



TRIGONOMETRY

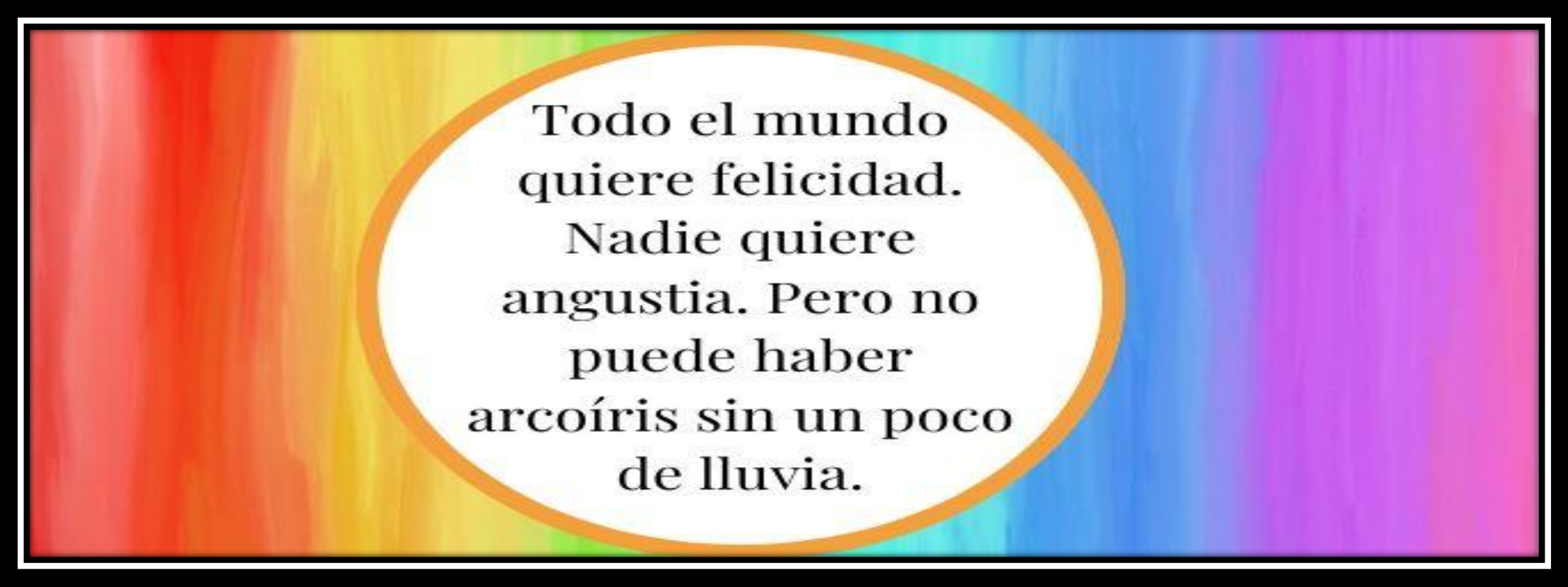
3rd
SECONDARY

ADVISORY



 **SACO OLIVEROS**

RECUERDA SIEMPRE LO SIGUIENTE:



Todo el mundo
quiere felicidad.
Nadie quiere
angustia. Pero no
puede haber
arcoíris sin un poco
de lluvia.



1) Si $\cos\theta = \frac{8}{17}$ y θ pertenece al IV cuadrante, calcular $\tan\theta$.

Resolución I) Del dato tenemos :
n:

$$\cos\theta = \frac{8}{17} = \frac{x}{r} \Rightarrow \begin{matrix} x = 8 \\ r = 17 \end{matrix}$$

II) Calculamos el radio vector:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \Rightarrow 17 = \sqrt{(8)^2 + y^2} \Rightarrow y = 15$$

Recordar:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$
$$\tan\theta = \frac{y}{x} \quad \cos\theta = \frac{x}{r}$$

III) Finalmente:

$$\tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{15}{8}$$

$$\tan\theta = \frac{15}{8}$$



¡Buen trabajo!



