



# ALGEBRA

**5th**

OF  
SECONDARY

## DESIGUALDADES E INECUACIONES RACIONALES



 **SACO OLIVEROS**



El costo de una lavadora LG de 11Kg de capacidad cuesta  $8T$  soles ,donde  $T$  está dado por el producto de los valores enteros de resolver la siguiente inecuación:

$$x^2 - 7x + 10 \leq 0$$

¿Cuál es el costo de dicha lavadora?

**RPTA: S/960**

# HELICO --- THEORY



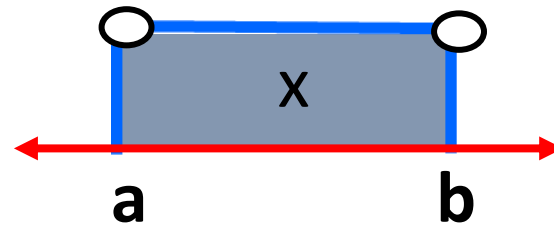
# DESIGUALDADES E INECUACIONES RACIONALES

## 1) INTERVALOS

Pueden ser: **Acotados** y **No Acotados**

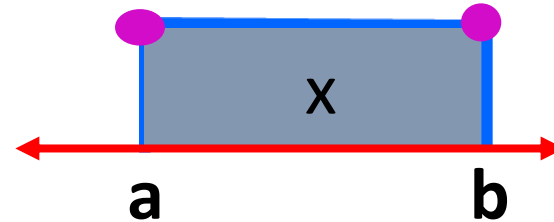
### INTERVALO ACOTADO :

