MATHEMATICAL REASONING

Chapter 18

3th
SECONDA
RY

Conteo de Figuras

SACO OLIVEROS

HELICO MOTIVATION

FIGURAS CON DOBLE SIGNIFICADO

¿Qué observas tú?

HELICO THEORY

CONTEO DE FIGURAS

Mecanismo que consiste en determinar la máxima cantidad de figuras de cierto tipo, que se encuentran presentes en una figura dada.

MÉTODOS DE CONTEO

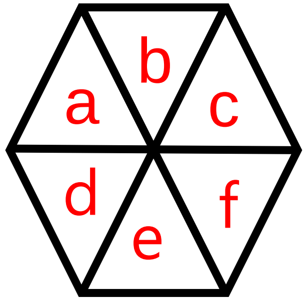
- CONTEO DIRECTO

POR OBSERVACION:

Consiste en asignar números y/o letras a todas las figuras simples, luego se procede al conteo creciente y ordenado de figuras; De1 letra o número, al unir 2 letras o números, al unir 3 letras o números, y así sucesivamente.

Ejemplo1:

Calcule el total de cuadriláteros



□s de 2 letras:

ab,bc,ad,

de,ef,cf, → 6

□s de 3 letras:

dab,abc,bcf

ade,def,efc → 6

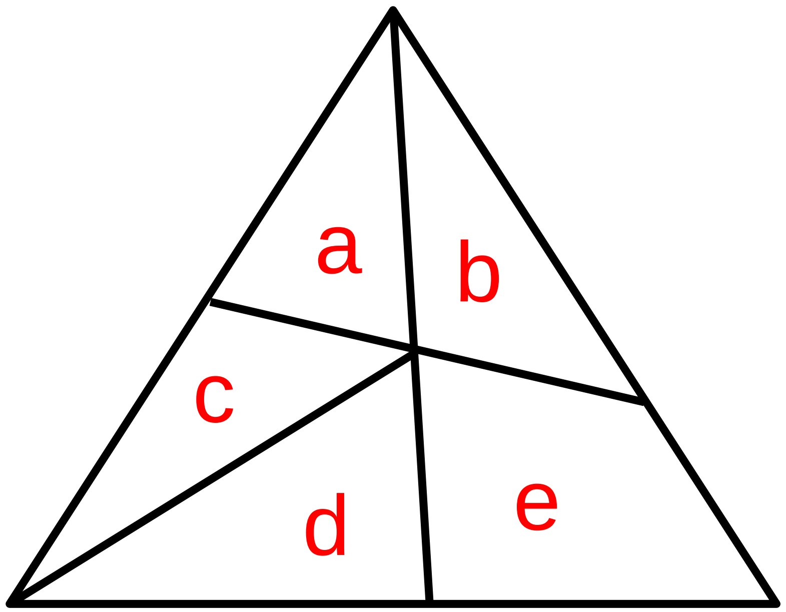
∴ TOTAL $\underline{\underline{12}}$

HELICO THEORY

CONTEO DE FIGURAS

Ejemplo 2:

Calcula el total de triángulos



Resolución:

△s de 1 letra: a,b,c,d, → 4

△s de 2 letras: ab,ac,be → 3

△s de 3 letras: acd → 1

△s de 5 letras: abcde → 1

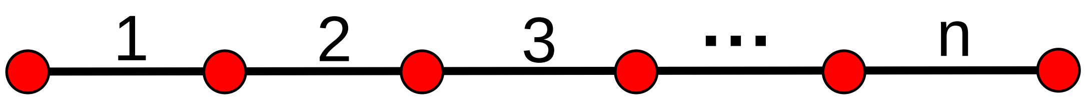
∴ TOTAL 9

HELICO THEORY

CONTEO POR FÓRMULA

Aplica para figuras recurrentes ya sea en líneas y/o vértices.

Segmentos:



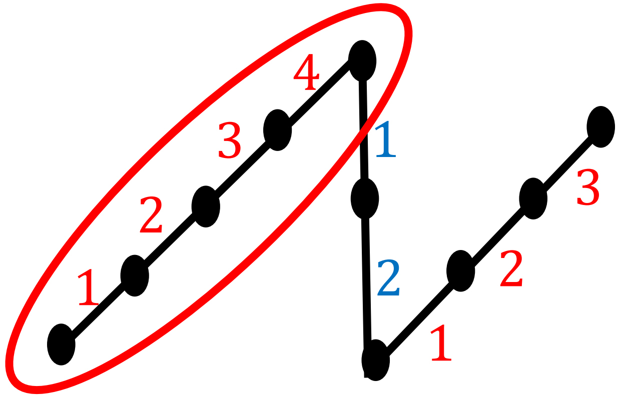
Número de segmentos:

$$\boxed{\frac{n(n+1)}{2}}$$

n = número de segmentos simples

Ejemplo:

Calcule el total de segmentos:



