ARITHMETIC

Chapter 17
Sesion 1

1st
SECONDARY

Y+X=

Maximo Común Divisor

SACO OLIVEROS

MOTIVATING STRATEGY

LOS NÚMEROS PERFECTOS.

Los números perfectos son números enteros que son iguales a la suma de sus divisores. Por ejemplo

- $6 = 1 + 2 + 3$
- $28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$

Peter Barlow

Otros números perfectos son 496; 8128; 33550336;...

En 1952 solo se conocían 12 números perfectos. La dificultad de encontrar ese tipo de números hizo decir a René Descartes (Francia, 1596-1650): “Los números perfectos, igual que los hombres perfectos, son muy escasos”.

En 1811, el matemático inglés Peter Barlow, en su libro Theory of Numbers, habla del número perfecto de 19 cifras descubierto por Euler en 1772 y dice: “Jamás se descubrirá ninguno mayor, pues si bien esos números son interesantes, como no son útiles, lo más probable es que a nadie se le ocurra buscar uno mayor”.

HELICO THEORY

MCD Dado un conjunto de números enteros positivos, su MCD es aquel número que cumple dos condiciones.

- Es un divisor común de dichos números.
- Es el mayor de los divisores comunes.

Ejm Sean los números 18 y 24

#	Divisores Z^+
18	1, 2, 3, 6, 9, 18
24	1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

MCD(18; 24) = 6

Divisores comunes de 18 y 24

➡ 1, 2, 3 y 6

En conclusión:

Sean los números A y B

$$CD_{comunes\ de\ A\ y\ B} = CD_{MCD(A;B)}$$

HELICO THEORY
MÉTODOS PARA DETERMINAR EL MCD

A Por descomposición canónica

El MCD es igual al producto de sus factores primos comunes elevados a los menores exponentes posibles.

Ejm

Dados los números A,B y C

Si $A = 2^4 \times 3^5 \times 5^2$

$B = 2^2 \times 3^4 \times 5^3 \times 7^2$

$C = 2^3 \times 3^3 \times 5^2 \times 7$

$$\mathrm{MCD}(A, B, C) = 2^2 \times 3^3 \times 5^2$$

B Por descomposición simultanea

El MCD es el producto de sus factores comunes.

Ejm

Calcule el MCD de 56; 140 y 168

$$\begin{array}{ccccc|c} 56 & - & 140 & - & 168 & 2 \\ 28 & - & 70 & - & 84 & 2 \\ 14 & - & 35 & - & 42 & 7 \\ 2 & - & 5 & - & 6 & \end{array}$$

PESI

$$\mathrm{MCD}(56{,}140{,}168) = 2^2 \times 7 = 28$$

HELICO THEORY

C

Divisiones sucesivas o algoritmo de Euclides

Aplic

Solo para determinar el MCD de dos números A y B.
Al calcular el MCD de 750 y 270, indique los cocientes y residuos respectivos.

cocientes sucesivos

	2	1	3	2	
750	270	210	60	30	MCD
	210	60	30	0	

residuos sucesivos

Cocientes sucesivos:

➡ 2, 1, 3 y 2

Residuos sucesivos:

➡ 210, 60, 30, 0

1

Si $\mathbf{A = MCD(60;\ 48;\ 40)}$

$\mathbf{B = MCD(70;\ 28;\ 42)}$

calcule $\mathbf{A + B}$.

RESOLUCIÓ
N

METODO:

Descomposición simultanea

$$
\begin{array}{c|c}
60 - 48 - 40 & 2 \\
30 - 24 - 20 & 2 \\
15 - 12 - 10 &
\end{array}
\quad \left.\begin{matrix}2\\2\end{matrix}\right\} = 4
$$

PESI

$$MCD(60;\ 48;\ 40) = 4$$

$$B = MCD(70;\ 28;\ 42)$$

$$
\begin{array}{c|c}
70 - 28 - 42 & 2 \\
35 - 14 - 21 & 7 \\
5 - 2 - 3 &
\end{array}
\quad \left.\begin{matrix}2\\7\end{matrix}\right\} = 14
$$

PESI

$$MCD(70;\ 28;\ 42) = 14$$

$$\therefore\ A + B = 4 + 14 =$$

RPTA:	18

HELICO PRACTICE

2

Halle el mayor de los divisores comunes que tienen los números 210 y 330.

