



TRIGONOMETRY

Chapter 23

Session I

4th
SECONDARY

Resolución de triángulos

Oblicuángulos



 **SACO OLIVEROS**

MOTIVATING STRATEGY

Federico Villarreal

Federico Villarreal Villarreal (1850 - 1923) fue matemático, ingeniero, físico y políglota peruano.

Decano de la Facultad de Ciencias y Rector de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos. Realizó descubrimientos e investigaciones de gran importancia en dicho campo. En 1877 ingresó a la Facultad de Ciencias de la UNMSM titulándose de bachiller en 1879 y de licenciado en 1880. Inició estudios en la Universidad Nacional de Ingeniería (UNI), llamada entonces Escuela de Ingenieros, en 1882, titulándose de ingeniero civil (1884) y de ingeniero de minas (1886).



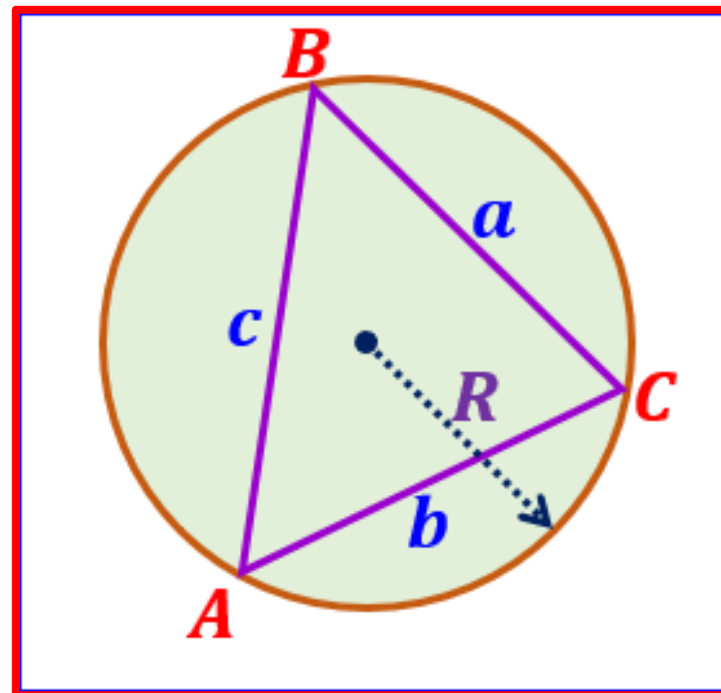


RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS OBLICUÁNGULOS

1. Teorema de

senos:

En todo triángulo se cumple que sus lados son proporcionales a los senos de los ángulos al cual se oponen, siendo la constante de proporcionalidad el diámetro de la circunferencia circunscrita a dicho triángulo. En el ΔABC , se cumple:



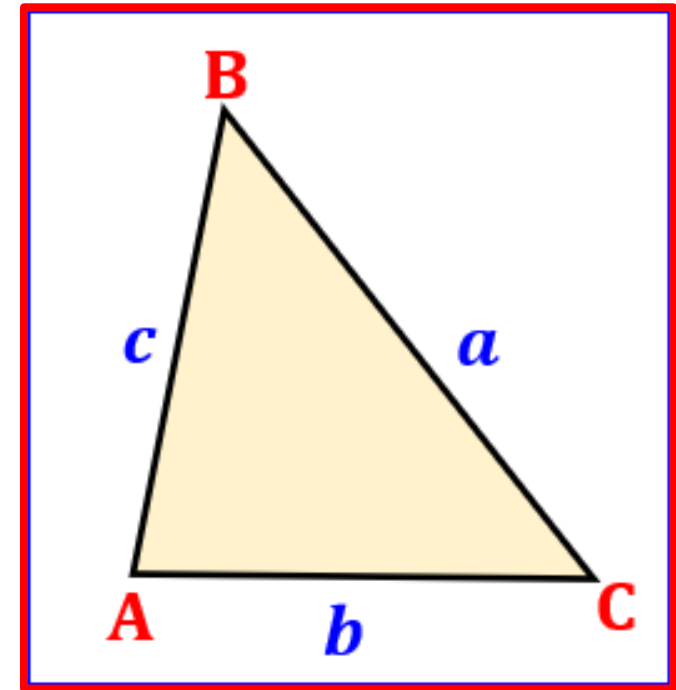
$$\begin{aligned} a &= 2R \operatorname{sen} A \\ b &= 2R \operatorname{sen} B \\ c &= 2R \operatorname{sen} C \end{aligned}$$

