ALGEBRA

CHAPTER 6

5th
OF SECONDARY

COCIENTES NOTABLES

SACO OLIVEROS

MOTIVATING STRATEGY

SACO OLIVEROS

Michael Francis Atiyah

Matemático del siglo XX

La Matemática no solo se desarrollo en el pasado, también se sigue desarrollando en la actualidad, siendo uno de esos autores:

Michael Francis Atiyah es un matemático británico nacido en 1929 que pasa por ser unos de los matemáticos más importantes del siglo XX y de lo que llevamos del XXI. Sus contribuciones se centran principalmente en Geometría y Topología, siendo las más importantes la creación, de la denominada en Topología **teoría K** y muy relacionado con el número de soluciones independientes en ecuaciones diferenciales.

HELICO THEORY

COCIENTES NOTABLES

I) Definición

Son aquellos cocientes que se pueden obtener en formas directa sin la necesidad de efectuar la operación de división.

Forma general

$$\frac{x^n \pm y^n}{x \pm y}$$

$$\left\{\begin{array}{ll} \dfrac{x^n - y^n}{x - y} & \dfrac{x^n - y^n}{x + y} \\[2ex] \dfrac{x^n + y^n}{x + y} & \dfrac{x^n + y^n}{x - y} \end{array}\right.$$

n: Número de términos del C.N.

Además: $n \in N, n \geq 2$

II) CASOS DE COCIENTES NOTABLES (Si la división es exacta)

$$\frac{x^n - y^n}{x - y} = x^{n-1} + x^{n-2}.y + x^{n-3}.y^2 + \cdots + y^{n-1}$$

Para todo "n" entero positivo

$$\frac{x^n - y^n}{x + y} = x^{n-1} - x^{n-2}.y + x^{n-3}.y^2 - \cdots - y^{n-1}$$

Para todo "n" PAR

$$\frac{x^n + y^n}{x + y} = x^{n-1} - x^{n-2}.y + x^{n-3}.y^2 - \cdots + y^{n-1}$$

Para todo "n" IMPAR

III) PROPIEDAD

$$\textbf{Sea}: \frac{x^a \pm y^b}{x^p \pm y^q}$$

Genera cociente notable si:

$$\frac{a}{p} = \frac{b}{q} = n \ (\#\ \text{términos del } C.N)$$

IV) TÉRMINO DE LUGAR k:(t_k)

CASO 1:

$$\frac{x^a - y^b}{x^p - y^q}$$

$$t_k = +(x^p)^{n-k}.(y^q)^{k-1}$$

K= 1,2,3,…,n

Término de lugar k o posición k

CASO 2 :

$$\frac{x^a - y^b}{x^p + y^q}$$

CASO 3 :

$$\frac{x^a + y^b}{x^p + y^q}$$

Cálculo del Término Central (Tc)

Sea: $\dfrac{x^n \pm y^n}{x \pm y}$

Si n es impar ⇒ Lugar(Tc)= K $= \dfrac{n+1}{2}$

$$T_c = T_{\left(\frac{n+1}{2}\right)}$$

Para ambos casos:

$$t_k = (signo)(x^p)^{n-k}.(y^q)^{k-1}$$

$+$ si k es $IMPAR$

$-$ si k es PAR

HELICO PRACTIC E

PROBLEMA 1

Halle el noveno término en el desarrollo del cociente notable: $\frac{x^{75}+y^{30}}{x^5+y^2}$

Resolución

$n = \frac{75}{5}$ ⇒ $\boxed{n = 15}$

$t_9 = ?$ ⇒ $\boxed{k = 9}$

$Estamos\ en\ el\ 3^{er}\ caso\ de\ C.N$

⇒ $t_9 = (signo)(x^5)^{n-k}(y^2)^{k-1}$

$Como\ k\ es\ IMPAR$ ⇒ $\boxed{signo\ es\ +}$

⇒ $t_9 = +(x^5)^{15-9}(y^2)^{9-1}$

⇒ $t_9 = +x^{30}y^{16}$

$\boxed{\therefore t_9 = +x^{30}y^{16}}$

PROBLEMA 2

Indique el grado absoluto del término de lugar 18 en el cociente notable:

$$\frac{x^{40}-y^{200}}{x^2+y^{10}}$$

Resolución

$n = \dfrac{40}{2}$ ⇒ $\boxed{n = 20}$

$t_{18} = ?$ ⇒ $\boxed{k = 18}$

Estamos en el 2^{do} *caso de C.N*

⇒ $t_{18} = (signo)(x^2)^{n-k}(y^{10})^{k-1}$

Como $\boldsymbol{k}$ *es PAR* ⇒ $\boxed{signo\ es\ -}$

⇒ $t_{18} = -(x^2)^{20-18}(y^{10})^{18-1}$

⇒ $t_{18} = -x^4y^{170}$

Piden: G.A

$$\boxed{\therefore G.A = 174}$$

PROBLEMA 3 **Indique el número de términos en el cociente notable:** $\dfrac{x^{10n+4}-y^{13n+7}}{x^3+y^{n-1}}$

Resolución

$$El\ n^{\underline{o}}\ de\ términos = \boxed{\frac{10n+4}{3} = \frac{13n+7}{n-1}} \dots\dots\alpha$$

$$10n^2 - 10n + 4n - 4 = 39n + 21$$

$$10n^2 - 45n - 25 = 0$$

$$2n^2 - 9n - 5 = 0$$

$$(2n+1)(n-5) = 0$$

$$n = \frac{-1}{2} \quad \vee \quad n = 5$$

$$Reemplazando:\ n = \frac{-1}{2}\ en\ \alpha, no\ cumple$$

$$Reemplazando:\ n = 5\ en\ \alpha,\ si\ cumple$$

$$n = 5$$

$$n^{\underline{o}}términos = \frac{54}{3}$$

$$n^{\underline{o}}términos = 18$$

$$\boxed{\therefore\ n^{\underline{o}}términos = 18}$$

PROBLEMA 4 ¿Qué lugar ocupa en el desarrollo del cociente notable: $\frac{x^{160}-y^{280}}{x^4-y^7}$ el término de grado absoluto 252 ?

