ARITHMETIC

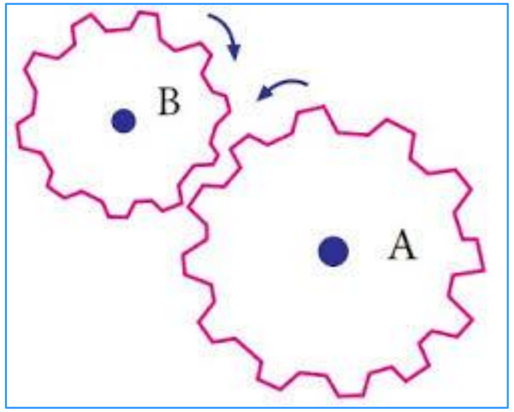
Chapter 9

3rd
SECONDARY

Magitudes proporcionales

MOTIVATING STRATEGY

Dos ruedas de 30 y 20 dientes están engranadas, si la primera da 200 vueltas. ¿Cuántas vueltas dará al segunda?

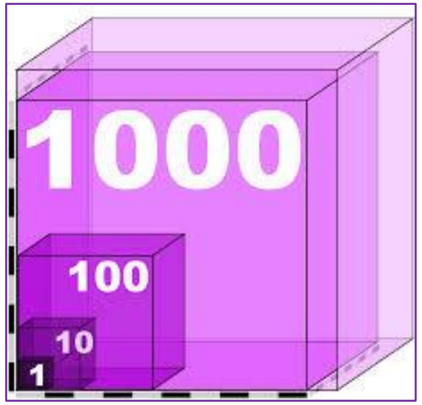


Rpta. 300

1 ¿QUE ES UNA MAGNITUD?

Es algo cuantificable, es decir, medible ponderable. Las magnitudes pueden ser directamente apreciables por nuestros sentidos, como los tamaños y pesos de las cosas, o más indirectas (aceleraciones, energías). Medir implica realizar un experimento de cuantificación, normalmente con un instrumento especial (reloj, balanza, termómetro).

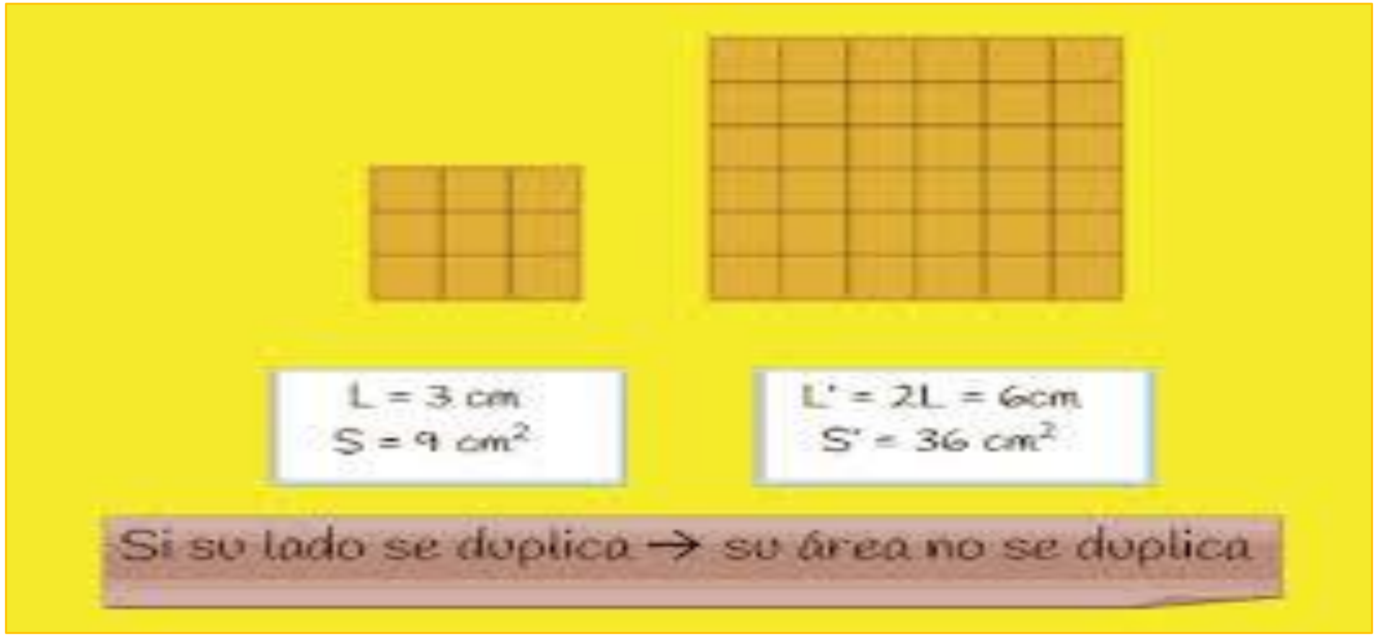
Ejemplo:



2 MAGNITUDES PROPORCIONALES

Se dice que dos magnitudes son proporcionales si ellas se relacionan de tal modo que, multiplicando la medida (o valor) de una de ellas por un número, la medida (o valor) correspondiente de la otra queda multiplicada o dividida por el mismo número.

¡ Observacion !



3 MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES

Ejemplo:

Se ha pagado S/.16 por 8kg de arroz. Determine

a. El costo de 24 kg.

b. El peso por el cual se pagó s/.80.

x3 x5

Costo(S/.)	…	16	48	80	…
Peso (Kg)	…	8	24	40	…

x3 x5

HELICO THEORY

Observando el comportamiento de los valores afirmamos que la Magnitud costo es directamente proporcional a la magnitud peso.

Además se tiene que:

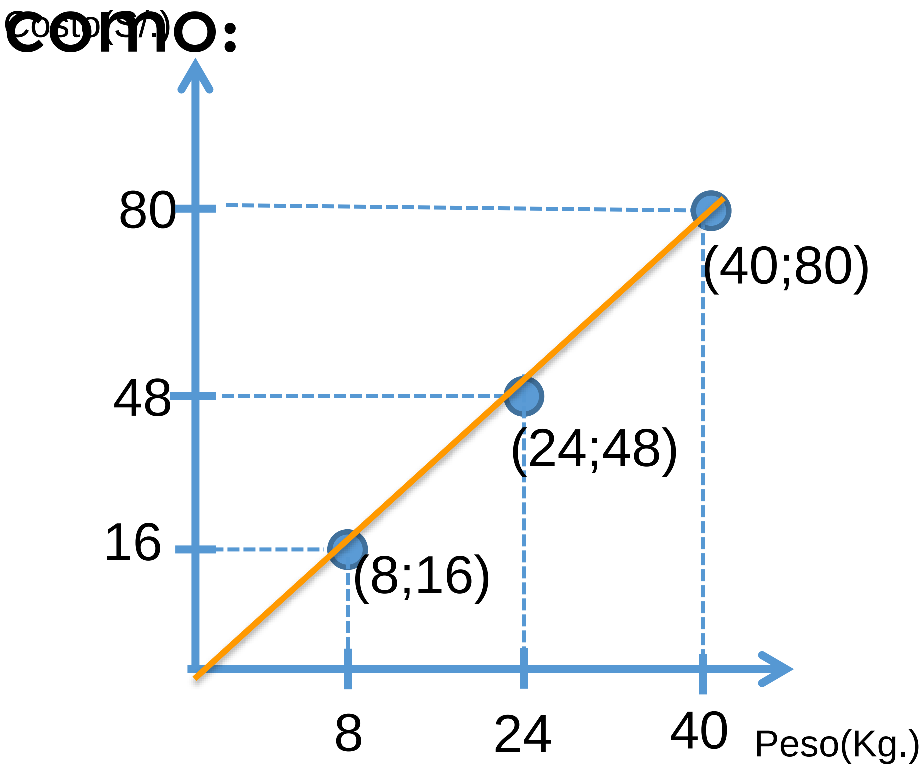
$$\frac{16}{8} = \frac{48}{24} = \frac{80}{40} = \underbrace{\boxed{2}}_{\text{Cte.}} \Rightarrow \frac{\text{Valor costo}}{\text{Valor peso}} = \text{Cte.}$$