RESOLUCIÓN

$$\text{MCD}(210;330) = \quad 30$$

El MCD es el mayor de los divisores comunes

$$\begin{array}{r|l} 210 - 330 & 10 \\ 21 - 33 & 3 \\ 7 - 11 & \end{array} \quad \Big\} \; 30$$

PESI

RPTA: 30

HELICO PRACTICE

3

Si $\mathbf{A = 2^2 \times 3 \times 5}$ y

$\mathbf{B = 2 \times 3^2}$,

calcule $\mathbf{MCD(A, B)}$.

RESOLUCIÓN

METODO:

Descomposición canónica

$$A = 2^2 \times 3 \times 5$$

$$B = 2 \times 3^2$$

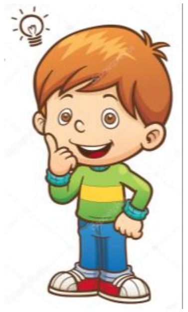
$$MCD(A, B) = 2 \times 3 = 6$$

RPTA:	6

HELICO PRACTICE

4

Si el $\mathbf{MCD}$ de $\mathbf{10}\boldsymbol{k}$ y $\mathbf{15}\boldsymbol{k}$ es $\mathbf{30}$, calcule $\mathbf{3}\boldsymbol{k}$.



RESOLUCIÓN

$$\mathrm{MCD}(10k;15k)=30$$

$$\begin{array}{cc|c}
10k - & 15k & k \\
10 - & 15 & 5 \\
2 - & 3 &
\end{array}
\left.\vphantom{\begin{array}{c} k \\ 5 \end{array}}\right\} 5k$$

PESI

$$5k=30$$

$$k=6$$

$\therefore$ Piden :$\mathbf{3}\boldsymbol{k}$ $=3\times6=$

RPTA:	18

HELICO PRACTICE

5

Al calcular el $\mathbf{MCD}$ de $\mathbf{72}$ y $\mathbf{108}$ se obtuvo $\mathbf{2^a \times 3^b}$. Calcule $\boldsymbol{a+b}$.

RESOLUCIÓN

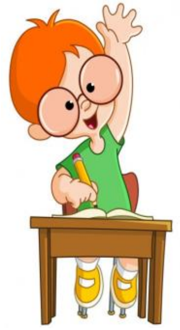
METODO:
Descomposición simultanea

$$\left.\begin{array}{rr|r} 72 - & 108 & 2 \\ 36 - & 54 & 2 \\ 18 - & 27 & 3 \\ 6 - & 9 & 3 \\ 2 - & 3 & \end{array}\right\} 36$$

PESI

$$MCD(72;108) = 36$$

$$2^a \times 3^b = 2^2 \times 3^2$$



a= 2 b= 2

$\therefore$ Piden: $a + b = 4$

RPTA: 4

HELICO PRACTICE

6

Calcule el $\mathbf{MCD}$ de $\mathbf{75}$ y $\mathbf{105}$ por el algoritmo de Euclides y dé como respuesta la suma de los cocientes sucesivos.

RESOLUCIÓN

cocientes sucesivos

	1	2	2	
105	75	30	15	MCD
30	15	0		

Residuos sucesivos

Suma de los cocientes sucesivos:

⇨ $1 + 2 + 2 = 5$

RPTA: 5

HELICO PRACTICE

7 Si el MCD de $\overline{31a}$ y $\overline{5b6}$ es 9, calcule $a+b$.

RESOLUCIÓN

$$MCD = (\overline{31a}; \overline{5b6}) = 9$$

$\overline{31a} = \overset{\circ}{9}$

$3+1+a = \overset{\circ}{9}$

$4+a = 9$

$a = 5$

$\overline{5b6} = \overset{\circ}{9}$

$5+b+6 = \overset{\circ}{9}$

$11+b = 18$

$b = 7$

RPTA: 12

$\therefore$ Piden : $a+b = 12$

HELICO PRACTICE

8

Álex tiene un negocio de materiales para la elaboración de maquetas por lo cual debe cortar dos listones de madera en trozos de igual longitud y lo más largo posible sin que sobre material. Si los listones miden $140\ cm$ y $98\ cm$, ¿cuantos trozos obtendrá?

$$\begin{array}{rr|l} 140 - 98 & & 2 \\ 70 - 49 & & 7 \\ 10 - 7 & & \end{array} \quad \left.\begin{matrix} \\ \\ \end{matrix}\right\} 14$$

PESI

RESOLUCIÓN

Como queremos trozos iguales y la mayor longitud posible entonces aplicaremos MCD.

$\therefore$ Piden $: 7 + 10 = 17$

RPTA:	17