GEOMETRÍA

Capítulo 15

4th
SECONDARY

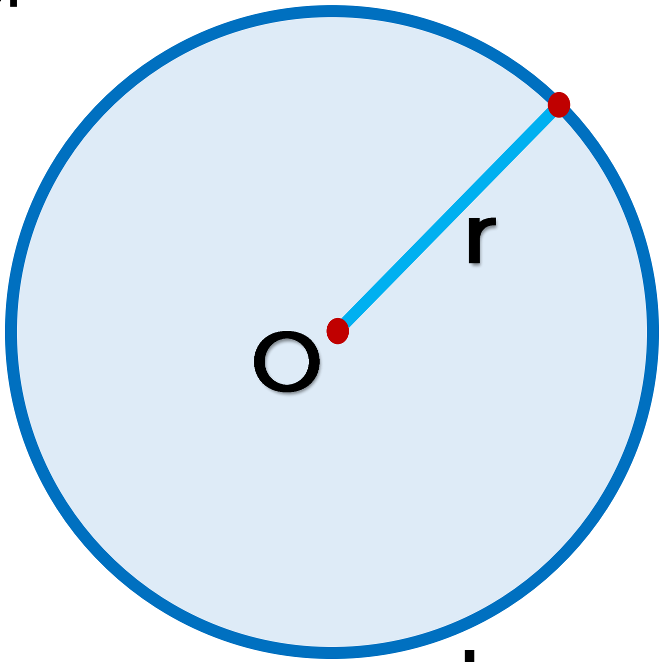
SACO OLIVEROS

ÁREA DE REGIONES CÍRCULARES

Uno de los grandes inventos del hombre fue la rueda (la que denominamos círculo) cuya mayor aplicación era en el transporte; hoy en día se fabrican en serie, círculos que tienen infinitas aplicaciones y para generar dicha producción se diseñan moldes llamados matrices utilizando para ello las fórmulas de cálculo de áreas de círculo.

ÁREAS DE REGIONES CIRCULARES

Círculo.- Es la unión de la circunferencia y el interior



O : Centro

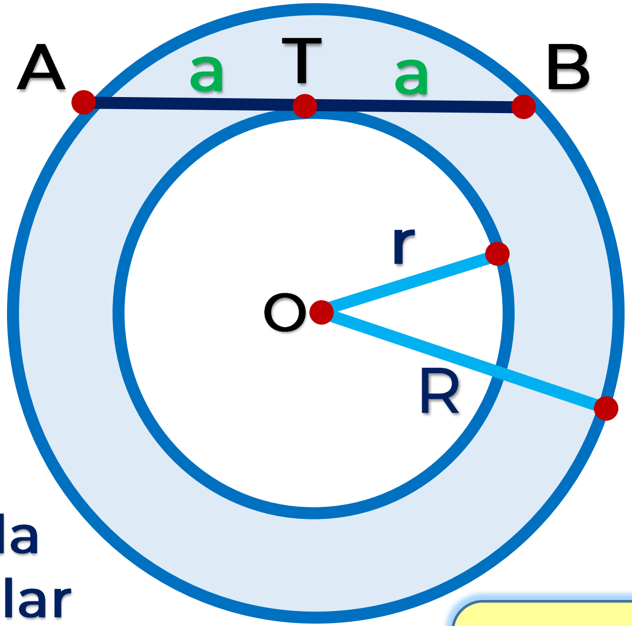
S : Área del círculo

L : longitud de la circunferencia

$$S = \pi r^2$$

$$L = 2\pi r$$

Corona circular.-Es la región comprendida entre dos circunferencias concéntricas.



O : Centro

S : Área de la corona circular

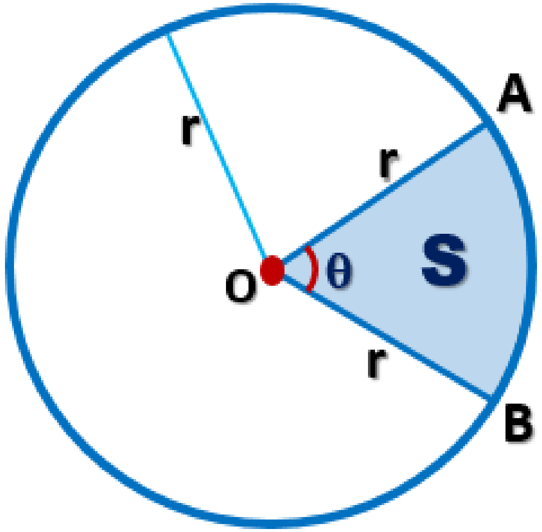
$$S = \pi(R^2 - r^2)$$

$$S = \frac{\pi(AB)^2}{4}$$

$$S = \pi a^2$$

Sector circular

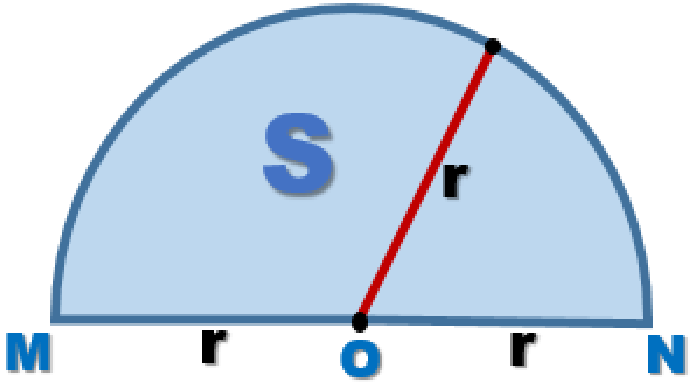
Es una parte del círculo limitada por dos radios y su arco correspondiente.



