ALGEBRA

Chapter 1

2th

Session II

LEYES DE EXPONENTES PARA LA POTENCIACIÓN

SACO OLIVEROS

HELICO MOTIVATING

SAGO OLIVEROS

Reto matemático

¿Puedes operar mentalmente la siguiente expresión y dar la respuesta en menos de 10 segundos?

$$\left(\left(\left((2021)^2\right)^3\right)^4 \ldots\right)^0\Bigg)^{-1}$$

RPTA: 1

HELICO THEORY

CHAPTHER 1

SAGO OLIVEROS

POTENCIACIÓN

DEFINICIÓN

$$a^n = P$$

Donde:

a = Base

n = Exponente

P = Potencia

$a \in \mathbb{R}; n \in \mathbb{Z}; P \in \mathbb{R}$

Ejm:

$$2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$$

$$(-3)^3 = (-3) \times (-3) \times (-3) = -27$$

$$(-10)^2 = (-10) \times (-10) = 100$$

Anotación

$(-)^{Par} = +$

$(-)^{Impar} = -$

POTENCIAS BÁSICAS

1. Exponente Cero

$$b \neq 0\ ;\ \boxed{(b)^0 = 1}$$

2. Exponente Unitario

$$\boxed{b^1 = b}$$

3. Exponente Negativo

$$\boxed{b^{-n} = \frac{1}{b^n}}$$

$$b \neq 0$$

$$\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{n}}$$

$$a \wedge b \neq 0$$

Ejm:

- ✓ $(2020)^0 = 1$
- ✓ $(17)^1 = 17$
- ✓ $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$
- ✓ $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2} = \left(\frac{4}{1}\right)^{2} = 16$

TEOREMAS RELATIVOS A LA POTENCIACIÓN

1. Multiplicación de bases iguales

$$x^n \cdot x^m = x^{n+m}$$

✓ $2^3 . 2 . 2^2 = 2^{3+1+2} = 2^6 = 64$

✓ $5^4 . 5^{-3} . 5^2 = 5^{4-3+2} = 5^3 = 125$

2. División de bases iguales

$$\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$$

$$x \neq 0$$

✓ $\frac{3^7}{3^5} = 3^{7-5} = 3^2 = 9$

3. Potencia de potencia

$$(x^n)^m = x^{n.m}$$

✓ $\left((2)^3)^1\right)^2 = 2^{3\times1\times2} = 2^6 = 64$

Nota: $(x^n)^m \neq x^{n^m}$

ojo $(x^n)^m = (x^m)^n$

Ejm: $(x^2)^3 \neq x^{2^3}$

$x^6 \neq x^8$

4. Potencia de una multiplicación

$$(x^r.y^s)^n = x^{r.n}.y^{s.n}$$

✓ $(x^3.y^1z^5)^3 = x^{3\times3}.y^{1\times3}.y^{5\times3}$

$= x^9.y^3.y^{15}$

5. Potencia de una división

$$\left(\frac{x^r}{y^s}\right)^n = \frac{x^{r.n}}{y^{s.n}} \; ; \forall \, y \neq 0$$

$$\left(\frac{x^5 . y^3}{z^2}\right)^4 = \frac{x^{20} . y^{12}}{z^8}$$

HELICO PRACTICE

CHAPTHER 1

SAGO OLIVEROS

1. Indique el equivalente de

$$F = x^6 . [x^{-2} . x^4]^5 . x^{-14} \; ; x \neq 0$$

RESOLUCIÓN

$$F = x^6 . [x^{-2} . x^4]^5 . x^{-14}$$

$$F = x^6 . [x^{2 \times}]^5 . x^{-14}$$

$$F = x^{6 +} . x^{10 +} . x^{-14}$$

$$\boxed{F = x^2}$$

RECORDEMOS

$$x^n . x^m = x^{n+m}$$

$$(x^{n \times})^m = x^{n.m}$$

2. Reduzca

$$E = \frac{\overbrace{x^3 . x^3 . x^3 . \ldots . x^3}^{(2n-5)\ veces}}{\underbrace{x . x . x . \ldots . x}_{(6n-18)\ veces}} ; x \neq 0$$