Total segmentos:

$$\frac{4(5)}{2} + \frac{2(3)}{2} + \frac{3(4)}{2}$$

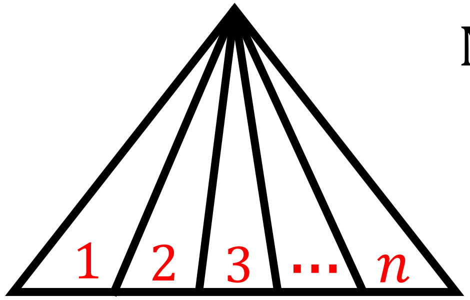
$$10 + 3 + 6 = 19$$

$$\therefore \underline{\underline{19}}$$

HELICO THEORY

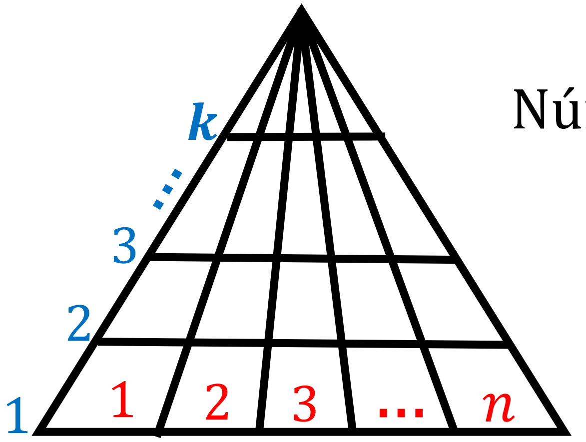
CONTEO POR FÓRMULA

Triángulos:



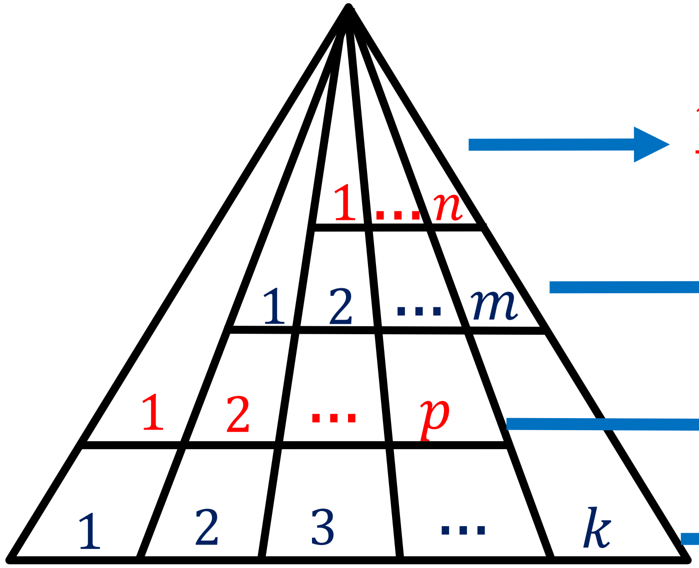
Número de triángulos:

$$\boxed{\frac{n(n+1)}{2}}$$



Número de triángulos:

$$\boxed{\frac{n(n+1)}{2} \times k}$$



$$\frac{n(n+1)}{2} = A$$

$$\frac{m(m+1)}{2} = B$$

$$\frac{p(p+1)}{2} = C$$

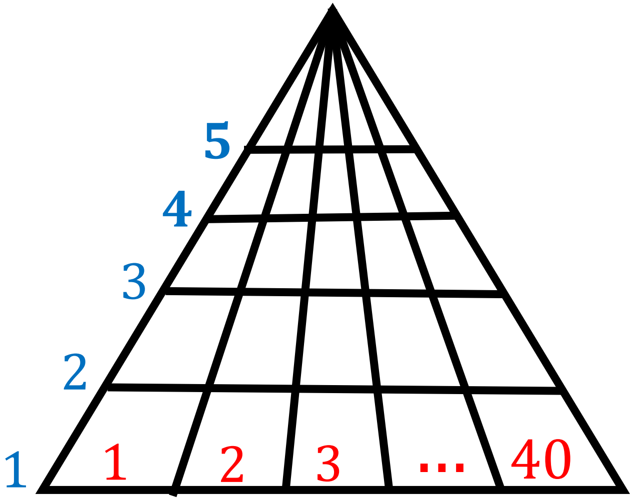
$$\frac{k(k+1)}{2} = D$$

Total de triángulos:

$$\boxed{TOTAL = A+B+C+D}$$

HELICO THEORY

Ejemplo 1: Calcule el total de triángulos

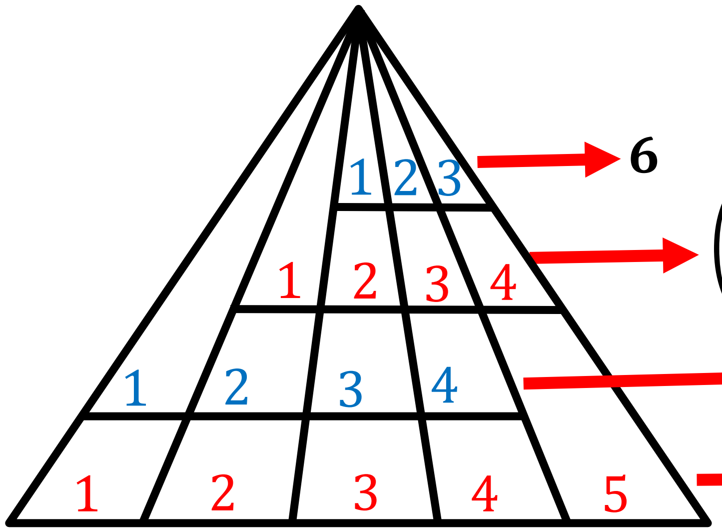


$$\frac{40(41)}{2} \times 5$$

TOTAL: $(820)5 = 4100$

$\therefore$ $\underline{\underline{4100}}$

Ejemplo 2: Calcule el total de triángulos



$\rightarrow$ **6**

$\rightarrow$ $\left(\frac{4(5)}{2}\right) = \mathbf{10}$

$\rightarrow$ **10**

$\rightarrow$ $\left(\frac{5(6)}{2}\right) = \mathbf{15}$

Total triángulos:

