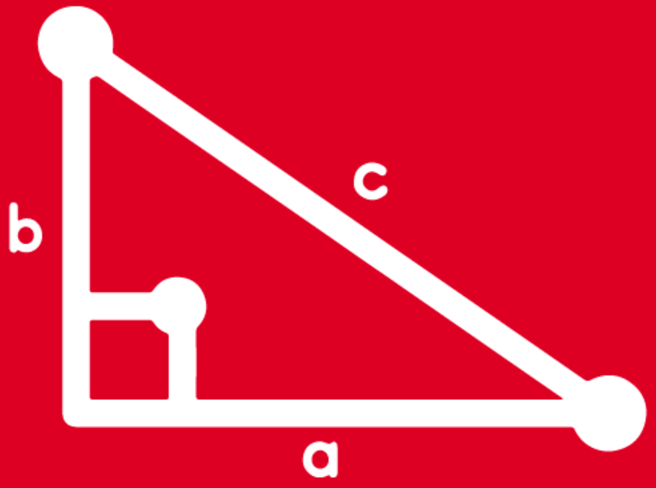
TRIGONOMETRY

Chapter 15

1st
SECONDARY



GEOMETRÍA ANALÍTICA III

SACO OLIVEROS

MOTIVATING STRATEGY

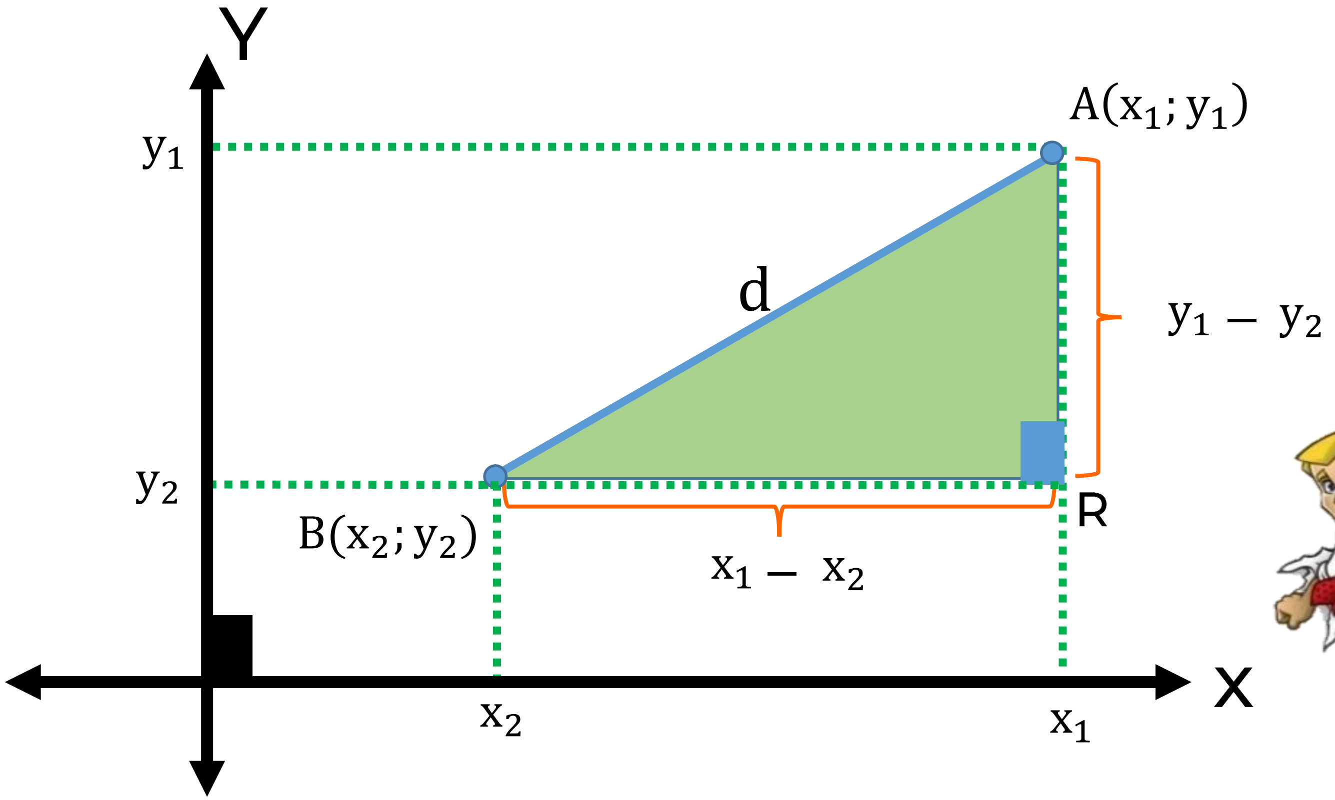
UN DICCIONARIO ENTRE EL ÁLGEBRA Y LA GEOMETRÍA