Intervalo Abierto



$$(a;b) = \{x \in \mathbb{R} / a < x < b\}$$

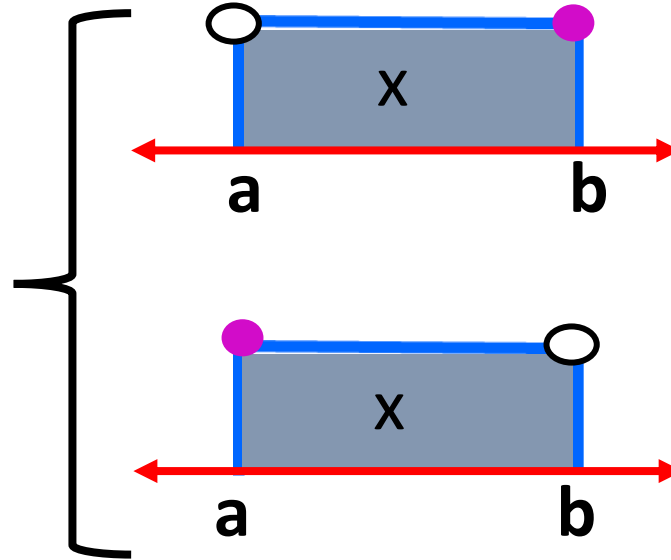
Intervalo Cerrado



$$[a;b] = \{x \in \mathbb{R} / a \leq x \leq b\}$$



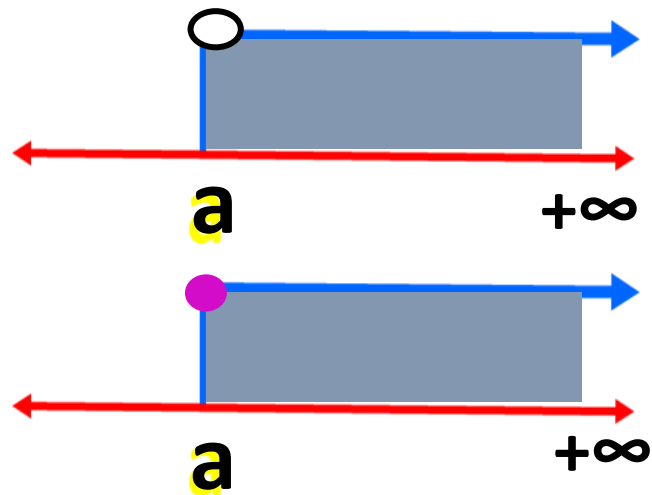
## Intervalos Semiabiertos



$$(a; b] = \{x \in \mathbb{R} / a < x \leq b\}$$

$$[a; b) = \{x \in \mathbb{R} / a \leq x < b\}$$

## INTERVALOS NO ACOTADO :



$$(a; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} / x > a\}$$

$$[a; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} / x \geq a\}$$



$$(-\infty; a) = \{x \in \mathbb{R} / x < a\}$$



$$(-\infty; a] = \{x \in \mathbb{R} / x \leq a\}$$

## 2) PROPIEDADES DE DESIGUALDADES

$$\forall a, b \in \mathbb{R}, m > 0$$

$$\text{Si: } a > b \Rightarrow am > bm$$

$$\text{Si: } a > b \Rightarrow \frac{a}{m} > \frac{b}{m}$$

$$\forall a, b \in \mathbb{R}, m < 0$$

$$\text{Si: } a > b \Rightarrow am < bm$$

$$\text{Si: } a > b \Rightarrow \frac{a}{m} < \frac{b}{m}$$

Si **a** y **b** tienen el mismo signo, además:

$$a < x < b$$

$$\Rightarrow \frac{1}{b} < \frac{1}{x} < \frac{1}{a}$$



### 3) INECUACIÓN DE PRIMER GRADO

Son inecuaciones que se reducen a la forma:

$$ax + b > 0 \quad ; a \neq 0$$

$$ax + b < 0 \quad ; a \neq 0$$

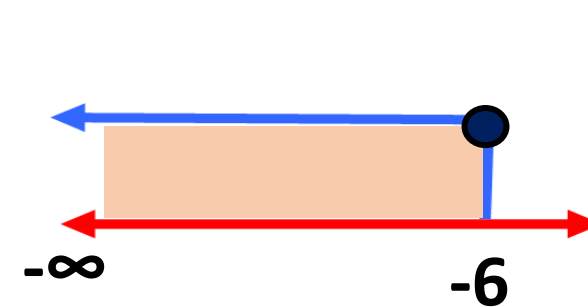
a) Resuelva:

$$(x + 4)^2 \leq (x+2)(x+5)$$

$$\Rightarrow \cancel{x^2} + 8x + 16 \leq \cancel{x^2} + 7x + 10$$

$$\Rightarrow 8x + 16 \leq 7x + 10$$

$$\Rightarrow x \leq -6$$



$$CS = < -\infty; 6]$$



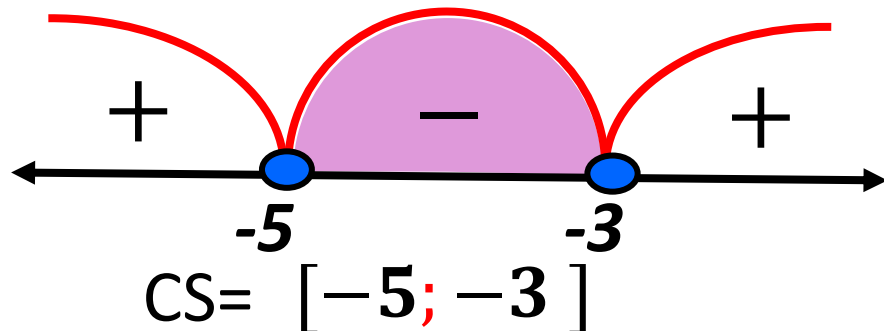
## 4) INECUACIONES CUADRÁTICAS

a) Resuelva:

$$x^2 + 8x + 15 \leq 0$$

$$\Rightarrow (x + 3)(x + 5) \leq 0$$

Puntos críticos:  $\begin{cases} x+3=0 \Rightarrow x=-3 \\ x+5=0 \Rightarrow x=-5 \end{cases}$

