GEOMETRÍA

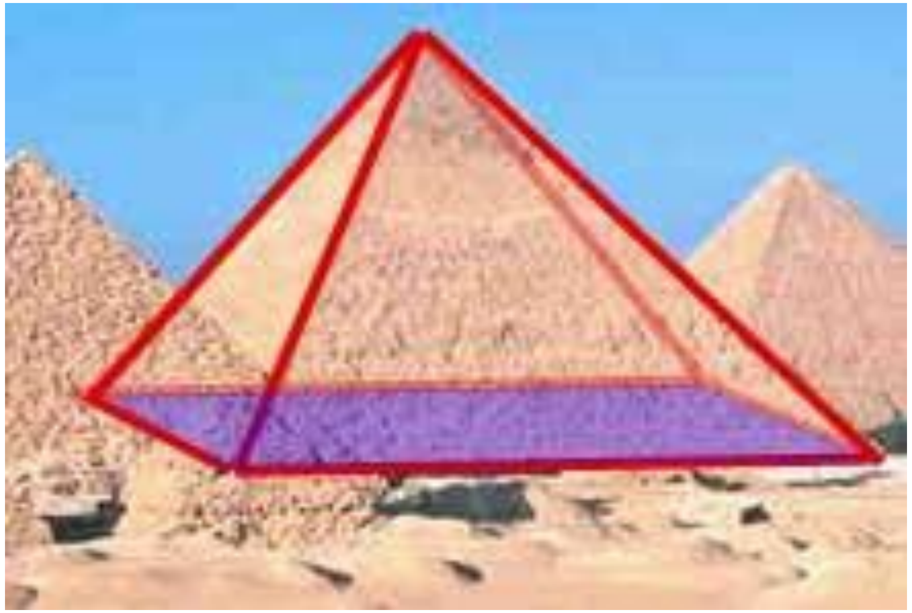
Capítulo 23-I

3th
SECONDARY

PIRAMIDE Y CONO

SACO OLIVEROS

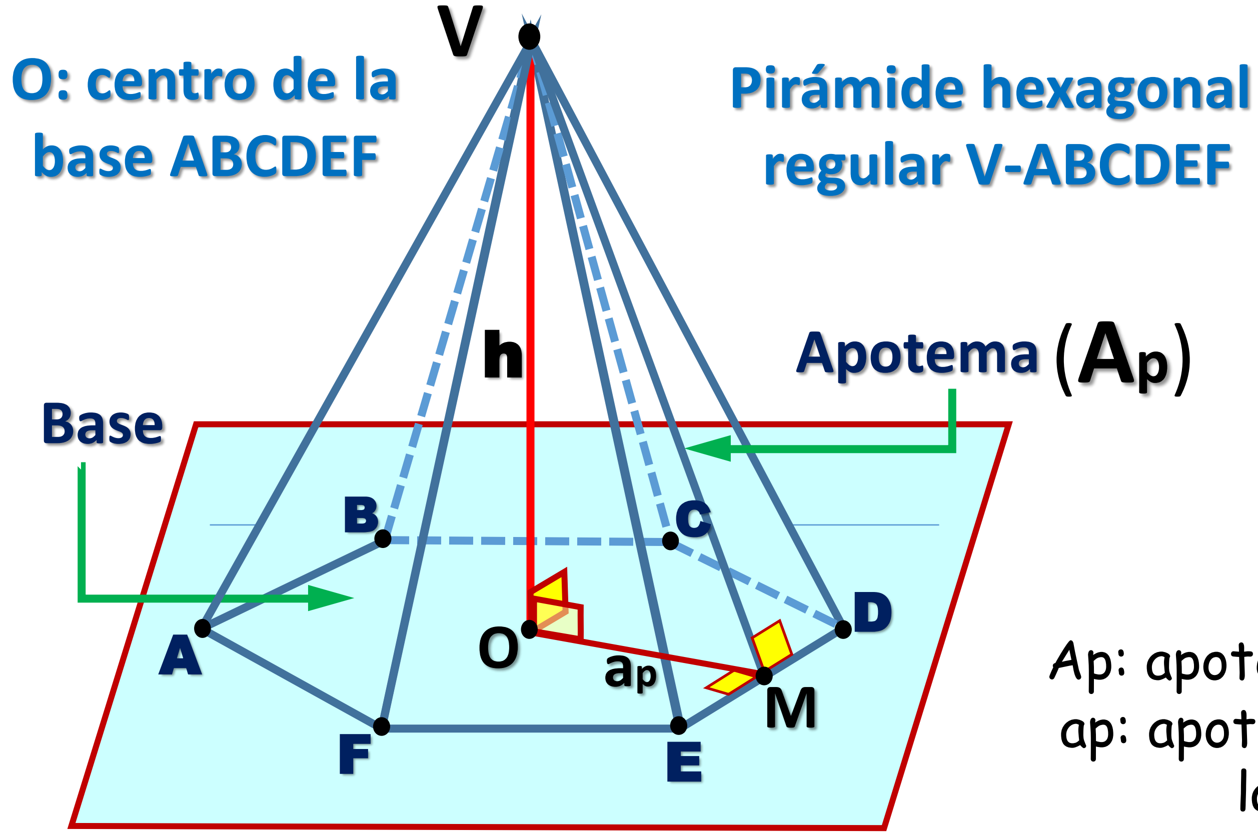
Las pirámides de Egipto son, de todos los vestigios legados por Egipto de la antigüedad, los más portentosos y emblemáticos monumentos de esta civilización y en particular, las tres grandes pirámides conocidas como las tumbas de los faraones, Keops, Kefrén y Micerino, todas de base cuadrada y cuya construcción se basó en el número áureo, también en este capítulo estudiaremos la formas geométricas de dichas pirámides, calcularemos su área y su volumen como se muestra en la figura



PIRÁMIDE Y CONO

Pirámide regular

Es una pirámide que tiene por base, una región poligonal regular y el pie de su altura es el centro de la base.



