



ARITHMETIC

Chapter 17 Sesion 2

1st
SECONDARY

Maximo Común Divisor



 **SACO OLIVEROS**



MOTIVATING STRATEGY

Una regla muy poco considerada para el cálculo del MCD es la REGLA DE STURM

Calcule el MCD de 2520; 3060; 2790 y 4545.

Resolución



2520	3060	2790	4545	
↓	-2520	-2520	-2520	
<hr/>				
2520	540	270	2025	← Residuo
-2430	-540	↓	-1890	
<hr/>				
90	0	270	135	← Residuo
↓		-270	-45	
<hr/>				
90		0	90	
-90			45	
<hr/>				
0			↓	
			45	= MCD



HELICO THEORY

MCD Dado un conjunto de números enteros positivos, su MCD es aquel número que cumple dos condiciones.

- ✦ Es un divisor común de dichos números.
- ✦ Es el mayor de los divisores comunes.

Ejm Sean los números 18 y 24

#	Divisores \mathbb{Z}^+
18	1, 2, 3, 6, 9, 18
24	1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

$$\text{MCD}(18; 24) = 6$$

Divisores comunes de 18 y 24

➔ 1, 2, 3 y 6

En conclusión:

Sean los números A y B

$$CD_{\text{comunes de A y B}} = CD_{\text{MCD}(A;B)}$$



HELICO THEORY

PROPIEDADES DEL MCD

1 Si A y B son PESI

$$\text{MCD}(A, B) = 1$$

Ejm

$$\text{MCD}(8, 15) = 1$$

3

$$\text{MCD}(nA, nB, nC) = n \times \text{MCD}(A, B, C)$$

Ejm

$$\text{MCD}(5a, 5b) = 5 \times \text{MCD}(a, b)$$

2 Si A = ^oB (múltiplo de B)

$$\text{MCD}(A, B) = B$$

Ejm

$$\text{MCD}(42, 7) = 7$$

4

Si $\text{MCD}(A, B) = m$

$\text{MCD}(C, D) = n$

$$\text{MCD}(A; B; C; D) = \text{MCD}(m; n)$$



HELICO PRACTICE

1

Si $\text{MCD}(24; 60) = \overline{ab}$, calcule $a + b$.

RESOLUCIÓN

N

Apliquemos algunas
PROPIEDADES

$$\text{MCD}(24; 60) = \overline{ab}$$

$$12 \times \underbrace{\text{MCD}(2; 5)} = \overline{ab}$$

2 y 5 son PESI \Rightarrow 1

$$12 = \overline{ab}$$

$$\therefore a + b = 1 + 2 =$$

RPTA:

3



HELICO PRACTICE

2

Si el MCD de 14 y 28 es \overline{mn} , calcule $m \cdot n$.

RESOLUCIÓN

N

$$\text{MCD}(14; 28) = \overline{mn}$$

Propiedad

$$28 = 14^{\circ}$$



$$14 = \overline{mn}$$

$$m = 1$$

$$n = 4$$

$$\therefore m \cdot n = 1 \times 4 =$$

RPTA:

4



HELICO PRACTICE

3

Al calcular el mayor divisor común de $4n$ y $7n$ se obtuvo 12. Calcule $\sqrt{2n + 1}$.

RESOLUCIÓN

N

$$\text{MCD}(4n; 7n) = 12$$

Apliquemos algunas PROPIEDADES

$$n \times \underbrace{\text{MCD}(4; 7)} = 12$$

4 y 7 son
PESI

⇒ 1

$$n = 12$$

∴

$$2n + 1 = 2 \times 12 + 1 = 25 = \sqrt{25}$$

RPTA:

5





HELICO PRACTICE

4

Si $\text{MCD}(3k, 6k, 24k) = 21$, calcule k^2 .

RESOLUCIÓN

N

$$\text{MCD}(3k, 6k, 24k) = 21$$

Apliquemos
algunas
PROPIEDADES

1; 2 y 8 son
PESI

$$3k \times \text{MCD}(1; 2; 8) = 21$$

→ 1

$$3k = 21$$

$$k = 7$$

$$\therefore k^2 = 7^2 =$$

RPTA:

49





5

HELICO PRACTICE

Al calcular el MCD de dos números por el método de divisiones sucesivas se obtuvo como cocientes sucesivos 2; 1 y 2. Calcule la suma de dichos números si el MCD resultó ser 5.

RESOLUCIÓN

N



COCIENTES SUCESIVOS

		2	1	2	
A	B	10	5	0	MCD
		10	5	0	

$$B = 10 \times 1 + 5$$

$$B = 15$$

$$A = B \times 2 + 10$$

$$A = 15 \times 2 + 10$$

$$A = 40$$

Piden: $A + B = 55$

RPTA:

55



HELICO PRACTICE

6

Si $\text{MCD}(A, B) = 60$ y el $\text{MCD}(C, D) = 72$, calcule el MCD de A, B, C y D.

RESOLUCIÓN

N

✦ $\text{MCD}(A, B) = 60$

✦ $\text{MCD}(C, D) = 72$

Apliquemos algunas
PROPIEDADES

$$\text{MCD}(A, B, C, D) = \text{MCD}(60, 72)$$

$$\text{MCD}(A, B, C, D) = 12$$

METODO: descomposición
simultanea

60	—	72	2
30	—	36	2
15	—	18	3
5	—	6	

PESI

RPTA:

12



HELICO PRACTICE

7

Si $\text{MCD}(A, B) = 5$ y $A \cdot B = 150$,
calcule $A + B$ si ambos números
tienen más de una cifra.

RESOLUCIÓN

N

$$\begin{aligned} \star \text{MCD}(A, B) &= 5 \\ A &= 5p \quad B = 5q \\ p \text{ y } q \text{ son pesi} \end{aligned}$$

$$\rightarrow A = 5 \times 2 = 10$$

$$\rightarrow B = 5 \times 3 = 15$$

$$\begin{aligned} \star A \times B &= 150 \\ 5p \times 5q &= 150 \\ 25 \times p \times q &= 150 \\ \underbrace{p}_2 \times \underbrace{q}_3 &= 6 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{Piden: } A + B = 25$$

RPTA:

25



8

HELICO PRACTICE

RESOLUCIÓN

N

Un vendedor minorista ha comprado tres depósitos de vino con 240 litros, 180 litros y 120 litros. Si desea vender el vino en bidones todos de igual volumen, sin que sobre vino, ¿cuántos bidones como mínimo serán necesarios?

Como queremos la mínima cantidad de bidones y que tengan igual volumen entonces aplicaremos el MCD.

$$\begin{array}{r|l}
 240 - 180 - 120 & 2 \\
 120 - 90 - 60 & 2 \\
 60 - 45 - 30 & 3 \\
 20 - 15 - 10 & 5 \\
 4 - 3 - 2 & \\
 \hline
 & 60
 \end{array}$$

bidones

$$\therefore \text{Piden: } 4 + 3 + 2 = 9$$

RPTA:

9