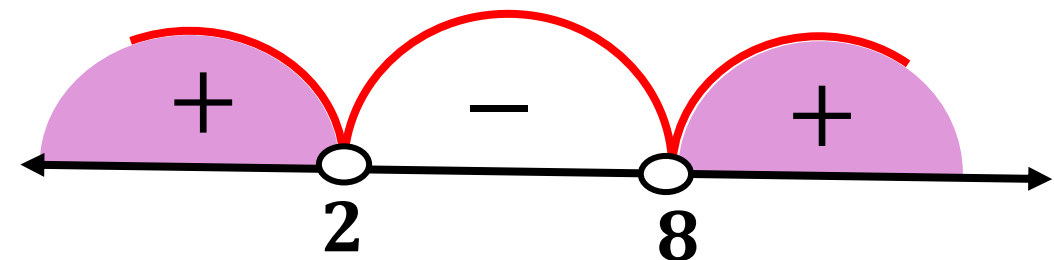


b) Resuelva:

$$x^2 - 10x + 16 > 0$$

$$\Rightarrow (x - 2)(x - 8) > 0$$

Puntos críticos:  $\begin{cases} x-2=0 \Rightarrow x=2 \\ x-8=0 \Rightarrow x=8 \end{cases}$



$$CS = < -\infty; 2 > \cup < 8; +\infty >$$





## 5) INECUACIONES FRACCIONARIAS

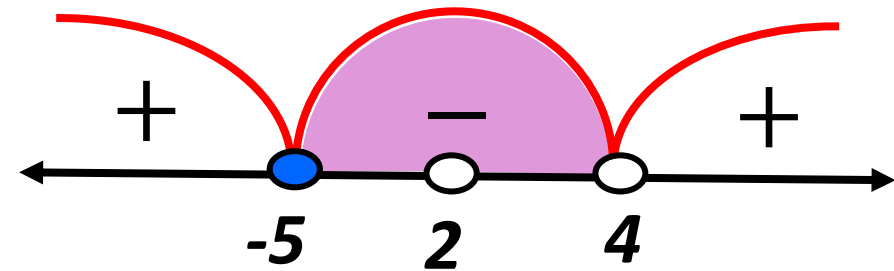
a) Resuelva:

$$\frac{x^2 + 3x - 10}{x^2 - 6x + 8} \leq 0$$

$$\Rightarrow \frac{(x+5)(\cancel{x-2})}{(x-4)(\cancel{x-2})} \leq 0$$

Podemos observar que:  $x \neq 2$

$\Rightarrow$  Puntos críticos: 
  $\begin{cases} x+5=0 & \Rightarrow x=-5 \\ x-4=0 & \Rightarrow x=4 \end{cases}$



$$CS = [-5; 4 > -\{2\}$$

# HELICO --- PRACTICE



**PROBLEMA 1** Resuelva:  $1 < \frac{3x+10}{x+7} < 2$

### Resolución

$$\frac{3x+10}{x+7} = 3 - \frac{11}{x+7}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow 1 &< 3 - \frac{11}{x+7} < 2 && \boxed{-3} \\ \rightarrow -2 &< -\frac{11}{x+7} < -1 && \\ \rightarrow 1 &< \frac{11}{x+7} < 2 && \boxed{x(-1)} \end{aligned}$$

Luego invertimos:

$$\begin{aligned} \rightarrow \frac{1}{2} &< \frac{x+7}{11} < 1 && \boxed{x(11)} \\ \rightarrow \frac{11}{2} &< x+7 < 11 && \\ \rightarrow -\frac{3}{2} &< x < 4 && \boxed{-7} \end{aligned}$$

