



ALGEBRA

Chapter 23

4th
SECONDARY

Logaritmos I



 **SACO OLIVEROS**

HELICO

MOTIVATING



Aplicación de los logaritmos con otras ciencias:

En la Economía: Se puede aplicar en la oferta y la demanda, que son dos piezas fundamentales en cualquier análisis económico contemporáneo.

En la Biología: Se utilizan para estudiar los efectos nutricionales de los organismos.

Se aplica en el cálculo de PH que es el logaritmo de la inversa de la concentración de iones de hidrógeno y mide la acidez.

HELICO THEORY



LOGARITMOS I

I) DEFINICIÓN

Sea $N > 0$, $a > 0$ y $a \neq 1$ se define:

$$\log_a N = x \Leftrightarrow a^x = N$$

Donde:

N : es un número **positivo**

a : es la **base** del logaritmo

Ejemplos

$$\log_3 81 = 4 \quad \text{Pues: } 3^4 = 81$$

$$\log_{125} 5 = \frac{1}{3} \quad \text{Pues: } 125^{\frac{1}{3}} = 5$$



IDENTIDAD FUNDAMENTAL



Por definición

$$\underbrace{\log_a N = x}_{\alpha} \Leftrightarrow \underbrace{a^x = N}_{\beta}$$

→ reemplazando “α” en “β”:

$$a^{\log_a N} = N$$

Ejemplos

$$1) 7^{\log_7 4} = 4$$

$$2) 10^{\log 9} = 9$$

NOTA

Si no hay **base**, se sobreentiende que es la **base 10**.

III) PROPIEDADES



1) $\log_a 1 = 0$

→ $\log_4 1 = 0$

2) $\log_a a = 1$

→ $\log_7 7 = 1$

3) $\log_a MN = \log_a M + \log_a N$

→ $\log_2 4 + \log_2 5 = \log_2 20$

4) $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$

→ $\log_5 90 - \log_5 9 = \log_5 10$



$$5) \log_a N^p = p \log_a N$$

$$\Rightarrow \log_3 9^4 = 4 \log_3 9 = 4(2) = 8$$

$$6) \log_{a^n} b^m = \frac{m}{n} \log_a b$$

$$\Rightarrow \log_{3^4} 3^9 = \frac{9}{4} \log_3 3 = \frac{9}{4}$$

$$7) \log_a N = \frac{1}{\log_N a}$$

$$\Rightarrow \log_2 5 = \frac{1}{\log_5 2}$$

HELICO PRACTICE

PROBLEMA 1 Si $K = \log_2 \frac{1}{32} + \log_3 \frac{1}{27} - \log_5 \frac{1}{625}$



Calcule $\sqrt[3]{k-4}$

Resolución

$$\log_2 \frac{1}{32}$$

$$\log_2 2^{-5}$$

$$\boxed{-5}$$

$$\log_3 \frac{1}{27}$$

$$\log_3 3^{-3}$$

$$\boxed{-3}$$

$$\log_5 \frac{1}{625}$$

$$\log_5 5^{-4}$$

$$\boxed{-4}$$

$$K = -5 - 3 - (-4)$$

$$\boxed{K = -4}$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{-8}$$



$$\boxed{-2}$$

PROBLEMA 2 Si $A = \log_{125} 25$

$B = \log_9 243$



Calcule $M = 9AB$

Resolución

$$A = \log_{125} 25$$

$$B = \log_9 243$$

$$M = 9 \left(\frac{2}{3} \right) \left(\frac{5}{2} \right)$$

$$A = \log_{5^3} 5^2$$

$$B = \log_{3^2} 3^5$$



$$M = 15$$

$$A = \frac{2}{3}$$

$$B = \frac{5}{2}$$

PROBLEMA 3



Efectúe: $M = 7^{\log_7 11} + 8^{\log_2 3} + 3^{1+\log_3 5}$

Resolución

$$M = 11 + 3^{\log_2 8} + 3 \cdot 3^{\log_3 5}$$

$$M = 11 + 3^3 + 3(5)$$

$$M = 11 + 27 + 15$$

$$M = 53$$

PROBLEMA 4 ¿Cuál es el valor de
 $V = 10^{\log 2 + 1} + 27^{\log_3 2}$?



