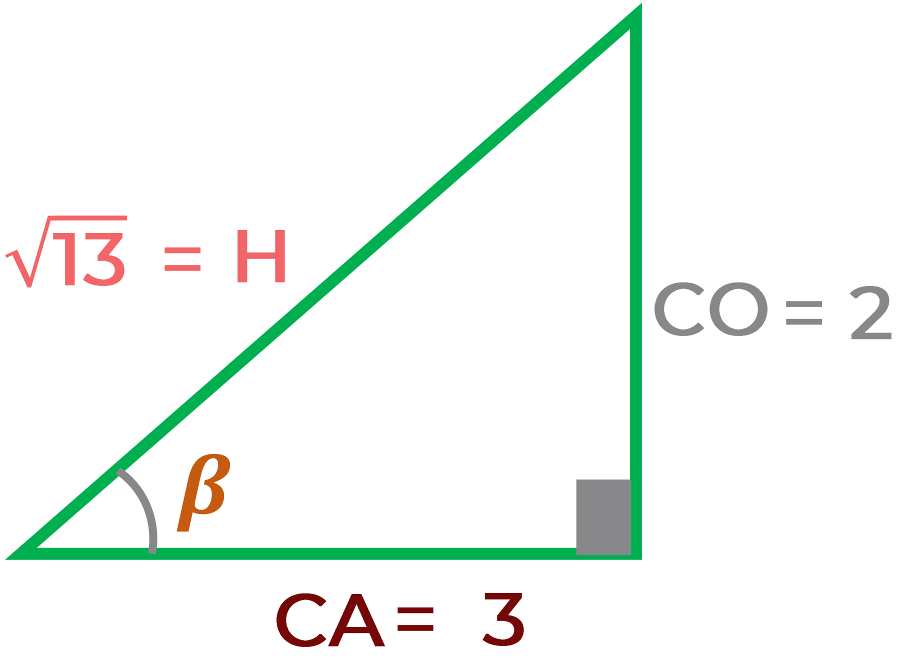
$$E = \cancel{\sqrt{21}}\left(\frac{5}{\cancel{\sqrt{21}}} + \frac{2}{\cancel{\sqrt{21}}}\right)$$

$$\boxed{E = 7}$$

PROBLEMA 2

Si $3\tan\beta - 2 = 0$, donde "β" es un ángulo agudo, efectúe:

$$P = 13(\cos\beta)^2$$



Resolución

Del dato:

$$3\tan\beta - 2 = 0 \Rightarrow \tan\beta = \frac{2}{3} = \frac{CO}{CA}$$

Por el Teorema de Pitágoras:

$$(H)^2 = (3)^2 + (2)^2$$

$$(H)^2 = 13 \Rightarrow H = \sqrt{13}$$

Piden:

$$P = 13(\cos\beta)^2$$

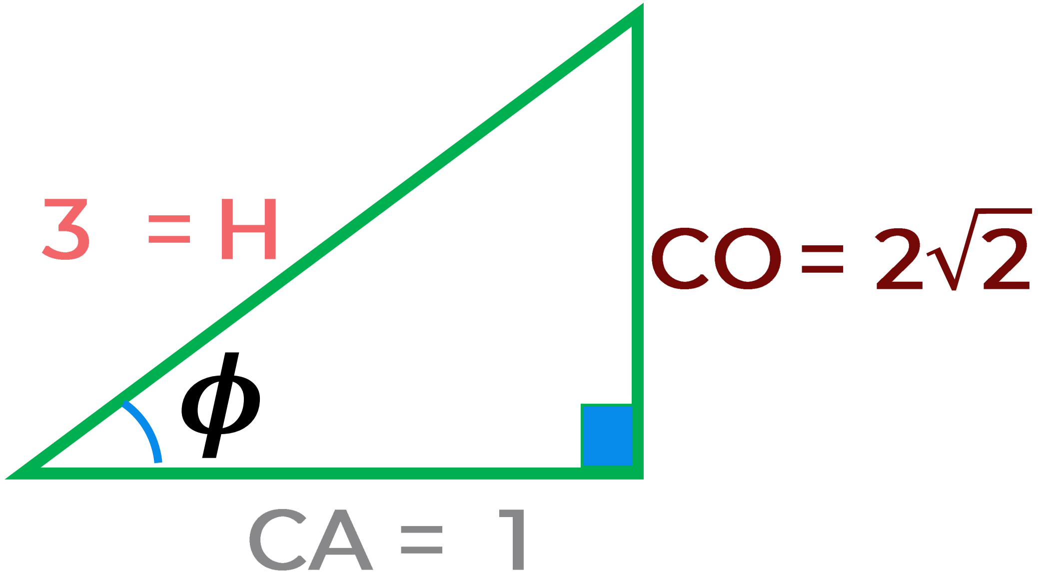
$$P = 13\left(\frac{3}{\sqrt{13}}\right)^2 \Rightarrow P = \cancel{13}\left(\frac{9}{\cancel{13}}\right)$$

