



ARITHMETIC

Chapter 16

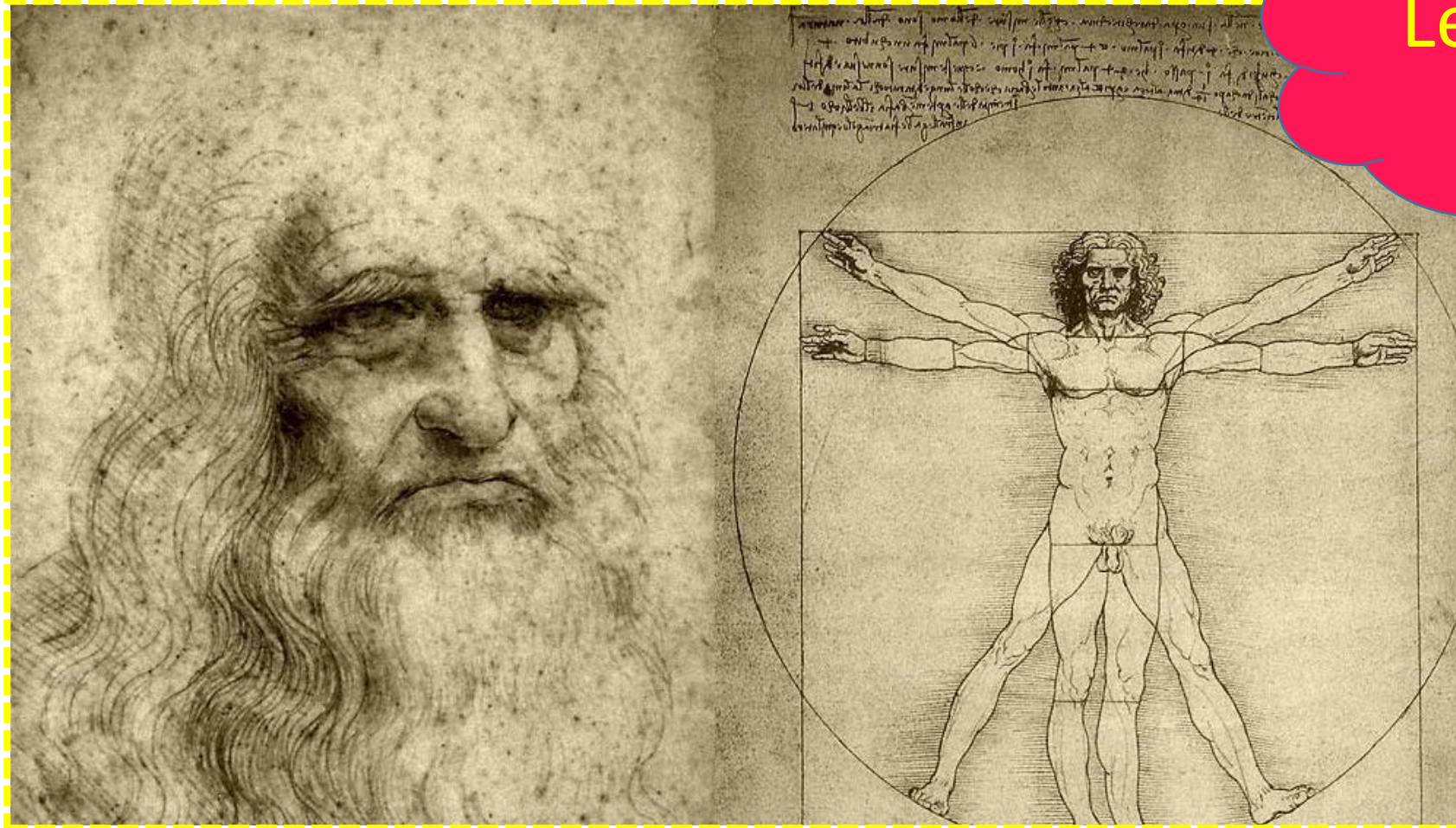
2th
SECONDARY

PROPORCIONES



 **SACO OLIVEROS**

MOTIVATING | STRATEGY



¿Quién fue
Leonardo Da
Vinci?

1

PROPORCIÓN:

Es la comparación entre 2 razones. Hay 2 clases.

