



ARITHMETIC

Chapter 16

5th
SECONDARY

Divisibilidad II



 **SACO OLIVEROS**



$$M = 2746^{2746}$$

$$P = 6472^{6472}$$

Halle el residuo de $(M \times P)$ entre 9

¿Que tan complicado puede ser calcular el residuo?



CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD

Es un conjunto de reglas, que aplicadas a las cifras de un numeral, permiten identificar si el número es múltiplo de cierto módulo o no, de ser el caso que no fuera múltiplo nos permite determinar el residuo de una manera directa y sencilla.

$$\text{Sea } N = \overline{abcde} = \overline{abcd} \times 10 + e = \overline{abcd} \times 2 \times 5 + e$$

Luego :

$$N = \overset{\circ}{2} + e \rightarrow N = \overset{\circ}{2} \leftrightarrow e = \overset{\circ}{2} \rightarrow e = \{0; 2; 4; 6; 8\}$$

$$N = \overset{\circ}{5} + e \rightarrow N = \overset{\circ}{5} \leftrightarrow e = \overset{\circ}{5} \rightarrow e = \{0; 5\}$$



Divisibilidad por 2^n

— Divisibilidad por 5^n

$$\begin{aligned} * \quad \overline{abcde} &= \overset{\circ}{2} \quad \rightarrow \quad e = \overset{\circ}{2} \\ e &= \{0; 2; 4; 6; 8\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} * \quad \overline{abcde} &= \overset{\circ}{5} \quad \rightarrow \quad e = \overset{\circ}{5} \\ e &= \{0; 5\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} * \quad \overline{abcde} &= \overset{\circ}{4} \quad \xrightarrow{x2 \ x1} \quad \overline{de} = \overset{\circ}{4} \\ 2d + e &= \overset{\circ}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} * \quad \overline{abcde} &= \overset{\circ}{25} \quad \rightarrow \quad \overline{de} = \overset{\circ}{25} \\ \overline{de} &= \{00; 25; 50; 75\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} * \quad \overline{abcde} &= \overset{\circ}{8} \quad \xrightarrow{x4 \ x2 \ x1} \quad \overline{cde} = \overset{\circ}{8} \\ 4c + 2d + e &= \overset{\circ}{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} * \quad \overline{abcde} &= \overset{\circ}{125} \quad \rightarrow \quad \overline{cde} = \overset{\circ}{125} \\ \overline{cde} &= \{000; 125; 250; \dots; 875\} \end{aligned}$$



Divisibilidad por 3 y 9

Luego :

$$\text{Sea } N = \overline{abcdef}$$

$$N = \overset{\circ}{3} \Leftrightarrow a + b + c + d + e + f = \overset{\circ}{3}$$

$$N = \overset{\circ}{9} \Leftrightarrow a + b + c + d + e + f = \overset{\circ}{9}$$

Divisibilidad por 33 y 99

$$\overline{abcdef} = \overset{\circ}{3}\overset{\circ}{3} \text{ o } \overset{\circ}{9}\overset{\circ}{9} \Leftrightarrow$$

$$\overline{ab} + \overline{cd} + \overline{ef} = \overset{\circ}{3}\overset{\circ}{3} \text{ o } \overset{\circ}{9}\overset{\circ}{9}$$

Divisibilidad por 11

$$\begin{array}{c} - + - + - + \\ \hline abcdef \end{array} = 11^{\circ}$$

$$-a + b - c + d - e + f = 11^{\circ}$$

Divisibilidad por 7

$$\begin{array}{c} - \quad + \\ \curvearrowright \quad \curvearrowleft \\ \hline x2 \ x3 \ x1 \ x2 \ x3 \ x1 \end{array}$$

$$abcdef = 7^{\circ}$$

$$-2a - 3b - c + 2d + 3e + f = 7^{\circ}$$

Divisibilidad por 13

$$\begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ \curvearrowleft \quad \curvearrowright \quad \curvearrowleft \\ \hline x4 \ x3 \ x1 \ x4 \ x3 \ x1 \end{array}$$

$$abcdef = 13^{\circ}$$

$$4a + 3b - c - 4d - 3e + f = 13^{\circ}$$



1. Calcule la suma de todos los valores que puede tomar a si: $\overline{142a7} = \overset{\circ}{3}$.

RESOLUCIÓN

Criterio por 3

$$\overline{142a7} = \overset{\circ}{3}$$

$$1 + 4 + 2 + a + 7 = \overset{\circ}{3}$$

$$14 + a = \overset{\circ}{3}$$

$$\overset{\circ}{3} + 2 + a = \overset{\circ}{3}$$

$$\boxed{2 + a} = \overset{\circ}{3}$$

Donde:

$$\Rightarrow a = 1; 4; 7$$

NOS PIDEN

Suma de todos los valores:

$$\therefore 1 + 4 + 7 = 12$$

12



2. Si $\overline{49b82} = \overset{\circ}{13}$, Halle el valor de b.

RESOLUCIÓN

$$\begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ \times 3 \quad \times 1 \quad \times 4 \quad \times 3 \quad \times 1 \end{array}$$

Criterio por 13 $\overline{49b82} = \overset{\circ}{13}$

$$12 - 9 - 4b - 24 + 2 = \overset{\circ}{13}$$

$$-19 - 4b = \overset{\circ}{13}$$

$$-6 - 4b = \overset{\circ}{13}$$

Factorizando:

$$-2 \times (3 + 2b) = \overset{\circ}{13}$$

NOS PIDEN

$$\therefore b = 5$$

5



3. Si: $\overline{m192n} = 5\overset{\circ}{6}$
 Calcule el valor de: $m + n$.

RESOLUCIÓN

$$\overline{m191n} = 5\overset{\circ}{6} \left. \begin{array}{l} \nearrow 8 \\ \searrow 7 \end{array} \right\}$$

