



TRIGONOMETRY

Chapter 22

Session II

4th
SECONDARY

Funciones trigonométricas



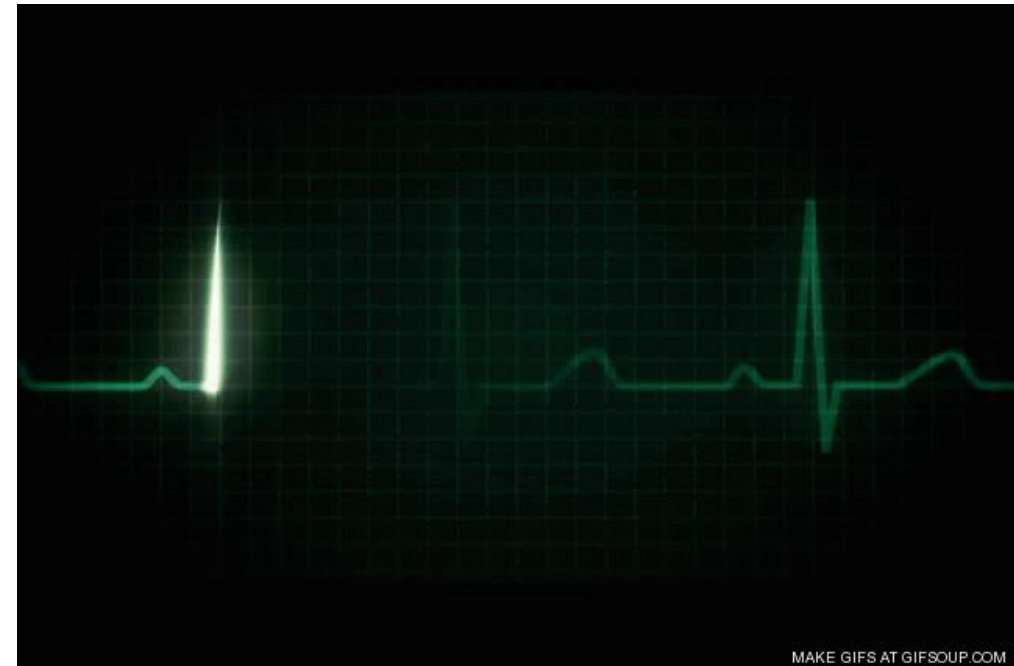
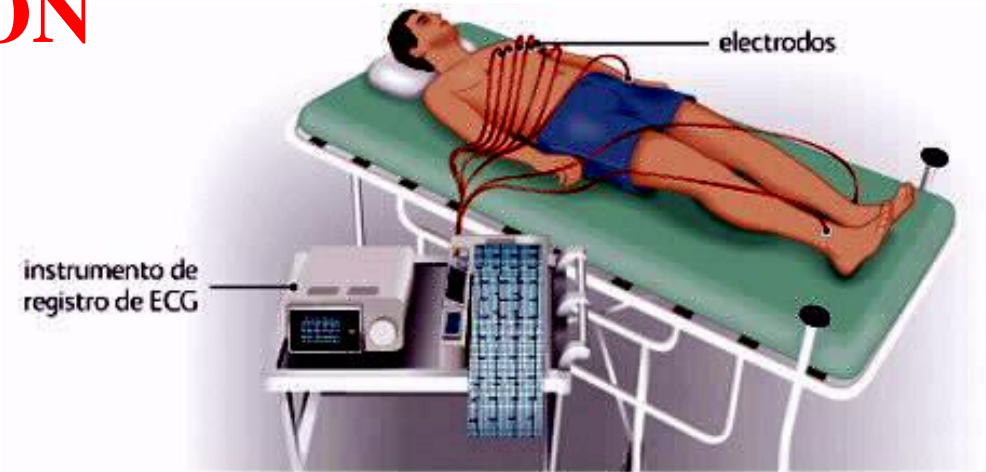
 **SACO OLIVEROS**

LA TRIGONOMETRÍA DEL CORAZÓN

El electrocardiograma (ECG) es la representación gráfica de la actividad eléctrica del corazón en función del tiempo, para ello se colocan en diversas partes del cuerpo los electrodos para obtener la información.