En General:

Si las magnitudes A y B son directamente proporcionales , se cumple que:

$$\frac{\text{Valor de A}}{\text{Valor de B}} = \text{Cte.}$$

Con los valores respectivos podemos elaborar una gráfica, como:



La gráfica de las magnitudes DP son algunos Puntos de una recta, que pasa por el origen de coordenadas

Además: $\frac{16}{8} = \frac{48}{24} = \frac{80}{40} = \frac{\textbf{Valor costo}}{\text{Valor peso}} = \frac{y}{x} = \boxed{k}$

Donde:

$$\mathbf{y = kx}$$

$$f(x) = kx$$

En notación funcional

Textualmente decimos que: *El costo está en función del peso*

4 MAGNITUDES INVERSAMENTE PROPORCIONALES

Ejemplo:

Un automóvil con una velocidad de 20m/s tarda 30s en recorrer cierta distancia

a. ¿Qué tiempo tardaría si la velocidad de 60m/s?

b. ¿Qué velocidad debería emplearse para emplear solo 25s?

x3 $\quad X\,\frac{6}{5}$

Velocidad(m/s)	**15**	**20**	**60**	**24**	**…**
Tiempo (s)	40	30	10	25	…

x3 $\quad \div\,\frac{6}{5}$

HELICO THEORY

Observando el comportamiento de los valores afirmamos que la Magnitud velocidad y la magnitud tiempo son inversamente proporcionales.

Además se tiene que:

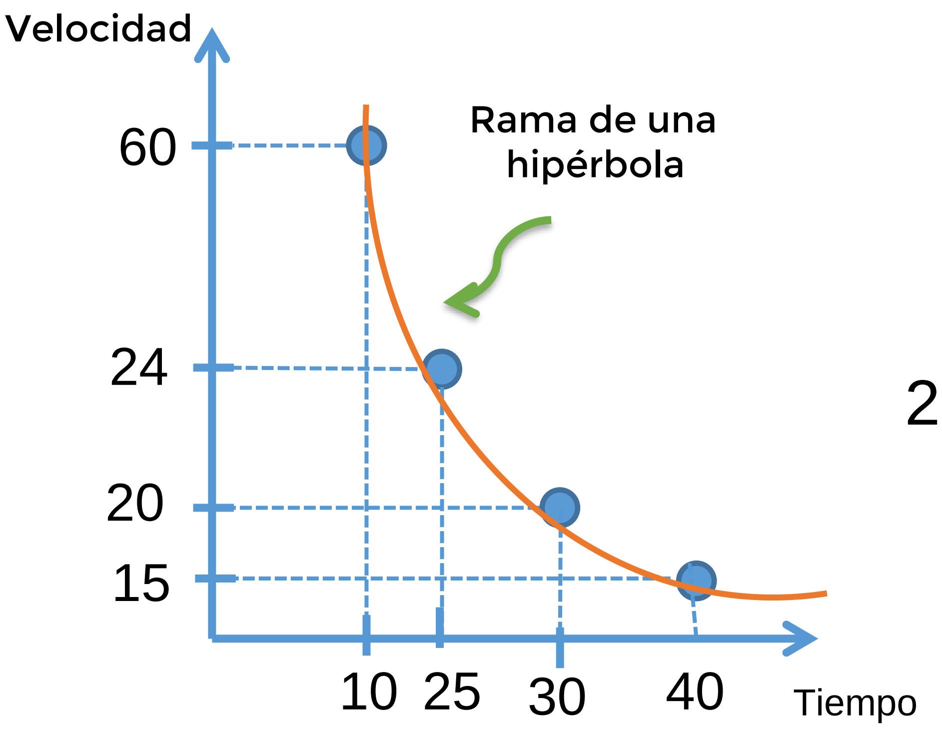
$$20\,(30) = 60\,(10) = 24\,(25) = 600 = \left(\frac{Valor}{Velocidad}\right)\left(\frac{Valor}{Tiempo}\right) = \text{cte}$$

En General:

Si las magnitudes A y B son inversamente proporcionales , se cumple que:

$$\left(\frac{Valor}{de\ A}\right)\left(\frac{Valor}{de B}\right) = \text{Cte.}$$

Con los valores respectivos podemos elaborar una gráfica, como:



La gráfica de las magnitudes IP son algunos Puntos de una rama de una hipérbola.