$$\boxed{P = 9}$$

PROBLEMA 3

Si $\sec\phi - 3 = 0$, donde "ϕ" es un ángulo agudo, efectúe:

$$Q = \sqrt{2}\cot\phi + \cos\phi$$



Resolución

Del dato:

$$\sec\phi - 3 = 0 \Rightarrow \sec\phi = \frac{3}{1} = \frac{H}{CA}$$

Teorema de Pitágoras:

$$(CO)^2 + (1)^2 = (3)^2$$

$$(CO)^2 = 8 \Rightarrow CO = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

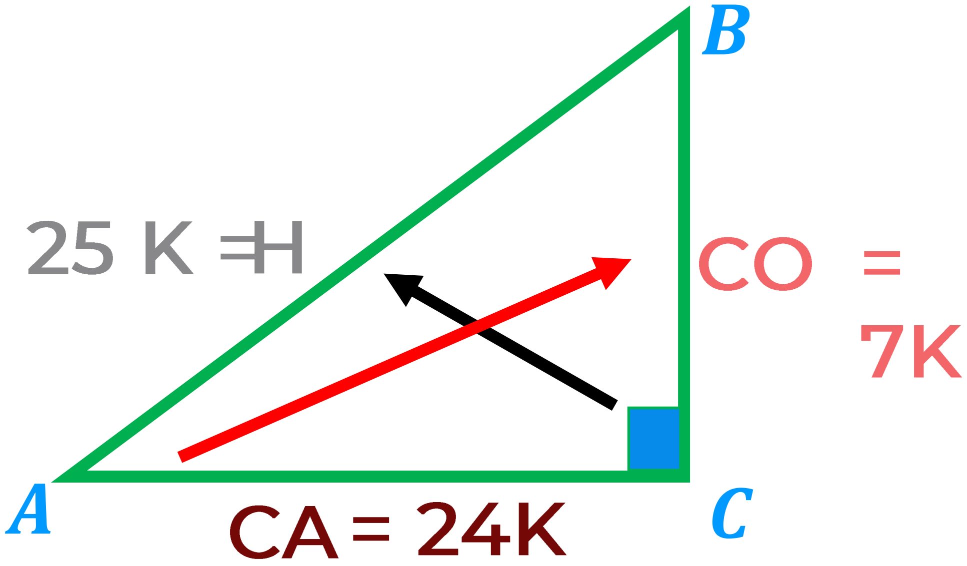
Piden: $Q = \sqrt{2}\cot\phi + \cos\phi$

$$\Rightarrow Q = \sqrt{2}\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right) + \frac{1}{3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$$

$$\boxed{Q = \frac{5}{6}}$$

PROBLEMA 4

En un triángulo rectángulo ABC ($\measuredangle C=90°$), se sabe que senA = $\frac{7}{25}$ y la longitud de la hipotenusa es 75m. Calcule el perímetro del triángulo ABC.



Resolución

Del dato: $\text{sen}A = \frac{7K}{25K} = \frac{CO}{H}$

Teorema de Pitágoras:

