ALGEBRA

Chapter 2

2th

Sesión II

LEYES DE EXPONENTES PARA LA RADICACIÓN

SACO OLIVEROS

HELICO MOTIVATING

SACO OLIVEROS

Reto matemático

¿Puedes descifrar el nombre encriptado? Del primer número que obtengas, debes escribir la letra inicial . Del segundo, escribir la segunda letra y así sucesivamente.

$\sqrt[3]{27}$	$\sqrt{49}$	$\sqrt[3]{125}+\sqrt{81}$	$\sqrt{4}+\sqrt{36}$
TRES	SIETE	CATORCE	OCHO

RPTA: TITO

HELICO THEORY

CHAPTHER 1

SACO OLIVEROS

RADICACIÓN

DEFINICIÓN

$$\sqrt[n]{a} = r \Leftrightarrow r^n = a$$

Donde:

n = Índice

a = Radicando

r = Raíz

$n \in \mathbb{Z}; n \geq 2$

Ejm:

- ✓ $\sqrt[3]{64} = 4 \Leftrightarrow 4^3 = 64$
- ✓ $\sqrt[3]{-27} = -3 \Leftrightarrow (-3)^3 = -27$

EXPONENTE FRACCIONARIO

Si las raíces existen en $\mathbb{R}$

$$a^{\frac{m}{n}} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m ; m, n \in \mathbb{Z}^+ ; n \neq 0$$

Ejm:

✓ $16^{\frac{3}{4}} = \left(\sqrt[4]{16}\right)^3 = (2)^3 = 8$

PROPIEDADES DE LA RADICACIÓN

1. Raíz de una multiplicación

$$\boxed{\sqrt[n]{xy} = \sqrt[n]{x}\,.\,\sqrt[n]{y}}$$

✓ $\sqrt[3]{27 \times 125} = \sqrt[3]{27}.\sqrt[3]{125} = 3.5 = 15$

2. Raíz de una división

$$\boxed{\sqrt[n]{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}}}\,, y \neq \mathbf{0}; \boldsymbol{n} \neq \mathbf{0}$$

✓ $\sqrt{\dfrac{x^4}{y^6}} = \dfrac{\sqrt{x^4}}{\sqrt{y^6}} = \dfrac{x^{\frac{4}{2}}}{x^{\frac{6}{2}}} = \dfrac{x^2}{x^3}$

3. Raíz de Raíz

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{\sqrt[p]{x}}} = \sqrt[m\times n\times p]{x}$$

✓ $$\sqrt[3]{\sqrt[2]{\sqrt[5]{\sqrt[2]{x^{30}}}}} = \sqrt[3\times 2\times 5\times 2]{x^{30}} = \sqrt[60]{x^{30}}$$

$$= x^{\frac{\cancel{30}}{\cancel{60}}} = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$$

4. Propiedades auxiliares

$$\sqrt[m]{x^{a}\sqrt[n]{x^{b}\sqrt[p]{x^{c}}}} = \sqrt[m\times n\times p]{x^{(a\times n+b)p+c}}$$

✓ $\sqrt[3]{a^{2}\sqrt[5]{a^{7}}} = \sqrt[3\times 5]{a^{2\times 5+7}} = \sqrt[15]{a^{17}}$

$$\sqrt[m]{x^{a}\div\sqrt[n]{x^{b}\div\sqrt[p]{x^{c}}}} = \sqrt[m\times n\times p]{x^{(a\times n-b)p-c}}$$

✓ $\sqrt[3]{a^{2}\div\sqrt[5]{a^{7}}} = \sqrt[3\times 5]{a^{2\times 5-7}} = \sqrt[15]{a^{3}} = \sqrt[5]{a}$

HELICO PRACTICE

CHAPTHER 1

1. Reduzca

$$E=(-8)^{\frac{4}{3}}+(-27)^{\frac{1}{3}}-(27)^{\frac{1}{3}}$$

RESOLUCIÓN

$$E=(-8)^{\frac{4}{3}}+(-27)^{\frac{1}{3}}-(27)^{\frac{1}{3}}$$

$$E=\left(\sqrt[3]{-8}\right)^{4}+\left(\sqrt[3]{-27}\right)-\left(\sqrt[3]{27}\right)$$

$$E=(-2)^{4}+(-3)-(3)$$

$$E=16-3-3$$

$$\boxed{E=10}$$

RECORDEMOS

$$\boxed{a^{\frac{m}{n}}=\left(\sqrt[n]{a}\right)^{m};m,n\in\mathbb{Z}^{+};n\neq 0}$$

2. Hallar el valor de:

$$E=\left(\frac{1}{9}\right)^{2^{-1}}+\left(\frac{1}{81}\right)^{4^{-1}}+\left(\frac{1}{4}\right)^{2^{-1}}$$

RECORDEMOS

$$\boxed{b^{-n}=\frac{1}{b^{n}}}\quad b\neq 0$$

$$\boxed{a^{\frac{m}{n}}=(\sqrt[n]{a})^{m};\, m,n\in\mathbb{Z}^{+};\, n\neq 0}$$

RESOLUCIÓN

$$E=\left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{1}{2}}+\left(\frac{1}{81}\right)^{\frac{1}{4}}+\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$E=\sqrt{\frac{1}{9}}+\sqrt[4]{\frac{1}{81}}+\sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$E=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}$$

$$\boxed{E=\frac{7}{6}}$$

3. Un padre de familia de Saco Oliveros le dice a su hijo: "Si tú resuelves

$$S=\sqrt[\sqrt{7}]{\sqrt[\sqrt{2}]{\sqrt[\sqrt{7}]{\sqrt[\sqrt{2}]{2^{28}}}}}$$

de premio recibirás en soles lo mismo que el resultado obtenido" ¿Cuánto recibirá de premio?

