MATHEMATICAL REASONING

Chapter 21

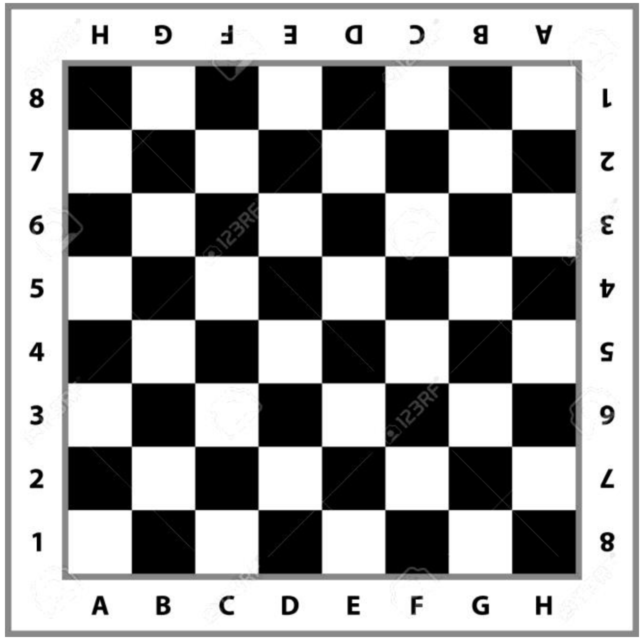
4th
SECONDARY

ANALISIS COMBINATORIO II

SACO OLIVEROS

❑ !RETO!

Si colocas los dos reyes del juego de ajedrez sobre dos casilleros blancos y diferentes del tablero de ajedrez, ¿cuántas posiciones distintas podrían asumir los mismos?



REY BLANCO Y **REY NEGRO**

$$32 \times 31$$

Solo se ubicarán en casilleros blancos distintos (32 en total).

$$\therefore N° \; de \; posiciones \; diferentes = \underline{\underline{992}}$$

ANÁLISIS COMBINATORIO II

COMBINACIONES

DESARROLLO SIMPLIFICADO (FORMA PRÁCTICA)

$$C_k^n = \frac{\overbrace{n \times (n-1) \times (n-2) \times \cdots}^{k\ factores}}{k!}$$

Ejemplo 1:

$$C_3^8 = \frac{8 \times 7 \times \cancel{6}}{\cancel{3} \times \cancel{2} \times 1} = 56$$

Ejemplo 2:

$$C_3^9 = \frac{\overset{3}{\cancel{9}} \times \overset{4}{\cancel{8}} \times 7}{\underset{1}{\cancel{3}} \times \underset{1}{\cancel{2}} \times 1} = 84$$

Ejemplo 3:

$$C_2^{20} = \frac{\overset{10}{\cancel{20}} \times 19}{\underset{1}{\cancel{2}} \times 1} = 190$$

ANÁLISIS COMBINATORIO II

COMBINACIONES

PROPIEDADES

$$C_0^n + C_1^n + C_2^n + \cdots + C_n^n = 2^n$$

$$C_0^n = 1 \qquad C_1^n = n \qquad C_n^n = 1$$

NÚMEROS COMBINATORIOS COMPLEMENTARIOS:

$$C_k^n = C_{n-k}^n$$

Ejemplos:

$$C_5^8 = C_3^8$$

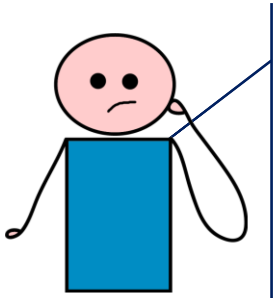
$$C_{17}^{20} = C_3^{20}$$

ANÁLISIS COMBINATORIO II

Problemitas:

Ejemplo 1:

¿Cuántos partidos de fútbol se juegan en total en un campeonato en el que participan 20 equipos, jugando todos contra todos a una sola rueda?



