



# ALGEBRA

## Chapter 18

**3th**  
SECONDARY



**MATRICES Y DETERMINANTES**  **SACO OLIVEROS**

***MOTIVATING STRATEGY***



*Lucas, Tom y Herry fueron a una tienda y compraron lo siguiente:*

- 1. Lucas compró dos bocadillos, un refresco y un pastel.*
- 2. Tom se llevó un bocadillo, un refresco y un pastel.*
- 3. Herry compró un bocadillo y un refresco.*

*Estos datos se pueden agrupar en una matriz:*

$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\longrightarrow$	<i>Lucas</i>
	$\longrightarrow$	<i>Tom</i>
	$\longrightarrow$	<i>Herry</i>

*HELICO THEORY*



# ¿QUÉ ES UNA MATRIZ?

*Es un arreglo rectangular de elementos distribuidos en filas y columnas. Dichos elementos están encerrados por corchetes o paréntesis.*

*Ejemplos:*

*filas* →  $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 5 & 7 & 14 \\ 12 & -8 & 4 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$

↑ *columnas*

$$\begin{bmatrix} -4 & 7 \\ 2 & 13 \end{bmatrix}_{2 \times 2}$$

$$\begin{bmatrix} 8 & 2 & -6 \\ 5 & 0 & 3 \end{bmatrix}_{2 \times 3}$$

$$\begin{pmatrix} 9 & -5 \\ 4 & 3 \\ 15 & 45 \end{pmatrix}_{3 \times 2}$$



# **MATRIZ CUADRADA:**

*Es aquella matriz que tiene igual número de filas y columnas.*

*Ejemplos:*

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 5 & 1 & 6 \\ 2 & -8 & 4 \end{pmatrix}$$

Diagram illustrating matrix A, a 3x3 square matrix. The matrix is enclosed in red parentheses. Two dashed green lines represent the diagonals: the main diagonal (labeled "diagonal principal" in purple) and the secondary diagonal (labeled "diagonal secundaria" in purple). The dimension "3x3" is indicated in blue and red at the bottom right.

$$B = \begin{bmatrix} -4 & 7 \\ 2 & 13 \end{bmatrix}$$

Diagram illustrating matrix B, a 2x2 square matrix. The matrix is enclosed in red brackets. Two dashed green lines represent the diagonals: the main diagonal (labeled "diagonal principal" in purple) and the secondary diagonal (labeled "diagonal secundaria" in purple). The dimension "2x2" is indicated in blue and red at the bottom right.



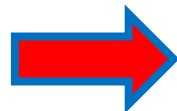
*El determinante es una función que aplicada a una **MATRIZ CUADRADA**, nos proporciona un número real. Su notación es la siguiente:*

$$\text{Det}(A) = |A|$$

## **Cálculo de determinantes:**

➤ Determinante de una matriz de orden 1:

Sea  $A$  una matriz de orden uno,  $A = [a_{11}]$



$$\text{Det}(A) = |a_{11}| = a_{11}$$



## ➤ Determinante de una matriz de orden 2:

Sea A una matriz de orden dos, su determinante se define como la diferencia del producto de los elementos de la diagonal principal con el producto de los elementos de la diagonal secundaria. Esto es:

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow \text{Det}(A) = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - cb$$

## ➤ Determinante de una matriz de orden 3:

Se obtiene por la llamada regla de SARRUS. Consiste en repetir las dos primeras columnas a continuación de la matriz, sumar los productos de las diagonales principales y restar los productos de las diagonales secundarias.

$$A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ m & n & p \\ x & y & z \end{pmatrix} \Rightarrow \text{Det}(A) = \begin{vmatrix} a & b & c & a & b \\ m & n & p & m & n \\ x & y & z & x & y \end{vmatrix}$$

$$\text{Det}(A) = ( anz + bpx + cmy ) - ( xnc + ypa + zmb )$$





# *HELICO*

# *PRACTICE*

## Problema 1

Calcule

$$M = \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 7 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{vmatrix}$$

Resolución:



$$M = \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 7 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{vmatrix}$$

$$M = (3)(7) - (2)(5) + (2)(5) - (1)(3)$$

$$M = 21 - 10 + 10 - 3$$

$$\therefore M = 18$$

## Problema 2

Luego de efectuar:

$$P = \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 7 & 2 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 5 & 1 \\ 4 & -2 \end{vmatrix}$$

