ALGEBRA

Chapter 8

2nd
SECONDARY
Session I

PRODUCTOS NOTABLES I

SACO OLIVEROS

TRIÁNGULO DE PASCAL

El triángulo de Tartaglia o Pascal tiene como utilidad conocer los coeficientes de los desarrollos de $(a+b)^n$.

$$
\begin{array}{ccccccccccc}
 & & & & & 1 & & & & & \\
 & & & & 1 & & 1 & & & & \\
 & & & 1 & & 2 & & 1 & & & \\
 & & 1 & & 3 & & 3 & & 1 & & \\
 & 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 & \\
1 & & 5 & & 10 & & 10 & & 5 & & 1
\end{array}
$$

$\boxed{(a+b)^1 = 1a + 1b}$

$\boxed{(a+b)^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2}$

$\boxed{(a+b)^3 = 1a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 1b^3}$

¿Puedes deducir los coeficientes de $(a+b)^6$?

Rpta: 1 6 15 20 15 6 1

PRODUCTOS NOTABLES

I. TRINOMIO CUADRADO PERFECTO:

(Binomio al cuadrado)

$$(a+b)^2 \equiv a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 \equiv a^2 - 2ab + b^2$$

Ejemplos

- $(2x+3y)^2 = \underline{(2x)^2} + \underline{2(2x)(3y)} + \underline{(3y)^2}$

$$\boxed{= 4x^2 + 12xy + 9y^2}$$

- $(4m-5n)^2 = \underline{(4m)^2} - \underline{2(4m)(5n)} + \underline{(5n)^2}$

$$\boxed{= 16m^2 - 40mn + 25n^2}$$

II. IDENTIDADES DE LEGENDRE

$$(a+b)^2+(a-b)^2 \equiv 2(a^2+b^2)$$

$$(a+b)^2-(a-b)^2 \equiv 4ab$$

Ejemplos

- $(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2+(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2 \quad = 2\left(\cancel{\sqrt{5}^2}+\cancel{\sqrt{3}^2}\right)$

  $\boxed{=16}$

- $(2x+1)^2-(2x-1)^2 \quad = 4(2x)\ (1)$

  $\boxed{=8x}$

III. DIFERENCIA DE CUADRADOS:

$$\boxed{(a+b)(a-b) \equiv a^2 - b^2}$$

Ejemplos

➢ $(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2}) = \sqrt{3}^2 - \sqrt{2}^2$

$$\boxed{=1}$$

➢ $(x^3-3)(x^3+3) = (x^3)^2 - (3)^2$

$$\boxed{= x^6 - 9}$$

1. Efectúe

$$P = (a+4)^2 + (a+3)^2 - 2(a^2+7a)$$

RESOLUCIÓN

$$P = \underline{(a+4)}^2 + \underline{(a+3)}^2 - 2(a^2+7a)$$

$$P = (a)^2 + 2(a)(4) + (4)^2 + (a)^2 + 2(a)(3) + (3)^2 - 2a^2 - 14a$$

$$P = \cancel{a^2} + \cancel{8a} \underline{+16} + \cancel{a^2} + \cancel{6a} \underline{+9} - \cancel{2a^2} - \cancel{14a}$$

$$\boxed{\therefore \quad P = 25}$$

RECORDAR:

TRINOMIO CUADRADO PERFECTO

$$\boxed{(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$$

2. Reduzca

$$Q = (3x+1)^2 - (x-2)^2 - 2(4x^2+5)$$

RESOLUCIÓN

RECORDAR:

TRINOMIO CUADRADO PERFECTO

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$Q = \underline{(3x+1)^2} - \underline{(x-2)^2} - 2(4x^2+5)$$

$$Q = (3x)^2 + 2(3x)(1) + (1)^2 - \left((x)^2 - 2(x)(2) + (2)^2\right) - 8x^2 - 10$$

$$Q = 9x^2 + 6x + 1 - (x^2 - 4x + 4) - 8x^2 - 10$$

$$Q = \cancel{9x^2} + \underline{6x} + \underline{1} - \cancel{x^2} + \underline{4x} - \underline{4} - \cancel{8x^2} - \underline{10}$$

$$\boxed{\therefore \quad Q = 10x - 13}$$

3. Si $a+b=5$ y $ab=1$

calcule a^2+b^2

RESOLUCIÓN

Reemplazando en:

RECORDAR:

TRINOMIO CUADRADO PERFECTO

$$(a+b)^2 = a^2+b^2+2ab$$

$$\boxed{\underbrace{(a+b)^2}_{} = a^2+b^2+\underbrace{2ab}_{}}$$

$$(5)^2 = a^2+b^2+2(1)$$

$$25 = a^2+b^2+2$$

$$\boxed{\therefore \quad a^2+b^2=23}$$

4. Si $a^2 + b^2 = 7$ y $ab = 21$

calcule $a + b$

RESOLUCIÓN

Reemplazando en:

$$(a+b)^2 = \underbrace{a^2 + b^2}_{} + \underbrace{2ab}_{}$$

$$(a+b)^2 = 7 + 2(21)$$

$$(a+b)^2 = 7 + 42$$

$$(a+b)^2 = 49$$

$$\boxed{\therefore \quad a + b = \pm 7}$$

RECORDAR:

TRINOMIO CUADRADO PERFECTO

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

5. Si $a+b=5$ y $ab=3$

calcule $a-b$

RESOLUCIÓN

Reemplazando en:

$$\boxed{\underbrace{(a+b)}_{}^2-(a-b)^2=4\underbrace{ab}_{}}$$

$$(5)^2 - (a-b)^2 = 4(3)$$

$$25 - (a-b)^2 = 12$$

$$(a-b)^2 = 13$$

$$\boxed{\therefore \quad a-b=\pm\sqrt{13}}$$

RECORDAR:

IDENTIDADES DE LEGENDRE

$$(a+b)^2+(a-b)^2=2(a^2+b^2)$$

$$(a+b)^2-(a-b)^2=4ab$$

6. Indique el valor de

$$E = \frac{(7x+3y)^2-(7x-3y)^2}{(4x+2y)^2-(4x-2y)^2}$$

RESOLUCIÓN

$$E = \frac{(7x+3y)^2-(7x-3y)^2}{(4x+2y)^2-(4x-2y)^2}$$

$$E = \frac{\cancel{4}(7\cancel{x})(3\cancel{y})}{\cancel{4}(4\cancel{x})(2\cancel{y})}$$

$$E = \frac{(7)(3)}{(4)(2)}$$

$$\boxed{\therefore \quad E = \frac{21}{8}}$$

RECORDAR:

IDENTIDADES DE LEGENDRE

$$(a+b)^2+(a-b)^2 = 2(a^2+b^2)$$

$$(a+b)^2-(a-b)^2 = 4ab$$

7. Reduzca

$$E = \frac{(\sqrt{7}+1)(\sqrt{7}-1)+(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)}$$

RESOLUCIÓN

$$E = \frac{(\sqrt{7}+1)(\sqrt{7}-1)+(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)}$$

$$E = \frac{(\cancel{\sqrt{7}}^{\cancel{2}}-1^2)+(\cancel{\sqrt{3}}^{\cancel{2}}-1^2)}{(\cancel{\sqrt{5}}^{\cancel{2}}-1^2)}$$

$$E = \frac{(7-1)+(3-1)}{(5-1)}$$

RECORDAR:

DIFERENCIA DE CUADRADOS

$$\boxed{(a+b)(a-b) = a^2 - b^2}$$

$$E = \frac{6+2}{4}$$

$$\boxed{\therefore \quad E = 2}$$

8. Al hallar el valor opuesto de

$$E = (x+3)(x-3)(x^2+9)(x^4+81) - x^8$$

esto representa cuánto le debe en soles Luz a Celso. ¿Cuál es el valor de ese monto?

RESOLUCIÓN

$$E = \underline{(x+3)(x-3)}(x^2+9)(x^4+81) - x^8$$

$$E = \underline{(x^2-9)(x^2+9)}(x^4+81) - x^8$$

$$E = \underline{(x^4-81)(x^4+81)} - x^8$$

$$E = \cancel{x^8} - 6561 \cancel{- x^8}$$

$$\boxed{E = -6561}$$

RECORDAR:

DIFERENCIA DE CUADRADOS

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$\therefore \ \textit{El valor del monto es } S/.6561$$