GEOMETRÍA

Capítulo 17

5th
SECONDARY

POLIEDROS REGULARES

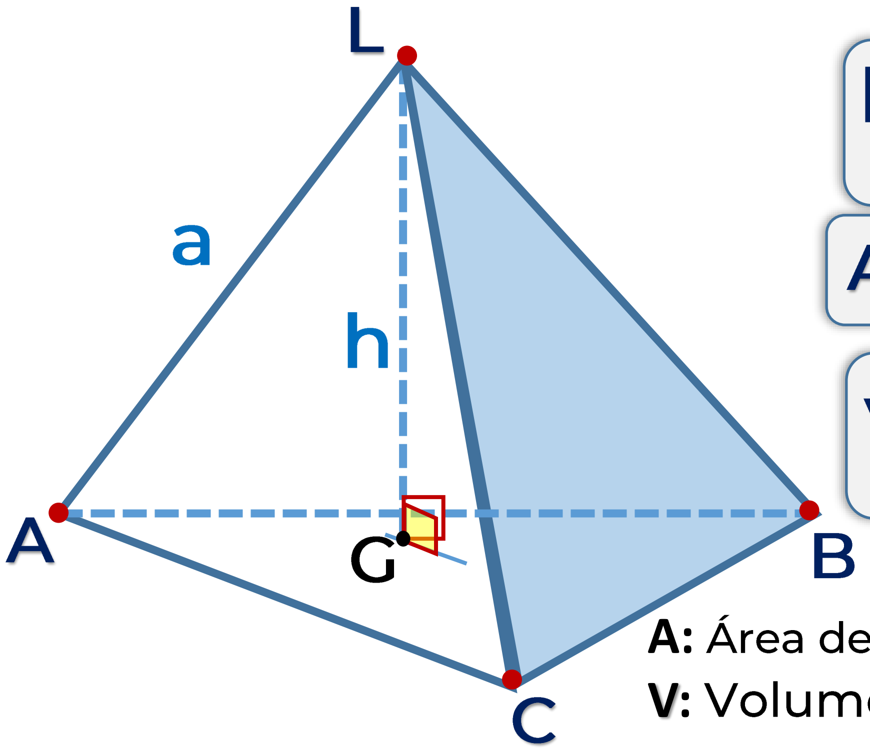
SACO OLIVEROS

Dentro de las infinitas formas poliédricas que existen hay unas que por sus simetrías han ejercido siempre una gran atracción sobre los hombres, se trata de los poliedros regulares, cuyas caras son polígonos regulares iguales entre sí y en cuyos vértices concurren el mismo

POLIEDROS REGULARES

Es el poliedro cuyas caras son regiones poligonales regulares congruentes entre sí y en cada vértice concurren el mismo número de caras y aristas. Solo existen cinco clases de poliedros regulares, los cuales son:

TETRAEDRO REGULAR



$$h = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

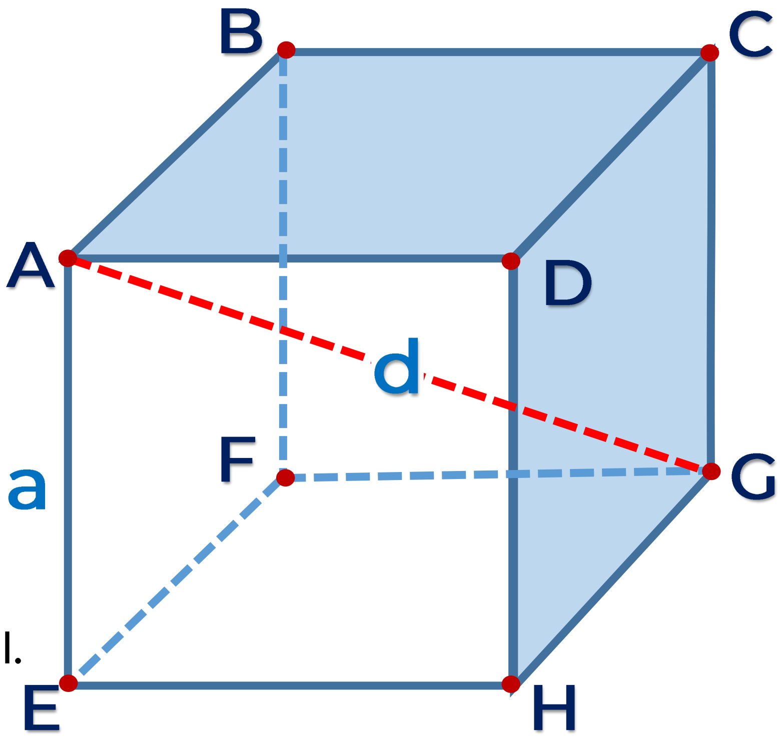
$$A = a^2\sqrt{3}$$

$$V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$$

A: Área de la superficie Total.

V: Volumen del sólido.