$(CA)^2 + (7K)^2 = (25K)^2$

$(CA)^2 + 49K^2 = 625K^2$

$(CA)^2 = 576K^2 \Rightarrow CA = 24K$

Además: $25K = 75m \Rightarrow K = 3m$

Piden: $2p = 25K + 7K + 24K$

$\Rightarrow 2p = 56K = 56(3m)$

$\boxed{2p = 168\ m}$

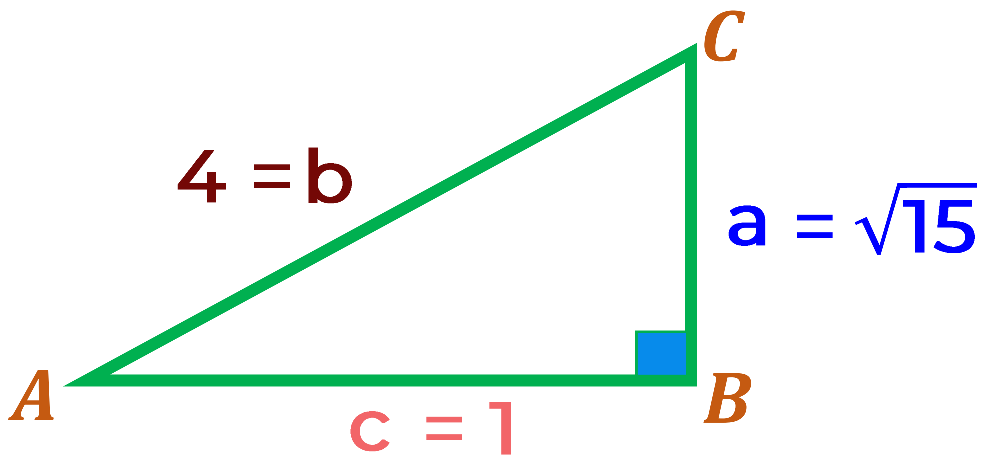
PROBLEMA 5

En un triángulo rectángulo ABC (∡B=90°), se cumple que:

$$\operatorname{sen} A \cdot \tan C = \frac{1}{4}$$

Efectúe:

$$E = \sqrt{15}.\tan A + \csc C$$



Resolución:

Del dato: $\operatorname{sen} A \cdot \tan C = \frac{1}{4}$

$$\left(\frac{\cancel{a}}{b}\right) \cdot \left(\frac{c}{\cancel{a}}\right) = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{c}{b} = \frac{1}{4}$$

Por el Teorema de Pitágoras:

$$(a)^2 + (1)^2 = (4)^2$$

$$(a)^2 = 15 \Rightarrow a = \sqrt{15}$$

Piden: $E = \sqrt{15}.\tan A + \csc C$

$$E = \sqrt{15}\left(\frac{\sqrt{15}}{1}\right) + \frac{4}{1}$$

$$\boxed{E = 19}$$

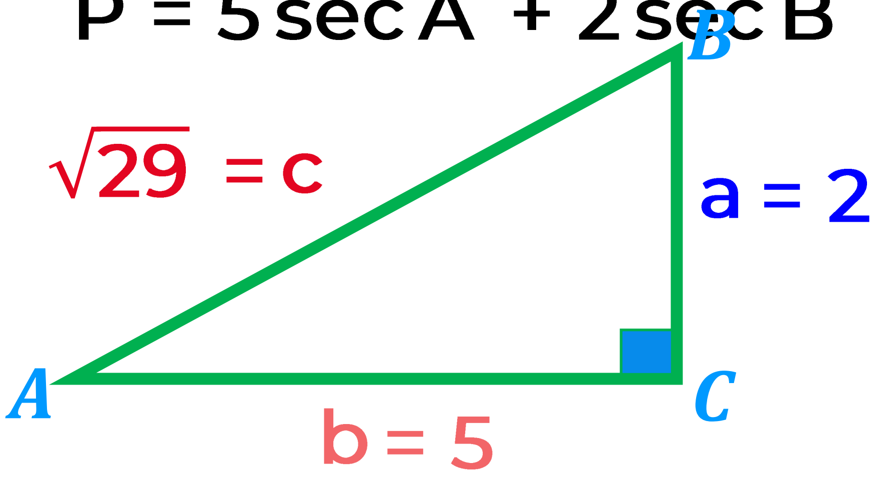
PROBLEMA 6

En un triángulo rectángulo ABC (∡C=90°), se cumple que:

$$\tan A \cdot \cot B = \frac{4}{25}$$

Efectúe:

$$P = 5\sec A + 2\sec B$$



Resolución:

Del dato: $\tan A \cdot \cot B = \frac{4}{25}$

$\left(\frac{a}{b}\right)\cdot\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{4}{25} \Rightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{4}{25} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{2}{5}$

