ÁLGEBRA

FEEDBACK

5th

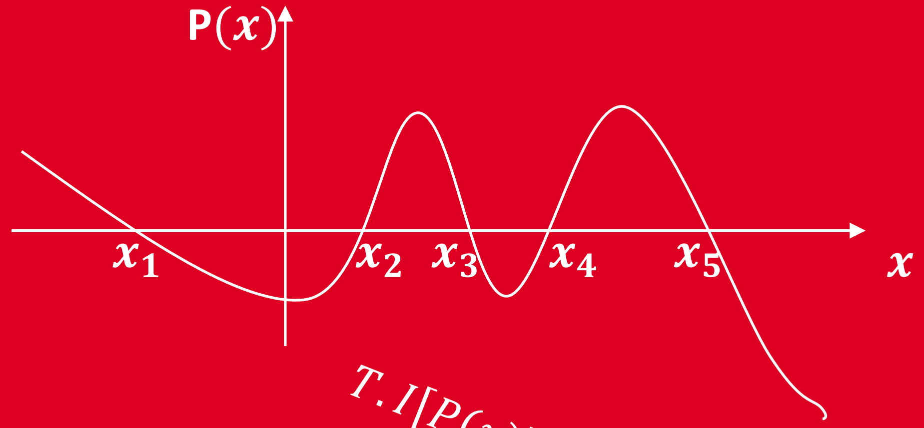
of Secondary

$$P(x) \equiv a_0x^n + a_1x^{n-1} + \ldots + a_{n-1}x + a_n$$

$\sum coeficientes\ P(x) = P(1)$

$P(x) \equiv 0$

$G.A(P)$



$T.I[P(x)] = P(0)$

SACO OLIVEROS

PROBLEMA 1

La expresión $\left(x^2-2+\frac{1}{x^2}\right)^{m-5}$ genera 41 términos. Hallar 'm'

Resolución

$$\left(x^2-2+\frac{1}{x^2}\right)^{m-5}=\left(\left(x-\frac{1}{x}\right)^2\right)^{m-5}$$

$$=\left(x-\frac{1}{x}\right)^{2m-10}$$

Número de términos = exponente + 1

$$41=(2m-10)+1$$

$$m=25$$

$$\therefore m=25$$

PROBLEMA 2

El término de lugar 25 de la expansión $\left(x^2+\frac{1}{x^3}\right)^n$ contiene a x^{12}. Calcule 'n'

$a \qquad b$

Resolución

Por Teorema del lugar

$$\boxed{t_{k+1} = C_k^n a^{n-k} b^k}$$

$$k+1 = 25 \Rightarrow k = 24$$

Reemplazando

$$t_{25} = C_{24}^n \underbrace{\boxed{(x^2)^{n-24}(x^{-3})^{24}}}_{x^{12}}$$

$$x^{2n-48} . x^{-72} = x^{12}$$

$$\cancel{x}^{2n-48-72} = \cancel{x}^{12}$$

$$2n - 48 - 72 = 12$$

$$2n = 132$$

$$\therefore n = 66$$

PROBLEMA 3

Hallar el valor de 'M' si el sexto término del desarrollo es $252x^{15}y^{-25}$

$$\left(\underbrace{\frac{x}{y^6}}_{a}+\underbrace{M}_{b}\right)^{10}$$

Resolución

Por Teorema de lugar

$$\boxed{t_{k+1} = C_k^n a^{n-k} b^k}$$

$$k+1=6 \Rightarrow k=5$$

Reemplazando

$$t_6 = C_5^{10}(xy^{-6})^{10-5}(M)^5$$

Por dato

$$\cancel{252}x^{15}y^{-25} = \cancel{C_5^{10}}(xy^{-6})^{10-5}(M)^5$$

$$x^{15}y^{-25} = (xy^{-6})^5(M)^5$$

$$x^{15}y^{-25} = x^5y^{-30}M^5$$

$$x^{10}y^5 = M^5$$

$$\boxed{\therefore M = x^2y}$$

PROBLEMA 4

Sean los complejos Halle la parte imaginaria de

$z_1 = -21 + 3i \qquad z_2 = -15 - 2i \qquad 4z_2 + 3z_1$

Resolución

$z_1 = -21 + 3i \qquad z_2 = -15 - 2i$

$3z_1 = -63 + 9i \qquad 4z_2 = -60 - 8i$

$\therefore \operatorname{Im}(4z_2 + 3z_1) = 1$

PROBLEMA 5

Hallar el valor de 'n' para que 'z' sea un complejo real puro.

