



ALGEBRA

Chapter 17

4th
SECONDARY

Desigualdades e
Inecuaciones de 1° Grado



 **SACO OLIVEROS**

HELICO

MOTIVATING



MOTIVATING STRATEGY

El costo de una licuadora OSTER cuesta $4T$ soles, donde T está dado por el producto de los valores enteros de resolver la siguiente inecuación:

$$1 \leq \frac{3x - 1}{2} \leq 7$$

¿Cuál es el costo de dicha LICUADORA?

RPTA: S/480

<https://www.youtube.com/watch?v=QQ4y0xKRK7I>

HELICO THEORY

CHAPTER
16

DESIGUALDADES E INECUACIONES

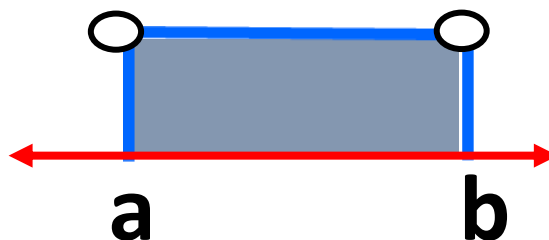


1) INTERVALOS

Éstos pueden ser : **Acotados** o **No Acotados**

INTERVALOS ACOTADOS :

Intervalos Abiertos



$$(a; b) = \{x \in \mathbb{R} / a < x < b\}$$

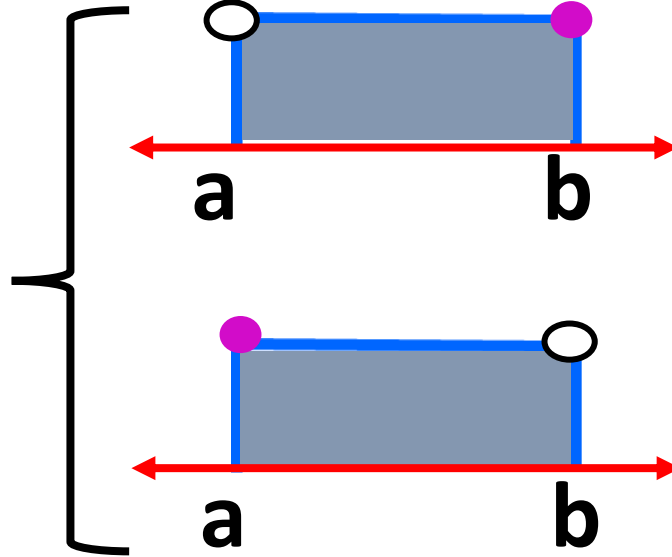
Intervalos Cerrados



$$[a; b] = \{x \in \mathbb{R} / a \leq x \leq b\}$$



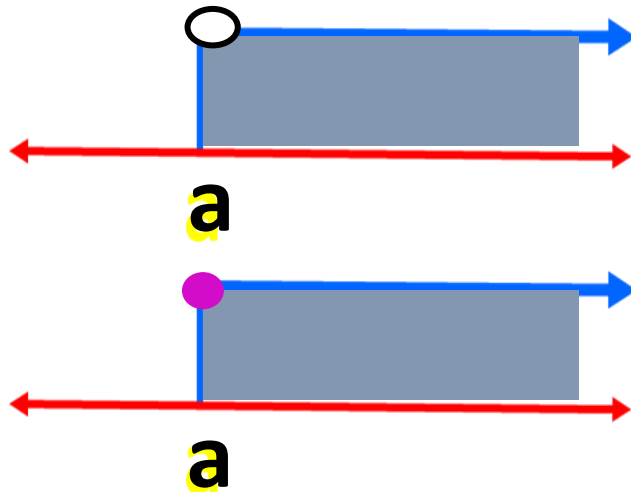
Intervalos Semiabiertos



$$(a; b] = \{x \in \mathbb{R} / a < x \leq b\}$$

$$[a; b) = \{x \in \mathbb{R} / a \leq x < b\}$$

INTERVALOS NO ACOTADOS :



$$(a; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} / x > a\}$$

$$[a; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} / x \geq a\}$$



$$(-\infty; a) = \{x \in \mathbb{R} / x < a\}$$



$$(-\infty; a] = \{x \in \mathbb{R} / x \leq a\}$$

2) PROPIEDADES DE DESIGUALDADES

$$\forall a, b \in \mathbb{R}, m > 0$$

$$\text{Si: } a > b \Rightarrow am > bm$$

$$\text{Si: } a > b \Rightarrow \frac{a}{m} > \frac{b}{m}$$

$$\forall a, b \in \mathbb{R}, m < 0$$

$$\text{Si: } a > b \Rightarrow am < bm$$

$$\text{Si: } a > b \Rightarrow \frac{a}{m} < \frac{b}{m}$$

Si **a** y **b** tienen el mismo signo, además:

$$a < x < b$$

$$\Rightarrow \frac{1}{b} < \frac{1}{x} < \frac{1}{a}$$



3) INECUACIONES DE PRIMER GRADO

Ejemplo explicativo

Resuelva:

$$\frac{x+2}{2} - \frac{2x-3}{4} < \frac{2x-1}{3} + \frac{3}{2}$$

Resolución $m.c.m (4-3-4) = 12$

$$\rightarrow 6(x+2) - 3(2x-3) < 4(2x-1) + 6(3)$$

$$\rightarrow \cancel{6x} + 12 - \cancel{6x} + 9 < 8x - 4 + 18$$

$$\rightarrow 21 < 8x + 14$$

$$\rightarrow 7 < 8x$$

$$\rightarrow \frac{7}{8} < x \quad \text{abierto}$$

$$\rightarrow C.S = < \frac{7}{8} ; +\infty >$$

HELICO PRACTICE

CHAPTER
01

**PROBLEMA 1**

Resuelva: $1 \leq \frac{3x+10}{7} < 2$

Resolución

➔ $1 \leq \frac{3x+10}{7} < 2$

➔ $7 \leq 3x+10 < 14$

➔ $-3 \leq 3x < 4$

➔ $-1 \leq x < 4/3$

$C.S = [-1; 4/3 >$

7

-10

÷ 3

**PROBLEMA 2** Calcule la variación de x en la inecuación:

$$\frac{3x - 1}{4} - \frac{x - 1}{3} \geq \frac{3}{4}$$

Resolución $m.c.m (4-3-4) = 12$

$$\Rightarrow 3(3x-1) - 4(x-1) \geq 3(3)$$

$$\Rightarrow 9x - 3 - 4x + 4 \geq 9$$

$$\Rightarrow 5x + 1 \geq 9$$

$$\Rightarrow 5x \geq 8$$

$$\Rightarrow x \geq \frac{8}{5} \quad \text{cerrado}$$

$$\Rightarrow C.S = \left[\frac{8}{5}; +\infty \right)$$

**PROBLEMA 3** Resuelva:

$$\frac{5x - 2}{3} - \frac{x - 8}{4} \leq \frac{x + 14}{2} - 2$$

Resolución $m.c.m (3-4-2) = 12$

$$\Rightarrow 4(5x-2) - 3(x-8) \leq 6(x+14) - 12(2)$$

$$\Rightarrow 20x - 8 - 3x + 24 \leq 6x + 84 - 24$$

$$\Rightarrow 17x + 16 \leq 6x + 60$$

$$\Rightarrow 11x \leq 44$$

$$\Rightarrow x \leq 4 \quad \text{cerrado}$$

$$\Rightarrow C.S = < -\infty; 4]$$



PROBLEMA 4 ¿Cuántas soluciones naturales admite?

$$\frac{2x+1}{5} + \frac{3x-2}{6} > \frac{2x+1}{2} + \frac{2}{3}$$

Resolución $m.c.m (5-6-2-3) = 30$

$$\Rightarrow 6(2x+1) + 5(3x-2) > 15(2x+1) + 10(2)$$

$$\Rightarrow 12x + 6 + 15x - 10 > 30x + 15 + 20$$

$$\Rightarrow 27x - 4 > 30x + 35$$

$$\Rightarrow -39 > 3x \Rightarrow -13 > x \Rightarrow C.S = < -\infty; -13 >$$

NO ADMITE SOLUCIONES NATURALES

PROBLEMA 5 Resuelva:

$$6(x^2 + 1) < 3(5x + 21) + (2x - 4)(3x + 2)$$

Resolución

$$\rightarrow 6(x^2 + 1) < 3(5x + 21) + (2x - 4)(3x + 2)$$

$$\rightarrow 6x^2 + 6 < \underline{15x} + 63 + \underline{6x^2} + \underline{4x} - \underline{12x} - 8$$

$$\rightarrow \cancel{6x^2} + 6 < \cancel{6x^2} + 7x + 55$$

$$\rightarrow -49 < 7x$$

Abierto

$$\rightarrow -7 < x \rightarrow C.S = < -7; +\infty >$$

PROBLEMA 6 La edad en años de Andrea y Mariel está determinada, respectivamente, por el mayor y menor valor entero del conjunto solución de:

$$\frac{3x - 1}{5} < \frac{2x - 1}{3} \leq \frac{x + 3}{2}$$

Calcule la suma de sus edades

Resolución

$$\Rightarrow \frac{3x-1}{5} < \frac{2x-1}{3} \leq \frac{x+3}{2}$$

De (1):

$$\Rightarrow \frac{3x-1}{5} < \frac{2x-1}{3}$$

$$\Rightarrow 3(3x-1) < 5(2x-1)$$

$$\Rightarrow 9x-3 < 10x-5 \Rightarrow 2 < x \dots \dots (\alpha)$$

De (2):

$$\Rightarrow \frac{2x-1}{3} \leq \frac{x+3}{2}$$

$$\Rightarrow 2(2x-1) \leq 3(x+3)$$

$$\Rightarrow 4x-2 \leq 3x+9 \Rightarrow x \leq 11 \dots (\beta)$$

De (α) y (β): $2 < x \leq 11 \Rightarrow C.S =]2; 11]$

$$x \in \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$$

menor valor: (3) y mayor valor (11)