RECORDEMOS

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{\sqrt[p]{x}}}=\sqrt[m\times n\times p]{x}$$

RESOLUCIÓN

$$S=\sqrt[\sqrt{7}]{\sqrt[\sqrt{2}]{\sqrt[\sqrt{7}]{\sqrt[\sqrt{2}]{2^{28}}}}}=\sqrt[\sqrt{7}\times\sqrt{2}\times\sqrt{7}\times\sqrt{2}]{2^{28}}=\sqrt[14]{2^{28}}=2^{\frac{28}{14}}=2^2$$

Recibirá s/4 soles

4. Luego de simplificar

$$T = \sqrt[4]{\sqrt[6]{\sqrt{x^{33}}}} \cdot \sqrt[16]{x^5}; x \neq 0$$

se obtiene.

RECORDEMOS

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{\sqrt[p]{x}}} = \sqrt[m \times n \times p]{x}$$

RESOLUCIÓN

$$T = \sqrt[4]{\sqrt[6]{\sqrt[2]{x^{33}}}} \cdot \sqrt[16]{x^5} = \sqrt[4\times6\times2]{x^{33}} \cdot x^{\frac{5}{16}} = x^{\frac{\cancel{33}}{\cancel{48}}} \cdot x^{\frac{5}{16}}$$

$$\rightarrow x^{\frac{11}{16}} \cdot x^{\frac{5}{16}} = x^{\frac{16}{16}}$$

$$\boxed{T = x}$$

5. Calcule el valor de

$$T = 6^{8^{3^{-1}}} + 3^{81^{4^{-1}}}$$

RESOLUCIÓN

$$T = 6^{8^{3^{-1}}} + 3^{81^{4^{-1}}}$$

$$T = 6^{8^{\frac{1}{3}}} + 3^{81^{\frac{1}{4}}}$$

$$T = 6^{\sqrt[3]{8}} + 3^{\sqrt[4]{81}}$$

$$T = 6^2 + 3^3$$

$$\boxed{T = 63}$$

RECORDEMOS

$$\boxed{b^{-n} = \frac{1}{b^n}} \quad b \neq 0$$

$$\boxed{a^{\frac{m}{n}} = (\sqrt[n]{a})^m;\ m, n \in \mathbb{Z}^+;\ n \neq 0}$$

SACO OLIVEROS

6. Efectúe

$$S=\sqrt[3]{x^2.\sqrt{x^5}.\sqrt{\sqrt[3]{x^9}}};x\neq 0$$

RESOLUCIÓN

$$S=\sqrt[3]{x^2.\sqrt[2]{x^5}}.\sqrt[2]{\sqrt[3]{x^9}}=\sqrt[3\times 2]{x^{2\times 2+5}}.\sqrt[6]{x^9}$$

$$\rightarrow \sqrt[6]{x^9}.\sqrt[6]{x^9}=\sqrt[6]{x^9.x^9}=\sqrt[6]{x^{18}}=x^{\frac{18}{6}}$$

$$\boxed{S=x^3}$$

7. Efectúe

$$T=\sqrt[3]{4\sqrt[4]{8\sqrt{2}}\,.\,\sqrt[6]{\sqrt[4]{2}}};\ x\neq 0$$

RESOLUCIÓN

$$T=\sqrt[3]{2^{2}\sqrt[4]{2^{3}\sqrt[2]{2}}\,.\,\sqrt[6]{\sqrt[4]{2}}}$$

$\times$ $+$ $\times$ $\times$

$$T=\sqrt[3\times4\times2]{2^{(2\times4+3)\times2}}\,.\,\sqrt[24]{2}=\sqrt[24]{2^{22}}\,.\,\sqrt[24]{2}=\sqrt[24]{2^{22}\,.\,2}$$

$$\boxed{T=\sqrt[24]{2^{23}}}$$

8. Si $\sqrt{m}^{2\sqrt{m}} = 4$, calcule el valor de

$$Q = \left(\sqrt{m}^{2}\right)^{\sqrt{m}} . \left(\sqrt{m}^{5}\right)^{\sqrt{m}}$$

RESOLUCIÓN

Del dato $\sqrt{m}^{2\sqrt{m}} = 4 \rightarrow \left(\sqrt{m}^{\sqrt{m}}\right)^{2} = 4 \quad \therefore \boxed{\sqrt{m}^{\sqrt{m}} = 2}$

$$Q = \left(\sqrt{m}^{2}\right)^{\sqrt{m}} . \left(\sqrt{m}^{5}\right)^{\sqrt{m}} = \left(\sqrt{m}^{\sqrt{m}}\right)^{2} . \left(\sqrt{m}^{\sqrt{m}}\right)^{5}$$

$$Q = (2)^{2} . (2)^{5} = (2)^{6} \qquad \boxed{Q = 64}$$