ALGEBRA

Chapter 04

5th
SECONDARY

DIVISIÓN POLINÓMICA

SACO OLIVEROS

Motivation Strategy

RENÉ DESCARTES (1596-1650)
Filósofo y matemático francés.

En las matemáticas los principale
aportes que realizó son:

- *Introdujo las coordenadas carte*
- *Utilizó la notación exponencial*
- *Planteó el teorema del resto*
- *Planteó métodos para resolver ecuaciones cúbicas, etc.*

DIVISIÓN POLINÓMICA

División de Polinomios

Sea la división de polinomios:

Polinomio Dividendo → $\dfrac{D_{(x)}}{d_{(x)}}$ ← Polinomio divisor

Genera →

Polinomio Cociente: $q_{(x)}$

Polinomio Residuo (Resto) $R_{(x)}$

Identidad Fundamental de la División:

$$\boxed{D_{(x)} \equiv d_{(x)} . q_{(x)} + R_{(x)}}$$

$[q(x)]^{\circ} = [D(x)]^{\circ} - [d(x)]^{\circ}$

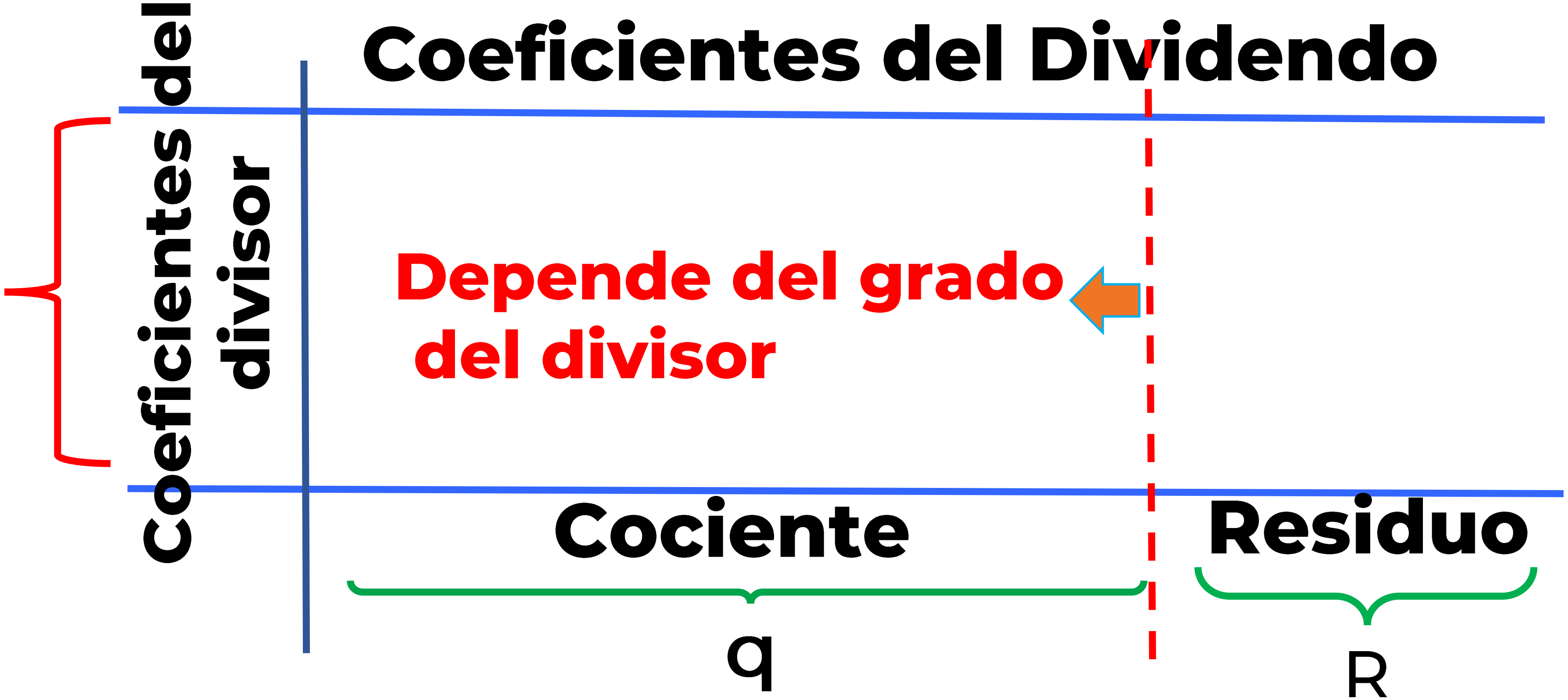
$[R(x)]^{\circ} máx = [d(x)]^{\circ} - 1$

A) MÉTODO DE HORNER

Para éste método los polinomios a dividir deben estar completos y ordenados en forma descendente; además, si faltase un término se le completa con ceros.

