



MATHEMATICAL REASONING

Chapter 12

4th grade of secondary

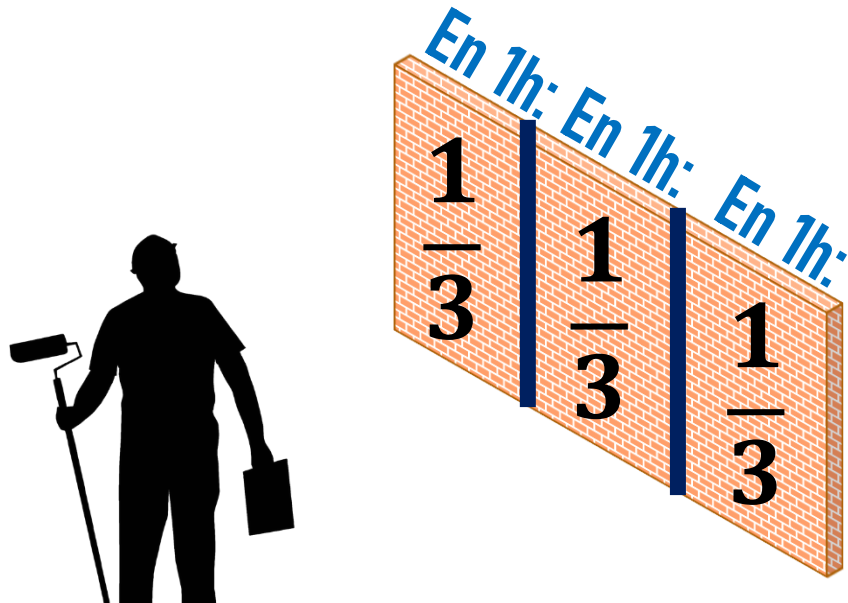
**REDUCCIÓN A LA
UNIDAD**



 **SACO OLIVEROS**

REDUCCIÓN A LA UNIDAD

Si Lucho puede pintar esa pared en 3 horas.

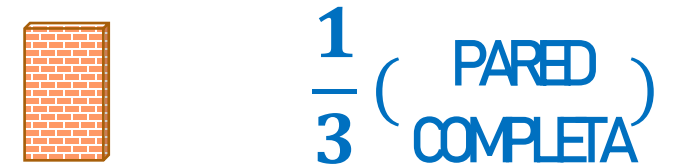


Entonces:

En 3h:




En 1h:



Si toda la obra la realiza en 3h,
en una hora hará $\frac{1}{3}$ de la obra.

REDUCCIÓN A LA UNIDAD

EN GENERAL



Si toda la obra lo realiza en un tiempo T , en una unidad de tiempo hará $\frac{1}{T}$ de la obra.

Por ejemplo

Dos obreros A y B pueden hacer una obra en 10 y 15 días respectivamente.

Entonces,

OBRA TOTAL	EN 1D	EN 2D	EN 3D
10d	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{3}{10}$
15d	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{3}{15}$



REDUCCIÓN A LA UNIDAD

APLICACIÓN 1

Dos obreros A y B pueden hacer una obra en 10 y 15 días respectivamente. Si trabajan juntos, ¿en cuánto tiempo podrán terminar la obra?

Resolución

Sea el tiempo (en días) que demoran en hacer la obra: x

	OBRA TOTAL	EN 1 D	EN X D	
A	10d	$\frac{1}{10}$	$\frac{x}{10}$	$\frac{x}{10} + \frac{x}{15} = 1$
B	15d	$\frac{1}{15}$	$\frac{x}{15}$	

$$\rightarrow x = 6$$

\therefore Tiempo total = 6 días



REDUCCIÓN A LA UNIDAD

OTRA FORMA:

Dos obreros A y B pueden hacer una obra en 10 y 15 días respectivamente. Si trabajan juntos, ¿en cuánto tiempo podrán terminar la obra?

Resolución

Sea el tiempo (en días) que demoran en hacer la obra: x

	OBRA TOTAL	EN 1 D	
A	10d	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10} + \frac{1}{15} = \frac{1}{x}$ $\rightarrow x = 6$
B	15d	$\frac{1}{15}$	

\therefore *Tiempo total* = 6 días

HELICO | PRACTICE

1

Ana está limpiando el piso de su sala. Ella demora en lustrar el piso de su sala, 15 minutos. ¿Qué parte lustró en x minutos?

Resolución:

OBRA TOTAL	En 1 min	En 2 min	En 3 min	En X min
15 min	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{3}{15}$	$\frac{x}{15}$

$$\text{En "x" min: } \therefore \frac{x}{15}$$

HELICO | PRACTICE

2

A puede hacer una obra en 20 días; B lo podría hacer en 60 días. Si A y B trabajan juntos, ¿en cuántos días lo podrán hacer?

 Resolución:

	OBRATOTAL	EN1 DÍA
A	20 días	$\frac{1}{20}$
B	60 días	$\frac{1}{60}$
A+B	x días	$\frac{1}{x}$

$$\left(\frac{1}{20} + \frac{1}{60} = \frac{1}{x} \right) 60x$$

$$3x + x = 60$$

$$4x = 60$$

$$\rightarrow x = 15$$

$$\therefore \underline{\underline{15 \text{ días}}}$$

HELICO | PRACTICE

3

Panchito y Javier son dos amigos que conversan en cuánto tiempo pintarían una casa. Se sabe además, que Panchito puede pintarla en 3 h; pero si se junta con Javier, la pintarían en 2 horas. ¿En cuántas horas lo haría Javier sólo?

