ALGEBRA

Chapter 9

2th

Session I

PRODUCTOS NOTABLES II

SACO OLIVEROS

¿Puedes calcular el resultado del siguiente ejercicio en menos de un minuto?

Sabiendo que $x^2 + 5x = 1$, *calcule el valor de* E.

$$E = \sqrt{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)+1}$$

$Rpta:\ 6$

PRODUCTOS NOTABLES II

I. IDENTIDAD DE STEVIN:

$$\boxed{(x+a)(x+b) \equiv x^2 + (a+b)x + ab}$$

Ejemplos:

- $(x+2)(x+7) = x^2 + 9x + 14$
- $(n-8)(n+2) = n^2 - 6n - 16$
- $(p+3)(p-5) = p^2 - 2p - 15$
- $(a-7)(a-9) = a^2 - 16a + 63$

II. BINOMIO AL CUBO:

$$\boxed{(a+b)^3 \equiv a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3}$$

$$\boxed{(a-b)^3 \equiv a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3}$$

Ejemplos:

- $(m+2)^3 = (m)^3 + 3(m)^2(2) + 3(m)(2)^2 + (2)^3$

  $= \boxed{m^3 + 6m^2 + 12m + 8}$

- $(x-4)^3 = (x)^3 - 3(x)^2(4) + 3(x)(4)^2 - (4)^3$

  $= \boxed{x^3 - 12x^2 + 48x - 64}$

III. IDENTIDADES DE CAUCHY:

$$\boxed{(a+b)^3 \equiv a^3 + b^3 + 3ab(a+b)}$$

$$\boxed{(a-b)^3 \equiv a^3 - b^3 - 3ab(a-b)}$$

Ejemplo:

Si $a+b=4$ y $ab=1$, calcule a^3+b^3

Resolución:

Reemplazando en: $\underbrace{(a+b)}^3 = a^3 + b^3 + 3\underbrace{ab}\underbrace{(a+b)}$

$$(4)^3 = a^3 + b^3 + 3(1)(4)$$

$$64 = a^3 + b^3 + 12$$

$$\therefore \quad a^3 + b^3 = 52$$

IV. SUMA Y DIFERENCIA DE CUBOS:

$$(a+b)\left(a^2-ab+b^2\right)\equiv a^3+b^3$$

$$(a-b)\left(a^2+ab+b^2\right)\equiv a^3-b^3$$

Ejemplos:

- $(y+1)\left(y^2-y+1\right) = y^3+1^3$

  $= \boxed{y^3+1}$

- $(n-2)\left(n^2+2n+4\right) = n^3-2^3$

  $= \boxed{n^3-8}$

1 *Indique el resultado de* $M = (x+7)(x+2) - (x+5)(x+4)$

Resolución:

RECUERDA

IDENTIDAD DE STEVIN

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

$$M = \underline{(x+7)(x+2)} - \underline{(x+5)(x+4)}$$

$$M = x^2 + 9x + 14 - \left(x^2 + 9x + 20\right)$$

$$M = \cancel{x^2} + \cancel{9x} \underline{+ 14} - \cancel{x^2} - \cancel{9x} \underline{- 20}$$

$$\boxed{\therefore\ M = -6}$$

2 Simplifique

$$H = (x+3)^2 - (x+2)(x+4)$$

RECUERDA

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

Resolución:

$$H = (x+3)^2 - (x+2)(x+4)$$

$$= \left(x^2 \underbrace{+\,2(x)(3)}_{+6x} \underbrace{+\,3^2}_{+9}\right) - (x^2 + 6x + 8)$$

$$= \cancel{x^2} + \cancel{6x} + 9 - \cancel{x^2} - \cancel{6x} - 8$$

$$\boxed{\therefore H = 1}$$

3 Reduzca $A=(x+3)(x-2)+(x-3)(x+4)-2\left(x^2+x\right)$

Resolución:

$$A=\underbrace{(x+3)(x-2)}+\underbrace{(x-3)(x+4)}-2\left(x^2+x\right)$$

$$A=\cancel{x^2}+\cancel{x}\underline{-6}+\cancel{x^2}+\cancel{x}\underline{-12}-\cancel{2x^2}-\cancel{2x}$$

$$\boxed{\therefore\ A=-18}$$

RECUERDA

IDENTIDAD DE STEVIN

$$\boxed{(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab}$$

4 *Si el total de estudiantes de tres aulas de 2° de secundaria de un colegio es el valor de* F *en el ejercicio:*
Si $\boxed{x^2+4x=12}$, *reduzca* $F=(x+3)(x+1)(x+5)(x-1)$ *¿cuántos estudiantes tiene cada aula si fueron repartidos equitativamente?*

