



TRIGONOMETRY

Chapter 10,11 and 12

5th
SECONDARY

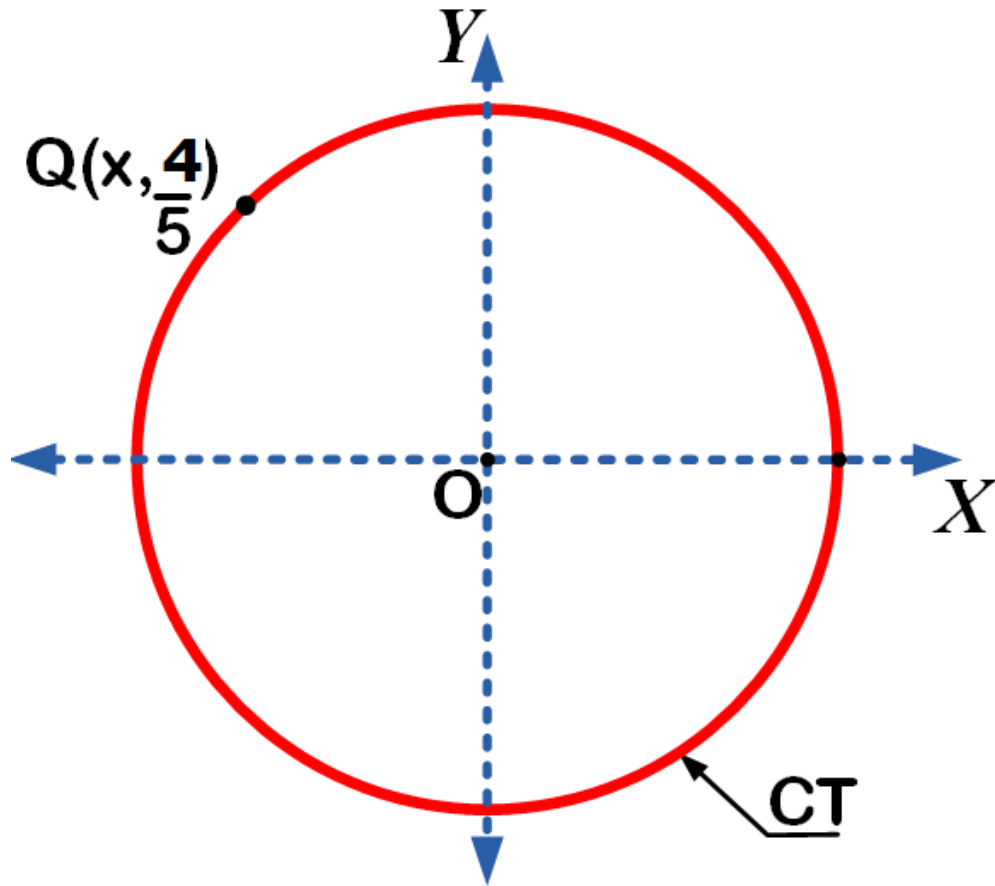
REVIEW



HELICOPRACTICE 1



Del gráfico, calcule el valor de $E = 5x + 4$



Resolución:

$$x^2 + y^2 = 1$$

Como $Q(x; 4/5) \in CT$

$$\Rightarrow (x)^2 + \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 1 \quad \Rightarrow x^2 + \frac{16}{25} = 1$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{9}{25} \quad \Rightarrow x = \pm \frac{3}{5}$$