RESOLUCIÓN

$$E = \frac{(x^3)^{(2n-5)}}{x^{6n-18}} = \frac{x^{6n-15}}{x^{6n-18}}$$

$$E = x^{-15-(-18)} = \boxed{x^3}$$

RECORDEMOS

$$(x^n)^m = x^{n.m}$$

$$\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}; x \neq 0$$

3. Efectúe

$$P = \frac{\left((7^2)^3\right)^2 . 7^{-3^2}}{(7^4)^{-3} . \left((7^2)^2\right)^3}$$

RESOLUCIÓN

$$P = \frac{\left((7^2)^3\right)^2 . 7^{-3^2}}{(7^4)^{-3} . \left((7^2)^2\right)^3} = \frac{7^{2\times3\times2} . 7^{-9}}{7^{4\times(-3)} . 7^{2\times2\times3}}$$

$$P = \frac{7^{12} . 7^{-9}}{7^{-12} . 7^{12}} = \frac{7^3}{7^0} = 343$$

RECORDEMOS

$$(x^n)^m = x^{n.m}$$

$$(x^n)^m \neq x^{n^m}$$

$$x^n . x^m = x^{n+m}$$

4. Simplifique

$$T = \frac{8^{2x+3} \cdot 16^{3x+1}}{32^{3x+2} \cdot 8^{x+1}}$$

RESOLUCIÓN

$$T = \frac{(2^3)^{2x+3} \cdot (2^4)^{3x+1}}{(2^5)^{3x+2} \cdot (2^3)^{x+1}}$$

$$T = \frac{2^{6x+9} \cdot 2^{12x+4}}{2^{15x+10} \cdot 2^{3x+3}} = \frac{3^{18x+13}}{3^{18x+13}}$$

$$\rightarrow \boxed{T = 1}$$

RECORDEMOS

Nota:

$$8 = 2^3 \; ; 16 = 2^4$$
$$32 = 2^5$$

$$x^{n+m} = x^n \cdot x^m$$

5. Simplifique

$$Q = \left(\frac{1}{625}\right)^{-4^{-1}} - \left(\frac{1}{27}\right)^{-3^{-1}} - \left(\frac{1}{32}\right)^{-5^{-1}}$$

RESOLUCIÓN

$$Q = \left(\frac{1}{625}\right)^{-\frac{1}{4}} - \left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{1}{3}} - \left(\frac{1}{32}\right)^{-\frac{1}{5}}$$

$$Q = (625)^{\frac{1}{4}} - (27)^{\frac{1}{3}} - (32)^{\frac{1}{5}}$$

$$Q = (5^4)^{\frac{1}{4}} - (3^3)^{\frac{1}{3}} - (2^5)^{\frac{1}{5}} = 5 - 3 - 2$$

$$\boldsymbol{Q = 0}$$

RECORDEMOS

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{n}$$

$$\boldsymbol{a \wedge b \neq 0}$$

6. La edad del profesor José está dado por el valor de G , si $G = \dfrac{(125)^3.(81)^2}{(27)^2.(625)^2}$

¿Cuál es la edad del profesor José?

RESOLUCIÓN

$$G = \frac{(125)^3.(81)^2}{(27)^2.(625)^2} = \frac{(5^3)^3.(3^4)^2}{(3^3)^2.(5^4)^2}$$

$$G = \frac{(5)^9.(3)^8}{(3)^6.(5)^8} = (5)^{9-8}.(3)^{8-6} = (5)^1.(3)^2$$

$$G = 45$$

La edad de José es 45 años

RECORDEMOS

$$\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}; x \neq 0$$

7. Reduzca

$$T = \frac{5^{n+2} + 5^{n+1} - 5^n}{5^{n+1} + 5^n}$$

RESOLUCIÓN

$$T = \frac{5^n . 5^2 + 5^n . 5^1 - 5^n}{5^n . 5^1 + 5^n}$$

$$T = \frac{5^n(5^2 + 5 - 1)}{5^n(5^1 + 1)} = \frac{29}{6}$$

RECORDEMOS

$$x^{n+m} = x^n . x^m$$

8. Siendo $2^x = 3$, evalúe

$$Q = (2^2)^x \,.\, (2^{4x})^{\frac{1}{4}}$$

RESOLUCIÓN

$$Q = (2^2)^x \,.\, (2^{4x})^{\frac{1}{4}}$$

$$Q = (2^x)^2 \,.\, (2)^{\frac{4x}{4}}$$

$$Q = (3)^2 \,.\, (2)^x$$

$$Q = 9 \,.\, 3$$

$$\boxed{Q = 27}$$

RECORDEMOS

Nota:

$$(a^n)^m = (a^m)^n$$