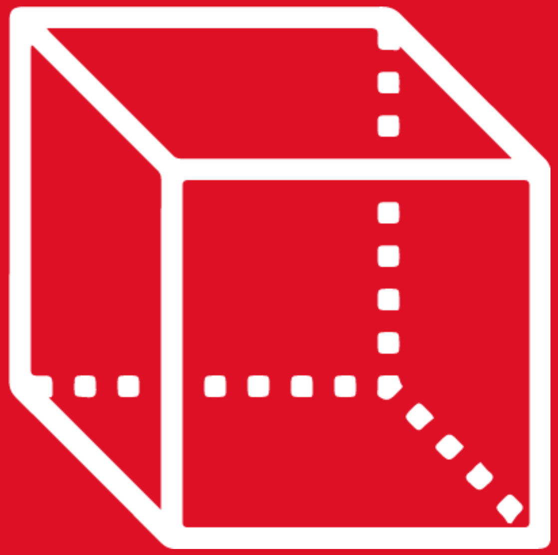
GEOMETRÍA

Capítulo 21
Ses I

3rd
SECONDARY

ÁREA DE REGIONES CÍRCULARES

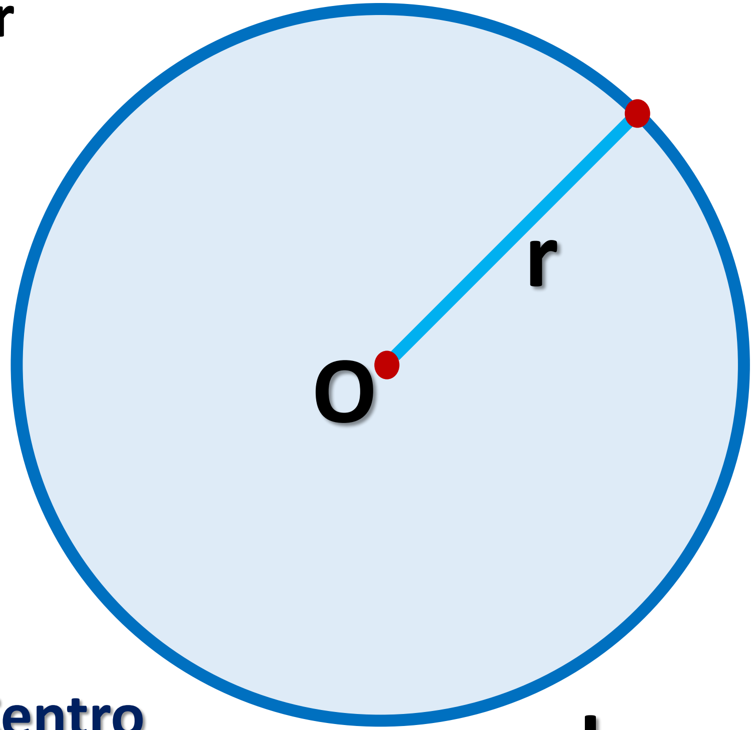


SACO OLIVEROS

Uno de los grandes inventos del hombre fue la rueda (la que denominamos círculo) cuya mayor aplicación era en el transporte; hoy en día se fabrican en serie, círculos que tienen infinitas aplicaciones y para generar dicha producción se diseñan moldes llamados matrices utilizando para ello las fórmulas de cálculo de áreas de círculo.

ÁREAS DE REGIONES CIRCULARES

Círculo.- Es la unión de la circunferencia y el interior



O : Centro

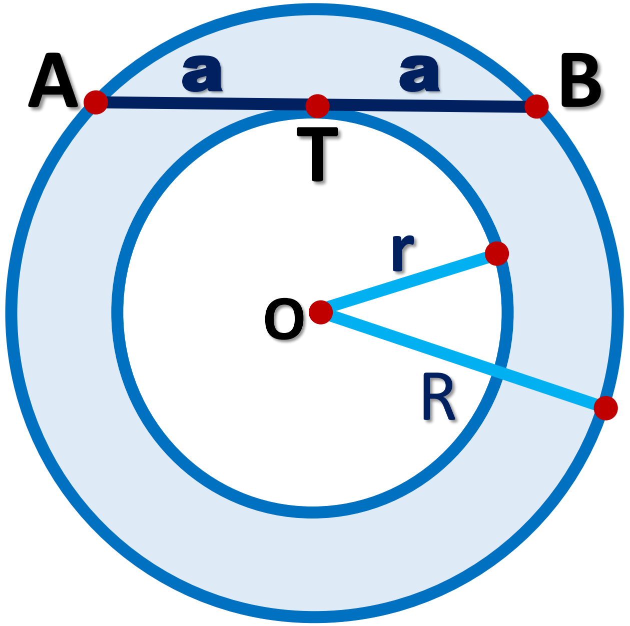
S : Área del círculo

$$S = \pi . r^2$$

L : longitud de la circunferencia

$$L = 2\pi . r$$

Corona circular.- Es la región comprendida entre dos circunferencias concéntricas.



