MATHEMATICAL REASONING

II BIMESTRE

5th
SECONDARY

ASESORIA

SACO OLIVEROS

INTERPRETACIÓN DE ENUNCIADOS II (DIOFÁNTICAS)

PROBLEMA 1

Coco va a comprar pelotas a S/21 la unidad, medias a S/15 la unidad y gorros a S/35 la unidad; si desea gastar sólo S/223, ¿cuántos artículos puede comprar, sabiendo que desea más gorros que pelotas?

Resolución:

P. UNIT.	21	15	35
CANTIDAD	x	y	z

$$21x + 15y + 35z = 223$$

$$21x + \overbrace{14y + y} + 35z = 217 + 6 \quad \rightarrow y = 6$$

$$21x + 35z = 217$$

$\div 7$

$$3x + 5z = 31$$

$$\begin{array}{cc} 2 & 5 \\ \cancel{7} & \cancel{2} \end{array} \qquad \rightarrow x = 2; \;\; z = 5$$

$$N° \; de \; artículos \; comprados = x + y + z = 13$$

PROBLEMA 2

En una fiesta hay 180 personas entre hombres, mujeres y niños. En un determinado momento se observa que el número total de niños es igual a la sexta parte del número de mujeres que bailaban, y el número de hombres que no bailaban era igual a la octava parte del total de mujeres. ¿Cuántas mujeres no bailaban en dicho instante?

Resolución:

Piden determinar la cantidad de mujeres que no bailaban.

	BAILAN	NO BAILAN	TOTAL
VARONES	$6a$	n	$6a+n$
MUJERES	$6a$	$8n-6a$	$8n$
NIÑOS		a	a

$$(6a+n)+8n+a=180$$

$$\underbrace{7a}_{\overset{\circ}{9}}+\underbrace{9n}_{\overset{\circ}{9}}=\underbrace{180}_{\overset{\circ}{9}}$$

$$a = 9 \qquad n = 13$$

(única solución)

$$\therefore\ Mujeres\ que\ no\ bailan=50$$

PROBLEMAS SOBRE CRONOMETRÍA

PROBLEMA 3

Raulito quería iniciar una conversación con Mónica y le pregunta. ¿Qué hora es? Ella sutilmente responde: “Son más de las 4 p.m. sin ser las 6 p.m. y hace 10 minutos los minutos que habían transcurrido desde las 4 p.m. eran iguales a 1/8 del tiempo que faltarían transcurrir hasta las 6 p.m. dentro de 20 minutos

¿Qué hora indicó Mónica?

Resolución:

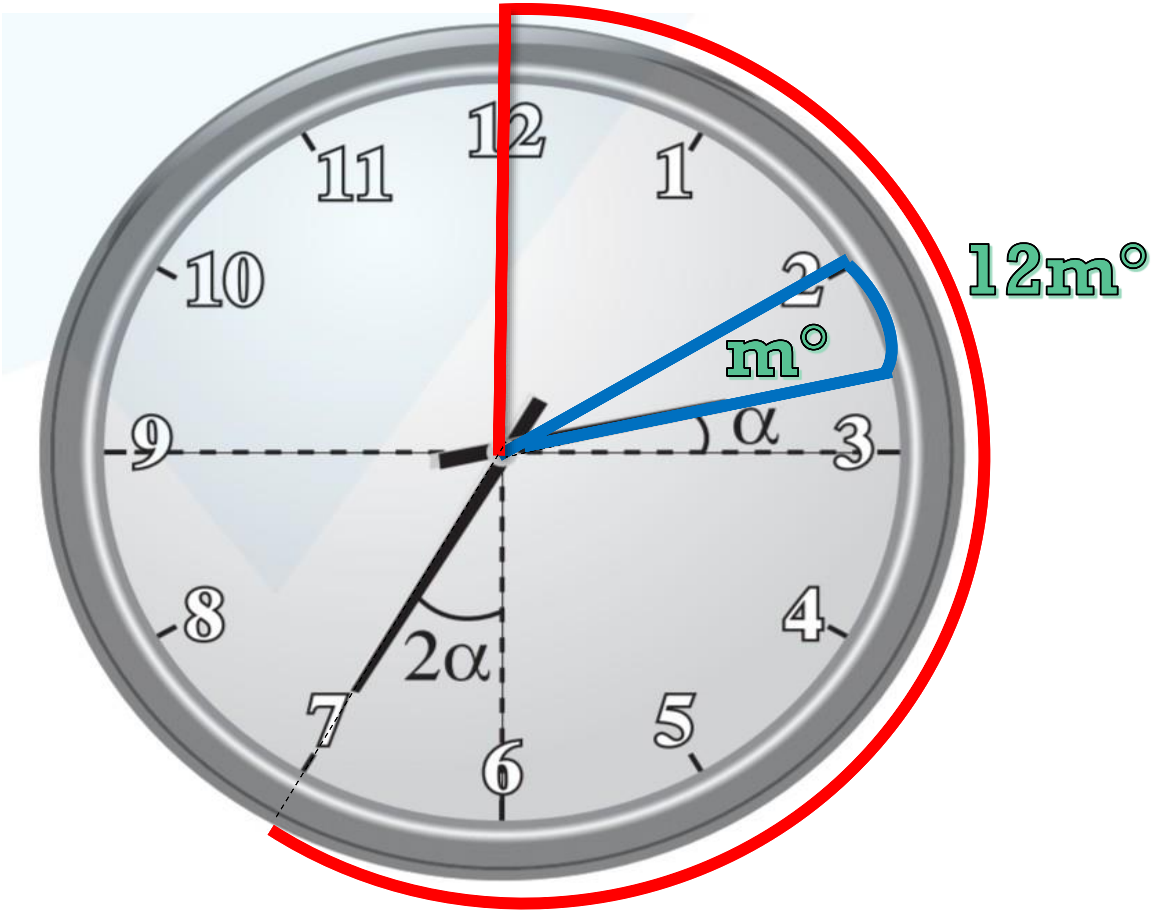
$$x + 10 + 20 + 8x = 120$$
$$9x + 30 = 120$$
$$9x = 90$$
$$x = 10$$