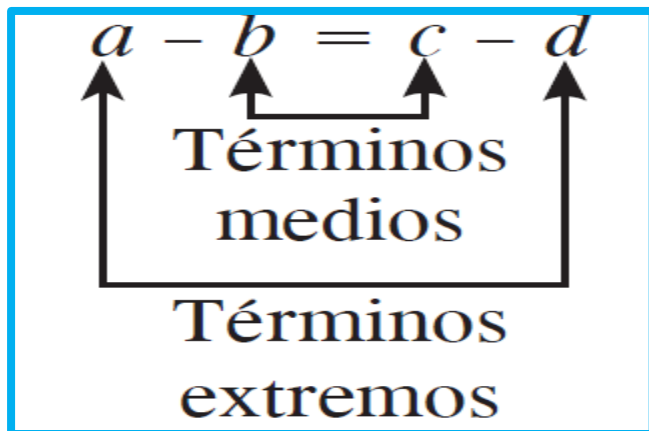
A

PROPORCIÓN ARITMÉTICA:

Es la igualdad de dos razones aritméticas (llamada también equidiferencia). Por ejemplo: $10 - 6 = 4$ y $7 - 3 = 4$

Luego se tiene: $10 - 6 = 7 - 3$ (Proporción aritmética)

En general con las cantidades a, b, c y d formamos una proporción aritmética



En consecuencia

$$\underbrace{a + d}_{\text{Suma de extremos}} = \underbrace{b + c}_{\text{Suma de medios}}$$



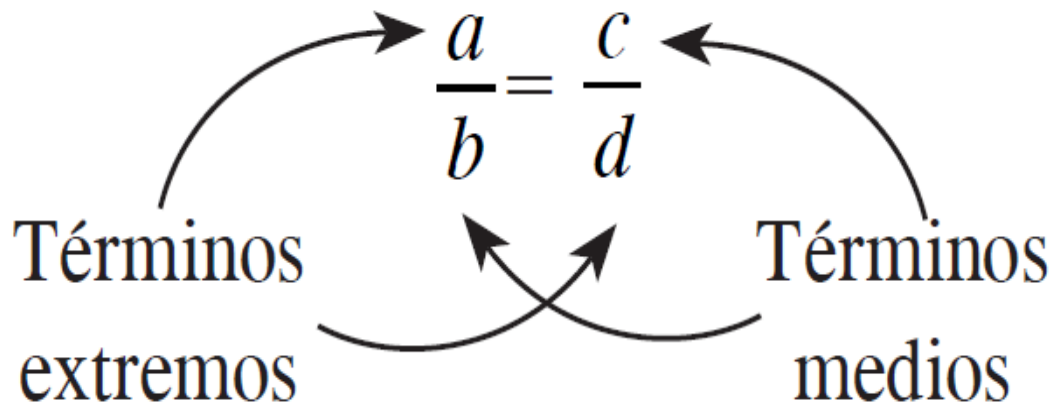
B PROPORCIÓN GEOMÉTRICA:

Es la igualdad de dos razones geométricas (**También llamada equicociente.**)

Por ejemplo: $\frac{42}{20} = 2,1$ y $\frac{21}{10} = 2,1$

Luego se tiene: $\frac{42}{20} = \frac{21}{10}$ (**Proporción geométrica**)

En general con las cantidades a, b, c y d formamos una proporción geométrica



En consecuencia

$$\underbrace{a \times d}_{\text{Producto de extremos}} = \underbrace{b \times c}_{\text{Producto de medios}}$$

TIPOS DE PROPORCIONES

<div>Clase</div> <div>Tipo</div>	Proporción aritmética	Proporción geométrica
DISCRETA Términos medios diferentes	$a - b = c - d$ <p>b y c diferentes d: cuarta diferencial</p>	$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ <p>b y c diferentes d: cuarta proporcional</p>
CONTINUA Términos medios iguales	$a - b = b - c$ <p>b: media diferencial c: tercera diferencial</p>	$\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ <p>b: media proporcional c: tercera proporcional</p>

1. Si A: Cuarta diferencial de 65; 50 y 43.
 B: Tercera diferencial de 36 y 20.
 Calcule A+B.

Resolución:

			Cuarta diferencial				Tercera diferencial	
Recordar:	$a - b$	$=$	$c - d$		Recordar:	$a - b$	$=$	$b - c$
	$65 - 50$	$=$	$43 - A$			$36 - 20$	$=$	$20 - B$
	15	$=$	$43 - A$			16	$=$	$20 - B$
	A	$=$	28			B	$=$	4

$$\therefore A + B = 32$$

- 2.** Las edades de cuatro hermanos forman una proporción aritmética. Si los mayores tienen 28; 24 y 17, ¿qué edad tendrá el menor de ellos?