$$\therefore C.S = < -\frac{3}{2}; 4 >$$



**PROBLEMA 2** Indique el menor valor entero que verifica la inecuación:

$$\frac{x+2}{2} - \frac{2x-3}{4} < \frac{2x-1}{3} + \frac{3}{2}$$

### Resolución

$$m.c.m (2-4-3-2) = 12$$

$$\rightarrow 6(x+2) - 3(2x-3) < 4(2x-1) + 6(3)$$

$$\rightarrow \cancel{6x} + 12 - \cancel{6x} + 9 < 8x - 4 + 18$$

$$\rightarrow 21 < 8x + 14$$

$$\rightarrow 7 < 8x$$

$$\rightarrow \frac{7}{8} < x \quad \text{abierto}$$

$$\rightarrow C.S = \left( \frac{7}{8}; +\infty \right)$$

**$\therefore$  El mínimo valor entero es el 1**

**PROBLEMA 3****Resuelva:**

$$6x^2 + 5x - 4 > 0$$

**Resolución**

$$6x^2 + 5x - 4 > 0$$

$$(3x + 4)(2x - 1) > 0$$

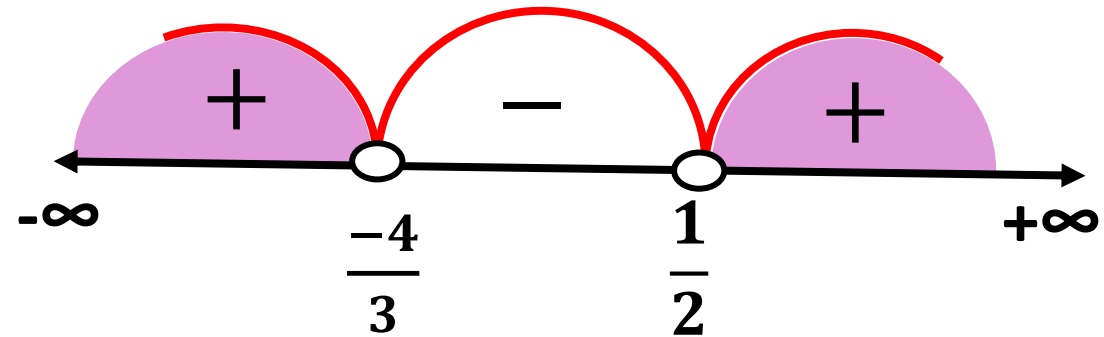


$$(3x + 4)(2x - 1) > 0$$

Puntos críticos :

$$\begin{cases} 3x + 4 = 0 \\ 2x - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = -\frac{4}{3} ; x = \frac{1}{2}$$



$$\therefore \text{CS} = < -\infty; -\frac{4}{3} > \cup < \frac{1}{2}; +\infty >$$



## PROBLEMA 4 Resuelva:

$$\frac{(4x + 1)(x + 3)}{3} + 1 \leq \frac{(5x + 1)(x + 2)}{4}$$

### Resolución

$$m.c.m (3-4) = 12$$

$$\rightarrow 4(4x+1)(x+3) + 12(1) \leq 3(5x+1)(x+2)$$

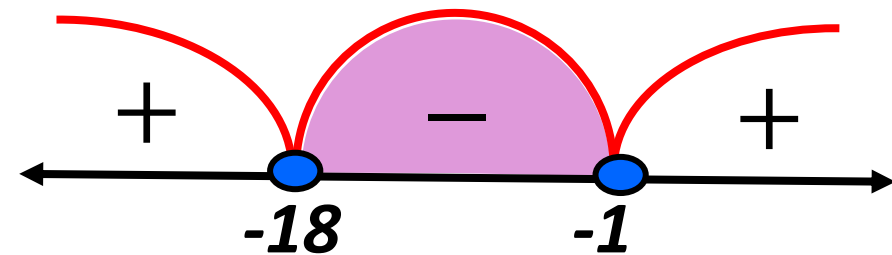
$$\rightarrow 4(4x^2 + 13x + 3) + 12(1) \leq 3(5x^2 + 11x + 2)$$

$$\rightarrow 16x^2 + 52x + 12 + 12 \leq 15x^2 + 33x + 6$$

$$\rightarrow x^2 + 19x + 18 \leq 0$$

$$\rightarrow (x + 18)(x + 1) \leq 0$$

$$\text{Puntos críticos: } \begin{cases} x+18=0 \rightarrow x=-18 \\ x+1=0 \rightarrow x=-1 \end{cases}$$



$$\therefore CS = [-18; -1]$$

**PROBLEMA 5**

La edad de Marcelo es  $3(a + b + c)$  años; donde  $a$ ;  $b$  y  $c$  se

obtienen de resolver  $\frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 9x + 14} \leq 0$  cuyo conjunto solución es:  $[a; b > -\{c\}$

¿Qué edad tendrá Marcelo dentro de 6 años?