$$\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{b}{\operatorname{sen} B} = \frac{c}{\operatorname{sen} C} = 2R$$



2. Teorema de cosenos:

En todo triángulo se cumple que el cuadrado de un lado es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos menos el doble producto de los mismos multiplicados por el coseno del ángulo que forman.



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos B$$

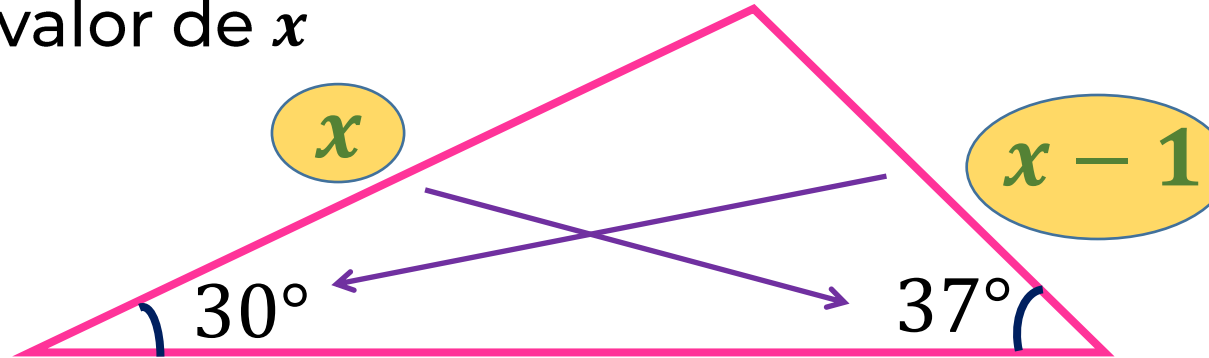
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C$$





PROBLEMA 1

Del gráfico, halle el valor de x



$$\frac{a}{\text{sen}A} = \frac{b}{\text{sen}B}$$

Resolución:

Teorema de senos:

$$\frac{x - 1}{\text{sen}30^\circ} = \frac{x}{\text{sen}37^\circ}$$

Reemplazando
valores:

$$\frac{x - 1}{\frac{1}{2}} = \frac{x}{\frac{3}{5}}$$

Así tenemos que: $\frac{2(x - 1)}{1} = \frac{5(x)}{3}$

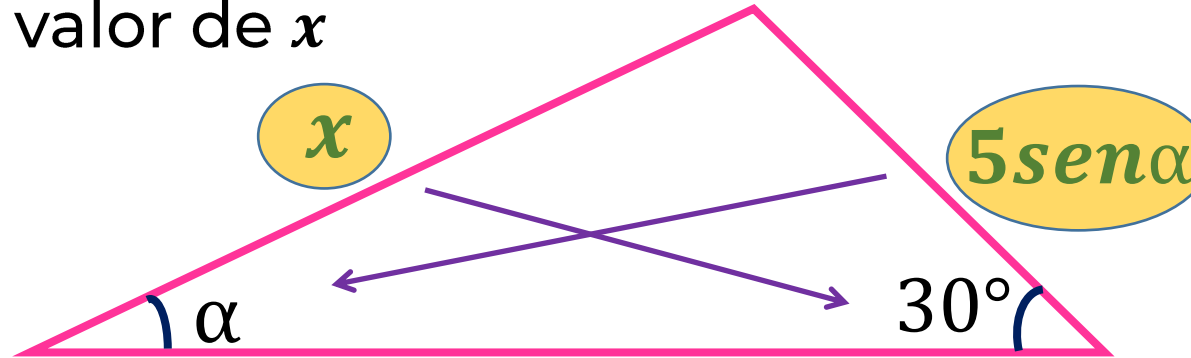
Luego: $6x - 6 = 5x$

$$\therefore x = 6$$



PROBLEMA 2

Del gráfico, halle el valor de x



$$\frac{a}{\text{sen}A} = \frac{b}{\text{sen}B}$$

Resolución:

Teorema de senos:

$$\frac{x}{\text{sen}30^\circ} = \frac{\cancel{5\text{sen}\alpha}}{\cancel{\text{sen}\alpha}}$$

Reemplazando y simplificando:

$$\frac{x}{\frac{1}{2}} = 5$$

Así tenemos que: $2x = 5$

$$\therefore x = \frac{5}{2}$$

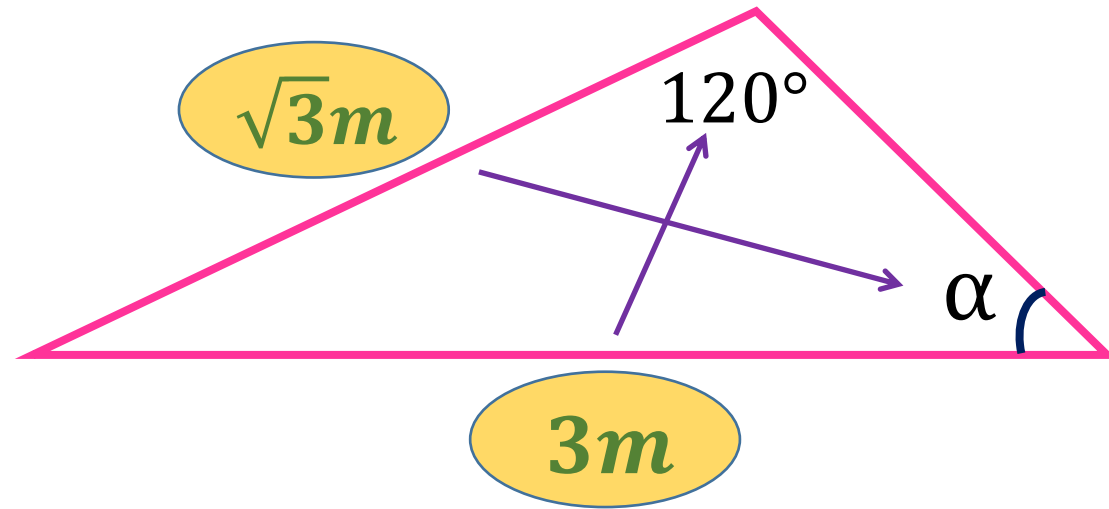




PROBLEMA 3

Del gráfico, calcule $\text{sen}\alpha$

$$\frac{a}{\text{sen}A} = \frac{b}{\text{sen}B}$$



Resolución:

Teorema de senos:

$$\frac{3}{\text{sen}120^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{\text{sen}\alpha}$$

¡ Recuerda que!

$$\text{sen}120^\circ = \text{sen}60^\circ$$

$$\frac{3}{\text{sen}60^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{\text{sen}\alpha}$$

Así tenemos: $\text{sen}\alpha = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) \text{sen}60^\circ$