$6+10+10+15=41$

$\therefore$ TOTAL $\underline{\underline{\mathbf{41}}}$

HELICO THEORY

CONTEO POR FÓRMULA

Cuadriláteros:

1	2	3	4	…	n

N° de cuadriláteros: $\boxed{\dfrac{n(n+1)}{2}}$

Ejemplo 1:

1	2	3	4	5	6	7	8	9

Total cuadriláteros:

$$\frac{9(10)}{2} = 45$$

$\therefore\ \underline{\underline{45}}$

Cuadriláteros:

1	2	3	…	n
2				
⋮				
m				

Total cuadriláteros:

verticales: $\dfrac{n(n+1)}{2}$ **x** horizontales: $\dfrac{m(m+1)}{2}$

HELICO THEORY

Ejemplo 2:

Calcule el total de cuadriláteros

1	2	3	4
2			
3			
4			
5			

Total cuadriláteros:

verticales: horizontales:

$$\frac{4(5)}{2} \times \frac{5(6)}{2}$$

$$10 \times 15 = 150 \quad \therefore \quad 150$$

Cuadrados:

1	2	3	4	.....	a
2					
$\vdots$					
b					

Total cuadrados:

$$(a \times b) + (a-1)(b-1) + (a-2)(b-2) + \ldots + \underbrace{(\quad)(\quad)}$$

Hasta que aparezca la unidad en uno de ellos.

HELICO THEORY

Ejemplo 1: Calcule el total cuadrados

1	2	3	4	5	6	7	8
2							
3							
4							

Total cuadrados:

$$\left.\begin{array}{l} 8 \times 4 = 32 \\ 7 \times 3 = 21 \\ 6 \times 2 = 12 \\ 5 \times 1 = 5 \end{array}\right\} 70$$

$\therefore \underline{\underline{70}}$

Cuadrados: (caso especial)

1	2	$\cdots$	n
2			
$\vdots$			
n			

Total cuadrados

$$\boxed{\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}}$$

Ejemplo 2: Calcule el total cuadrados

1	2	3	$\cdots$	20
2				
3				
$\vdots$				
20				

Total cuadrados

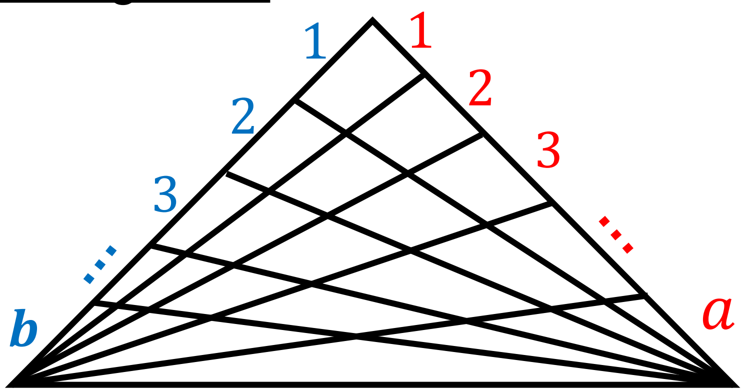
$$\frac{20(21)(41)}{6} = 2870$$

$\therefore \underline{\underline{2870}}$

HELICO THEORY

MÁS CASOS ESPECIALES:

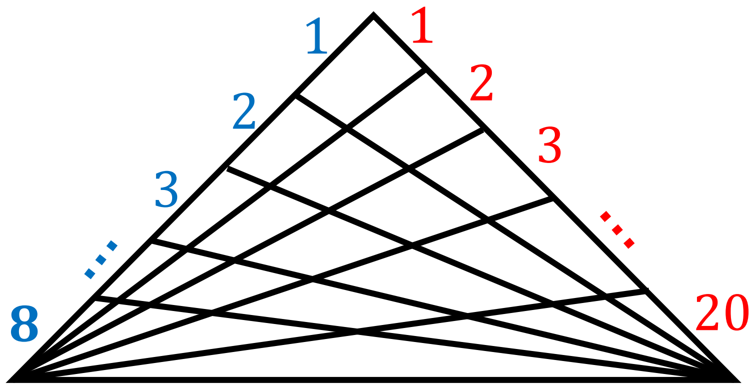
Triángulos:



Total de triángulos:

$$\boxed{\frac{a \times b \times (a+b)}{2}}$$

Ejemplo:



Total de triángulos:

$$\frac{8 \times 20 \times (8+20)}{2} \rightarrow \frac{8 \times \overset{10}{\cancel{20}} \times (28)}{\cancel{2}}$$

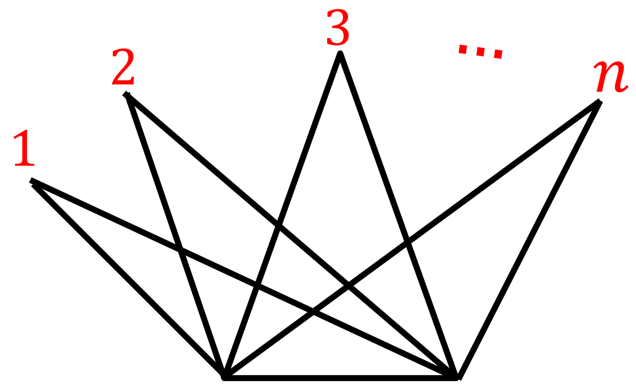
$$8(280) = 2240$$

$\therefore$ TOTAL $\underline{\underline{2240}}$

HELICO THEORY

MÁS CASOS ESPECIALES:

