



ALGEBRA

Chapter 20

3rd
SECONDARY



Desigualdades e Inecuaciones
de Primer Grado



SACO OLIVEROS



MOTIVATING STRATEGY





¿QUÉ ES UNA DESIGUALDAD?

Es una relación de orden que se establece entre dos números reales que tienen diferente valor.

$$a; b \in \mathbb{R} / a \neq b$$

$a > b$, cuando la diferencia $a - b$ es positiva

∨

$a < b$, cuando la diferencia $a - b$ es negativa

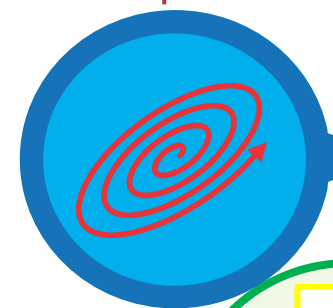
Símbolos de las relaciones de orden:

$<$ menor que

$>$ mayor que

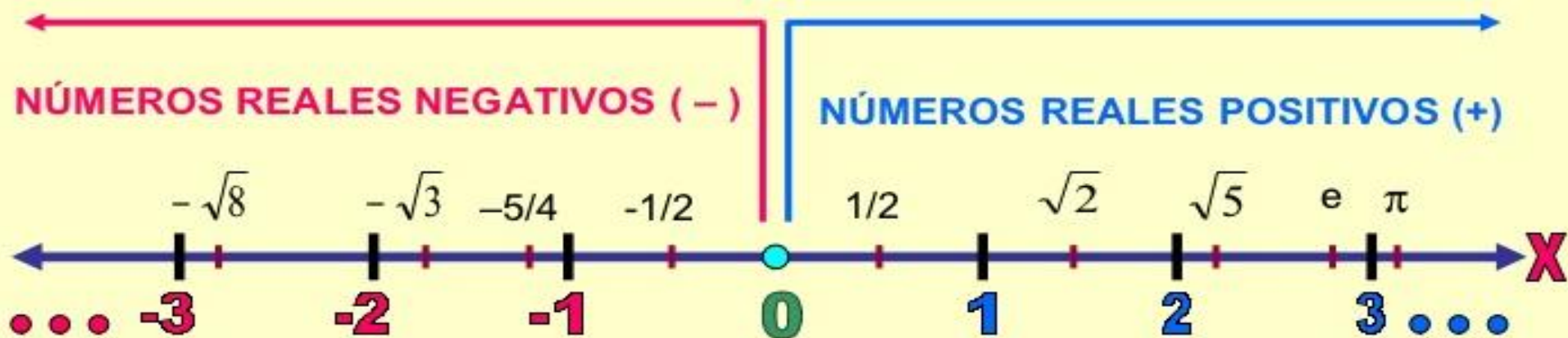
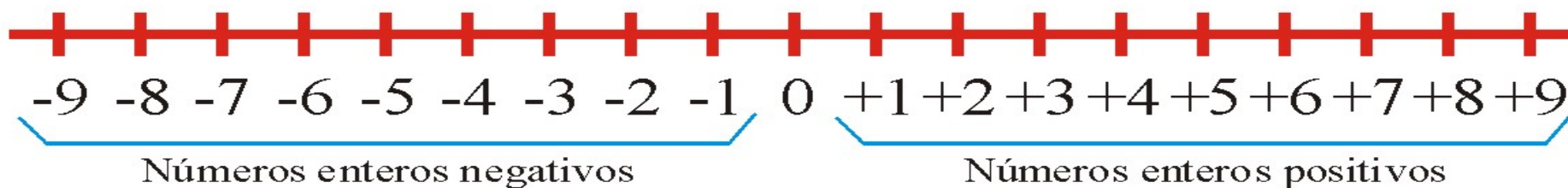
\leq menor o igual que

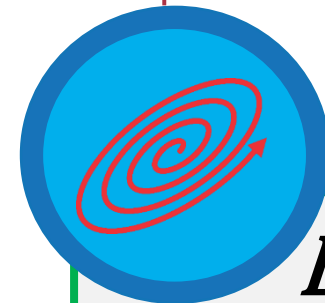
\geq mayor o igual que



RECTA NUMÉRICA

Recta Numérica



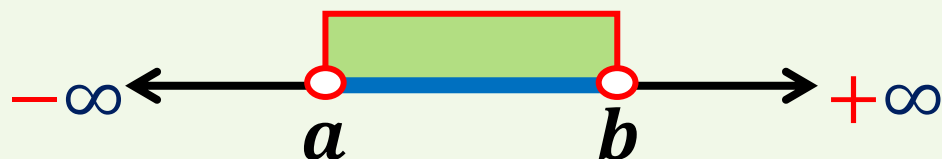


INTERVALOS

Los intervalos son subconjuntos de los números reales que se pueden representar gráficamente en la recta numérica.