Ap: apotema
ap: apotema de la base

- Área de la superficie lateral (ASL)

$$\boxed{ASL = p(base).Ap}$$

p(base): semiperímetro de la base

- Área de la superficie total (AST)

$$\boxed{AST = ASL + A(base)}$$

A(base) : área de la base

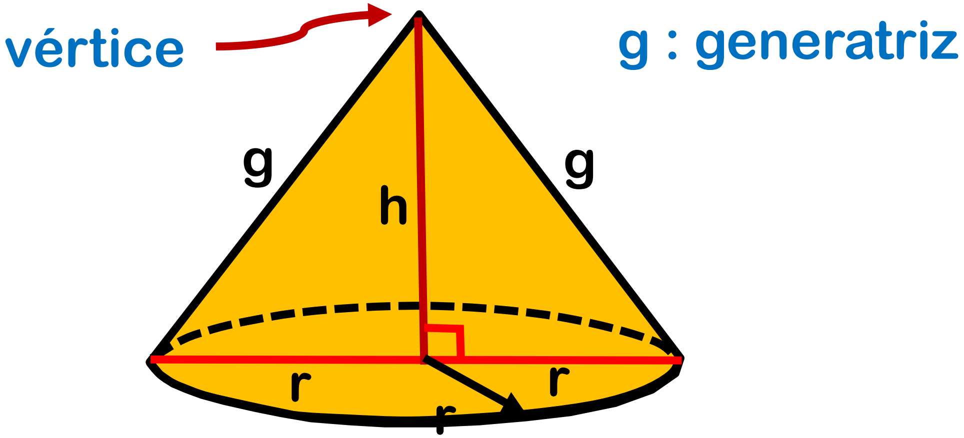
- Volumen (V)

$$\boxed{V = \frac{1}{3}.A(base)(h)}$$

$A_{ST}=\pi r(g+r)$

CONO CIRCULAR RECTO O CONO DE REVOLUCIÓN

Es el cono cuya base es un círculo y el pie de la altura es el centro de dicha base.