Para que se juegue un partido de fútbol se necesitan dos equipos, entonces, se tiene que elegir grupos conformados por 2 equipos

Resolución:

$$C_2^{20} = \frac{20!}{2! \times (20-2)!}$$

$$C_2^{20} = \frac{\overset{10}{\cancel{20}} \times 19 \times \cancel{18!}}{\underset{1}{\cancel{2}} \times \cancel{18!}}$$

$$C_2^{20} = 190$$

Forma práctica:

$$C_2^{20} = \frac{20 \times 19}{2 \times 1}$$

$$C_2^{20} = 190$$

190

ANÁLISIS COMBINATORIO II

Ejemplo 2:

Un equipo de élite debe formarse con 2 comandos del ejército y 3 de la fuerza aérea. Si son elegibles 5 comandos del ejército y 6 de la fuerza aérea ¿Cuántos equipos de élite distintos se podrá formar?

Resolución:

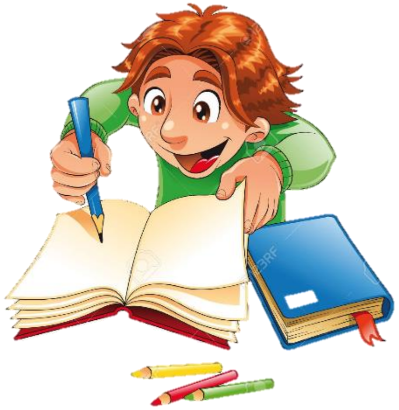
Son elegibles: 5 6

EQUIPO DE ÉLITE

$$N°de\ equipos = C_2^5 \times C_3^6$$

$$N°de\ equipos = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} \times \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1}$$

$$\therefore\ N°de\ equipos = 10 \times 20 = \underline{\underline{200}}$$



RESOLUCIÓN DE LA PRÁCTICA

PROBLEMA 1

Un estudiante debe responder como mínimo 5 preguntas de una examen de 8 preguntas. ¿De cuántas formas posibles puede el estudiante elegir las 5 preguntas a responder?

RECORDEMOS:

$$C_k^n = \frac{n!}{k!\cdot(n-k)!}$$

Resolución:

Debe elegir 5 preguntas de 8, aquí no interesa el orden de las preguntas, se trata de una combinación.

n = 8 k = 5

$$C_5^8 = \frac{8!}{5!\times(8-5)!}$$

$$C_5^8 = \frac{8\times 7\times \cancel{6}^{1}\times \cancel{5!}}{\cancel{5!}\times \cancel{3!}_{1}}$$

$$C_5^8 = 56$$

Forma práctica:

$$C_5^8 = C_3^8$$

$$C_3^8 = \frac{8\times 7\times 6}{3\times 2\times 1} = 56$$

RECORDEMOS:

$$C_k^n = C_{n-k}^n$$

$\therefore$ 56

PROBLEMA 2

Santiago sale hoy de compras a Gamarra a comprarse 3 polos. Si al entrar a una tienda la vendedora le ofrece 6 diferentes polos. ¿De cuántas formar diferentes podrá escoger sus 3 polos que va a comprar?

Resolución:

Debe escoger 3 polos de 6, no interesa el orden para escoger los polos, se trata de una combinación.

n = 6 k = 3

RECORDEMOS:

$$C_k^n = \frac{n!}{k!\cdot(n-k)!}$$

$$C_3^6 = \frac{6!}{3!\times(6-3)!}$$

$$C_3^6 = \frac{720}{3!\times 3!} \qquad C_3^6 = \frac{720}{36} \longrightarrow C_3^6 = 20$$

Forma práctica:

$$C_3^6 = \frac{6\times 5\times 4}{3\times 2\times 1}$$

$$C_3^6 = 20$$

$\therefore$ 20

PROBLEMA 3

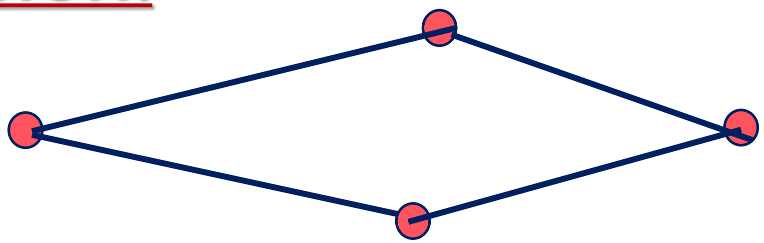
Rosita está resolviendo su tarea semanal y tiene mucha dificultad con este problema: Se tienen 8 puntos en un plano y no son colineales. ¿Cuántos cuadriláteros se podrán formar con estos 8 puntos

RECORDEMOS:

Para formar un cuadrilátero se necesitan unir 4 puntos no colineales y no importa el orden.