1. Intervalo abierto:

$$\langle a, b \rangle = \{x \in \mathbb{R} / a < x < b\}$$



$$x \in]a, b[= \langle a, b \rangle$$

2. Intervalo cerrado:

$$[a, b] = \{x \in \mathbb{R} / a \leq x \leq b\}$$



$$x \in [a, b]$$



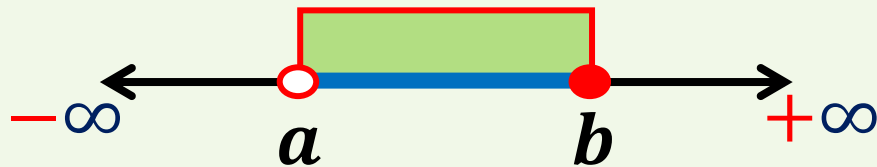
3. Intervalo semiabierto:

I. $[a, b[= \{x \in \mathbb{R} / a \leq x < b\}$



$$x \in [a, b[= [a, b\rangle$$

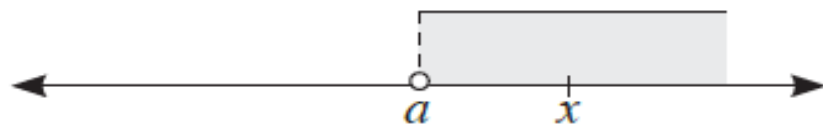
II. $]a, b] = \{x \in \mathbb{R} / a < x \leq b\}$



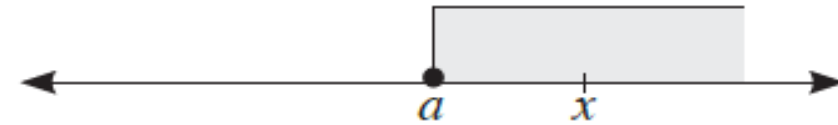
$$x \in]a, b] = \langle a, b]$$

INTERVALOS NO ACOTADOS:

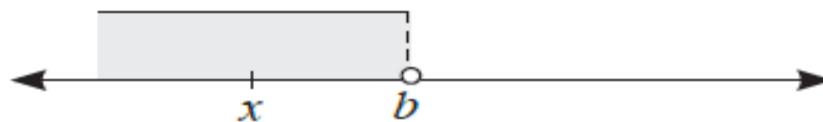
a. $\langle a, +\infty \rangle = \{x \in \mathbb{R} / x > a\}$



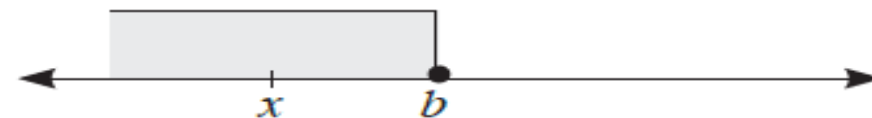
b. $[a, +\infty \rangle = \{x \in \mathbb{R} / x \geq a\}$



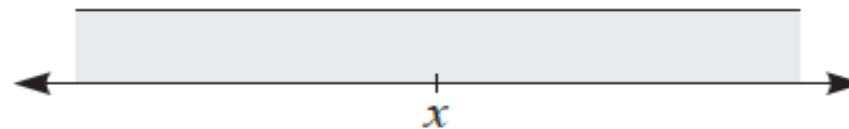
c. $\langle -\infty, b \rangle = \{x \in \mathbb{R} / x < b\}$



d. $\langle -\infty, b] = \{x \in \mathbb{R} / x \leq b\}$



e. $\langle -\infty, +\infty \rangle = \{x \in \mathbb{R} / -\infty < x < +\infty\}$