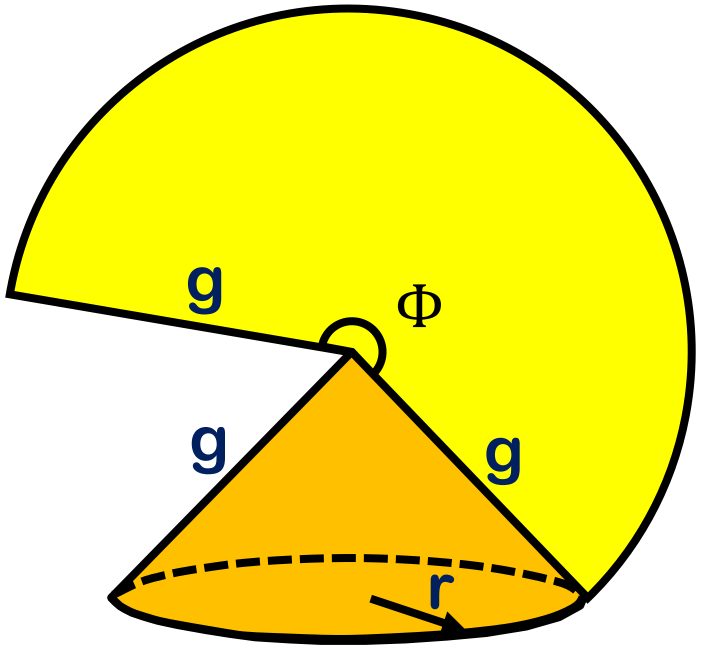
$A_{SL}=\pi r g$

$A_{ST}=\pi r(g+r)$

$V=\dfrac{\pi r^2.h}{3}$

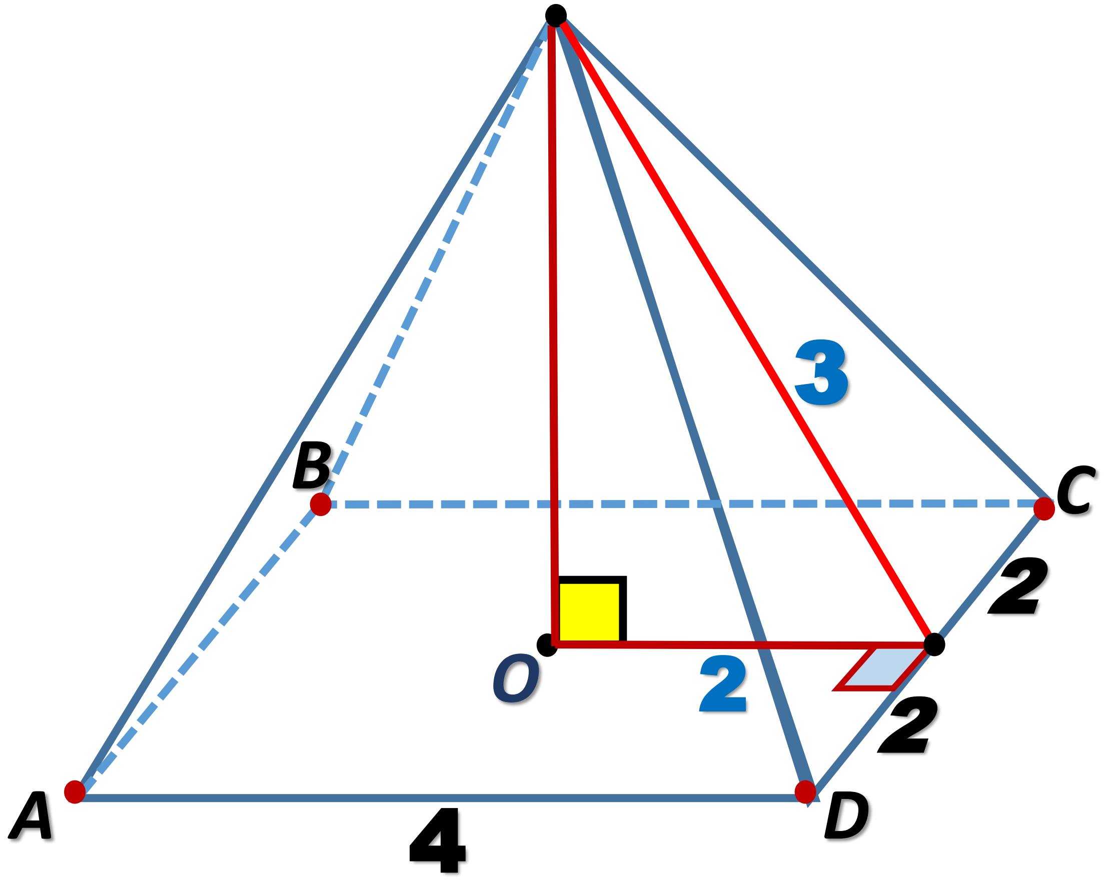
DESARROLLO DE LA SUPERFICIE LATERAL

Es un sector circular cuyo radio es la generatriz y el centro es el vértice del cono.



$\Phi=360^o(\frac{r}{g})$

1. Las apotemas de una pirámide regular cuadrangular miden 2 m y 3 m. Calcule el área de la superficie lateral.



Resolución

- Piden: A_{SL}

$$A_{SL} = P_{(base)} \cdot Ap$$

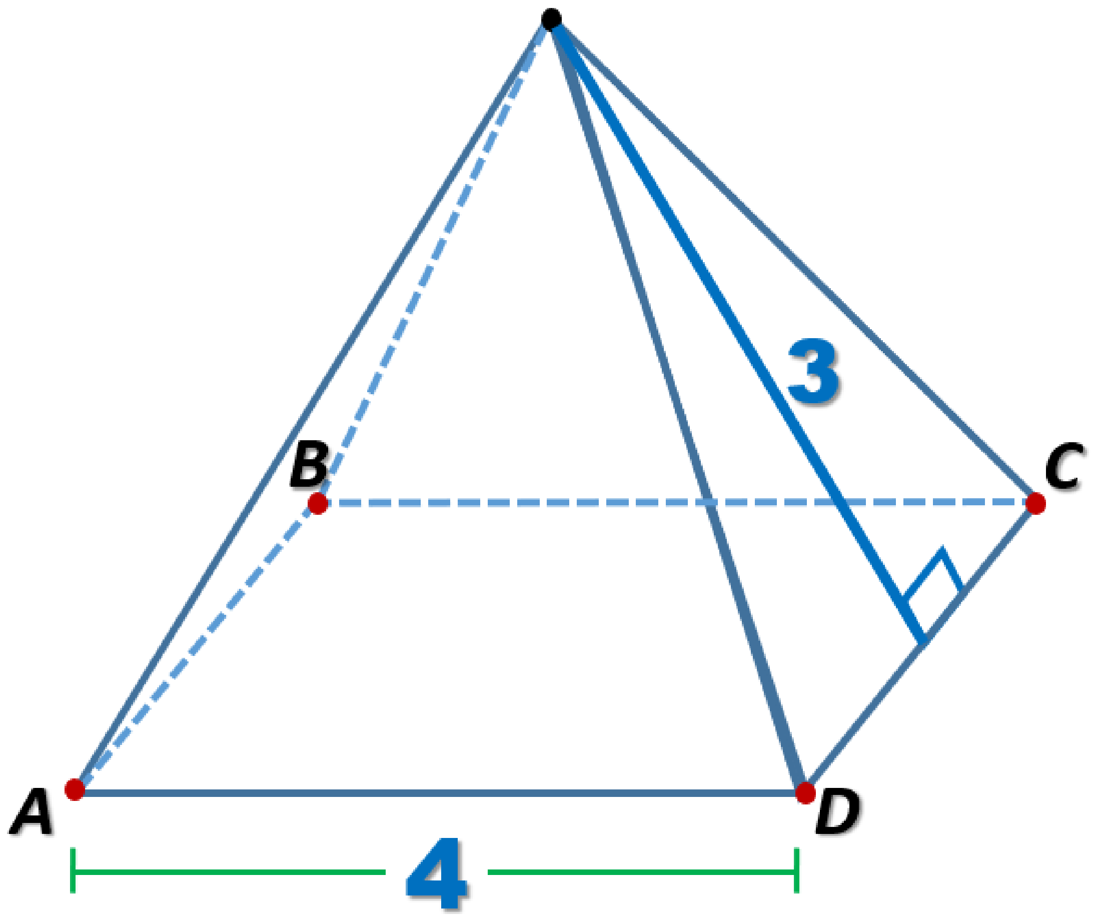
- Reemplazando:

$$ASL = \frac{(4 + 4 + 4 + 4)}{2} \cdot 3$$

$$ASL = (8).3$$

$$\boxed{A_{SL} = 24\ m^2}$$

2. En la pirámide regular cuadrangular mostrada, calcule el área de la superficie total.



Resolución

Piden: A_{ST}

$$A_{ST} = A_{SL} + A_{(base)}$$

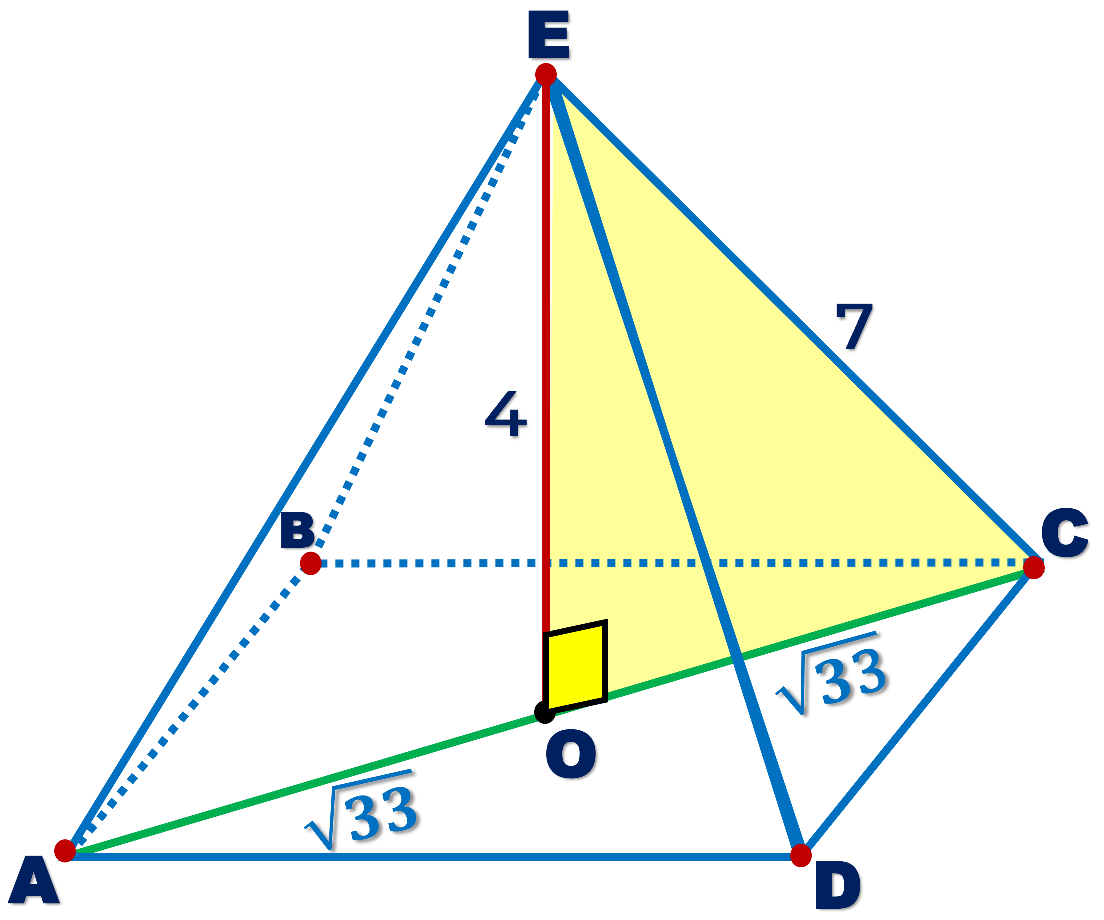
$$A_{ST} = (p_{base})(Ap) + \ell^2$$

$$A_{ST} = \left(\frac{4+4+4+4}{2}\right)(3) + 4^2$$

$$A_{ST} = 8.3 + 16$$

$$\boxed{A_{ST} = 40\ u^2}$$

3. Calcule el volumen de una pirámide regular cuadrangular, si la altura y la arista lateral miden 4 m y 7 m respectivamente.



