MATHEMATICAL REASONING

Chapter 14

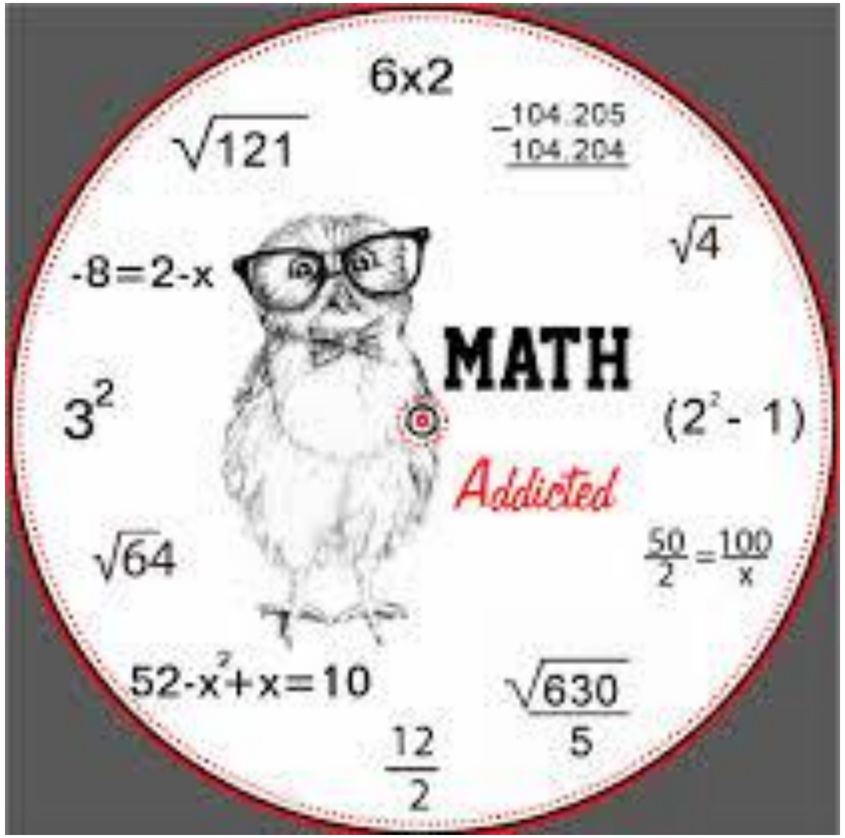
3rd
SECONDA
RY

LEYES DE COMPOSICIÓN

SACO OLIVEROS

HELICO MOTIVATING

RELOJES MATEMÁTICOS



HELICO THEORY

¿QUÉ ES UNA LEY DE COMPOSICIÓN INTERNA

Es una operación matemática definida en un determinado conjunto. También se le puede llamar operación binaria, y puede tener una presentación algebraica o una presentación tabular.

$$a * b = a + b - 12$$

Fila de entrada

Columna de entrada

	1	2	3	4
1	4	6	8	10
2	8	10	12	14
3	12	14	16	18
4	16	18	20	22

Cuerpo o matriz de resultados

HELICO THEORY

PROPIEDADES

CUMPLE LAS PROPIEDADES:

- CLAUSURA
- CONMUTATIVA
- ELEMENTO NEUTRO
- ELEMENTO INVERSO

HELICO THEORY

PROPIEDAD CLAUSURATIVA

Se refiere a que todos los elementos, tanto los de partida como los resultados, sean elementos de un mismo conjunto dado.

Ejemplo:

Sea: $A = \{1; 2; 3; 4\}$

*	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	3	4	1
3	3	4	1	2
4	4	1	2	3

OBSERVACIÓN

SE OBSERVA QUE TODOS LOS ELEMENTOS DE LA TABLA PERTENECEN AL CONJUNTO A

HELICO THEORY

PROPIEDAD CONMUTATIVA

Una operación será conmutativa si se cumple que:

$$\boxed{a * b = b * a}$$

En una tabla:

$*$	1	3	5	7
1	1	3	5	7
3	3	5	7	1
5	5	7	1	3
7	7	1	3	5

OBSERVACIÓN

DESPUÉS DE VERIFICAR QUE LA FILA Y COLUMNA DE ENTRADA ESTEN EN EL MISMO ORDEN, SI SE DA LA DISTRIBUCIÓN SIMÉTRICA RESPECTO A LA DIAGONAL PRINCIPAL ESTA ES CONMUTATIVA