El aparato que genera el ECG, usa a las funciones trigonométricas seno y coseno modificando las amplitudes y los periodos.

Se recomienda a personas mayores de 40 años realizarse un examen ECG anualmente.



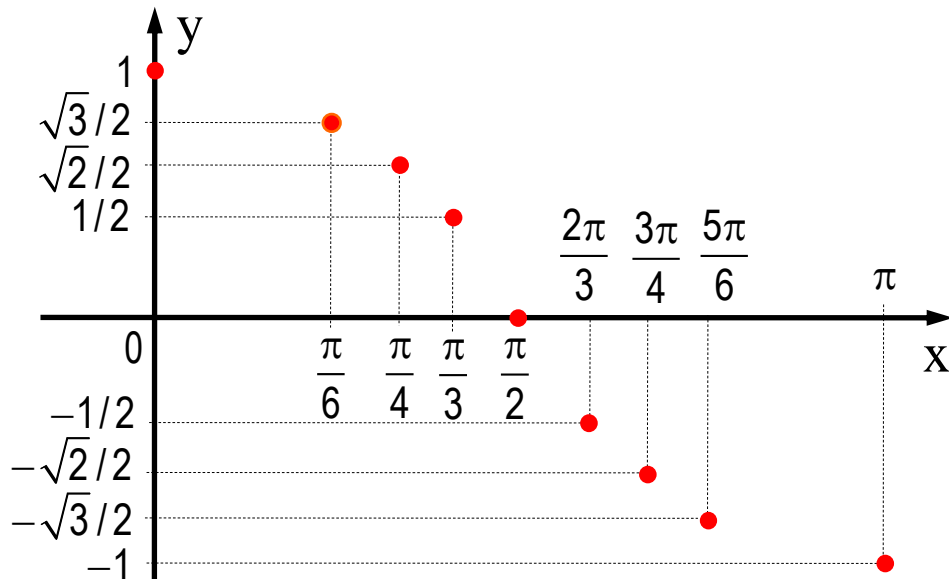


FUNCION COSENO:

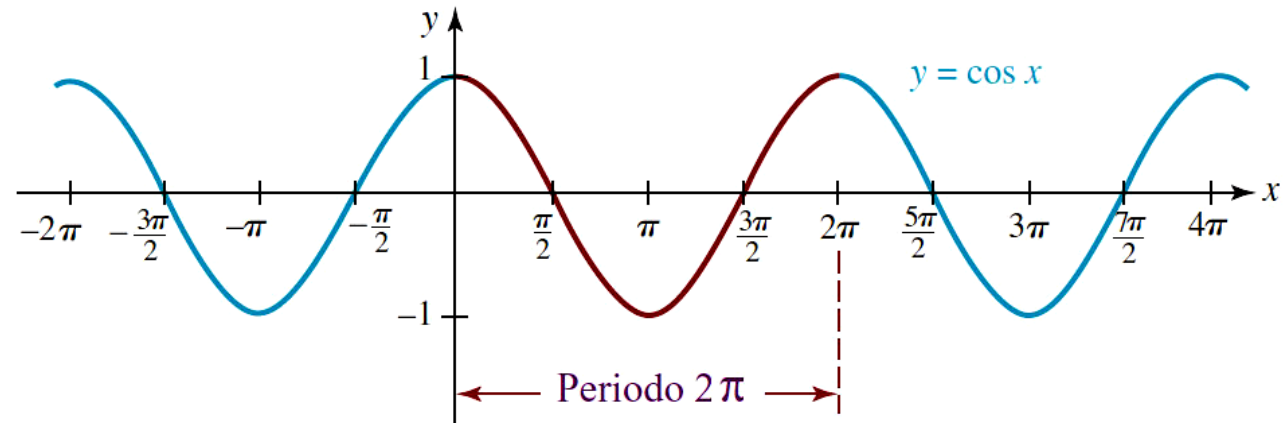
$$F = \{(x; y) / y = \cos x ; x \in \mathbb{R}\}$$

Tabulando algunos valores para x e y :

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
y = cosx	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1



Tabulando mas valores y uniendo con una curva dichos puntos, tenemos :



