MATHEMATICAL REASONING Chapter 18

4th
SECONDA
RY

+= ×÷

SERIES II





SERIE GEOMÉTRICA

Es la adición indicada de los términos de una Sucesión Geométrica. Esta serie puede ser Finita o Infinita.

Por Ejemplo

Calcule el valor de la serie:

$$S = 2 + 6 + 18 + \dots + 486$$

1° 2° 3° ... 6°

$$S = 2 + 2 \times 3^{1} + 2 \times 3^{2} + \dots + 2 \times 3^{5}$$

 $3S = 2 \times 3^{1} + 2 \times 3^{2} + 2 \times 3^{3} + \dots + 2 \times 3^{6}$

$$(3-1)S = 2 \times 3^6 - 2$$

 $(3-1)S = 2 \times (3^6 - 1)$

$$\rightarrow S = \frac{2 \times (3^6 - 1)}{(3 - 1)} = 728$$



SERIE GEOMÉTRICA FINTA

ENGENERAL

$$Sn = \frac{t_1 \times (q^n - 1)}{q - 1}$$

Donde, t_1 : Primer sumando

q: Razón geométrica

n: Cantidad de sumandos

SERIE GEOMÉTRICA DECRECIENTE INFINTA

ENCENERAL

$$Sl_{\text{imite}} = \frac{t_1}{1 - q}$$

Donde, q: Razón geométrica 0 < |q| < 1



SERIE DE PRODUCTOS

PRODUCTOS BINARIOS

$$S_n = 1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \dots + n \times (n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

PRODUCTOS TERNARIOS

$$S_n = 1 \times 2 \times 3 + 2 \times 3 \times 4 + \dots + n \times (n+1) \times (n+2) = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$$



SERIE DE INVERSAS DE PRODUCTOS

INVERSA DE PRODUCTOS BINARIOS

$$S_n = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{n \times (n+1)} = \frac{n}{n+1}$$

INVERSA DE PRODUCTOS TERNARIOS

$$S_n = \frac{1}{1 \times 2 \times 3} + \frac{1}{2 \times 3 \times 4} + \dots + \frac{1}{n \times (n+1) \times (n+2)} = \frac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)}$$



Daniel está practicando para su examen de Razonamiento Matemático y encuentra este problema propuesto en su libro. Halle el valor de P.

50 sumandos

$$P = 3 + 6 + 12 + 24 + 48 + \cdots$$

Si Daniel demoró unos minutos en resolver el problema exitosamente, podría decir usted, ¿Cuál fue la respuesta que dio Daniel?

$$M = 3 + 6 + 12 + 24 + 48 + \cdots$$
(50) sumandos
REQUERDA

$$M = 3\left(\frac{2^{50}-1}{2-1}\right)$$

$$M = 3(2^{50} - 1)$$

$$S = t_1 \left(\frac{q^n - 1}{q - 1} \right)$$

$$3(2^{50}-1)$$



Halle el valor de M

$$M = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{2016}$$

$$T = \underbrace{2^{0} + 2^{1} + 2^{2} + 2^{3} + 2^{4} + \cdots + 2^{2016}}_{2^{2} - 1 + 2^{2} + 2^{3} + 2^{4} + \cdots + 2^{2016}}_{2^{3} - 1 + 2^{3} + 2^{4} + \cdots + 2^{2016}}_{2^{4} - 1 + 2^{4} + \cdots + 2^{2016}}_{2^{5} - 1}$$

$$2^{2017}-1$$



Halle el valor de N: $N = 2 + 6 + 12 + \dots + 110$

Resolución

$$N = 2 + 6 + 12 + ... + 110$$

$$N = 1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \dots + 10 \times 11$$

$$N = \frac{10 \times 11 \times 12}{3}$$

$$N = 440$$

RECUERDA

$$S_n = 1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \dots + n \times (n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$





Luis está ayudando a su hermano Juan en su tarea semanal. Juan le pregunta a Luis por este problema: Halle el valor de T.

$$T = 6 + 24 + 60 + 120 + \dots$$

20 sumandos

Si Luis al resolver el problema se equivoca por 5 unidades más, podría decir usted, ¿cuál es la respuesta que halló Luis?

Resolución

$$T = 6 + 24 + 60 + 120 + ...$$

$$T = 1.2.3 + 2.3.4 + 3.4.5 + 4.5.6 + ...$$

$$T = \frac{20(21)(22)(23)}{4} = 53130$$

 $S_n = 1 \times 2 \times 3 + 2 \times 3 \times 4 + \dots + n \times (n+1) \times (n+2) = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{n}$



Para un examen de admisión a la Universidad Mayor de San Marcos, uno de los ingenieros propuso el siguiente problema de suma límite descendente:

Halle el valor de M: $M = 8 + 4 + 2 + 1 + \cdots + \infty$ Podría usted decir, ¿cuál es el valor de M?

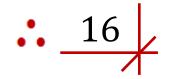
$$M = 8 + 4 + 2 + 1 + \dots + \infty$$

$$\times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$X = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$X = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$X = \frac{1}{2} \times \frac{$$





Halle el valor de N. $N = 24 - 8 + \frac{8}{3} - \frac{8}{9} + \frac{8}{27} - \dots \infty$

Resolución

$$N = 24 - 8 + \frac{8}{3} - \frac{8}{9} + \frac{8}{27} - \dots \infty$$

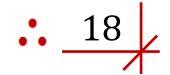
$$\times \left(-\frac{1}{3}\right) \times \left(-\frac{1}{3}\right) \times \left(-\frac{1}{3}\right) \times \left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$t_1 = 24 \qquad q = -\frac{1}{2}$$

RECUERDA

$$S_{limite} = \frac{t_1}{1 - q}$$

$$N = \frac{24}{1 - \left(-\frac{1}{3}\right)} = \frac{24}{\frac{4}{3}} = 18$$





Halle el valor de N.
$$N = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{930}$$

Resolución

$$N = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{930}$$

$$N = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{30 \times 31}$$

RECUERDA

$$S_n = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{n \times (n+1)} = \frac{n}{n+1}$$

$$N = \frac{30}{31}$$



Halle el valor de T.
$$T = \frac{1}{1 \times 4} + \frac{1}{4 \times 7} + \frac{1}{7 \times 10} + \dots + \frac{1}{58 \times 61}$$

$$T = \frac{1}{1 \times 4} + \frac{1}{4 \times 7} + \frac{1}{7 \times 10} + \dots + \frac{1}{58 \times 61}$$

Multiplicamos por 3 a ambos términos (numerador y denominador):
$$T = \frac{3}{3} \left(\frac{1}{1 \times 4} + \frac{1}{4 \times 7} + \frac{1}{7 \times 10} + \dots + \frac{1}{58 \times 61} \right)$$

$$T = \frac{3}{61} \left(\frac{1}{1 \times 4} + \frac{1}{4 \times 7} + \frac{1}{7 \times 10} + \dots + \frac{1}{58 \times 61} \right)$$

$$T = \frac{20}{61}$$

$$T = \frac{1}{3} \left(\frac{3}{1 \times 4} + \frac{3}{4 \times 7} + \frac{3}{7 \times 10} + \dots + \frac{3}{58 \times 61} \right)$$

$$T = \frac{1}{1 \times 4} + \frac{1}{4 \times 7} + \frac{1}{7 \times 10} + \dots + \frac{1}{58 \times 61}$$

$$T = \frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{10} + \dots + \frac{1}{58} - \frac{1}{61} \right)$$

$$T = \frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{61} \right) = \frac{1}{3} \left(\frac{60}{61} \right)$$

$$T = \frac{20}{61}$$

