ARITHMETIC

Chapter 2

4th
SECONDARY

TEORIA DE
CONJUNTOS I

SACO OLIVEROS

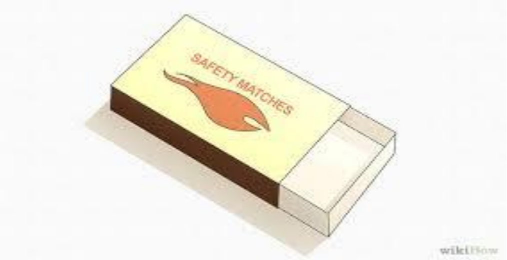
MOTIVATING STRATEGY

¿ SERA LO MISMO ?

Un

Una caja con un solo cerillo

Si retiro el cerill



CONJUNTO

Ejemplo :

$A = \{x \,/\, x \text{ es una vocal}\}$

$B = \{\text{fresa, pera, manzana,...}\}$

RELACIÓN DE PERTENENCIA

Ejemplo : En el conjunto

$Q = \{a; e; i; o; u\}$, se observa

✓ $a \in Q$ ✓ $5 \notin Q$

CARDINAL DE UN CONJUNTO

Ejemplo :

$A = \{x \,/\, x \text{ es una vocal}\}$

$n(A) = |A| = \#(A) = 5$

DETERMINACION DE UN CONJUNTO

A) Por comprensión

$M = \{x + 1 \,/\, x \in \mathbb{Z}^+ \wedge 3 \leq x < 7\}$

B) Por extensión

$M = \{4; 5; 6; 7\}$

CLASES DE CONJUNTOS

A. Conjunto finito

M = {los días de la semana}

$\Rightarrow$ $n(M) = 7$

B. Conjunto infinito

R = {los números pares}

$\Rightarrow$ $n(R) = \ldots ?$

RELACIONES ENTRE CONJUNTOS

A. Inclusión o subconjunto

Simbólicamente :

$A \subset B \; \boxed{\leftrightarrow} \; x \in A \rightarrow x \in B$

B. Conjuntos Iguales

Simbólicamente :

$A = B \; \boxed{\leftrightarrow} \; A \subset B \wedge B \subset A$

Ejemplo :

Si los conjuntos A y B son iguales

$A = \{y + 3; 13\}$ $\quad B = \{x - 5; 17\}$

C. Conjuntos comparables

Simbólicamente :

$A \text{ comp } B \; \boxed{\leftrightarrow} \; A \subset B \vee B \subset A$

D. Conjuntos disjuntos

Ejemplo:

$P = \{x \,/\, x \text{ es un felino}\}$

$Q = \{x \,/\, x \text{ es un ave}\}$

HELICO THEORY

CONJUNTOS NOTABLES

A CONJUNTO UNIVERSAL (U)

Ejemplo :

M = {Los felinos}

N = {Los aves}

U = {Conjunto de los animales}

B CONJUNTO VACÍO (∅)

Notación: ∅, { }

C CONJUNTO UNITARIO

Ejemplo:

✓ A = {m }

✓ B = {13; 13; 13}

D CONJUNTO POTENCIA (P(A))

$$n[P(A)] = 2^{n(A)}$$

Ejemplo : Si A = {1; 2; 3}

$$n(A) = 3$$

$$n[P(A)] = 2^{n(A)} = 2^3 = 8$$

Los cuales son

$$P(A) = \{\{1\}; \{2\}; \{3\}; \{1;\ 2\}; \{1;\ 3\}; \{2;\ 3\}; \{1;\ 2;\ 3\}; \emptyset\}$$

Los subconjuntos propios de A serían : 7

HELICO PRACTICE

1

Indique verdadero (V) o falso (F) respecto al conjunto
$A = \{2; 3; \{4\}\}$

Resolución:

- $2 \in A$ (V)
- $3 \notin A$ (F)
- $\{4\} \in A$ (V)
- $\emptyset \subset A$ (V)
- $\{2; 3\} \subset A$ (V)
- $\{4\} \subset A$ (F)
- $\{3; \{4\}\} \subset A$ (V)
- $\{2\} \subset A$ (V)

Recordemos

La relación de pertenencia ($\in$) es de elemento a conjunto, mientras que la de inclusión ($\subset$) es de subconjunto a conjunto

HELICO PRACTICE

2

Un conjunto de 6 elementos, ¿cuántos subconjuntos tiene?

$$n[P(A)] = 2^6$$

$$= 64$$

Resolución :

Recordando:

Dado un conjunto "A" el conjunto potencia de "A" es la familia de subconjuntos de "A" y se denota como P(A)

$$n(A) = 6 \Rightarrow n[P(A)] = 2^{n(A)}$$

Rpta: Tiene 64 subconjuntos

HELICO PRACTICE

3

Halle el número de subconjuntos del conjunto.

