ALGEBRA

Chapter 8

5th of

SECONDARY

RADICACIÓN

SACO OLIVEROS

Helicomotivación

La raíz cuadrada de 2 es un número racional?

Mi calculadora dice que la raíz cuadrada de 2 es 1,4142135623730950488016887242097, ¡pero eso no es todo! de hecho sigue indefinidamente, sin que los números se repitan. No se puede escribir una fracción que sea igual a la raíz cuadrada de 2. Así que la raíz de 2 es un número irracional. Muchas raíces cuadradas, cúbicas, etc. también son números irracionales.

Ejemplos:

$\sqrt{3}$=1,7320508075688772935274463415059 (etc.)...

$\sqrt{99}$=9,9498743710661995473447982100121 (etc.)...

pero $\sqrt{4}$= 2 *y* $\sqrt[3]{27}$= 3, *así que no todas las raíces son irracionales.*

Helico Theory

I) Simplificación de radicales

$\sqrt{27} = 3\sqrt{3}$ $\sqrt{98} = 7\sqrt{2}$ $\sqrt{200} = 10\sqrt{2}$

Recuerda

Radicales dobles a simples

$$\sqrt{x+y \pm 2\sqrt{xy}} = \sqrt{x} \pm \sqrt{y}\,;\ x > y$$

II) RADICALES DOBLES

$$\sqrt{10+2\sqrt{21}} = \sqrt{7} + \sqrt{3}$$

$7+3 = 10$
$7(3) = 21$

$$\sqrt{5-2\sqrt{6}} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

$3+2 = 5$
$3(2) = 6$

III) RACIONALIZACIÓN

PRIMER CASO

multiplicando por el factor racionalizante

$$\frac{10}{\sqrt{5}} = \quad \frac{10}{\sqrt{5}}\left(\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}\right) = \frac{10\sqrt{5}}{5} = 2\sqrt{5}$$

$$\frac{5}{\sqrt{7}} = \quad \frac{5}{\sqrt{7}}\left(\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}}\right) = \frac{5\sqrt{7}}{7}$$

SEGUNDO CASO

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

Multiplicando por el factor racionalizante y luego diferencia de cuadrados

$$\frac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}=\frac{3}{(\sqrt{5}+\sqrt{2})}\left(\frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}\right)=\frac{3(\sqrt{5}-\sqrt{2})}{5-2}=(\sqrt{5}-\sqrt{2})$$

$$\frac{7}{3-\sqrt{2}}=\frac{7}{(3-\sqrt{2})}\left(\frac{3+\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}}\right)=\frac{7(3+\sqrt{2})}{9-2}=(3+\sqrt{2})$$

Helico Practice

Simplifique: $\dfrac{3\sqrt{8}+5\sqrt{32}+\sqrt{128}}{\sqrt{50}-\sqrt{18}}$

Resolución

Transformando a radicales semejantes

$$\frac{3(2\sqrt{2})+5(4\sqrt{2})+8\sqrt{2}}{5\sqrt{2}-3\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}+20\sqrt{2}+8\sqrt{2}}{5\sqrt{2}-3\sqrt{2}}$$

$$\frac{34\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} \longrightarrow \therefore \boxed{17}$$

PROBLEMA 2

Reduzca: $K=\sqrt{12+2\sqrt{27}}+\sqrt{7-2\sqrt{12}}$

Resolución

$$K=\sqrt{12+2\sqrt{27}}\quad+\quad\sqrt{7-2\sqrt{12}}$$

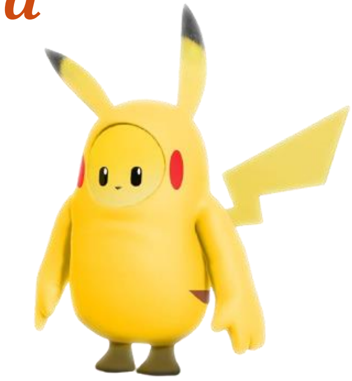
Aplicando el método práctico

$$\boxed{\begin{array}{ll} 9+3= & 12 \\ 9(3)= & 27 \end{array}}\qquad\boxed{\begin{array}{ll} 4+3= & 7 \\ 4(3)= & 12 \end{array}}$$