O : Centro

S : Área de la corona circular

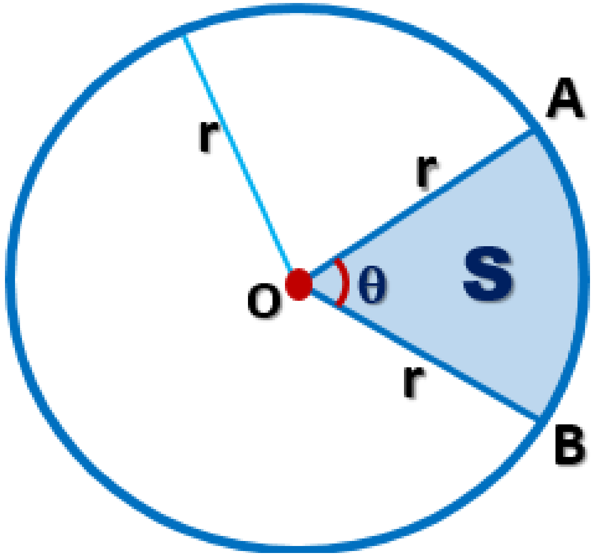
$$S = \pi(R^2 - r^2)$$

$$S = \pi . a^2$$

$$S = \frac{\pi(AB)^2}{4}$$

Sector circular

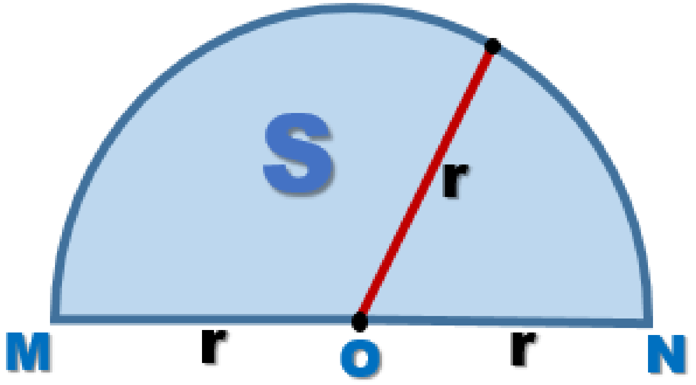
Es una parte del círculo limitada por dos radios y su arco correspondiente.



O : Centro

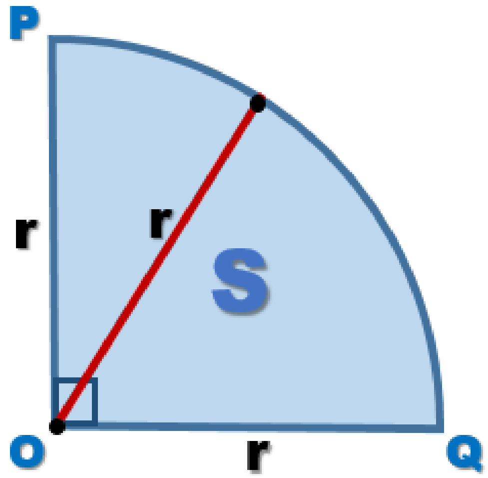
$$S = \frac{\theta}{360°}.\pi.r^2$$

Semicírculo



O : Centro

$$S = \frac{1}{2}.\pi r^2$$

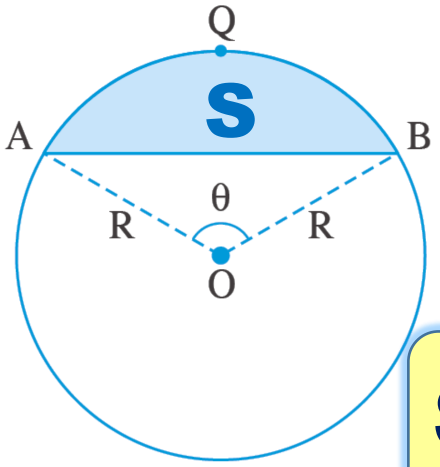


O : Centro

$$S = \frac{1}{4}.\pi r^2$$

Segmento circular

Es aquella porción de círculo determinada por una cuerda de dicho círculo.