Resolución

$$M = 10^{\log 2} \cdot 10^1 + 2^{\log_3 27}$$

$$M = 2(10) + 2^3$$

$$M = 20 + 8$$

$$M = 28$$

PROBLEMA 5

De el valor de x^2 en la ecuación:

$$\log_{\sqrt[3]{5}}[\log_2(3x - 1)] = 3$$

Resolución Por definición $N > 0$, $a > 0$ y $a \neq 1$

$$\log_a N = x \Leftrightarrow a^x = N$$

$$\log_{\sqrt[3]{5}}[\log_2(3x - 1)] = 3$$

N

$$\Rightarrow \log_2(3x - 1) = (\sqrt[3]{5})^3 = 5$$

N

$$\Rightarrow 3x - 1 = 2^5$$

$$\Rightarrow 3x - 1 = 32$$
$$3x = 33$$

$$x = 11$$

piden x^2

$$11^2 = 121$$

Rpta. 121

PROBLEMA 6 Lo que gana un obrero al día es 10M soles, donde M representa el valor al calcular:

$$M = \log_2 56 + \log_2 48 - \log_2 84$$

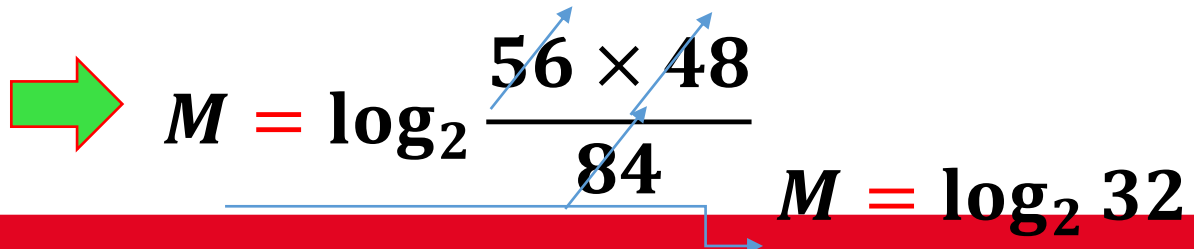
¿Cuánto gana dicho obrero en 15 días?

$$\log_a MN = \log_a M + \log_a N \quad \dots 1$$

$$\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N \quad \dots 2$$

De 1 y 2:

$$M = \log_2 56 \times 48 - \log_2 84$$


$$M = \log_2 \frac{56 \times 48}{84} \quad M = \log_2 32$$

$$M = \log_2 2^5$$

$$M = 5 \log_2 2 = 5$$

$$M = 5$$

QUE NOS PIDEN: *GANA AL DIA* \times 15 DIAS :

$$= 10M \times 15$$

$$10(5) \times 15 = 750$$

EN 15 DIAS EL OBRERO
GANA 750 SOLES

PROBLEMA 7 Reduzca:

$$M = 27^{\log_5 7 \cdot \log_3 5} - 8^{\log_2 9 \cdot \log_9 3}$$

RESOLUCION

REGLA DE LA CADENA

$$\log_b a \cdot \log_c b \cdot \log_d c \cdot \log_e d =$$

$\log_e a$

Recordar: $\log_a a = 1$

PERMUTACIÓN DE a y c

$$a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$$

$$M = 27^{\log_5 7 \cdot \log_3 5} - 8^{\log_2 9 \cdot \log_9 3}$$

$$M = 27^{\log_3 7} - 8^{\log_2 3}$$

$$M = 7^{\log_3 27} - 3^{\log_2 8}$$

$$M = 7^{3 \log_3 3} - 3^{\log_2 2^3}$$

$$M = 7^3 - 3^3$$

$$M = 343 - 27 = 316$$

RPTA: $M = 316$

PROBLEMA 8 Efectúe:

$$M = \frac{1}{1 + \log_7 10e} + \frac{1}{1 + \log_e 70} + \frac{1}{1 + \log 7e}$$

$e = \text{constante } (e \cong 2,71)$

Trabajando en los denominadores

$$\square 1 + \log_7 10e = \log_7 7 + \log_7 10e$$
$$= \log_7 70e$$

$$\square 1 + \log_e 70 = \log_e e + \log_e 70$$
$$= \log_e 70e$$

$$\square 1 + \log 7e = \log_{10} 10 + \log_{10} 7e$$
$$= \log_{10} 70e$$

$$\log_a N = \frac{1}{\log_N a}$$

Remplazando en M:

$$M = \frac{1}{\log_7 70e} + \frac{1}{\log_e 70e} + \frac{1}{\log_{10} 70e}$$
$$= \log_{70e} 7 + \log_{70e} e + \log_{70e} 10$$

Por propiedad de multiplicación de logaritmo

$$\log_a MN = \log_a M + \log_a N$$

$$M = \log_{70e} 70e = 1$$

RPTA 1