MATHEMATICAL REASONING

Chapter 20

3rd
SECONDARY

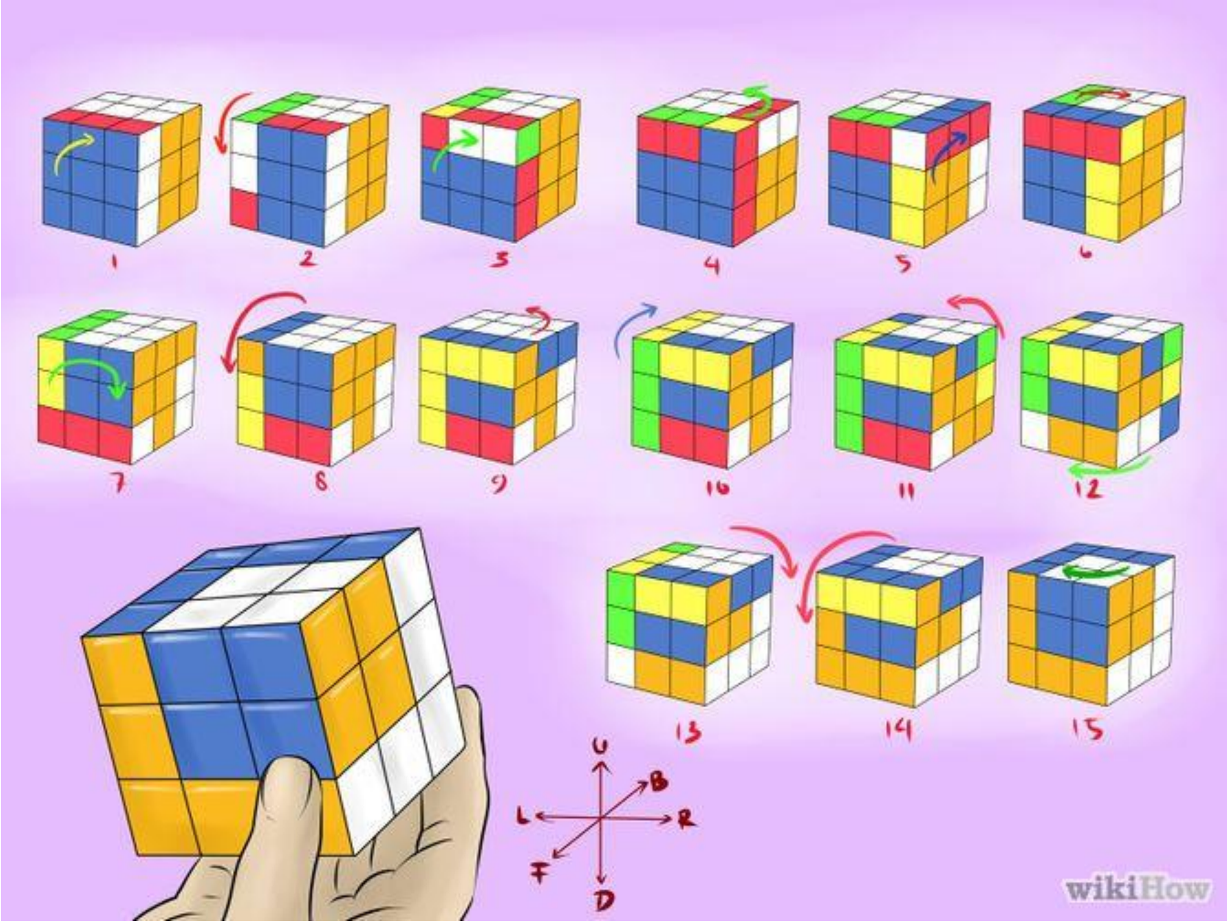
Análisis combinatorio II

SACO OLIVEROS

HELICO MOTIVATION

- !SABIAS QUE!

Un Cubo Rubik tiene más de 43 TRILLONES de combinaciones posibles, pero sólo una solución. Si tardaras un segundo por cada movimiento, te tomaría 1,4 billones de años pasar por todas las posibles combinaciones.