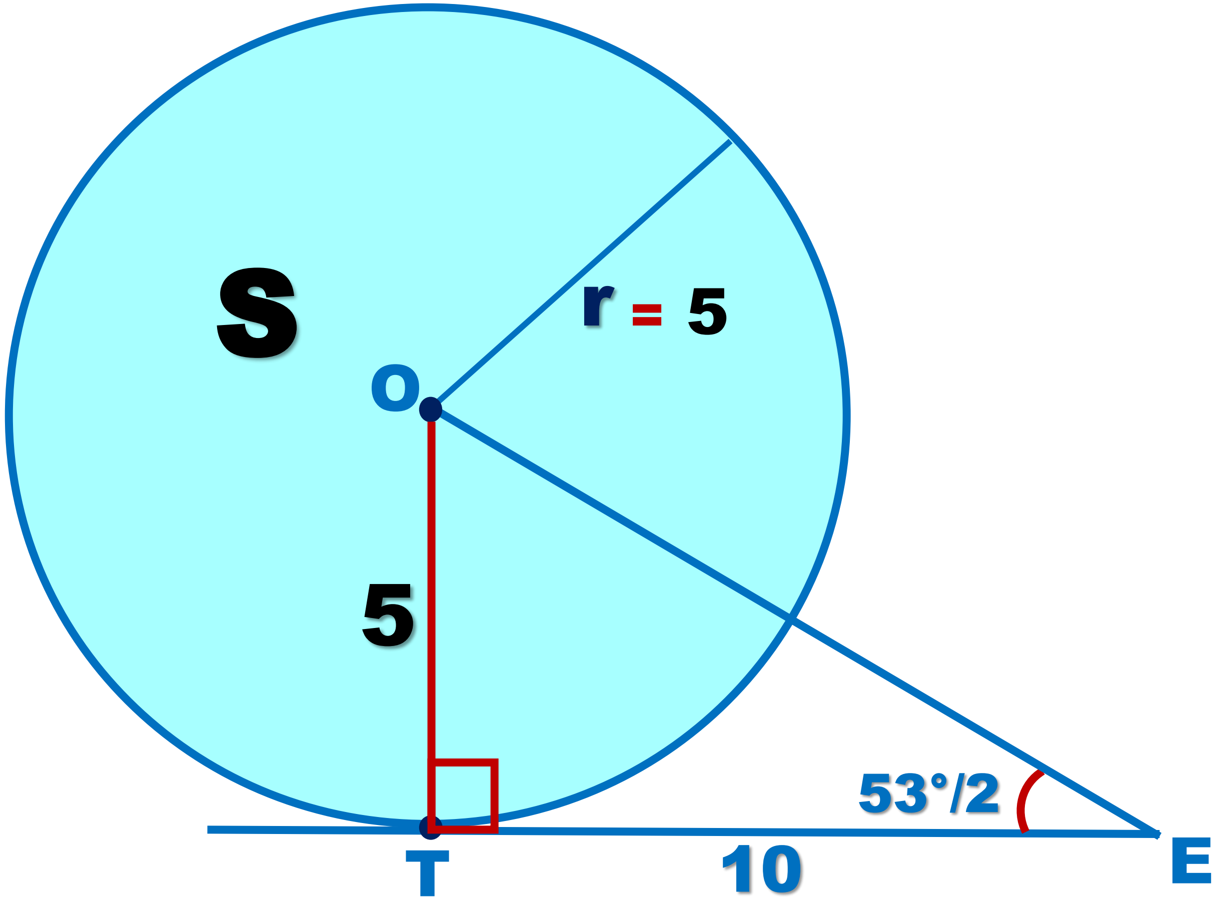
O : Centro

S : Área del segmento circular

$$S = \frac{\theta}{360°}.\pi.r^2 - \frac{1}{2}.R^2.\text{sen}\theta$$

PROBLEMA 1

Si O es centro y T es punto de tangencia, calcule el área del círculo.



Resolución

- Piden: **S**

$$S = \pi . r^2 \qquad \text{... (1)}$$

- Se traza $\overline{OT}$.
- Por teorema la m∡OTE = 90°
- ◺ OTE : Notable de 53°/2