Además:

$$20(30) = 60(10) = 24(25) = \left(\frac{Valor}{Velocidad}\right)\left(\frac{Valor}{Tiempo}\right) = yx = \boxed{k}$$

Luego:

$$y = \frac{k}{x}$$

$$f(x) = \frac{k}{x}$$

En notación funcional

Textualmente diremos que: *La velocidad está en función del tiempo*

5 Propiedades

- Si A es DP a B → B es DP a A

  Si A es IP a B → B es IP a A

- Si A es DP a B → A^n es DP a B^n , $n \in$ Q

  Si A es IP a B → A^n es IP a B^n , $n \in$ Q

- Si A es IP a B → A es DP a $\frac{1}{B}$

- $\left.\begin{array}{l}\text{A DP B (C constante)}\\ \text{A DP C (C constante)}\end{array}\right\}$ $\boxed{\text{A DP B x C}}$

1

Se sabe que la magnitud A es DP a $\sqrt{B}$; cuando A = 30, B = 36. Halle el valor de A cuando B es 144.

Resolución:

Dado que:

$$\boxed{A \ \text{DP} \ \sqrt{B}}$$

Se tendrá:

$$\boxed{\frac{A}{\sqrt{B}} = k} \quad .....\propto$$

Reemplazando en ....$\propto$

$$\frac{30}{\sqrt{36}} = \frac{A}{\sqrt{144}}$$

$$\frac{30}{{}_{1}\,\cancel{6}} = \frac{A}{\cancel{12}\,{}_{2}}$$

$$A \, . \, 1 = 2 \, . \, 30$$

A = 60

RPTA: 60

2 **Dado el siguiente cuadro:**

Rapidez (m/s)	m	6	2	1	4
Tiempo (s)	12	n	18	36	9

si existe una relación IP, calcule m.n.

Resolución:

Dado que:

$$V_{rapidez} \ \text{IP} \ V_{Tiempo}$$

Se tendrá:

$$V_{Rapidez} \cdot V_{Tiempo} = K \ \ldots\ldots\alpha$$

Reemplazando en ....α

$$m.12 = 6.n = 2.18 = 1.36 = 4.9 = 36$$

Se observa que:

$$m.12 = 36 \qquad 6.n = 36$$

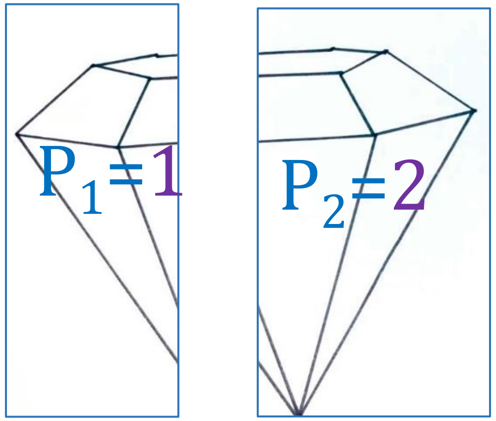
$$m = 3 \qquad n = 6$$

m.n=3(6) =18

RPTA:	18

3

Si el precio de un diamante es DP al cuadrado de su peso, ¿cuánto se ganará o perderá en un diamante que vale S/720 y que se parte en dos pedazos, uno el doble del otro?



