MATHEMATICAL REASONING

Chapter 19

2nd SECONDARY

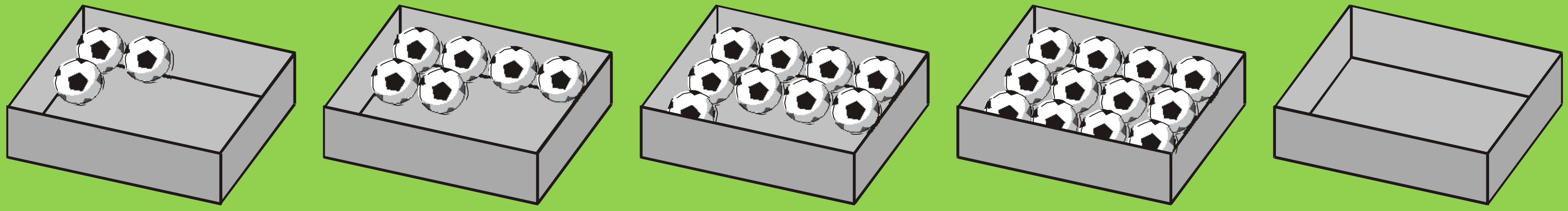
SERIES II

SACO OLIVEROS

HELICO | MOTIVATION

En la primera caja voy a colocar 3 pelotas, en la segunda 6 pelotas, en la tercera 9 pelotas y en la cuarta 12 pelotas. ¿Y en la quinta caja? Para seguir la sucesión debería colocar en ella 15 pelotas ¡Jo, Jo, Jo!

¿ cuántas pelotas habrá en total, en las 5 cajas ?



Caja1 Caja2 Caja3 Caja4 Caja5

Sol: $3 + 6 + 9 + 12 + 15 = 45$

PRINCIPALES SERIES NOTABLES

SERIE DE LOS PRIMEROS NÚMEROS NATURALES

$$S = 1 + 2 + 3 + \cdots + (n-1) + n \longrightarrow \boxed{S = \frac{n(n+1)}{2}}$$

SERIE DE LOS PRIMEROS NÚMEROS PARES

$$S = 2 + 4 + 6 + 8 + \cdots + 2n \longrightarrow \boxed{S = n(n+1)}$$

SERIE DE LOS PRIMEROS NÚMEROS IMPARES

$$S = 1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + (2n-1) \longrightarrow \boxed{S = n^2}$$

SERIE DE LOS PRIMEROS NÚMEROS CUADRADOS

$$S = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \cdots + n^2 \longrightarrow \boxed{S = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}}$$

SERIE DE LOS PRIMEROS NÚMEROS CÚBICOS

$$S = 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \cdots + n^3 \longrightarrow \boxed{S = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2}$$

SERIE GEOMÉTRICA

Es la adición de los términos de una sucesión geométrica. Ahora, la serie geométrica puede ser finita o infinita según sea la naturaleza de la sucesión asociada a ella.

Serie geométrica finita

$$t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + \ldots + t_n$$

×q ×q ×q

$$\boxed{S_n = a_1\left[\frac{q^n - 1}{q - 1}\right]}$$

Donde:

a_1: primer término

n: número de términos

q: razón

Serie geométrica infinita

$$t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + \ldots\infty$$

xq xq xq

$$S_L = \frac{a_1}{1-q}$$

Donde:

a_1: primer término

q: razón

Ejem:

$$S = 81 + 27 + 9 + 3 + \cdots \infty$$

$\times\frac{1}{3}$ $\times\frac{1}{3}$ $\times\frac{1}{3}$

$$S = \frac{81}{1-\frac{1}{3}}$$

$$S = \frac{81}{\frac{2}{3}}$$

$$S = \frac{243}{2}$$

OTRAS SERIES

DE LOS PRIMEROS PRODUCTOS CONSECUTIVOS TOMADOS DE 2 EN 2

$$S_n = 1\times 2 + 2\times 3 + 3\times 4 + \cdots + n\times (n+1) \longrightarrow \boxed{S_n = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}}$$

DE LOS PRIMEROS PRODUCTOS CONSECUTIVOS TOMADOS DE 3 EN 3

$$S_n = 1\times 2\times 3 + 2\times 3\times 4 + \cdots + n\times (n+1)\times (n+2)$$

$$\boxed{S_n = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}}$$

SUMA DE LAS INVERSAS DE LOS PRODUCTOS CONSECUTIVOS TOMADOS DE 2 EN 2

$$\frac{1}{a_1 x a_2} + \frac{1}{a_2 x a_3} + \ldots\ldots\ldots \frac{1}{a_{n\_1} x an}$$

$$\boxed{S_n = \frac{n}{n+1}}$$

1 Halle el valor de la serie:

$S = 2 + 4 + 6 + 8 + \ldots + 80$

Resolución:

$2 + 4 + 6 + 8 + \ldots + \underbrace{80}_{2n}$

RECORDEMOS:

De los primeros números pares

$S = 2 + 4 + 6 + 8 + \cdots + 2n$ $\boxed{S = n(n+1)}$

$S = n(n+1)$

$S = 40(40+1)$

$S = 1640$

Rpta 1640

2

Halle el valor de la serie:

$S = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \ldots + 81$

Resolución:

$1 + 3 + 5 + 7 + \ldots + \underbrace{81}_{2n-1}$

$$\begin{cases} 2n - 1 = 81 \\ 2n = 82 \\ n = 41 \end{cases}$$

RECORDEMOS:

De los primeros números impares

$S = 1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + (2n - 1)$ $\boxed{S = n^2}$

$S = n^2$

$S = (41)^2$

$S = 1681$

Rpta 1681

3

Calcule el valor de la serie

$$A = \underbrace{3 + 9 + 27 + 81 + \ldots}_{20 \text{ términos}}$$

Resolución:

RECORDEMOS:

$$\boxed{S = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}}$$

$$\overbrace{3 \xrightarrow{\times 3} 9 \xrightarrow{\times 3} 27 \xrightarrow{\times 3} 81 + \cdots}^{20 \text{ términos}}$$

$$\frac{3(3^{20}-1)}{3-1} = \frac{3(3^{20}-1)}{2}$$

Rpta

$$\frac{3(3^{20}-1)}{2}$$

4

Halle el valor de E.

$$E = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \ldots\ldots\infty =$$

Resolución:

RECORDEMOS:

$$S_L = \frac{a_1}{1-q}$$

$$1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \ldots\ldots\infty$$

$\times\frac{1}{3}$ $\times\frac{1}{3}$ $\times\frac{1}{3}$

$$S = \frac{1}{1-\frac{1}{3}} = \frac{1}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2}$$

Rpta

$$\frac{3}{2}$$

5

Halle el valor de E.

$$E = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \ldots\ldots + 20^2$$

Resolución:

RECORDEMOS:

$$S = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \ldots\ldots + 20^2$$

$$S = \frac{\overset{10}{\cancel{20}}(\overset{7}{\cancel{21}})(41)}{\underset{\cancel{2}}{\cancel{6}}} = 70\ (41) = 2870$$

Rpta

2870

6

Halle el valor de

$$M = 6(1) + 6(2) + 6(3) + \ldots\ldots\ldots + 6(20)$$

Resolución:

$$M = 6\,(\underline{1+2+3+\ldots\ldots\ldots+20})$$

RECORDEMOS:

De los primeros números naturales

$$S = 1 + 2 + 3 + \cdots + (n-1) + n$$

$$\boxed{S = \frac{n(n+1)}{2}}$$

$$M = 6\,(\underline{1+2+3+\ldots\ldots\ldots+20})$$

$$6\left(\frac{20(21)}{2}\right) = 6(210)$$

1260

Rpta

1260

7

Calcule la suma de los elementos de F_{20}

$$
\begin{array}{l}
F_1 \longrightarrow 1\\
F_2 \longrightarrow 1 \quad 2\\
F_3 \longrightarrow 1 \quad 2 \quad 3\\
F_4 \longrightarrow 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4\\
\quad \vdots
\end{array}
$$

RECORDEMOS:

De los primeros números naturales

$$S = 1 + 2 + 3 + \cdots + (n-1) + n$$

$$\boxed{S = \frac{n(n+1)}{2}}$$

Resolución:

$F_1 \longrightarrow 1$

$F_2 \longrightarrow 1 + 2$

$F_3 \longrightarrow 1 + 2 + 3$

$F_4 \longrightarrow 1 + 2 + 3 + 4$

$\vdots$

$F_{20} \longrightarrow 1 + 2 + 3 + 4 + \ldots\ldots + 20$

$$S = \left(\frac{20(21)}{2}\right) = 210$$

Rpta

210

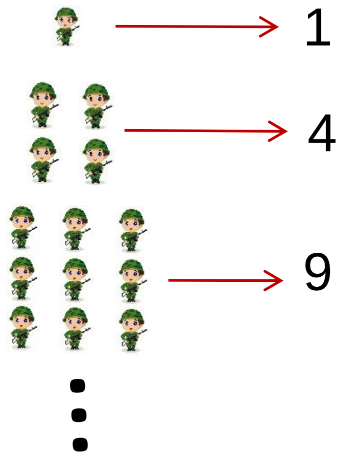
8

Un instructor del ejercito formó a su batallón de la siguiente manera: el sargento al frente; atrás un cuadrado de 2 filas por 2 columnas ; más atrás otro cuadrado de 3 filas por 3 columnas , y así sucesivamente continúo formando cuadrados hasta completar 20 grupos , incluyendo al sargento. ¿ Cuántos soldados conformaban el batallón ?

RECORDEMOS:

$$S=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Resolución:



$1^2+2^2+3^2+4^2+\ldots\ldots+20^2$

$$S=\frac{\overset{10}{\cancel{20}}(\overset{7}{\cancel{21}})(41)}{\underset{\cancel{2}}{\cancel{6}}}=70\,(41)=2870$$

2870