

ALGEBRA

Chapter 9

2th

Session II

PRODUCTOS NOTABLES II



 **SACO OLIVEROS**



¿Puedes calcular el resultado del siguiente ejercicio en menos de un minuto?

$$E = \sqrt[3]{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1)(x^2 + x + 1) + 1}$$

Rpta: x



1

Sea $x + \frac{1}{x} = 5$. Calcule: $x^3 + \frac{1}{x^3} + 4$

Resolución:

Elevamos al cubo: $\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = (5)^3$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} + 3x \cdot \frac{1}{x} \cdot \left(x + \frac{1}{x}\right) = 125$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} + 3(1)(5) = 125$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = 110$$

RECUERDA

Identidad de Cauchy

$$(a + b)^3 \equiv a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$

Piden:

$$\underbrace{x^3 + \frac{1}{x^3}}_{110} + 4$$

114

2

Si $a + b = 2$; $ab = 3$.

Efectué: $E = \frac{a^3 + b^3}{a^2 + b^2}$

Resolución:

$$i) a^3 + b^3 + 3 \cdot ab \cdot (a + b) = (a + b)^3$$

$$a^3 + b^3 + 3(3)(2) = 8$$

$$a^3 + b^3 + 18 = 8$$

$$\therefore a^3 + b^3 = -10$$

RECUERDA

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$

$$ii) a^2 + b^2 + 2 \cdot ab = (a + b)^2$$

$$a^2 + b^2 + 2(3) = 4$$

$$\therefore a^2 + b^2 = -2$$

$$E = \frac{a^3 + b^3}{a^2 + b^2} = \frac{-10}{-2} = 5$$

$$\therefore 5$$

3

Sabiendo que $x^2 + 7x = 1$, reduzca

$$E = (x + 6)(x + 1)(x + 2)(x + 5) - 58$$

Resolución:

$$E = \underbrace{(x^2 + 7x + 6)} \underbrace{(x^2 + 7x + 10)} - 58$$

$$E = (1 + 6)(1 + 10) - 58$$

$$E = (7)(11) - 58$$

$$E = 77 - 58 = 19$$

RECUERDA

Utilizamos la identidad de Stevin:

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

RECUERDA

HELICO | PRACTICE

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$

$$(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$

4

Reduzca

$$P = (a + 2)(a^2 - 2a + 4) + (a - 3)(a^2 + 3a + 9) - 2a^3$$

Resolución:

$$P = (a)^3 + (2)^3 + (a)^3 - (3)^3 - 2a^3$$

$$P = \cancel{2a^3} + 8 - 27 - \cancel{2a^3}$$

$$P = -19$$

$$\therefore -19$$

5

Si: $x^2 + y^2 = 4$;

$$(xy)^2 = (2)^2$$

Calcule $x^6 + y^6$

$$x^2 \cdot y^2 = 4$$

RECUERDA

$$(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$

Resolución:

$$(x^2 + y^2)^3 = (4)^3$$

$$(x^2)^3 + (y^2)^3 + 3 \underbrace{x^2 \cdot y^2} \cdot \underbrace{(x^2 + y^2)} = 64$$

$$x^6 + y^6 + 3(4)(4) = 64$$

$$x^6 + y^6 + 48 = 64$$

$$x^6 + y^6 = 16$$

$$\therefore 16$$

RECUERDA

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$

$$(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$

6

Indique el resultado de $F = \frac{x^3 + 5^3}{x + 5} + \frac{x^3 - 5^3}{x - 5}$

Resolución:

$$F = \frac{(x^3 + 5^3)(x^2 - 5x + 25)}{(x + 5)(x^2 - 5x + 25)} + \frac{(x^3 - 5^3)(x^2 + 5x + 25)}{(x - 5)(x^2 + 5x + 25)}$$

$$F = \frac{\cancel{(x^3 + 5^3)}(x^2 - 5x + 25)}{\cancel{x^3 + 5^3}} + \frac{\cancel{(x^3 - 5^3)}(x^2 + 5x + 25)}{\cancel{x^3 - 5^3}}$$

$$F = \cancel{x^2} - \cancel{5x} + 25 + \cancel{x^2} + \cancel{5x} + 25 = 2x^2 + 50$$

7

Reduce

$$T = \underbrace{(a + b)^3} - \underbrace{(a - b)^3} - 6a^2b$$

Resolución:

RECUERDA

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$T = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 - (a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3) - 6a^2b$$

$$T = \cancel{a^3} + 3\cancel{a^2}b + 3\cancel{a}b^2 + \textcircled{b^3} - \cancel{a^3} + 3\cancel{a^2}b - 3\cancel{a}b^2 - \textcircled{b^3} - 6\cancel{a^2}b$$

$$T = 2b^3$$

$$\therefore 2b^3$$

8

La edad de catalina es el valor de F en $F = x^3 - \frac{1}{x^3}$

Sabiendo que $x - \frac{1}{x} = 3$. ¿Cuál es la edad de

Resolución:

Elevamos al cubo: $(x - \frac{1}{x})^3 = (3)^3$

$$x^3 - \frac{1}{x^3} - 3x \cdot \frac{1}{x} \cdot (x - \frac{1}{x}) = 27$$

$$x^3 - \frac{1}{x^3} - 3(1)(3) = 27$$

$$x^3 - \frac{1}{x^3} = 36$$

RECUERDA

$$(a - b)^3 \equiv a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$$

$\therefore 36 \text{ años}$