

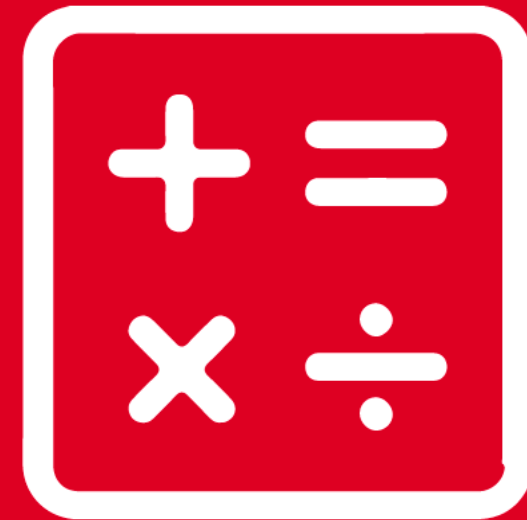


MATHEMATICAL REASONING

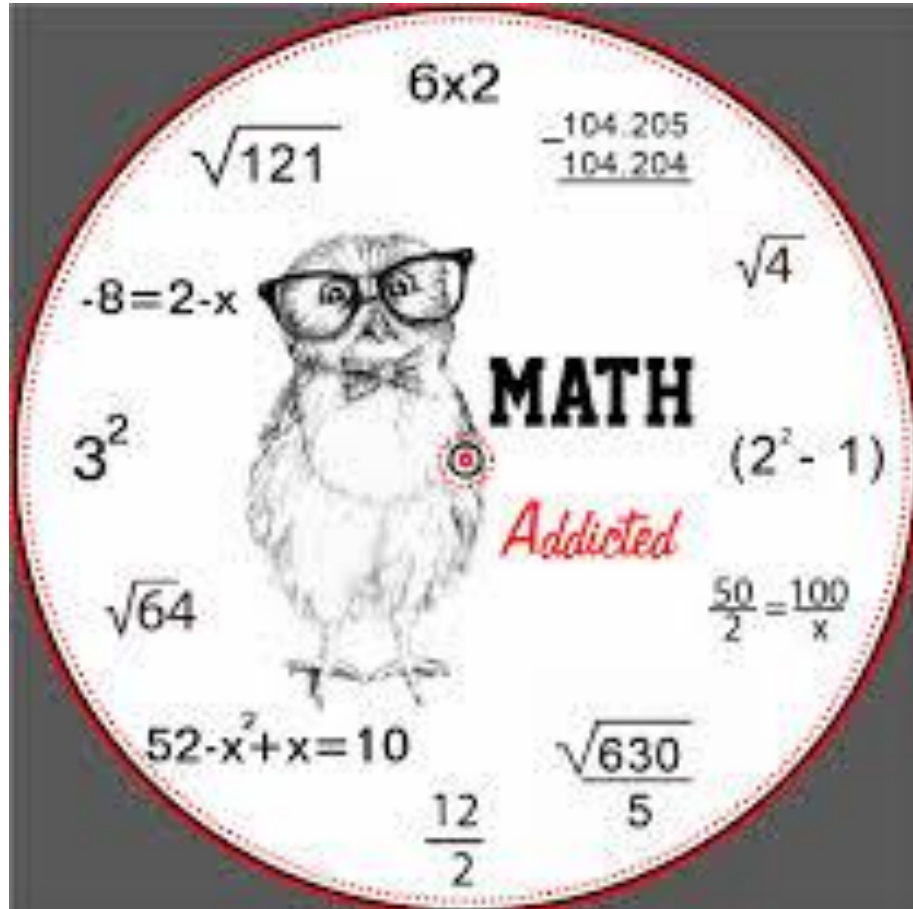
Chapter 10

4TH GRADE OF SECONDARY

Leyes de composición



RELOJES MATEMÁTICOS



¿QUÉ ES UNA LEY DE COMPOSICIÓN INTERNA

Es una operación matemática definida en un determinado conjunto. También se le puede llamar operación binaria, y puede tener una presentación algebraica o una presentación tabular.

$$a * b = a + b - 12$$

Fila de entrada

Columna de entrada

	1	2	3	4
1	4	6	8	10
2	8	10	12	14
3	12	14	16	18
4	16	18	20	22

Cuerpo o matriz de resultados

PROPIEDADES

PROPIEDAD CLAUSURATIVA O CERRADA

Se refiere a que todos los elementos, tanto los de partida como los resultados, sean elementos de un mismo conjunto dado.

