



ARITHMETIC

Chapter 13 - sesión II

1th
SECONDARY

DIVISIBILIDAD



 **SACO OLIVEROS**



¿ES DIVISIBLE EL NÚMERO DE PECES
ENTRE EL NÚMERO DE PECERAS?



¿Cuál es tu
respuesta?





TEORÍA DE LA DIVISIBILIDAD

En general:

$$\begin{array}{c|c} A & B \\ \hline 0 & k \end{array}$$

Notación:

$$A \overset{o}{=} B = B \overset{o}{=} Bk$$

Donde:

$$A = B \times k$$



$$A \in \mathbb{Z}; B \in \mathbb{Z}^+; k \in \mathbb{Z}$$



MÓDULO

"A es múltiplo de B"

"A es divisible entre B"

"B es divisor de A"

"B es factor de A"



5

NÚMEROS NO DIVISIBLES

POR DEFECTO

$$\begin{array}{r} 123 \\ 120 \quad 12 \\ \hline 3 \quad 10 \end{array}$$

$$123 = 12(10) + 3$$

$$123 = 12 + 3$$

$$r + r_e = d$$

POR EXCESO

$$\begin{array}{r} 123 \\ 132 \quad 12 \\ \hline 9 \quad 11 \end{array}$$

$$123 = 12(11) - 9$$

$$123 = 12 - 9$$

$$3 + 9 = 12$$

$$84 = 9 + 3 = 9 - 6$$

$$67 = 8 + 3 = 8 - 5$$

$$77 = 5 + 2 = 5 - 3$$

$$27 = 7 + 6 = 7 - 1$$

$$47 = 4 + 3 = 4 - 1$$

OPERACIONES CON MÚLTIPLOS DEL MISMO MÓDULO



Adición: *Ejemplo*

$$\begin{array}{c} \underbrace{14}_{\circ} + \underbrace{28}_{\circ} = \underbrace{42}_{\circ} \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ \underbrace{7}_{\circ} + \underbrace{7}_{\circ} = \underbrace{7}_{\circ} \end{array}$$

Generalizamos:

$$\boxed{\underbrace{n}_{\circ} + \underbrace{n}_{\circ} = \underbrace{n}_{\circ}}$$

Sustracción: *Ejemplo*

$$\begin{array}{c} \underbrace{72}_{\circ} - \underbrace{45}_{\circ} = \underbrace{27}_{\circ} \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ \underbrace{9}_{\circ} - \underbrace{9}_{\circ} = \underbrace{9}_{\circ} \end{array}$$

Generalizamos:

$$\boxed{\underbrace{n}_{\circ} - \underbrace{n}_{\circ} = \underbrace{n}_{\circ}}$$

Multiplicación: *Ejemplo*

$$\begin{array}{c} \underbrace{15}_{\circ} \times 3 = \underbrace{45}_{\circ} \\ \underbrace{5}_{\circ} \times 3 = \underbrace{5}_{\circ} \\ \boxed{\underbrace{n}_{\circ} \times k = \underbrace{n}_{\circ}} \end{array}$$

Donde: $k \in \mathbb{Z}$

Potenciación: *Ejemplo*

$$\begin{array}{c} 3^4 = 81 \\ \left(\underbrace{3}_{\circ}\right)^4 = \underbrace{3}_{\circ} \end{array}$$

Generalizamos: $\boxed{\left(\underbrace{n}_{\circ}\right)^k = \underbrace{n}_{\circ}}; k \in \mathbb{Z}^+$

SI UN NÚMERO ES MÚLTIPLO DE VARIOS MÓDULOS:



Ejemplo: Si $A \equiv 8$ y $A \equiv 6$

$$A = \overline{\text{MCM}(6; 8)}$$

$$A = 24$$

A

Generalizamos

$$\left. \begin{array}{l} N \equiv a \\ N \equiv b \\ N \equiv c \end{array} \right\} N = \overline{\text{MCM}(a, b, c)}$$

Ejemplo: Si $A \equiv 7 + 2$ y $A \equiv 5 + 2$

$$R = \overline{\text{MCM}(5; 7)} + 2$$

$$R = 35 + 2$$

B

Generalizamos

$$\left. \begin{array}{l} N \equiv a \pm r \\ N \equiv b \pm r \\ N \equiv c \pm r \end{array} \right\} N = \overline{\text{MCM}(a, b, c)} \pm r$$



