



ALGEBRA

Chapter 12

3th

SECONDARY

FACTORIZACIÓN I



SACO OLIVEROS

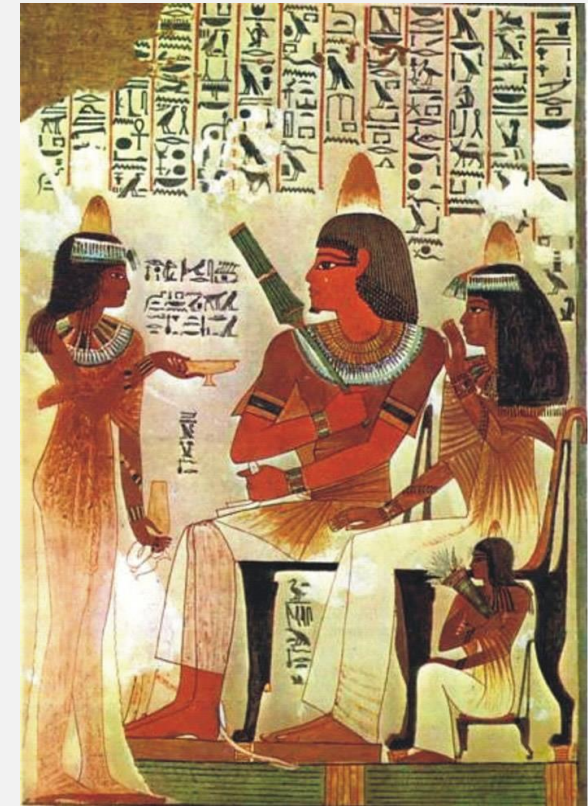


MOTIVATING STRATEGY

ÁLGEBRA: UNA CIENCIA GENERAL

En la antigüedad, el álgebra fue una parte inseparable de la aritmética, más tarde se separó de ella.

Esta es la razón por la que en gran parte de la literatura científica a la hora de estudiar ambas ramas se hace de una manera conjunta.






FACTORIZACIÓN

Es el proceso transformar un polinomio en una multiplicación indicada de dos o más factores primos o irreducibles.

Ejemplo:

$$P(x) = x^2 - 25 = (x + 5)(x - 5)$$


factorización

Factores primos: $x + 5$ y $x - 5$



I. CRITERIO DEL FACTOR COMÚN:

a) Factor Común Monomio (FCM):

El **FCM** se obtiene extrayendo las variables comunes afectadas de sus menores exponentes.

Ejemplo:

Factorice

$$P(x, y) = x^{\textcircled{4}} \underline{y^{\textcircled{2}}} + x^{\textcircled{2}} \underline{y^{\textcircled{3}}}$$

Resolución: Factor común: $x^2 y^2$

$$P(x, y) = x^2 y^2 (x^2 + y)$$

Factores primos: x , y , $(x^2 + y)$



b) Factor Común Polinomio (FCP):

Ejemplo:

Factorice

$$Q(a, b) = 3a^2(\underline{a + 4b}) - 5b^3(\underline{a + 4b}) + ab(\underline{a + 4b})$$

Resolución: Factor común: $(a + 4b)$

$$Q(a, b) = (a + 4b)(3a^2 - 5b^3 + ab)$$

Factores primos: $(a + 4b)$, $(3a^2 - 5b^3 + ab)$

II. CRITERIO DE AGRUPACIÓN DE TÉRMINOS:



Se agrupan los términos convenientemente para encontrar un factor común.