Resolución

- Piden: V $\quad V = \frac{1}{3} \cdot A_{(base)} . h$
- Se traza $\overline{AC}$
- ◺ EOC T. de Pitágoras

$$7^2 = (OC)^2 + 4^2$$

$$\sqrt{33} = OC$$

$$2\sqrt{33} = AC$$

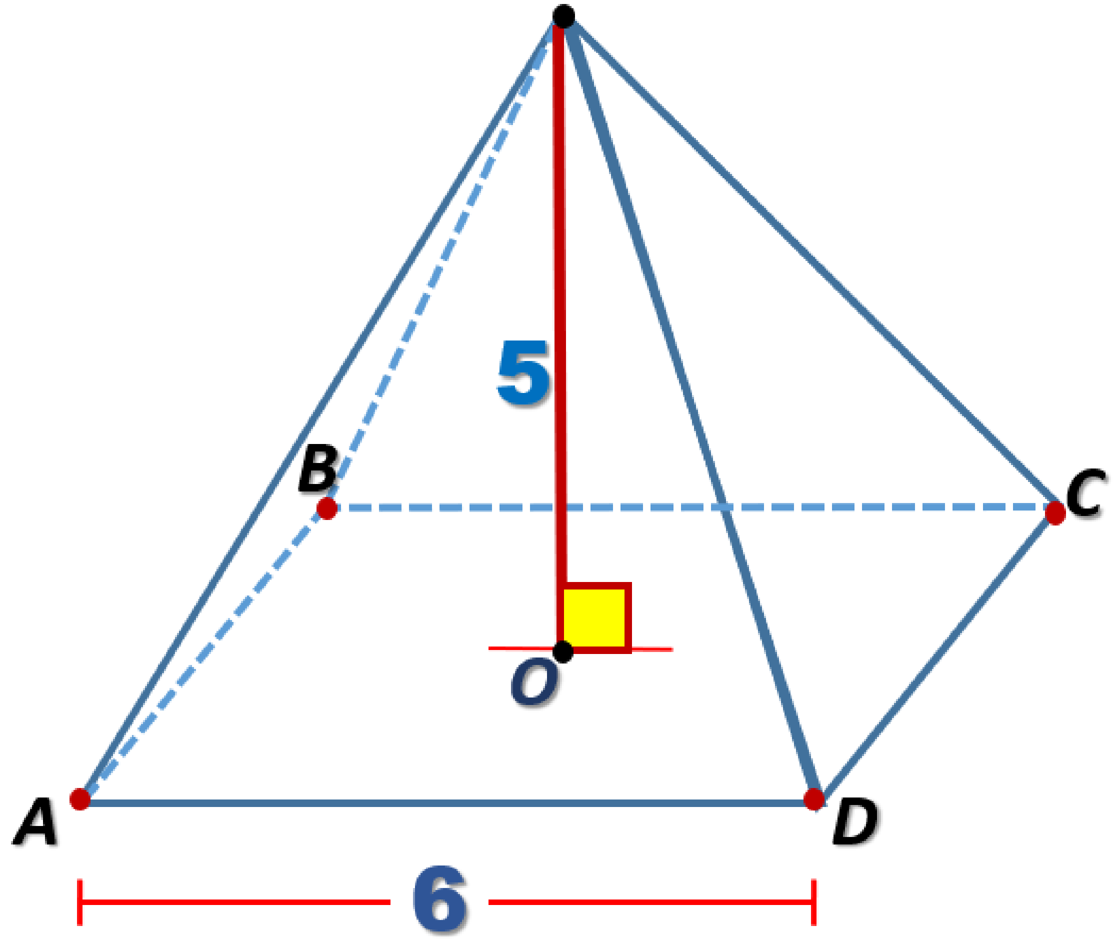
- Por teorema:

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{\left(2\sqrt{33}\right)^2}{2} \cdot (4)$$

$$V = \frac{1}{\cancel{3}_{1}} \cdot \frac{(4 . \cancel{33}^{11})}{\cancel{2}_{1}} \cdot (\cancel{4}_{2})$$

