ALGEBRA

Chapter 04

4th
SECONDARY

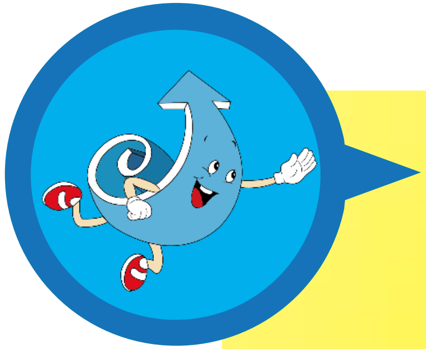
División Polinómica

SACO OLIVEROS

HELICO

MOTIVATING

SACO OLIVEROS



Sabías que...

Las dos rayas = que indican igualdad las inventó el matemático Robert Recorde hace más de 400 años. Explicó que eligió ese signo porque ***"dos cosas no pueden ser más iguales que dos rectas paralelas".***

HELICO THEORY

CHAPTHER 04

Identidad fundamental de la división

$$\begin{array}{r|l} & d(x) \\ \hline R(x) & q(x) \end{array}$$

$d(x)$
$q(x)$
$R(x)$

$$\boxed{D(x) = d(x).q(x) + R(x)}$$

Propiedades de grados:

a) $(q)^{\circ} = (D)^{\circ} - (d)^{\circ}$

b) $(R)^{\circ}_{Max} = (d)^{\circ} - 1$

Ejemplo: $\dfrac{x^{15}}{x^{10}}$

$(q)^{\circ} = (D)^{\circ} - (d)^{\circ}$

$(q)^{\circ} = 15 - 10$

$(q)^{\circ} = 5$

Ejemplo: $\dfrac{x^5 + 2x + 4}{2x^3 + 5}$

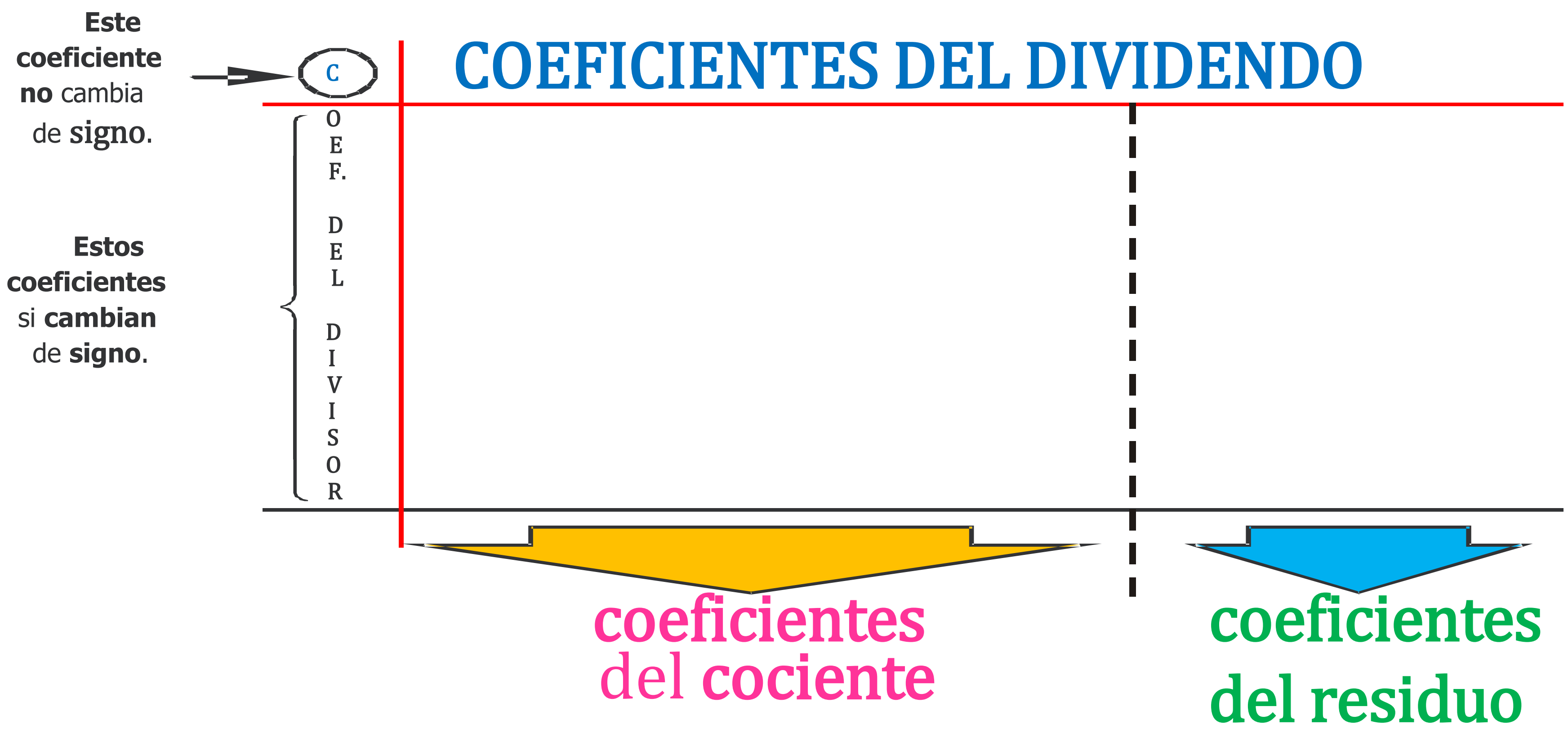
$(R)^{\circ}_{Max} = (d)^{\circ} - 1$

$(R)^{\circ}_{Max} = 3 - 1$

$(R)^{\circ}_{Max} = 2$

Método de Guillermo Horner