A = { x^2+ 1 / x ∈ Z ; – 3 < x ≤ 4 }

Resolución:

- hallamos los valores q toma x

$$x = -2;\ -1;\ 0;\ 1;\ 2;\ 3;\ 4$$

$$x^2 + 1 = \quad 5 \quad 2 \quad 1 \quad 2 \quad 5 \quad 10 \quad 17$$

$$A = \{\ ;\ ;\ ;\ ;\ ;\ ;\ \}$$

- los elementos del conjunto

$$A = \{1;\ 2;\ 5;\ 10;\ 17\}$$

$$n(A) = 5$$

- por lo tanto :

$$n[P(A)] = 2^{n(A)}$$

$$= 2^5$$

$$= 32$$

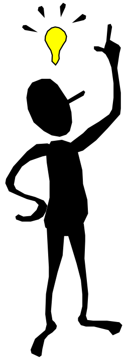
Rpta: Tiene 32 subconjuntos

HELICO PRACTICE

4 ¿Cuántos subconjuntos ternarios posee un conjunto de 8 elementos?

Resolución:

Si tiene 8 elementos ¿cuántos subconjuntos de 3 elementos se formarán?



$$C_3^8 = \frac{8!}{5!\ x\ 3!}$$

$$C_3^8 = \frac{5!\ x\ 6\ x\ 7\ x\ 8}{5!\ x\ 6}$$

$$= \frac{\cancel{5!\ x\ 6}\ x\ 7\ x\ 8}{\cancel{5!\ x\ 6}}$$

$$= 56$$

Rpta: *56 subconjuntos ternarios*

5

¿Cuántos subconjuntos propios tiene el conjunto formado por las letras de la palabra alabanza?

Resolución:

Sea el conjunto A ,donde los elementos son todas las letras de la palabra alabanza

A $= \{a; l; a; b; a; n; z; a\}$

A $= \{a; l; b; n; z\}$ ⇒ $n(A) = 5$

- por lo tanto

Nº $subcon\ propios = n[P(A)]$ -1

$= 2^{n(A)} - 1$

$= 2^5 - 1$

=31

Rpta: Tiene 31 subconjuntos PROPIOS

HELICO PRACTICE

6

Dados los conjuntos

$A = \{x / x \in \mathbb{N};\ 12 < x \leq 20\}$

$B = \{y / y \in \mathbb{Z};\ 8 < y < 9\}$

Efectúe $E = [n(A)]^{n(B)}$

Resolución:

EL CONJUNTO A ESTA DADO POR COMPRENSION

$A = \{x / x \in \mathbb{N} ; 12 < x \leq 20 \}$

- hallamos los valores q toma x

$x = 13; 14; 15; 16; 17; 18; 19; 20$

$A = \{13; 14; \ldots ; 19; 20\}$

$n(A) = 5$

DE LA MISMA FORMA PARA EL CONJUNTO B

$B = \{ y / y \in \mathbb{Z} ; 8 < y \leq 9 \}$

- se observa que y no toma ningún valor entero

$B = \{ \} = \phi$ $n(B) = 0$

- por lo tanto :

$[n(A)]^{n(B)} = 5^0 = 1$

Rpta : 1

7

Si los conjuntos :

$A = \{a + b; 19\}$ y

$B = \{a.b; 84\}$ son

unitarios, calcule $a - b$.

$(Dato: \ a > b)$

Resolución:

Si los conjuntos A y B son Unitarios entonces A y B poseen un solo elemento respectivamente

- hallamos los valores que toma a y b

$A = \{a + b; 19\}$ ⇒ $a + b = 19$

12 7

$B = \{a.b; 84\}$ ⇒ $a . b = 84$

12 7

- por lo tanto:

$a - b = 12 - 7 = 5$

Rpta: 5

8

Luisa, experimentada juguera del Mercado Central, todas las mañanas se dirige a su puesto para preparar los jugos a sus clientes que esperan con ansias sus servicios. Si Luisa dispone de 8 frutas distintas, ¿cuántos jugos surtidos diferentes se pueden preparar con estas frutas?

Resolución:

Sea F el conjunto formado por las frutas: fresa,pera,manzana,uva,Kiwi, durazno, tuna y naranja

F= $\{f;p;m;u;k;d;t;n\}$ → $n(F) = 8$

todo jugo surtido,tiene por lo menos 2 frutas en su preparación,por lo tanto :

Nº de jugos surtidos = $2^{n(A)}$-1- 8

ϕ Jugos solos

= 2^{8}-1-8 = 247

Rpta: 247 Jugos surtidos