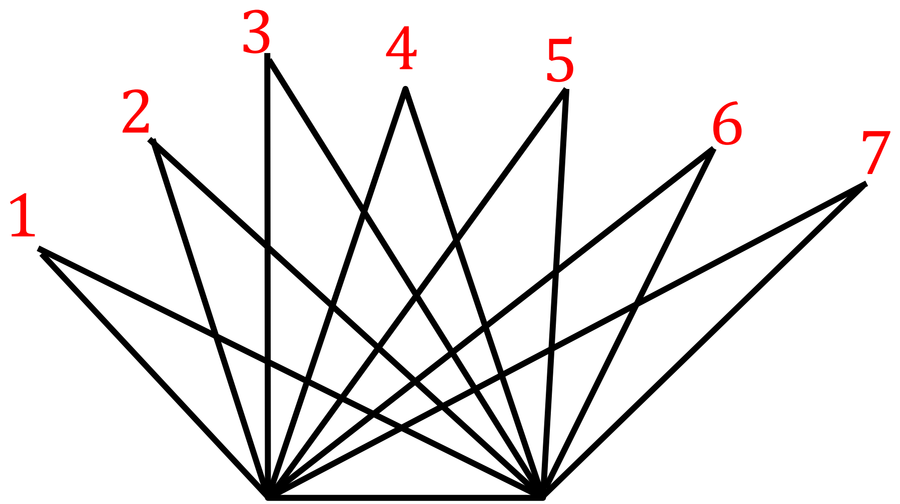
Triángulos:



Total triángulos

$$\boxed{\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}}$$

Ejemplo: Calcule el total de triángulos

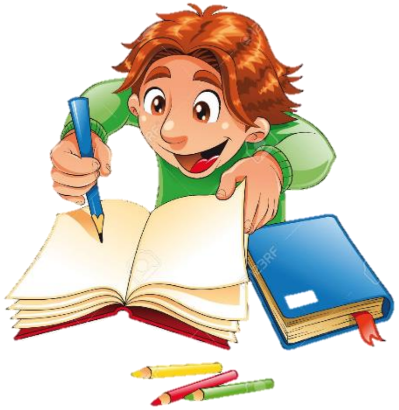


$n = 7$

Total triángulos

$$\frac{7(8)(15)}{6} = 140$$

$\therefore$ TOTAL 140

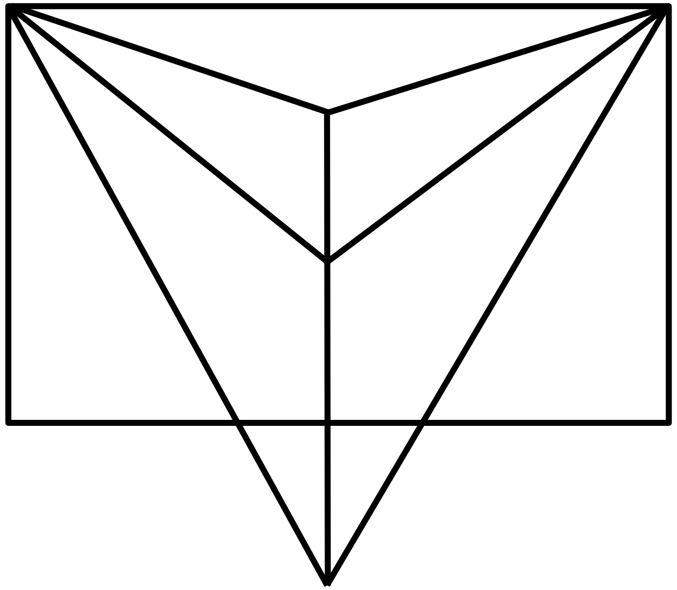


RESOLUCIÓN DE LA PRÁCTICA

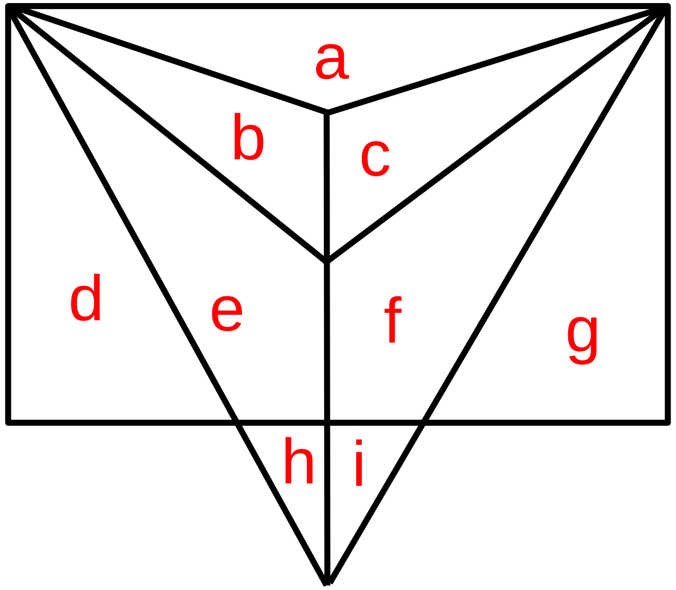
PROBLEMA 1

Rosa está postulando a la Universidad Nacional Federico Villarreal y tiene dificultad con este problema:

Halle el número total de cuadriláteros en:



Resolución:

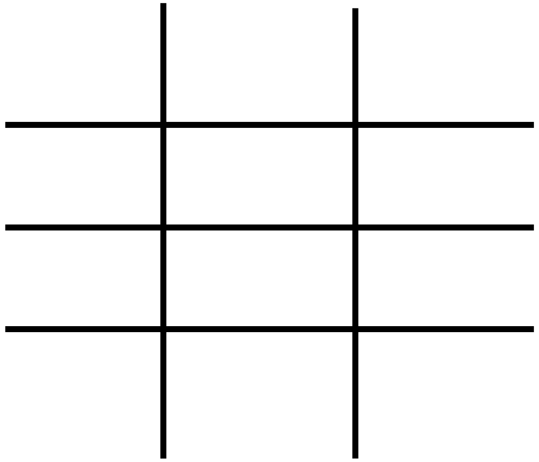


Piden:		Total
□s de 1:	e,f	2
□s de 2:	ab,ac,bc be,cf,de,fg	7
□s de 3:	bde,cfg	2
□s de 4:	efhi, abeh,acfi	3
□s de 5:	abcef,abceh,abcfi	3
□s de 6:	abcdef, abcefg,bcefhi	3
□s de 7:	abcdefg,	1

∴ TOTAL 21

PROBLEMA 2

Halle el número total de segmentos en la siguiente figura.



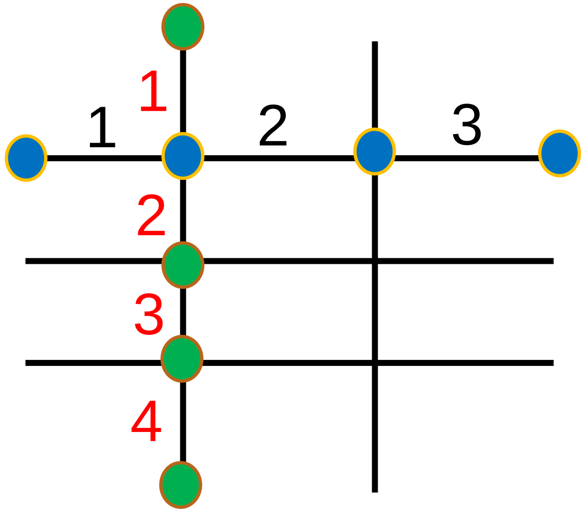
Recordemos:

Número de segmentos:

$$\boxed{\frac{n(n+1)}{2}}$$

n = número de espacios

Resolución:



$Total\ de\ segmentos$:

Horizontales: Verticales:

$$3\left(\frac{3(4)}{2}\right) + 2\left(\frac{4(5)}{2}\right)$$

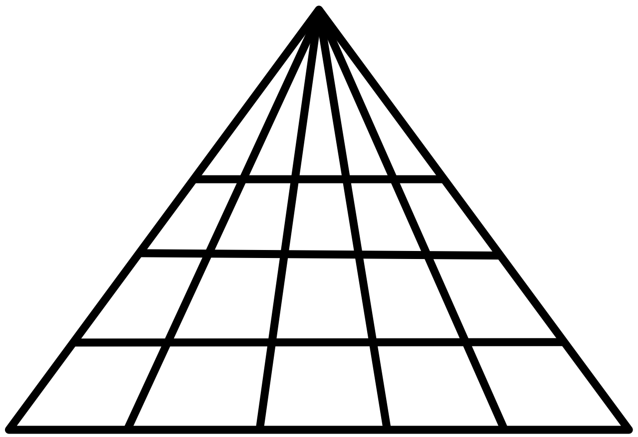
$$3(6) \quad + \quad 2(10)$$

$$18 \quad + \quad 20$$

$\therefore\ Total:\ \underline{38}$

PROBLEMA 3

¿Cuántos triángulos hay en total?.



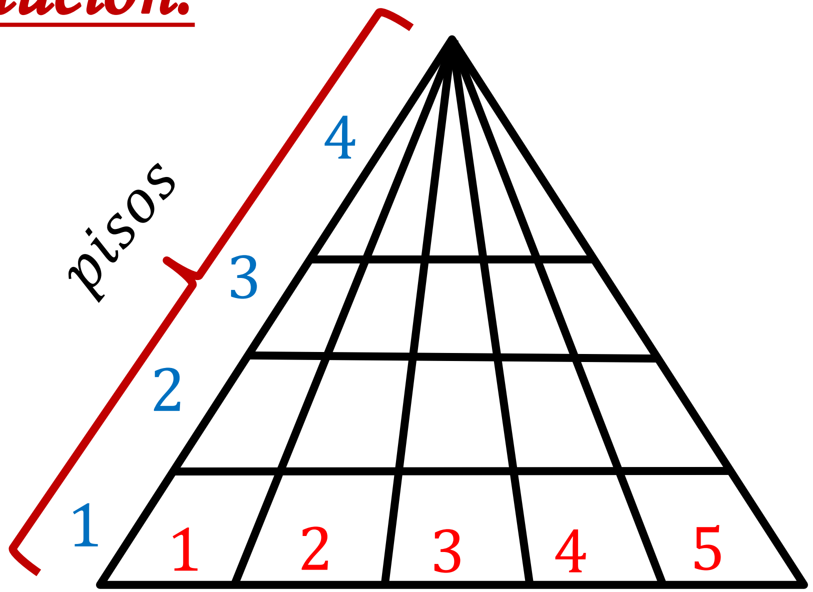
Recordemos:

Número de triángulos:

$$\boxed{\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)(pisos)}$$

$n =$ número de espacios

Resolución:



$Total\ triángulos$:

$$\left(\frac{5(6)}{2}\right)4$$

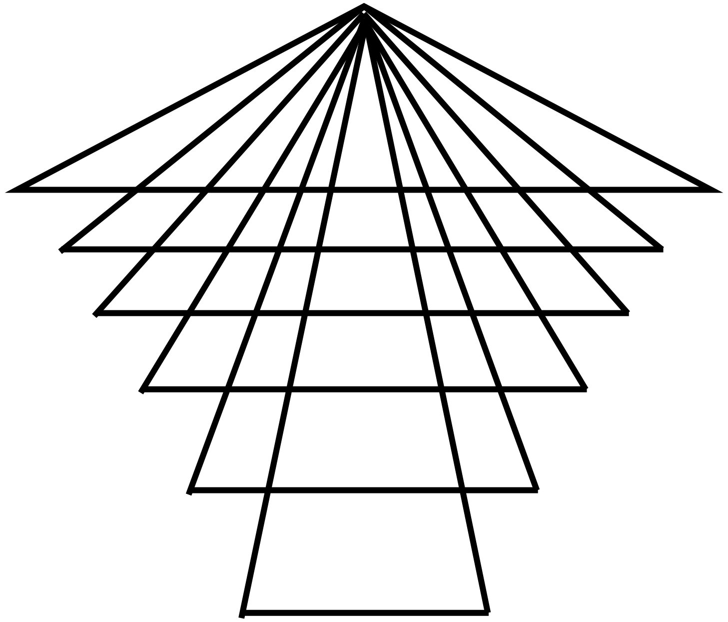
$$(15)4 = 60$$

$\therefore\ Total:\ \underline{\underline{60}}$

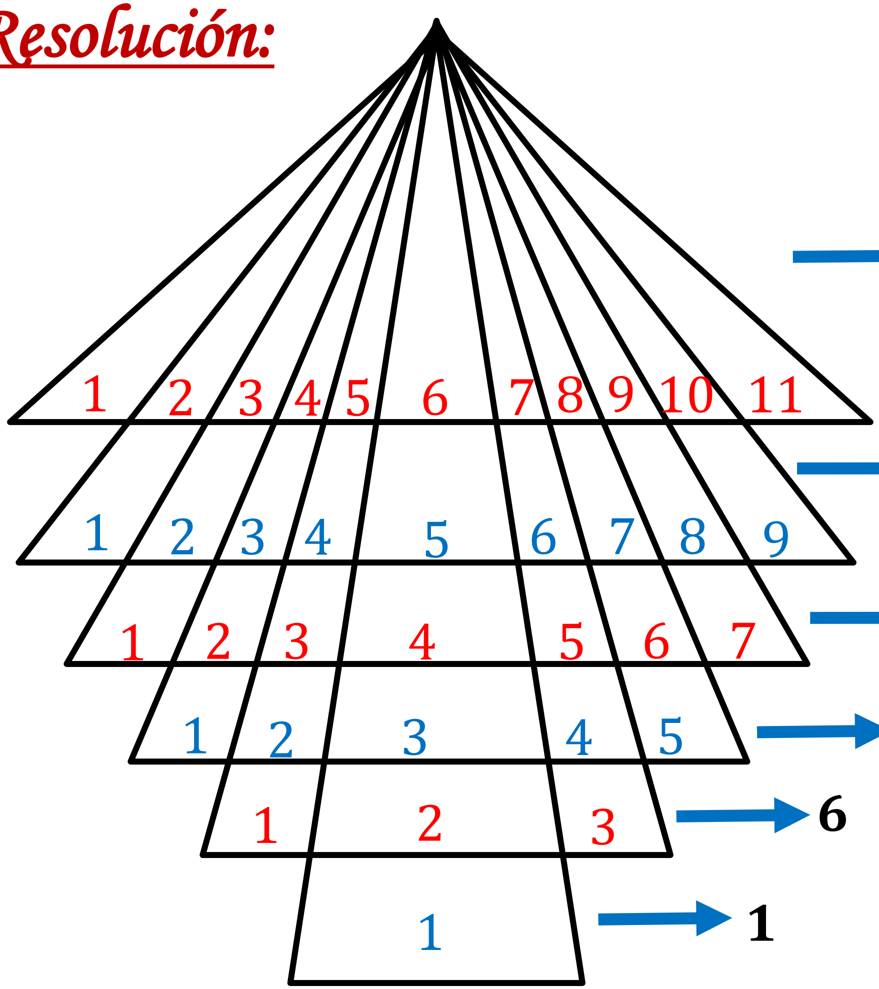
PROBLEMA 4

Roberto es el profesor de Razonamiento Matemático y propone el siguiente problema a sus alumnos:

¿Cuántos triángulos hay en total?



Resolución:



$$\left(\frac{11(12)}{2}\right) = 66$$

$$\left(\frac{9(10)}{2}\right) = 45$$

$$\left(\frac{7(8)}{2}\right) = 28$$

$$15$$

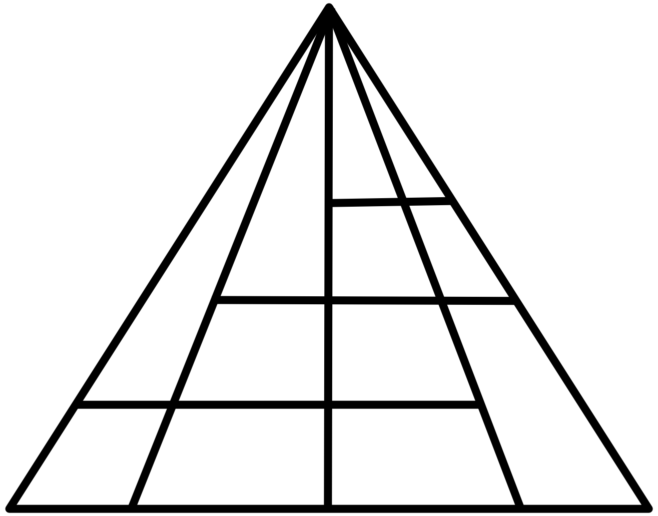
$$6$$

$$1$$

$\therefore$ $Total\ triángulos$: $66+45+28+15+6+1 = \underline{161}$

PROBLEMA 5

¿Cuántos triángulos hay en total?.