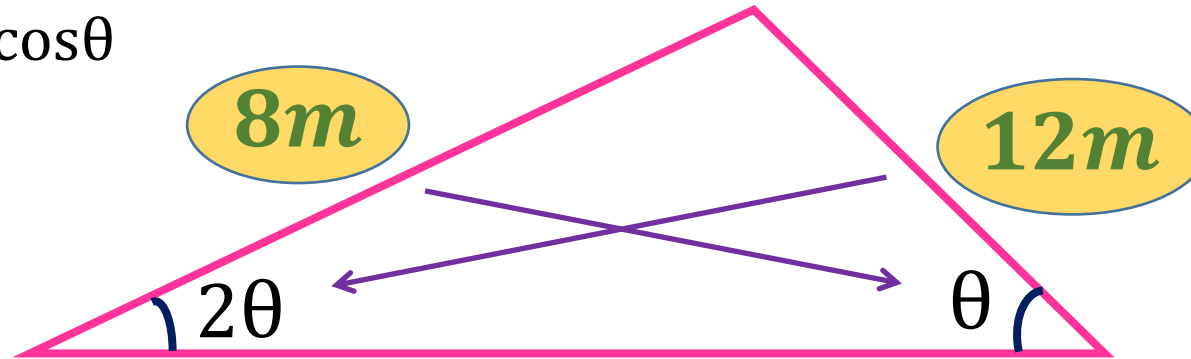
$$\Rightarrow \text{sen}\alpha = \left(\frac{\cancel{\sqrt{3}}}{3}\right) \frac{\cancel{\sqrt{3}}}{2}$$

$$\therefore \text{sen}\alpha = \frac{1}{2}$$



PROBLEMA 4

Del gráfico, calcule $\cos\theta$



$$\frac{a}{\text{sen}A} = \frac{b}{\text{sen}B}$$

Resolución:

Teorema de senos:

$$\frac{8}{\text{sen}\theta} = \frac{12}{\text{sen}2\theta}$$

Simplificando: $\frac{\text{sen}2\theta}{\text{sen}\theta} = \frac{3}{2}$

Así tenemos que: $\frac{2\cancel{\text{sen}\theta}\cos\theta}{\cancel{\text{sen}\theta}} = \frac{3}{2}$

Luego: $2\cos\theta = \frac{3}{2}$

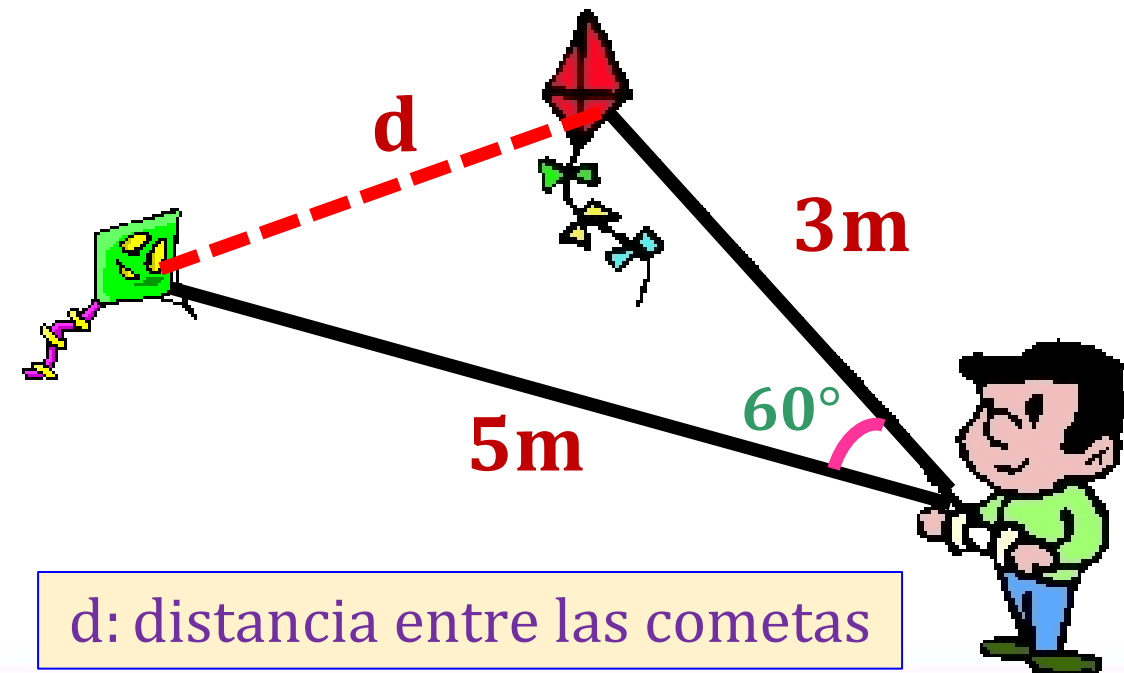
$$\therefore \cos\theta = \frac{3}{4}$$



PROBLEMA 5

Un niño está haciendo volar dos cometas simultáneamente, una de ellas tiene 5 m de pabito y la otra 3 m. Si el ángulo que forman ambos pabitos es 60° , determine la distancia entre ambas cometas.