Rpta: la suma = 14

PROBLEMA 7 Indique la suma de las dos mayores soluciones enteras negativas de:

$$\frac{2x - 1}{5} + \frac{x - 2}{4} > \frac{2 + 3x}{2} - \frac{4 + 2x}{3}$$

Resolución $m.c.m(2,3,4,5) = 60$

$$\rightarrow 12(2x-1) + 15(x-2) > 30(2+3x) - 20(4+2x)$$

$$\rightarrow \underline{24x} - 12 + \underline{15x} - 30 > 60 + \underline{90x} - 80 - \underline{40x}$$

$$\rightarrow 39x - 42 > -20 + 50x$$

$$\rightarrow -22 > 11x$$

$$\rightarrow -2 > x \quad \rightarrow C.S = < -\infty; -2 >$$

$$x \in \{-3, -4, -5, \dots, -\infty\}$$

suma de las dos mayores soluciones:

$$(-3) + (-4) = -7$$

Rpta_: -7

PROBLEMA 8 Si $(3x-2) \in \langle 1;4 \rangle$ Indique el intervalo al que pertenece:

$$\left(\frac{-1}{2x-3}\right)$$

Resolución

$$\Rightarrow 1 < 3x - 2 < 4$$

$$+2$$

$$\Rightarrow 3 < 3x < 6$$

$$\div 3$$

$$\Rightarrow 1 < x < 2$$

$$\times 2$$

$$\Rightarrow 2 < 2x < 4$$

$$\Rightarrow 2 < 2x < 4$$

$$-3$$

$$\Rightarrow -1 < 2x - 3 < 1$$

se invierte

$$\Rightarrow -1 < \frac{1}{2x-3} < 1$$

$$\times (-1)$$

$$\Rightarrow -1 < \left(\frac{-1}{2x-3}\right) < 1$$

$$\Rightarrow \left(\frac{-1}{2x-3}\right) \in \langle -1; 1 \rangle$$



PROBLEMA 1

Resolución

$$\frac{3x + 10}{x + 7} = 3 - \frac{11}{x + 7}$$

$$\rightarrow 1 \leq 3 - \frac{11}{x + 7} < 2$$

$$\rightarrow -2 \leq -\frac{11}{x + 7} < -1$$

$$\rightarrow 1 \leq \frac{11}{x + 7} < 2$$

-3

x(-1)

Luego invertimos:

$$\rightarrow \frac{1}{2} \leq \frac{x + 7}{11} < 1$$

$$\rightarrow \frac{11}{2} \leq x + 7 < 11$$

x(11)

-7

$$-\frac{3}{2} \leq x < 4$$

$$C.S = \left[-\frac{3}{2}; 4\right)$$

PROBLEMA 2

Resolución m.c.m (4-3-4) = 12

$$\rightarrow 3(3x-1) - 4(x-1) \geq 3(3)$$

$$\rightarrow 9x - 3 - 4x + 4 \geq 9$$

$$\rightarrow 5x + 1 \geq 9$$

$$\rightarrow 5x \geq 8$$

$$\rightarrow x \geq \frac{8}{5} \quad \text{cerrado}$$

$$\rightarrow C.S = \left[\frac{8}{5}; +\infty\right)$$

PROBLEMA 3

Resolución $m.c.m (3-4-2) = 12$

$$\rightarrow 4(5x-2) - 3(x-8) \leq 6(x+14) - 12(2)$$

$$\rightarrow 20x - 8 - 3x + 24 \leq 6x + 84 - 24$$

$$\rightarrow 17x + 16 \leq 6x + 60$$

$$\rightarrow 11x \leq 44$$

$$\rightarrow x \leq 4 \quad \text{cerrado}$$

$$\rightarrow C.S = < -\infty; 4]$$

PROBLEMA 4

Resolución $m.c.m (5-6-2-3) = 30$

$$\rightarrow 6(2x+1) + 5(3x-2) > 15(2x+1) + 10(2)$$

$$\rightarrow 12x + 6 + 15x - 10 > 30x + 15 + 20$$

$$\rightarrow 27x - 4 > 30x + 35$$

$$\rightarrow -39 > 3x \rightarrow -13 > x \rightarrow C.S = < -\infty; -13 >$$

NO ADMITE SOLUCIONES NATURALES