Es un método general para dividir polinomios de cualquier grado.



Ejemplo:

Dividir e indicar el cociente y el residuo

$$\frac{12x^4-17x^3+17x^2+2x-9}{4x^2-3x+1}$$

→ Dividendo D(x)

→ divisor d(x)

1° Dividir
2° Multiplicar
3° Sumar

Resolución

1° + 3°

4	12	-17	17	2	-9
3		9	-3		
-1		$\boxed{-8}$	-6	2	
			$\boxed{8}$	6	-2
	3	-2	2	10	-11

2° x x

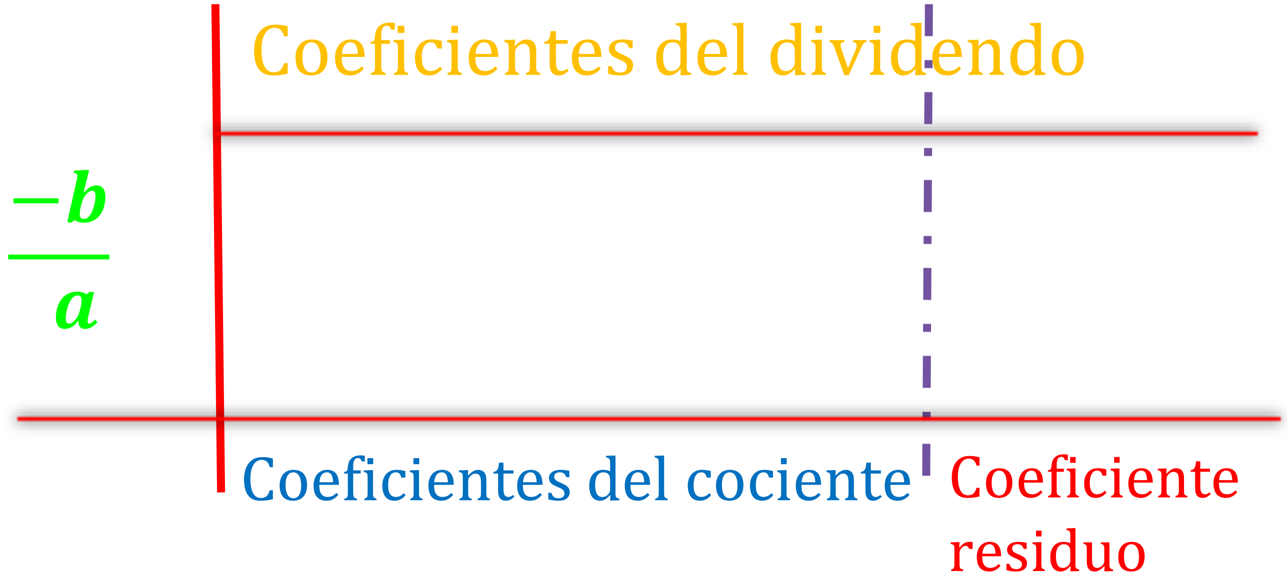
$$q(x) = 3x^2 - 2x + 2$$

$$R(x) = 10x - 11$$

Regla de Paolo Ruffini

Se aplica cuando el divisor es lineal. $d(x) = ax + b$

Esquema:



Ejemplo: Divida e indique el cociente y el residuo.

$$\frac{3x^4 + 2x^3 - 5x^2 + x + 1}{x - 1} \quad \begin{array}{l} \rightarrow D(x) \\ \rightarrow d(x) \end{array}$$

1° Multiplicar

2° Sumar

Resolución $d(x) = 0 \qquad x - 1 = 0$

2° +

	3	2	-5	1	1
$x=1$		3	5	0	1
1° x	3	5	0	1	2

$q(x) = 3x^3 + 5x^2 + 0x + 1$

$R(x) = 2$

HELICO PRACTICE

CHAPTHER 04

SACO OLIVEROS

1. **Dividad:**

$$\frac{x^4+2x^3-7x^2-8x+12}{x^2-3x+2}$$

Dé como respuesta el cociente y el residuo.

