

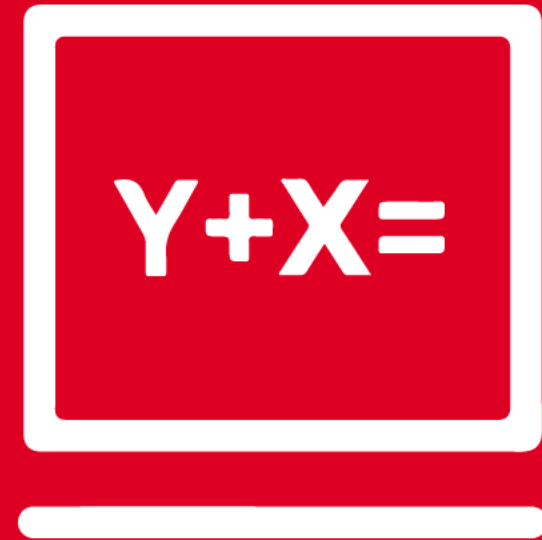


ARITHMETIC

Chapter 22

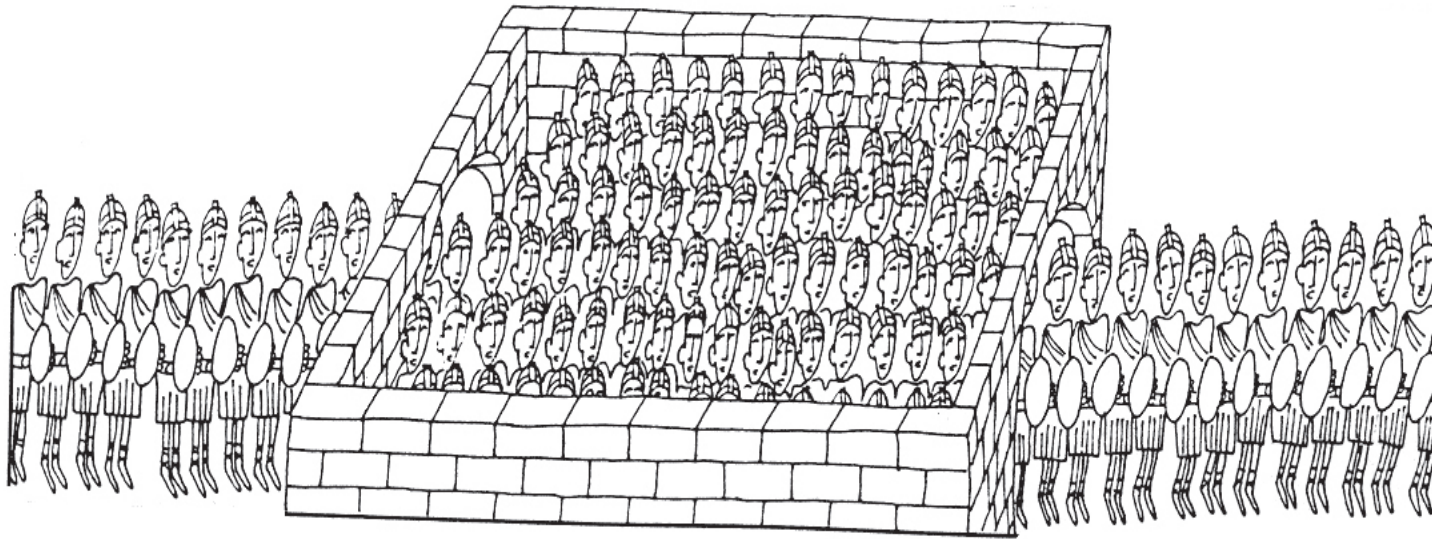
5th of Secondary

MEDIDAS DE
CENTRALIZACIÓN Y
VARIACIÓN



 **SACO OLIVEROS**

En Grecia fueron famosos los métodos usados por Jerjes para contar a sus soldados: los hacía pasar a un recinto donde cabían 10000 soldados muy apretados. También se sabe que en el año 310 a. C., un censo efectuado bajo el reinado de Demetrio dio una población de 120000 personas libres y 400000 esclavos.