$$r = 5 \qquad \text{... (2)}$$

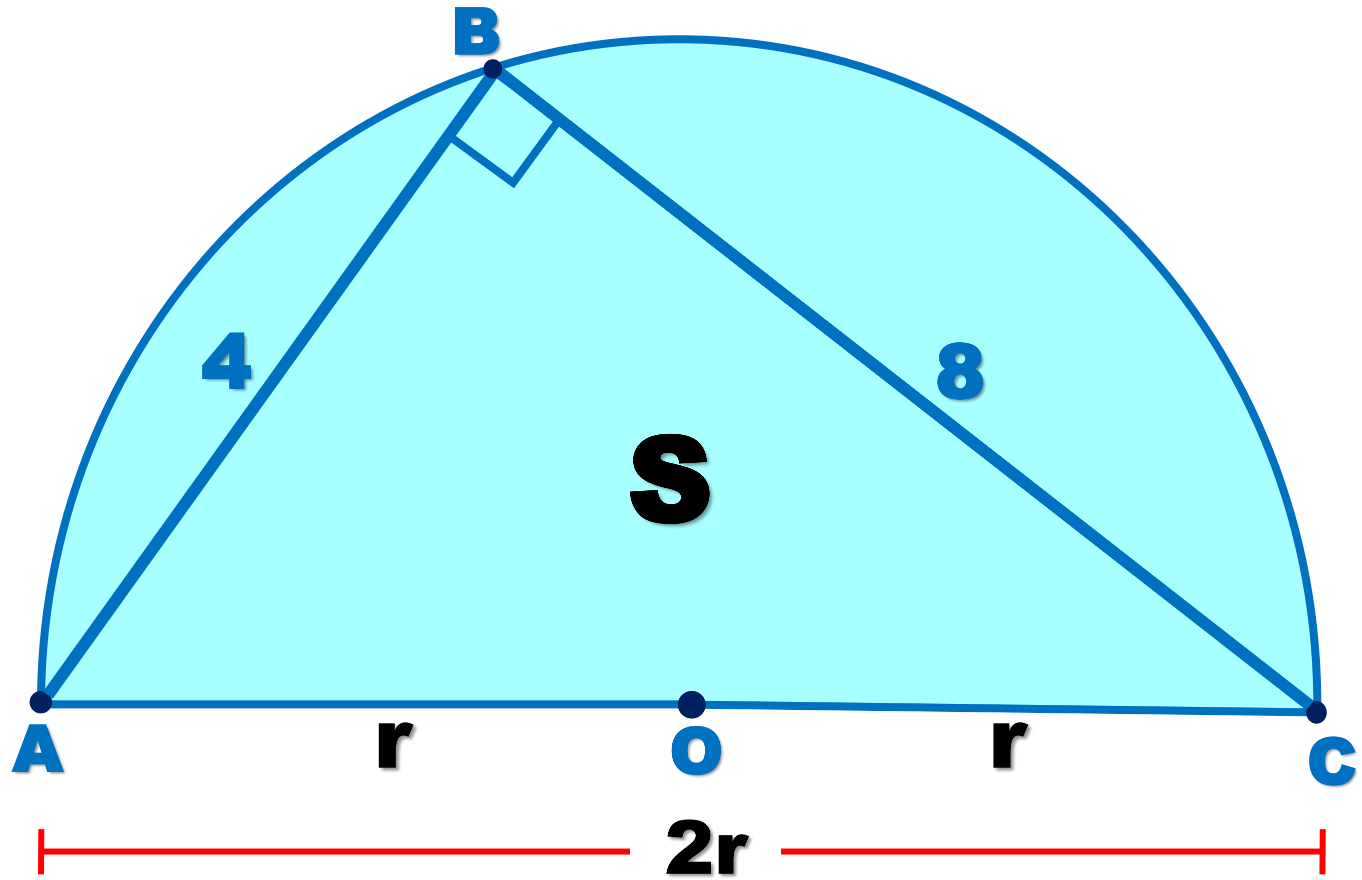
- Reemplazando 2 en 1.

$$S = \pi . 5^2$$

$$\boxed{S = 25\pi \ u^2}$$

PROBLEMA 2

Calcule el área de un semicírculo de diámetro $\overline{AC}$, B ∈ $\widehat{AC}$, AB = 4 m y BC = 8 m.



Resolución

- Piden: S

$$S = \frac{1}{2}\pi . r^2 \quad \dots (1)$$

- Por teorema la m∡ABC = 90°
- ⊿ABC : T. Pitágoras

$$(2r)^2 = 4^2 + 8^2$$
$$4r^2 = 80$$
$$r^2 = 20 \quad \dots (2)$$

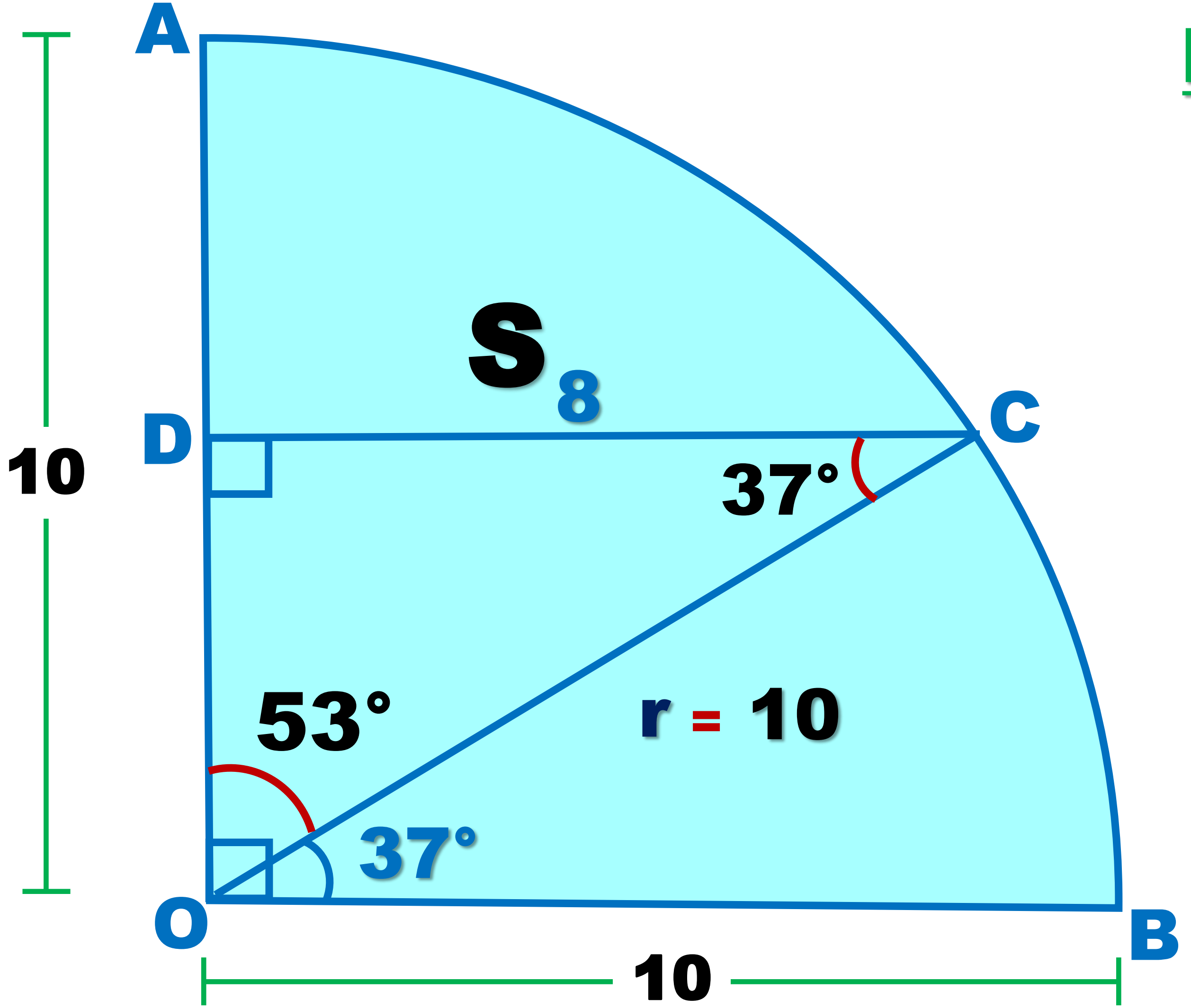
- Reemplazando 2 en 1.