Teorema de Pitágoras:

$(c)^2 = (2)^2 + (5)^2$

$(c)^2 = 29 \Rightarrow c = \sqrt{29}$

Piden : $P = 5\sec A + 2\sec B$

$\Rightarrow P = \cancel{5}\left(\frac{\sqrt{29}}{\cancel{5}}\right) + \cancel{2}\left(\frac{\sqrt{29}}{\cancel{2}}\right)$

$\boxed{\therefore P = 2\sqrt{29}}$

PROBLEMA 7

En la figura se muestra el perfil de la instalación de tuberías de desagüe. Si el buzón ubicado en A se encuentra a 1m de la superficie, calcule la suma de las alturas a la que se encuentra B y C sabiendo que las pendientes de las tuberías AB y BC son 3% y 2%, respectivamente.

Resolución: Datos

Pendiente de AB = 3%

$$\tan\alpha = \frac{3}{100}$$

Del gráfico:

$$\frac{a}{\cancel{200}\,2} = \frac{3}{\cancel{100}\,1}$$

$a = 6$

Pendiente de BC = 2%

$$\tan\beta = \frac{2}{100}$$

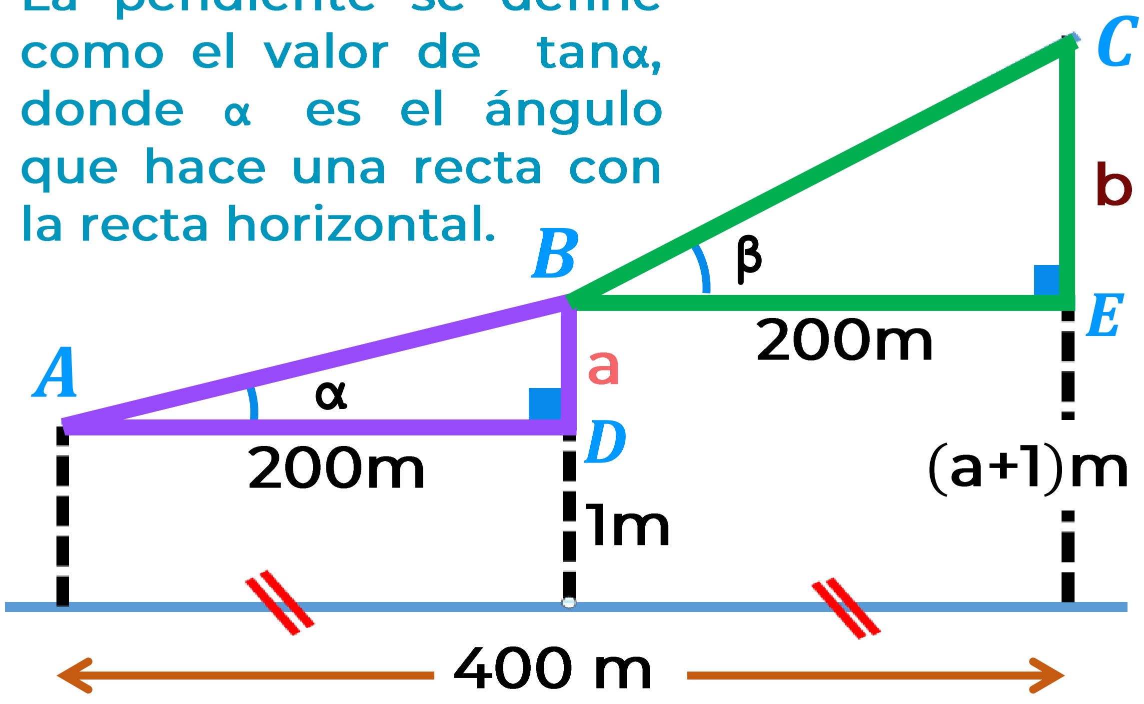
Del gráfico:

$$\frac{b}{\cancel{200}\,2} = \frac{2}{\cancel{100}\,1}$$

$b = 4$

OBSERVACION

La pendiente se define como el valor de $\tan\alpha$, donde α es el ángulo que hace una recta con la recta horizontal.