El más famoso de los tratados de Descartes, el Discurso del método, contiene el apéndice La geometría que relaciona por primera vez nociones del álgebra con objetos geométricos, dando lugar a la aparición de la geometría analítica o cartesiana (de Cartesius, Descartes en latín). En esta nueva geometría se identifican los puntos del plano con pares de números (x,y): es un sistema de coordenadas en el que cada par nos da la posición de un punto con respecto a dos rectas perpendiculares fijadas, llamadas ejes de coordenadas. Así, cada par de coordenadas especifica un punto único del plano, y cada punto viene dado por un único par de coordenadas. Descartes había ideado una especie de diccionario entre el álgebra y la geometría.

GEOMETRÍA ANALÍTICA III

Distancia entre dos puntos en el plano cartesiano:

Conociendo las coordenadas de dos puntos cualesquiera $A(x_1; y_1)$ y $B(x_2; y_2)$ del plano cartesiano la distancia "d" entre ellos se determina de la siguiente forma:



En el triángulo rectángulo ARB aplicaremos el teorema de Pitágoras

$$(AB)^2 = (BR)^2 + (AR)^2$$

$$d^2 = (x_1 - x)^2 + (y_1 - y_2)^2$$

$$\boxed{d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}}$$

HELICOPRACTICE 1

Calcule la distancia entre los puntos A(-2 ; -3) y B(6 ; 12)

Resolución:

Sea d la distancia:

Del dato:

A(-2 ; -3) y B(6 ; 12)

x_1, y_1 $\quad$ x_2, y_2

$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

Reemplazando:

