ALGEBRA

ASESORÍA BIMESTRAL

5th

OF SECONDARY

SACO OLIVEROS

PROBLEMA 1 Halle el término central del desarrollo del binomio

$$\left(\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^n$$

$$T_{k+1}=C_k^n a^{n-k} b^k$$

Si el coeficiente del quinto término es al coeficiente tercero como 14 es a 3.

Resolución

Por dato: $\dfrac{coeficiente(T_5)}{coeficiente(T_3)}=\dfrac{14}{3}$

$$\frac{\boldsymbol{coeficiente(T_5)}}{\boldsymbol{coeficiente(T_3)}}=\frac{\boldsymbol{C_4^n}}{\boldsymbol{C_2^n}}$$

Usando la regla práctica:

$$\frac{\dfrac{(n)(n-1)(n-2)(n-3)}{4\times3\times2\times1}}{\dfrac{(n)(n-1)}{2\times1}}=\frac{(\mathrm{n}-2)(\mathrm{n}-3)}{4\ \mathrm{x}\ 3}$$

$$\frac{(n-2)(n-3)}{4\times3}=\frac{14}{3}$$

$$(n-2)(n-3)=56\ =8\mathrm{x}7\rightarrow n=10$$

Hallando el término central:

$$n=par\rightarrow T_c=T_{\left(\frac{n}{2}+1\right)}=T_6$$

$$T_6=C_5^{10}(\sqrt{x})^5\left[\frac{1}{\sqrt{x}}\right]^5$$

$$T_c=T_6=C_5^{10}=252$$

$$\therefore T_c=\mathbf{252}$$

PROBLEMA 2 Halle el número de términos irracionales que se obtendrán al desarrollar

$$\left(\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^{22}$$

Resolución

Recordar que:

$$\boxed{\#\, términos = \#\, t.racionales + \#\, t.irracionales}$$

$$\#\, términos = exponente\ del\ binomio + unidad$$

$$\#\, términos = 23$$

$$T_{k+1} = C_k^{22}\left(x^{\frac{1}{2}}\right)^{22-k}\left[x^{\frac{-1}{3}}\right]^k$$

Analizando el exponente "x"

$$x^{\frac{22-k}{2}-\frac{k}{3}} = x^{11-\frac{5k}{6}}$$

EXPRESIÓN RACIONAL: si el exponente de la variable es entero

Los valores de k, tienen que ser múltiplo de 6, entonces:

$$k = \dot{6} \qquad k = 0, 6, 12, 18 \qquad 0 \le k \le 22$$

Aquí habrá 4 términos racionales.

Reemplazando:

$$\boxed{23 = 4 + \#\, términos\ irracionales}$$

Nos piden:

$$\#\, términos\ irracionales = 19$$

$$\boxed{\therefore 19}$$

PROBLEMA 3 La edad de José hace 10 años es igual al número de términos del binomio $(x^3 + y^4)^n$ y la edad de Walter hace 5 años es igual al lugar que ocupa el término Nx^9y^{20} en el desarrollo del binomio. Determine la suma de las edades actuales de José y Walter.

Resolución $T_{k+1} = C_k^n (x^3)^{n-k} (y^4)^k$

Por dato: $T_{k+1} = Nx^9y^{20}$

Entonces, igualando:

$3n - 3k = 9 \quad ; \quad 4k = 20$

$n = k + 3 \quad ; \quad k = 5$

$n = 8$

$\# \, términos = \mathrm{n} + 1 = 9$

$Lugar \; del \; término = k + 1 = 6$

Edad de José es 9+10: 19 años

Edad de Walter es 6+5: 11 años

Nos piden la suma de las edades actuales de José y Walter es: 30 años

$\boxed{\therefore 30}$

PROBLEMA 4 Halle el valor de n, si en la expansión de $(\underset{a}{x} + \underset{b}{2})^n$ los términos de lugares 12 y 13 tienen coeficientes iguales.

Resolución

$$T_{12} = C_{11}^{n}\,\cancel{(x)^{n-11}}\,(2)^{11}$$

$$T_{13} = C_{12}^{n}\,\cancel{(x)^{n-12}}\,(2)^{12}$$

Por dato: Igualamos coeficientes

$$C_{11}^{n}\cancel{(2)^{11}} = C_{12}^{n}\cancel{(2)}^{12}$$

$$C_{11}^{n} = C_{12}^{n}(2)$$

Recordar:

$$\boxed{T_{K+1} = C_{k}^{n}a^{n-k}b^{k}}$$

$$\boxed{C_{k}^{n} = \left(\frac{n-k+1}{k}\right)C_{k-1}^{n}}$$

$$\cancel{C_{11}^{n}} = \left(\frac{n-12+1}{12}\right)\cancel{C_{11}^{n}}(2)$$

$$1 = \frac{n-11}{6}$$

$$n = 17$$

$$\boxed{\therefore n = 17}$$

PROBLEMA 5 **Simplifique:**

$$A=\frac{i^{428}+i^{817}+3i^{721}+i^{342}+2i^{755}}{i^{221}+4i^{436}+i^{473}-2i^{469}}$$