<u>Esquema :</u>

coeficientes con signo cambiado.



Ejemplo:

Calcule los polinomios cociente y residuo al dividir

$$\frac{4x^4+12x^3+5x^2-2x-7}{2x^2+3x-1}$$

Resolución

MÉTODO DE HORNER

÷2	4	12	5	-2	-7
-3		-6	2		
			-9	3	
1				3	-1
x	2	3	-1	4	-8

q(x)= $2x^2+3x-1$

R(x)= $4x-8$

B) MÉTODO DE RUFFINI

Se utiliza para calcular divisiones de la forma: $\frac{P(x)}{ax+b}$

$ax + b = 0$

$\boxed{x = -\frac{b}{a}}$

Coeficientes del Dividendo

Residuo

$\div a$

Cociente

1er Caso: (a=1)

Calcule los polinomios cociente y residuo al dividir

$$\frac{5x^3-7x^2+2x-1}{x-2}$$

$$\begin{array}{r|rrr:r} x-2=0 & 5 & -7 & 2 & -1 \\ x=2 & \downarrow & 10 & 6 & 16 \\ \hline \times & 5 & 3 & 8 & 15 \end{array}$$

$q(x)=5x^2+3x+8$

$R(x)=15$

2do Caso: (a≠1)

$$\frac{6x^3-x^2+7x+3}{2x-1}$$

$$\begin{array}{r|rrr:r} 2x-1=0 & 6 & -1 & 7 & 3 \\ x=\frac{1}{2} & \downarrow & 3 & 1 & 4 \\ \hline \times & 6 & 2 & 8 & 7 \\ \div 2 & \boxed{3} & \boxed{1} & \boxed{4} & \end{array}$$

$q(x)=3x^2+x+4$

$R(x)=7$

C) TEOREMA DEL RESTO

$$\frac{D_{(x)}}{ax+b} \qquad Resto: R = D_{\left(-\frac{b}{a}\right)}$$

Forma práctica

1. El divisor se igual a cero $(ax + b = 0)$

2. Se despeja la variable $\left(x = -\frac{b}{a}\right)$

3. Se reemplaza en el dividendo
   Obteniendo el resto $\left(R = D_{\left(-\frac{b}{a}\right)}\right)$

EJEMPLO

Calcule el resto de la siguiente división:

$$\frac{x^4 - 2x^3 + 2x + 6}{x - 2}$$

Resolución

POR TEOREMA DEL RESTO

1) $x - 2 = 0$

2) $\boxed{x = 2}$

3) Reemplazando en el Dividendo

$$R = (2)^4 - 2(2)^3 + 2(2) + 6$$

$$\boxed{R = 10}$$

PROBLEMA 1

Si la división: $\dfrac{5x^5-2x^4+11x^3+7x^2+Ax+B}{5x^2-7x+3}$ es exacta.

Calcule: i) B-A ii) Suma de coeficientes del cociente

Resolución

MÉTODO DE HORNER

÷5	5	-2	11	7	A	B
		7	-3			
7			7	-3		
-3				21	-9	
					35	-15
x	1	1	3	5	0	0

$A-9+35=0$ ➡ $\boxed{A=-26}$

$B-15=0$ ➡ $\boxed{B=15}$

➡ $\boxed{B-A=41}$

$\underline{\Sigma.coef.Cociente:}$

$1+1+3+5$

➡ $\boxed{10}$

PROBLEMA 2

Si la división: $\dfrac{mx^5+nx^4+3x^2-6x^3+4x-4}{3x^2+x-2}$ es exacta.