$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

$$d = \sqrt{(-2 - 6)^2 + (-3 - 12)^2}$$

$$d = \sqrt{(-8)^2 + (-15)^2}$$

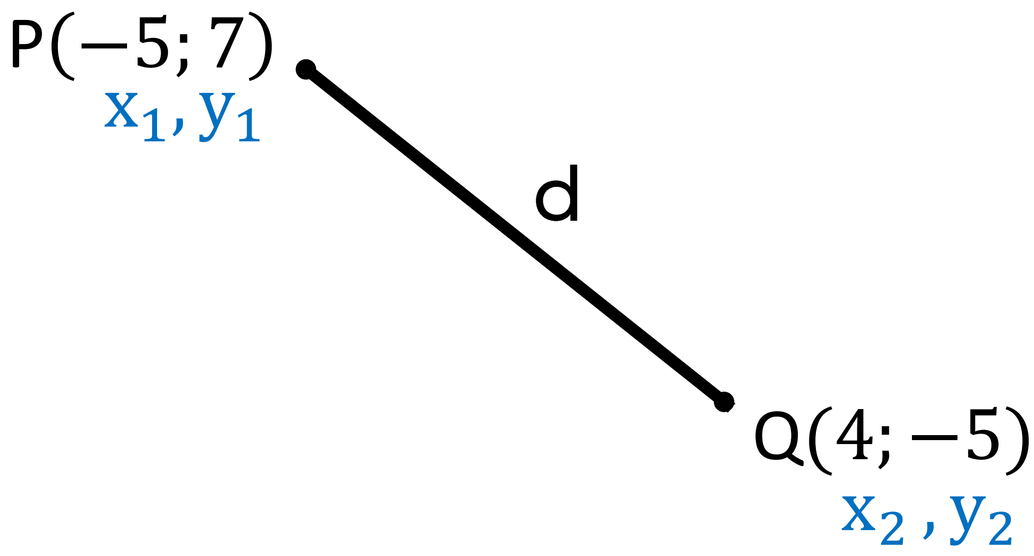
$$d = \sqrt{64 + 225}$$

$$d = \sqrt{289}$$

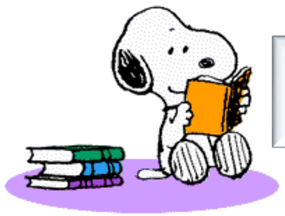
$$\therefore d = 17$$

HELICOPRACTICE 2

Calcule la longitud del segmento PQ



RECORDAR



$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

Resolución:

Reemplazando:

$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

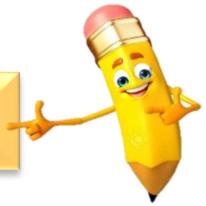
$$d = \sqrt{(-5-4)^2 + (7-(-5))^2}$$

$$d = \sqrt{(-9)^2 + (12)^2}$$

$$d = \sqrt{81 + 144}$$

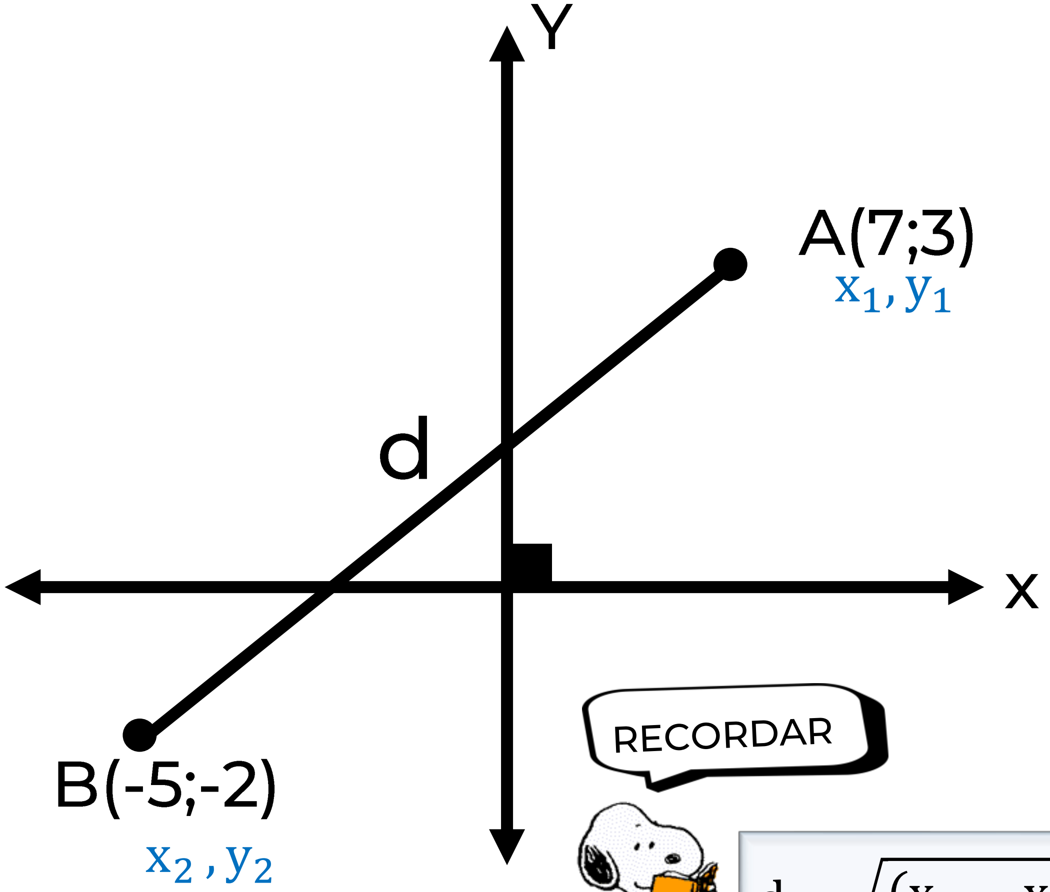
$$d = \sqrt{225}$$

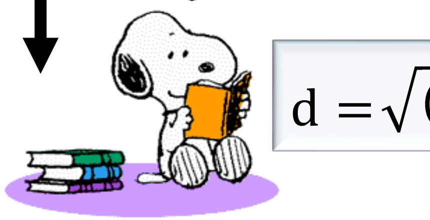
$$\therefore d = 15$$



HELICOPRACTICE 3

Calcule la longitud del segmento AB en el siguiente gráfico





$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

Resolución:

Reemplazando:

$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

$$d = \sqrt{(7 - (-5))^2 + (3 - (-2))^2}$$

$$d = \sqrt{(12)^2 + (5)^2}$$

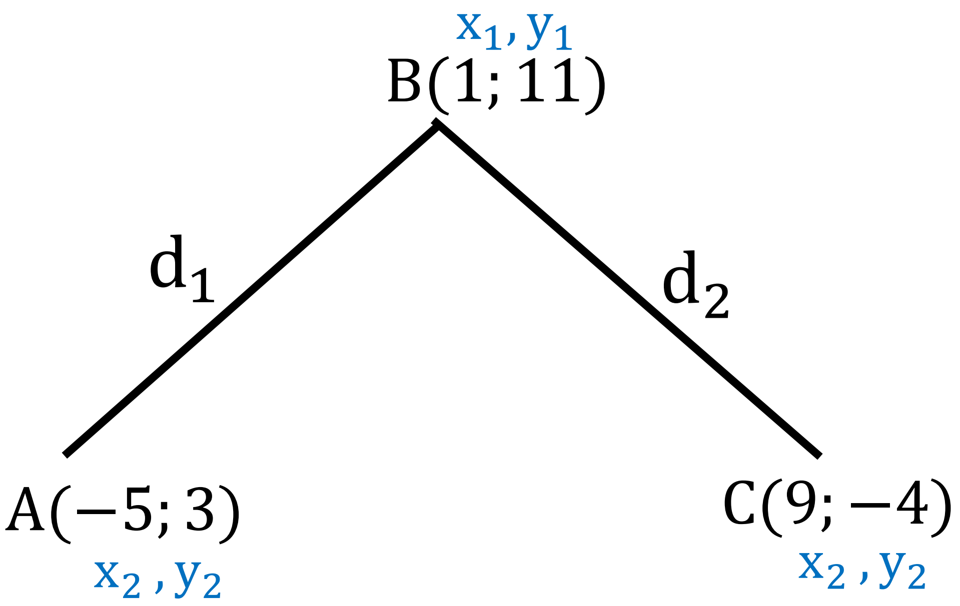
$$d = \sqrt{144 + 25}$$

$$d = \sqrt{169}$$

$$\therefore d = 13$$

HELICOPRACTICE 4

Del gráfico, calcule $d_1 + d_2$



RECORDAR

$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

Resolución:

Calculando d_1:

$$d_1 = \sqrt{(1-(-5))^2 + (11-3)^2}$$

$$d_1 = \sqrt{(6)^2 + (8)^2}$$

$$d_1 = \sqrt{36 + 64}$$

$$d_1 = \sqrt{100} \Rightarrow d_1 = 10$$

Calculando d_2:

$$d_2 = \sqrt{(1-9)^2 + (11-(-4))^2}$$

$$d_2 = (-8)^2 + (15)^2$$

$$d_2 = \sqrt{64 + 225}$$

$$d_2 = \sqrt{289}$$

$$d_2 = 17$$

Piden:

$$d_1 + d_2 = 10 + 17$$

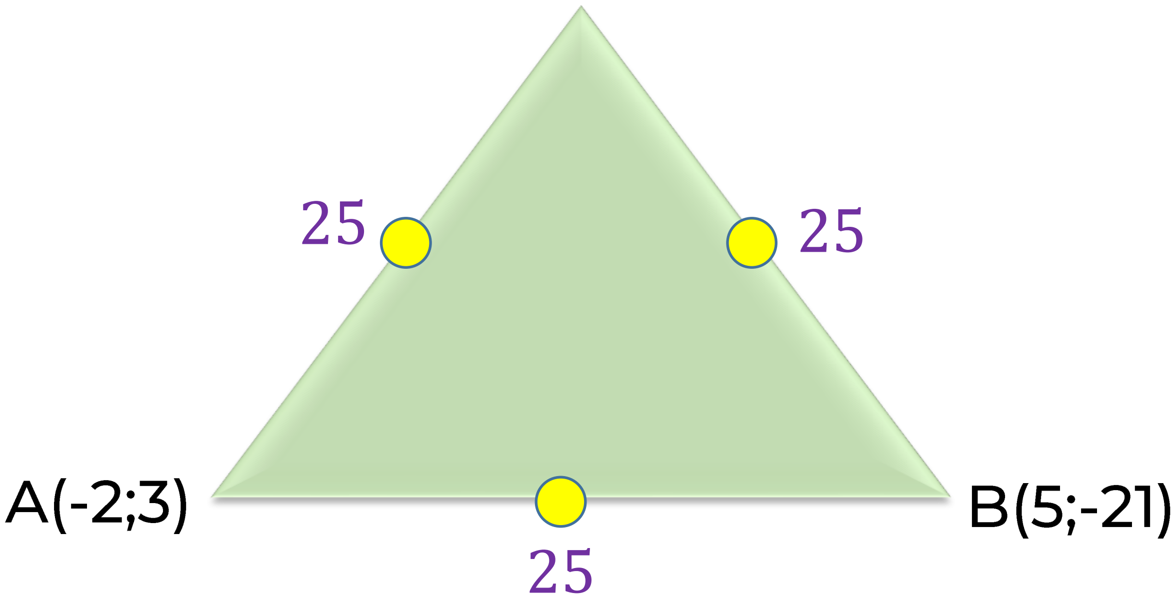
$$\therefore d_1 + d_2 = 27$$

HELICOPRACTICE 5

Se tiene un triángulo equilátero cuyos vértices son A(-2;3) y B(5;-21). Calcule el perímetro de dicho triángulo.

Resolución:

Triángulo equilátero:



$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

$$AB = \sqrt{(-2-(5))^2 + (3-(-21))^2}$$

$$AB = \sqrt{(-7)^2 + (24)^2}$$

$$AB = \sqrt{49 + 576}$$

$$AB = \sqrt{625} \Rightarrow AB = 25$$

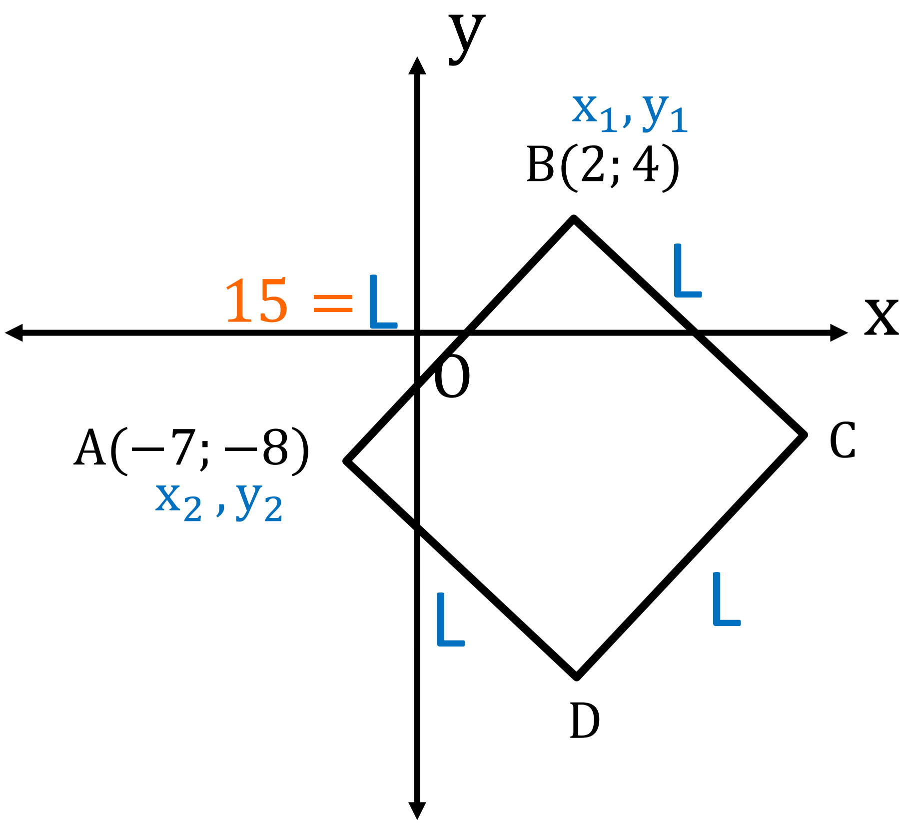
Nos piden:

$$2p = 25 + 25 + 25$$

$$\boxed{\therefore 2p = 75u}$$

HELICOPRACTICE 6

Los vértices consecutivos de un cuadrado ABCD son A(-7;-8) y B(2;4). Determine el área de dicho cuadrado.



Resolución:

$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

Calculando la distancia entre los puntos A y B:

$$AB = \sqrt{(2-(-7))^2 + (4-(-8))^2}$$

$$AB = \sqrt{(9)^2 + (12)^2}$$

$$AB = \sqrt{81 + 144}$$

$$AB = \sqrt{225}$$

$$AB = 15$$

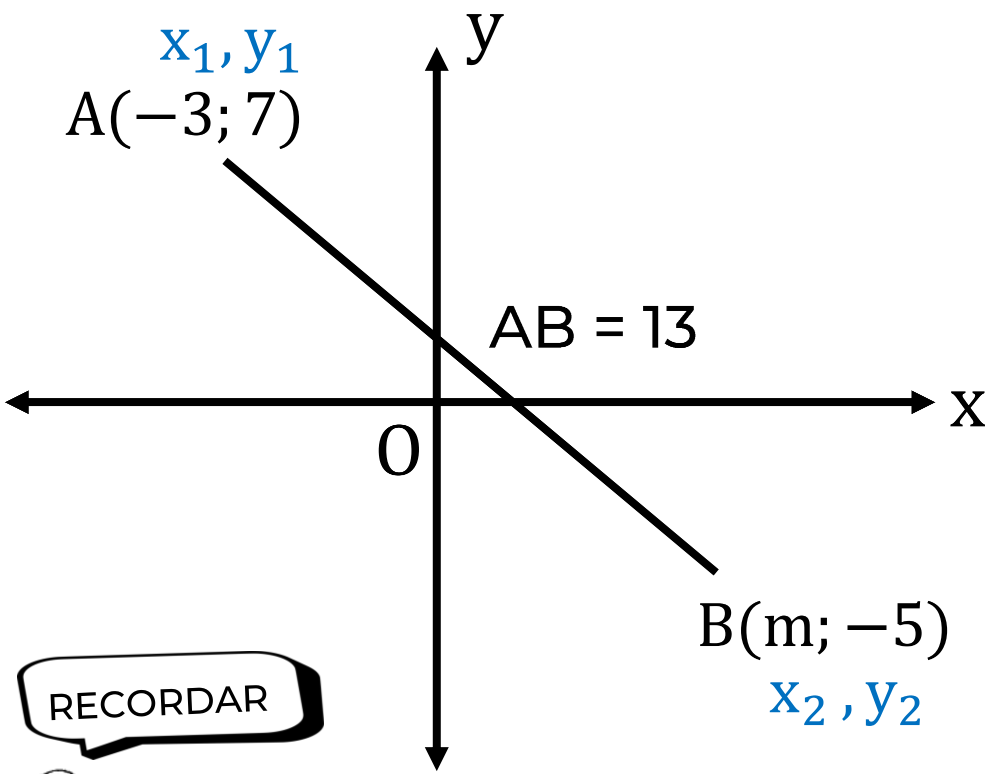
Por lo tanto el área del cuadrado:

$$L^2 = 15^2$$

$$\therefore L^2 = 225u^2$$

HELICOPRACTICE 7

Dados los puntos A(-3;7) y B(m;-5). Calcule la suma de valores de m si AB = 13 u.