Como $Q \in IIC$

$$x = -\frac{3}{5}$$

Piden: $E = 5x + 4$

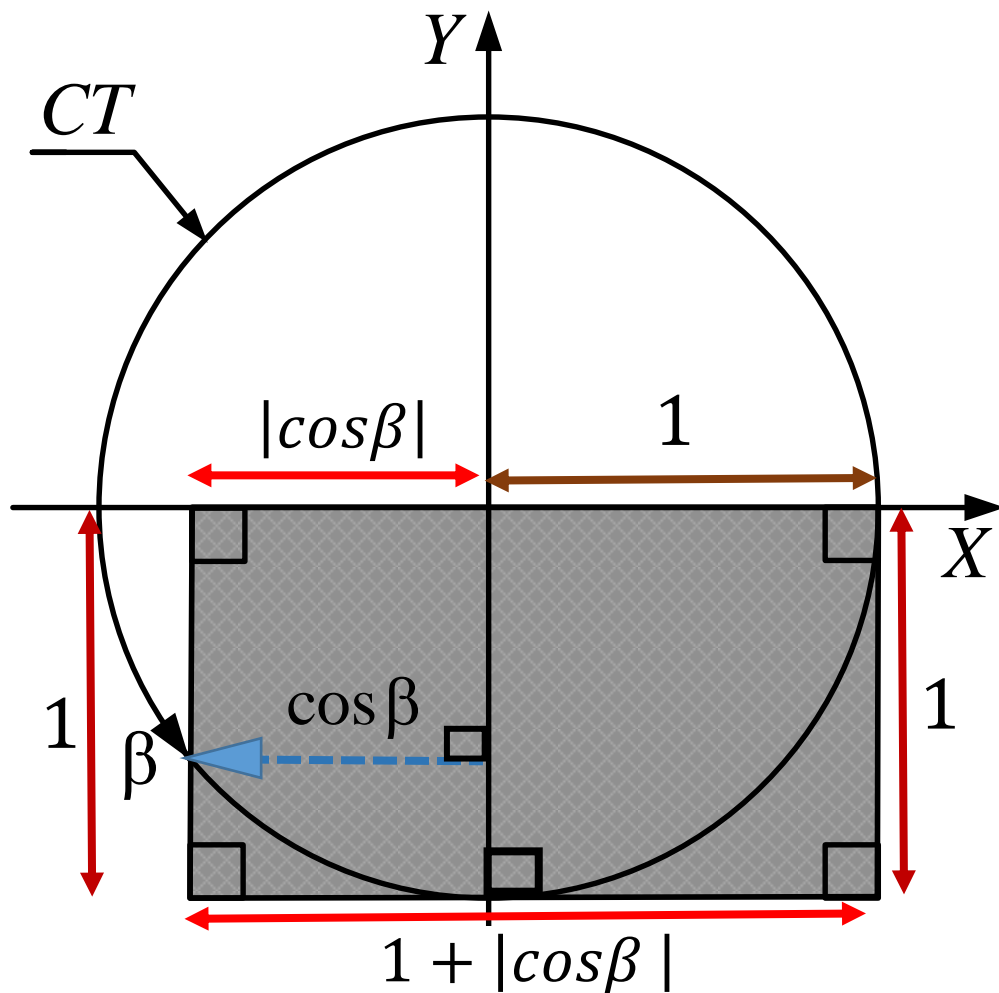
$$\Rightarrow E = 5\left(-\frac{3}{5}\right) + 4$$

$$\therefore E = 1$$

HELICOPRACTICE 2



De la circunferencia trigonométrica mostrada, determine el perímetro de la región sombreada.



Resolución:

Recordar:

Sí a es $(-)$ $\rightarrow |a| = -a$

Sí a es $(+)$ $\rightarrow |a| = a$



Como $\beta \in \text{IIIC}$ $\rightarrow \cos\beta$ es $(-)$

Calculamos el perímetro:

$-\cos\beta$

$$2p = 2(1 + |\cos\beta|) + 2$$

$$2p = 2(1 - \cos\beta) + 2$$

$$2p = 4 - 2\cos\beta$$

$$\therefore 2p = 2(2 - \cos\beta)$$

HELICOPRACTICE 3



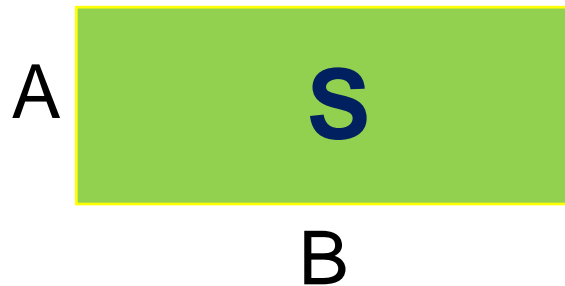
Carlos tiene un jardín en forma de rectángulo. Si las longitudes de sus lados, en metros, son A y B, determine el área de dicho jardín. Resuelva lo siguiente para obtener los valores de A y B. Si $\alpha \in \mathbb{R}$ y $\beta \in \mathbb{R}$

$$\cos \alpha = \frac{3a-7}{5} \text{ y } \operatorname{sen} \beta = \frac{4-2b}{7}$$

donde

A = máximo valor que toma a.