**Resolución**

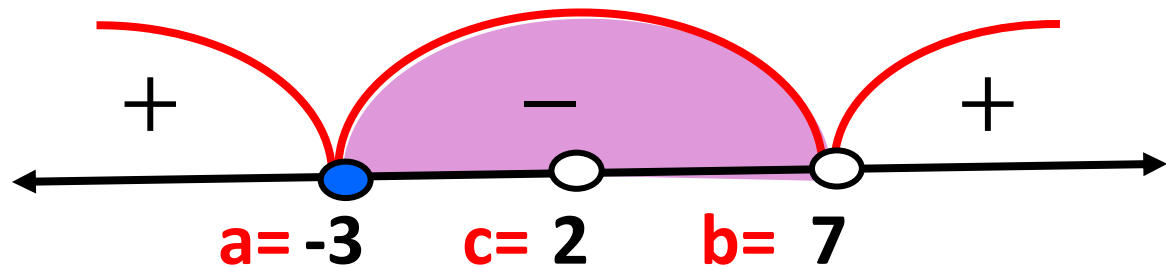
$$\frac{(x + 3)(x - 2)}{(x - 7)(x - 2)} \leq 0$$

*equivale a*

$$\frac{x + 3}{x - 7} \leq 0$$

$$x - 2 \neq 0$$

$$x \neq 2$$



$$\text{C.S} = [-3; 7 > -\{2\}]$$

**$\therefore$  Marcelo tiene  
18 años**

- $x^2 + x - 6$   
 $x \quad +3$   
 $x \quad -2$   
 $(x + 3)(x - 2)$
- $x^2 - 9x + 14$   
 $x \quad -7$   
 $x \quad -2$   
 $(x - 7)(x - 2)$

**PROBLEMA 6**

**Resuelva:**

$$\frac{(x^2 - 16)^2 (x + 7)}{(x^2 + x + 1)(x - 12)} < 0$$

**Resolución**

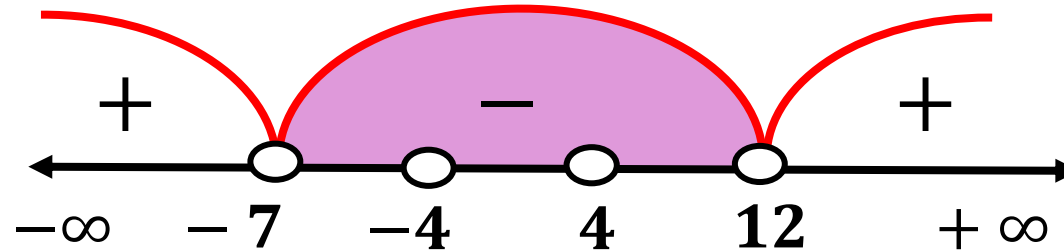
$$\frac{(x^2 - 16)^2 (x + 7)}{(x^2 + x + 1)(x - 12)} < 0$$