Dominio: $\text{Dom} F \in \mathbb{R} ; x \in \mathbb{R}$

Rango: $\text{Ran} F \in [-1; 1] \Rightarrow -1 \leq \cos x \leq 1$

Periodo: $T = 2\pi$

Es una función par: $\cos(-x) = \cos x$

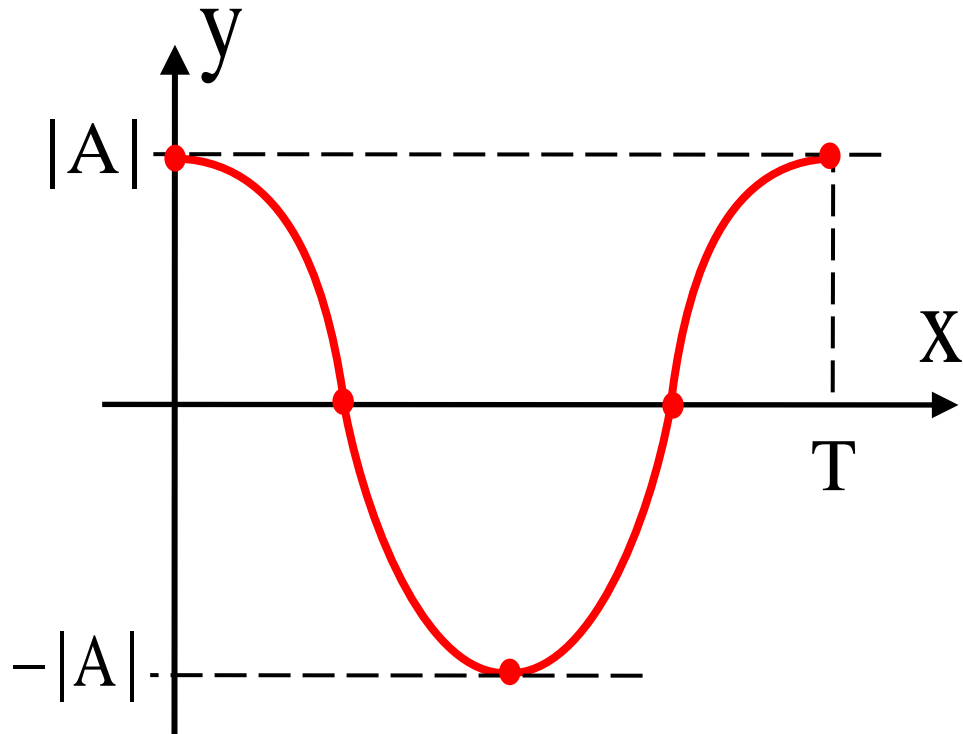
Gráfica simétrica respecto al eje de ordenadas.



OBSERVACION:

Sea la función : $y = A \cdot \cos Bx$

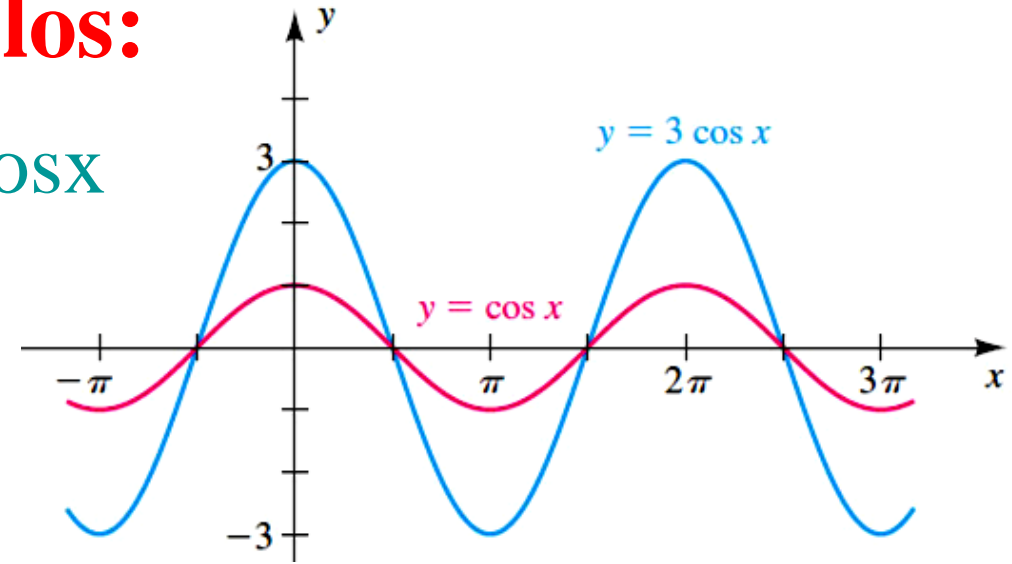
➡ Amplitud: $|A|$; Período: $T = \frac{2\pi}{|B|}$