HELICO THEORY

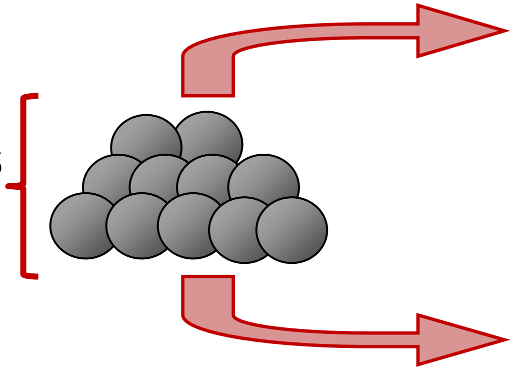
ANÁLISIS COMBINATORIO II

PERMUTACIONES Y COMBINACIONES

Si se tiene n elementos diferentes, con ellos se puede realizar lo siguiente:

n elementos diferentes

ORDENAR



AGRUPAR

PERMUTACIONES

(Interesa el orden en que se tomen los elementos)

COMBINACIONES

(No interesa el orden en que se tomen los elementos)

HELICO THEORY

ANÁLISIS COMBINATORIO II

PERMUTACIONES

Son los diferentes arreglos u ordenamientos que se pueden formar con una parte o con todos los elementos disponibles de un conjunto. En una permutación interesa el orden o ubicación de los elementos. Se pueden presentar los siguientes casos:

PERMUTACIÓN LINEAL

- Permutación de todos los elementos

El número de maneras diferentes de permutar (ordenar) "n" elementos diferentes se calcula de la siguiente manera:

$$\boxed{P_n = n!}$$

Ejemplo:

¿De cuántas maneras diferentes seis caballos podrán llegar a la meta en una carrera en el hipódromo si no hay empates?

$$P_6 = 6!$$

$$P_6 = 720$$

$\therefore$ 720

HELICO THEORY

ANÁLISIS COMBINATORIO II

PERMUTACIONES

- PERMUTACIÓN LINEAL

  - Permutación de algunos elementos

El número de permutaciones diferentes de n elementos ordenados en grupos de k en k se calcula del siguiente modo:

$$\boldsymbol{P_k^n = \frac{n!}{(n-k)!}}$$

Ejemplo:

¿De cuántas maneras diferentes se pueden ubicar cuatro de un total de seis niños en una banca de cuatro asientos?

$$P_4^6 = \frac{6!}{(6-4)!} \longrightarrow P_4^6 = \frac{6!}{2!}$$

$$P_4^6 = \frac{720}{2}$$

$$\therefore \quad 360$$

HELICO THEORY

ANÁLISIS COMBINATORIO II

PERMUTACIONES

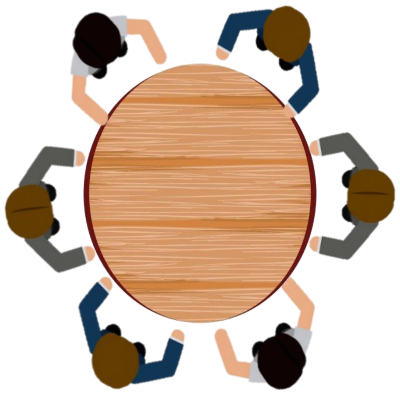
- PERMUTACIÓN CIRCULAR

El número de permutaciones circulares diferentes de n elementos distintos se calcula así:

$$P_{C_n} = (n-1)!$$

Ejemplo:

Seis amigos se ubican en seis sillas alrededor de una mesa circular. ¿De cuántas maneras diferentes podrán ubicarse?



$$n = 6$$

$$N°de\ maneras = P_{C_6}$$

$$N°de\ maneras = (6-1)!$$

$$N°de\ maneras = 5!$$

$$N°de\ maneras = 120$$

$\therefore$ 120

HELICO THEORY

ANÁLISIS COMBINATORIO II

PERMUTACIONES

PERMUTACIÓN CON ELEMENTOS REPETIDOS

El número de permutaciones de n elementos donde r_1 son iguales, r_2 también iguales, r_3 también iguales,..., y r_k también iguales, se calcula de la siguiente manera:

$$P^{n}_{r_1;r_2;r_3;\ldots;r_k} = \frac{n!}{r_1! \times r_2! \times r_3! \times \cdots \times r_k!}$$

Ejemplo:

¿Cuántas palabras que tengan sentido o no se pueden leer con todas las letras de la palabras MIMOSO?

$\underbrace{\text{MIMOSO}}_{\text{6 letras}}$

n = 6

Se repiten:

M → 2 veces:

O → 2 veces:

$$P^{6}_{2;2} = \frac{6!}{2! \times 2!} \rightarrow P^{6}_{2;2} = \frac{720}{4}$$

$\therefore$ 180

HELICO THEORY

ANÁLISIS COMBINATORIO II

COMBINACIONES

Son las diferentes selecciones o agrupamientos que se pueden formar con una parte o con todos los elementos disponibles de un conjunto. En una combinación no interesa el orden ni ubicación de sus elementos.