O : Centro

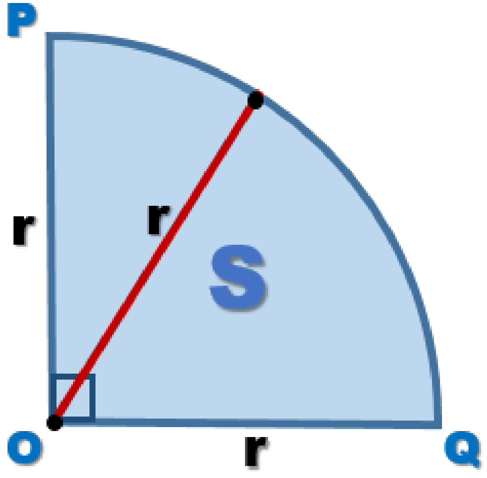
$$S = \frac{\theta}{360^{\circ}}\pi r^{2}$$

Semicírculo



O : Centro

$$S = \frac{\pi r^{2}}{2}$$

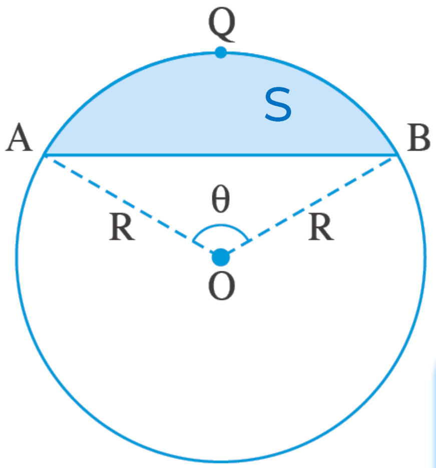


O : Centro

$$S = \frac{\pi r^{2}}{4}$$

Segmento circular

Es aquella porción de círculo determinada por una cuerda de dicho círculo.

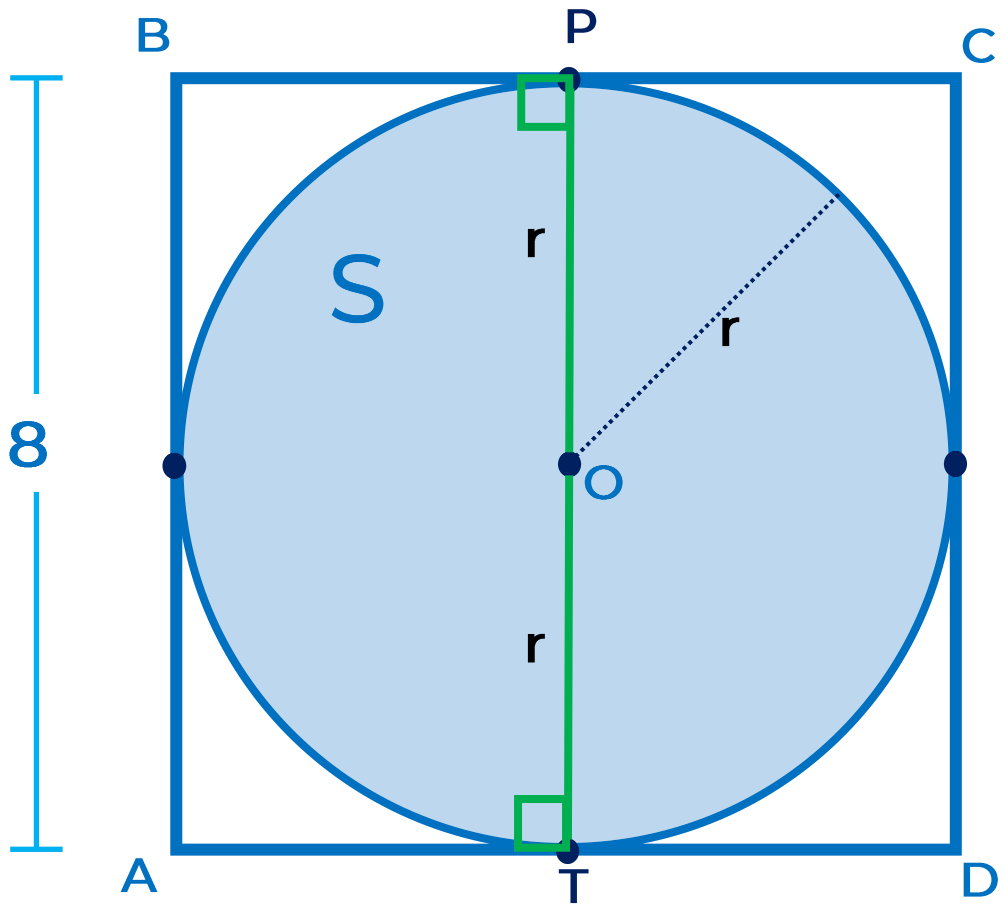


O : Centro

S : Área del segmento circular

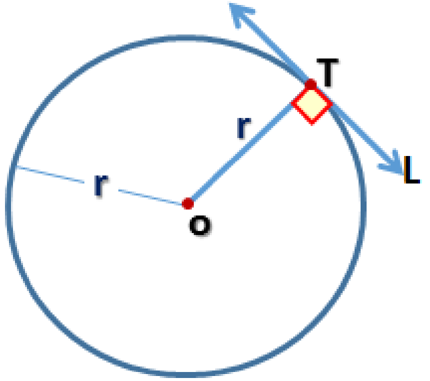
$$S = \frac{\theta}{360^{\circ 2}}\pi r - \frac{1}{2}.R^{2}\mathrm{sen}\theta$$

1. El lado de un cuadrado mide 8. Calcule el área del círculo inscrito en dicho cuadrado.



- Piden: S $\boxed{S = \pi r^2}$

- Se trazan: $\overline{OP}$ y $\overline{OT}$.



