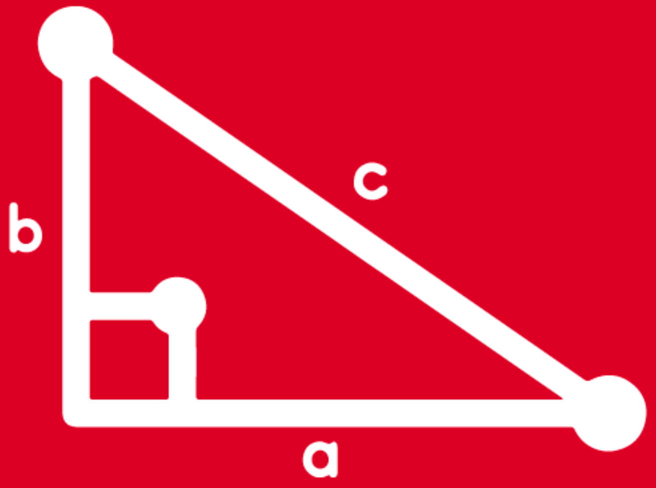
TRIGONOMETRY

Chapter 16
Session 2



4th
SECONDARY

Identidades trigonométricas fundamentales

SACO OLIVEROS

TRIGONOMETRÍA PARA LA VIDA

La trigonometría es importante en la humanidad porque con ella podemos calcular distancias como la del sol a la tierra sin la necesidad de recorrerla y se establecen por medio de triángulos, circunferencia u otros. La trigonometría en la vida real es muy utilizada, ya que podemos medir alturas o distancias, realizar medición de ángulo, entre otras cosas. Sirve para medir la distancia que hay entre dos puntos determinados empleando ciertos elementos como un triángulo rectángulo, escaleno, isósceles.

Identidades Trigonométricas Fundamentales

Identidades Recíprocas

$$\boxed{senx.cscx = 1} \quad \left\{ senx = \frac{1}{cscx} \quad cscx = \frac{1}{senx} \right.$$

$$\boxed{cosx.secx = 1} \quad \left\{ cosx = \frac{1}{secx} \quad secx = \frac{1}{cosx} \right.$$

$$\boxed{tanx.cotx = 1} \quad \left\{ tanx = \frac{1}{cotx} \quad cotx = \frac{1}{tanx} \right.$$

Identidades Por División

$$\boxed{tanx = \frac{senx}{cosx}}$$

$$\boxed{cotx = \frac{cosx}{senx}}$$

Identidades Pitagóricas

$$sen^2x + cos^2x = 1$$

$$\begin{cases} sen^2 = 1 - cos^2x \\ cos^2x = 1 - sen^2x \end{cases}$$

$$1 + tan^2x = sec^2x$$

$$\begin{cases} tan^2x = sec^2x - 1 \\ 1 = sec^2x - tan^2x \end{cases}$$

$$1 + cot^2x = csc^2x$$

$$\begin{cases} cot^2x = csc^2x - 1 \\ 1 = csc^2x - cot^2x \end{cases}$$

Propiedades:

Si: $sec\,x + tan\,x = a$

Entonces:

$$sec\,x - tan\,x = \frac{1}{a}$$

Si: $csc\,x + cot\,x = b$

Entonces:

$$csc\,x - cot\,x = \frac{1}{b}$$

PROBLEMA 1

si: $\sec\phi - \tan\phi = \frac{3}{5}$, calcule:

$P = 3(\sec\phi + \tan\phi) + 2$

Resolución:

Recordar:

Si: $\sec x + \tan x = a$

Entonces:

$$\sec x - \tan x = \frac{1}{a}$$

Tenemos por dato

$$\sec\phi - \tan\phi = \frac{3}{5}$$

Por propiedad:

$$\sec\phi + \tan\phi = \frac{5}{3}$$

Nos piden:

$$P = 3(\sec\phi + \tan\phi) + 2$$

$$P = \cancel{3}\left(\frac{5}{\cancel{3}}\right) + 2$$

$$\therefore P = 7$$

PROBLEMA 2

Si: $\csc\alpha + \cot\alpha = 3$,

calcule $E = 10\operatorname{sen}\alpha$

Resolución:

Tenemos: $\csc\alpha + \cancel{\cot\alpha} = 3$

Por propiedad: $\csc\alpha - \cancel{\cot\alpha} = \dfrac{1}{3}$ +

$$2\csc\alpha = \frac{10}{3}$$

$$\csc\alpha = \frac{5}{3} \Rightarrow \operatorname{sen}\alpha = \frac{3}{5}$$

Recordar:

Si: $\csc x + \cot x = a$

Entonces:

$$\csc x - \cot x = \frac{1}{a}$$

Piden: $E = 10\operatorname{sen}\alpha$

$$E = \overset{2}{\cancel{10}}\left(\frac{3}{\cancel{5}}\right)$$

$\therefore \mathbf{E = 6}$

PROBLEMA 3

Si: $\mathbf{sec\beta - tan\beta = \frac{3}{5}}$, **calcule:**

$\mathbf{F = 10(sen\beta + cos\beta)}$

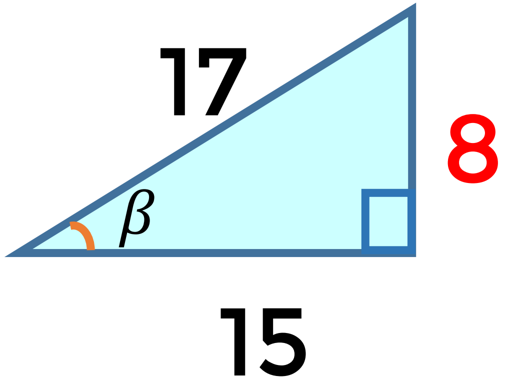
Resolución:

Tenemos: $sec\beta - \cancel{tan\beta} = \frac{3}{5}$

Por propiedad: $sec\beta + \cancel{tan\beta} = \frac{5}{3}$ **+**

$$2sec\beta = \frac{34}{15}$$

$$sec\beta = \frac{17}{15}$$



Piden:

$$F = 10(sen\beta + cos\beta)$$

$$F = 10\left(\frac{8}{17} + \frac{15}{17}\right) = 10\left(\frac{23}{17}\right)$$

$$\boxed{\therefore F = \frac{230}{17}}$$

PROBLEMA 4

Si: $\dfrac{1+\cos\alpha}{\operatorname{sen}\alpha} = 5$

Calcule: $P = 13\cos\alpha$

Resolución

Del dato: $\dfrac{1}{sen\alpha} + \dfrac{cos\alpha}{sen\alpha} = 5$

Tenemos: $\csc\alpha + \cancel{cot\alpha} = 5$

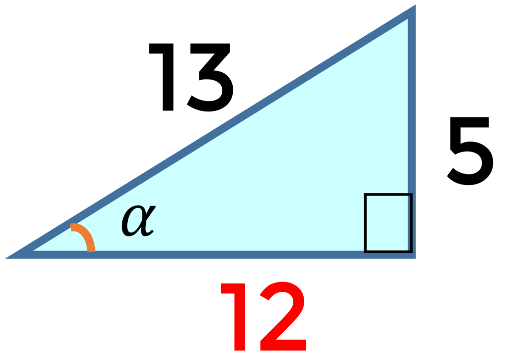
Por propiedad: $csc\alpha - \cancel{cot\alpha} = \dfrac{1}{5}$

$+$

$2csc\alpha = \dfrac{26}{5}$

$\Rightarrow \quad csc\alpha = \dfrac{13}{5}$

$\Rightarrow$



Piden: $P = 13cos\alpha$

$P = \cancel{13}\left(\dfrac{12}{\cancel{13}}\right)$

$\therefore P = 12$

PROBLEMA 5

Si: senϕ + cosϕ = 1,2

Reduzca: E = senϕ. cosϕ + $\frac{7}{25}$

Resolución:

Del dato: $sen\phi + cos\phi = 1{,}2 \ = \frac{6}{5}$

ELEVAMOS AL CUADRADO

$$sen^2\phi + 2sen\phi cos\phi + cos^2\phi = \frac{36}{25}$$

$$1 + 2sen\phi cos\phi = \frac{36}{25}$$

$$sen^2x + cos^2x = 1$$

$$2sen\phi cos\phi = \frac{11}{25}$$

$$sen\phi cos\phi = \frac{11}{50}$$

Piden: $E = sen\phi cos\phi + \frac{7}{25}$

$$E = \frac{11}{50} + \frac{7}{25} = \frac{25}{50}$$

$$\therefore\ \boldsymbol{E = \frac{1}{2}}$$

PROBLEMA 6

Si: senx – cosx = $\frac{\sqrt{5}}{4}$

Reduzca: K = secx. cscx + $\frac{1}{11}$

Resolución:

Del dato: $senx - cosx = \frac{\sqrt{5}}{4}$

Elevamos al cuadrado

$$sen^2x - 2senx.cosx + cos^2x = \frac{5}{16}$$

$$1 - 2senx.cosx = \frac{5}{16}$$

$$sen^2x + cos^2x = 1$$

$$\frac{11}{16} = 2senx.cosx$$

$$\frac{11}{32} = senx.cosx$$

$$secx.cscx = \frac{32}{11}$$

Piden: $K = secx.cscx + \frac{1}{11}$

$$K = \frac{32}{11} + \frac{1}{11} = \frac{33}{11}$$

$$\therefore K = 3$$

PROBLEMA 7

Elimine x de las siguientes de las ecuaciones:

$$\cos x = \frac{1}{a+b}\ ;\quad \cot x = \frac{1}{a-b}$$

Resolución:

Del dato tenemos:

$$cosx = \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{a+b}} \qquad cotx = \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{a-b}}$$

$$secx = a + b \qquad tanx = a - b$$

Recordar:

Por identidad pitagórica:

$$1 + tan^2x = sec^2\ x$$

$$1 + \ tan^2x \ = \ sec^2\ x$$

$$1 + (a-b)^2 = (a+b)^2$$

$$1 = (a+b)^2 - (a-b)^2$$

Por identidad de Legendre

$$\boldsymbol{4ab \equiv (a+b)^2 - (a-b)^2}$$

$$\therefore 1 = 4ab$$

PROBLEMA 8

Como dato extra para reducir la expresión

$E = 2cscx - senx$ el profesor de Trigonometría indicó usar las identidades trigonométricas fundamentales y la siguiente condición

$$1 + cos^2x = 2senx$$

Resolución:

Piden: $E = 2cscx - senx$

$$E = 2\frac{1}{senx} - senx$$

$$E = \frac{2 - sen^2x}{senx} = \frac{2 - (1 - cos^2x)}{senx}$$

$$E = \frac{1 + cos^2x}{senx}$$

Del dato tenemos:
$\mathbf{1 + cos^2x = 2senx}$

$$E = \frac{2\cancel{senx}}{\cancel{senx}}$$

$$\boxed{\therefore E = 2}$$