El valor de  $3P + 2$ **Resolución:**

$$P = \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 7 & 2 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 5 & 1 \\ 4 & -2 \end{vmatrix}$$

$$P = (3)(2) - (7)(-1) - [(5)(-2) - (4)(1)]$$

$$P = 6 + 7 - [-10 - 4]$$

$$P = 13 + 14$$

$$P = 27$$

*Nos piden:*  $3P + 2 = 3(27) + 2$

$$\therefore 3P + 2 = 83$$

## Problema 3

Efectúe:

$$L = 3 \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ 3 & -2 \end{vmatrix}$$

Resolución:



$$L = 3 \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ 3 & -2 \end{vmatrix}$$

$$L = 3[(1)(5) - (3)(-2)] + 2[(-1)(-2) - (3)(-1)]$$

$$L = 3[5 + 6] + 2[2 + 3]$$

$$L = 33 + 10$$

$$\therefore L = 43$$

## Problema 4

Determine el valor de:

$$M = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

Resolución:



$$M = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

The diagram illustrates the calculation of the determinant using the Sarrus rule. It shows the original 3x3 matrix with its first two columns repeated to the right, forming a 3x5 grid of numbers. Green dashed arrows indicate the products of the three downward-pointing diagonals (top-left to bottom-right), and yellow dashed arrows indicate the products of the three upward-pointing diagonals (top-right to bottom-left). The numbers 1, 3, 5, 2, -1, 3, 4, 2, 1 are in black. The numbers 1, 3, 2, -1, 4, 2 are in blue, representing the terms in the final calculation.

$$M = (-1 + 36 + 20) - (-20 + 6 + 6)$$

$$M = (55) - (-8)$$

$$\therefore M = 63$$

## Problema 5

Calcule

$$P = \begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 4 & 1 & -1 \\ 1 & 5 & 2 \end{vmatrix}$$

Resolución:



$$P = \begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 & 3 & -2 \\ 4 & 1 & -1 & 4 & 1 \\ 1 & 5 & 2 & 1 & 5 \end{vmatrix}$$

$$P = (6 + 2 + 20) - (1 - 15 - 16)$$

$$P = (28) - (-30)$$

$$\therefore P = 58$$

## Problema 6

Calcule el valor de  $x$   
en la Ecuación:

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & 2 \\ 5 & 1 \end{vmatrix}$$

**Resolución:**



$$\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & 2 \\ 5 & 1 \end{vmatrix}$$

$$3x - 2 = x - 10$$

$$2x = -8$$

$$\therefore x = -4$$

## Problema 7

Luego de resolver:

$$\begin{vmatrix} x & 1 \\ 3 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 9 \end{vmatrix}; x > 0$$

El valor de  $x$  representa la cantidad de alumnos desaprobados en el examen bimestral del curso de Álgebra; en el 3° A. Si el aula tiene 48 estudiantes. ¿Cuántos estudiantes han aprobado?

**Resolución:**

$$\begin{vmatrix} x & 1 \\ 3 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 9 \end{vmatrix}$$

$$x^2 - 3 = 18 - 12$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm 3$$

**Cantidad de alumnos desaprobados: 3**

**$\therefore$  aprobaron 45 estudiantes.**



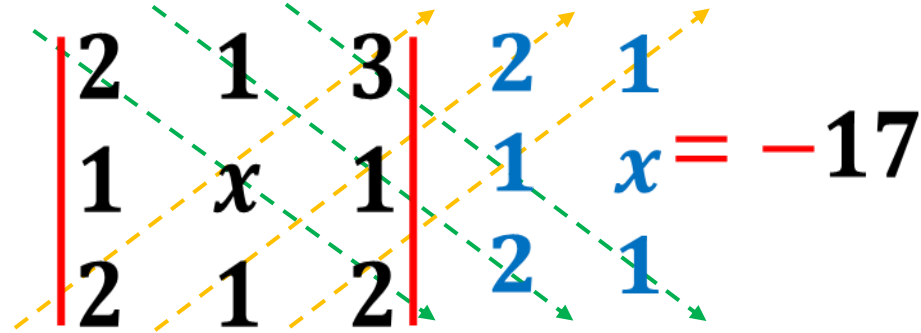
## Problema 8

Determine el valor de X en:

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & x & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix} = -17$$

**Resolución:**

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & x & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix} = -17$$



$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & x & 1 & 1 & x \\ 2 & 1 & 2 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -17$$

$$(4x + 2 + 3) - (6x + 2 + 2) = -17$$

$$4x + 5 - 6x - 4 = -17$$

$$-2x = -18$$

$$\therefore x = 9$$