2) Si A(-3;4) es un punto del lado final de un ángulo en posición normal θ . Dar el valor de la expresión: $E = \frac{\operatorname{sen} \theta}{1 - \cos \theta}$

Resolución

I) Del punto A, tenemos:

$$x = -3 \quad y = 4$$

II) Calculamos el radio vector:

$$\Rightarrow r = \sqrt{(-3)^2 + (4)^2}$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{9 + 16} \quad \Rightarrow r = \sqrt{25}$$

$$\Rightarrow r = 5$$

Recordar:



$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\operatorname{sen} \theta = \frac{y}{r} \quad \cos \theta = \frac{x}{r}$$

III) Reemplazamos en la expresión:

$$E = \frac{\frac{4}{5}}{1 - \left(\frac{-3}{5}\right)} = \frac{4}{8}$$

$$E = \frac{1}{2}$$



Wonderfull!



3) Melissa le ha pedido permiso a su padre para asistir a una fiesta, este fin de semana. Su padre, un matemático de renombre le invita a resolver un inofensivo ejercicio:

$$E = \overset{+}{\sec^2 115^\circ} \cdot \overset{+}{\tan^3 135^\circ} \cdot \cot 41^\circ$$



Ella tiene que determinar el signo de esa expresión, si sale (+) tendrá el permiso y si es (-), ella se quedara en casa este fin de semana. ¿Melissa va o no va la fiesta?

Resolución:

“ $41^\circ \in \text{IC}$, entonces la $\cot 41^\circ$ es (+), mientras que todo número al cuadrado siempre es positivo, por lo tanto, $\sec^2 115^\circ$ es (+)”

“En el caso de $135^\circ \in \text{IC}$, entonces $\tan 135^\circ < 0$ ”

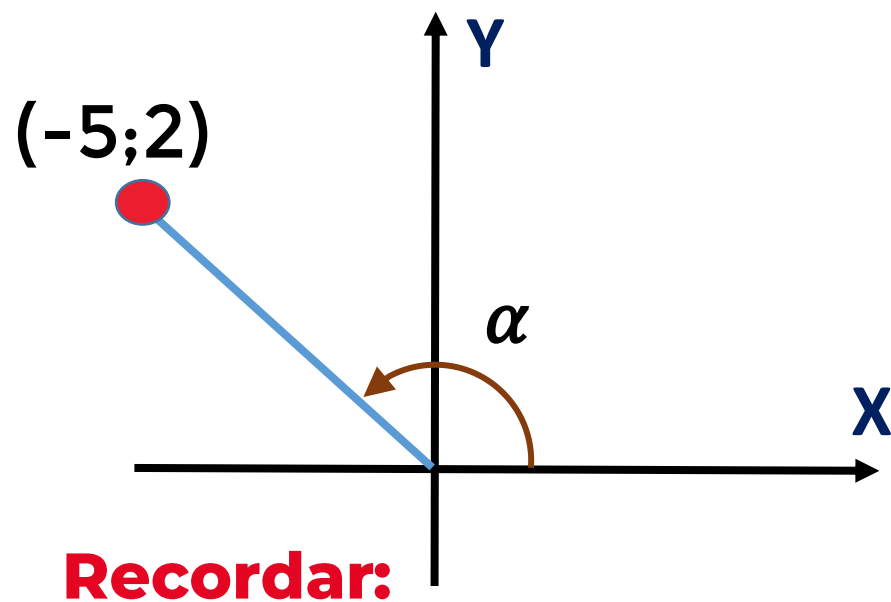
$$\Rightarrow E = (+) \cdot (-)^3 \cdot (+) \quad \Rightarrow E = (-)$$

**¡Lamentablemente Melissa
Se queda en casa!**



4) De la gráfica, efectué:

$$T = 29.\text{sen}\alpha.\text{cos}\alpha$$



$$\text{cos}\alpha = \frac{y}{r}$$

$$\text{sen}\alpha = \frac{y}{r}$$



Resolución:

I) Del gráfico tenemos: $x = -5$; $y = 2$

$$\rightarrow r = \sqrt{(-5)^2 + (2)^2} \rightarrow r = \sqrt{29}$$

II) Luego:

$$\text{cos}\alpha = \frac{2}{\sqrt{29}} \quad \text{sen}\alpha = \frac{-5}{\sqrt{29}}$$

