MATHEMATICAL REASONING

Chapter 20

4th
SECONDARY

ANALISIS COMBINATORIO I

SACO OLIVEROS

A lo largo de nuestra vida realizamos actividades cotidianas como elegir el almuerzo ofertado en un restaurante, o ubicarnos en una fila del cine, formar grupos con nuestros estudiantes,..., etc. Para realizar el conteo de las diferentes maneras de realizarse dichas actividades es conveniente conocer ciertas técnicas que lo faciliten, estas técnicas o estrategias lo desarrollaremos en el presente capítulo.

ANÁLISIS COMBINATORIO I

PRINCIPIOS FUNDAMENTALES DE CONTEO

❑ PRINCIPIO DE ADICIÓN

Si un evento A ocurre de m maneras diferentes y otro evento B ocurre de n maneras diferentes, la ocurrencia del evento A o B, pero no de ambos, estará dado por:

N° de ocurrencias del evento (A o B) $= m + n$

Usualmente este principio se utiliza si los elementos son similares, sirven para lo mismo y que se toma una sola vez:

Distintas formas de viajar

Distintas formas de comprar

Distintas formas de cruzar un rio

Otros

ANÁLISIS COMBINATORIO I

❑ PRINCIPIO DE ADICIÓN

Ejemplo:

Daniel desea comprar un televisor Samsung 4k para ver los partidos de Perú por las eliminatorias. Dicho televisor puede adquirirlo en 3 centros comerciales, el primero tiene 7 tiendas, el segundo 8 tiendas y el tercero 9 tiendas. ¿De cuántas maneras distintas puede adquirir su televisor

Resolución

De los datos, Daniel solo elegirá una tienda .

C.C. "A"	O	C.C. "B"	O	C.C "C"
7	+	8	+	9

$\therefore N° \; de \; maneras \; diferentes = 24$

ANÁLISIS COMBINATORIO I

PRINCIPIOS FUNDAMENTALES DEL CONTEO

PRINCIPIO DE MULTIPLICACIÓN

Si un evento A ocurre de m maneras diferentes y otro evento B ocurre de n maneras diferentes, la ocurrencia del evento A y B, en forma simultánea o consecutiva está dado por:

N° de ocurrencias del evento (A y B) $= m \times n$

Usualmente este principio se utiliza si los elementos son distintos, se repiten o se toman varias veces.

Distintas formas de vestir

Distintas formas de alimentarse

Distintas formas de ir por caminos

Otros

ANÁLISIS COMBINATORIO I

PRINCIPIO DE MULTIPLICACIÓN

Ejemplo:

Robertito lanza una moneda y dos dados en forma simultanea. ¿Cuántos resultados distintos puede obtener?

Recordemos:

Al lanzar una moneda podemos obtener dos resultados distintos, mientras que al lanzar un dado se obtienen 6 resultados distintos

Resolución



Cara/sello y 1,2,3,4,5,6 y 1,2,3,4,5,6

$2 \times 6 \times 6$

2 x 6 x =

72

$\therefore$ $N° \; de \; resultados \; distintos: \; 72$

ANÁLISIS COMBINATORIO I

PERMUTACIONES

Son los diferentes arreglos u ordenamientos que se pueden formar con una parte o con todos los elementos disponibles de un conjunto. En una permutación interesa el orden o ubicación de los elementos. Se pueden presentar los siguientes casos:

PERMUTACIÓN LINEAL

- Permutación lineal de todos los elementos

El número de maneras diferentes de permutar (ordenar) "n" elementos diferentes se calcula de la siguiente manera:

$$\boxed{P_n = n!}$$

Ejemplo:

¿De cuántas maneras diferentes seis caballos podrán llegar a la meta en una carrera en el hipódromo si no hay empates?

$$P_6 = 6!$$
$$P_6 = 720$$

$\therefore$ 720

ANÁLISIS COMBINATORIO I

PERMUTACIONES

PERMUTACIÓN LINEAL

- Permutación lineal de algunos elementos

El número de permutaciones diferentes de n elementos ordenados en grupos de k en k se calcula del siguiente modo:

$$\boxed{P_k^n = \frac{n!}{(n-k)!}}$$

Ejemplo:

¿De cuántas maneras diferentes se pueden ubicar cuatro de un total de seis niños en una banca de cuatro asientos?

