ÁLGEBRA

CHAPTER 1

5th

of Secondary

Tema:Polinomios

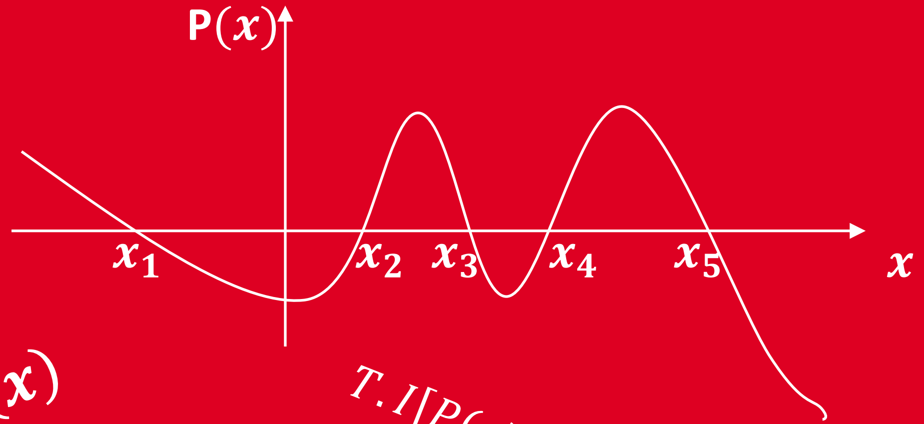
Docente: Javier Huapaya

$$P(x) \equiv a_0x^n + a_1x^{n-1} + \ ... + a_{n-1}x + a_n$$

$$\sum coeficientes\ P(x) = P(1)$$

$$P(x) \equiv 0$$

$$G.A(P)$$



$$G.R(x)$$

$$T.I[P(x)] = P(0)$$

SACO OLIVEROS

MOTIVATING

STRATEGY

SACO OLIVEROS

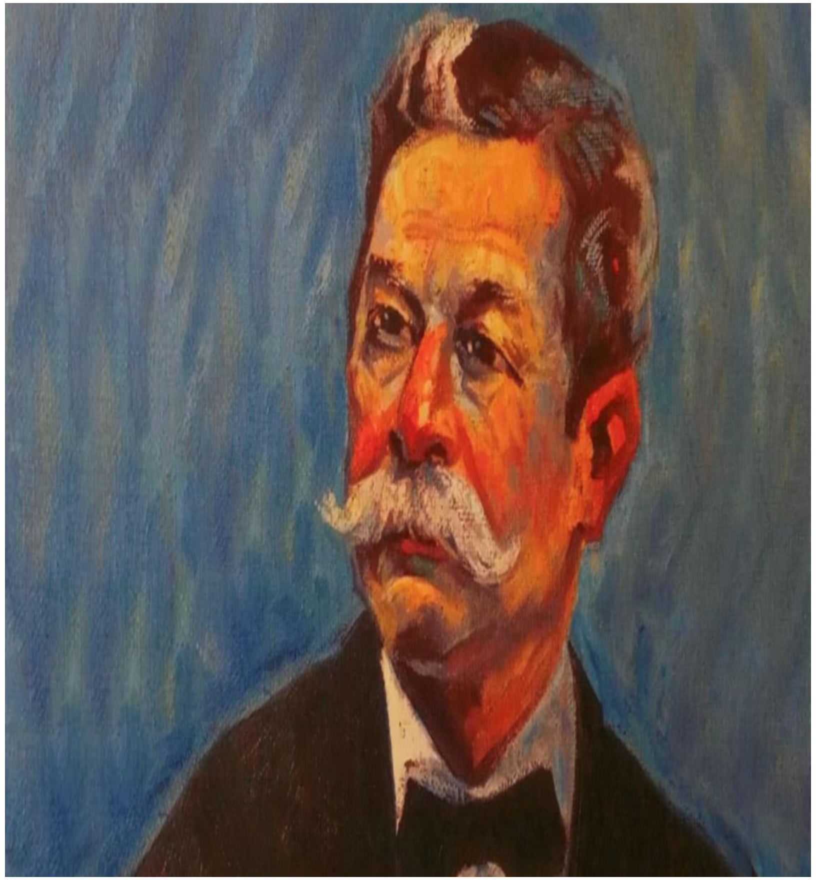
POLINOMIO DE VILLARREAL

Federico Villareal fue ingeniero, matemático, físico y astrónomo; fue tan extraordinario en su época, que llego a ser comparado con el mismísimo Isaac Newton. Pero ¿por qué?