Resolución

n$= \frac{160}{4}$ ⇒ $\boxed{n = 40}$

⇒ $t_k = (signo)(x^4)^{n-k}(y^7)^{k-1}$

Estamos en el 1^{er} *caso de C.N*

El signo siempre es +, así k sea PAR o IMPAR

⇒ $t_k = (x^4)^{40-k}(y^7)^{k-1}$

⇒ $t_k = (x)^{160-4k}(y)^{7k-7}$

⇒ $160 - 4k + 7k - 7 = 252\ (Dato)$

⇒ $3k = 99$

⇒ $k = 33$

$\therefore$ *Ocupa el lugar 33*

PROBLEMA 5 El número de veces que postuló el alumno Rick a la UNI está dado por la cantidad de términos que tiene el cociente de: $\dfrac{x^{68}+x^{66}+x^{64}+\cdots+x^{2}+1}{x^{12}+x^{10}+x^{8}\ldots+x^{2}+1}$

¿Cuántas veces postuló Rick?

Resolución

$$\frac{x^{68}+x^{66}+x^{64}+\cdots+x^{2}+1}{x^{12}+x^{10}+x^{8}\ldots+x^{2}+1}=\frac{\dfrac{x^{70}-1}{\cancel{x^{2}-1}}}{\dfrac{x^{14}-1}{\cancel{x^{2}-1}}}=\frac{x^{70}-1}{x^{14}-1}$$

$$N°de\ términos=\frac{70}{14}$$

$$N°de\ términos=5$$

Recuerda

$$\frac{x^{20}-1}{x^{4}-1}=x^{16}+x^{12}+x^{8}+x^{4}+1$$

$$N°de\ términos=\frac{20}{4}=5$$

$\therefore$ ***Rick postuló 5 veces***

PROBLEMA 6 Halle el término central en el desarrollo del cociente notable: $\dfrac{x^{5p+1}-y^{5p-6}}{x^{p-1}-y^{p-2}}$

Resolución

$$\frac{x^{5p+1}-y^{5p-6}}{x^{p-1}-y^{p-2}} = \frac{x^{21}-y^{14}}{x^{3}-y^{2}}$$

$$N°de\ términos(n) = \frac{5p+1}{p-1} = \frac{5p-6}{p-2} = 7$$

$$(5p+1)(p-2) = (p-1)(5p-6)$$

$$p = 4$$

Lugar(Tc)= $\dfrac{n+1}{2}$

$sabemos\ n = 7$

$$k = Lugar(Tc) = 4$$

$$T_k = (signo)\left(x^3\right)^{n-k}\left(y^2\right)^{k-1}$$

$$T_4 = +\left(x^3\right)^{7-4}\left(y^2\right)^{4-1}$$

$$T_4 = x^9y^6$$

$$T_C = x^9y^6$$

$$\therefore T_C = x^9y^6$$

PROBLEMA 7 En el cociente notable: $\frac{(x+1)^{20}-(x-1)^{20}}{4x}$, determine el valor numérico del séptimo término para x=2

Resolución

$$\frac{(x+1)^{20}-(x-1)^{20}}{4x} = \frac{(x+1)^{20}-(x-1)^{20}}{(x+1)^{2}-(x-1)^{2}}$$

$\boxed{n = 10}$

recuerda:

$\boxed{(x+1)^2-(x-1)^2 = 4x}$

(Identidad legendre)

$T_k = (signo)[(x+1)^2]^{n-k}[(x-1)^2]^{k-1}$ $\boxed{k = 7}$

$T_7 = (signo)[(x+1)^2]^{10-7}[(x-1)^2]^{7-1}$

$T_7 = (+)(x+1)^6(x-1)^{12}$

$V.N. \, para \, x = 2$

$V.N = (3)^6(1)^{12}$

$\therefore V.N = 729$

PROBLEMA 8 **Halle el valor numérico del término de lugar 29 en el cociente notable:**

$$\frac{(x+3)^{36}-x^{36}}{2x+3} \quad \text{para } x=-1$$

Resolución

$$\frac{(x+3)^{36}-x^{36}}{2x+3} = \frac{(x+3)^{36}-x^{36}}{(x+3)+x}$$

$$T_k = (signo)(x+3)^{n-k}(x)^{k-1}$$

Estamos en el **2^do^ caso** *de C.N*

El ***signo*** *es* $+$, *cuando k* es ***IMPAR***

Además: $\boxed{n=36}$ $\boxed{k=29}$

$$T_{29} = +(x+3)^{36-29}(x)^{29-1}$$

$$T_{29} = (x+3)^{7}x^{28}$$

$$V.N.\ para\ x = -1$$

$$V.N = (-1+3)^{7}(-1)^{28}$$

$$V.N = 128$$

$$\therefore V.N = 128$$