



# MATHEMATICAL REASONING

## Chapter 7

**5th**  
SECONDARY

**APPROACH TO EQUATIONS II**

---



 **SACO OLIVEROS**

# HELICO THEORY

## ECUACIONES DIOFÁNTICAS

Se denomina Ecuación Diofántica (en recuerdo a Diofanto de Alejandría) a aquella ecuación algebraica con coeficientes enteros, generalmente de varias variables, definidas en el conjunto de los  $\mathbb{Z}$  o  $\mathbb{N}$ , es decir, sus soluciones son números enteros.

### Ejemplos

$$11x + 7y = 90$$

$$x^2 + y^2 = z^2$$

$$7x + y + xy = 41$$

### TENGA EN CUENTA

- Por tratarse de problemas contextualizados solo veremos ecuaciones diofánticas lineales cuyas variables  $\in \mathbb{Z}^+$ .

$$ax + by = c.$$

$$ax + by + cz = d.$$

$$ax + by + cxy = d.$$

Donde:  $a; b; c; d$ : *coeficientes*

$x; y; z$ : *variables*

# HELICO THEORY

## PROBLEMA APLICATIVO

Determine la cantidad de soluciones naturales para la siguiente ecuación.

$$3x + 4y = 53$$

3	11
7	8
11	5
15	2

**$\therefore$  Rpta= 4 soluciones**

# RESOLUCIÓN DE LA PRÁCTICA

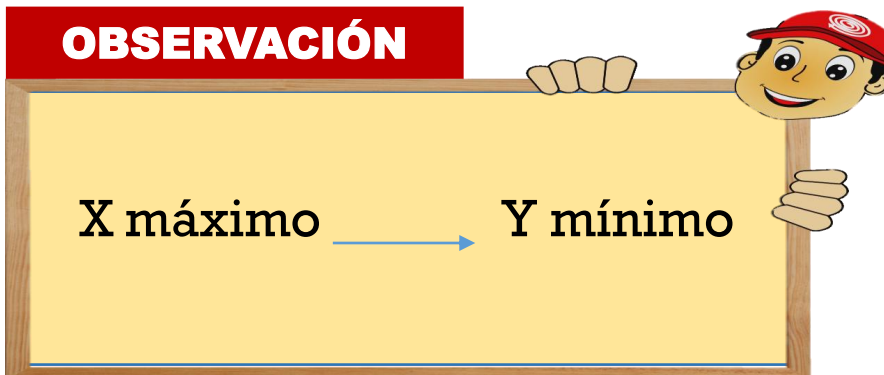


## PROBLEMA 1

Halle el máximo valor de  $x$  en  $3x + 5y = 70$  si  $x, y \in \mathbb{N}$

---

### RESOLUCIÓN



$$\begin{aligned} 3x + 5y &= 70 \\ \underline{3(x)} + 5(\textcolor{blue}{2}) &= 70 \\ 60 & \\ \therefore \underline{\underline{X = 20}} \end{aligned}$$

## PROBLEMA 2

Una persona compró pelotas, a S/21 la unidad; medias, a S/15 la unidad y gorros, a S/35 la unidad. Si gastó S/219, ¿cuántos artículos compró?

### OBSERVACIÓN

#### CRITERIO DE DIVISIBILIDAD DEL 3

Suma de cifras es  $3^\circ$

$$3^\circ + 3^\circ + 3^\circ = 3^\circ$$

$$21 = 3(7) = 3^\circ$$

$$15 = 3(5) = 3^\circ$$

$$219 = 3(73) = 3^\circ$$

## RESOLUCIÓN

ARTÍCULO	CANTIDAD	COSTO UNIDAD
PELOTAS	p	21
MEDIAS	m	15
GORROS	g	35

GASTO TOTAL:  $\overset{3^\circ}{21}p + \overset{3^\circ}{15}m + \overset{3^\circ}{35}g = \overset{3^\circ}{219}$

$$21p + 15m + 35(\underline{3}) = 219$$

$$21p + 15m = 114$$

$$7(\underline{4}) + 5(\underline{2}) = 38$$

TOTAL DE ARTÍCULOS  $\therefore \underline{\underline{X=9}}$

### PROBLEMA 3

¿De cuántas maneras diferentes se puede pagar una deuda de S/200 con billetes de S/10 y S/20, únicamente?

