ALGEBRA

Chapter 15

2th

Session I

FACTORIZACIÓN II

UN POCO DE HISTORIA

* La factorización surge en la antigüedad , ante la necesidad de solucionar ecuaciones.

* En 1930 se encontraron tablillas Babilónicas, cuya antigüedad es de unos 4000 años, estas contienen soluciones a varias ecuaciones.

CRITERIO DE FACTORIZACIÓN

I. CRITERIO DE LAS IDENTIDADES:

1 Diferencia de cuadrados:

$$x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$$

Ejemplo: Factorice

$$m^2 - 9 = (m - 3)(m + 3)$$

$$\sqrt{m^2} = m \qquad \sqrt{9} = 3$$

Ejemplo: Factorice

$$49p^2 - 25q^2 = (7p - 5q)(7p + 5q)$$

$$\sqrt{49p^2} = 7p \qquad \sqrt{25q^2} = 5q$$

2 Trinomio Cuadrado Perfecto:

$$x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$$

$$x^2 - 2xy + y^2 = (x - y)^2$$

Ejemplo: *Factorice*

$$x^2 - 10x + 25 = (x - 5)^2$$

$\sqrt{}$ $\sqrt{}$

$$2(x)(5)$$

3 Suma y Diferencia de Cubos:

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

Ejemplo: *Factorice*

$$x^3 - 64 = (x - 4)(x^2 + 4x + 16)$$

$\sqrt[3]{}$ $\sqrt[3]{}$

x 4

RECUERDA

$$x^2 - y^2 = (x+y)\,(x-y)$$

1 Factorice $\mathrm{H}(x) = 4x^2 - 36$

Resolución:

Diferencia de cuadrados

Factor común

$$\mathrm{H}(\mathbf{x}) = 4x^2 - 36 = (2x - 6)(2x + 6)$$

$\sqrt{\ }\downarrow$ $2x$ $\sqrt{\ }\downarrow$ 6

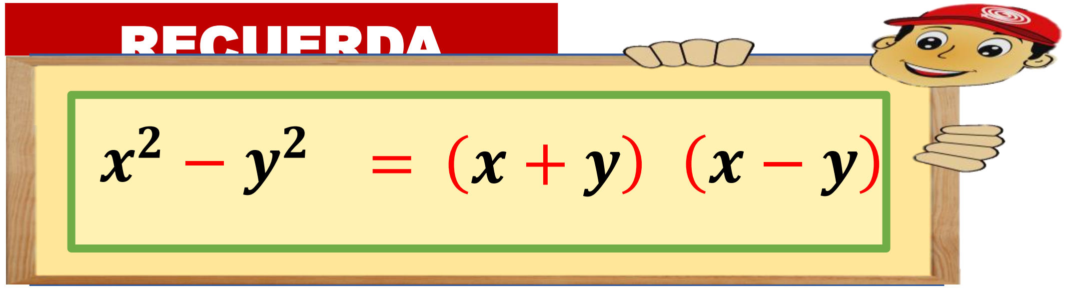
$$= 2(x - 3).2(x + 3)$$

$$\boxed{\therefore\ 4(x-3)(x+3)}$$

2 Indique un factor primo luego de factorizar $R(\mathbf{x}) = 25x^2 - 4y^2$

Resolución:

Diferencia de cuadrados



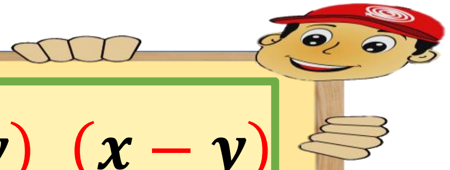
$$R(\mathbf{x}) = \underset{\sqrt{\ }\downarrow\ 5x}{25x^2} - \underset{\sqrt{\ }\downarrow\ 2y}{4y^2} = \boxed{(5x - 2y)}\boxed{(5x + 2y)}$$