Radicales dobles a simples

$$\sqrt{x+y\pm2\sqrt{xy}}=\sqrt{x}\pm\sqrt{y}\,;\,x>y$$

Recuerda



$$K=\sqrt{9}+\cancel{\sqrt{3}}+\sqrt{4}-\cancel{\sqrt{3}}$$

$$K=3+2$$

$$\therefore\ \boxed{K=5}$$

PROBLEMA 3

Halle el valor de:

$$T=\sqrt{9+\sqrt{80}}+\sqrt{7-\sqrt{48}}-\sqrt{8-\sqrt{60}}$$

Resolución

$$T=\sqrt{9+\sqrt{4.20}}+\sqrt{7-\sqrt{4.12}}-\sqrt{8-\sqrt{4.15}}$$

Aplicando el método práctico

$$T=\sqrt{(5+4)\;+2\sqrt{5.4}}+\sqrt{(4+3)-2\sqrt{4.3}}-\sqrt{(5+3)-2\sqrt{5.3}}$$

$$T=\cancel{\sqrt{5}}+\sqrt{4}+\;\sqrt{4}-\cancel{\sqrt{3}}-(\cancel{\sqrt{5}}-\cancel{\sqrt{3}})$$

$$\therefore\ \boxed{T=4}$$

Radicales dobles a simples

$$\sqrt{x+y\;\pm 2\sqrt{xy}}=\sqrt{x}\pm\sqrt{y}\;;x>y$$

Recuerda

PROBLEMA 4

Efectúe $\quad T = \dfrac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} + \dfrac{3}{\sqrt{3}} - \dfrac{5}{\sqrt{5}}$

Resolución

multiplicando por el factor racionalizante

$$K = \frac{2}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})}\frac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})} + \frac{3}{\sqrt{3}}\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} - \frac{5}{\sqrt{5}}\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$$

$$K = \frac{\cancel{2}(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{\cancel{\sqrt{5}^2-\sqrt{3}^2}} + \frac{\cancel{3}\sqrt{3}}{\cancel{3}} - \frac{\cancel{5}\sqrt{5}}{\cancel{5}}$$

$$K = \sqrt{5}-\sqrt{3}+\sqrt{3}-\sqrt{5}$$

$\therefore \quad \boxed{K = 0}$

PROBLEMA 5

Calcule el valor de $M = \dfrac{22}{2\sqrt{3}+1} - \dfrac{4}{2-\sqrt{3}}$

Resolución

$$\boxed{(a+b)(a-b) = a^2 - b^2}$$

Multiplicando por el factor racionalizante luego diferencia de cuadrados

$$M = \frac{22}{(2\sqrt{3}+1)}\frac{(2\sqrt{3}-1)}{(2\sqrt{3}-1)} - \frac{4}{(2-\sqrt{3})}\frac{(2+\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})}$$

$$M = \frac{22(2\sqrt{3}-1)}{12-1} - \frac{4(2+\sqrt{3})}{4-3}$$

$$M = 2(2\sqrt{3}-1) - 4(2+\sqrt{3})$$

$$M = \cancel{4\sqrt{3}} - 2 - 8 - \cancel{4\sqrt{3}}$$

$$\therefore \boxed{M = -10}$$

PROBLEMA 6

Calcule A+B , si: $\dfrac{2}{\sqrt{4-2\sqrt{3}}}+\dfrac{5}{\sqrt{7+2\sqrt{6}}}=\sqrt{A}+\sqrt{B}$