B = máximo valor que toma b.



Resolución:

Como $\alpha \in \mathbb{R}$:

$$\begin{aligned} \Rightarrow -1 &\leq \cos \alpha \leq 1 \\ -1 &\leq \frac{3a-7}{5} \leq 1 \\ -5 &\leq 3a-7 \leq 5 \\ 2 &\leq 3a \leq 12 \\ \frac{2}{3} &\leq a \leq 4 \end{aligned}$$

$$A = a_{\text{máximo}} = 4$$

Como $\beta \in \mathbb{R}$:

$$\begin{aligned} \Rightarrow -1 &\leq \operatorname{sen} \beta \leq 1 \\ -1 &\leq \frac{4-2b}{7} \leq 1 \\ -7 &\leq 4-2b \leq 7 \\ -11 &\leq -2b \leq 3 \\ \frac{11}{2} &\geq b \geq -\frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$B = b_{\text{máximo}} = \frac{11}{2}$$

Área: $S=A.B$

$$\therefore S = 22\text{m}^2$$



Reduzca la expresión

$$E = \sec^3 x \cdot \cos x - \tan^3 x \cdot \cot x$$

Resolución:

$$E = \sec^3 x \cdot \cos x - \tan^3 x \cdot \cot x$$

$$E = \sec^2 x \cdot \underbrace{\sec x \cdot \cos x}_1 - \tan^2 x \cdot \underbrace{\tan x \cdot \cot x}_1$$

$$E = \sec^2 x - \tan^2 x$$

$$\therefore E = 1$$

RECORDAR



Identidad Pitagórica

$$1 = \sec^2 x - \tan^2 x$$



Si se cumple que : $\text{sen}x - \text{cos}x = a$ y $\text{sen}x \cdot \text{cos}x = b$. Determine una relación entre a y b independiente de x .

Resolución:

$$\text{sen}x - \text{cos}x = a$$

$$(\text{sen}x - \text{cos}x)^2 = a^2$$

$$\text{sen}^2x - 2\text{sen}x\text{cos}x + \text{cos}^2x = a^2$$

$$\text{sen}^2x + \text{cos}^2x - 2\text{sen}x\text{cos}x = a^2$$

$$1 - \underbrace{2\text{sen}x\text{cos}x}_b = a^2$$

$$\therefore 1 - 2b = a^2$$

HELICOPRACTICE 6



Si x es la medida de un ángulo del segundo cuadrante, reduzca la expresión

$$E = \frac{\cos x}{\sec x} + \operatorname{sen} x \sqrt{\frac{\sec^2 x - \tan^2 x}{1 + \cot^2 x}}$$

Resolución:

$$E = \frac{\cos x}{\sec x} + \operatorname{sen} x \sqrt{\frac{\sec^2 x - \tan^2 x}{1 + \cot^2 x}}$$

$$E = \frac{\cos x}{\frac{1}{\cos x}} + \operatorname{sen} x \sqrt{\frac{1}{\csc^2 x}}$$

$$E = \cos^2 x + \operatorname{sen} x \sqrt{\frac{1}{\csc^2 x}}$$

$$E = \cos^2 x + \operatorname{sen} x \left| \frac{1}{\csc x} \right|$$

$$E = \cos^2 x + \operatorname{sen} x |\operatorname{sen} x|$$

$$E = \cos^2 x + \operatorname{sen} x (\operatorname{sen} x)$$

$$E = \cos^2 x + \operatorname{sen}^2 x$$

Como $x \in \text{IIC}$
 $\operatorname{sen} x$ es (+)

$$\therefore E = 1$$

HELICOPRACTICE 7



Siendo: $\frac{1 + \operatorname{sen} x}{\operatorname{cos} x} = 3$; determine $E = 6(\tan x - 1)$