Ejemplo:

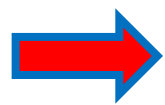
Factorice

$$P(x, y) = \underline{xy^3 + xyz^3} + \underline{y^2z + z^4}$$

Resolución:

$$P(x, y) = xy(\underline{y^2 + z^3}) + z(\underline{y^2 + z^3})$$

Factor común: $(y^2 + z^3)$



$$P(x, y) = (y^2 + z^3)(xy + z)$$

Factores primos:

$(y^2 + z^3)$, $(xy + z)$



III. CRITERIO DE LAS IDENTIDADES:

a) Trinomio cuadrado perfecto (TCP):

$$A^{2m} \pm \underline{2A^m B^n} + B^{2n} = (A^m \pm B^n)^2$$

$$\sqrt{A^{2m}} \quad \sqrt{B^{2n}}$$

$$\underline{2A^m B^n}$$

Ejemplo:

Factorice

$$P(x, y) = 4x^2 + \underline{12xy} + 9y^2$$

Resolución:

$$\sqrt{4x^2} \quad \sqrt{9y^2}$$

$$\underline{2(2x)(3y)}$$



$$P(x, y) = (2x + 3y)^2$$



b) Diferencia de cuadrados:

$$x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$$

c) Suma de cubos:

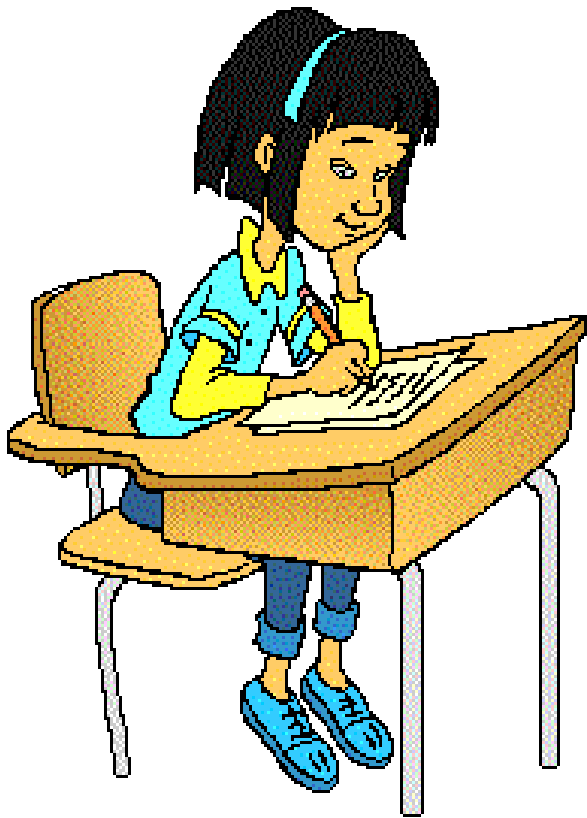
$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

d) Diferencia de cubos:

$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$



HELICO PRACTICE



Problema 1

Factorice

$$P(m, n) = 5m^3 - 10m^2n + mn^2 - 2n^3$$

Indique un factor primo.

$$P(m, n) = \underline{5m^3 - 10m^2n} + \underline{mn^2 - 2n^3}$$

$$P(m, n) = 5m^2(\underline{m - 2n}) + n^2(\underline{m - 2n})$$

$$P(m, n) = (m - 2n)(5m^2 + n^2)$$

Factores primos:

$$(m - 2n) \text{ y } (5m^2 + n^2)$$

Problema 2

Transforme a producto

$$P(x, y) = 7m(3x - 2y) - 5n(2y - 3x) - 6x + 4y$$

Indique un factor primo.

Resolución:



$$P(x, y) = 7m(3x - 2y) - 5n(2y - 3x) - 6x + 4y$$

$$P(x, y) = 7m(\underline{3x - 2y}) + 5n(\underline{3x - 2y}) - 2(\underline{3x - 2y})$$

$$P(x, y) = (3x - 2y)(7m + 5n - 2)$$

Factores primos:

$$(3x - 2y) \text{ y } (7m + 5n - 2)$$

Problema 3

Luego de factorizar

$$P(a, x, y) = ax + bx + cx + ay + by + cy$$

Indique un factor primo.