Ejemplo:

$$F = \binom{0}{7+1} \binom{0}{7+3} \binom{0}{7+2}$$

$$F = \binom{0}{7+1} \times 3 \times 2$$

$$F = \binom{0}{7+6}$$

C

En conclusión

$$\binom{0}{n+a} \binom{0}{n+b} \binom{0}{n+c} \dots \binom{0}{n+m} = \binom{0}{n+a \cdot b \cdot c \dots m}$$

Ejemplo:

$$\binom{0}{5+3}^3 = \binom{0}{5+3} \binom{0}{5+3} \binom{0}{5+3} = \binom{0}{5+3^3} = \binom{0}{5+2}$$

$$\binom{0}{9+2}^2 = \binom{0}{9+2} \binom{0}{9+2} = \binom{0}{9+2^2} = \binom{0}{9+4}$$

D

En conclusión

$$\binom{0}{n+r}^k = \binom{0}{n+r^k}; k \in \mathbb{Z}^+$$

Ejemplo:

$$\binom{0}{7-1}^4 = \binom{0}{7+1^4} = \binom{0}{7+1}$$

$$\binom{0}{7-1}^3 = \binom{0}{7-1^3} = \binom{0}{7-1}$$

E

En conclusión

$$\binom{0}{n-r}^k = \begin{cases} \binom{0}{n+r^k}; & k: \text{par} \\ \binom{0}{n-r^k}; & k: \text{impar} \end{cases}$$

HELICO PRACTICE



Simplifique según los principios operativos:

$$E = ({}^{\circ}6 - 4)({}^{\circ}6 + 3)^2({}^{\circ}6 + 1)^{20}({}^{\circ}6 - 2)$$

Resolución

En conclusión

$$({}^{\circ}n + r)^k = {}^{\circ}n + r^k; k \in \mathbb{Z}^+$$

*

$$({}^{\circ}6 + 3)^2 = ({}^{\circ}6 + 9)$$

$$({}^{\circ}6 + 1)^{20} = ({}^{\circ}6 + 1)$$

$$({}^{\circ}6 - 4) = ({}^{\circ}6 + 2)$$

$$({}^{\circ}6 - 2) = ({}^{\circ}6 + 4)$$

$$E = ({}^{\circ}6 - 4)({}^{\circ}6 + 3)^2({}^{\circ}6 + 1)^{20}({}^{\circ}6 - 2)$$

$$E = ({}^{\circ}6 - 4)({}^{\circ}6 + 9)({}^{\circ}6 + 1)({}^{\circ}6 - 2)$$

$$E = ({}^{\circ}6 + 2)({}^{\circ}6 + 3)({}^{\circ}6 + 1)({}^{\circ}6 + 4)$$

$$E = ({}^{\circ}6 + 2 \times 3 \times 1 \times 4)$$

$$E = 6 + \underbrace{24}_{6}$$

$$E = {}^{\circ}6$$

En conclusión

$$({}^{\circ}n + a)({}^{\circ}n + b)({}^{\circ}n + c) \dots ({}^{\circ}n + m) = {}^{\circ}n + a \cdot b \cdot c \dots m$$

RPTA:

${}^{\circ}6$

HELICO PRACTICE



Determine el residuo que se obtiene al dividir N entre 10.

$$N = (108)(97) + 52(71)$$

Resolución

$$N = (\overset{\circ}{10} + 8)(\overset{\circ}{10} + 7) + (\overset{\circ}{10} + 2)(\overset{\circ}{10} + 1)$$

* $108 = (\overset{\circ}{10} + 8)$

$$97 = (\overset{\circ}{10} + 7)$$

$$52 = (\overset{\circ}{10} + 2)$$

$$71 = (\overset{\circ}{10} + 1)$$

$$N = (\overset{\circ}{10} + 56) + (\overset{\circ}{10} + 2)$$

$$N = \overset{\circ}{10} + 58$$

$$N = \overset{\circ}{10} + 50 + 8$$

$$N = \overset{\circ}{10} + 8$$

En conclusión

$$(\overset{\circ}{n+a})(\overset{\circ}{n+b})(\overset{\circ}{n+c})\dots(\overset{\circ}{n+m}) = \overset{\circ}{n+a} \cdot b \cdot c \dots m$$

RPTA:

8



Si $(\overset{\circ}{5} + 2)(\overset{\circ}{5} + 3) = \overset{\circ}{5} + x$
Halle el valor de x^2 .