La hora será: $4pm + 10 + 10 = 4{:}20pm$

$\therefore$ $4{:}20\ p.m.$

PROBLEMA 4

¿ Qué hora indica el reloj de la figura?



Resolución: HORA: $2 : 2m$

$$12m = 180 + 2\alpha \qquad m + \alpha = 30$$

$$12m - 2\alpha = 180 \qquad 2m + 2\alpha = 60$$

$$\begin{array}{r} 12m - \cancel{2\alpha} = 180 \; + \\ 2m + \cancel{2\alpha} = 60 \\ \hline 14m = 240 \end{array}$$

$$2m = \frac{240}{7}$$

$\therefore$ HORA. $2 : 34\frac{2}{7}$

OPERACIONES MATEMÁTICAS

PROBLEMA 5

Sabiendo que

$$\boxed{x+5} = x-3$$

$$\boxed{x-1} = x-5$$

Determine

$$M = \underbrace{\cdots x-1 \cdots}_{100\ operadores}$$

Resolución:

De los datos:

$$\boxed{x-1} = x-5 \quad (-4)$$

$$\boxed{x+5} = x-3$$

$$\downarrow -4$$

$$x+1 = x-3 \quad (-4)$$

Entonces, en la expresión pedida:

$$M = \cdots x-1 \cdots = (x-1)\underbrace{-4-4-4-\cdots-4}_{100\ veces}$$

$$\therefore M = x-401$$

PROBLEMA 6

Si: $x^{\boxed{x}} = x + 2$

Calcular:

$$\left(\boxed{3} \times \boxed{5} \times \boxed{7}\right)^3$$

$3^{\boxed{3}} = 5$ $\quad$ $5^{\boxed{5}} = 7$ $\quad$ $7^{\boxed{7}} = 9$

ahora: $7^{\boxed{7}} = 9$

$$\left(5^{\boxed{5}}\right)^{\boxed{7}} = 9$$

$$\left(\left(3^{\boxed{3}}\right)^{\boxed{5}}\right)^{\boxed{7}} = 3^2 \qquad \boxed{3} \times \boxed{5} \times \boxed{7} = 2$$

NOS PIDEN:

$2^3 = 8$

$\therefore \underline{\underline{8}}$

OTRA FORMA:

Si: $x^{\boxed{x}} = x + 2$

Calcular:

$$\left(\boxed{3} \times \boxed{5} \times \boxed{7}\right)^3$$

Resolución:

$$x^{\boxed{x}} = x + 2$$

A ambos términos le aplicaciones logaritmo de base x

$$\log_x x^{\boxed{x}} = \log_x (x + 2)$$

$$\boxed{x} = \log_x (x + 2)$$

HALLAMOS: $\boxed{3} \times \boxed{5} \times \boxed{7}$

$$\log_3 \cancel{5} \times \cancel{\log_5} \cancel{7} \times \cancel{\log_7} 9$$

$$\log_3 9 = 2$$

NOS PIDEN: 2^3 $\therefore$ $\underline{\underline{8}}$

LEYES DE COMPOSICIÓN

PROBLEMA 7

Se define en $\mathbb{Z}$

Si: $p \heartsuit q = p + q - 9$

Determine:

$$13^{-1} \heartsuit 7^{-1}$$

Recordemos:

$$\boxed{a \heartsuit a^{-1} = a^{-1} \heartsuit a = e}$$

De la operación: $e = +9$

Resolución:

$$p \heartsuit q = p + q - 9$$

$$\underbrace{a \heartsuit a^{-1}}_{e} = a + a^{-1} - 9$$

$$e = a + a^{-1} - 9$$

$$9 = a + a^{-1} - 9$$

$$18 - a = a^{-1}$$

$$5 = 13^{-1}$$

$$11 = 7^{-1}$$

Piden:

$$13^{-1} \heartsuit 5^{-1}$$

$$5 \heartsuit 11 = 5 + 11 - 9$$

$$\underline{\underline{7}}$$

PROBLEMA 8

Dada la siguiente tabla:

Δ	1	2	3	4
1	3	4	1	2
2	4	1	2	3
3	1	2	3	4
4	2	3	4	1

Halle el valor de:

$$\left(4^{-1} \Delta\, 3^{-1}\right) \Delta\, 2^{-1}$$

Resolución:

DE LA TABLA:

$$e = 3$$

$$\boxed{a \,\Delta\, a^{-1} = e} \qquad \boxed{a^{-1} \Delta\, a = e}$$

CALCULANDO:

$4 \,\Delta\, 4^{-1} = 3 \longrightarrow 4^{-1} = 2$

$3 \,\Delta\, 3^{-1} = 3 \longrightarrow 3^{-1} = 3$

$2 \,\Delta\, 2^{-1} = 3 \longrightarrow 2^{-1} = 4$

ME PIDEN:

$$\left(4^{-1} \Delta\, 3^{-1}\right) \Delta\, 2^{-1}$$

$$(2 \,\Delta 3)\ \Delta\ 4 = 3$$

3

SUCESIONES

PROBLEMA 9

Durante el mes de febrero de 1952, una florista vendió 18 rosas el primer día del mes; 26 rosas el segundo día; el tercer día, 2 rosas menos que el doble de lo que vendió el primer día; y así sucesivamente. Si las ventas siguieron así durante todo el mes, ¿Cuántas rosas vendió el último día del mes?

Resolución:

Piden la cantidad de rosas que vendió el último día del mes.

Del enunciado: $\boxed{1952}$ ⇨ Año Bisiesto

$$\begin{array}{cccccccc} & 1° & 2° & 3° & 4° & \ldots & 29° \\ 10 & 18; & 26; & 34; & 42; & \ldots; & t_{29} \end{array}$$

$+8 \quad +8 \quad +8 \quad +8 \quad +8$

$$\rightarrow \; t_n = 8n + 10$$

$$\rightarrow \; t_{29} = 8(29) + 10$$

$$\therefore \; t_{29} = \underline{242}$$

PROBLEMA 10

Calcule la diferencia entre la cantidad de términos que terminan en 5 y la cantidad de términos que tienen tres cifras en la siguiente sucesión: 8; 17; 26; 35; 44; ..... ; 899

Resolución:

$$\underset{1°}{8};\ \underset{2°}{17};\ \underset{3°}{26};\ \underset{4°}{35};\ \underset{5°}{44};\ \underset{\dots}{\dots};\ \underset{100°}{899} \rightarrow t_n = 9n - 1$$

+9 +9 +9 +9

$$t_n = 9n - 1 = \dots 5$$

$$t_n = 9n = \dots 6$$

$$\rightarrow\ n = \underbrace{\{4; 14; 24: \dots; 94\}}_{\text{10 términos}}$$

$$100 \leq 9n - 1 < 1000$$

$$11{,}22\ldots \leq n < 111{,}22\ldots$$

$$\rightarrow\ n = \underbrace{\{12; 13; 14; \dots; 100\}}_{\text{89 términos}}$$

$$\therefore\ 89 - 10 = \underline{\underline{79}}$$

SERIES I

PROBLEMA 11

Calcule: $S = \underbrace{3^3 - 1 + 4^3 - 3 + 5^3 - 5 + 6^3 - 7 + \cdots}_{\textit{20 términos}}$

Resolución:

$$S = (\underbrace{3^3 + 4^3 + 5^3 + \cdots + 12^3}_{\textit{10 términos}}) - (\underbrace{1 + 3 + 5 + \cdots + 19}_{\textit{10 términos}})$$

$$S = \left(\frac{12(13)}{2}\right)^2 - \left(\frac{2(3)}{2}\right)^2 - (10)^2$$

$$S = 6084 - 9 - 100$$

$$\therefore\ S = \underline{\underline{5975}}$$

PROBLEMA 12

Calcule: $M = 4^2 + 8^2 + 12^2 + 16^2 + \cdots + 60^2$

Resolución:

$$M = \underset{1°}{4^2} + \underset{2°}{8^2} + \underset{3°}{12^2} + \underset{4°}{16^2} + \underset{\dots}{\cdots} + \underset{15°}{60^2}$$

$$M = 4^2 \times (1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \cdots + 15^2)$$

$$M = 16\left(\frac{15(16)(31)}{6}\right)$$

$$\therefore\ M = \underline{\underline{19840}}$$