Resolución:



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

Teorema de cosenos:

$$d^2 = 3^2 + 5^2 - 2(3)(5)\cos 60^\circ$$

$$d^2 = 9 + 25 - \cancel{2}(3)(5)\frac{1}{\cancel{2}}$$

Así: $d^2 = 34 - 15$

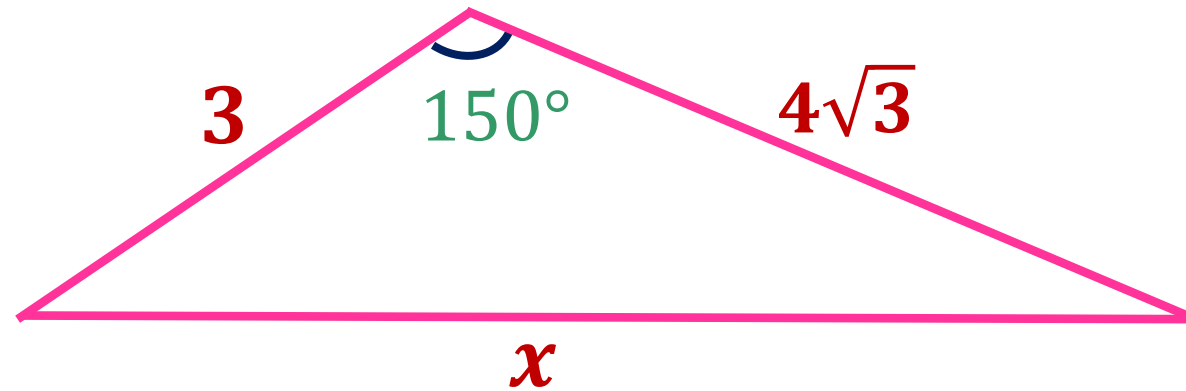
$$\Rightarrow d^2 = 19$$

$$\therefore d = \sqrt{19}\text{m}$$



PROBLEMA 6

Del gráfico, halle
el valor de x



Resolución:

En un ΔABC :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bccosA$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2accosB$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2abcosC$$

¡ Recuerda que!

$$cos150^\circ = -cos30^\circ$$

Teorema de cosenos:

$$x^2 = 3^2 + (4\sqrt{3})^2 - 2(3)(4\sqrt{3})\overset{-cos30^\circ}{cos150^\circ}$$

$$x^2 = 9 + 48 + \cancel{2}(12\sqrt{3})\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}}$$