1° Dividir
2° Multiplicar
3° Sumar

Resolución

1	1	2	-7	-8	12
3		3	-2		
-2		5	15	-10	
			6	18	-12
	1	5	6	0	0

$$Q(x)=x^2+5x+6$$

$$R(x)=0$$

2. Determine la suma de coeficientes del cociente

$$\frac{5x^5 - 11x^3 + 16x^2 - 15 - 12x}{x+2}$$

1° Multiplicar

2° Sumar

Resolución

$$\boxed{x + 2 = 0}$$

	5	0	− 11	16	− 12	− 15
x = -2		-10	20	-18	4	16
x	5	-10	9	- 2	- 8	1

$$\sum coef\ Q(x)$$

$$= 5 - 10 + 9 - 2 - 8$$

$$\sum coef\ Q(x) = -6$$

3. Si la división

$$\frac{12x^4 + 11x^3 + 19x^2 + Ax + B}{4x^2 - 3x + 2}$$

es exacta, *Calcule* B-A.

1° Dividir
2° Multiplicar
3° Sumar

Resolución

4	12	11	19	A	B
3		9	-6		
-2		20	15	-10	
			28	21	-14
	3	5	7	0	0

$$A + (-10) + 21 = 0$$

$$A = -11$$

$$B + (-14) = 0$$

$$B = 14$$

Nos piden

$$B - A = 14 - (-11)$$

$$B - A = 25$$

4. Determine la suma de coeficientes del cociente al dividir :

$$\frac{10x^5 - x^4 + 3x^3 + 17x^2 + 3 + x}{5x + 2}$$

1° Multiplicar

2° Sumar

Resolución

Ordenando se tiene:

$$\frac{10x^5 - x^4 + 3x^3 + 17x^2 + x + 3}{5x + 2}$$

$$\boxed{5x + 2 = 0}$$

	10	-1	3	17	1	3
$x = -\frac{2}{5}$		-4	2	-2	-6	2
	10	-5	5	15	-5	5
: 5	2	-1	1	3	-1	

$$Q(x) = 2x^4 - x^3 + x^2 + 3x - 1$$

$$\sum coef\, Q(x) = 4$$

5. En el esquema que se muestra por el método de Horner

1	a	b	c	d	e
f		-2	4		
			-1	2	
g				-1	2
	2	1	1	2	0

Determine el valor de

$$M=(a+b+c+e)(d+f+g)$$

Resolución

1	2	3	-2	1	-2
-1		-2	4		
			-1	2	
2				-1	2
	2	1	1	2	0

$a=2$ $f=-1$ $g=2$ $b=3$ $c=-2$ $d=1$ $e=-2$

Reemplazando los valores en M

$M=(2+3-2-2)(1-1+2)$

$M=(1)(2) = 2$

Rpta $\boxed{M=2}$

6. Hallar el valor de *m* si la división

$$\frac{6x^4+4x^3+x^2+mx+1}{3x-1}$$

es exacta

Resolución

Aplicando la regla de Ruffini

$3x-1=0$

$$\begin{array}{c|cccc|c} x=\frac{1}{3} & 6 & 4 & 1 & m & 1 \\ & \downarrow & 2 & 2 & 1 & -1 \\ \hline \times & 6 & 6 & 3 & -3 & 0 \end{array}$$

División Exacta

$\rightarrow m+1=-3$

$m=-4$

Rpta $\boxed{-4}$

7. Calcule $m + n$ si la división es exacta

$$\frac{mx^5 + nx^4 - 6x^3 + 4x^2 + 7x - 12}{3x^2 + x - 4}$$

Resolución

Por ser una división exacta aplicamos Horner Invertido

-4	-12	7	4	-6	n	m
-1	$\div$	-3	-9			
-3		$\div$	1	3		
			$\div$	-1	-3	
				$\div$	-1	-3
$\times$	3	-1	1	1	0	0

$\rightarrow m - 3 = 0$ $\qquad n - 3 - 1 = 0$

$m = 3$ $\qquad n = 4$

$\therefore m + n = 7$

Rpta $\boxed{7}$

8. Si el número de hijos que desea tener la profesora Lira coincide con el término independiente del cociente.

$$\frac{2x^5 - 10x^3 + \sqrt{5}x^4 - 6x - 3\sqrt{5}x^2 + 2\sqrt{5}}{x - \sqrt{5}}$$

¿Cuántos hijos desea tener la profesora?

Resolución

Ordenando los coeficientes del denominador para aplicar la regla de Ruffini

$x - \sqrt{5} = 0$

	2	$\sqrt{5}$	-10	$-3\sqrt{5}$	-6	$2\sqrt{5}$
$x = \sqrt{5}$	$\downarrow$	$2\sqrt{5}$	15	$5\sqrt{5}$	10	$4\sqrt{5}$
$\times$	2	$3\sqrt{5}$	5	$2\sqrt{5}$	4	$6\sqrt{5}$

$$q(x) = 2x^4 + 3\sqrt{5}x^3 + 5x^2 - 2\sqrt{5}x \boxed{+4}$$

Término Independiente del Cociente

∴ La profesora Lira desea tener **4** hijos

Rpta $\boxed{4}$