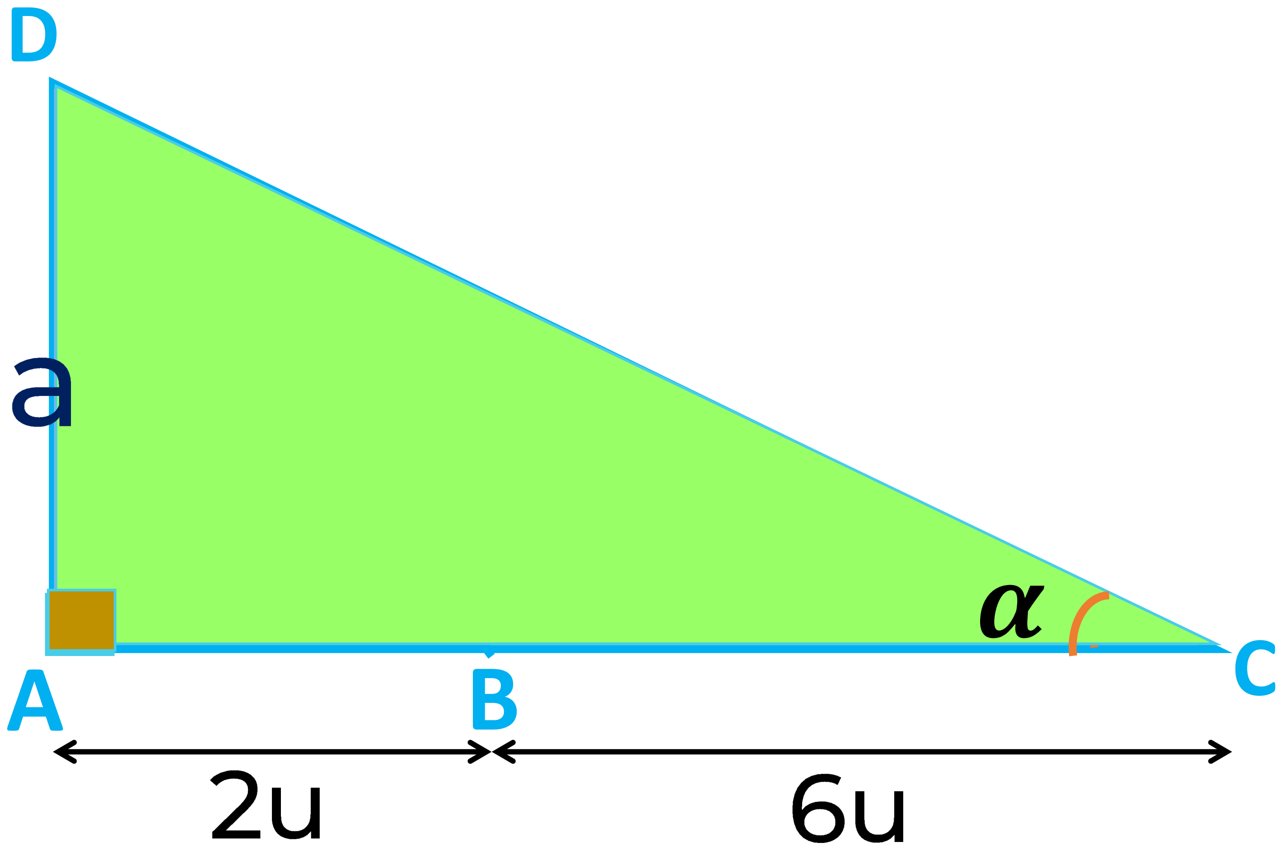
Piden

$$\therefore h_B + h_C = (a+1) + (b+a+1)$$
$$= (6+1) + (4+6+1)$$

$\therefore\ h_B + h_C = 18$ m

PROBLEMA 8

Del gráfico, calcule tanα



Resolución

Sea: $AD = a$

En el ⊿DAB: $\tan\alpha = \dfrac{2}{a}$ ... (1)

En el ⊿DAC: $\tan\alpha = \dfrac{a}{8}$ ...(2)

Igualando (2) y (1):

$\dfrac{a}{8} = \dfrac{2}{a} \Rightarrow a^2 = 16$ ⇨ $a = 4$

Piden: $\tan\alpha = \dfrac{4}{8}$

$\boxed{\therefore \tan\alpha = \dfrac{1}{2}}$