HEXAEDRO REGULAR

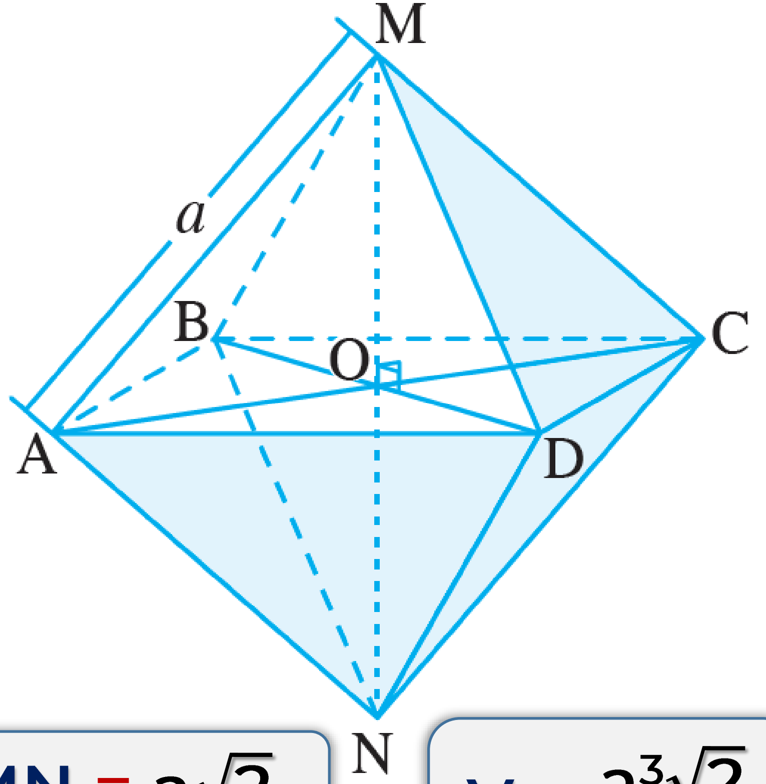


$$d = a\sqrt{3}$$

$$A = 6a^2$$

$$V = a^3$$

OCTAEDRO REGULAR

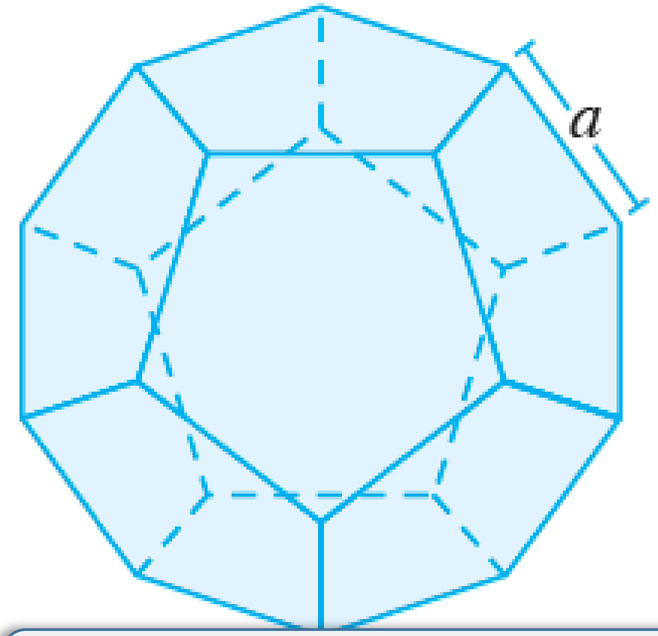


$MN = a\sqrt{2}$

$A = 2a^2\sqrt{3}$

$V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$

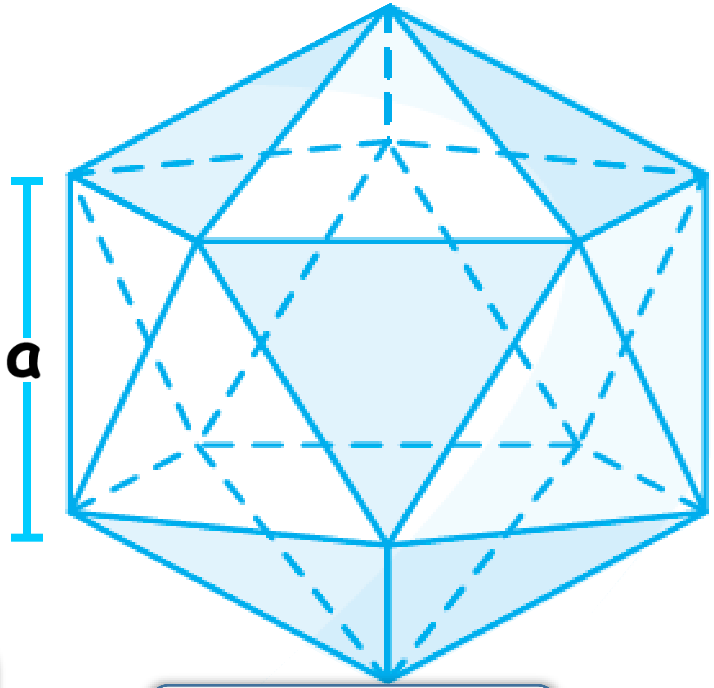
DODECAEDRO REGULAR



$A = 3a^2\sqrt{25 + 10\sqrt{5}}$

$V = \dfrac{a^3(15+7\sqrt{5})}{4}$