Por lo tanto, es: conmutativa

HELICO THEORY

PROPIEDAD DEL ELEMENTO NEUTRO (e)

$\boxed{a * e = a}$ $\boxed{e * a = a}$

En una operación algebraica:

$$a * b = a + b - 12$$

$$\underbrace{a * e} = a + e - 12$$

$$\cancel{a} = \cancel{a} + e - 12$$

$$12 = e$$

En una operación tabular:

*	1	2	3	4
1	3	4	1	2
2	4	1	2	3
3	1	2	3	4
4	2	3	4	1

$$e = 3$$

HELICO THEORY

PROPIEDAD DEL ELEMENTO NEUTRO

$a \,\Delta\, a^{-1} = e$ $\qquad$ $a^{-1} \Delta\, a = e$

En una operación tabular:

Δ	1	2	3	4
1	3	4	1	2
2	4	1	2	3
3	1	2	3	4
4	2	3	4	1

$e = 3$

Halle el valor de 4^{-1}

$\boxed{a \,\Delta\, a^{-1} = e}$

$4 \,\Delta\, 4^{-1} = 3$

$4^{-1} = 2$

RESOLUCIÓN DE LA PRÁCTICA

PROBLEMA 1

Se define en A= {1; 3; 5; 7}, la operación:

@	1	3	5	7
1	5	7	1	3
3	7	1	3	5
5	1	3	5	7
7	3	5	7	1

Determine:

[(1@1)@(7@5)]@(3@1)

Resolución:

De acuerdo a la tabla:

$$[\underbrace{(1@1)}@\underbrace{(7@5)}]@\underbrace{(3@1)}$$

$$\underbrace{[5 \ @ \ 7]} \quad @ \quad 7$$

$$\underbrace{7 \ @ \ 7}$$

$$1$$

Respuesta: $\boxed{1}$

PROBLEMA 2

Se define en A= {2; 4; 6; 8}

la operación:

#	2	4	6	8
2	4	6	8	2
4	6	8	2	4
6	8	2	4	6
8	2	4	6	8

Determine:

$$\frac{(6\#4)^3+(8\#6)^2}{(4\#8)}$$

Resolución:

$$\frac{(\overbrace{6\#4}^{2})^3+(\overbrace{8\#6}^{6})^2}{(\underbrace{4\#8}_{4})}$$

$$\frac{(2)^3+(6)^2}{(4)}$$

$$\frac{8+36}{(4)}=\frac{44}{4}=11$$

Respuesta: $\boxed{11}$

PROBLEMA 3

En una práctica calificada que esta dando Rubén encontró el siguiente problema:
Se define en A= {2; 4; 6; 8;10}, la operación:

Δ	2	4	6	8	10
2	8	10	2	4	6
4	10	2	4	6	8
6	2	4	6	8	10
8	4	6	8	10	2
10	6	8	10	2	4

Halle el elemento neutro:

Resolución:

Examinamos la tabla:

Δ	2	4	6	8	10
2	8	10	2	4	6
4	10	2	4	6	8
6	2	4	6	8	10
8	4	6	8	10	2
10	6	8	10	2	4

Existe simetría

Elemento neutro es: 6

Respuesta: 6

PROBLEMA 4

María Isabel esta resolviendo su tarea semanal y tiene dificultad en el siguiente problema, se define en el conjunto A = {1; 2; 3; 4; 5; 6}
, la operación Δ según la tabla:

Δ	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	1
2	3	4	5	6	1	2
3	4	5	6	1	2	3
4	5	6	1	2	3	4
5	6	1	2	3	4	5
6	1	2	3	4	5	6

Diga si la operación Δ es conmutativa

Resolución:

Examinamos la tabla:

Δ	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	1
2	3	4	5	6	1	2
3	4	5	6	1	2	3
4	5	6	1	2	3	4
5	6	1	2	3	4	5
6	1	2	3	4	5	6

Existe simetría

Respuesta: Si

PROBLEMA 5

Rosa está estudiando su libro de Matemática I, pues mañana tiene una pequeña práctica. Al estar repasando, encuentra el siguiente problema: Se define en A={1; 2; 3; 4; 5} la operación binaria * según la tabla

*	1	2	3	4	5
2	3	4	5	1	2
5	1	2	3	4	5
4	5	1	2	3	4
3	4	5	1	2	3
1	2	3	4	5	1

Diga si la operación matemática * es cerrada o cumple la propiedad de clausura, conmutativa y asociativa. Si Rosa luego de algún tiempo pudo contestar correctamente el problema, ¿podría usted decir que respuesta encontró Rosa?