$$\boxed{V = 88\ m^3}$$

4. En la pirámide regular cuadrangular mostrada, determine su volumen.



Resolución

- Piden: V

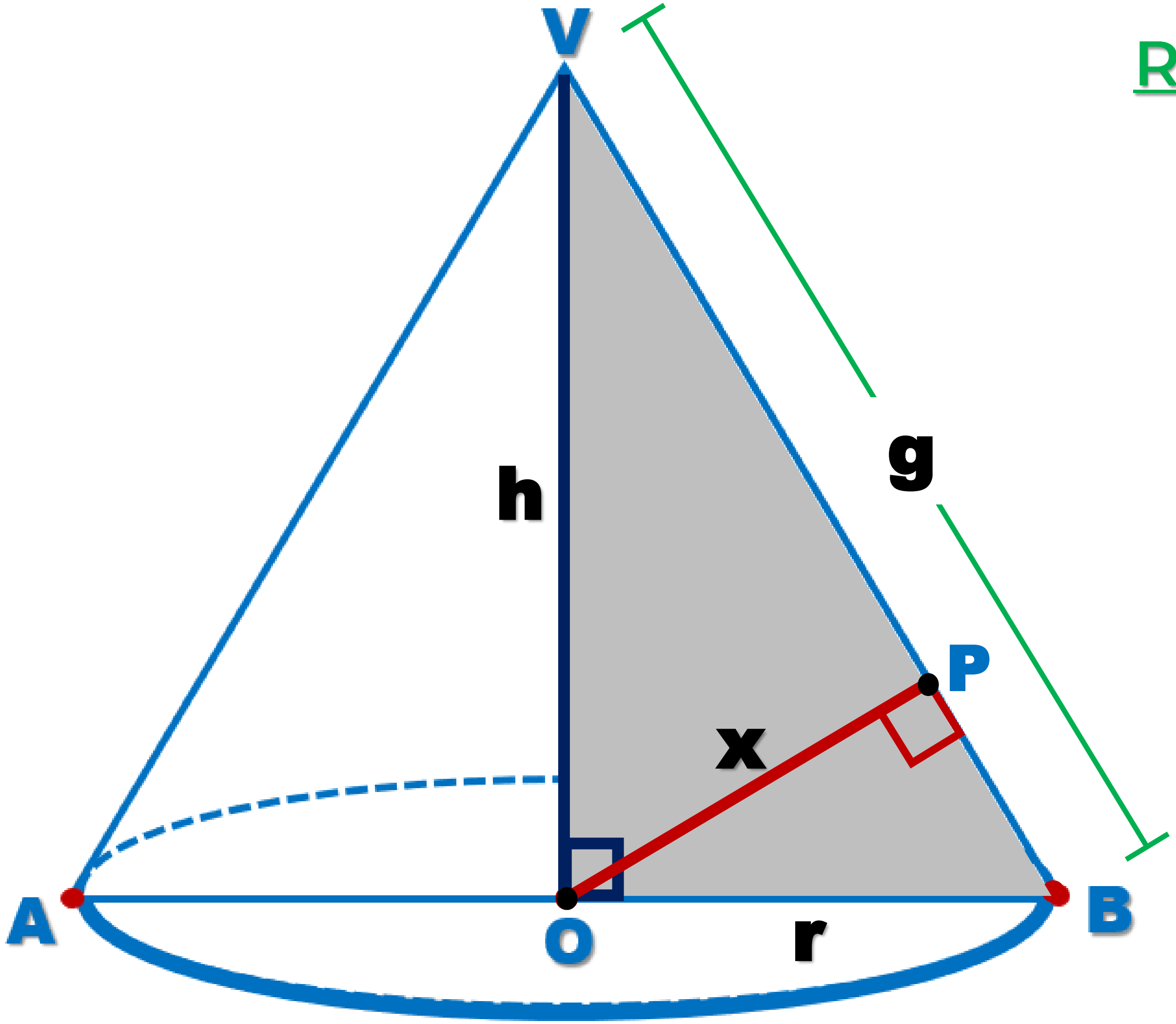
$$V = \frac{1}{3} \cdot A_{(base)}.h$$

$$V = \frac{1}{3} . (6^2) . (5)$$

$$V = \frac{\overset{1}{\cancel{1}}}{\underset{1}{\cancel{3}}} . (\overset{12}{\cancel{36}}) . (5)$$

$$\boxed{V = 60\ u^3}$$

5. El volumen de un cono circular recto es igual al doble del área de la superficie lateral. Calcule la distancia del centro de la base a una ge



Resolución

- Piden: x
- Por dato:

$$V = 2.\ A_{SL}$$

$$\frac{1}{\cancel{3}}\cancel{\pi}r^{\cancel{2}}.h = 2\ (\cancel{\pi}.\cancel{r}.g)$$