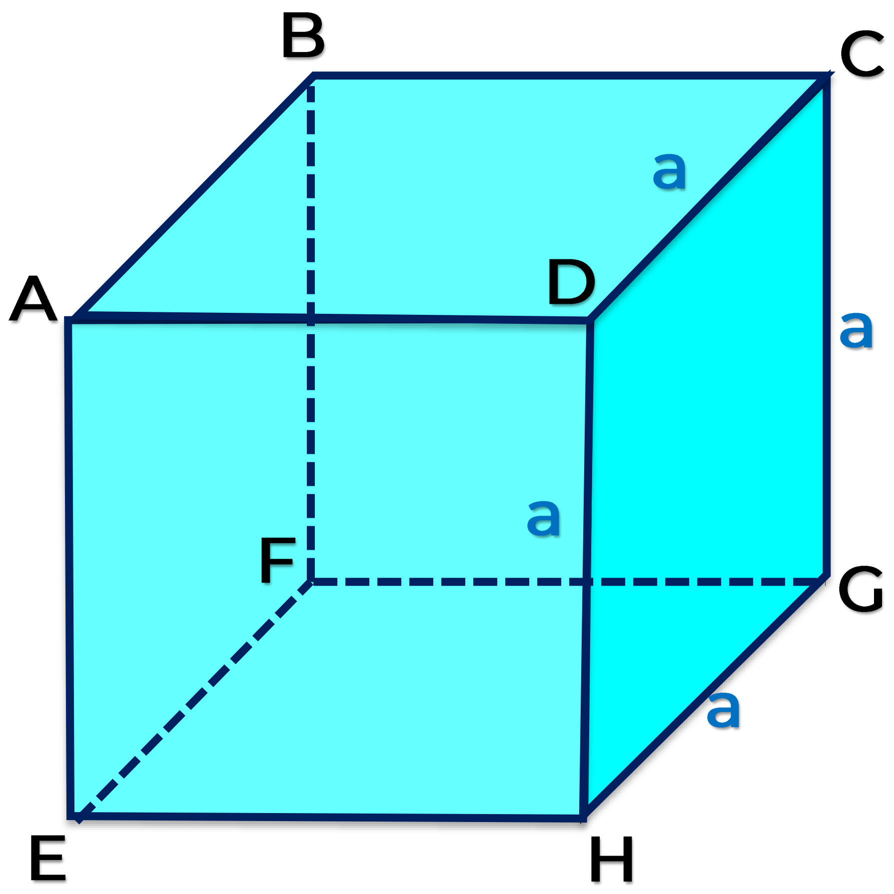
ICOSAEDRO REGULAR



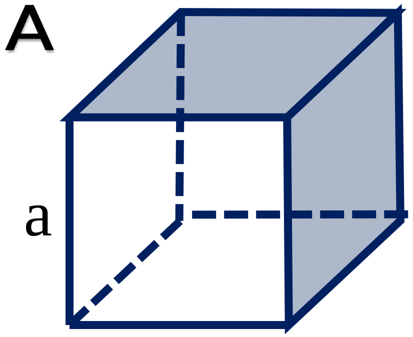
$A = 5a^2\sqrt{3}$

$V = \dfrac{a^3(15+5\sqrt{5})}{12}$

1. Calcule el área de la superficie total de un hexaedro regular si el perímetro de una de sus caras es 12 u.



- Piden: A



$$A = 6a^2$$

- Por dato.

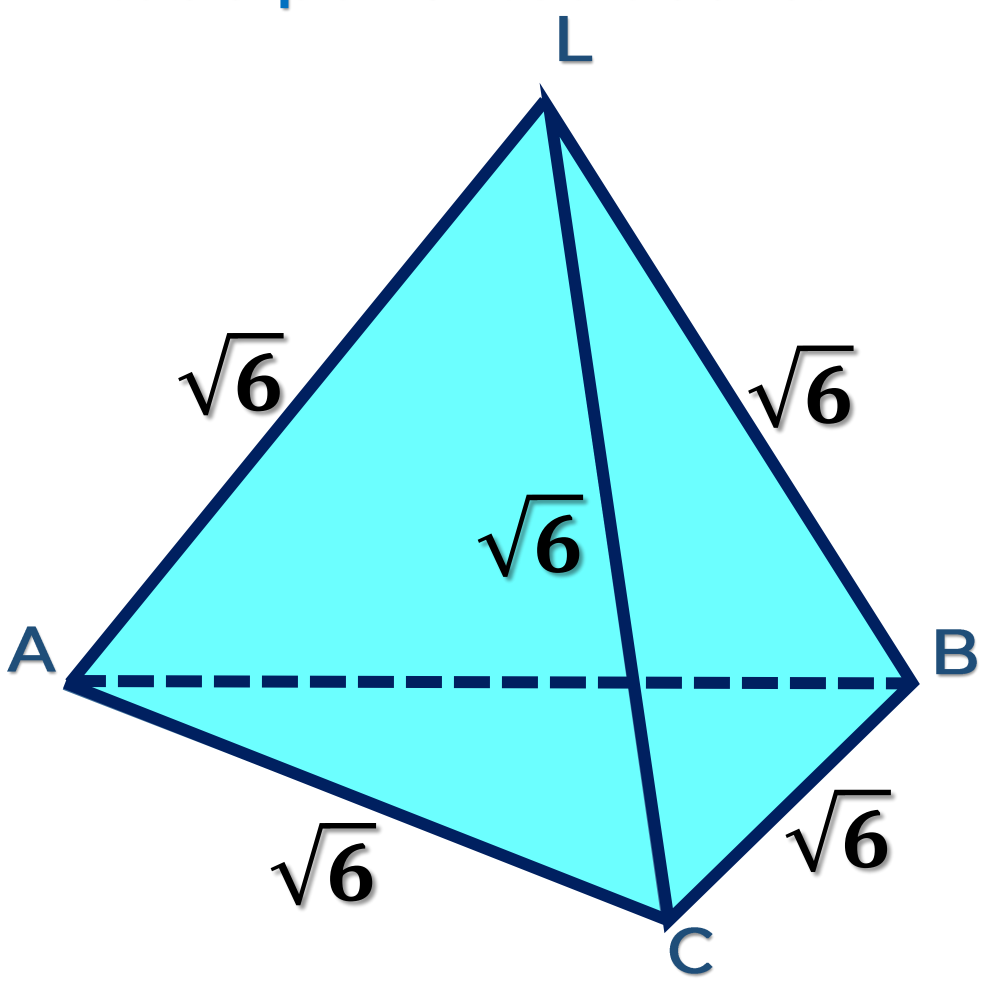
$$2p_{DCGH} = 12$$
$$4a = 12$$
$$a = 3$$

- Por teorema.

