



GEOMETRÍA

TOMO 1

Sesión 2

3th
SECONDARY

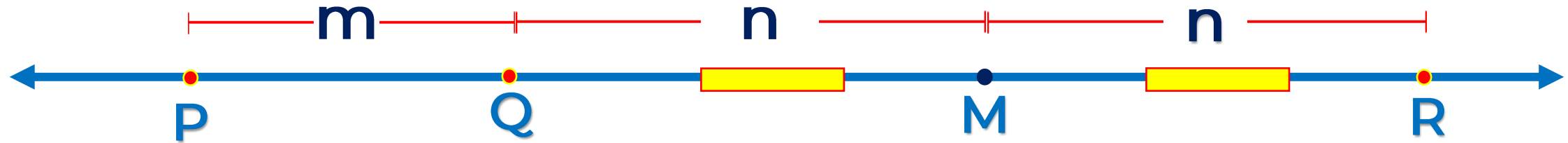
RETROALIMENTACIÓN



 **SACO OLIVEROS**



1. Sea P, Q y R son puntos consecutivos de una recta, M es punto medio de \overline{QR} y además: $PQ + PR = 60$ cm. Halle la longitud de \overline{PM}



Resolución

- Piden: PM
- Si M es punto medio de \overline{QR}
 $\Rightarrow QM = MB = n$

- Por dato:

$$\begin{aligned}
 PQ + PR &= \\
 60 + \underbrace{m + 2n} &= \\
 60 + m + 2n &= \\
 \cancel{60} + \cancel{2m} + \cancel{2n} &= \cancel{60} \\
 m + n &= 30
 \end{aligned}$$

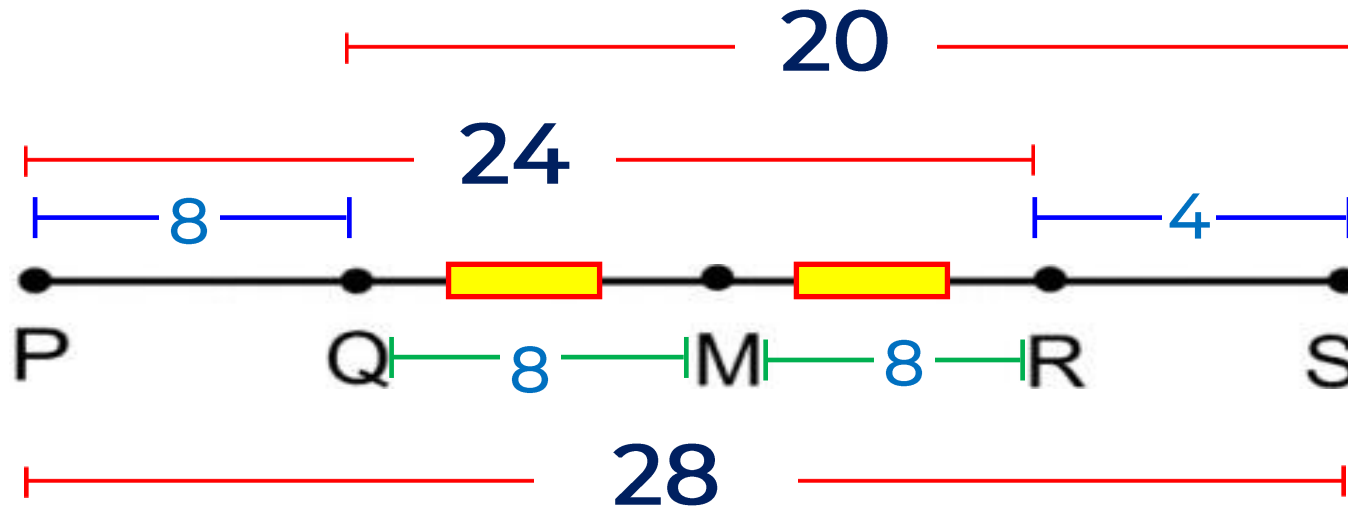
- Reemplazando:

$$PM = m + n$$

$$PM = 30 \text{ cm}$$



2. Si $PS = 28$, $QS = 20$, $PR = 24$ y M es punto medio de QR . halle PM



Resolución

- $PS = PR + RS$

$$28 = 24 + RS \Rightarrow RS = 4$$

- $PS = PQ + QS$

$$28 = PQ + 20 \Rightarrow PQ = 8$$

- Piden: PM

- Si M es punto medio de \overline{QR}

$$\Rightarrow QM = MR = a$$

- Del gráfico:

$$PR = PQ + QM + MR$$

$$24 = 8 + a + a \Rightarrow a = 8$$

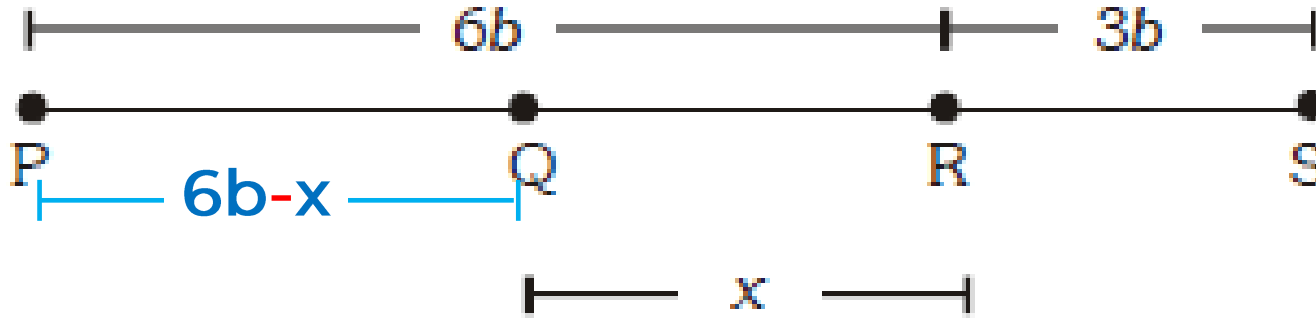
- Reemplazando:

$$PM = 8 + 8$$

$$PM = 16$$



3. En la figura, $4QS - 2PQ = 126$, halle x .



Resolución

- Piden: x

- $PS = PQ + QR$

$$6b = PQ + x$$

$$PQ = 6b - x$$

- Por dato:

$$4QS - 2PQ = 126$$

$$4(x + 3b) - 2(6b - x) =$$

$$126$$

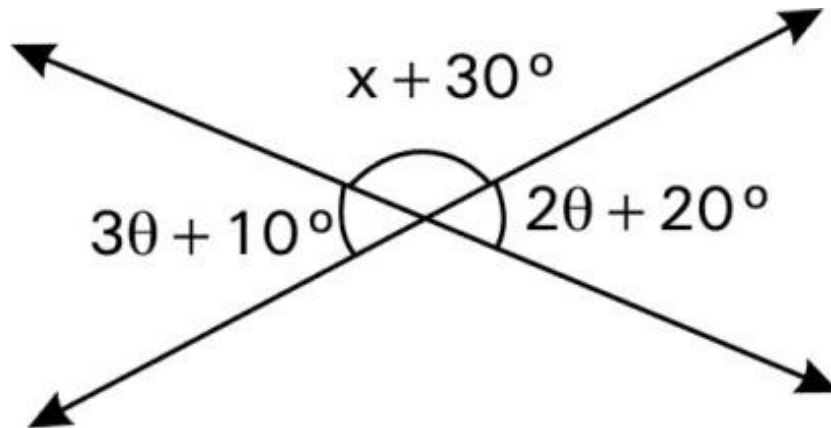
$$4x + 12b - 12b + 2x = 126$$

$$6x = 126$$

$$x = 21$$



4. En el grafico, halle el valor de x



Resolución

- Piden: x

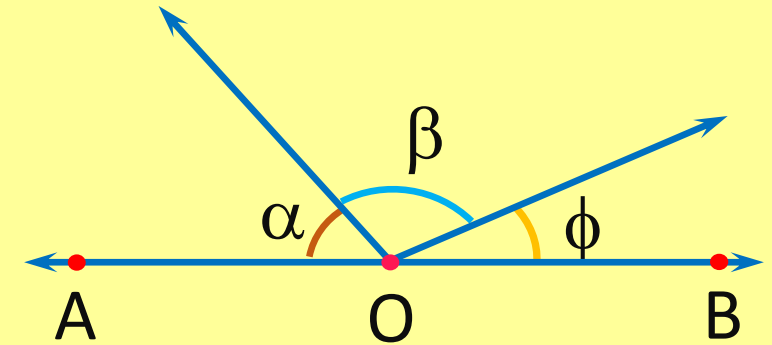
Ángulos opuestos por el vértice

$$3\theta + 10^\circ = 2\theta + 20^\circ$$

$$\theta = 10^\circ$$

RECORDEMOS

Ángulos consecutivos:



$$\alpha + \beta + \phi = 180^\circ$$

- Del gráfico:

$$x + 30^\circ + (10^\circ) + 20^\circ = 180^\circ$$

$$x + 70^\circ = 180^\circ$$

$$x = 110^\circ$$



5. Se tienen los ángulos adyacentes $\angle AOB$ y $\angle BOC$ que se diferencian en 48° . Halle la medida del ángulo formado por la bisectriz del ángulo AOC y el rayo \overrightarrow{OB} .