Resolución:

$$\frac{1 + \operatorname{sen} x}{\operatorname{cos} x} = 3$$

$$\frac{1}{\operatorname{cos} x} + \frac{\operatorname{sen} x}{\operatorname{cos} x} = 3$$

$$\sec x + \tan x = 3$$

$$\sec x = 3 - \tan x$$

$$\sec^2 x = (3 - \tan x)^2$$

$$1 + \cancel{\tan^2 x} = 9 - 6\tan x + \cancel{\tan^2 x}$$

$$6\tan x = 8$$

$$\Rightarrow \tan x = \frac{4}{3}$$

$$E = 6(\tan x - 1)$$

$$E = 6\left(\frac{4}{3} - 1\right)$$

$$E = 8 - 6$$

$$\therefore E = 2$$



Simplifique: $M = \frac{\text{sen}^6 x + \cos^6 x + 8}{\text{sen}^4 x + \cos^4 x + 5} + \frac{7}{2}$

Resolución:

$$M = \frac{\text{sen}^6 x + \cos^6 x + 8}{\text{sen}^4 x + \cos^4 x + 5} + \frac{7}{2}$$

$$M = \frac{1 - 3\text{sen}^2 x \cdot \cos^2 x + 8}{1 - 2\text{sen}^2 x \cdot \cos^2 x + 5} + \frac{7}{2}$$

$$M = \frac{9 - 3\text{sen}^2 x \cdot \cos^2 x}{6 - 2\text{sen}^2 x \cdot \cos^2 x} + \frac{7}{2}$$

$$M = \frac{3(3 - \text{sen}^2 x \cdot \cos^2 x)}{2(3 - \text{sen}^2 x \cdot \cos^2 x)} + \frac{7}{2}$$

$$M = \frac{3}{2} + \frac{7}{2} = \frac{10}{2}$$

$$\therefore M = 5$$



Si se cumple que $\tan\theta + \cot\theta = 5$, halle el valor de

$$P = \sqrt[3]{\sec^2\theta + \csc^2\theta + 2}$$

Resolución:

$$\tan\theta + \cot\theta = 5$$

$$\sec\theta\csc\theta = 5$$

Luego elevando al cuadrado:

$$\left(\sec\theta\csc\theta\right)^2 = (5)^2$$

$$\sec^2\theta \cdot \csc^2\theta = 25$$

Piden:

$$P = \sqrt[3]{\sec^2\theta + \csc^2\theta + 2}$$

$$P = \sqrt[3]{\underbrace{\sec^2\theta \cdot \csc^2\theta}_{25} + 2}$$

Dato \longrightarrow 25

$$P = \sqrt[3]{27}$$

$$\therefore P = 3$$



Si se cumple que : $\sec^2 x + \csc^2 x = 4$, reduzca

$$F = \sin^4 x (1 + \sin^2 x) + \cos^4 x (1 + \cos^2 x)$$

Resolución:

$$F = \sin^4 x (1 + \sin^2 x) + \cos^4 x (1 + \cos^2 x)$$

$$F = \sin^4 x + \sin^6 x + \cos^4 x + \cos^6 x$$

$$F = \sin^4 x + \cos^4 x + \sin^6 x + \cos^6 x$$

$$F = 1 - 2\sin^2 x \cos^2 x + 1 - 3\sin^2 x \cos^2 x$$

$$F = 2 - 5\sin^2 x \cos^2 x \dots (*)$$

Del dato:

$$\sec^2 x + \csc^2 x = 4 \Rightarrow \sec^2 x \csc^2 x = 4$$

$$\left(\frac{1}{\cos^2 x} \right) \left(\frac{1}{\sin^2 x} \right) = 4$$

$$\Rightarrow \sin^2 x \cos^2 x = \frac{1}{4} \dots (**)$$

Reemplazando (**) en (*):

$$F = 2 - 5 \left(\frac{1}{4} \right)$$

$$\therefore F = \frac{3}{4}$$