$$P_4^6 = \frac{6!}{(6-4)!} \longrightarrow P_4^6 = \frac{6!}{2!}$$

$$P_4^6 = \frac{720}{2}$$

$$\therefore \quad 360$$

ANÁLISIS COMBINATORIO I

PERMUTACIONES

PERMUTACIÓN CIRCULAR

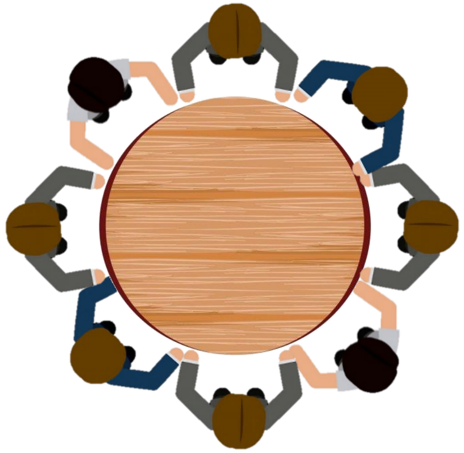
El número de permutaciones circulares diferentes de n elementos distintos se calcula así:

$$\boxed{P_{C_n} = (n-1)!}$$

Ejemplo:

Ocho amigos se ubican en ocho sillas alrededor de una mesa circular. ¿De cuántas maneras diferentes podrán ubicarse?

n = 8



$$N°de\ maneras = P_{C_8}$$

$$N°de\ maneras = (8-1)!$$

$$N°de\ maneras = 7!$$

$$N°de\ maneras = 5040$$

$$\therefore \quad 5040$$

ANÁLISIS COMBINATORIO I

PERMUTACIONES

- **PERMUTACIÓN CON ELEMENTOS REPETIDOS**

El número de permutaciones de n elementos donde r_1 son iguales, r_2 también iguales, r_3 también iguales,..., y r_k también iguales, se calcula de la siguiente manera:

$$P^{n}_{r_1;r_2;r_3;\ldots;r_k} = \frac{n!}{r_1! \times r_2! \times r_3! \times \cdots \times r_k!}$$

Ejemplo:

¿Cuántas palabras que tengan sentido o no se pueden leer con todas las letras de la palabras MIMOSO?

$\underbrace{\text{MIMOSO}}_{\text{6 letras}}$

n = 6

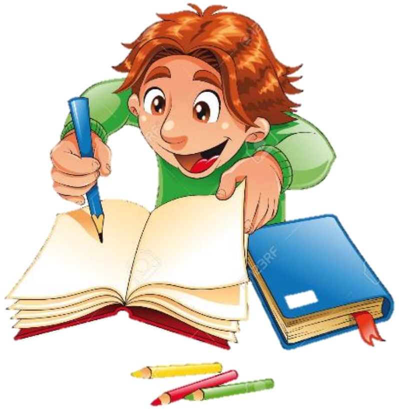
Se repiten:

M $\rightarrow$ 2 veces

O $\rightarrow$ 2 veces

$$P^{6}_{2;2} = \frac{6!}{2! \times 2!} \rightarrow P^{6}_{2;2} = \frac{720}{4}$$

$\therefore$ 180



RESOLUCIÓN DE LA PRÁCTICA

PROBLEMA 1

Carla tiene cuatro pantalones, cinco blusas y cuatro pares de zapatos, donde todas las prendas son de diferente color. Responda:

a) ¿De cuántas formas se podrá vestir?

b) ¿De cuántas formas, si la blusa verde siempre la usa con el pantalón azul?

CUIDADO:

La blusa verde siempre se usa con el pantalón azul, pero el pantalón azul se puede usar con las demás blusas..



$$1 \times 1 \times 4 = 4$$

Resolución:

a)



PANTALONES Y BLUZAS Y ZAPATOS

$$4 \times 5 \times 4 = 80$$

b)



PANTALONES Y BLUZAS Y ZAPATOS

$$4 \times 4 \times 4 + 4 = 68$$

$\therefore$ a) 80

b) 68

PROBLEMA 2

Para el cargo de presidente y secretario se presentan a una empresa 20 personas. ¿De cuántas formas se podrán elegir un presidente y un secretario?