EN GENERAL

El número de combinaciones diferentes de n elementos agrupados de k en k se calcula de la siguiente manera:

$$C_k^n = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$

HELICO THEORY

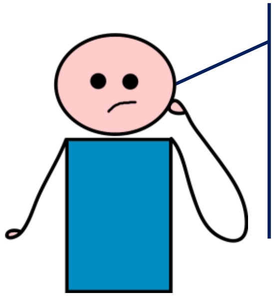
ANÁLISIS COMBINATORIO II

COMBINACIONES

Ejemplo:

¿Cuántos partidos de fútbol se juegan en total en un campeonato en el que participan 20 equipos, jugando todos contra todos a una sola rueda?

Resolución:



Para que se juegue un partido de fútbol se necesitan dos equipos, entonces, se tiene que elegir grupos conformados por 2 equipos

$$C_2^{20} = \frac{20!}{2! \times (20-2)!}$$

$$C_2^{20} = 190$$

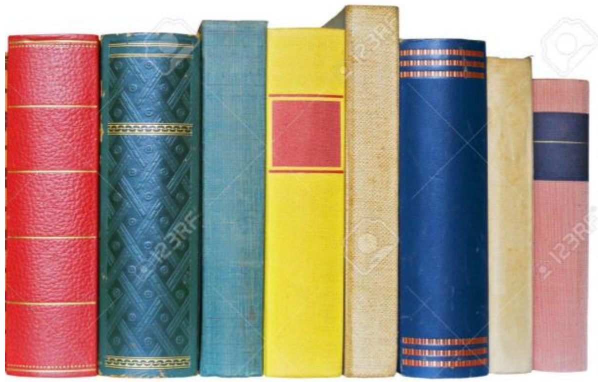
$\therefore$ 190

RESOLUCIÓN DE LA PRÁCTICA

PROBLEMA 1

Luchito al ordenar su habitación, encuentra sus ocho libros de Matemática en una caja. Si desea ordenarlos en un pequeño espacio de un estante. ¿De cuántas formas diferentes los podrá ubicar?

Resolución:



n = 8

RECORDEMOS: $\boxed{P_n = n!}$

$$P_8 = 8!$$

$$P_8 = 40320$$

$\therefore$ 40320

PROBLEMA 2

Carlos, David, Lalo, Fernando y Jhon son 5 amigos que llegan a un restaurante a cenar; como todas las mesas están ocupadas el mozo los invita a que se ubiquen en la barra del restaurante que tiene capacidad para 5 personas. ¿De cuántas formas diferentes se podrán ubicar los 5 amigos en aquella barra

Resolución:

1 2 3 4 5

n = 5

RECORDEMOS:

$$\boxed{P_n = n!}$$

$$P_5 = 5!$$

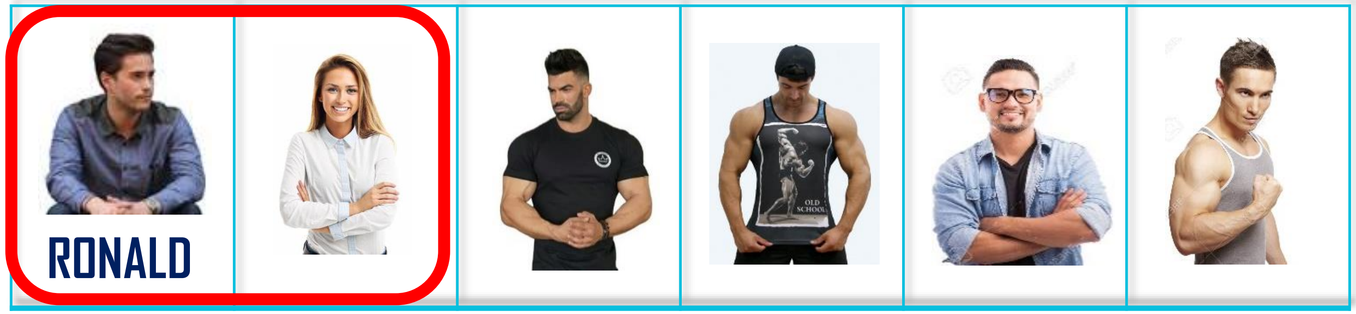
$$P_5 = 120$$

$$\therefore \quad 120$$

PROBLEMA 3

Ronald invita a su enamorada al cine, pero ella acepta ir, si va acompañada de sus 4 hermanos. Si Ronald accede a su petición y compra 6 entradas cuyas ubicaciones están juntas. ¿De cuántas formas diferentes se podrán sentar si Ronald y su enamorada siempre se sientan juntos

Resolución:



1 2 3 4 5

$$n = 5$$

RECORDEMOS:

$$\boxed{P_n = n!}$$

$$P_5 = 5! \times 2!$$

$$P_5 = 120 \times 2$$

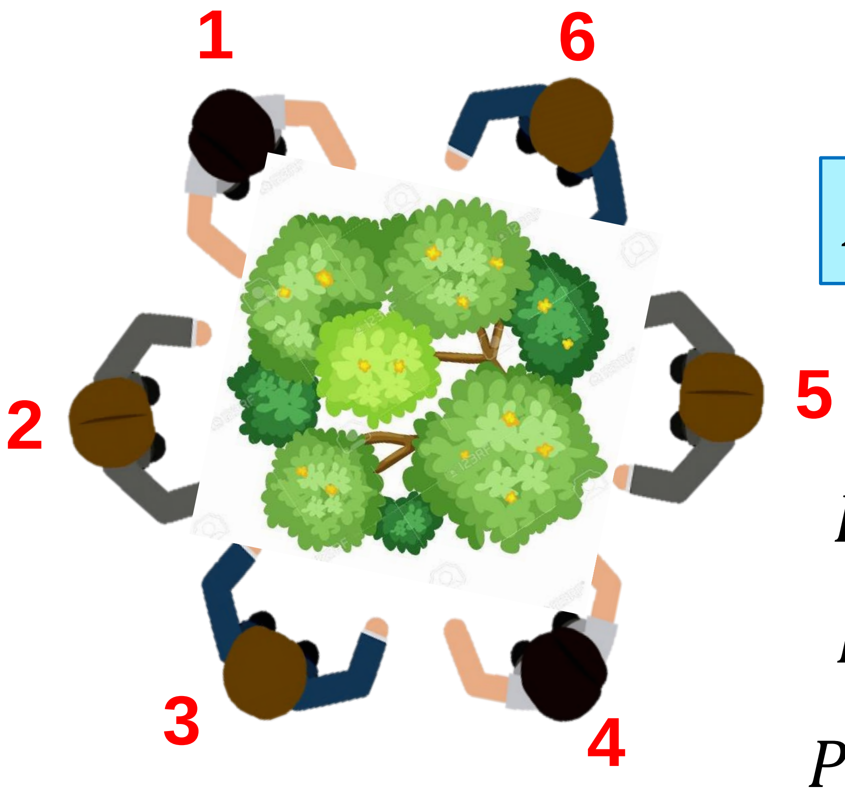
$$P_5 = 240$$

$$\therefore \quad 240$$

PROBLEMA 4

Rosita, Luz, Lucero, Karen, Katia y Lucas están jugando a la ronda alrededor de un árbol que se encuentra cerca a la casa de Lucas. Si los 6 amigos deciden formar todas las rondas diferentes. ¿Cuál será la cantidad de rondas diferentes que se podrá formar entre los 6 amigos?

Resolución:



n = 6

$$\boxed{P_{C_n} = (n-1)!}$$

$$P_{C_6} = (6-1)!$$

$$P_{C_6} = 5!$$

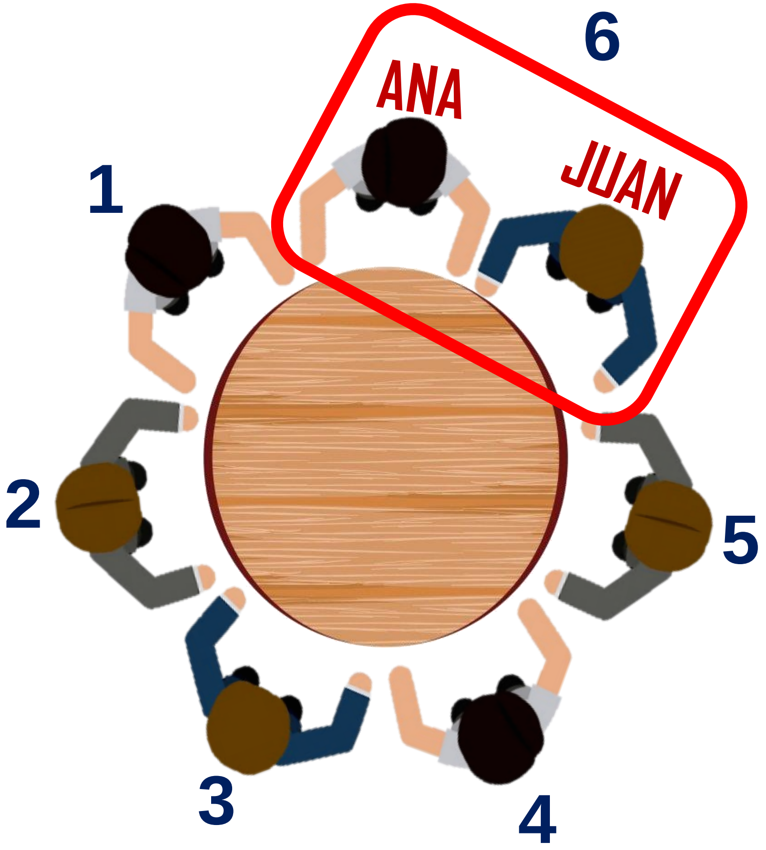
$$P_{C_6} = 120$$

$\therefore$ 120

PROBLEMA 5

Siete amigos se ponen de acuerdo para ir a cenar a un restaurante por el cumpleaños de Juan, si al llegar al restaurante el mozo ubica a los 7 amigos en una mesa de forma circular separada especialmente para ellos. Si se sabe que Juan y Ana son enamorados y han decidido sentarse siempre juntos, ¿de cuántas formas diferentes se podrán sentar los 7 amigos?

Resolución:



n = 6

$$\boxed{P_{C_n} = (n-1)!}$$

$$P_{C_6} = 5! \times 2!$$

$$P_{C_6} = 120 \times 2$$

$$P_{C_6} = 240$$

$\therefore$ 240

PROBLEMA 6

En un estante quieren ubicarse tres libros de RM todos iguales, dos de Algebra también iguales y dos de Geometría también iguales. Si Roberto quiere ordenar este estante. ¿De cuantas formas diferentes lo podrá hacer?

SE TIENE:

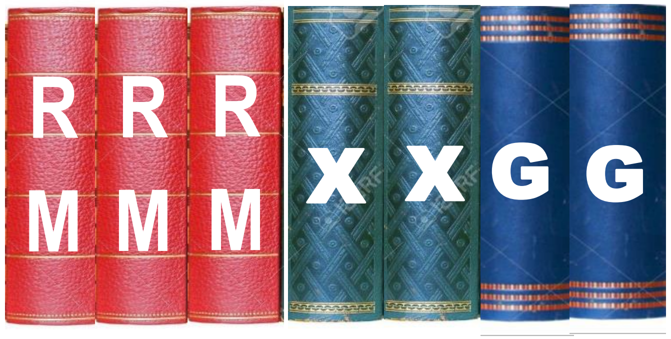
RM ⟶ 3

ALGEGRA ⟶ 2

GEOMETRÍA ⟶ 2

n = 7

Resolución:



Recordemos:

$$P^{n}_{r_1;r_2;r_3} = \frac{n!}{r_1! \times r_2! \times r_3}$$

$$P^{7}_{3;2;2} = \frac{7!}{3! \times 2! \times 2!}$$

$$P^{7}_{3;2;2} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times \cancel{4} \times \cancel{3}!}{\cancel{3}! \times \cancel{4}}$$

$$\longrightarrow P^{7}_{3;2;2} = 210$$

$$\underline{\underline{210}}$$

PROBLEMA 7

Roxana tiene en su mano 5 monedas de un sol, las lanza sobre una mesa y obtiene el siguiente resultado C, C, S, S, S.
¿De cuántas formas diferentes podrá obtener 2 caras y 3 sellos?

SE TIENE:

CARAS $\longrightarrow$ 2

SELLOS $\longrightarrow$ 3

$n = 5$

Resolución:

Recordemos:

$$P^{n}_{r_1;r_2} = \frac{n!}{r_1! \times r_2!}$$

$$P^{5}_{2;3} = \frac{5!}{2! \times 3!} \longrightarrow P^{5}_{2;3} = \frac{120}{12}$$

$$P^{5}_{2;3} = 10$$

$\therefore$ $\underline{\underline{10}}$

PROBLEMA 8

Miguelito al revisar un libro de Literatura encuentra esta extraña palabra RECOCO y para divertirse desea formar todas las posibles palabras que tengan sentido o no con las letras de dicha palabra. ¿Cuántas palabras se podrían formar?

Resolución:

$$\underbrace{\text{RECOCO}}_{\text{6 letras}}$$

n = 6

Se repiten:

C $\longrightarrow$ 2 veces:

O $\longrightarrow$ 2 veces:

Recordemos:

$$\boxed{P^{n}_{r_1;r_2} = \frac{n!}{r_1! \times r_2!}}$$

$$P^{6}_{2;2} = \frac{6!}{2! \times 2!} \longrightarrow P^{6}_{2;2} = \frac{720}{4}$$

$$P^{6}_{2;2} = 180$$

$\therefore$ 180