DATOS SIN AGRUPAR

Media (\bar{x})

Es el promedio aritmético

$$\frac{2(5) + 3(7) + 8 + 2(9) + 10 + 12}{10} \Rightarrow \bar{x} = 7,9$$

Mediana (Me)

Es el dato central, ordenando los datos

$$5; 5; 7; 7; 8; 9; 9; 10; 12 \Rightarrow Me = \frac{7 + 8}{2} = 7,5$$

Moda (Mo)

Es el dato con mayor frecuencia

$$\Rightarrow Mo = 7$$

Datos:

7; 5; 9; 7; 12; 7; 9; 8; 5; 10

Eje
m

Observación

- ✓ 2; 5; 9; 7; 12; 6. (amodal)
- ✓ 2; 5; 9; 2; 7; 5; 3. (bimodal)

DATOS AGRUPADOS

Eje

I_i	x_i	f_i	F_i	$x_i f_i$
[5; 9)	7	8	8	56
[9; 13)	11	15	23	165
[13; 17)	15	12	35	180
[17; 21)	19	5	40	95
[21; 25)	23	10	50	230
$n =$		50		694

➡ Media (\bar{x})

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k x_i f_i}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{694}{50}$$

$$\bar{x} = 13,88$$

Ejem

I_i	x_i	f_i	F_i	$x_i f_i$
[5; 9)	7	8	8	56
[9; 13)	11	15	23	165
[13; 17)	15	12	35	180
[17; 21)	19	5	40	95
[21; 25)	23	10	50	230
$n =$		50		694

← **Mo**

← **Me**

Mediana (Me)

$$Me = L_i + \left[\frac{\frac{n}{2} - F_{i-1}}{f_i} \right] a_i$$

$$Me = 13 + \left[\frac{25 - 23}{12} \right] 4$$

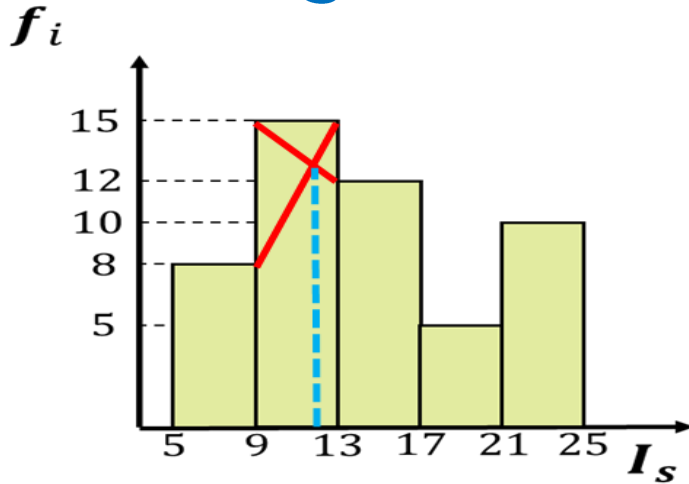
$$\therefore Me = 13,6$$

Moda (Mo)

$$Mo = L_i + \left[\frac{f_i - f_{i-1}}{(f_i - f_{i-1}) + (f_i - f_{i+1})} \right] a_i$$

$$Mo = 9 + \left[\frac{15 - 8}{(15 - 8) + (15 - 12)} \right] 4 \quad \therefore Mo = 11,8$$

Histograma



Moda (M_o)

$$\Rightarrow \frac{M_o - 9}{15 - 8} = \frac{13 - M_o}{15 - 12}$$

$$3M_o - 27 = 91 - 7M_o$$

$$10M_o = 118$$

$$M_o = 11,8$$

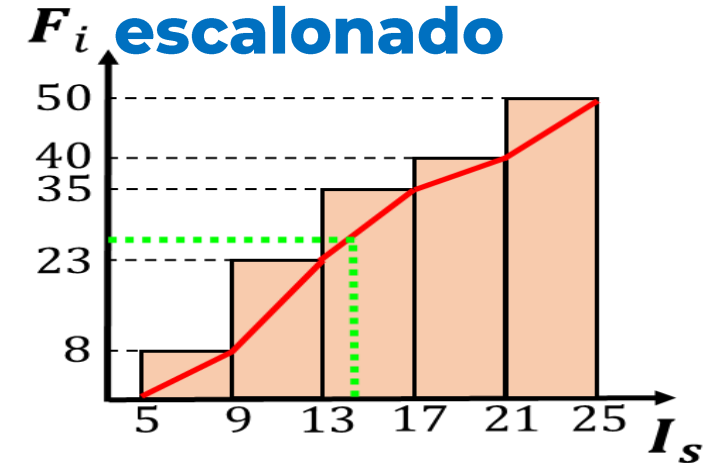
Aplicando proporcionalidad

I_i	x_i	f_i	F_i	$x_i f_i$
$[5; 9)$	7	8	8	56
$[9; 13)$	11	15	23	165
$[13; 17)$	15	12	35	180
$[17; 21)$	19	5	40	95
$[21; 25)$	23	10	50	230
$n =$		50		694