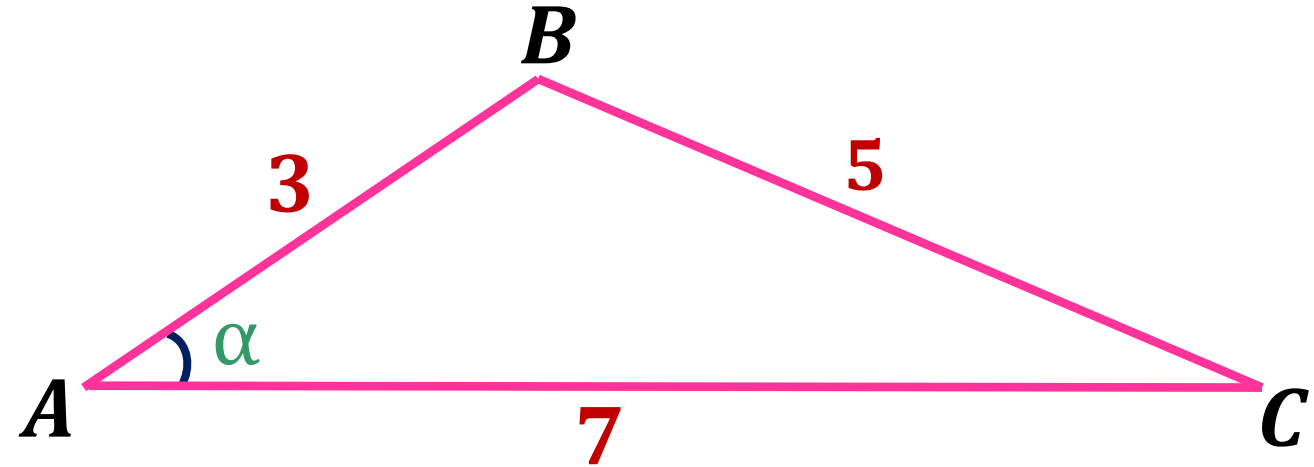
$$\Rightarrow x^2 = 93$$

$$\therefore x = \sqrt{93}$$



PROBLEMA 7

Del gráfico, calcule $\cos\alpha$



Resolución:

En un ΔABC :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bccosA$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2accosB$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2abcosC$$

Teorema de cosenos:

$$5^2 = 7^2 + 3^2 - 2(7)(3)\cos\alpha$$

$$\Rightarrow 25 = 49 + 9 - 42\cos\alpha$$

$$\Rightarrow \overset{14}{\cancel{42}}\cos\alpha = \overset{11}{\cancel{33}}$$

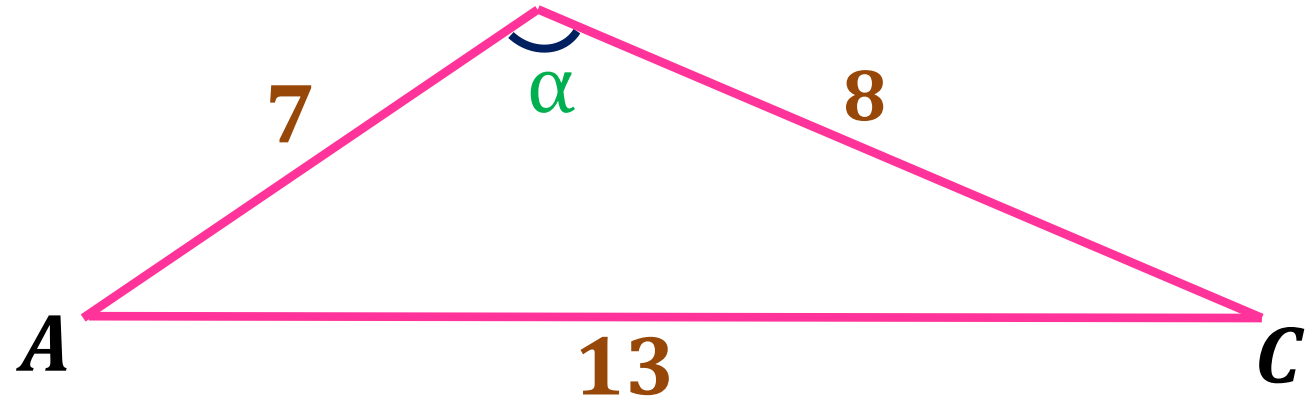
$$\therefore \cos\alpha = 11/14$$





PROBLEMA 8

Del gráfico, halle la medida del ángulo α



Resolución:

En un ΔABC :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bccosA$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2accosB$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2abcosC$$

Teorema de cosenos:

$$13^2 = 8^2 + 7^2 - 2(8)(7)\cos\alpha$$

$$169 = 64 + 49 - 112\cos\alpha$$

$$\cancel{112}^2 \cos\alpha = \cancel{-56}^{-1} \Rightarrow \cos\alpha = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore \alpha = 120^\circ$$