RECORDEMOS:

$$\boxed{P_k^n = \frac{n!}{(n-k)!}}$$

Resolución:

De los datos: $n = 20$ $k = 2$

$$P_2^{20} = \frac{20!}{(20-2)!}$$

$$P_2^{20} = \frac{20!}{18!}$$

$$P_2^{20} = \frac{20 \text{x} 19 \text{x} \cancel{18}!}{\cancel{18}!}$$

$$P_2^{20} = 380$$

OTRA FORMA:

Presidente Tesorero

20 x 19 $= 380$

$\therefore$ $\underline{\underline{380}}$

PROBLEMA 3

Cinco amigos se van a sentar en una banca diseñada para cinco personas. Responda

a) ¿De cuántas formas podrán ubicarse?

b) ¿De cuántas formas, si dos de ellos siempre se sientan juntos?

Resolución:

a)

1 2 3 4 5

n = 5

$$P_n = n!$$

$$P_5 = 5! \longrightarrow P_5 = 120$$

Siempre juntos

b)

1 2 3 4

n = 4

$$P_n = n!$$

$$P_4 \times P_2 = 4! \times 2!$$

$$P_4 = 24 \times 2$$

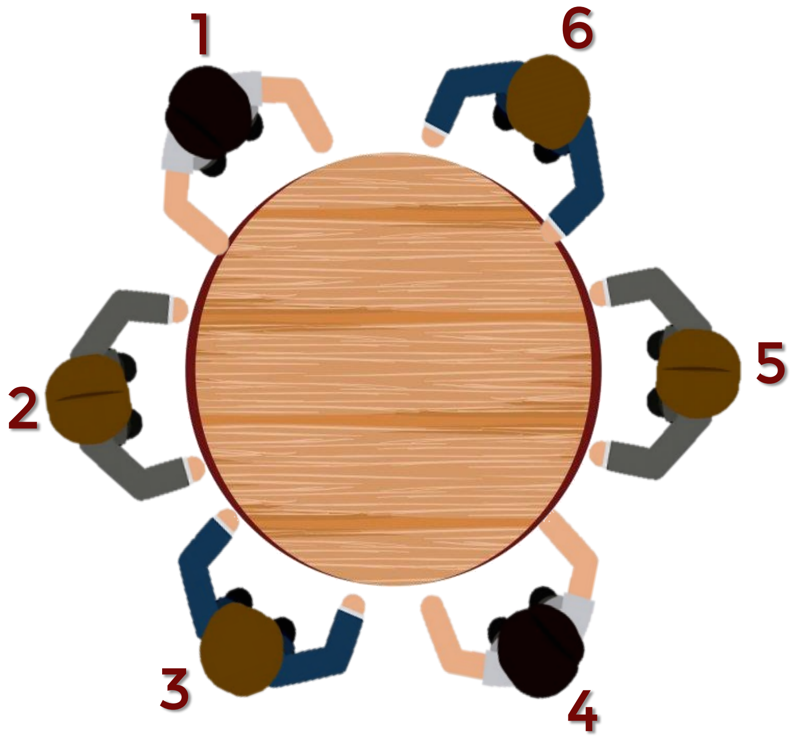
$$P_4 = 48$$

∴ a) 120
b) 48

PROBLEMA 4

Después de 5 años 6 amigos de promoción de la universidad deciden reunirse en un restaurante para cenar. Si los 6 amigos llegan puntual a la hora pactada. ¿De cuántas formas diferentes se podrán ubicar o sentarse alrededor de una mesa circular?

Resolución:



n = 6

$$\boxed{P_{C_n} = (n-1)!}$$

$$P_{C_6} = (6-1)!$$

$$P_{C_6} = 5!$$

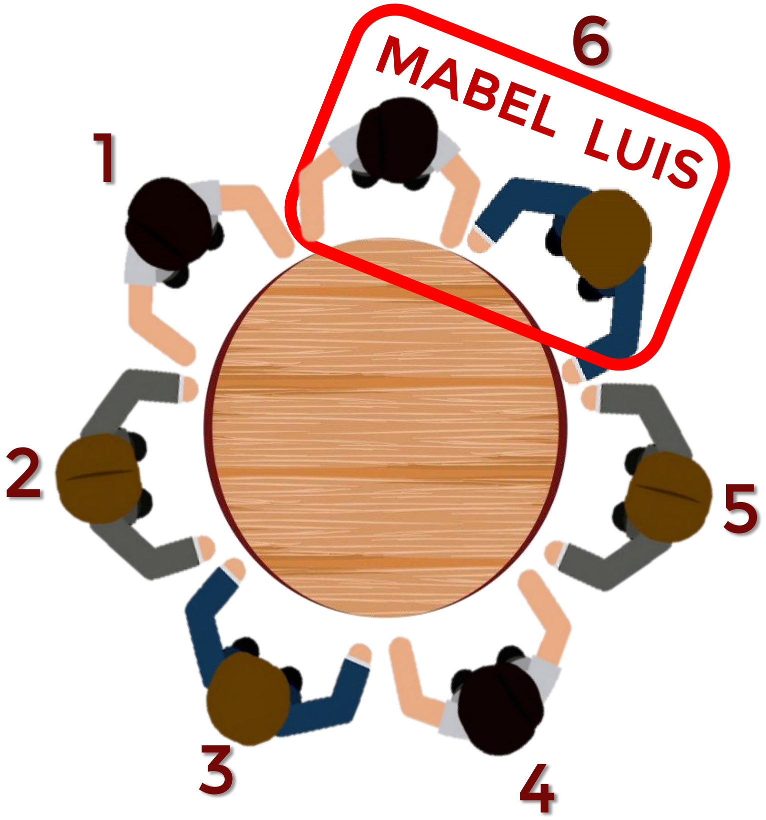
$$P_{C_6} = 120$$

$\therefore$ 120

PROBLEMA 5

En un evento organizado por el aniversario del colegio Saco Oliveros 7 alumnos son elegidos para jugar a la ronda. Si entre los elegidos están Luis y Mabel que son enamorados. ¿De cuántas formas diferentes los podremos ordenar si Luis y Mabel siempre se ubican juntos?

Resolución:



n = 6

$$\boxed{P_{C_n} = (n-1)!}$$

$$P_{C_6} \times P_2 = (6-1)! \times 2!$$

$$P_{C_6} \times P_2 = 5! \times 2!$$

$$P_{C_6} \times P_2 = 120 \times 2$$

$$P_{C_6} \times P_2 = 240$$

$\therefore$ 240

PROBLEMA 6

A Jorgito su profesor de Razonamiento Matemático le ha pedido que resuelva este problema en pizarra: ¿Cuántas palabras que tengan sentido o no se podrán formar con las letras de la palabra "PAPAPU"? Si Jorgito resolvió correctamente el problema en la pizarra. Podría decir usted. ¿Cuál fue la respuesta que dio?

Resolución:

$\underbrace{\text{PAPAPU}}_{\text{6 letras}}$

n = 6

Se repiten:

P ⟶ 3 veces:

A ⟶ 2 veces:

Recordemos:

$$\boxed{P^{n}_{r_1;r_2} = \frac{n!}{r_1! \times r_2!}}$$

$$P^{6}_{3;2} = \frac{6!}{3! \times 2!} \longrightarrow P^{6}_{3;2} = \frac{720}{12}$$

$$P^{6}_{3;2} = 60$$

$$\therefore \quad 60$$

PROBLEMA 7

Santiago tiene 5 monedas de un sol y las lanza sobre una mesa. ¿De cuántas formas diferentes podrá obtener 3 caras y 2 sellos?

SE TIENE:

CARAS $\longrightarrow$ 3

SELLOS $\longrightarrow$ 2

$n = 5$

Resolución:

Recordemos: $$P^{n}_{r_1;r_2} = \frac{n!}{r_1! \times r_2!}$$

$$P^{5}_{3;2} = \frac{5!}{3! \times 2!} \longrightarrow P^{5}_{3;2} = \frac{120}{12}$$

$$P^{5}_{3;2} = 10$$

$\therefore$ $\underline{\underline{10}}$

PROBLEMA 8

Raúl pide sus vacaciones adelantadas porque quiere viajar a Trujillo. Si para viajar a Trujillo existen 4 líneas aéreas diferentes y 6 líneas terrestres diferentes.

¿Dé cuántas formas diferentes podrá viajar?

Resolución:

De los datos, Raúl elegirá una forma de viajar

LINEA TERRESTRE	O	LÍNEA AÉREA
6	$+$	4

$\therefore$ $N° \; de \; maneras \; diferentes = 10$