• Si $m \angle AOC = 2\alpha + 48^\circ$

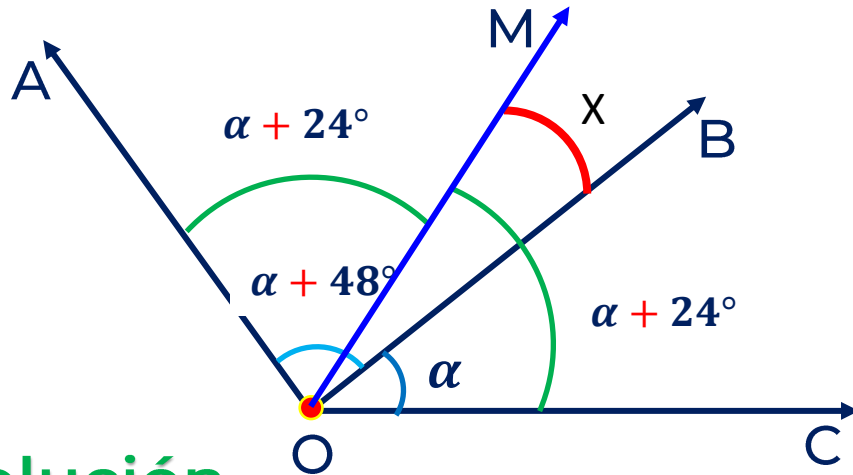
• \overrightarrow{OM} es bisectriz del $\angle AOC$

Resolución

- El $\angle AOB$ y $\angle BOC$ se diferencian en 48° .

$$\beta - \alpha = 48^\circ$$

$$\beta = \alpha + 48^\circ$$



RECORDEMOS

Bisectriz de un ángulo:
 $m \angle AOM = m \angle MOB = \alpha + 24^\circ$

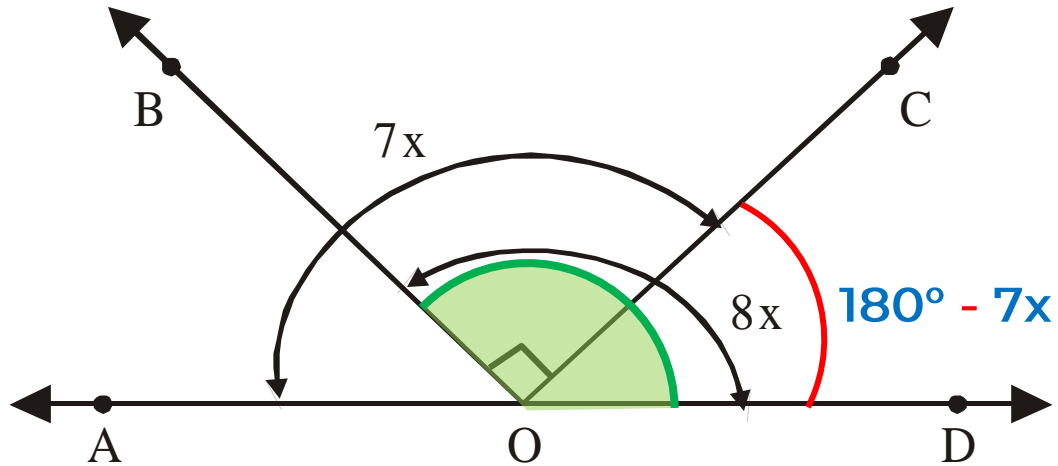
• Del gráfico:



$$x = 24^\circ$$



6. En la figura. Halle le valor de x



Resolución

• Piden: x

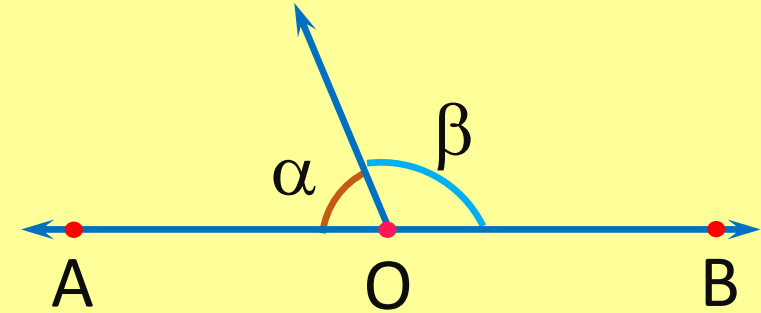
• Del gráfico:

$$8x = 90^\circ + 180^\circ - 7x$$

$$15x = 270^\circ$$

RECORDEMOS

Ángulos suplementarios:



$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

$$x = 18^\circ$$



7. Un ángulo mide los $\frac{4}{5}$ de un ángulo recto y otro ángulo los $\frac{2}{3}$ de un ángulo recto , calcule el complemento de su diferencia

Resolución Sean dos ángulos β y α

• Piden: el complemento de su diferencia de β $= C(\beta - \alpha)$

• Por dato:

• Un ángulo mide los $\frac{4}{5}$ de un ángulo recto

$$\Rightarrow \beta = \frac{4}{5} \cdot 90^\circ$$

$$\Rightarrow \boxed{\beta = 72^\circ}$$

• Otro ángulo los $\frac{2}{3}$ de un ángulo recto

$$\Rightarrow \alpha = \frac{2}{3} \cdot 90^\circ$$

$$\Rightarrow \boxed{\alpha = 60^\circ}$$

• Reemplazando:

$$C(\beta - \alpha) = 90^\circ - (72^\circ - 60^\circ)$$

$$\boxed{\text{Rpta} = 78^\circ}$$



8. Si a la medida de un ángulo se le resta su complemento resulta igual a la cuarta parte de su suplemento. Calcular la media del ángulo.

Resolución

Piden: Un ángulo: α

- Por dato:

A un ángulo se le resta su complemento es igual a la cuarta parte de su suplemento

$$\alpha - C(\alpha) = \frac{1}{4} \cdot S(\alpha)$$

$$\alpha - (90^\circ - \alpha) = \frac{1}{4} \cdot (180^\circ - \alpha)$$

$$\alpha - 90^\circ + \alpha = \frac{1}{4} \cdot (180^\circ - \alpha)$$

$$2\alpha - 90^\circ = \frac{1}{4} \cdot (180^\circ - \alpha)$$

$$8\alpha - 360^\circ = 180^\circ - \alpha$$

$$9\alpha = 540^\circ$$

$$\alpha = 60^\circ$$



9. Calcular la medida de un ángulo, sabiendo que la diferencia entre el suplemento y complemento de su medida, es igual al triple de de dicho ángulo.

Resolución

Piden: Un ángulo: α

• Complemento de $\alpha = C$

$$C_{\alpha} = 90^{\circ} - \alpha$$

• Suplemento de $\alpha = S(\alpha)$

$$S_{\alpha} = 180^{\circ} - \alpha$$

- ^(α) Por dato: La diferencia entre el suplemento y complemento de su medida, es igual a la misma medida del ángulo.

$$\Rightarrow S(\alpha) - C(\alpha) = 3\alpha$$

$$180^{\circ} - \alpha - (90^{\circ} - \alpha) = 3\alpha$$

$$180^{\circ} - \cancel{\alpha} - 90^{\circ} + \cancel{\alpha} = 3\alpha$$

$$90^{\circ} = 3\alpha$$

$$\alpha = 30^{\circ}$$



10. Si el suplemento de la medida de un ángulo más el complemento del mismo ángulo es igual al cuádruple de dicho ángulo. Calcular la medida del ángulo.

Resolución

Piden: Un ángulo: α

• Complemento de $\alpha = C$

$$C_{\alpha} = 90^{\circ} - \alpha$$

• Suplemento de $\alpha = S(\alpha)$

$$S_{\alpha} = 180^{\circ} - \alpha$$

• **Por dato:** El suplemento de la medida de un ángulo más el complemento del mismo ángulo es igual al cuádruple de dicho ángulo.

$$\rightarrow S(\alpha) + C = 4\alpha$$

$$180^{\circ} - \alpha + (90^{\circ} - \alpha) = 4\alpha$$

$$270^{\circ} - 2\alpha = 4\alpha$$

$$270^{\circ} = 6\alpha$$

$$\alpha = 45^{\circ}$$