Resolución:

Dado que:

(Precio) DP $(\text{Peso})^2$

Se tendrá:

$$\frac{\text{Precio}}{(\text{Peso})^2} = K \quad \ldots\ldots\propto$$

Reemplazando en ….∝

$$\frac{P_{R1}}{1^2} = \frac{P_{R2}}{2^2} = \frac{720}{3^2} = K$$

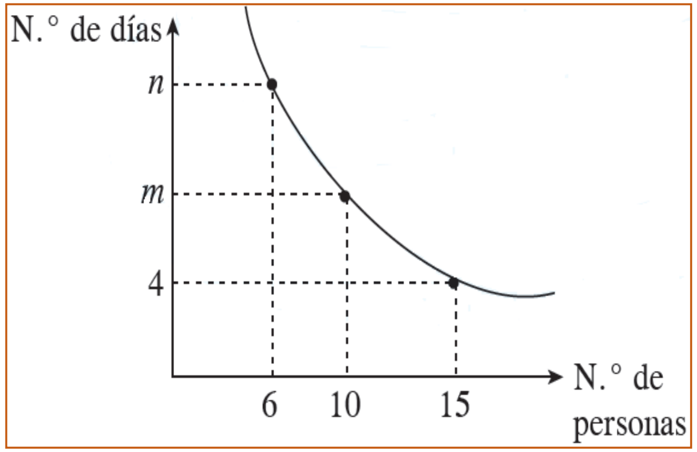
$$\frac{P_{R1} + P_{R2}}{1 + 4} = \frac{720}{9} = 80 \quad P_{R1} + P_{R2} = 400$$

Diamante entero	:	S/720
Diamante por partes	:	S/400
Pierde	:	**S/320**

RPTA: S/320

4

Se quiere terminar una obra que puede ser hecha
en 60 días por una sola persona y se cuenta con
una cantidad de personas y el tiempo a relacionarse,
como se observa según el gráfico:
¿Cuántos días se demoran si lo hacen 10 personas?



Resolución:

El gráfico muestra una rama de una hipérbola equilátera:

Donde:

(N°Días) IP (N°Personas)

Se tendrá:

(N°Días).(N°Personas)= k .....∝

Reemplazando en ....∝

$n(6) = m(10) = 4(15) = 60$

$n(6) = 60$ | $m(10) = 60$

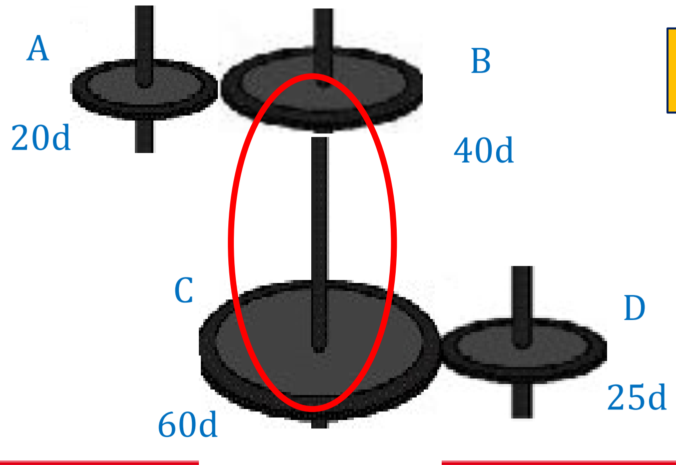
$n = 10$ | $m = 6$ piden

RPTA: 6

5

Una rueda dentada A de 20 dientes engrana con otra B de 40 dientes. Quién fija a su eje tiene a la rueda C de 60 dientes, la cual a su vez tiene contacto con otra D de 25 dientes. ¿Cuántas RPM dará D cuando A gire a razón de 100 RPM?

Resolución:



Observamos que:

Más dientes menos vueltas

(N°Dientes) IP (N°Vueltas)

Se tendrá:

(N°Dientes).(N°Vueltas)= K ......∝

Reemplazando en ....∝

$20.V_A = 40.V_B$

$20.100 = 40.V_B$

$\underbrace{V_B = 50 = V_C}$

unidos por el mismo eje

$60.V_C = 25.V_D$

$60.50 = 25.V_D$

$\mathbf{V_D = 120}$

RPTA:	120

HELICO PRACTICE

6 **Para un gas ideal, la presión es IP al volumen; cuando la presión aumenta de 8 atmósferas a 12 atmósferas, el volumen disminuye en 3 cm3. Determine el volumen inicial.**

Presión (atm.)	8	12
Volumen (cm^3)	V	V-3

Si la presión aumenta, el volumen disminuye

Resolución:

Del dato:

$$\boxed{(\text{Presión})\ \text{IP}\ (\text{Volumen})}$$

Se tendrá:

$$\boxed{(\text{Presión}).(\text{Volumen}) = K} \quad \ldots\ldots\propto$$

Reemplazando en ....∝

$$\overset{2}{\cancel{8}}.(V) = \overset{3}{\cancel{12}}.(V-3)$$

$$2.(V) = 3.(V-3)$$

$$2V = 3V - 9$$

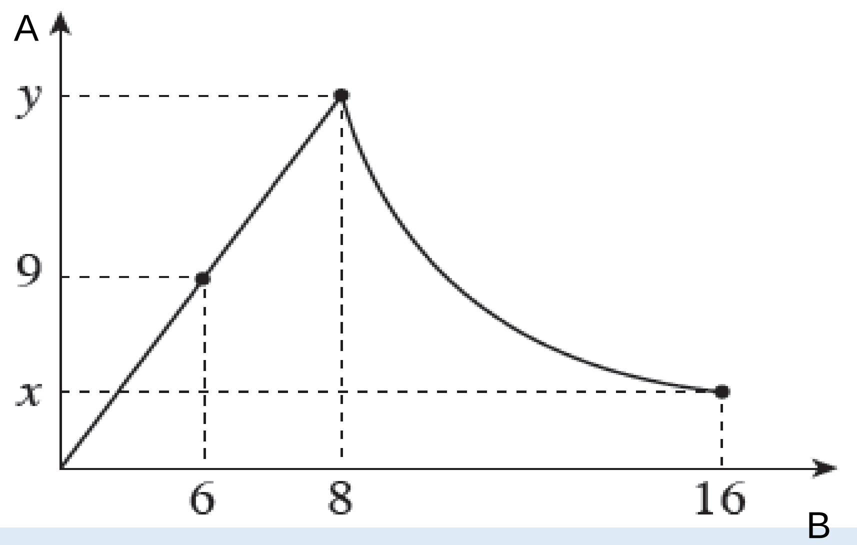
$$\mathbf{9 = V}$$

RPTA: 9

HELICO PRACTICE

7

Sea la gráfica de dos magnitudes A y B.



Calcule $(y - x)^3$.

Resolución:

De la recta: (relación DP)

$$\frac{\overset{3}{\cancel{9}}}{\underset{1\ \cancel{3}}{\cancel{6}}} = \frac{y}{\underset{4}{\cancel{8}}} \Rightarrow y \cdot 1 = 3 \cdot 4$$

$$y = 12$$

De la curva: (relación IP)

$$\underbrace{y} \cdot 8 = x \cdot 16$$

$$12 \cdot 8 = x \cdot 16$$

$$x = 6$$

NOS PIDEN : $(y-x)^3 = (12-6)^3$

$$= (6)^3$$

$$(y-x)^3 = 216$$

RPTA: 216

HELICO PRACTICE

8 **Alex, aprovechando las vacaciones de sus sobrinos, contrata a Ítalo para que pinte una de las cuatro paredes que rodea su terreno de forma cuadrangular, el cual demora 30 días en realizar dicha labor. Luego contrata a Guillermo para pintar la otra pared y este demora 20 días en terminar dicha tarea. ¿En cuántos días terminarán de pintar la tercera pared los dos sobrinos juntos?**

Resolución:

Se compara la eficiencia de Ítalo y Guillermo al pintar

(Eficiencia) IP (Días)

Se tendrá:

$$(\text{Eficiencia}).(\text{Días}) = K \quad \ldots\ldots\propto$$

Reemplazando en ....∝

$$(E_{ITALO}).30 = (E_{GUILLERMO}).20$$

$$\frac{(EITALO)}{(EGUILLE_{RMO})} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3}$$

$$\underbrace{(E_I + E_G)}_{\overset{1}{\cancel{5}}}.\ x = \underbrace{(E_I)}_{}.\ \overset{6}{30}$$

$$.\ x = 2\ .\cancel{30}$$

$$x = 2\ .\ 6$$

$$x = 12$$

RPTA: 12