PROPIEDADES FUNDAMENTALES:

I. $\forall a, b, c \in \mathbb{R}$

$$\text{Si } a > b \wedge b > c \Rightarrow a > c$$

II. $\forall a, b \in \mathbb{R} \text{ y } m \in \mathbb{R}, \text{ se cumple:}$

$$a > b \Rightarrow a + m > b + m$$

$$a > b \Rightarrow a - m > b - m$$

III. $\forall a, b \in \mathbb{R} \text{ y } m \in \mathbb{R}^+, \text{ se cumple:}$

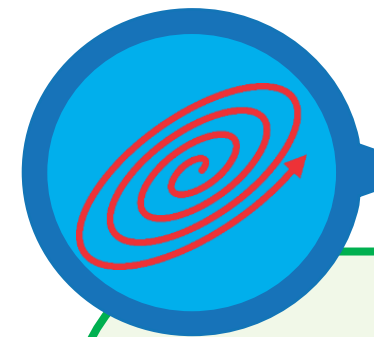
$$a > b \Rightarrow am > bm$$

$$a > b \Rightarrow \frac{a}{m} > \frac{b}{m}$$

IV. $\forall a, b \in \mathbb{R} \text{ y } m \in \mathbb{R}^-, \text{ se cumple:}$

$$a > b \Rightarrow am < bm$$

$$a > b \Rightarrow \frac{a}{m} < \frac{b}{m}$$



INECUACIONES DE PRIMER GRADO

Las desigualdades de las formas:

$$ax + b > 0$$

$$ax + b < 0$$

$$ax + b \geq 0$$

$$ax + b \leq 0$$

con $a, b \in \mathbb{R}$ ($a \neq 0$)

*o que se reducen a ella mediante transformaciones equivalentes,
se llaman INECUACIONES LINEALES EN UNA VARIABLE REAL.*



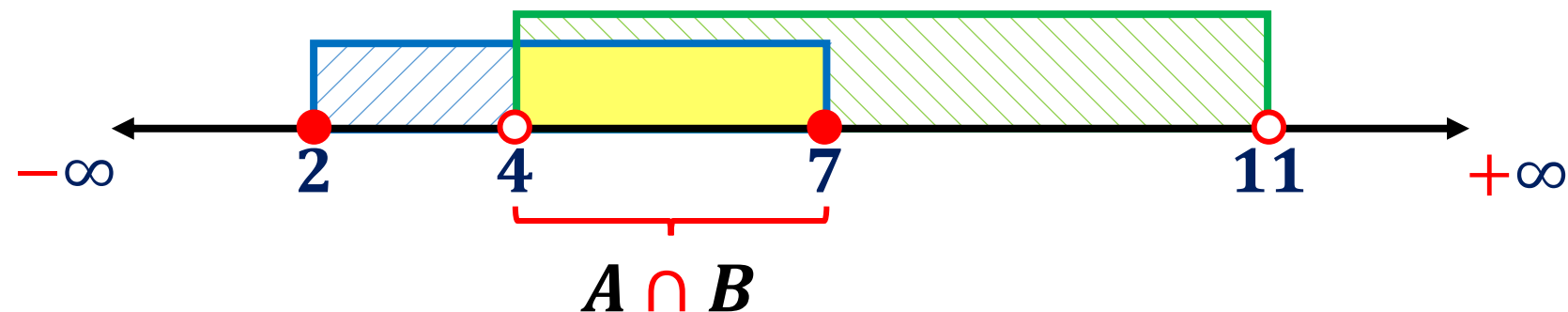
Problema 1

Resolución:

HELICO PRACTICE

Si $A = [2; 7]$ y $B = \langle 4; 11 \rangle$,

halla $A \cap B$



$$\therefore A \cap B = \langle 4; 7]$$



Problema 2

Halle el conjunto solución de

$$\frac{3x - 1}{4} - \frac{x - 1}{3} \leq \frac{3}{4}$$

Resolución:

$$\frac{3x - 1}{4} - \frac{x - 1}{3} \leq \frac{3}{4}$$

$$mcm(4, 3) = 12$$

$$12 \left(\frac{3x - 1}{4} \right) - 12 \left(\frac{x - 1}{3} \right) \leq 12 \left(\frac{3}{4} \right)$$