← M_o

← M_e

Diag. escalonado



Mediana (M_e)

$$\Rightarrow \frac{M_e - 13}{25 - 23} = \frac{4}{12}$$

$$3M_e - 39 = 2$$

$$3M_e = 41$$

$$M_e = 13,6$$

Medidas de dispersión

datos que son dispersos se encuentran los datos alrededor del centro.

Los más conocidos son el rango, varianza, desviación estándar y coeficiente de variación.

1. VARIANZA MUESTRAL(S^2)

A. Para datos no clasificados

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

B. Para datos clasificados

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 f_i}{n}$$

2. DESVIACIÓN ESTÁNDAR(s)

$$s = \sqrt{s^2}$$

3. COEFICIENTE DE VARIACIÓN (CV)

$$CV = \frac{s}{\bar{x}}$$

$$CV \times 100\%$$

1. En el curso de Aritmética cuyas notas finales fueron 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11 y 12, el profesor manifiesta que un alumno aprobará si su nota es mayor que la media aritmética o mayor que la mediana. ¿Cuántos alumnos no aprobarán?

Resolución

4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12

Media:

$$\bar{x} = \frac{4 + 12}{2} = 8$$

Mediana:

$$Me = 8$$

∴ **Cantidad de alumnos que no aprobaron**

RPTA	5
:	

2. Considere las siguientes tres muestras de datos simples:

Muestra 1: 1; 1; 2; 3; 4; 5; 5; 7; 1; 5; 7; 1

Muestra 2: 1; 2; 4; 0; 6; 7; 8; 3

Muestra 3: 1; 1; 3; 5; 7; 3; 1; 6; 3

Respecto a lo anterior, escriba verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

- a. La moda en la muestra 1 es 1. (**V**)
- b. La moda en la muestra 2 es 0. (**F**)
- c. La muestra 3 es bimodal. (**V**)

Resolución

3. En el siguiente cuadro, calcule la suma de la mediana y la moda.

Resolución
n

<i>Edad</i>	f_i	F_i
14	2	2
15	8	10
16	12	22
17	30	52
18	28	80
19	10	90

Total = 90

Moda:

$$Mo = 17$$

Mediana:

$$Me = 17$$

**Dato de
mayor
frecuencia**



$$\frac{90}{2} = 45$$

$$\therefore 17 + 17 =$$

RPTA
: **34**

4. En cierta fábrica se hizo un estudio sobre la edad de los trabajadores, con el fin de establecer un plan de seguro grupal y se obtuvo los siguientes datos:

	I_i	f_i	F_i
	[20; 30)	2	2
	[30; 40)	4	6
Me →	[40; 50)	5	11
	[50; 60)	6	17
	[60; 70)	3	20

Total = 20

Resolución

Calcule la mediana.

$$Me = L_i + \left[\frac{\frac{n}{2} - F_{i-1}}{f_i} \right] a_i$$

$$Me = 40 + \left[\frac{10 - 6}{5} \right] 10$$

∴ **Mediana:**

RPTA

:

48

5. Del problema anterior, calcule la moda y la media.

Resolución

I_i	f_i	F_i
$[20; 30)$	2	2
$[30; 40)$	4	6
$[40; 50)$	5	11
$[50; 60)$	6	17
$[60; 70)$	3	20

Total = 20

Mediana (Me)

$$Me = L_i + \left[\frac{\frac{n}{2} - F_{i-1}}{f_i} \right] a_i$$

$$Me = 40 + \left[\frac{10 - 6}{5} \right] 10$$

$$\therefore Me = 48$$

Moda (Mo)

$$Mo = L_i + \left[\frac{f_i - f_{i-1}}{(f_i - f_{i-1}) + (f_i - f_{i+1})} \right] a_i$$

$$Mo = 50 + \left[\frac{6 - 5}{(6 - 5) + (6 - 3)} \right] 10$$

$$\therefore Mo = 52,5$$

6. Considerando la tabla de frecuencia

calcule

a. $f_2 - f_3 + H_2$.

b. la mediana.