Resolución

En conclusión

$$(\overset{\circ}{n}+a)(\overset{\circ}{n}+b)(\overset{\circ}{n}+c)\dots(\overset{\circ}{n}+m) = \overset{\circ}{n}+a \cdot b \cdot c \cdot \dots \cdot m$$

$$(\overset{\circ}{5}+2)(\overset{\circ}{5}+3) = \overset{\circ}{5}+x$$

$$(\overset{\circ}{5}+2 \times 3) = \overset{\circ}{5}+x$$

$$(\overset{\circ}{5}+6) = \overset{\circ}{5}+x$$

$$(\overset{\circ}{5}+5+1) = \overset{\circ}{5}+x \quad x=1$$

$$\therefore x^2 = 1^2 =$$

RPTA:

1



Determine el residuo que se obtiene al dividir G entre 9.

$$G = 19^{2017}$$

Resolución

$$* \quad 19 = (\overset{\circ}{9} + 1)$$

En conclusión

$$(\overset{\circ}{n} + r)^k = \overset{\circ}{n} + r^k; k \in \mathbb{Z}^+$$

$$G = 19^{2017}$$

$$G = (\overset{\circ}{9} + 1)^{2017}$$

$$G = \overset{\circ}{9} + 1^{2017}$$

$$G = \overset{\circ}{9} + 1$$

RPTA

:

1



HELICO PRACTICE



Determine el residuo que se obtiene al dividir P entre 7.

$$P = (7777772)^5$$

Resolución

$$P = (7777772)^5$$

$$G = (7 + 2)^5$$

$$G = 7 + 2^5$$

$$G = 7 + 32$$

$$G = 7 + 4$$

RPTA:

4

En conclusión

$$(\overset{\circ}{n} + r)^k = \overset{\circ}{n} + r^k; k \in \mathbb{Z}^+$$

HELICO PRACTICE



Si se sabe que

$$N = \overset{\circ}{6} + 5$$

$$N = \overset{\circ}{7} - 2 = \overset{\circ}{7} + 5$$

calcule el menor valor de N si tiene dos cifras.

Resolución

$$N = \overset{\circ}{7} + 5$$

$$N = \overset{\circ}{6} + 5$$



$$N = \text{MCM}(\overset{\circ}{7}, \overset{\circ}{6}) + 5$$

$$N = \overset{\circ}{42} + 5$$



$$42 + 5 = 47$$

$$84 + 5$$

$$126 + 5$$

⋮

Generalizamos

$$\left. \begin{array}{l} N = \overset{\circ}{a} \pm r \\ N = \overset{\circ}{b} \pm r \\ N = \overset{\circ}{c} \pm r \end{array} \right\} N = \frac{\overset{\circ}{\text{MCM}(a, b, c)}}{\pm r}$$

RPTA:

47



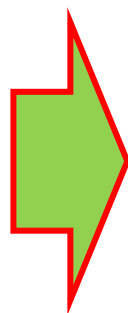
El Charapita tiene cierta cantidad de caramelos; si los cuenta de 2 en 2, de 3 en 3 y de 5 en 5, en cada caso no le sobra caramelos. Determine la cantidad de caramelos que tiene el Charapita si es la menor posible.

Resolución

$$N = \overset{\circ}{2}$$

$$N = \overset{\circ}{3}$$

$$N = \overset{\circ}{5}$$



$$N = \text{MCM}(\overset{\circ}{2}, \overset{\circ}{3}, \overset{\circ}{5})$$

$$N = \overset{\circ}{30}$$

30

60

90

⋮

RPTA:

30

Generalizamos

$$\left. \begin{array}{l} N = \overset{\circ}{a} \\ N = \overset{\circ}{b} \\ N = \overset{\circ}{c} \end{array} \right\} N = \overset{\circ}{\text{MCM}(a, b, c)}$$



HELICO PRACTICE



En una inspección al aula de 1.er año para revisar el cumplimiento del uso del uniforme completo por parte de los alumnos varones de la sección, la tutora Cynthia observó que la mitad de los alumnos cumplió el día lunes; la quinta parte lo hizo el martes; y el miércoles, solo la tercera parte. Si ningún alumno varón faltó alguno de los días de inspección, ¿cuántas alumnas tiene dicha sección de 42 alumnos en total?

Resolución

$$H = 2^{\circ}$$

$$H = 3^{\circ}$$

$$H = 5^{\circ}$$



$$H = MCM(2, 3, 5)$$

$$H = 30$$

30

60

90

⋮

$$M = 12$$

RPTA:

12

$$H < 42$$