### RESOLUCIÓN



a



b



$$10a + 20b = 200$$

$$1a + 2b = 20$$

18  
16  
14  
—  
2

1  
2  
3  
—  
9

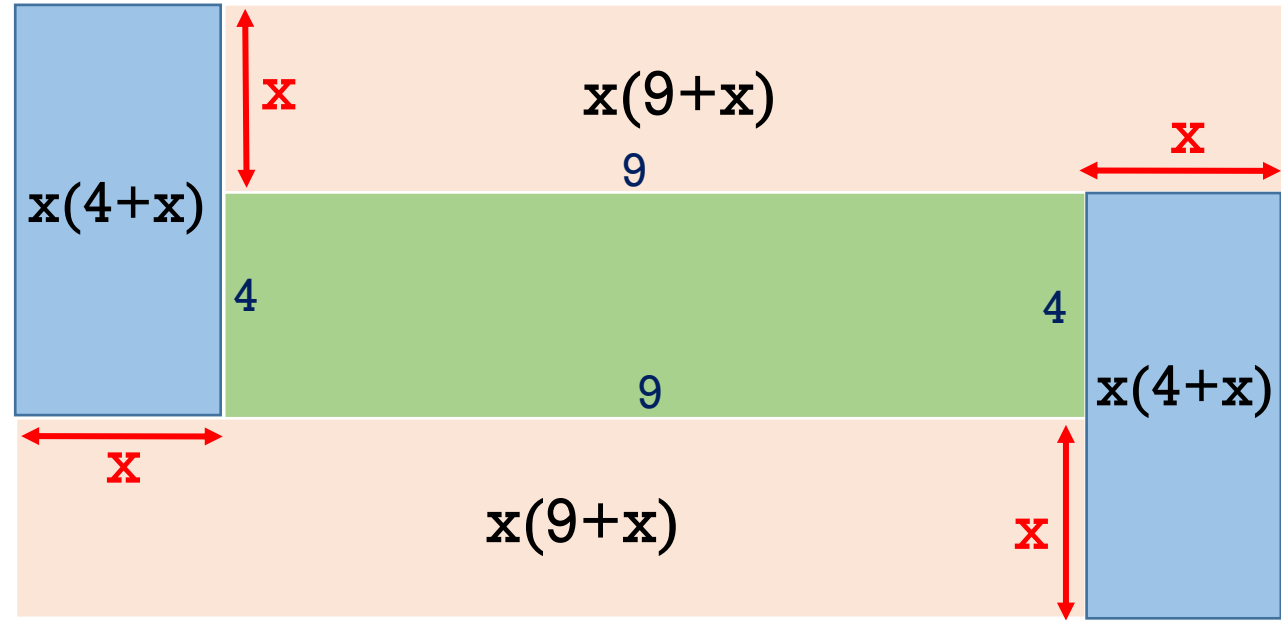
∴ **Maneras: 9**

## PROBLEMA 4

Una piscina rectangular de 4 m de ancho por 9 m de largo tiene alrededor un *paseo de ancho uniforme*.

Si el área del paseo es  $68\text{m}^2$  ¿cuánto será el ancho del paseo, en metros?

## RESOLUCIÓN



ÁREA DEL  
PASEO :

$$2 [ x(4+x) + x(9+x) ] = 68$$

$$[ x(4+x) + x(9+x) ] = 34$$

$$x (13+2x) = 34$$

$$\therefore \underline{\underline{x = 2}}$$

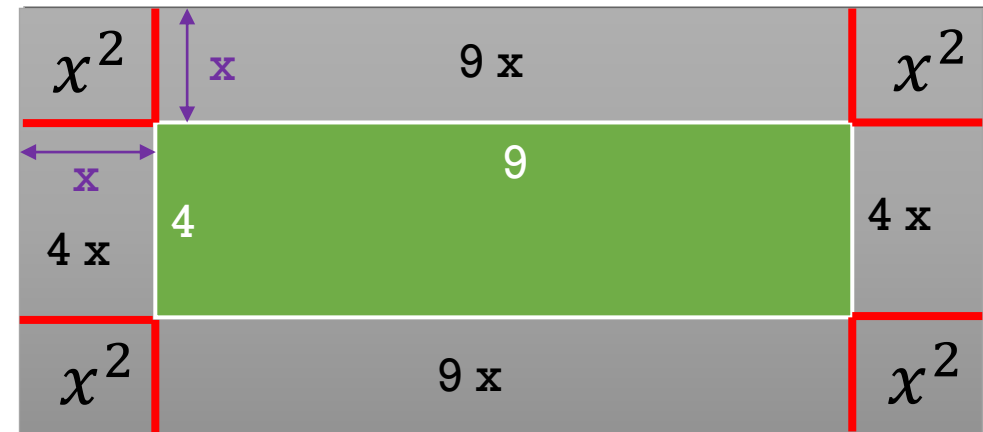


## OTRA FORMA

Una piscina rectangular de 4 m de ancho por 9 m de largo tiene alrededor un *paseo de ancho uniforme*.

Si el área del paseo es 68m<sup>2</sup> ¿cuánto será el ancho del paseo, en metros?