*positivo*

**-7**

$$\frac{(x + 7)}{(x - 12)} < 0$$

**12**



$$\therefore C.S. = \langle -7; 12 \rangle - \{-4; 4\}$$

•  $x^2 + x + 1$

$$x^2 + x + \frac{1}{4} + \frac{3}{4}$$

$$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$$

$x^2 + x + 1$ :  
es positivo

• **Si:**  $x \neq \pm 4$

$(x^2 - 16)^2$ :  
es positivo



**PROBLEMA 7****Resuelva:**

$$\frac{(x-8)(x-3)}{(x-6)(x-4)} > 1$$

**Resolución**

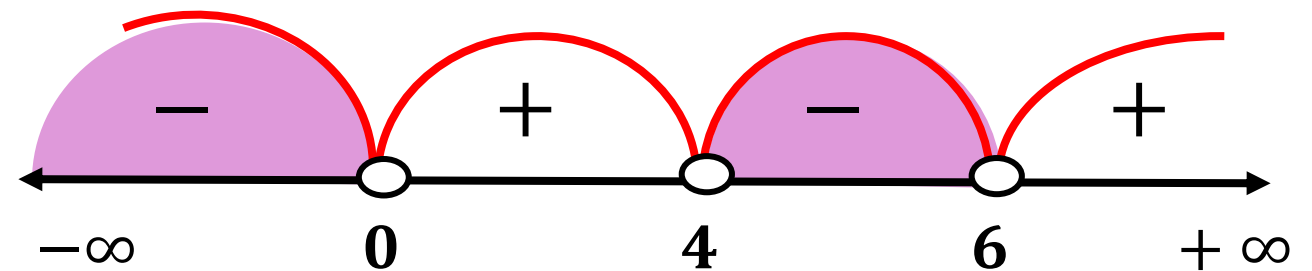
$$0 > 1 - \frac{(x-8)(x-3)}{(x-6)(x-4)}$$

$$0 > \frac{(x-6)(x-4) - (x-8)(x-3)}{(x-6)(x-4)}$$

$$0 > \frac{(x^2 - 10x + 24) - (x^2 - 11x + 24)}{(x-6)(x-4)}$$

*Si:  $a > b$  se cumple  $b < a$*

$$\frac{\overset{0}{x}}{\underset{6}{(x-6)}\underset{4}{(x-4)}} < 0$$



$$\therefore C.S. = \langle -\infty; 0 \rangle \cup \langle 4; 6 \rangle$$

**PROBLEMA 8**

Calcule la suma de valores enteros

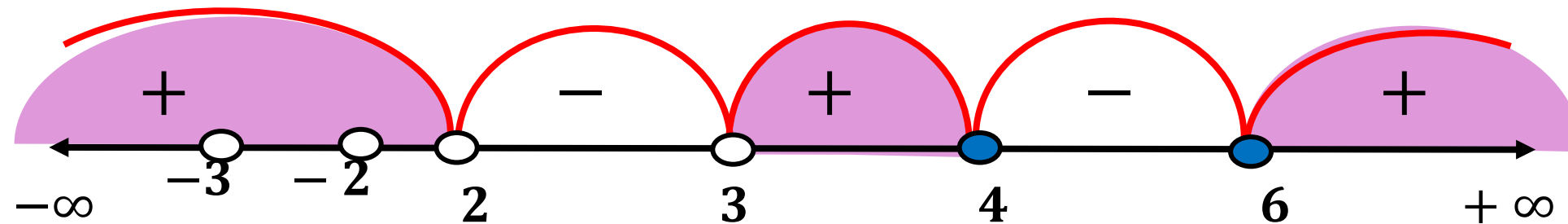
del complemento del conjunto solución de:

$$\frac{(x^2 - 4x - 12)(x^2 - x - 12)}{(x^2 - 9)(x^2 - 4)} \geq 0$$

**Resolución**

$$\frac{(x-6)(x+2)(x-4)(x+3)}{(x+3)(x-3)(x+2)(x-2)} \geq 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{(x-6)(x-4)}{(x-3)(x-2)} \geq 0$$

6
4
3
2



$$C.S. = \langle -\infty; 2 \rangle \cup \langle 3; 4 \rangle \cup [6; -\infty) - \{-2; -3\}$$

$$\text{Enteros del Complemento} = \{-3; -2; 2; 3; 5\}$$

$$\therefore \text{Suma: } 5$$

**Restricciones**

- $x^2 - 9 \neq 0$   
 $x \neq \pm 3$
- $x^2 - 4 \neq 0$   
 $x \neq \pm 2$