Resolución

k es ENTERO

$$A=\frac{i^{4k}+i^{4k+1}+3i^{4k+1}+i^{4k+2}+2i^{4k+3}}{i^{4k+1}+4i^{4k}+i^{4k+1}-2i^{4k+1}}$$

$$A=\frac{1+i+3i+(-1)+2(-i)}{i+4(1)+i-2i}=\frac{2i}{4}=\frac{i}{2}$$

$$\boxed{\therefore A=\frac{i}{2}}$$

PROBLEMA 6 Sean los números complejos:

$$z_1 = 5 + 7i \qquad z_2 = 8 - 4i$$

$$Calcule: {z_1}^* + \overline{z_2} - 2\overline{z_1}$$

Resolución

$$\overline{z_1} = 5 - 7i$$

$$z_1 = 5 + 7i$$

$${z_1}^* = -5 - 7i$$

$$z_2 = 8 - 4i \Rightarrow \overline{z_2} = 8 + 4i$$

$$Piden: \quad -5 - 7i + 8 + 4i - 2(5 - 7i)$$

$$\Rightarrow -7 + 11i$$

$$\boxed{\therefore -7 + 11i}$$

PROBLEMA 7 Si: $\frac{5+2i}{3+4i} = a + bi$ $\quad$ $Calcule$: $\frac{b}{a}$

Resolución

$$\frac{(5+2i)}{(3+4i)}\frac{(3-4i)}{(3-4i)} = \frac{(15-20i+6i-8\overset{-1}{i^2})}{9-16i^2} = \frac{23-14i}{25}$$

$$\Rightarrow \frac{23}{25} - \frac{14}{25}i = a + bi$$

$$\Rightarrow a = \frac{23}{25} \quad ; \quad b = \frac{-14}{25}$$

$$\Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{-14}{23}$$

$$\therefore \boxed{\frac{b}{a} = \frac{-14}{23}}$$

PROBLEMA 8

Calcule el número de factores primos: $\boldsymbol{P(x) = x^3 - 3x^2 + x^5 - 3x^4}$

Resolución

$$P(x) = x^3 - 3x^2 + x^5 - 3x^4$$

AGRUPACIÓN

$$P(x) = x^2(x - 3) + x^4(x - 3)$$

FACTOR COMÚN

$$P(x) = (x - 3)(x^2 + x^4)$$

FACTOR COMÚN

$$P(x) = \underbrace{(x - 3)}_{\text{F.P}}\underbrace{x^2}_{\text{F.P}}\underbrace{(1 + x^2)}_{\text{F.P}}$$

$\therefore$ *Hay 3 F.P*

$a \quad b \quad c$

PROBLEMA 9 Si m y n son las raíces de la ecuación $1x^2+1x+3=0$,además:

$T=\frac{-3}{m+1}+mn+\frac{3}{-n-1}$ representa la edad que tenía Max hace 15 años. Dentro de cuánto tiempo Max cumplirá 40 años

Resolución **Usamos Cardano:**

$(m)+(n) = -\frac{(1)}{(1)} \Rightarrow m+n=-1$

$(m)(n)=\frac{(3)}{(1)} \Rightarrow mn=3$

Efectuando T :

$$T=mn+\boxed{\frac{-3}{m+1}+\frac{-3}{n+1}}$$

$$\frac{-3n-3-3m-3}{mn+m+n+1}$$

TEOREMA DE CARDANO:

x_1, x_2,Son las raíces $ax^2+bx+c=0$

$$x_1+x_2=\frac{-b}{a}$$

$$x_1 . x_2=\frac{c}{a}$$

$$T=\underbrace{mn}_{3}+\frac{-3\overbrace{(m+n)}^{-1}-6}{\underbrace{mn}_{3}+\underbrace{(m+n)}_{-1}+1}$$

$T=2$

	HACE 15	PRESENTE	DENTRO DE ...
MAX	2	17	40

$\therefore$ *Dentro de 23 años*

PROBLEMA 10

Calcule :

$$M = \sqrt{14 + \sqrt{180}} + \sqrt{10 - \sqrt{96}} - (\sqrt{5} + \sqrt{6})$$

, dé como respuesta 2M.

Resolución

$$M = \sqrt{14 + \sqrt{180}} + \sqrt{10 - \sqrt{96}} - (\sqrt{5} + \sqrt{6})$$

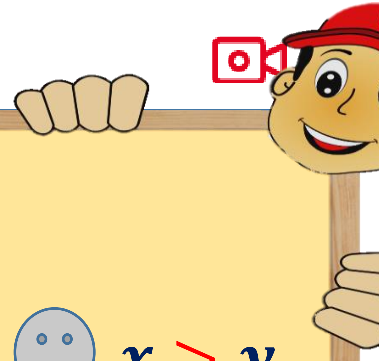
$$M = \sqrt{\underbrace{14}_{9+5} + 2\sqrt{\underbrace{45}_{9\,.\,5}}} + \sqrt{\underbrace{10}_{6+4} - 2\sqrt{\underbrace{24}_{6\,.\,4}}} - \sqrt{5} - \sqrt{6}$$

$$M = \sqrt{9} + \cancel{\sqrt{5}} + \cancel{\sqrt{6}} - \sqrt{4} - \cancel{\sqrt{5}} - \cancel{\sqrt{6}}$$

$$M = 3 - 2$$

$$M = 1$$

RECUERDA



FORMA PRÁCTICA

$$\sqrt{A + 2\sqrt{B}} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$$

$$\sqrt{A - 2\sqrt{B}} = \sqrt{x} - \sqrt{y} \qquad x > y$$

$$x + y \qquad x\,.\,y$$

$$\sqrt{180} = \sqrt{4\,.\,45} = 2\sqrt{45}$$

$$\sqrt{96} = \sqrt{4\,.\,24} = 2\sqrt{24}$$

Recuerda

Piden $\boxed{\therefore 2M = 2}$