$$S = \frac{1}{2}\pi . 20$$

$$\boxed{S = 10\pi\ m^2}$$

PROBLEMA 3

Si O es centro del cuadrante AOB, calcule el área de la región sombreada.



Resolución

- Piden: S

$$S = \frac{1}{4}\pi.r^2 \quad \text{... (1)}$$

- $\triangle$ ODC : Notable de 37° y 53 °

$$r = 10 \quad \text{... (2)}$$

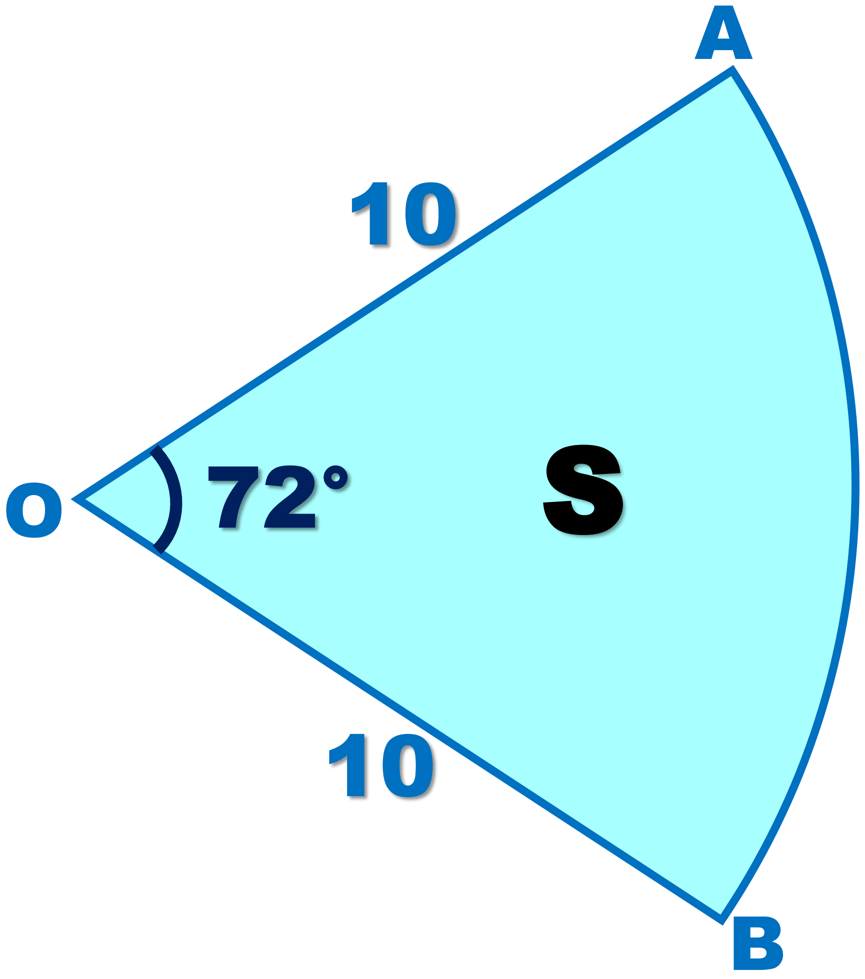
- Reemplazando 2 en 1.

$$S = \frac{1}{4}\pi.10^2$$

$$\boxed{S = 25\pi\ u^2}$$

PROBLEMA 4

Calcule el área de un sector circular cuyo ángulo central mide 72° y la longitud de su radio es 10 m.