- ▭ABPT : Rectángulo

$AB = PT = 8$

$2r = 8$

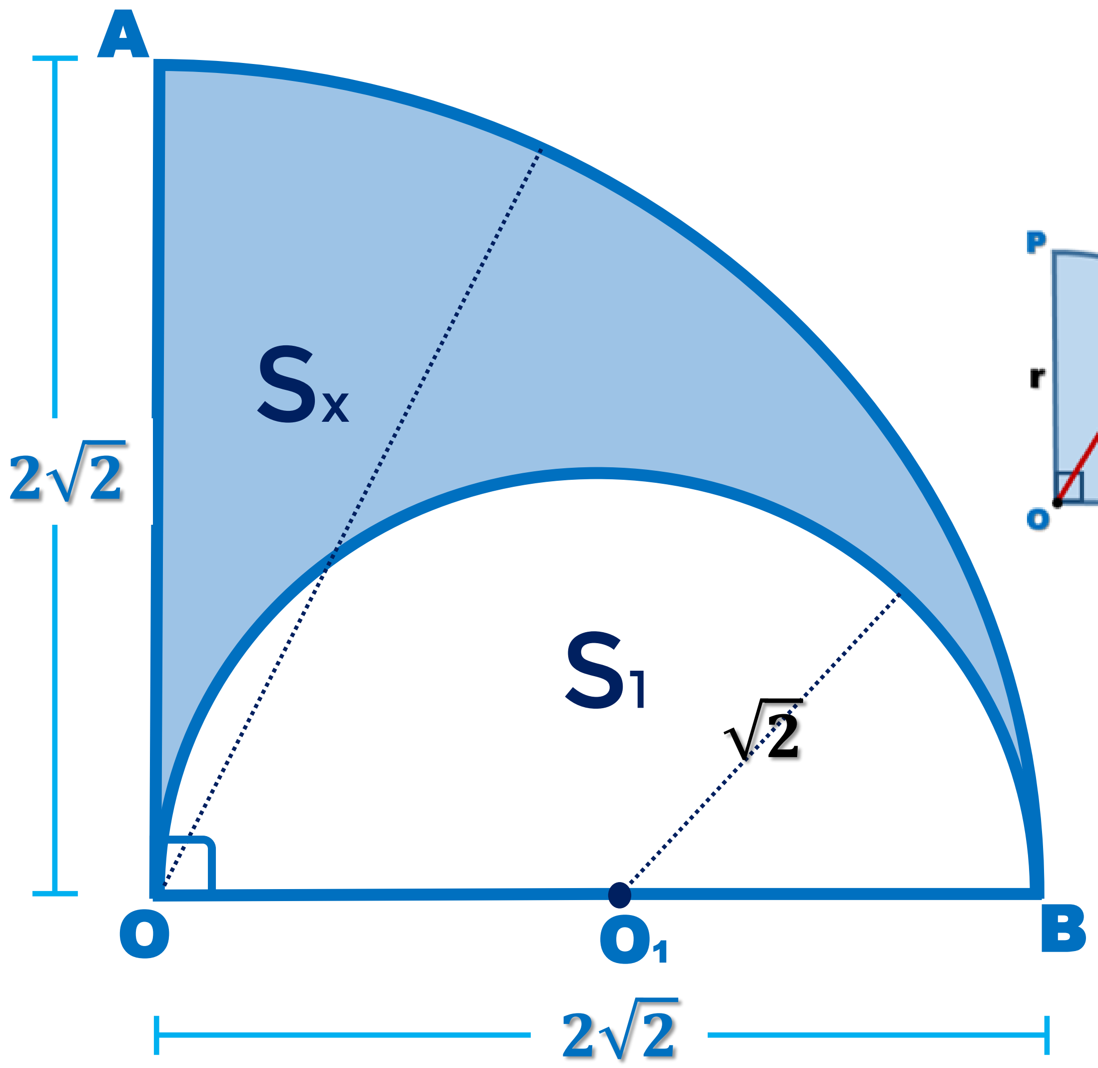
$r = 4$

- Reemplazando

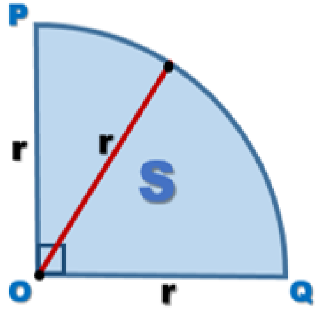
$S = \pi 4^2$

$\boxed{S = 16\pi u^2}$

2. Calcule el área de la región sombreada, si OA = OB = $2\sqrt{2}$.

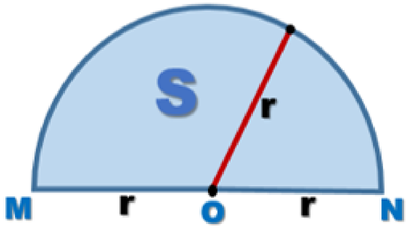


- **Piden: S_x**
- $S_{(\text{SECTOR AOB})} = S_x + S_1$



O : Centro

$$S = \frac{1}{4}.\pi r^2$$



O : Centro

$$S = \frac{1}{2}.\pi r^2$$

- **Reemplazando**