Ejemplo:

$$\text{Sea: } A = \{1; 2; 3; 4\}$$

*	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	3	4	1
3	3	4	1	2
4	4	1	2	3

OBSERVACIÓN

**SE OBSERVA QUE TODOS
LOS ELEMENTOS DE LA
TABLA PERTENECEN AL
CONJUNTO A**



PROPIEDADES

Propiedad conmutativa:

Una operación será conmutativa si se cumple que:

$$a * b = b * a$$

En una tabla:

*	1	3	5	7
1	1	3	5	7
3	3	5	7	1
5	5	7	1	3
7	7	1	3	5

OBSERVACIÓN

DESPUÉS DE VERIFICAR QUE LA FILA Y COLUMNA DE ENTRADA ESTEN EN EL MISMO ORDEN; SI SE DA LA DISTRIBUCIÓN SIMÉTRICA RESPECTO A LA DIAGONAL PRINCIPAL ES CONMUTATIVA.

Por lo tanto, es:
conmutativa

PROPIEDADES

Propiedad del elemento neutro(e)

$$a * e = e * a = a$$

En una operación algebraica:

$$a * b = a + b - 12$$

$$a * e = a + e - 12$$

$$\cancel{a} = \cancel{a} + e - 12$$

$$12 = e$$

En una operación tabular:

*	1	2	3	4
1	3	4	1	2
2	4	1	2	3
3	1	2	3	4
4	2	3	4	1

$$e = 3$$

PROPIEDADES

Propiedad del elemento inverso

Se define en \mathbb{Z} :

Halle el valor de 5^{-1} en:

$$m \Delta n = m + n - 10$$

$$\underline{a \Delta a^{-1}} = a + a^{-1} - 10$$

$$e = a + a^{-1} - 10$$

$$10 = a + a^{-1} - 10$$

$$20 - a = a^{-1}$$

$$20 - 5 = 5^{-1}$$

$$15 = 5^{-1}$$

$$e = 10$$

$$a \Delta a^{-1} = a^{-1} \Delta a = e$$

En una operación tabular:

Halle el valor de 4^{-1}

Δ	1	2	3	4
1	3	4	1	2
2	4	1	2	3
3	1	2	3	4
4	2	3	4	1

$$e = 3$$

$$4^{-1} = 2$$



RESOLUCIÓN DE LA PRÁCTICA





PROBLEMA 1

En una práctica de matemáticas del curso de razonamiento matemático se planteó el siguiente problema:

$$m \Delta n = 2m + n$$

Podría usted calcular el valor de:

$$E = 10 \Delta (-6)$$

Resolución:

$$m \Delta n = 2m + n$$

$$10 \Delta -6 = 2(10) + (-6)$$

$$10 \Delta -6 = 20 + (-6)$$

$$10 \Delta -6 = 20 - 6$$

$$10 \Delta -6 = 14$$

$$\therefore \underline{\underline{14}}$$



PROBLEMA 2

En un boletín de matemáticas para el examen mensual se propuso el siguiente problema:

$$A * B = A + B - 4$$

Se define en \mathbb{Z} .

Calcule el elemento neutro.

Resolución:

Recordemos: $a * e = e * a = a$

$$A * B = A + B - 4$$

$$\underbrace{a * e}_{\cancel{a}} = a + e - 4$$

$$\cancel{a} = \cancel{a} + e - 4$$

$$4 = e$$

$$\therefore \underline{\underline{4}}$$

HELICO | PRACTICE

PROBLEMA 3

Álvaro está estudiando su libro de matemática, para su examen bimestral y tiene dificultad con el siguiente problema:

Si:

$$A * B = A + B - 5$$

Coloque ☐ verdad(V) o ☐ falsedad (F) según sea:

Resolución:

a. El elemento neutro es -5 . (F)

$$A * B = A + B - 5$$

$$\underbrace{a * e}_{a} = a + e - 5$$

$$\cancel{a} = \cancel{a} + e - 5$$

$$5 = e$$

b. La operación es conmutativa. (V)

c. La operación es asociativa. (V)

$$\therefore \underline{\underline{F, V, V}}$$

PROBLEMA 4

Se define en \mathbb{Z}

Si: $m \Delta n = m + n - 8$

Determine:

$$3^{-1} \text{ y } 4^{-1}$$

Recordemos:

$$a \Delta a^{-1} = a^{-1} \Delta a = e$$

De la operación: $e = +8$

Resolución:

$$m \Delta n = m + n - 8$$

$$\underline{a \Delta a^{-1}} = a + a^{-1} - 8$$

$$e = a + a^{-1} - 8$$

$$8 = a + a^{-1} - 8$$

$$16 - a = a^{-1}$$

$$13 = 3^{-1}$$

$$12 = 4^{-1}$$

$$\therefore \underline{\underline{13; 12}}$$



PROBLEMA 5

Se define en \mathbb{Z}

Si: $p \heartsuit q = p + q - 6$

Determine:

$$2^{-1} \heartsuit 5^{-1}$$

Recordemos:

$$a \heartsuit a^{-1} = a^{-1} \heartsuit a = e$$

De la operación: $e = +6$

Resolución:

$$p \heartsuit q = p + q - 6$$

$$\underbrace{a \heartsuit a^{-1}}_e = a + a^{-1} - 6$$

$$e = a + a^{-1} - 6$$

$$6 = a + a^{-1} - 6$$

$$12 - a = a^{-1}$$

$$10 = 2^{-1}$$

$$7 = 5^{-1}$$

Piden:

$$2^{-1} \heartsuit 5^{-1}$$

$$10 \heartsuit 7 = 10 + 7 - 6$$

$$\therefore \underline{\underline{11}}$$

PROBLEMA 6

Angélica discutía con su amiga Camila sobre la resolución más corta para este problema:

$$\text{Si: } m \otimes n = \frac{mn}{3}$$

Calcule el valor de P

$$P = 4^{-1} \otimes 6^{-1}$$

Definida en \mathbb{R}

Resolución:

Elemento neutro:

$$m \otimes n = \frac{mn}{3}$$

$$\underbrace{a \otimes e} = \frac{ae}{3}$$

$$\cancel{a} = \frac{\cancel{a}e}{3}$$

$$3 = e$$

$$P = 4^{-1} \otimes 6^{-1}$$

$$P = \frac{9}{4} \otimes \frac{3}{2} = \frac{\frac{27}{8}}{3} = \frac{27}{24}$$

$$m \otimes n = \frac{mn}{3}$$

$$\underbrace{a \otimes a^{-1}} = \frac{a \cdot a^{-1}}{3}$$

$$e = \frac{a \cdot a^{-1}}{3}$$

$$\frac{9}{a} = a^{-1}$$

$$\therefore \underline{\underline{\frac{9}{8}}}$$



PROBLEMA 7

La siguiente operación matemática está definida en el campo de los números enteros (\mathbb{Z}).

$$a \Delta b = a + b - 6$$

Coloque **verdad (V)** o **falsedad (F)** según sea:

Resolución:

a. El elemento neutro es 6. **(V)**

$$a \Delta b = a + b - 6$$

$$a \Delta e = a + e - 6$$

$$\cancel{a} = \cancel{a} + e - 6$$

$$6 = e$$

b. El elemento neutro es 2. **(F)**

c. La operación Δ es conmutativa **(V)**

d. La operación es asociativa. **(V)**

$$\therefore \underline{\underline{V, F, V, V}}$$



PROBLEMA 8

En el examen de admisión para la Universidad Nacional Mayor de San Marcos se propuso el siguiente problema:

Si: $m \Delta n = \frac{2mn}{3}$

Calcule el valor de P

$$P = 27^{-1} \Delta \left[\frac{1}{16} \right]^{-1}$$

Definida en \mathbb{R}

Resolución:

Elemento neutro:

$$m \Delta n = \frac{2mn}{3}$$

$$\underbrace{a \Delta e}_{e} = \frac{2ae}{3}$$

$$\cancel{a} = \frac{2\cancel{a}e}{3}$$

$$\Rightarrow e = \frac{3}{2}$$

$$27^{-1} = \frac{1}{12}$$

$$\left[\frac{1}{16} \right]^{-1} = 16$$

$$\frac{1}{12} (36) = 3$$

$$\Rightarrow \frac{1}{12} \Delta 36 = \frac{2(3)}{3}$$

$$\therefore \underline{\underline{2}}$$

$$m \Delta n = \frac{2mn}{3}$$

$$\underbrace{a \Delta a^{-1}}_e = \frac{2a.a^{-1}}{3}$$

e

$$\frac{3}{2} = \frac{2a.a^{-1}}{3}$$

$$\frac{9}{4a} = a^{-1}$$