$\therefore\ \ F.Primos: (5x + 2y);\ \ (5x - 2y)$

3 Factorice y calcule la suma de términos independientes de los factores primos $\mathrm{M}(\mathbf{a},\mathbf{x}) = (a+5)^2 - x^2$

Resolución:

RECUERDA



$$x^2 - y^2 = (x+y)\ (x-y)$$

$$\mathrm{M}(\mathbf{a},\mathbf{x}) = (a+5)^2 - x^2 = (a+5-x)(a+5+x)$$

$\sqrt{\ }\downarrow$ $a+5$ $\sqrt{\ }\downarrow$ x

$$Suma\ de\ T.I.:\ 5 + 5$$

$$\boxed{\therefore\ Suma\ T.Ind = 10}$$

4 Transforme a producto el polinomio $P(x) = x^4 - 16$ e indique el numero de factores primos

Resolución:

RECUERDA

$$x^2 - y^2 = (x+y)(x-y)$$

$$P(x) = x^4 - 16 = (x^2+4)\underbrace{(x^2-4)}$$

$\sqrt{\ } \downarrow$ x^2 $\quad$ $\sqrt{\ } \downarrow$ 4

$$= (x^2+4)(x-2)(x+2)$$

$$\boxed{\therefore\ Nro\ de\ f.primos = 3}$$

5 Transforme a producto $P_{(x)} = x^2 - 10x + 25$

RECUERDA

$$x^2 - 2xy + y^2 = (x - y)^2$$

Resolución:

$$P_{(x)} = x^2 - 10x + 25 = (x - 5)^2$$

$$2(x)(5)$$

$$\therefore\ P_{(x)} = (x - 5)^2$$

6 Factorice e indique el número de factores primos

$$P(x;y) = x^4 - 8x^2y^2 + 16y^4$$

Resolución:

RECUERDA

$$x^2 - 2xy + y^2 = (x - y)^2$$

$$P(x;y) = x^4 - 8x^2y^2 + 16y^4$$

$$\sqrt{} \qquad \sqrt{}$$

$$2(x^2)(4y^2)$$

$$= (x^2 - 4y^2)^2$$

$$= (x - 2y)^2(x + 2y)^2$$

$$\therefore\ Nro\ de\ f.primos = 2$$

RECUERDA

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

7 Factorice en cada caso

$A)\ P(x) = x^3 - 8$ $\qquad$ $B)\ Q(x) = 27x^3 + 8$

Resolución:

$$A)\ P(x) = \underset{x}{\underbrace{x^3}} - \underset{2}{\underbrace{8}} \qquad = \boxed{(x-2)(x^2+2x+4)}$$

$$B)\ Q(x) = \underset{3x}{\underbrace{27x^3}} + \underset{2}{\underbrace{8}} \qquad = (3x+2)((3x)^2 - (3x)2 + 4)$$

$$= \boxed{(3x+2)(9x^2 - 6x + 4)}$$

8 Al factorizar los polinomios. Se obtiene un factor común donde su suma de coeficientes representará el número de frutas que comerá Pedro, hoy en la mañana. ¿Cuántas frutas comerá Pedro en la mañana? $R(x;y) = 4x^2 - 1\,;\ M(x) = 8x^3 - 1$

RECUERDA

$x^2 - y^2 = (x+y)(x-y)$

$x^3 - y^3 = (x-y)(x^2 + xy + y^2)$

Resolución:

$R(x;y) = 4x^2 - 1 = (2x+1)\underline{(2x-1)}$

$\sqrt{} \downarrow \quad \sqrt{} \downarrow$

$2x \qquad 1$

$M(x) = 8x^3 - 1 = (2x-1)((2x)^2 + (2x)1 + 1)$

$\sqrt[3]{} \downarrow \quad \sqrt[3]{} \downarrow$

$2x \qquad 1$

$= \underline{(2x-1)}(4x^2 + 2x + 1)$

Factor Común: $2x - 1$

Suma de Coef.: $2 + (-1)$

Suma de Coef.: 1

$\therefore$ Pedro comerá 1 fruta