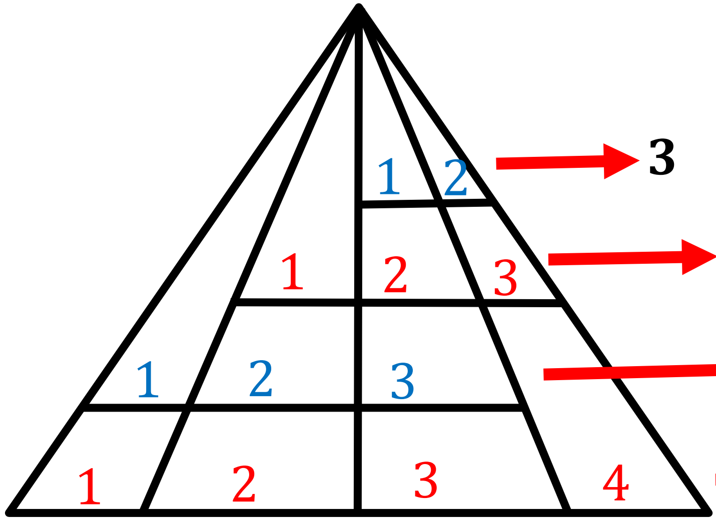
Recordemos:

Número de triángulos:

$$\boxed{\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)}$$

$n =$ número de espacios

Resolución:



$\rightarrow$ **3**

$\rightarrow \left(\frac{3(4)}{2}\right) = \mathbf{6}$

$\rightarrow$ **6**

$\rightarrow \left(\frac{4(5)}{2}\right) = \mathbf{10}$

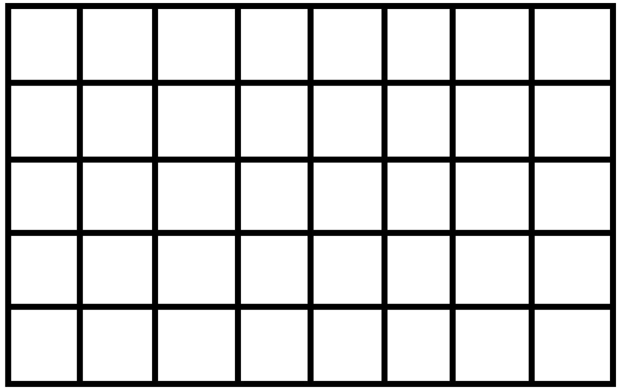
$Total\ triángulos:$

$3+6+6+10 = \mathbf{25}$

$\therefore\ Total: \underline{25}$

PROBLEMA 6

Calcule la diferencia entre el número de cuadriláteros y cuadrados.



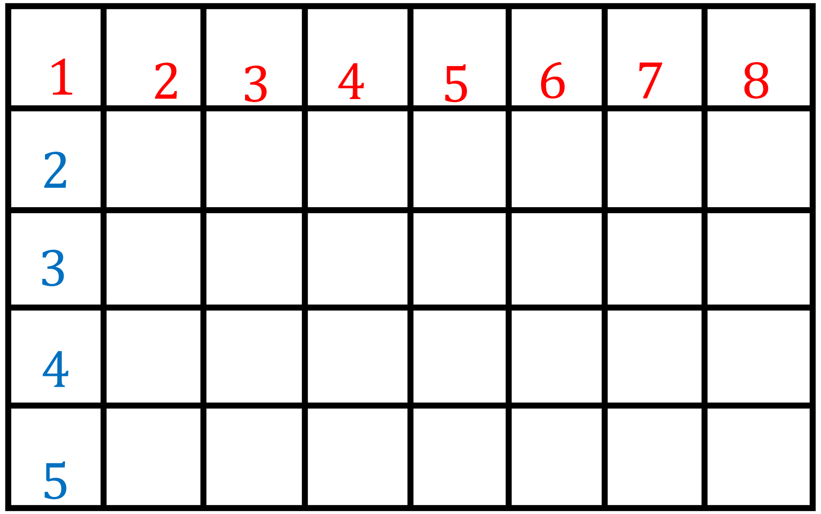
Recordemos:

Número de cuadriláteros:

$$\boxed{\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)}$$

$n =$ número de espacios

Resolución:



Recordemos:

$$(a)(b) \quad +$$
$$(a-1)(b-1)$$
$$(a-2)(b-2)$$
$$(a-3)(b-3)$$
$$\vdots \qquad \vdots$$

Hasta que aparezca la unidad en uno de ellos

Total cuadriláteros:

verticales: horizontales:

$$\frac{8(9)}{2} \times \frac{5(6)}{2}$$

$$36 \times 15 = 540$$

Total cuadrados:

$$\left.\begin{array}{l} 8 \times 5 = 40 \\ 7 \times 4 = 28 \\ 6 \times 3 = 18 \\ 5 \times 2 = 10 \\ 4 \times 1 = 4 \end{array}\right\} 100$$