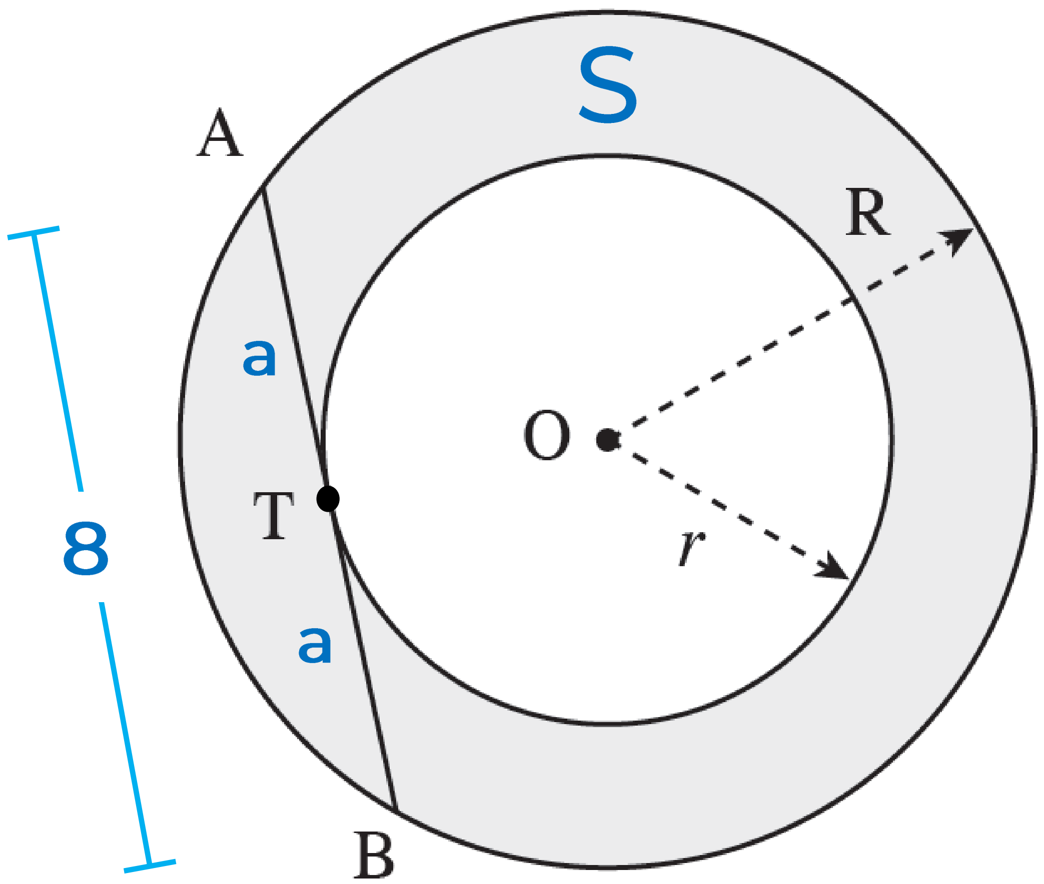
$$S_{(\text{SECTOR AOB})} = S_x + S_1$$

$$\frac{1}{4}.\pi(2\sqrt{2})^2 = S_x + \frac{1}{2}.\pi(\sqrt{2})^2$$

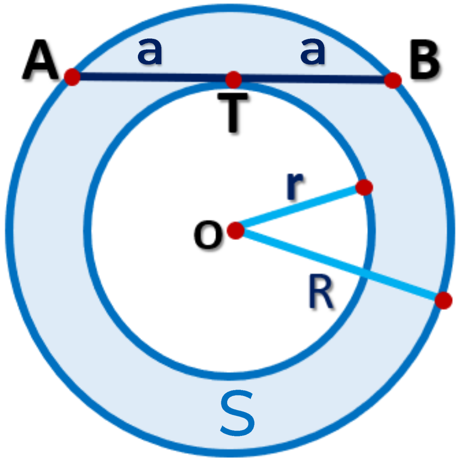
$$2\pi = S_x + \pi$$

$$\boxed{S_x = \pi u^2}$$

3. Calcule el área de la corona circular si AB = 8 y T es punto de tangencia.



- Piden: S
- S : Área de la corona circular



$$S = \pi(R^2 - r^2)$$

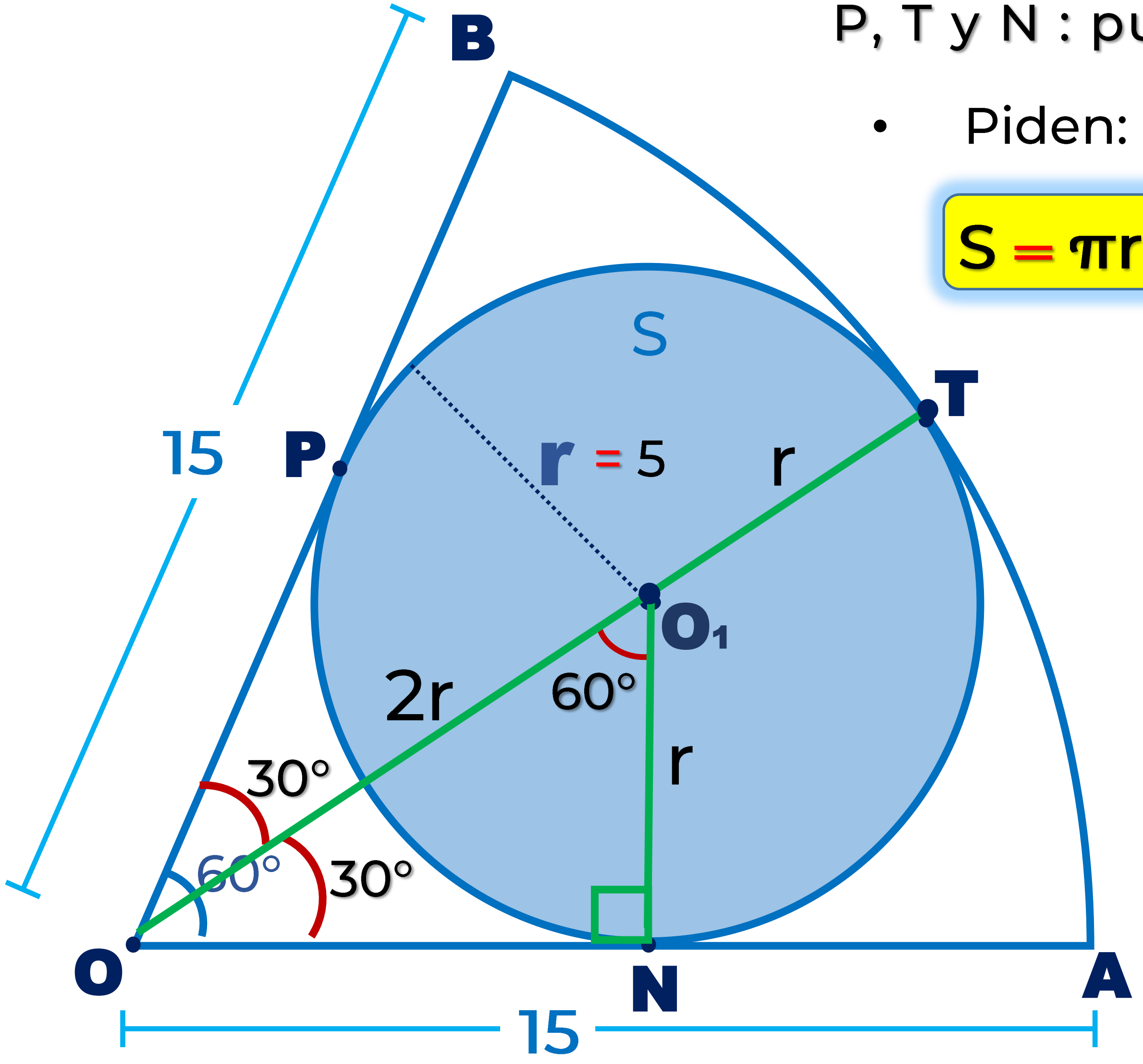
$$S = \frac{\pi(AB)^2}{4}$$

$$S = \pi a^2$$