Resolución:

n = 8



k = 4

$$C_4^8 = \frac{8!}{4! \times (8-4)!}$$

$$C_4^8 = \frac{\overset{2}{\cancel{8}} \times \quad \times \overset{1}{\cancel{\ }} \times \quad \times \cancel{\ }!}{\underset{1}{\cancel{\cancel{24}}_{4}} \times \cancel{\ }!} \longrightarrow C_4^8 = 70$$

Forma práctica:

$$C_4^8 = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{4 \times 3 \times 2 \times 1}$$

$$C_4^8 = 70$$

$\therefore$ 70

PROBLEMA 4

¿Cuántos grupos diferentes de 8 elementos se podrán formar con 10 elementos?

Resolución:

No interesa el orden en que se forman los grupos, se trata de una combinación.

TOTAL:

10 elementos

n = 10

Los grupos deben ser de 8 elementos k = 8

$$C_8^{10} = C_2^{10}$$

RECORDEMOS:

$$\boxed{C_k^n = C_{n-k}^n}$$

Utilizando la forma práctica:

$$C_2^{10} = \frac{10 \times 9}{2 \times 1}$$

$$C_2^{10} = \frac{90}{2}$$

$\therefore$ 45

PROBLEMA 5

Fredy va al mercado y compra 5 frutas diferentes

a) ¿Cuántos jugos surtidos de 2 frutas podrá comprar?

b) ¿Cuántos jugos surtidos podrá preparar?

Resolución:

a) De las 5 frutas se escogen 2 frutas

n = 5
k = 2

$$C_2^5 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1}$$

$$C_2^5 = 10$$

b) Para preparar un jugo surtido se necesita mínimo 2 frutas

$$N°de\ jugos\ surtidos = C_2^5 + C_3^5 + C_4^5 + C_5^5$$

$$N°de\ jugos\ surtidos = 10 + 10 + 5 + 1$$

$$N°de\ jugos\ surtidos = 26$$

$\therefore$ 26

PROBLEMA 6

Tengo un grupo de estudiantes formado por 5 hombres y 4 mujeres. ¿De cuántas formas distintas se podrá seleccionar un grupo mixto de 6 personas integrado por 4 hombres y 2 mujeres?

Resolución:

Se debe seleccionar un grupo mixto de 6 personas integrado por 4 hombres y 2 mujeres.

Hombres (5) **Mujeres (4)**

$$C_4^5 \times C_2^4$$

$$C_1^5 \times C_2^4$$

$$5 \times \frac{4 \times 3}{2 \times 1}$$

$$5 \times 6$$

$$N°de\ formas = 30$$

RECORDEMOS:

$$\boxed{C_4^5 = C_1^5}$$

$$\therefore \underline{\underline{30}}$$

PROBLEMA 7

Víctor observa por la ventana de un salón que 6 personas reunidas se saludan cordialmente estrechándose las manos. ¿Cuántos apretones de mano Víctor pudo contar?

TOTAL: 6 personas:

Resolución:

El saludo cordial de estrecharse las manos se realiza entre dos personas.

$n = 6$
$k = 2$

Por lo tanto:

$$C_2^6 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1}$$

$$C_2^6 = \frac{30}{2} \longrightarrow C_2^6 = 15$$

$\therefore$ 15

PROBLEMA 8

Javier compra en una ferretería 7 clavos de los cuales 3 no tenían punta o estaban defectuosos. Si al momento de estar fabricando una ventana de madera le pide a su esposa que le alcance 4 clavos. ¿Cuántos casos hay que sean posibles de que al coger 4 clavos la esposa, 2 sean buenos y 2 sean defectuosos?

Resolución:

Del problema se asume que 4 clavos son buenos y 3 defectuosos. .

Buenos (4) **Defectuosos (3)**

$$C_2^4 \times C_2^3$$

$$\frac{4 \times 3}{2 \times 1} \times C_1^3$$

$$6 \times 3$$

$$N°de\ casos = 18$$

DEL DATO:

Piden que al coger 4 clavos 2 sean buenos y 2 sean defectuosos

$\therefore$ $\underline{\underline{18}}$