Resolución

- Piden: S

$$S = \frac{\theta}{360°}.\pi.r^2$$

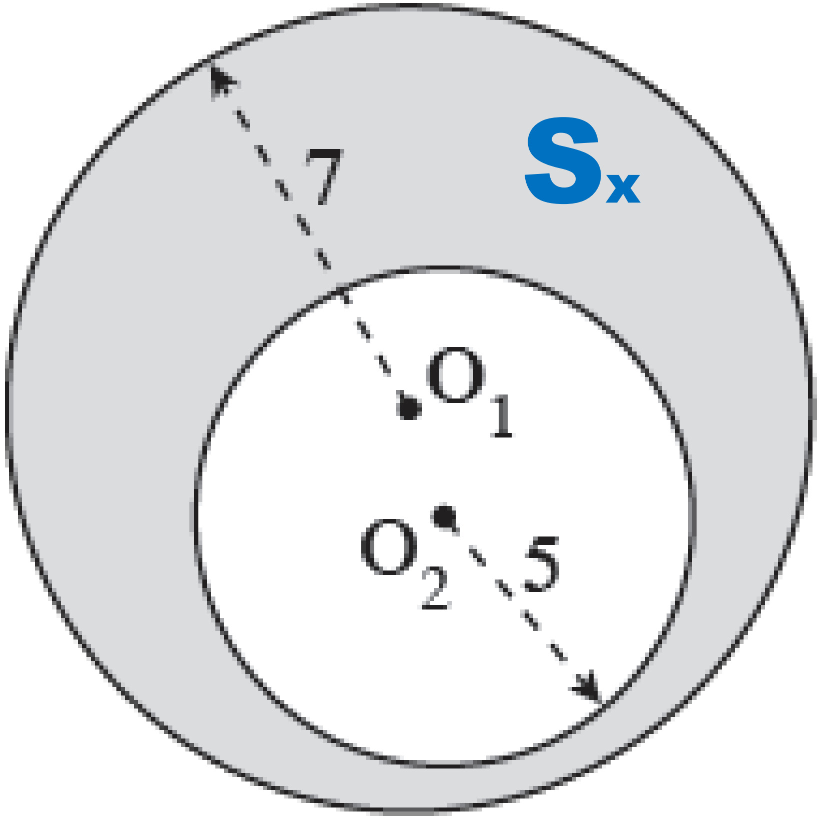
$$S = \frac{\overset{1}{\cancel{72°}}}{\underset{5}{\cancel{360°}}}\pi.10^2$$

$$S = \frac{1}{5}\pi.100$$

$$\boxed{S = 20\pi\ m^2}$$

PROBLEMA 5

Si O_1 y O_2 son centros, calcule el área de la región sombreada.