## RESOLUCIÓN



ÁREA DEL PASEO :  $4x^2 + 26x = 68$

$$2x^2 + 13x - 34 = 0$$

$$\begin{array}{r} 2x \\ x \end{array} \begin{array}{r} +17 \\ -2 \end{array}$$

$$x - 2 = 0 \quad \therefore \underline{\underline{X = 2}}$$

## PROBLEMA 5

Se desea comprar el máximo número de aves con S/169, entre palomas y canarios de S/9 y S/4 cada una, respectivamente. ¿Cuántas aves se compraron?

## RESOLUCIÓN

PALOMAS: P



S/9

CANARIOS: C



S/4

Mínimo



$$9P + 4C = 169$$

$$9(\underline{1}) + 4(\underline{40}) = 169$$

∴ **Total de aves: 41**

### OBSERVACIÓN

**Máxima** cantidad de aves:  
**Mínima** cantidad de palomas

## PROBLEMA 6

Una promoción de verano ofrecía un gran premio al que llegaba a juntar cierto número de chapas marcadas. Ana y Bety se aliaron para ganar el premio. Al cabo de una semana, hicieron sus cuentas:

Ana: ¡Bety, solo has juntado los 7/20 de lo necesario!...

Bety: ¡No reclames!, pues tú has juntado 2/5 de lo mío. ¡Así no llegamos ni a 50!

¿Cuántas chapas eran necesarias para cobrar el premio?

## RESOLUCIÓN

TOTAL: 100K

$$\text{Bety: } \frac{7}{20} (100K) = 35K$$

$$\text{Ana: } \frac{2}{5} (35K) = 14K$$



$$\begin{aligned} \text{JUNTAS} \rightarrow 35K + 14K &< 50 \\ 49K &< 50 \\ K &= 1 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{Total} = \underline{\underline{100}}$$

## PROBLEMA 7

Se quiere transportar 178 personas en vehículos de dos tipos: unos tienen capacidad para 17 personas sentadas y otros para 5 personas. ¿Cuál es el menor número de vehículos que se deban utilizar si se desea que ninguna persona vaya de pie y que ningún asiento quede vacío?

## RESOLUCIÓN

	# VEHÍCULOS	#ASIENTOS
	$a$	$17$
	$b$	$5$

**Máximo**

$$\rightarrow 17a + 5b = 178$$
$$17(\mathbf{9}) + 5b = 178$$
$$153 + 5(\mathbf{5}) = 178$$

25

**$\therefore$  #VEHÍCULOS: 14**

## **PROBLEMA 8**

El año de nacimiento y de muerte de un matemático, suman 3710 y se escriben con los mismos dígitos, pero con la cifra de las decenas y la de las unidades en orden invertido.

Si la vida de este matemático transcurrió durante el siglo **XIX**, ¿Cuál es la máxima edad que pudo tener?

## **RESOLUCIÓN**

AÑO DE NACIMIENTO:  $\overline{18ab}$

AÑO DE FALLECIMIENTO:  $\overline{18ba}$



**SUMA**  $\rightarrow \overline{18ab} + \overline{18ba} = 3710$

$$1800 + 10a + b + 1800 + 10b + a = 3710$$

$$11a + 11b + 3600 = 3710$$

$$11a + 11b = 110$$

$$a + b = 10$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \quad \downarrow \\ 1 \quad 9 \end{array}$$

**Máxima EDAD**

$$\therefore 1891 - 1819 = \underline{\underline{72}}$$

## PROBLEMA 8

El año de nacimiento y de muerte de un matemático, suman 3710 y se escriben con los mismos dígitos, pero con la cifra de las decenas y la de las unidades en orden invertido.

Si la vida de este matemático transcurrió durante el **siglo XIX**, ¿cuál es la máxima edad que pudo tener?

## RESOLUCIÓN



	Nació	Falleció
Año:	$\overline{18ab}$	$\overline{18ba}$
Edad:	0	Máximo

$$\begin{array}{r} \overline{18ba} + \\ \overline{18ab} \\ \hline 3710 \end{array}$$

Sumando verticalmente, en las unidades y decenas se cumple :

$$\begin{array}{c} a + b = 10 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 1 \quad 9 \end{array}$$

Máxima EDAD

$$\therefore 1891 - 1819 = \underline{\underline{72}}$$

# RESOLUCIÓN DEL TALLER



## PROBLEMA 2

Se dispone de s/.999 para ser gastados en artículos de s/37. y s/.21 cada uno.

¿Cuánto artículos se adquirieron si el dinero alcanzó exactamente?

## RESOLUCIÓN

$$37x + 21y = 999$$

$$\div 37 \quad \begin{array}{l} 37x + 21y = 3 \times 3 \times 3 \times 37 \\ \downarrow \\ x + \frac{21y}{37} = 27 \end{array}$$

$$y = 37 \quad x = 6$$


$$\mathbb{Z} + \mathbb{Z} = \mathbb{Z}$$

Rpta.43