<i>Edad</i>	f_i	F_i	h_i	H_i
$[0; 30\}$	20	20	0,1	0,1
$[30; 60\}$	66	86	0,33	0,43
$[60; 90\}$	60	146	0,3	0,73
$[90; 120\}$	24	170	0,12	0,85
$[120; 150\}$	30	200	0,15	1

Resolución

$$h_i = \frac{f_i}{n} \quad \frac{30}{n} = 0,15 \quad n = 200$$

$$f_1 = 20 \quad f_3 = 60$$

$$\text{a. } f_2 - f_3 + H_2 = 6,43$$

b. Mediana

$$Me = L_i + \left[\frac{\frac{n}{2} - F_{i-1}}{f_i} \right] a_i$$

$$Me = 60 + \left[\frac{100 - 86}{60} \right] 30$$

$$\therefore Me = 67$$

RPT
A:

6,43 y

7. Si el siguiente cuadro de distribución es simétrica y tiene un ancho de clase común:

<i>Edad</i>	f_i	F_i	h_i
[20; 28)	12	12	
[28; 36)	9	21	0,15
[36; 44)	18	39	
[44; 52)	9	48	
[52; 60)	12	60	

calcule la moda.

Resolución

$$\frac{f_2}{60} = 0,15 \quad f_2 = 9$$

Distribución

simétrica

$$f_5 = 12 \quad f_4 = 9$$

Moda

(M_o)

$$M_o = L_i + \left[\frac{f_i - f_{i-1}}{(f_1 - f_{i-1}) + (f_1 - f_{i+1}))} \right] a_i$$

$$M_o = 36 + \left[\frac{18 - 9}{(18 - 9) + (18 - 9)} \right] 8$$

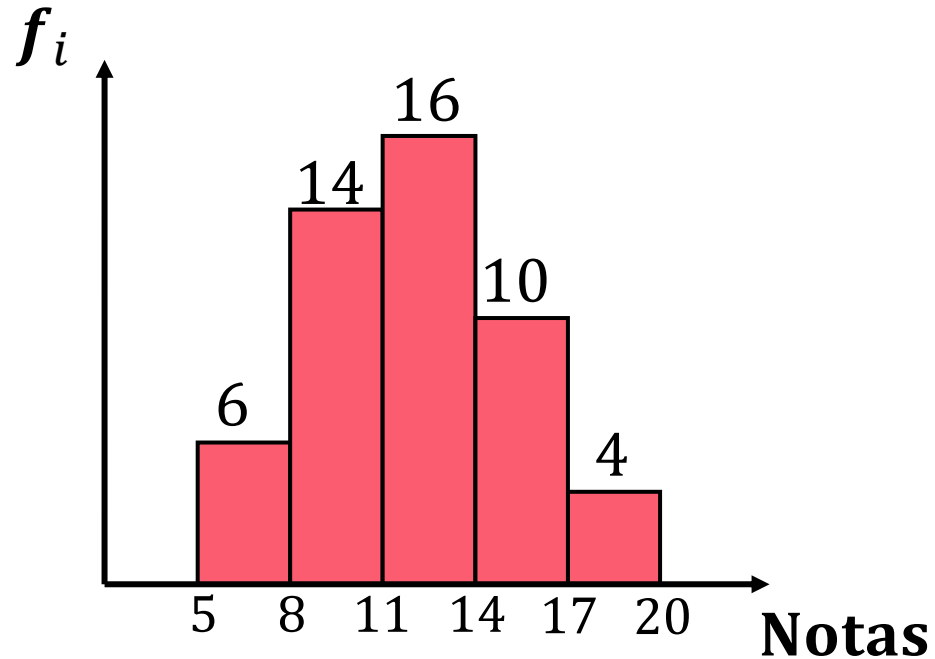
$$M_o = 40$$

RPTA

:

40

8. Las notas de un examen de aptitud académica están distribuidas en el siguiente histograma de frecuencias:



¿Cuál es la nota promedio?

Resolución

$$x_i = \frac{L_i + L_s}{2}$$

$$x_1=6,5; x_2=9,5; x_3=13,5; x_4=15,5 \text{ y } x_5=18,5$$

$$\bar{X} = \frac{6x6,5 + 14x9,5 + 16x13,5 + 10x15,5 + 4x18,5}{6 + 14 + 16 + 10 + 4}$$

$$\bar{X} = 12,34$$

RPTA
:
12,34