III) Finalmente, reemplazamos:

$$T = 29 \cdot \frac{2}{\sqrt{29}} \cdot \frac{-5}{\sqrt{29}}$$

$$T = -10$$



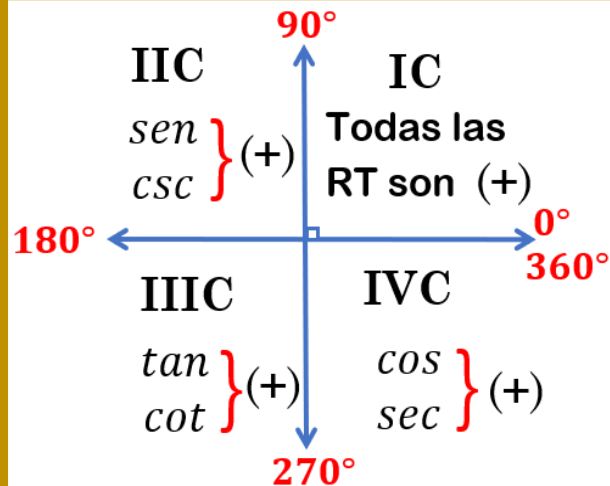
5) Determine el signo de cada expresión:

$$M = \sen 120^\circ + \tan 200^\circ$$

$$N = \cos 100^\circ + \sen 250^\circ$$

$$P = \sec 220^\circ \cdot \csc 300^\circ$$

Recordar:



Resolución:

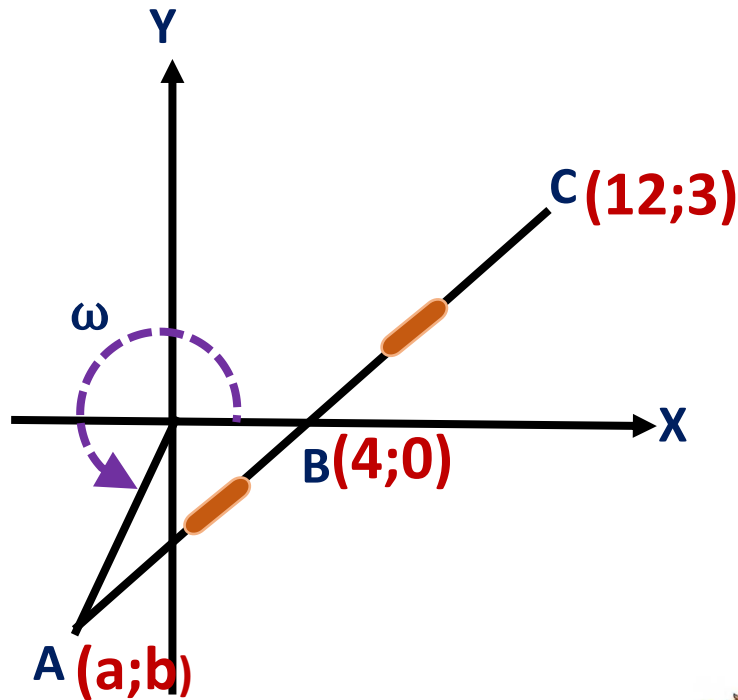
$$M = \underbrace{\sen 120^\circ}_{\text{IIC } (+)} + \underbrace{\tan 200^\circ}_{\text{IIC } (+)} \Rightarrow \boxed{M = +}$$

$$N = \underbrace{\cos 100^\circ}_{\text{IIC } (-)} + \underbrace{\sen 250^\circ}_{\text{IIC } (-)} \Rightarrow \boxed{N = -}$$

$$P = \underbrace{\sec 220^\circ}_{\text{IIC } (-)} \cdot \underbrace{\csc 300^\circ}_{\text{IVC } (-)} \Rightarrow \boxed{P = +}$$



6) En el gráfico mostrado, $OB=4$ y $AB=BC$; además las coordenadas de C son $(12;3)$. Halle $\cot\omega$.



Recordar:

$$\cot\omega = \frac{x}{y}$$



Resolución:

I) Colocamos el punto $A(a;b)$ y $B(4;0)$ en el gráfico.

II) Calculamos a y b por el punto medio:

$$4 = \frac{a + 12}{2}$$

$$0 = \frac{b + 3}{2}$$



$$-4 = a = \mathbf{x}$$



$$-3 = b = \mathbf{y}$$

III) Piden:



$$\cot\omega = \frac{-4}{-3}$$



$$\mathbf{\cot\omega = \frac{4}{3}}$$



7) Si α y θ son ángulos cuadrantales positivos y menores que una vuelta, tal que.

$$\begin{aligned}\operatorname{sen} \alpha &= \frac{\tan 360^\circ + \operatorname{sen} 90^\circ}{\cot 90^\circ - \operatorname{sen} 270^\circ} \\ \cos \theta &= \frac{\operatorname{sen} 0^\circ - \cos 360^\circ}{\cos 0^\circ}\end{aligned}$$