Calcule: T=$\sqrt{m^2+n^2+3}$

Resolución

Ordenando el dividendo y luego por método de horner invertido(división exacta)

÷-2	-4	4	3	-6	n	m
		-2	-6			
-1			1	3		
-3				-1	-3	
					-2	-6
x	2	-1	1	2	0	0

$n-5=0 \Rightarrow \boxed{n=5}$

$\text{m}-6=0 \Rightarrow \boxed{\text{m}=6}$

$T=\sqrt{64}$

$\boxed{T=8}$

PROBLEMA 3

Calcule el resto de:

$$\frac{4x^5-\sqrt{3}x^4+4x-11x^3+3\sqrt{3}}{}$$

Resolución

Ordenando y completando el dividendo luego por RUFFINI

$x-\sqrt{3}=0$	4	$-\sqrt{3}$	-11	0	4	$3\sqrt{3}$
$x=\sqrt{3}$		$4\sqrt{3}$	9	$-2\sqrt{3}$	-6	$-2\sqrt{3}$
x	4	$3\sqrt{3}$	-2	$-2\sqrt{3}$	-2	$\boxed{\sqrt{3}}$

$$El\ residuo\ es: R=\sqrt{3}$$

PROBLEMA 4

En la división: $\dfrac{4x^5+2x^4-10x^3-x^2-63x+5}{2x+5}$

Calcule la suma de coeficientes del cociente.

Resolución

Por RUFFINI

$2x+5=0$

$x=\dfrac{-5}{2}$

	4	2	-10	-1	-63	5
	↓	-10	20	-25	65	-5
x	4	-8	10	-26	2	**0**
$\div 2$	2	-4	5	-13	1	

$\underline{\Sigma.coef.Cociente:}$ - 9

PROBLEMA 5

Calcule el residuo:

$$\frac{(3x+7)^5+(2x+5)^3+9x^2+2}{x+3}$$

Resolución

POR TEOREMA DEL RESTO

$x + 3 = 0$ $\Rightarrow$ $\boxed{x = -3}$

Reemplazando en el dividendo

$$R(x) = (3(-3) + 7)^5 + (2(-3) + 5)^3 + 9(-3)^2 + 2$$

$$R(x) = -32 + (-1) + 81 + 2$$

$$\boxed{RESTO: R(x) = 50}$$

PROBLEMA 6

La edad de José hace 7 años está dado por el residuo:

$$\frac{[(x+3)(x+5)(x+4)(x+2)-78]^2+15}{x^2+7x+2}$$

¿Qué edad tiene José?

Resolución

POR TEOREMA del RESTO

$$x^2+7x+2=0 \quad \Rightarrow \quad x^2+7x=-2$$

$$D(x)=[(x^2+7x+12)(x^2+7x+10)-78]^2+15$$

$$R(x)=[(-2+12)(-2+10)-78]^2+15=19$$

Edad actual

19+7=26 AÑOS

PROBLEMA 7

Obtenga el residuo:

$$\frac{(x-3)^{100}+(x-4)^{37}+6}{(x-3)(x-4)}$$

Resolución

Por Identidad fundamental de la división

$$\boxed{D_{(x)} \equiv d_{(x)} \cdot q_{(x)} + R_{(x)}}$$

PROPIEDAD

$$[R(x)]^{\circ} = [d(x)]^{\circ} - 1$$

$$(x-3)^{100}+(x-4)^{37}+6 \equiv \overbrace{(x-3)(x-4)}^{\text{2do grado}} \cdot q(x) \overbrace{+ax+b}^{\text{1ER grado}}$$

$si\ x = 3 \rightarrow \boxed{5 = 3a + b}$

$si\ x = 4 \rightarrow \boxed{7 = 4a + b}$

RESOLVIENDO

$a = 2$

$b = -1$

$$\boxed{R(x) = 2x - 1}$$

PROBLEMA 8

Halle el resto de dividir:

$$\frac{x^{102} - x^{51} - x^4 + 2}{x^2 - x + 1}$$

Resolución

Por teorema del resto

$$x^2 - x + 1 = 0$$

$$(x^2 - x + 1)(x + 1) = 0(x + 1)$$

$$x^3 + 1 = 0$$

$$\boxed{x^3 = -1}$$

Reemplazando en el polinomio dividendo

$$D(x) = (x^3)^{34} - (x^3)^{17} - x^3 . x + 2$$

$$R(x) = (-1)^{34} - (-1)^{17} - (-1)^3 . x + 2$$

$$R(x) = 1 + 1 + x + 2$$

$$\boxed{RESTO: R(x) = x + 4}$$