Resolución:

$$F=\underline{(x+3)(x+1)}\,\underline{(x+5)(x-1)}$$

$$F=\left(\underbrace{x^2+4x}+3\right)\left(\underbrace{x^2+4x}-5\right)$$

$$F=(12+3)(12-5)$$

$$F=(15)(7)$$

$$\boxed{F=105}$$

RECUERDA

IDENTIDAD DE STEVIN

$$\boxed{(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab}$$

N° de estudiantes por aula: $\dfrac{105}{3}=35$

$\therefore$ ***Cada aula tiene 35 estudiantes***

RECUERDA

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

5 *Efectúe* $(5x-2)^3 - 120x^3 + 150x^2 - 60x$ *e indique el coeficiente principal del resultado.*

Resolución:

$$\underline{(5x-2)^3} - 120x^3 + 150x^2 - 60x$$

$$=(5x)^3 - 3(5x)^2(2) + 3(5x)(2)^2 - (2)^3 - 120x^3 + 150x^2 - 60x$$

$$=\underline{125x^3} - \cancel{150x^2} + \cancel{60x} \underline{-8} \underline{-120x^3} + \cancel{150x^2} - \cancel{60x}$$

$$\boxed{=5x^3 - 8}$$

$$\therefore \quad 5$$

6 *Si* $a+b=5$ *y* $ab=1$ *, calcule* a^3+b^3

RECUERDA

IDENTIDAD DE CAUCHY

$$(a+b)^3=a^3+b^3+3ab(a+b)$$

Resolución:

Reemplazando en:

$$\boxed{(a+b)^3=a^3+b^3+3ab(a+b)}$$

$$(5)^3=a^3+b^3+3(1)(5)$$

$$125=a^3+b^3+15$$

$$\boxed{\therefore\ a^3+b^3=110}$$

7 *Indique el valor de* $\left(\sqrt[3]{7}-1\right)\left(\sqrt[3]{49}+\sqrt[3]{7}+1\right)$.

Resolución:

$$\left(\sqrt[3]{7}-1\right)\left(\sqrt[3]{49}+\sqrt[3]{7}+1\right)$$

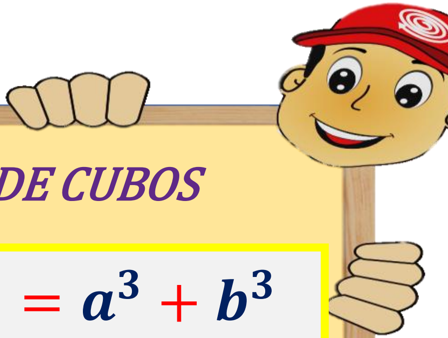
$$=\left(\sqrt[3]{7}-1\right)\left(\sqrt[3]{7}^{2}+\sqrt[3]{7}+1\right)$$

$$=\sqrt[3]{7}^{3}-1^{3}$$

$$=7-1$$

$$=\boxed{6}$$

RECUERDA



SUMA Y DIFERENCIA DE CUBOS

$$(a+b)\left(a^2-ab+b^2\right)=a^3+b^3$$

$$(a-b)\left(a^2+ab+b^2\right)=a^3-b^3$$

$\therefore\ 6$

$$(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$$

$$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$$

8 *Reduzca* $(x+2)(x^2-2x+4)-(x-2)(x^2+2x+4).$

Resolución:

$$=(x+2)(x^2-2x\underline{+4})-(x-2)(x^2+2x\underline{+4})$$

$$=\underline{(x+2)(x^2-2x+2^2)}-\underline{(x-2)(x^2+2x+2^2)}$$

$$=(x^3+2^3)-(x^3-2^3)$$

$$=(x^3+8)-(x^3-8)$$

$$=\cancel{x^3}+8-\cancel{x^3}+8=\boxed{16}$$

$$\therefore\ \boxed{16}$$