Criterio por 8

x4 x2 x1

$$\overline{91n} = 8\overset{\circ}$$

$$36 + 2 + n = 8\overset{\circ}$$

$$\Rightarrow n = 2$$

Criterio por 7

-3 -1 2 3 1

$$\overline{M1912} = 7\overset{\circ}$$

$$-3m - 1 + 18 + 3 + 2 = 7\overset{\circ}$$

$$22 - 3m = 7\overset{\circ}$$

$$\Rightarrow m = 5$$

NOS PIDEN

$$m + n$$

$$\therefore 5 + 2 = 7$$

7



4. Halle el valor de n si el número $\overline{76mn7mp} = 16^{\circ}25$.

RESOLUCIÓN

$$\overline{76mn7mp} = 16^{\circ}25 \left\{ \begin{array}{l} 125 \\ 13 \end{array} \right.$$

Criterio por 125

$$\begin{aligned} \overline{7mp} &= 125 \\ \overline{7mp} &= 750 \end{aligned}$$

⇒ $\begin{cases} m = 5 \\ p = 0 \end{cases}$

Criterio por 13

$$\begin{aligned} &\begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ \text{↖} \quad \text{↘} \quad \text{↖} \\ \text{x1 x4 x3 x1 x4 x3 x1} \end{array} \\ &\overline{765n750} = 13 \\ &7 + 24 + \cancel{15} - n - 28 - \cancel{15} + 0 = 13 \end{aligned}$$

Donde:

$$3 - n = 13 \Rightarrow 3 - n = 0$$

NOS PIDEN $\therefore n = 3$

3



5. Si: $\overline{14a23} = \overset{\circ}{2}3$, Efectúe
 $E = a^2 - 1$.

RESOLUCIÓN

$$\overline{14a36} = \overset{\circ}{2}3$$

Descomponiendo en forma
 polinómica:

$$\Rightarrow \overline{14a36} + 100a = \overset{\circ}{2}3$$

$$(\overset{\circ}{2}3 + 6) + (\overset{\circ}{2}3 + 8) \cdot a = \overset{\circ}{2}3$$

Donde $8a + 6 = \overset{\circ}{2}3$

Factorizando: $2 \cdot \boxed{(4a + 3)} = \overset{\circ}{2}3 \Rightarrow a = 5$

NOS PIDEN $E = a^2 - 1$.

$$\therefore E = 5^2 - 1 = 24$$

2



6. Calcule: $x^2 + y^2$
si: $\overline{4xy7594} = 99$

Dato:

$$\overline{4xy7594} = 99$$

Criterio por 99

$$\Rightarrow 4 + \overline{xy} + 75 + 94 = 99$$

RESOLUCIÓN

Donde:

$$\begin{array}{r} 1 \\ 4 + \\ \overline{xy} \\ 75 \\ 94 \\ \hline 198 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} y = 5 \\ x = 2 \end{array}$$

NOS PIDEN $x^2 + y^2$

$$\therefore 2^2 + 5^2 = 29$$

29



7. Si se cumple que $\overline{8a5c1b} = \overline{55}$, ¿Cuál es el valor de ba mayor que 55, para que $b20a = \overline{7}$?

Dato:

$$\overline{8a5c1b} = \overline{55} \quad \begin{matrix} \nearrow 5 \\ \searrow 11 \end{matrix}$$

RESOLUCIÓN

Criterio por 5

Donde: $b = \overline{5}$

Como en el segundo numeral del dato, b esta a la izquierda

$$\Rightarrow [b = 5]$$

NOS PIDEN $\overline{ba} = 51; 58$

$$\overline{ba} > 55$$

$$\therefore \overline{ba} = 58$$

Dato: $b20a = \overline{7}$

Criterio por 7

$$\overline{520a} = \overline{7} \quad \begin{matrix} x-1 & x2 & x3 & x1 \end{matrix}$$

$$- 5 + 4 + a = \overline{7}$$

$$a - 1 = \overline{7}$$

$$\Rightarrow a = [1; 8]$$

58



8. Cierta día, a María, trabajadora del Departamento de Publicaciones, se le preguntó sobre la edad de su hijo y ella respondió: "Mi hijo tiene a años, siendo a la cifra que al reemplazarla en el numeral $\overline{3a96}$ resulta un número divisible por 7". ¿Qué edad tiene el hijo de María?

RESOLUCIÓN

Criterio por 7

$$\overline{3a96} = \overset{\circ}{7}$$

Diagram illustrating the divisibility rule for 7 using the number 3a96. The digits are grouped into pairs: (3, a), (9, 6). The first pair (3, a) is multiplied by 1 (x1) and the second pair (9, 6) is multiplied by 2 (x2). The results are then added (indicated by a '+' sign and a green arrow) to get the final result, which is 7 (indicated by a '-' sign and a yellow arrow).

Donde:

$$-3 + 2a + 27 + 6 = \overset{\circ}{7}$$

$$30 + 2a = \overset{\circ}{7}$$

$$\rightarrow 2 + 2a = \overset{\circ}{7}$$

NOS PIDEN

$$\therefore a = 6$$

6