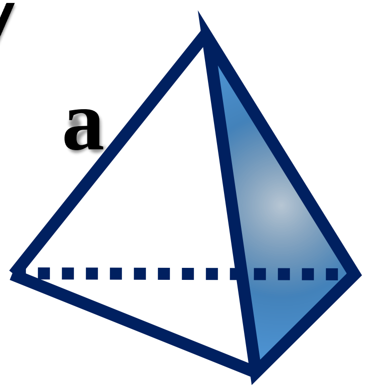
$$A = 6(3)^2$$

$$A = 54\ u^2$$

2. La arista de un tetraedro regular es $\sqrt{6}$ u. Calcule el volumen del sólido limitado por el tetraedro.



- Piden: V



$$V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$$

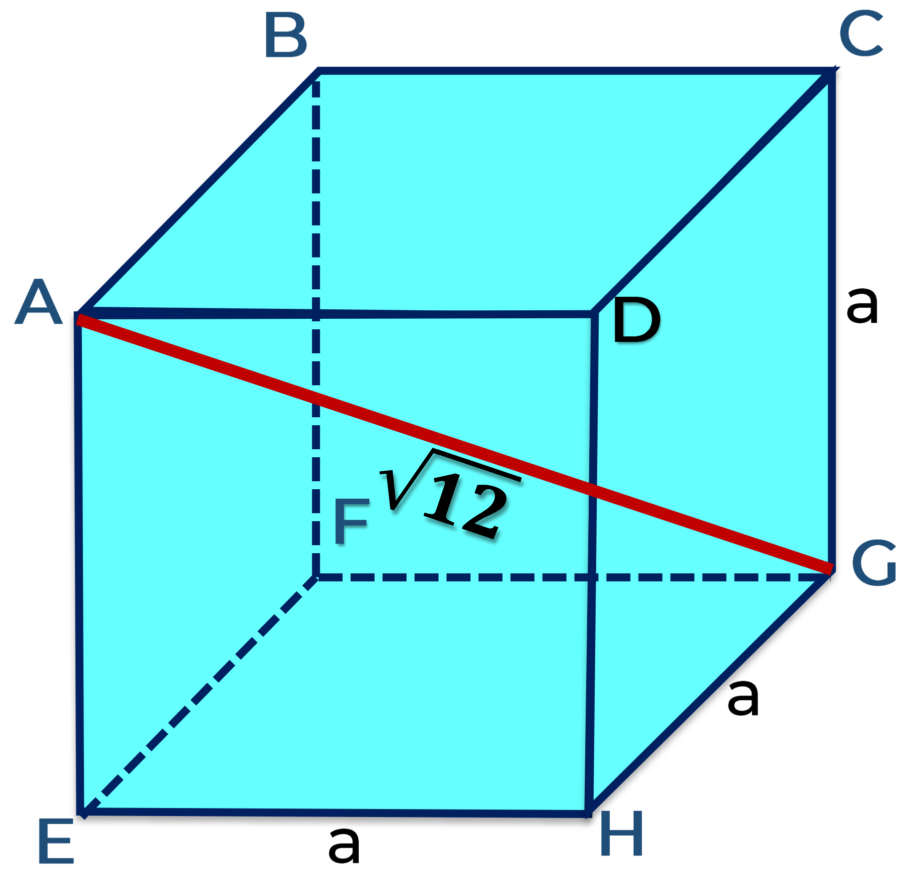
- Por dato. $a = \sqrt{6}$
- Por teorema.

$$V = \frac{(\sqrt{6})^3\sqrt{2}}{12}$$

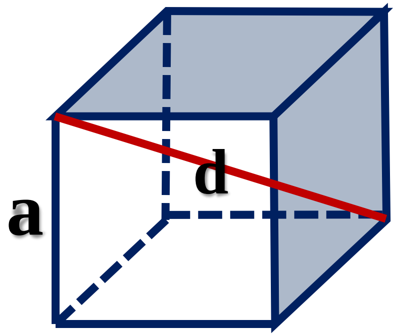
$$v = \frac{(\cancel{6}^{\,1}\sqrt{6})\sqrt{2}}{\cancel{12}_{\,2}}$$

$$\boxed{V = \sqrt{3}\,u^3}$$

3. Calcule el volumen del sólido limitado por el hexaedro regular mostrado.



- Piden: V



$\boxed{V = a^3}$

$\boxed{d = a\sqrt{3}}$

- Por dato.