$$3(3x - 1) - 4(x - 1) \leq 9$$

$$9x - 3 - 4x + 4 \leq 9$$

$$5x + 1 \leq 9$$

$$x \leq \frac{8}{5}$$

$$\therefore x \in \left\langle -\infty; \frac{8}{5} \right]$$



Problema 3

Indique el intervalo para $\frac{x}{4} - 1$ si $x \in [8; 24)$

Resolución:

$$x \in [8; 24) \rightarrow 8 \leq x < 24$$

$$\begin{array}{l} \div 4 \\ -1 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 8 \leq x < 24 \\ 2 \leq \frac{x}{4} < 6 \\ 1 \leq \frac{x}{4} - 1 < 5 \end{array} \right.$$

\therefore El intervalo es $[1; 5)$



Problema 4

Si $x \in [4; 6]$, a qué intervalo pertenece la expresión

$$\frac{3x + 2}{2}$$

Resolución:

$$x \in [4; 6] \quad \longrightarrow \quad 4 \leq x \leq 6$$

$$4 \leq x \leq 6$$

$$\times 3 \quad \begin{matrix} \text{curved arrow} \end{matrix} \quad 12 \leq 3x \leq 18$$

$$+2 \quad \begin{matrix} \text{curved arrow} \end{matrix} \quad 14 \leq 3x + 2 \leq 20$$

$$\div 2 \quad \begin{matrix} \text{curved arrow} \end{matrix} \quad 7 \leq \frac{3x + 2}{2} \leq 10$$

$$\therefore \frac{3x + 2}{2} \in [7; 10]$$



Problema 5

Resuelva

$5(x - 2) + 2(x - 1) < 4(x - 1)$
 sabiendo que el mayor valor entero de x representa la edad de Luis hace 15 años.
 ¿Cuántos años tiene actualmente?

Resolución:

$$5(x - 2) + 2(x - 1) < 4(x - 1)$$

$$5x - 10 + 2x - 2 < 4x - 4$$

$$7x - 12 < 4x - 4$$

$$3x < 8$$

$$x < \frac{8}{3} = 2,66 \dots$$

$$x \in \langle -\infty ; 2,66 \dots \rangle$$

➡ *Edad de Luis hace 15 años: 2 años*

\therefore actualmente Luis tiene 17 años.



Problema 6

Calcule el menor valor entero de x que verifica

$$\frac{2x+2}{5} + \frac{3x-2}{4} + \frac{4x+1}{3} \geq 5$$

Resolución:

$$\frac{2x+2}{5} + \frac{3x-2}{4} + \frac{4x+1}{3} \geq 5$$

$$mcm(5, 4, 3) = 60$$

$$60 \left(\frac{2x+2}{5} \right) + 60 \left(\frac{3x-2}{4} \right) + 60 \left(\frac{4x+1}{3} \right) \geq 60(5)$$

$$12(2x+2) + 15(3x-2) + 20(4x+1) \geq 300$$

$$24x + 24 + 45x - 30 + 80x + 20 \geq 300$$

$$149x + 14 \geq 300$$

$$x \geq \frac{286}{149} = 1,92 \quad \Rightarrow \quad x \in [1,92 ; +\infty)$$

\therefore El menor valor entero que verifica x es 2.



Problema 7

Calcule el conjunto solución

$$3(x + 1) + 3(x - 2) > 7(x - 1) + 2$$

Resolución:

$$3(x + 1) + 3(x - 2) > 7(x - 1) + 2$$

$$3x + 3 + 3x - 6 > 7x - 7 + 2$$

$$6x - 3 > 7x - 5$$

$$2 > x$$

$$x < 2$$

$$\therefore CS = \langle -\infty ; 2 \rangle$$



Problema 8

Si $4x + 2 < 5x < 4x + 3$,
halle el conjunto
solución

Resolución:

$$\overbrace{4x + 2 < 5x}^{(i)} < \underbrace{5x < 4x + 3}_{(ii)}$$

Efectuando por partes:

i. $4x + 2 < 5x$

\wedge

ii. $5x < 4x + 3$

$$2 < x$$

\wedge

$$x < 3$$



$$2 < x < 3$$

$$\therefore CS = \langle 2 ; 3 \rangle$$