- Reemplazando: $S = \dfrac{\pi(8)^2}{4}$

$$\boxed{S = 16\pi u^2}$$

4. Calcule el área del círculo inscrito en el sector circular de 60° y radio igual a 15.

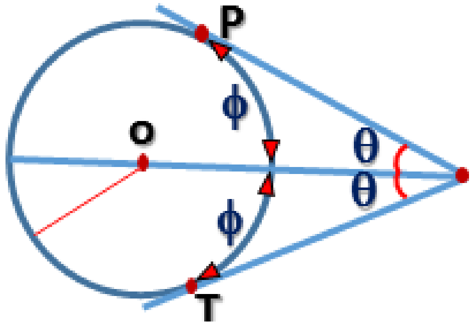


P, T y N : puntos de tangencia.

- Piden: S

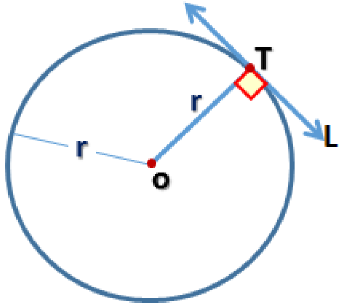
$$\boxed{S = \pi r^2}$$

- Se traza $\overline{OT}$.



Los puntos O,O_1 y T son colineales.

- Se traza $\overline{O_1N}$.



- $\triangle ONO_1$: Notable de 30° y 60°

- En $\overline{OT}$.