$$d = \sqrt{12}$$

$$a\cancel{\sqrt{3}} = 2\cancel{\sqrt{3}}$$

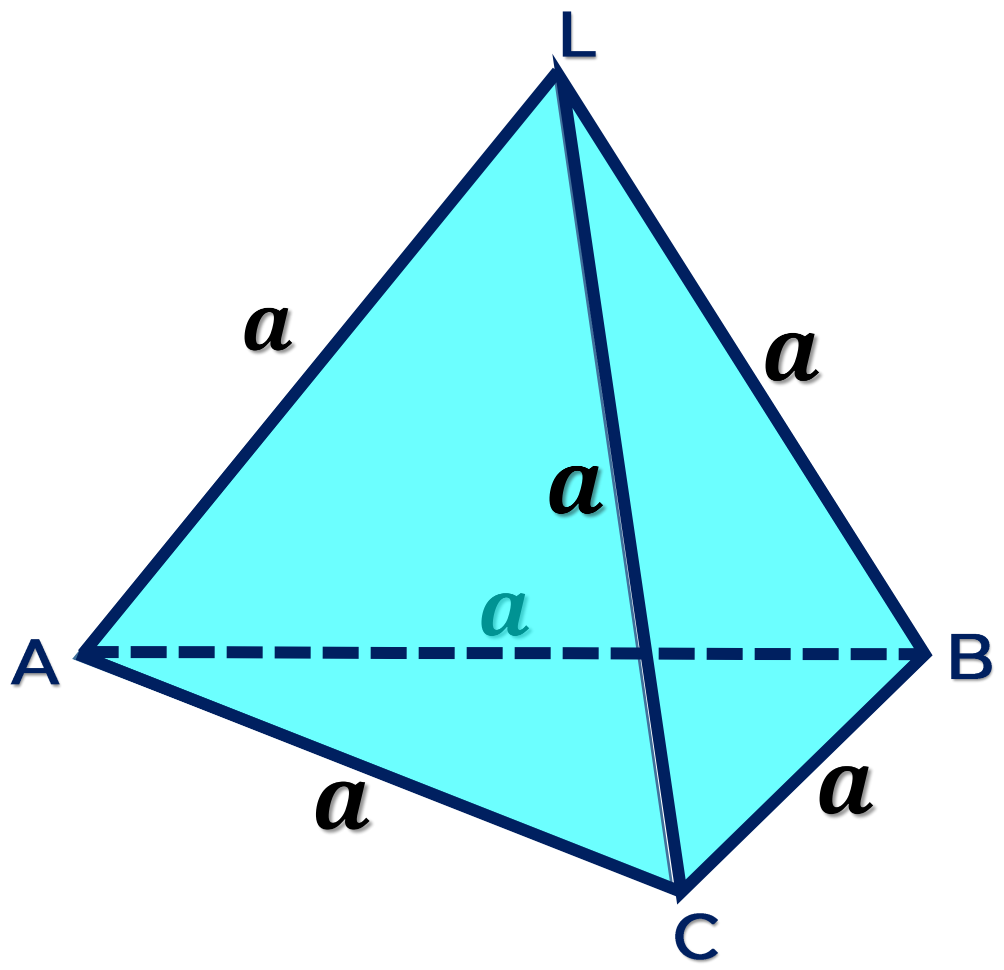
$$a = 2$$

- Por teorema.

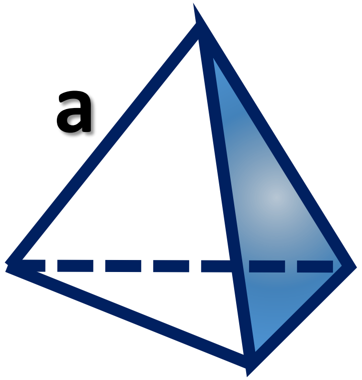
$$V = (2)^3$$

$$\boxed{V = 8\,u^3}$$

4.Calcule el área de la superficie total de un tetraedro regular, si la suma de las longitudes de sus aristas es 36 u.



- Piden: A



$\boxed{A = a^2\sqrt{3}}$

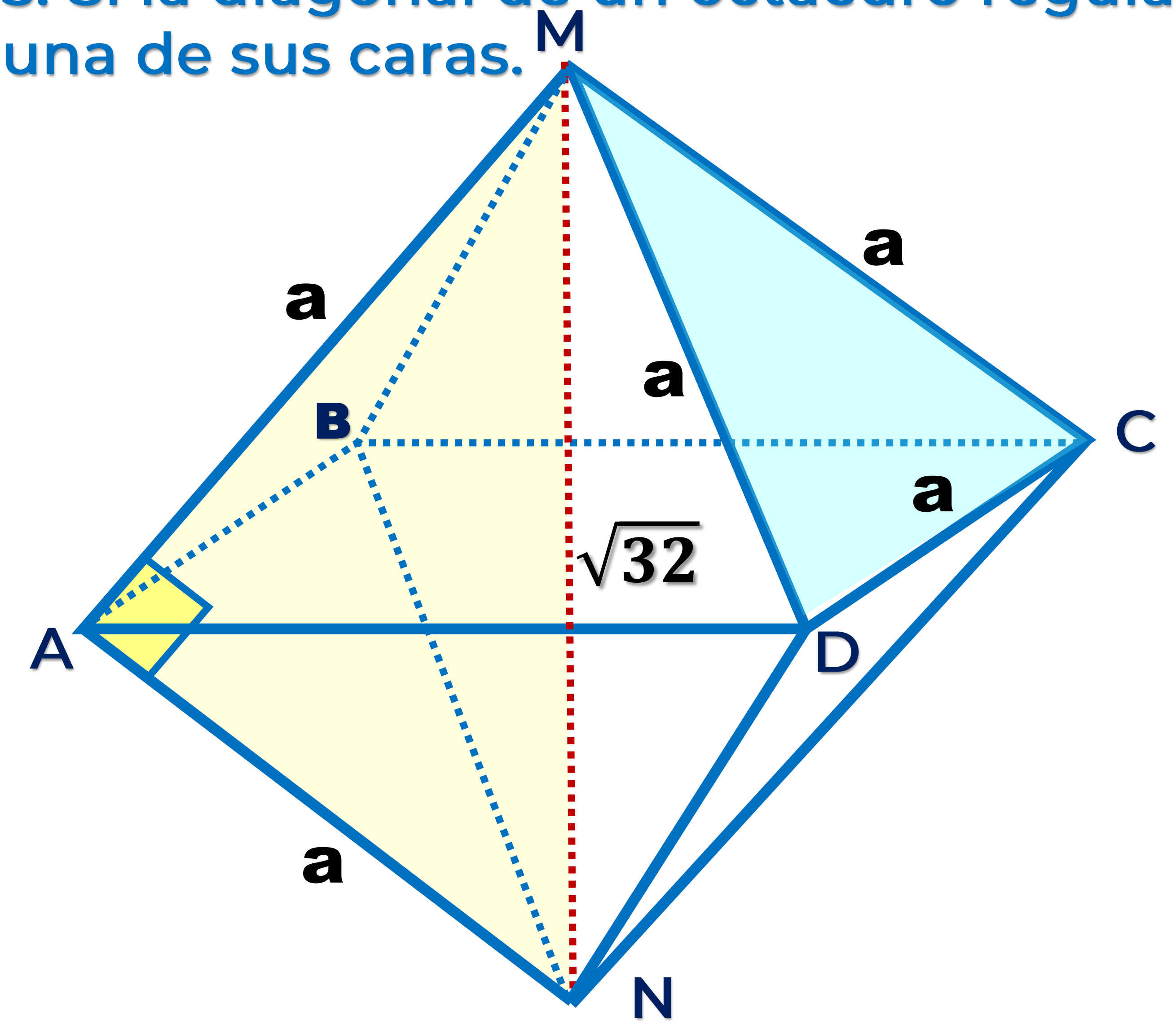
- Por dato.