Resolución:

a. Es cerrada o clausurativa. (*V*)

b. Es Conmutativa. (*V*)

*	1	2	3	4	5
1	2	3	4	5	1
2	3	4	5	1	2
3	4	5	1	2	3
4	5	1	2	3	4
5	1	2	3	4	5

Existe simetría

c. Es Asociativa. (*V*)

Respuesta: ***V, V, V***

PROBLEMA 6

Manuel es el profesor de Razonamiento Matemático y desea proponer el siguiente problema en su clase de pasado mañana: Se define en el conjunto A={1; 3; 5; 7; 9} la operación binaria ♥ según la tabla

♥	1	3	5	7	9
5	5	7	9	1	3
3	3	5	7	9	1
7	7	9	1	3	5
1	1	3	5	7	9
9	9	1	3	5	7

¿Se podría afirmar que la operación ♥ tiene elemento neutro? y ¿cuál es el valor de 3^{-1}; 7^{-1} y 1^{-1}?

Nota: a^{-1} = elemento inverso de a.

Resolución:

Reordenando la tabla:

♥	1	3	5	7	9
5	5	7	9	1	3
3	3	5	7	9	1
7	7	9	1	3	5
1	1	3	5	7	9
9	9	1	3	5	7

$e = 1$

RECORDEMOS: $\boxed{a \, \Delta \, a^{-1} = e}$

$3 \, \Delta \, 3^{-1} = 1 \longrightarrow 3^{-1} = 9$

$7 \, \Delta \, 7^{-1} = 1 \longrightarrow 7^{-1} = 5$

$1 \, \Delta \, 1^{-1} = 1 \longrightarrow 1^{-1} = 1$

Respuesta: $\boxed{Si, 9, 5, 1}$

PROBLEMA 7

Con los elementos del conjunto
A = {1; 2; 3; 4; 5}
se define la operación ∆

∆	1	2	3	4	5
1	1	2	3	4	5
2	2	3	4	5	1
3	3	4	5	1	2
4	4	5	1	2	3
5	5	1	2	3	4

I. La operación es conmutativa.
II. El elemento neutro es 2.
III. La operación es cerrada.
IV. La operación es asociativa.
De las afirmaciones anteriores
¿Cuál(es) es (son) correcta(s)?

Resolución:

I. La operación es conmutativa. (*V*)

∆	1	2	3	4	5
1	1	2	3	4	5
2	2	3	4	5	1
3	3	4	5	1	2
4	4	5	1	2	3
5	5	1	2	3	4

$e = 1$

Existe simetría

II. El elemento neutro es 2 (*F*)

III. La operación es cerrada. (*V*)

IV. La operación es asociativa. (*V*)

Respuesta: *V, F, V, V*

PROBLEMA 8

En los naturales se define
A= {1; 3; 5; 7}, la operación:

Δ	1	3	5	7
1	3	5	7	1
3	5	7	1	3
5	7	1	3	5
7	1	3	5	7

$e = 7$

Determine:
E=[(3^{-1} Δ 7^{-1}) Δ (1^{-1} Δ 5^{-1})]$^{-1}$

Observación:
a^{-1} es el elemento inverso de a.

Resolución:

RECORDEMOS: $\boxed{a \,\Delta\, a^{-1} = e}$ $\boxed{a^{-1} \,\Delta\, a = e}$

$3 \,\Delta\, 3^{-1} = 7 \longrightarrow 3^{-1} = 3$

$7 \,\Delta\, 7^{-1} = 7 \longrightarrow 7^{-1} = 7$

$1 \,\Delta\, 1^{-1} = 7 \longrightarrow 1^{-1} = 5$

$5 \,\Delta\, 5^{-1} = 7 \longrightarrow 5^{-1} = 1$

Reemplazando:

E=[(3^{-1} Δ 7^{-1}) Δ (1^{-1} Δ 5^{-1})]$^{-1}$

E=[(3 Δ 7) Δ (5 Δ 1)]$^{-1}$

E=[3 Δ 7]$^{-1}$

E=[3]$^{-1}$

Respuesta: 3