En 1873, el joven Villareal de 23 años, que para entonces era profesor de secundaria en un colegio de su natal Lambayeque, descubre un método para elevar un polinomio a una potencia cualquiera. El método no tuvo ninguna popularidad hasta que llego a los oídos de otro matemático peruano Cristóbal de Losada, dándose cuenta que era un gran descubrimiento lo bautizo como el *"Polinomio de Villarreal".*

El método de Villareal no volvió a ser escuchado hasta el 21 de octubre de 1879, año en que Villareal lo inserta en su tesis para obtener el grado de bachiller en la Universidad Nacional Mayor de San Marcos, la cual tituló: "Fórmulas y métodos que deben completarse en matemáticas puras".

Según Basadre: *"Es tan perfecto, que aun para el caso de un binomio resulta más fácil, seguro y rápido que el método del binomio de Newton"*.
El mismo Villarreal consideró este método como su obra maestra .El método no ha obtenido fama hasta el día de hoy y probablemente nunca la obtenga, pero lo mejor de esto es que tuvimos un matemático como Villarreal que pese a no ser tan famoso como Newton descubrió un método mejor que el suyo.



FUENTES:
HTTP://WWW.UNFV.EDU.PE/SITE/BIOGRAFIA-FEDERICO-VILLARREAL
HTTPS://APRENDIENDOMATE.WORDPRESS.COM/2009/04/05/EL-POLINOMIO-VILLARREAL/
BASADRE GROHMANN, JORGE: *HISTORIA DE LA REPÚBLICA DEL PERÚ (1822 – 1933)*

HELICO

THEORY

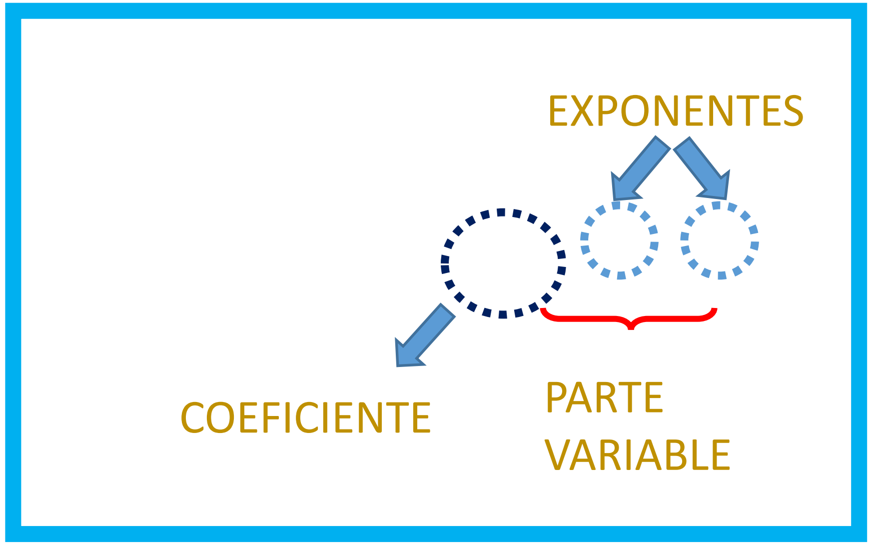
P O L I N O M I O S

I. DEFINICIÓN

Es aquella expresión algebraica racional entera (donde los exponentes de las variables son enteros positivos).

Ejemplo:

$$Q(x;y) = -3x^5y^6 + 8mx^7y^9 + 5$$



- Variables: $x;y$
- Coeficientes: $-3;8m;5$
- Término independiente: 5

RECORDAR

Aquellos términos algebraicos que tienen la misma parte variable (parte literal) se le llaman términos semejantes.

Ejemplo:

$5x^4y^7;\ 10x^4y^7;\ -8y^7x^4$ → **SON TÉRMINOS SEMEJANTES**

$2x^3y^9;\ 12x^3y^9;\ -3x^5y^2$ → **NO SON TÉRMINOS SEMEJANTES**

II. POLINOMIO EN UNA VARIABLE DEFINIDA EN $\mathbb{R}$

Es aquella expresión algebraica que se reduce a la forma general típica

$$P(x) \equiv a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} \ldots + a_{n-1}x + a_n$$

Donde:

- ❑ $a_0, a_1, a_2, \ldots, a_{n-1}, a_n$: Coeficientes reales
- ❑ x : Variable
- ❑ n: Grado del polinomio
- ❑ a_0: Coeficientes principal
- ❑ a_n: Término independiente

Polinomio Mónico

Si el coeficiente principal de $P(x)$, es decir $a_0 = 1$

Ejemplo:

Sea $\mathrm{T}(x) = 1\,x^3 - 5x + 2$

El polinomio T es mónico, ya que su coeficiente principal es 1

III. VALOR NUMÉRICO

Es el valor que se obtiene al reemplazar la variable de un polinomio por un número.

Ejemplo:

Sea $P(x) = x^4 + x^3 + 8$. Calcule $P(-3)$.