$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

Resolución:

Calculando la distancia entre los puntos A y B:

$$d\,(\overline{AB}) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

$$13 = \sqrt{(-3 - m)^2 + (7 - (-5))^2}$$

$$13^2 = (-3 - m)^2 + 12^2$$

$$169 = (-3 - m)^2 + 144$$

$$25 = (-3 - m)^2$$

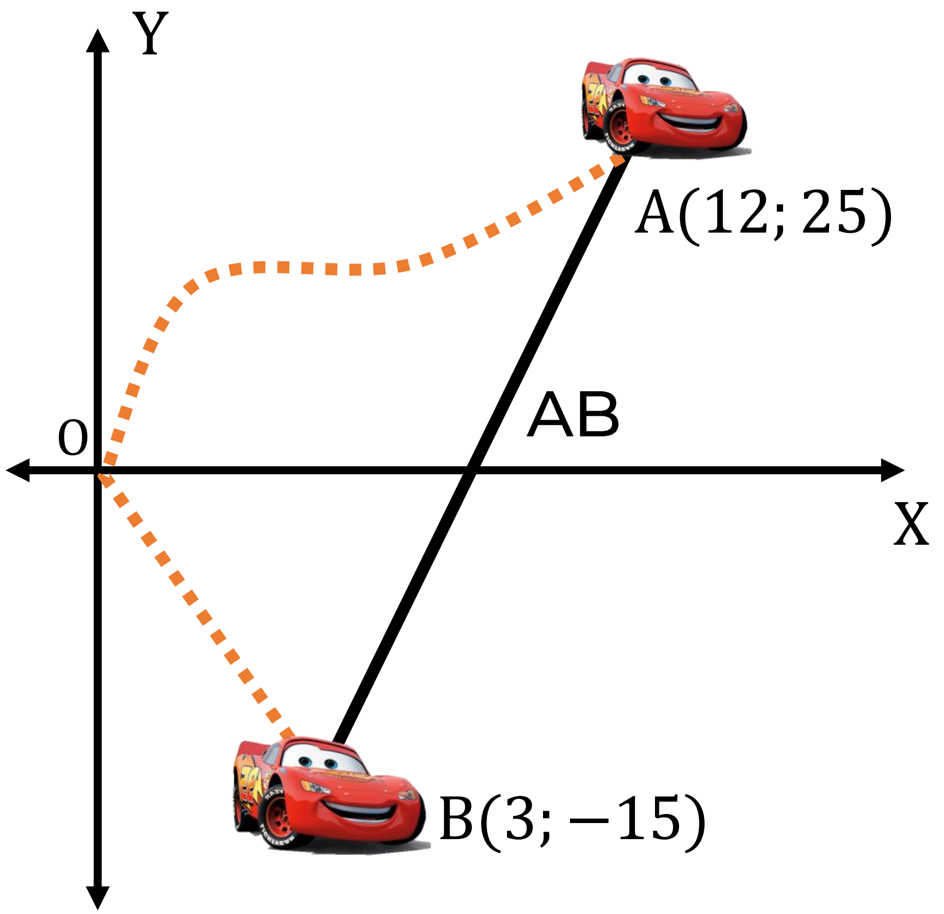
$$-3 - m = \sqrt{25} \quad \begin{cases} 5 \\ -5 \end{cases}$$

$-3 - m = 5$ | $-3 - m = -5$
$\boxed{m = -8}$ | $\boxed{m = 2}$

$\therefore$ Entonces suma de valores de $m = -6$

HELICOPRACTICE 8

Dos autos salen de un garaje y se estacionan uno a unos metros del otro, tal como se muestra en la figura. Calcule la distancia entre los autos en metros.



Resolución:

RECORDAR

$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

Calculando la distancia entre los puntos A y B:

$$AB = \sqrt{(12-3)^2 + (25-(-15))^2}$$

$$AB = \sqrt{(9)^2 + (40)^2}$$

$$AB = \sqrt{81 + 1600}$$

$$AB = \sqrt{1681}$$

$$\therefore\ AB = 41$$