Resolución:



$$P(a, x, y) = \underline{ax + bx + cx} + \underline{ay + by + cy}$$

$$P(x, y) = x(\underline{a + b + c}) + y(\underline{a + b + c})$$

$$P(x, y) = (a + b + c)(x + y)$$

Factores primos:

$$(a + b + c) \text{ y } (x + y)$$

Problema 4

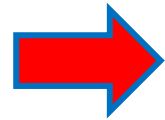
Indique un factor primo de
 $4x^2 - 25$

Recordemos:

Diferencia de cuadrados:

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$\begin{array}{cc} 4x^2 & - & 25 \\ \sqrt{4x^2} & & \sqrt{25} \\ \downarrow & & \downarrow \\ 2x & & 5 \end{array}$$



$$4x^2 - 25 = (2x + 5)(2x - 5)$$

Factores primos:

$$(2x + 5) \text{ y } (2x - 5)$$

Problema 5

El número de factores primos de $8x^3 + 27$ indica el precio de medio kilogramo de fideos. Para un comensal se necesitan 20 Kg de fideos; ¿cuál será su costo?

Recordemos:

Suma de cubos:

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

Resolución:

$$8x^3 + 27$$

$$\begin{array}{cc} \sqrt[3]{8x^3} & \sqrt[3]{27} \\ \downarrow & \downarrow \\ 2x & 3 \end{array}$$

$$\Rightarrow 8x^3 + 27 = (2x + 3)((2x)^2 - (2x)(3) + 3^2)$$

$$8x^3 + 27 = (2x + 3)(4x^2 - 6x + 9)$$

Factores primos: $(2x + 3)$ y $(4x^2 - 6x + 9)$

Nº de factores primos: 2 \Rightarrow **Precio de 1/2 Kg de fideos:** S/. 2

\therefore 20 Kg de fideos cuestan S/. 80

Problema 6

Al factorizar $x^2 - 6x + 9 - 25m^2$

¿cuántos factores primos se obtienen?

Recordemos:

Trinomio cuadrado perfecto:

$$a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$$

Diferencia de cuadrados:

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Resolución:

$$x^2 - 6x + 9 - 25m^2$$

$$\sqrt{x^2} \quad \sqrt{9}$$

$$2(x)(3)$$

$$(x - 3)^2 - 25m^2$$

$$\begin{cases} \sqrt{(x - 3)^2} = (x - 3) \\ \sqrt{25m^2} = 5m \end{cases}$$

$$(x - 3 - 5m)(x - 3 + 5m)$$

Factores primos: $(x - 3 - 5m)$ y $(x - 3 + 5m)$

∴ Se obtienen 2 factores primos.

Problema 7

Luego de factorizar

$$(ax - 3b)^2 - (bx - 3a)^2$$

determine la suma de sus factores primos.

Recordemos:

Diferencia de cuadrados:

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Resolución:



$$(ax - 3b)^2 - (bx - 3a)^2$$

$$[(ax - 3b) + (bx - 3a)][(ax - 3b) - (bx - 3a)]$$

$$[\underline{ax} - 3b + \underline{bx} - 3a][\underline{ax} - 3b - \underline{bx} + 3a]$$

$$[x(\underline{a + b}) - 3(\underline{a + b})][x(\underline{a - b}) + 3(\underline{a - b})]$$

$$(a + b)(x - 3)(a - b)(x + 3)$$

Suma de factores primos:

$$a + \cancel{b} + x - \cancel{3} + a - \cancel{b} + x + \cancel{3} = 2a + 2x$$

$$= 2(a + x)$$

Problema 8

Indique un factor primo de

$$E = ab(x^2 + y^2) + xy(a^2 + b^2)$$

Resolución:



$$E = ab(x^2 + y^2) + xy(a^2 + b^2)$$

$$E = \underline{abx^2} + \underline{aby^2} + \underline{a^2xy} + \underline{b^2xy}$$

$$E = abx^2 + a^2xy + aby^2 + b^2xy$$

$$E = ax(\underline{bx + ay}) + by(\underline{ay + bx})$$

$$E = (bx + ay)(ax + by)$$

Factores primos: $(bx + ay)$ y $(ax + by)$