Resolución

Recuerda

Radicales dobles a simples

$\sqrt{x+y\pm 2\sqrt{xy}}=\sqrt{x}\pm\sqrt{y}\,;\,x>y$

Aplicando el método práctico

$$\frac{2}{\sqrt{(3+1)-2\sqrt{3.1}}}+\frac{5}{\sqrt{(6+1)+2\sqrt{6.1}}}=\frac{2}{\sqrt{3}-1}+\frac{5}{\sqrt{6}+1}$$

$$\frac{2}{(\sqrt{3}-1)}\frac{(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}+1)}+\frac{5}{\sqrt{6}+1}\frac{(\sqrt{6}-1)}{(\sqrt{6}-1)}=\frac{2(\sqrt{3}+1)}{3-1}+\frac{5(\sqrt{6}-1)}{6-1}=\sqrt{3}+1+\sqrt{6}-1$$

$$\sqrt{3}+\sqrt{6}=\sqrt{A}+\sqrt{B}$$

Identificando

A=3 y B=6

∴ **A+B =9**

PROBLEMA 7

Un padre le dice a sus dos hijos Ignacio y Marcelo: La propina en soles que recibirán a diario está dada al hallar los valores de A y B de:

$\sqrt{5\sqrt{6}+12}=\sqrt[4]{A}+\sqrt[4]{B}$,A>B.

A y B es la propina de Ignacio y Marcelo respectivamente.

¿Cuánto de propina reciben Ignacio y Marcelo juntos?

Resolución

$12=\sqrt{144}=\sqrt{6.24}=\sqrt{6}\sqrt{24}$ $\sqrt{24}=2\sqrt{6}=2\sqrt{3.2}$

$$\sqrt{5\sqrt{6}+\sqrt{144}}=\sqrt{5\sqrt{6}+\sqrt{6}\sqrt{24}}=\sqrt{\sqrt{6}(5+\sqrt{24})}=\sqrt[4]{6}\sqrt{5+\sqrt{24}}=\sqrt[4]{6}\sqrt{(3+2)+2\sqrt{3.2}}=$$

Homogenizando índices

$$\sqrt[4]{6}(\sqrt{3}+\sqrt{2})=\sqrt[4]{6}(\sqrt[4]{9}+\sqrt[4]{4})=\sqrt[4]{54}+\sqrt[4]{24}=\sqrt[4]{A}+\sqrt[4]{B}$$

Identificando

A=54 y B=24

Juntos reciben

$\therefore$ 78 soles

PROBLEMA 8

Halle el valor de:

$$k=\left(\frac{\sqrt{4+\sqrt{15}}+\sqrt{6-\sqrt{35}}}{\sqrt{6+\sqrt{27}}-\sqrt{8-\sqrt{63}}}\right)\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

Resolución

Multiplicando por $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

$$\sqrt{2}\sqrt{4+\sqrt{15}}=\sqrt{2.4+2\sqrt{15}}$$

$$k=\frac{\sqrt{2}\sqrt{4+\sqrt{15}}+\sqrt{2}\sqrt{6-\sqrt{35}}}{\sqrt{2}\sqrt{6+\sqrt{27}}-\sqrt{2}\sqrt{8-\sqrt{63}}}=\frac{\sqrt{8+2\sqrt{15}}+\sqrt{12-2\sqrt{35}}}{\sqrt{12+2\sqrt{27}}-\sqrt{16-2\sqrt{63}}}=\frac{\sqrt{(5+3)+2\sqrt{5.3}}+\sqrt{(7+5)-2\sqrt{7.5}}}{\sqrt{(9+3)+2\sqrt{9.3}}-\sqrt{(9+7)-2\sqrt{9.7}}}$$

$$k=\frac{\cancel{\sqrt{5}}+\sqrt{3}+\sqrt{7}-\cancel{\sqrt{5}}}{\cancel{\sqrt{9}}+\sqrt{3}-(\cancel{\sqrt{9}}-\sqrt{7})}=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{7}}{\sqrt{3}+\sqrt{7}}=1$$

$\therefore$ $\boxed{K=1}$