$$rh = 6g$$

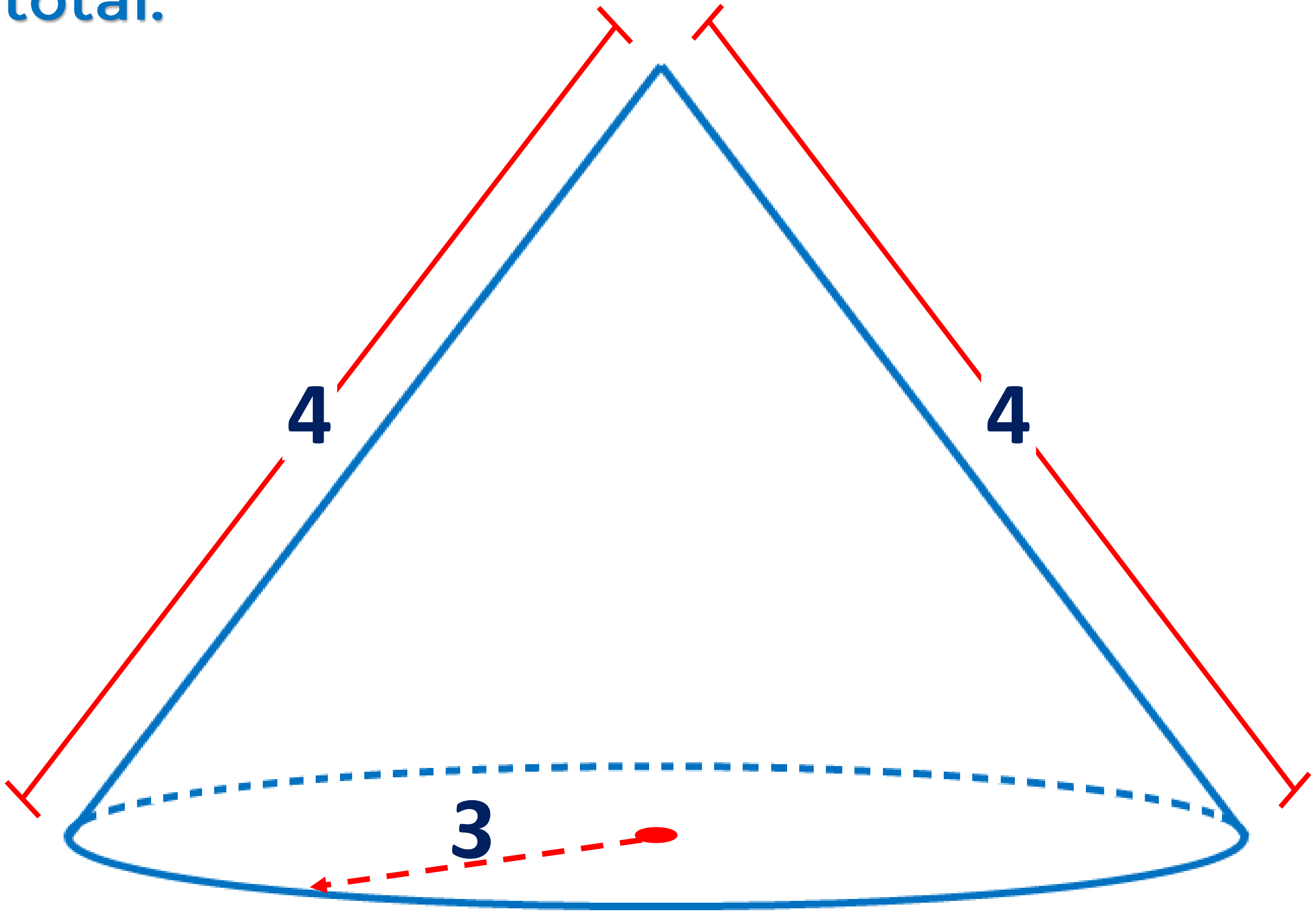
- ◺BOV Relaciones métricas

$$rh = xg$$

$$6\cancel{g} = x\cancel{g}$$

$$\boxed{6 = x}$$

6. En el cono circular recto mostrado, calcule el área de la superficie total.



Resolución

- Piden: A_{ST}

$$A_{ST} = \pi r(g + r)$$

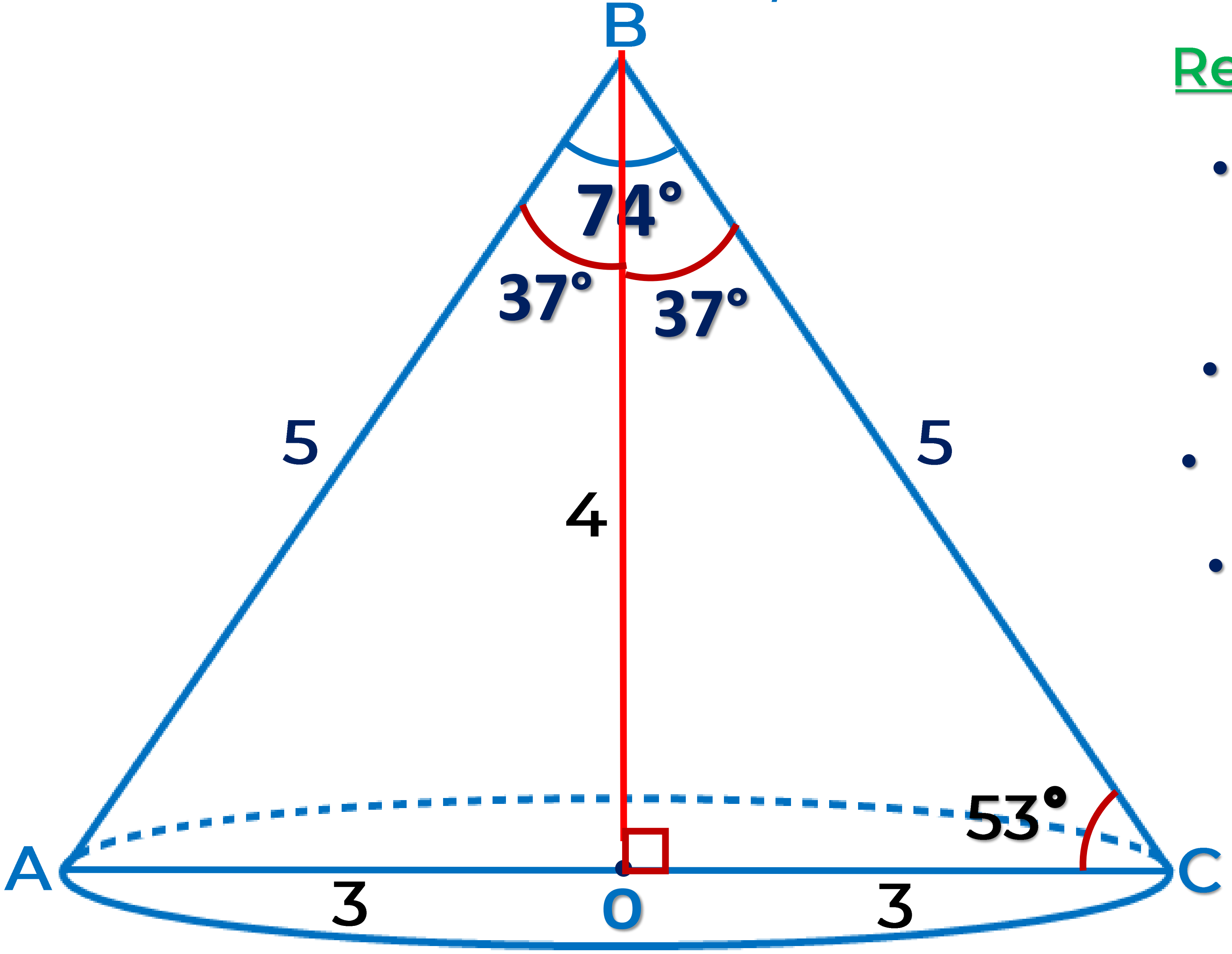
- Reemplazando:

$$A_{ST} = \pi 3(4 + 3)$$

$$A_{ST} = 3\pi(7)$$

$$\boxed{A_{ST} = 21\pi\ u^2}$$

7. En el cono circular recto, calcule el volumen.



Resolución

- Piden: $\mathbf{V}$

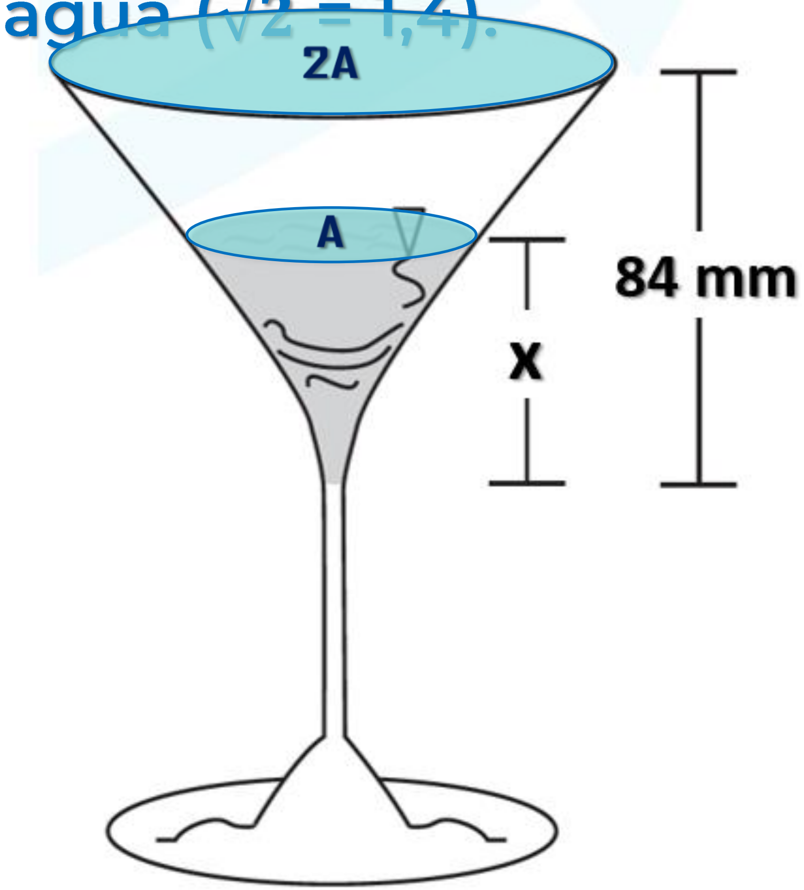
$$\mathbf{V} = \frac{1}{3}\ .p.r^2.h$$

- Se traza la altura $\overline{\mathbf{BO}}$.
- ◺ BOC : Notable. de 37° y 53°
- Reemplazando:

$$\mathbf{V} = \frac{1}{\cancel{3}}\pi.(\cancel{3})^2.4$$

$$\boxed{\mathbf{V = 12\pi\ u^3}}$$

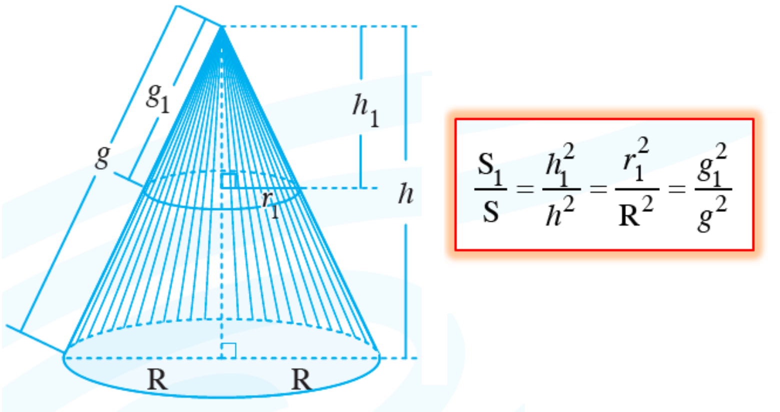
8. En la figura, se muestra una copa de forma de cono circular recto de altura 84 mm, se vierte agua de modo que debe mojar la mitad de su superficie interior. Determine la longitud aproximada de la altura del agua ($\sqrt{2} = 1{,}4$).



Resolución

- **Piden: x**

Semejanza de conos (teorema)



- **Reemplazando.**

$$\frac{2\cancel{A}}{\cancel{A}} = \frac{84^2}{x^2}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{1} = \frac{84}{x}$$

$$1{,}4 = \frac{84}{x}$$

$$\boxed{x = 60 \text{ mm}}$$