$$6a = 36$$
$$a = 6$$

- Por teorema.

$$A = (6)^2\sqrt{3}$$
$$\boxed{A = 36\sqrt{3}\,u^2}$$

5. Si la diagonal de un octaedro regular es $\sqrt{32}$, calcule el perímetro de una de sus caras.



- Piden: $2p_{CMD}$

$$2p_{CMD} = 3a \quad \dots (1)$$

- Por teorema.

$$\boxed{MN = a\sqrt{2}}$$

- Por dato.

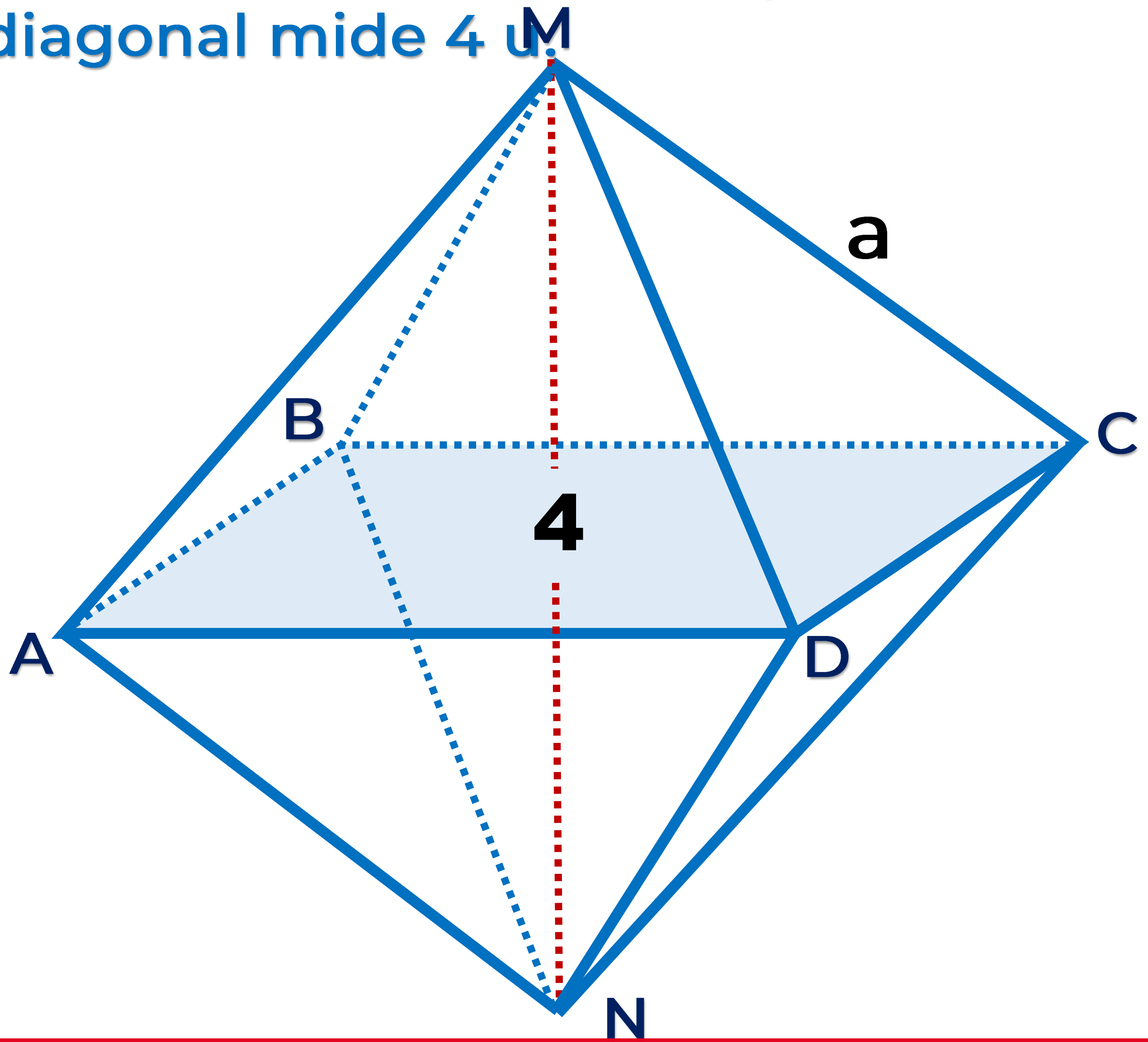
$$d = \sqrt{32}$$
$$a\cancel{\sqrt{2}} = 4\cancel{\sqrt{2}}$$
$$a = 4 \quad \dots (2)$$