 Resolución:

	OBRATOTAL	EN1 HORA
Panchito	3 horas	$\frac{1}{3}$
Javier	x horas	$\frac{1}{x}$
Juntos	2 horas	$\frac{1}{2}$

$$\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{x} = \frac{1}{2} \right) 6x$$

$$2x + 6 = 3x$$

$$6 = x$$

$$\therefore \underline{\underline{6 \text{ horas}}}$$

4

Carlos y Víctor en sus tiempos libres se ocupan al pintado de casas y edificios. Carlos demora en pintar un edificio 6 días; Víctor demora 12 días en pintar otro edificio similar. ¿En cuánto tiempo pintarán un edificio similar a los anteriores los dos juntos?

Resolución:

	OBRAS TOTAL	EN 1 DÍA
Carlos	6 días	$\frac{1}{6}$
Víctor	12 días	$\frac{1}{12}$
Juntos	x días	$\frac{1}{x}$

$$\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{1}{x} \right) 12x$$

$$2x + x = 12$$

$$3x = 12$$

$$\rightarrow x = 4$$

∴ 4 días

5

Una empresa de limpieza tiene 3 empleados, los cuales por separado se demoran en limpiar un edificio de la siguiente manera:

Ángel hace la limpieza en 3 días, Beto demora 6 días y Cirilo 9 días. Si un contratista quiere que limpie su edificio en el menor tiempo posible y si la empresa manda a limpiar a sus 3 empleados juntos, ¿en cuánto tiempo lo harían?

Resolución:

	OBRAS TOTAL	EN 1 DÍA
Ángel	3 días	$\frac{1}{3}$
Beto	6 días	$\frac{1}{6}$
Cirilo	9 días	$\frac{1}{9}$
Juntos	x días	$\frac{1}{x}$

$$\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{9} = \frac{1}{x} \right) 18x$$

$$6x + x + 2x = 18$$

$$11x = 18$$

$$\rightarrow x = \frac{18}{11}$$

$$\therefore \underline{\underline{\frac{18}{11} \text{ días}}}$$

HELICO | PRACTICE

6

A y B pueden hacer una obra en 20 días. A lo haría solo, en 30 días. Si A trabaja solo durante 10 días. ¿Cuántos días empleará B para terminar la obra?



Resolución:

	OBRAS TOTAL	EN 1 DÍA
A	30 días	$\frac{1}{30}$
B	x días	$\frac{1}{x}$
A + B	20 días	$\frac{1}{20}$

$$\left(\frac{1}{30} + \frac{1}{x} = \frac{1}{20} \right) 60x$$

$$2x + 60 = 3x$$

$$60 = x$$

Ahora:

"A" trabajó sólo 10 días avanzó: $\frac{1}{3}$ Obra

→ B debe realizar $\frac{2}{3}(60)$

∴ 40 días

HELICO | PRACTICE

7

Dos grifos **A** y **B** llenan juntos un tanque en 30 h. Si el grifo **B** fuese de desagüe se tardaría en vaciar el tanque 60 h. ¿En cuánto tiempo llenará el tanque la llave **A**, estando éste vacío?



Resolución:

	OBRATOTAL	EN1 HORA
A + B	30 h	$\frac{1}{30}$
A - B	60 h	$\frac{1}{60}$

$$\begin{array}{r} \frac{1}{A} + \frac{1}{B} = \frac{1}{30} \\ \frac{1}{A} - \frac{1}{B} = \frac{1}{60} \\ \hline \frac{2}{A} = \frac{3}{60} \end{array}$$

$$120 = 3A$$

$$40 = A$$

$$\therefore \underline{\underline{40 \text{ h}}}$$

8

Tres amigos A, B y C discuten sobre quiénes deben ir a dar mantenimiento a las máquina de una fábrica, llegando a las siguientes conclusiones.

A y B pueden hacer el mantenimiento en 20 días; B y C pueden hacer la obra en 15 días; A y C lo pueden hacer en 12 días.

¿En cuántos días harían juntos el amigo que trabajaría más días con el que trabajaría menos días, sumado a un amigo D, sabiendo que él solo, podría haber hecho ese trabajo en 10 días?

RESOLUCIÓN

En 1 día realizan:

$$\frac{1}{A} + \frac{1}{B} = \frac{1}{20}$$

$$\frac{1}{B} + \frac{1}{C} = \frac{1}{15}$$

$$\frac{1}{A} + \frac{1}{C} = \frac{1}{12}$$

$$2 \left(\frac{1}{A} + \frac{1}{B} + \frac{1}{C} \right) = \frac{12}{60}$$

$$\frac{1}{A} + \frac{1}{B} + \frac{1}{C} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{20} + \frac{1}{C} = \frac{1}{10}$$

=

$$\rightarrow A = 30 \quad B = 60$$

$$\text{Sabemos:} \quad = 10$$

Piden:

$$\frac{1}{B} + \frac{1}{C} + \frac{1}{D} = \frac{1}{x}$$

$$\frac{1}{15} + \frac{1}{10} = \frac{1}{x} \quad x = 6$$

∴ 6 días