$2r + r = 15$

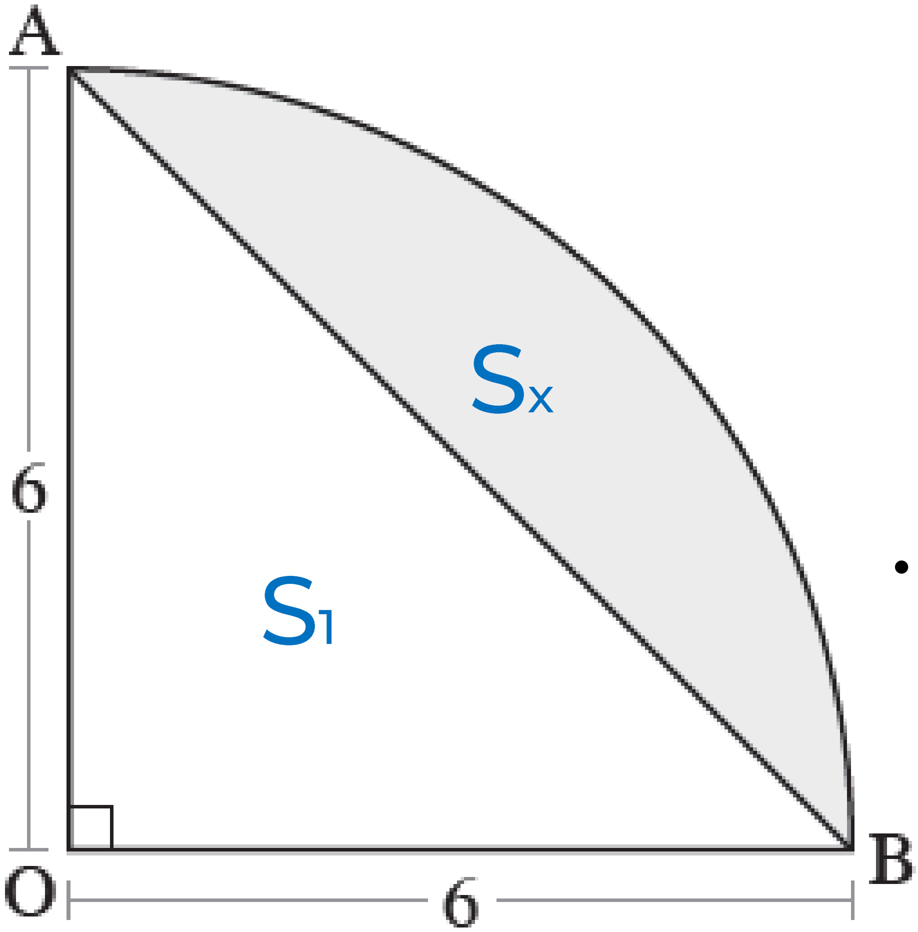
$3r = 15$ $\quad r = 5$

- Reemplazando.

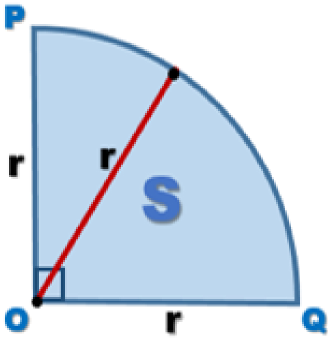
$S = \pi 5^2$

$$\boxed{S = 25\pi u^2}$$

5. Calcule el área de la región sombreada.

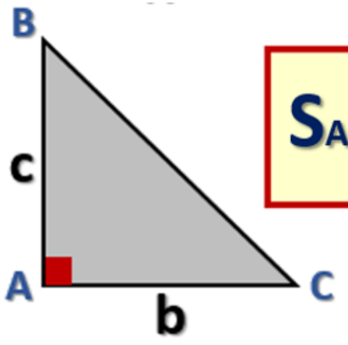


- Piden: S_x
- $S_{(\text{SECTOR AOB})} = S_x +$



O : Centro

$$S = \frac{1}{4}.\pi r^2$$



$$S_{ABC} = \frac{bc}{2}$$

- Reemplazando: $S_{(\text{SECTOR AOB})} = S_x + S_1$

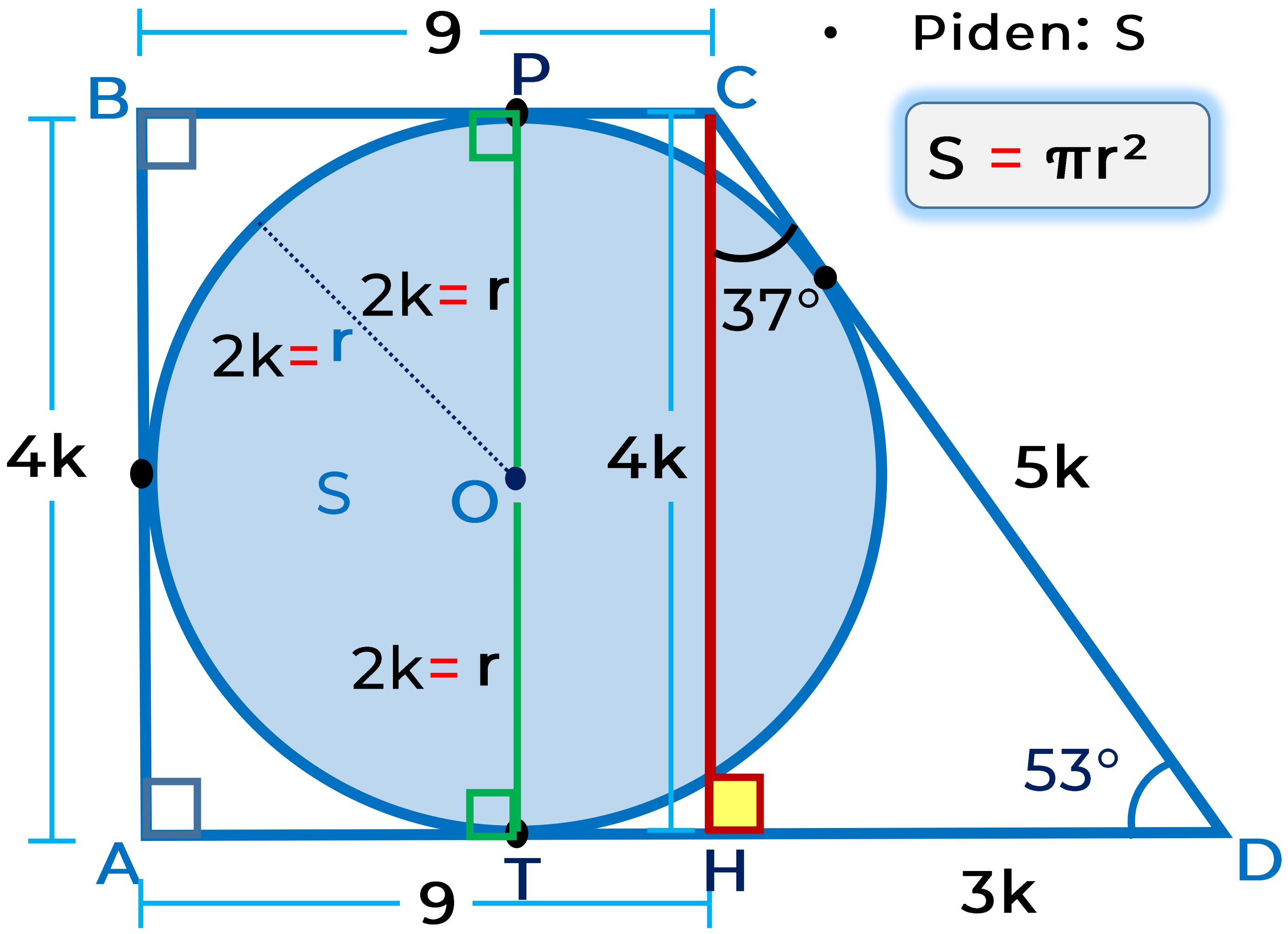
$$\frac{\pi 6^2}{4} = S_x + \frac{6.6}{2}$$