- Reemplazando 2 en 1.

$$2p_{CDM} = 3(4)$$

$$\boxed{2p_{CMD} = 12\ u}$$

6. Calcule el área de la superficie total de un octaedro regular si su diagonal mide 4 u.



- Piden: A
- Por teoremas.

$\boxed{A = 2a^2\sqrt{3}}$ $\boxed{MN = a\sqrt{2}}$ ... (1)

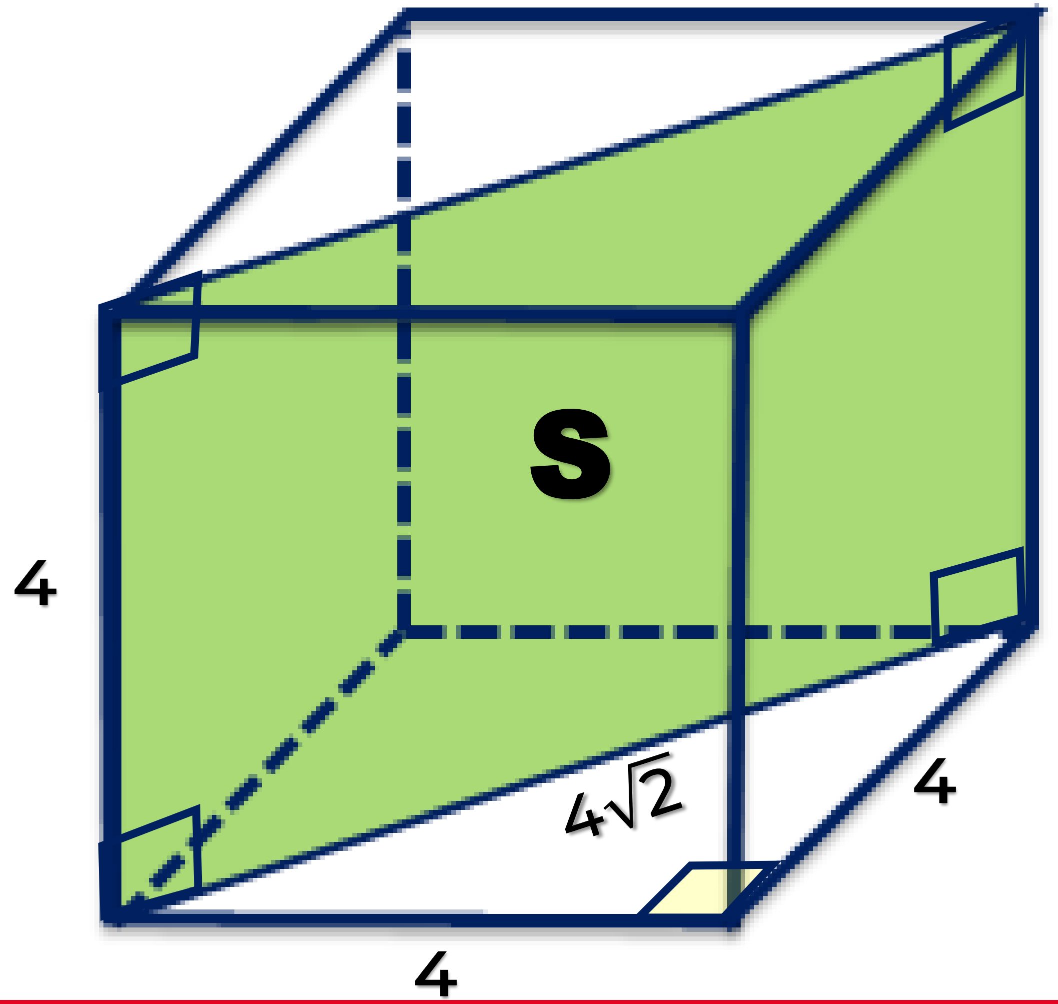
- Por dato.

$$d = 4$$
$$a\sqrt{2} = 4$$
$$a = 2\sqrt{2} \quad \text{... (2)}$$

- Reemplazando 2 en 1.

$$A = 2(2\sqrt{2})^2\sqrt{3}$$
$$A = 2(8)\sqrt{3}$$
$$\boxed{A = 16\sqrt{3}\,u^2}$$