Resolución

- Piden: S_x
- $S_{(mayor)} = S_x + S_{(menor)}$
- Reemplazando

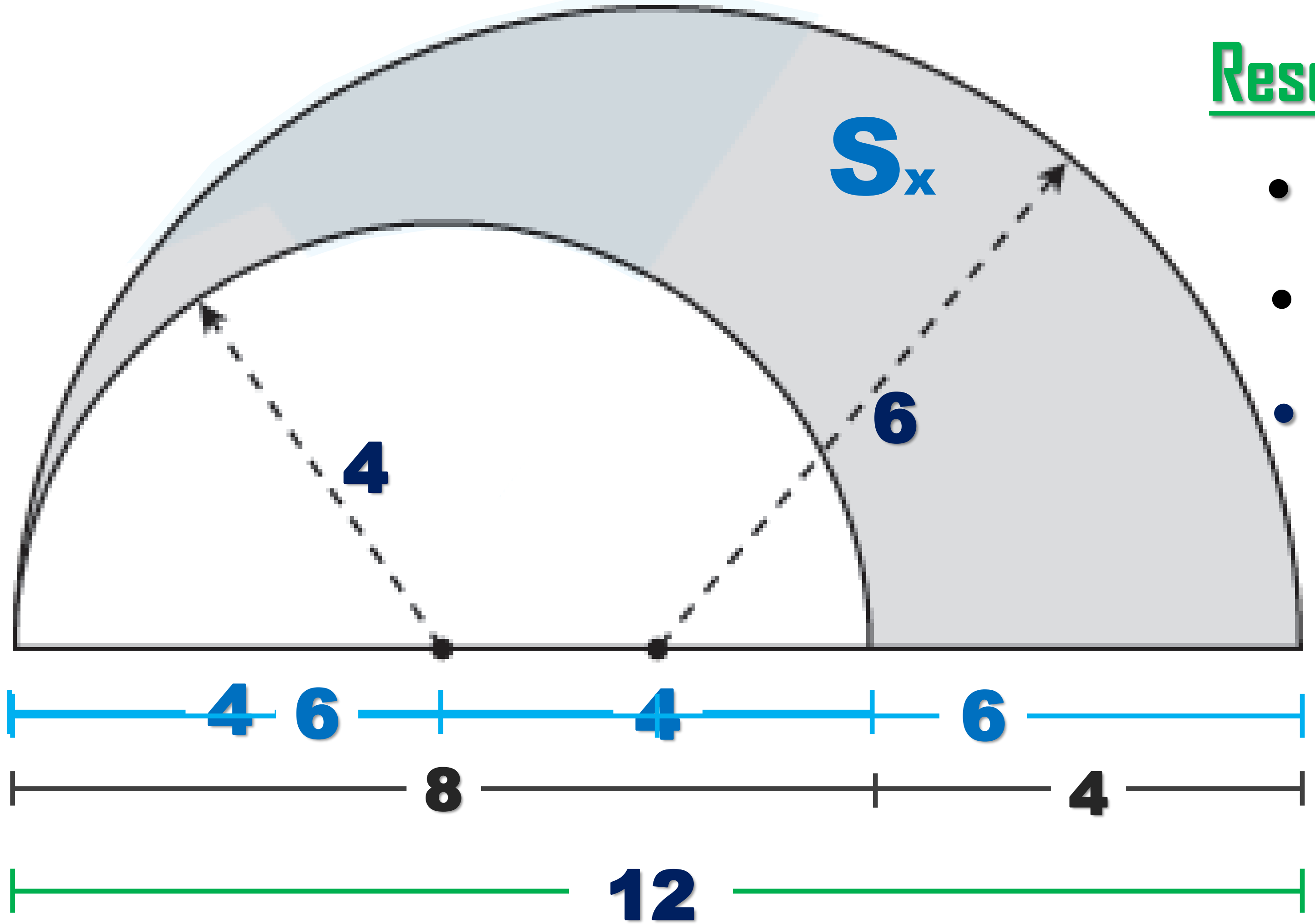
$$\pi(7)^2 = S_x + \pi(5)^2$$

$$49\pi = S_x + 25\pi$$

$$\boxed{24\pi\ u^2 = S_x}$$

PROBLEMA 6

En los semicírculos mostrados, calcule el área de la región sombreada.