Resolución:

$$P(-3) = (-3)^4 + (-3)^3 + 8$$

$$P(-3) = 81 - 27 + 8$$

$$\boxed{P(-3) = 62}$$

Ejemplo:

Sea $P(x+2) = x^3 - 5x + 2$. Halle $P(5)$.

Resolución:

$$x + 2 = 5$$
$$x = 3$$

$$P(3+2) = (3)^3 - 5(3) + 2$$

$$P(5) = 27 - 15 + 2$$

$$\boxed{P(5) = 14}$$

IV. PROPIEDADES

SUMA DE COEFICIENTES:

$$\sum coeficientes\ de\ P(x) = P(1)$$

TÉRMINO INDEPENDIENTE:

$$T.I\ [P(x)] = P(0)$$

V. GRADO DE UN POLINOMIO

Es una característica de los polinomios relacionada a los exponentes de su variables .

GRADO

- Grado Relativo (G.R) → Con respecto a una variable específica
- Grado Absoluto (G.A) → Con respecto a todas sus variables

PARA MONOMIOS

$$M(x;y) = 2x^{3}y^{9}$$

- $G.R(x) = 3$
- $G.R(y) = 9$
- $G.A(M) = 12$

PARA POLINOMIOS

$$P(x;y) = \underbrace{2x^{13}y^{7}}_{20} + \underbrace{x^{6}y^{18}}_{24}$$

GRADO → 20 24

- $G.R(x) = 13$
- $G.R(y) = 18$
- $G.A(P) = 24$

HELICO

PRACTICE

SACO OLIVEROS

1. Sean P_1 y P_2 términos semejantes de variable x e y

$$P_1 = (2m+n)\boxed{x^{4m-5}y^{5n-10}}$$

$$P_2 = (3m+2n)\boxed{x^{3m+2}y^{2n+8}}$$

Calcule la suma de sus coeficientes

RESOLUCIÓN :

Términos Semejantes: Son aquellos términos que presentan la misma parte variable.

$$x^{\boxed{4m-5}}y^{\boxed{5n-10}} = x^{\boxed{3m+2}}y^{\boxed{2n+8}}$$

$$4m-5 = 3m+2 \qquad\qquad 5n-10 = 2n+8$$

$$\boxed{m=7} \qquad\qquad \boxed{n=6}$$

Piden calcular:

$$\sum coeficientes = 2m+n + 3m+2n$$

$$\sum coeficientes = 5m+3n = 5(7)+3(6)$$

$$\boxed{\therefore \sum coeficientes = 53}$$

2. Si $P(x+2) = 2(x+3)^3 + (x-2)^2 - 5x + 1$

Halle: $P(1) + P(2)$

RESOLUCIÓN :

- **Hallemos $P(1)$:**

$$x + 2 = 1$$
$$x = -1$$

$$P(1) = P(-1+2) = 2(-1+3)^3 + (-1-2)^2 - 5(-1) + 1$$

$$P(1) = 2(2)^3 + (-3)^2 + 5 + 1$$

$$P(1) = 16 + 9 + 5 + 1 \quad = 31$$

- **Hallemos $P(2)$:**

$$x + 2 = 2$$
$$x = 0$$

$$P(2) = P(0+2) = 2(0+3)^3 + (0-2)^2 - 5(0) + 1$$

$$P(2) = 2(3)^3 + (-2)^2 + 0 + 1$$

$$P(2) = 54 + 4 + 0 + 1 \quad = 59$$

$$\boxed{\therefore P(1) + P(2) = 90}$$

3. Halle la suma de coeficientes y el término independiente de :

$$P(x+1) = 2(x+2)^6 - (x+3)(x-5) + 5x - 2$$

RESOLUCIÓN :

- **$\sum$ coeficientes = P(1)**

$$x + 1 = 1$$
$$x = 0$$

$$P(1) = P(0+1) = 2(0+2)^6 - (0+3)(0-5) + 5(0) - 2$$

$$P(1) = 2(2)^6 - (3)(-5) + 0 - 2$$

$$P(1) = 128 + 15 + 0 - 2 = 141$$

- **T.I [P(x)] = P(0)**

$$x + 1 = 0$$
$$x = -1$$

$$P(0) = P(-1+1) = 2(-1+2)^6 - (-1+3)(-1-5) + 5(-1) - 2$$

$$P(0) = 2(1)^6 - (2)(-6) - 5 - 2$$

$$P(0) = 2 + 12 - 5 - 2 = 7$$

✓ $\sum coeficientes = 141$
✓ $T.I[P(x)] = 7$

4. Si: $P(x+3) = x^2 - 4x + 7$
Determine $P(x)$

RESOLUCIÓN :