7. En la figura se muestra un cubo cuya arista mide 4 cm. ¿Cuál es el área de la región sombreada?



- Piden: S

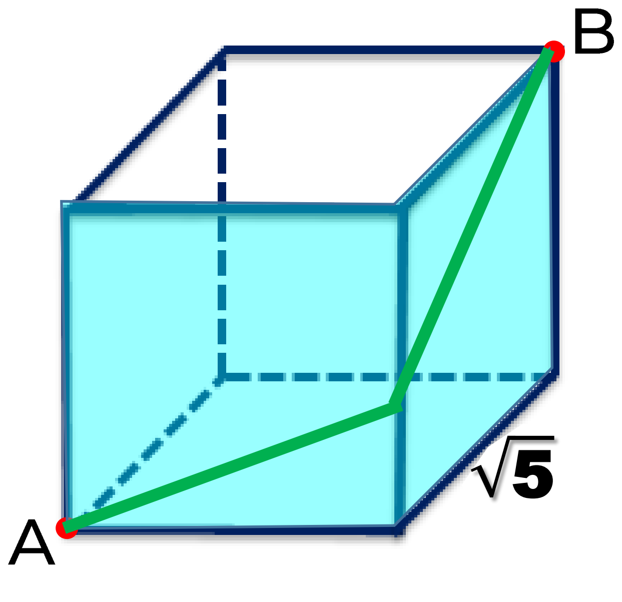
$$S = bh$$

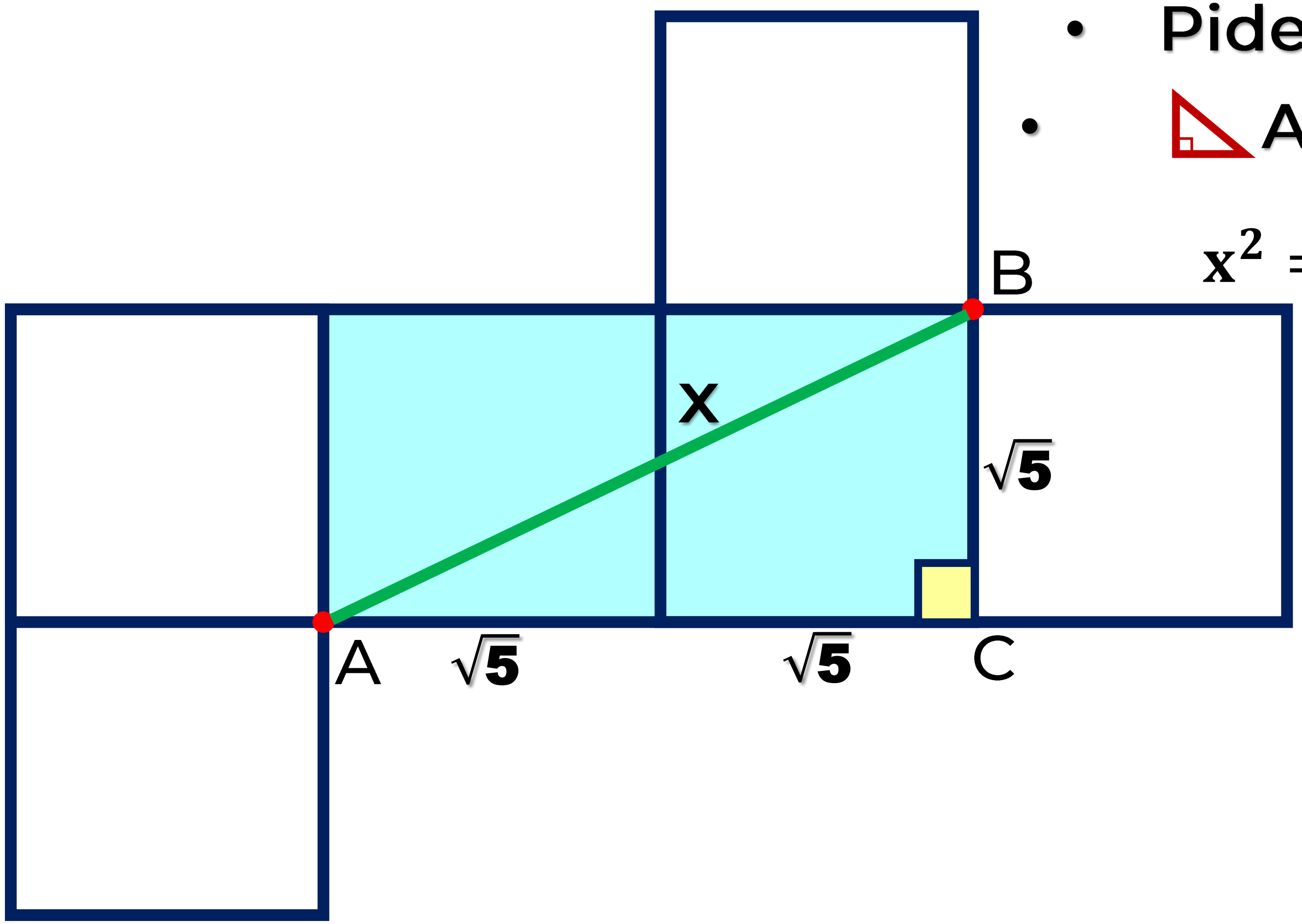
- Reemplazando en el teorema.

$$S = (4\sqrt{2})(4)$$

$$\boxed{S = 16\sqrt{3}\ u^2}$$

8. En un cubo en el punto A se encuentra una hormiga y en el punto B su comida. Halle la longitud del menor recorrido que puede hacer la hormiga para llegar al punto B.





- Piden: x
- ACB :T. Pitágoras.

$$x^2 = (2\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^2$$

$$x^2 = 25$$

$$\boxed{x = 5\ u}$$