Ejemplos:

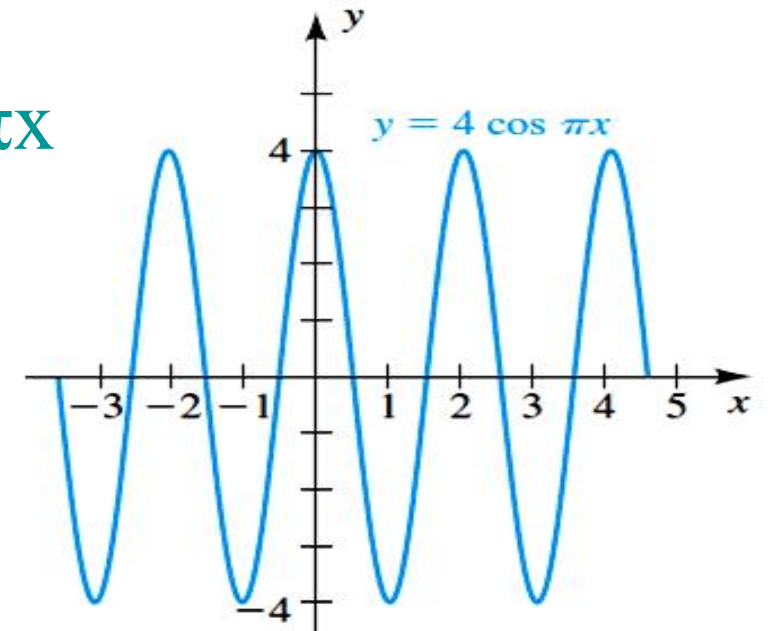
• $y = 3 \cos x$

$$\begin{cases} |A| = 3 \\ T = 2\pi \end{cases}$$



• $y = 4 \cos \pi x$

$$\begin{cases} |A| = 4 \\ T = 2 \end{cases}$$





PROBLEMA 1

Determinar el rango de la función

$$f(x) = 2\cos x - 5$$

Resolución:

Recordar:

$$-1 \leq \cos x \leq 1$$

Sabemos :

$$-1 \leq \cos x \leq 1 \quad \dots \quad x(2)$$

$$-2 \leq 2\cos x \leq 2 \quad \dots \quad - (5)$$

$$-7 \leq \underbrace{2\cos x - 5}_{f(x)} \leq -3$$

$$\therefore \text{Ranf} = [-7; -3]$$





PROBLEMA 2

Halle el rango de la función $g(x) = \frac{5\cos 3x - 2}{3}$

Resolución:

Tener en cuenta:

$$-1 \leq \cos x \leq 1$$

$$-1 \leq \cos 3x \leq 1$$

Sabemos:

$$-1 \leq \cos 3x \leq 1 \quad \dots x(5)$$

$$-5 \leq 5\cos 3x \leq 5 \quad \dots -(2)$$

$$-7 \leq 5\cos 3x - 2 \leq 3 \quad \dots \div (3)$$

$$-\frac{7}{3} \leq \frac{5\cos 3x - 2}{3} \leq 1$$

$$\therefore \text{Rang} = \left[-\frac{7}{3}; 1 \right]$$





PROBLEMA 3

Halle el rango de la función

$$f(x) = \cos^2 x - \sen^2 x + 3$$

Resolución:

Recordar:

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sen^2 x$$

TENEMOS:

$$f(x) = \underbrace{\cos^2 x - \sen^2 x}_{\cos 2x} + 3$$

$$f(x) = \cos 2x + 3$$

$$\text{SABEMOS: } -1 \leq \cos 2x \leq 1 \dots + (3)$$

$$2 \leq \cos 2x + 3 \leq 4$$

$$\therefore \text{Ran} f = [2; 4]$$



PROBLEMA 4

Calcule $T_1 + T_2$ siendo T_1 y T_2 periodos de las funciones $f(x)$ y $g(x)$, respectivamente, donde:

$$f(x) = 3\cos 3x$$

$$g(x) = 5\cos\left(\frac{x}{2}\right)$$

Resolución:

Recordar:

$$T = \frac{2\pi}{|B|}$$

Tenemos: $T_1 = \frac{2\pi}{3}$

$$T_2 = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$$

Nos piden:

$$T_1 + T_2 = \frac{2\pi}{3} + 4\pi$$

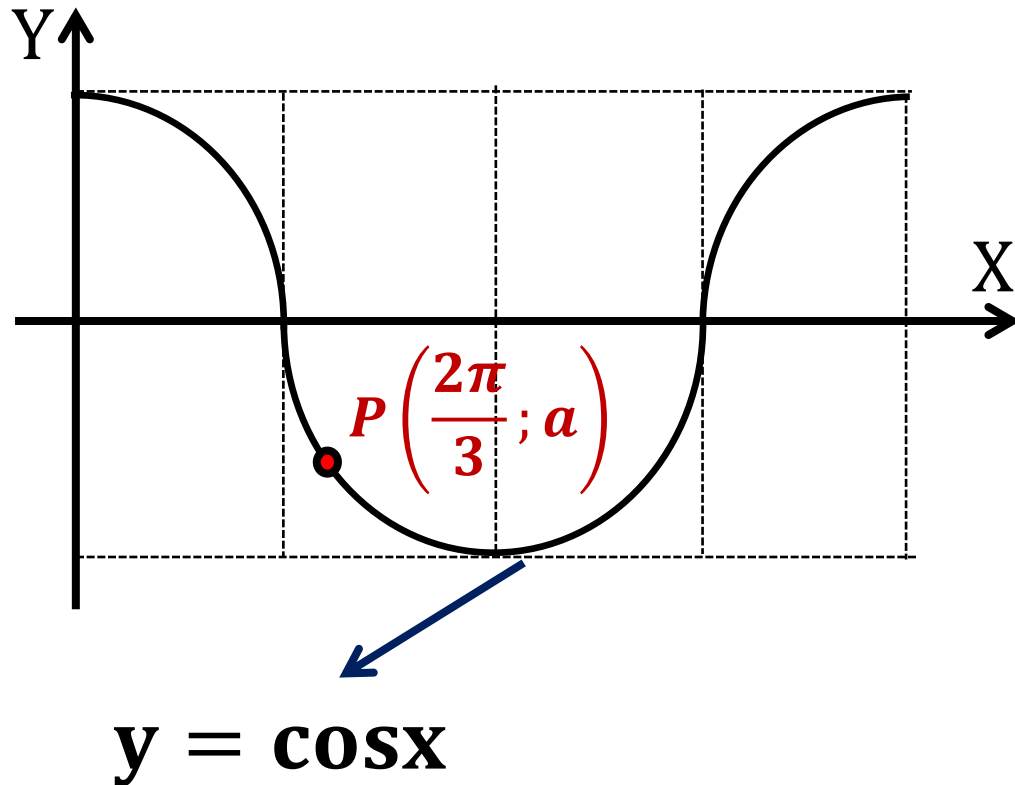
$$\therefore T_1 + T_2 = \frac{14\pi}{3}$$





PROBLEMA 5

Del gráfico, halle el valor de a .



Resolución:

Del gráfico tenemos:

$$y = \cos x$$

$$a = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \cos 120^\circ$$

$$a = -\cos 60^\circ$$

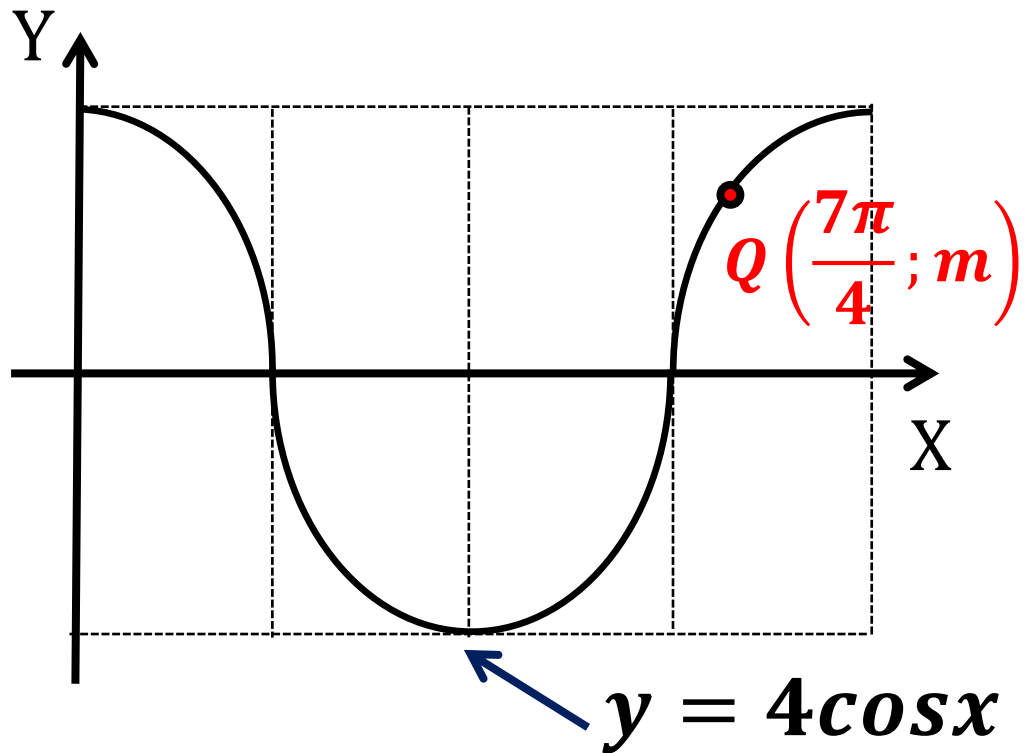
$$\therefore a = -\frac{1}{2}$$





PROBLEMA 6

Del gráfico, halle el valor de m .



Resolución:

Del gráfico tenemos:

$$y = 4\cos x$$

$$m = 4\cos\left(\frac{7\pi}{4}\right) = 4\cos 315^\circ$$

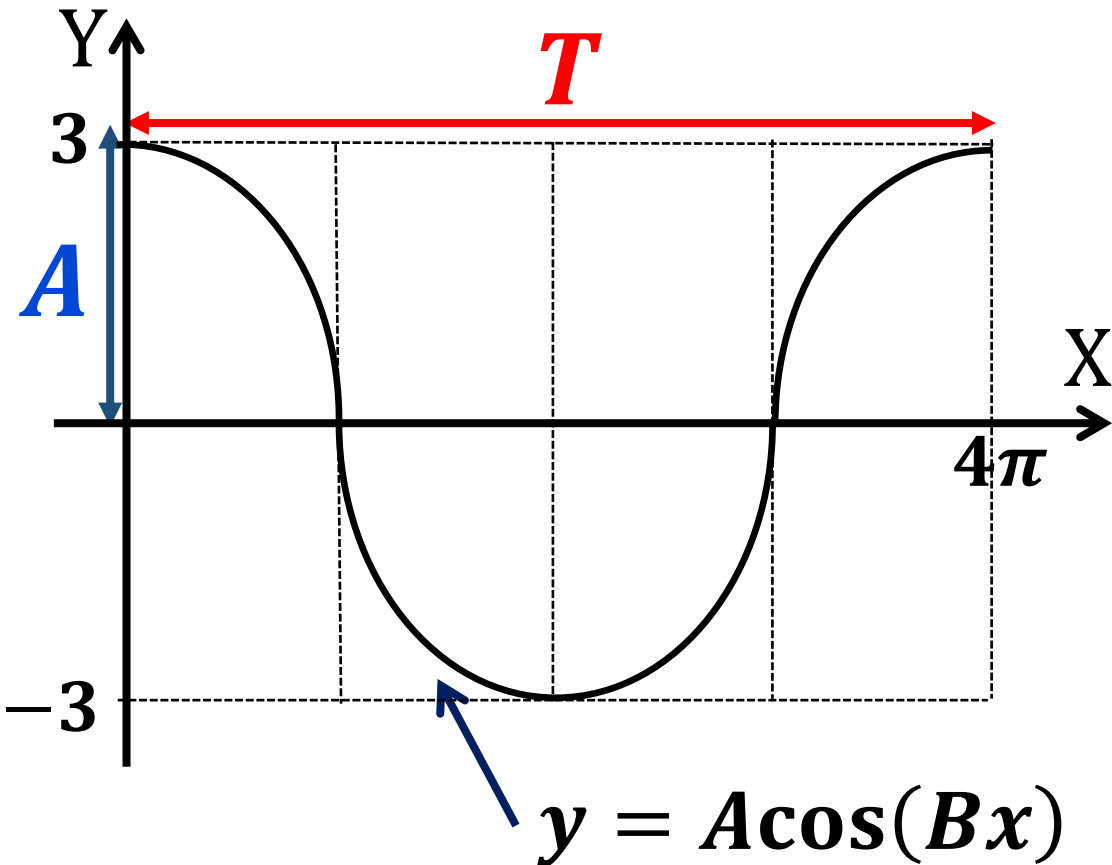
$$m = 4\cos 45^\circ$$

$$m = 4\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$\therefore m = 2\sqrt{2}$$

PROBLEMA 7

Del gráfico, calcule $A + B$.



Resolución:

Del gráfico tenemos: $A = 3$

$$T = 4\pi$$

$$\frac{2\pi}{B} = 4\pi \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2} = B$$

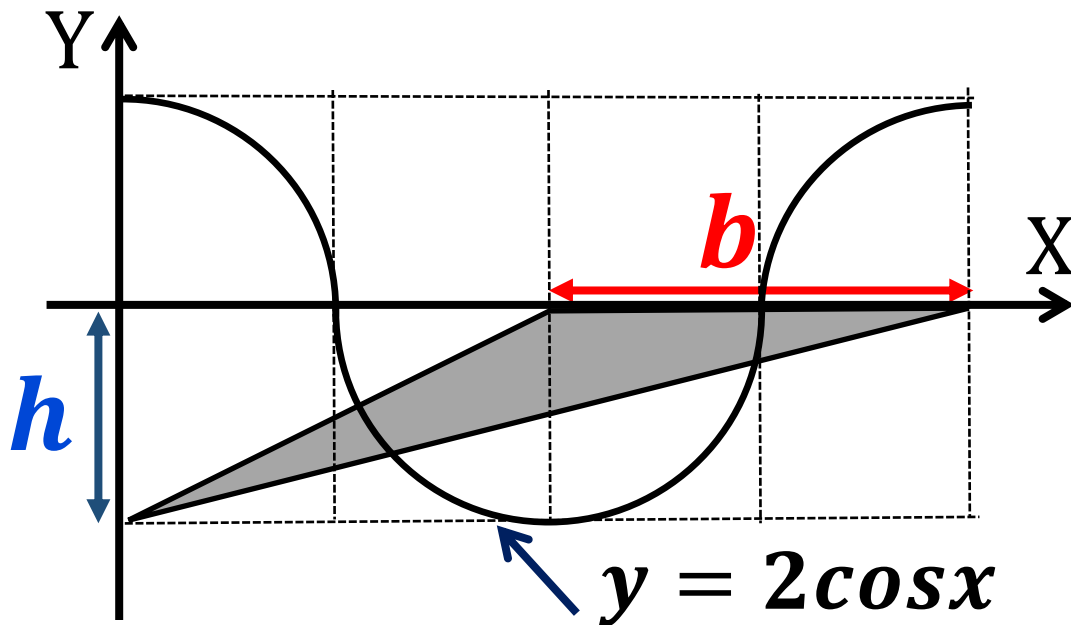
Nos piden: $A + B = 3 + \frac{1}{2}$

$$\therefore A + B = \frac{7}{2}$$



PROBLEMA 8

El siguiente gráfico muestra las ondas emitidas por un teléfono móvil. Calcule el área de la región triangular sombreada.



Resolución:

Del gráfico notamos:

$$h = A$$

$$h = 2$$

$$b = \frac{T}{2} = \frac{\frac{2\pi}{1}}{2}$$

$$b = \pi$$

Recordar:

$$S = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$S = \frac{\pi \cdot 2}{2}$$

$$\therefore S = \pi u^2$$