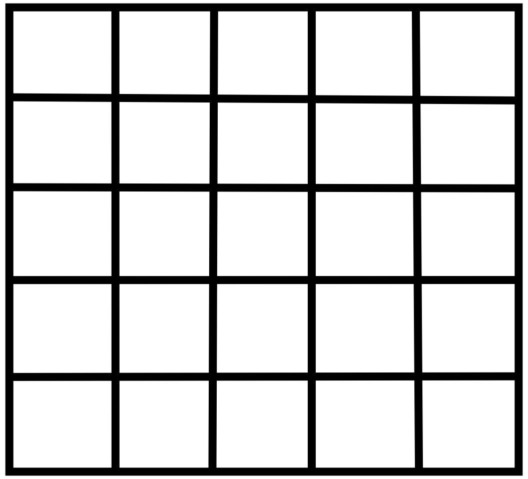
Piden:

$$540 - 100 = 440$$

$\therefore$ *Diferencia*: $\underline{\underline{440}}$

PROBLEMA 7

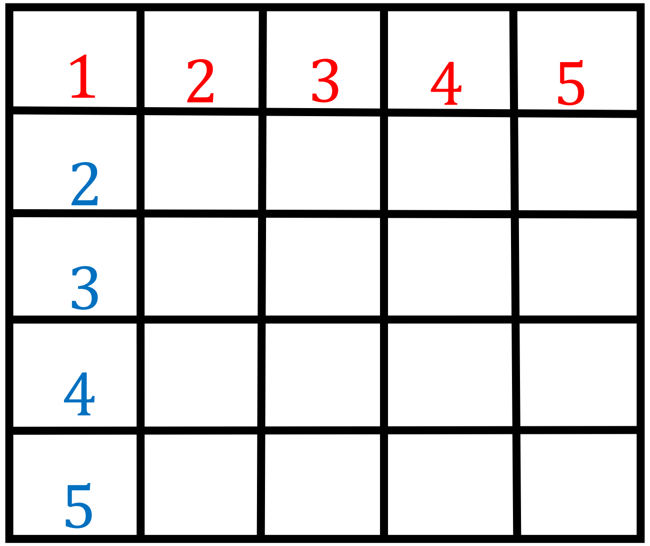
Halle el máximo número de diagonales que pueden trazarse en:



Número de diagonales(D)

$$D = 2(\text{número de cuadriláteros})$$

Resolución:



Total cuadriláteros:

verticales: horizontales:

$$\frac{5(6)}{2} \times \frac{5(6)}{2}$$

$$15 \times 15$$

$$225$$

Máximo número de diagonales(D) :

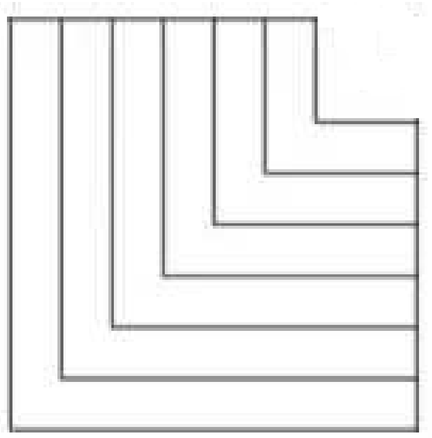
$$D = 2(225)$$

$$D = 450$$

$\therefore$ 450

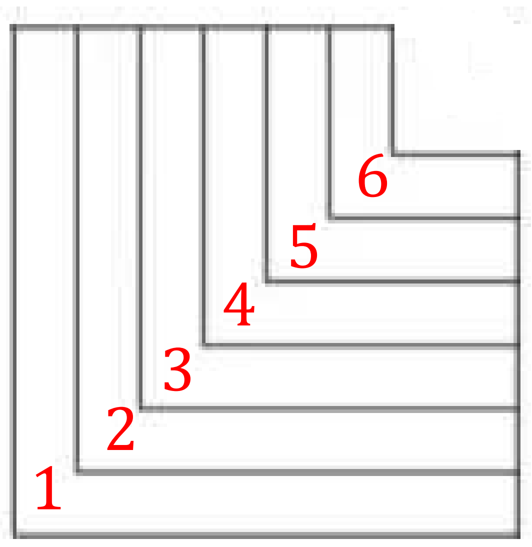
PROBLEMA 8

David está en la playa y dibuja en la arena una figura y se propone contar el número de hexágonos que hay en total. Si el dibujo que hizo en la arena es el siguiente:



...podría usted decir, ¿cuántos hexágonos contó Daniel?

Resolución:



Total hexágonos

$$\frac{6(7)}{2} = 21$$

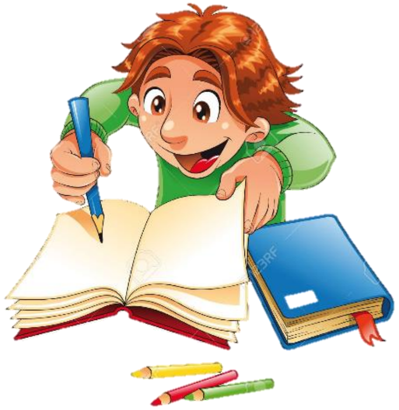
Recordemos:

Número de hexágonos:

$$\boxed{\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)}$$

n = número de espacios (forma de L)

$\therefore$ *Total* : $\underline{\underline{21}}$



RESOLUCIÓN DEL TALLER