Determinar $\alpha + \theta$:



Recordar:

$$\begin{aligned}\operatorname{sen} 90^\circ &= 1 \\ \cos 180^\circ &= -1\end{aligned}$$

Resolución:

Reemplazamos de la tabla

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{\tan 360^\circ + \operatorname{sen} 90^\circ}{\cot 90^\circ - \operatorname{sen} 270^\circ} \Rightarrow \operatorname{sen} \alpha = \frac{(0) + (1)}{(0) - (-1)}$$

$$\Rightarrow \operatorname{sen} \alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 90^\circ$$

$$\cos \theta = \frac{\operatorname{sen} 0^\circ - \cos 360^\circ}{\cos 0^\circ} \Rightarrow \cos \theta = \frac{(0) - (1)}{(1)}$$

$$\Rightarrow \cos \theta = -1 \Rightarrow \theta = 180^\circ$$

Finalmente:

$$\alpha + \theta = 270^\circ$$



8) Si el ángulo agudo que verifica: $\cos \alpha = \frac{\operatorname{sen} 90^\circ - \operatorname{sen} 270^\circ}{\cos 360^\circ + \tan 45^\circ - \cos 180^\circ}$

Además se tiene $\tan \alpha < 0$. Calcule el valor de: $K = \sqrt{5} \cdot \cot \alpha - \sec \alpha$

Resolución:

I) Del dato: $\cos \alpha = \frac{(1) - (-1)}{(1) + (1) - (-1)} = \frac{2}{3} \Rightarrow \cos \alpha > 0$

además, $\tan \alpha < 0 \Rightarrow \alpha \in \text{IVC}$

II) Tenemos: $\cos \alpha = \frac{2}{3} = \frac{x}{r} \Rightarrow 3 = \sqrt{(2)^2 + (y)^2} \Rightarrow y = -\sqrt{5}$

III) Reemplazamos en la expresión: $K = \sqrt{5} \left(\frac{2}{-\sqrt{5}} \right) - \left(\frac{3}{2} \right)$

$\Rightarrow K = \frac{1}{2}$

Recordar:

$$\cot \alpha = \frac{x}{y} \quad \sec \alpha = \frac{r}{x}$$

$$\cos \alpha = \frac{x}{r}$$



¡Buen
trabajo!



9) ¿Cuántos ángulos cuadrantales hay entre 100° y 2000° ?

Resolución:

Recordar:

Todo ángulo cuadrantal es de la forma $90^\circ n$ / $n \in \mathbb{Z}$.

EN UNA DESIGUALDAD
PODEMOS MULTIPLICAR O
DIVIDIR POR UNA
CANTIDAD POSITIVA SIN
TENER QUE ALTERAR EL
SIGNO



I) Por condición del problema:

$$100^\circ < 90^\circ n < 2000^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{100^\circ}{90^\circ} < \frac{90^\circ n}{90^\circ} < \frac{2000^\circ}{90^\circ} \Rightarrow 1,1 < n < 22,2$$

II) Como n es entero:

$$n: 2; 3; 4; 5; \dots; 22$$

Hay 21 valores
enteros

III) Finalmente:

Hay 21 ángulos cuadrantales



10) Reducir la siguiente expresión:

$$M = \frac{a^3 \cos 360^\circ + b^3 \cos 180^\circ}{a \sin 90^\circ + b \sin 270^\circ} + ab \cdot \sec 180^\circ$$

Recordar:



$$\cos 360^\circ = 1 \quad \cos 180^\circ = -1$$

$$\sin 90^\circ = 1 \quad \sin 270^\circ = -1$$

$$\sec 180^\circ = -1$$



Resolución:

Reemplazamos en M:

$$M = \frac{a^3(1) + b^3(-1)}{a(1) + b(-1)} + ab(-1)$$

$$\Rightarrow M = \frac{a^3 - b^3}{a - b} - ab$$

Por la diferencia de cubos tenemos:

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$\Rightarrow M = \frac{\cancel{(a-b)}(a^2 + ab + b^2)}{\cancel{(a-b)}} - ab$$

$$\Rightarrow M = a^2 + \cancel{ab} + b^2 - \cancel{ab} \Rightarrow M = a^2 + b^2$$

COLEGIOS

 **SACO OLIVEROS**  **APEIRON**
SISTEMA HELICOIDAL

**MUCHAS GRACIAS POR
TU ATENCIÓN**

Tu curso amigo
TRIGONOMETRÍA