$$9\pi = S_x + 18$$

$$9\pi - 18 = S_x$$

$$\boxed{S_x = 9(\pi - 2)\ u^2}$$

6. Calcule el área de un círculo inscrito en un trapecio rectángulo cuya base menor tiene una longitud igual a 9u y uno de sus ángulos internos mide 53°.



- Piden: S

$$S = \pi r^2$$

- Se trazan la altura $\overline{CH}$.
- ⊿CDH : Notable de 37° y 53°
- Se trazan: $\overline{OP}$ y $\overline{OT}$.
- ▭ABPT : Rectángulo
- Por teorema de Pitot.

$$5k + 4k = 9 + (9 + 3k)$$
$$6k = 18$$
$$k = 3$$

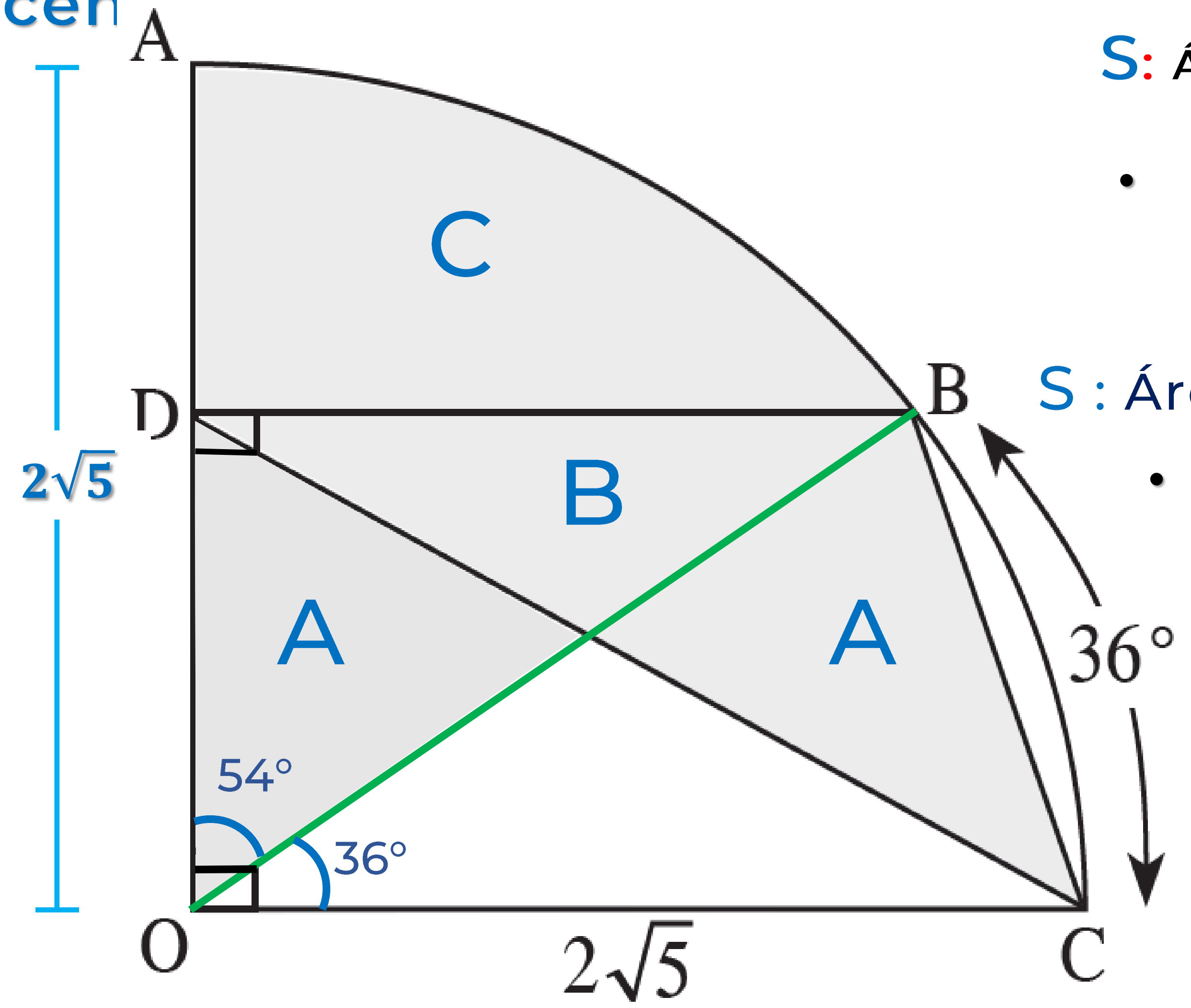
- Del gráfico: $r = 2k$

$$r = 2(3) \rightarrow r = 6$$

- Reemplazando

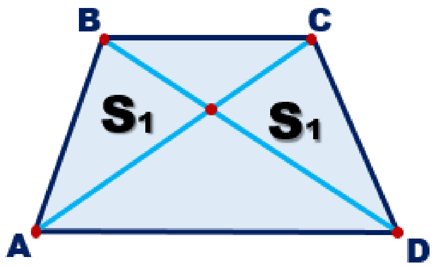
$$S = \pi 6^2$$
$$\boxed{S = 36\pi u^2}$$

7. Calcule el área de la región sombreada si O es centro



S: Área de región sombreada