$$z = \frac{n+3i}{n+3-5i} \quad ; n \in \mathbb{R}$$

Resolución

Recordar:

Si: $z = \dfrac{a+bi}{c+di}$

es un complejo real puro

$\rightarrow ad = bc$

$$(-5)(n) = (3)(n+3)$$

$$-5n = 3n + 9$$

$$-8n = 9$$

$$\therefore n = -\frac{9}{8}$$

PROBLEMA 6

En la igualdad $(5+7i)x+(1-2i)y=11+12i$ **Determine** xy

Además x, y son reales.

Resolución

$$(5+7i)x+(1-2i)y=11+12i$$

$$\underline{5x}+\underline{7xi}+\underline{y}-\underline{2yi}=11+12i$$

$$\underline{(5x+y)}+\underline{(7x-2y)}i=\underline{11}+\underline{12}i$$

$$\begin{cases}\boxed{5x+y=11} & \times 2\\ 7x-2y=12\end{cases}$$

$$\begin{cases}10x+\cancel{2y}=22\\ 7x-\cancel{2y}=12\end{cases}\quad +$$

$$17x=34$$

$$x=2$$

$$\Rightarrow\ y=1$$

$$\therefore\ xy=2$$

PROBLEMA 7

Reduzca

$$M = \frac{i^{280} + 3i^{145} + 4i^{43} + i^{82}}{2i^{780} - i^{116}}$$

Resolución

$$M = \frac{i^{4k} + 3i^{4k+1} + 4i^{4k+3} + i^{4k+2}}{2i^{4k} - i^{4k}}$$

$$= \frac{(1) + 3(i) + 4(-i) + (-1)}{2(1) - (1)}$$

$$M = -i$$

Recordar:

$$i^{4k} = 1$$
$$i^{4k+1} = i$$
$$i^{4k+2} = -1$$
$$i^{4k+3} = -i$$

$$\therefore M = -i$$

PROBLEMA 8

Indique el valor de 'm' en la ecuación de 'x' para que sea incompatible. $(m^2-5m+6)x=(m^2-4m+3)$

Resolución

$$(m^2-5m+6)x=(m^2-4m+3)$$

$$\cancel{(m-3)}(m-2)x=\cancel{(m-3)}(m-1)$$

$$\Rightarrow \underbrace{(m-2)}_{=0}x=\underbrace{(m-1)}_{\neq 0}$$

$$m=2$$

Recordar:

Si $ax=b$ **incompatible**

$\rightarrow a=0 \wedge b\neq 0$

$$\boxed{\therefore m=2}$$

PROBLEMA 9

Sean x_1 y x_2 las raíces de la ecuación: $x^2 - (m-3)x + 2m+5 = 0$

Determine el valor de 'm' si se cumple: $x_1^2 + x_2^2 + 5x_1x_2 = 28$

Resolución

$$x_1^2 + x_2^2 + 5x_1x_2 = 28$$

$$x_1^2 + x_2^2 + 2x_1x_2 + 3x_1x_2 = 28$$

$$(x_1 + x_2)^2 + 3x_1x_2 = 28 \quad \ldots(I)$$

Por Teorema de Cardano

$$x_1 + x_2 = m - 3 \quad \ldots(II)$$

$$x_1x_2 = 2m + 5 \quad \ldots(III)$$

De (II) y (III) en (I)

$$(m-3)^2 + 3(2m+5) = 28$$

$$m^2 - \cancel{6m} + 9 + \cancel{6m} + 15 = 28$$

$$m^2 = 4$$

$$\boxed{\therefore m = \pm 2}$$

PROBLEMA 10

Forme la ecuación de segundo grado si sus raíces son:

$$3+2i \quad y \quad 3-2i$$

Resolución

Formación de una ecuación cuadrática

$$x^2-(suma)x+(producto)=0$$

Reemplazando

$$x^2-(3+\cancel{2i}+3-\cancel{2i})x+(3+2i)(3-2i)=0$$

$$x^2-6x+[3^2-(2i)^2]=0$$

$$\therefore x^2-6x+13=0$$