Resolución:

Recordar: $a - b = c - d$ **Proporción aritmética discreta**
(términos medios diferentes)

Considerando: $28 - 24 = 17 - d$

$$4 = 17 - d$$

$$d = 13$$

\therefore El menor tendrá 13 años

3. Si M: Cuarta proporcional de 30; 12 y 25.
 N: Tercera proporcional de 9 y 6.
 Calcule M+N

Resolución:

Recordar:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Cuarta proporcional

$$\frac{30}{12} = \frac{25}{M} \rightarrow \frac{5}{2} = \frac{25}{M}$$

$$10 = M$$

Recordar:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

Tercera proporcional

$$\frac{9}{6} = \frac{6}{N} \rightarrow \frac{3}{2} = \frac{6}{N}$$

$$4 = N$$

$$M + N = 14$$

4. Si P: Media diferencial de 60 y 26.
Q: Media proporcional de 8 y 18.
Calcule $P - Q$.

Resolución:

Recordar:

Media diferencial

$$\begin{aligned} a - b &= b - c \\ 60 - P &= P - 26 \\ 86 &= 2P \\ 43 &= P \end{aligned}$$

Recordar:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

Media proporcional

$$\begin{aligned} \frac{8}{Q} &= \frac{Q}{18} \\ 144 &= Q^2 \\ 12 &= Q \end{aligned}$$

$$P - Q = 31$$

- 5.** Si la suma de los términos extremos de una proporción aritmética continua es 26, ¿qué valor tendrá la media diferencial?

Resolución:

Recordar:

$$\overbrace{a - b} = \underbrace{b - c}$$

Proporción aritmética continua
(términos medios iguales)

$$\begin{array}{ccc} \text{Suma de extremos} & = & \text{Suma de medios} \\ (a + c) & & (b + b) \end{array}$$

Considerando:

$$a + c = 26$$

$$2b = 26$$

$$b = 13$$

\therefore la media diferencial es 13

- 6.** En una proporción geométrica continua el producto de los 4 términos es 625.
Halle la media proporcional.

Resolución:

Recordar:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

Proporción geométrica continua
(términos medios iguales)

$$\left(\begin{array}{l} \text{Producto de} \\ \text{extremos: } a \cdot c \end{array} \right) = \left(\begin{array}{l} \text{Producto de} \\ \text{medios: } b \cdot b \end{array} \right)$$

Considerando:

$$\begin{aligned} a \cdot b \cdot b \cdot c &= 625 \\ \underbrace{b \cdot b}_{b^2} \cdot \underbrace{b \cdot b}_{b^2} &= 625 \\ b^4 &= 625 \\ b &= 5 \end{aligned}$$

\therefore la media proporcional es 13

- 7.** Una proporción geométrica continua de razón igual a 3 tiene como término medio a 12. Calcule la suma de los cuatro términos.

Resolución:

Recordar: $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ **Proporción geométrica continua**
(términos medios iguales)

Considerando:

$$\frac{a}{12} = \frac{12}{c} = 3 \quad \Rightarrow \quad \frac{a}{12} = 3 \quad \frac{12}{c} = 3$$

$$a = 36 \quad c = 4$$

$$a + b + b + c = 36 + 12 + 12 + 4$$

\therefore la suma de los cuatro términos es 64

8. Los 3 números ganadores de un sorteo forman una proporción geométrica continua de razón $\frac{1}{3}$. Si el producto de los cuatro términos de la proporción es 1296, calcule el mayor número ganador.

Resolución:

Recordar:

Proporción geométrica continua
(términos medios iguales)

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} \quad \left(\begin{array}{l} \text{Producto de} \\ \text{extremos: } a \cdot c \end{array} \right) = \left(\begin{array}{l} \text{Producto de} \\ \text{medios: } b \cdot b \end{array} \right)$$

Sean los números:

a; b y c

Entonces:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{1}{3}$$

$$a \cdot b \cdot b \cdot c = 1296$$

$$\underbrace{b \cdot b}_{b^2} = 1296$$

$$b = 6$$

$$\frac{b}{c} = \frac{1}{3}$$

$$c = 18$$

\therefore el mayor número ganador es 18