- ODBC : Trapecio



$S = A + B + C$

S : Área de un sector circular

$$S = \frac{\theta}{360°}\pi r^2$$

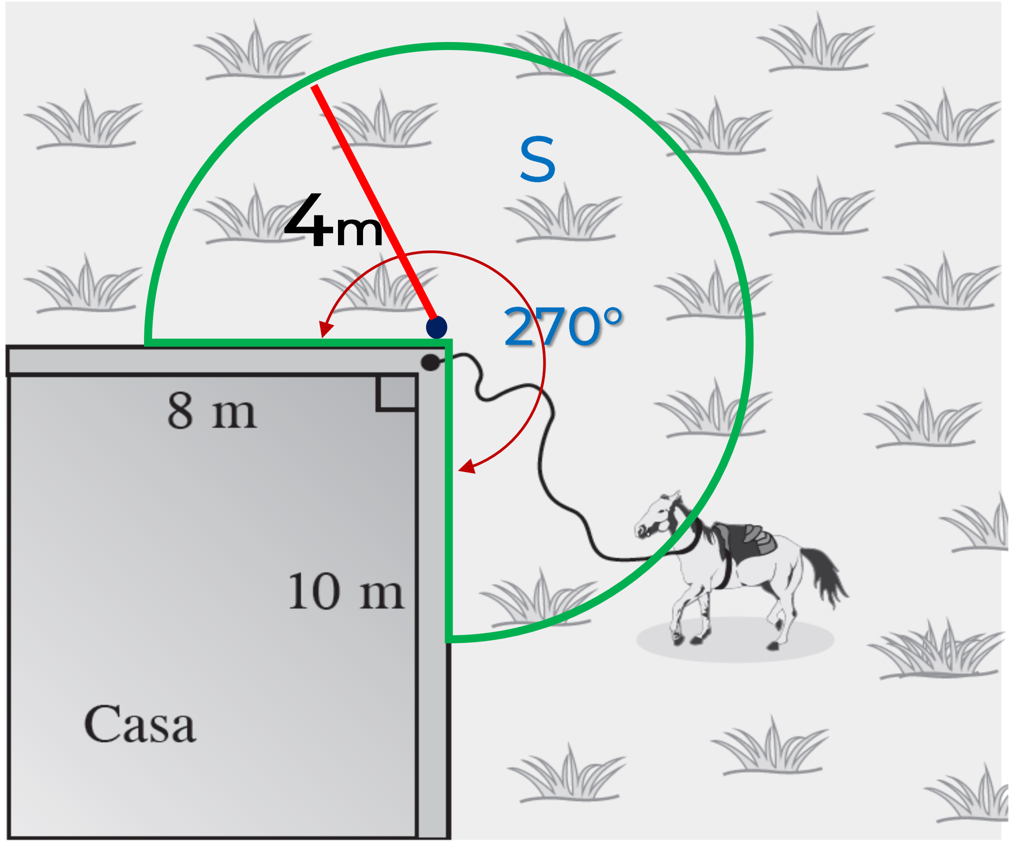
- Reemplazando :

$$S = \frac{\overset{3}{\cancel{54°}}}{\underset{20}{\cancel{360}}}\pi(2\sqrt{5})^2$$

$$S = \frac{3}{\cancel{20}}\pi(\cancel{20})$$

$$\boxed{S = 3\pi u^2}$$

8. En la figura se muestra un caballo atado en la esquina del contorno de una casa con una soga de 4 m. Si el suelo que rodea al caballo está lleno de pasto, calcule el área máxima que puede abarcar el caballo al tratar de comer el pasto que lo rodea.



- Piden: S

$$S = \frac{\theta}{360°}\pi r^2$$

- Reemplazando :

$$S = \frac{\overset{3}{\cancel{270°}}\pi \cancel{4}^2}{\underset{4}{\cancel{360°}}}$$

$$\boxed{S = 12\pi m^2}$$