Resolución

- Piden: S_x
- $S_{(mayor)} = S_x + S_{(menor)}$
- Reemplazando

$$\frac{1}{2}.\pi(6)^2 = S_x + \frac{1}{2}.\pi(4)^2$$

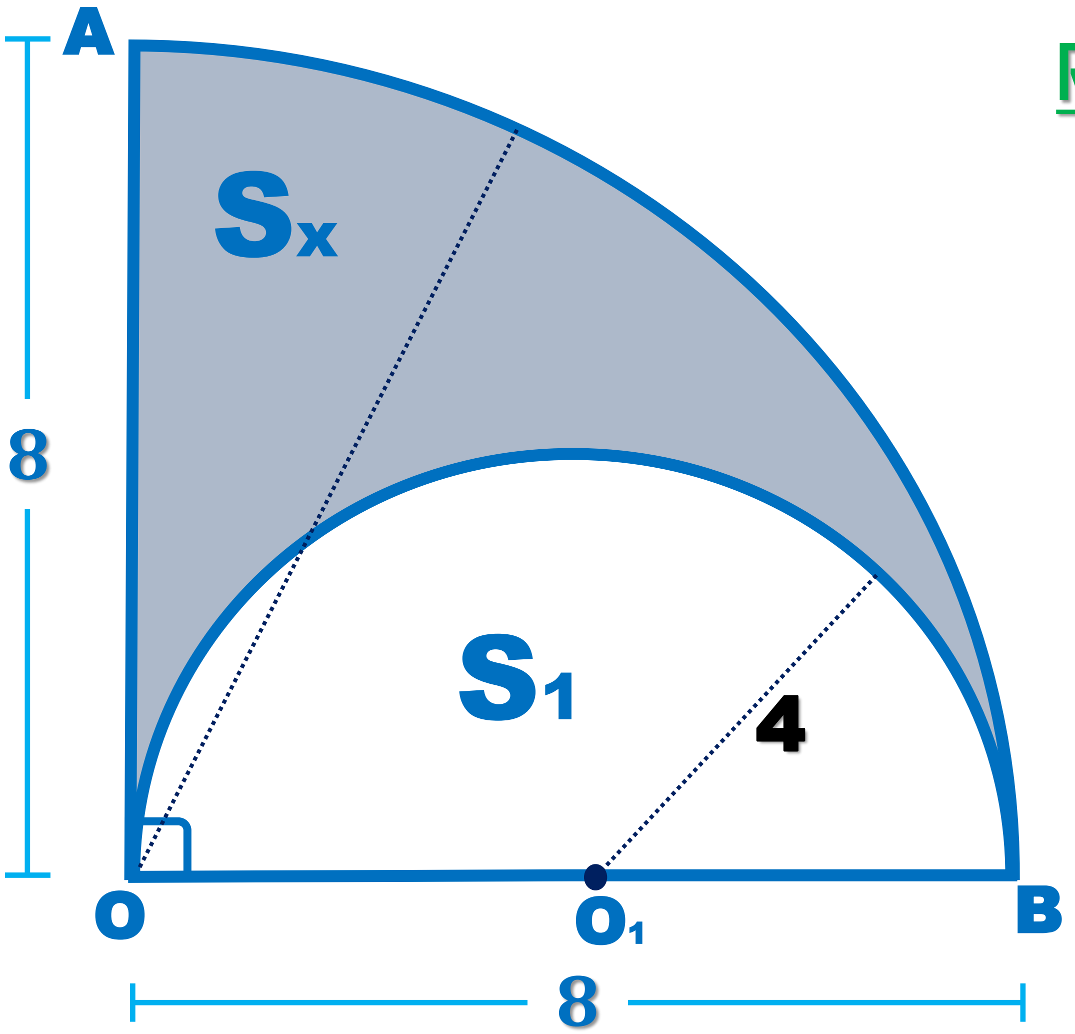
$$18\pi = S_x + 8\pi$$

$$\boxed{10\pi\ u^2 = S_x}$$

HELICO | PRACTICE

PROBLEMA 7

Se tiene un sector AOB de centro O, $m\widehat{AB} = 90°$, OA = 8 m, con diámetro $\overline{OB}$ se construye una semicircunferencia interiormente, calcule el área de la región exterior al semicírculo, interior al arco AB y limitado por $\overline{OA}$.



Resolución

- Piden: S_x
- $S_{(AOB)} = S_x + S_1$
- Reemplazando

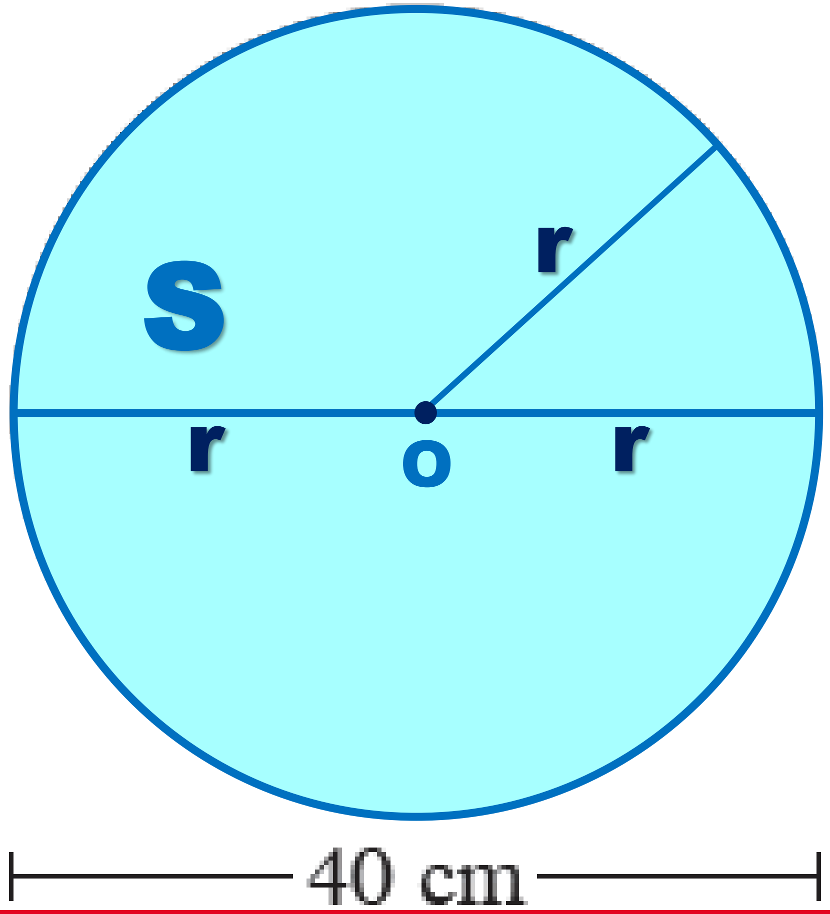
$$\frac{1}{4}.\pi(8)^2 = S_x + \frac{1}{2}.\pi(4)^2$$

$$16\pi = S_x + 8\pi$$

$$\boxed{8\pi\ m^2 = S_x}$$

PROBLEMA 8

Con una plancha metálica, José fabrica un letrero de forma circular para evitar que otros autos se estacionen en la puerta de su garaje. ¿Qué área tendrá dicho letrero?



Resolución

- Piden: **S**

$$S = \pi . r^2 \qquad \text{... (1)}$$

- Del gráfico:

$$2r = 40$$

$$r = 20 \qquad \text{... (2)}$$

- Reemplazando 2 en 1.

$$S = \pi . 20^2$$

$$\boxed{S = 400\pi \text{ cm}^2}$$