Haciendo un cambio de variable:

$$\boldsymbol{x+3 = m}$$
$$\boldsymbol{x = m-3}$$

$$P(\underbrace{x}_{m-3} + 3) = \underbrace{x}_{m-3}{}^2 - 4\underbrace{x}_{m-3} + 7$$

$$P(m) = (m-3)^2 - 4(m-3) + 7$$

$$P(m) = m^2 - 6m + 9 - 4m + 12 + 7$$

$$P(m) = m^2 - 10m + 28$$

$$\boxed{\therefore \boldsymbol{P(x)} = x^2 - 10x + 28}$$

5. Si se cumple:

$$P(x-2) = 3x-5 \quad \ldots \quad (I)$$
$$P(Q(x)) = 27x+4 \quad \ldots (II)$$

Además $Q(2)$ es la edad de Jorge. ¿Qué edad tendrá Jorge dentro de 5 años?

RESOLUCIÓN :

Cambiando x por $Q(x)+2$ y reemplazando en la ecuación (I):

$$P(Q(x)+2-2) = 3[Q(x)+2] - 5$$

$$\underbrace{P(Q(x))} = 3Q(x)+1$$

Reemplazando la ecuación (II)

$$27x+4 = 3Q(x)+1 \quad \Rightarrow \quad 27x+3 = 3Q(x) \quad \Rightarrow \quad \boxed{Q(x) = 9x+1}$$

Edad actual de Jorge : $Q(2) = 9(2)+1 = 19$

$\therefore$ ***Dentro de 5 años su edad será 24 años***

6. Si el grado el absoluto del polinomio:

$$P(x,y) = 2x^{n-2}y^{m+4} + 3x^{n+1}y^{m+3}$$

es 9 y además: $G.R(x) = G.R(y)$.Calcule $\frac{n}{m}$

RESOLUCIÓN :

$$P(x,y) = \underbrace{2x^{n-2}\,y^{m+4}} + \underbrace{3x^{n+1}\,y^{m+3}}$$

GRADO ⇨ $n+m+2$ $\quad$ $n+m+4$

POR DATO:

- $G.A(P) = 9 \;= n+m+4$

⇨ $n+m=5$ $\quad$ ... (I)

- $\underbrace{G.R(x)} = \underbrace{G.R(y)}$

$n+1 = m+4$

⇨ $n-m=3$ $\quad$ ... (II)

DE (I) y (II) :

$$\begin{array}{r} n + \cancel{m} = 5 \\ n - \cancel{m} = 3 \\ \hline \boxed{n = 4} \end{array} \quad ⇨ \quad \boxed{m = 1}$$

$$\boxed{\therefore \frac{n}{m} = 4}$$

7. Si el grado absoluto del polinomio

$$P(x,y) = x^{m+n+1}y^{n+4} + x^{m+n+3}y^{n-2} + x^{m+n-1}y^{n+1}$$

es 20, además: $G.R(x) - G.R(y) = 6$. Calcule: $m - n$

RESOLUCIÓN :

$$P(x,y) = \underbrace{x^{m+n+1}\,y^{n+4}}_{m+2n+5} + \underbrace{x^{m+n+3}\,y^{n-2}}_{m+2n+1} + \underbrace{x^{m+n-1}\,y^{n+1}}_{m+2n}$$

GRADO ⇒ $m+2n+5 \qquad m+2n+1 \qquad m+2n$

POR DATO:

- $G.A(P) = 20 = m + 2n + 5$

⇒ $m + 2n = 15 \quad \ldots\text{(I)}$

- $\underbrace{G.R(x)}_{} - \underbrace{G.R(y)}_{} = 6$

$m + \cancel{n} + 3 - (\cancel{n} + 4) = 6$

$m - 1 = 6$

⇒ $\boxed{m = 7} \quad \ldots\text{(II)}$

REEMPLAZAZANDO (II) EN (I) :

$7 + 2n = 15$

$\boxed{n = 4}$

$$\boxed{\therefore\ m - n = 3}$$

8. En el polinomio:

$$P(x,y) = 2x^{m+1}y^{n} - x^{m-2}y^{n+2} + 3x^{m+3}y^{n+1}$$

además: $G.R(x) = 12$ y $G.A = 18$. Calcule: $G.R(y)$

RESOLUCIÓN :

$$P(x,y) = \underbrace{2x^{m+1}y^{n}}_{m+n+1} - \underbrace{x^{m-2}y^{n+2}}_{m+n} + \underbrace{3x^{m+3}y^{n+1}}_{m+n+4}$$

GRADO ⇨ $m+n+1$ $m+n$ $m+n+4$

POR DATO:

- $G.R(x) = 12 = m+3$

➡ $m = 9$ ... (I)

- $G.A(P) = 18 = m+n+4$

➡ $m+n = 14$ ... (II)

REEMPLAZANDO (I) EN (II) :

$9 + n = 14$

$\boxed{n = 5}$

PIDEN CALCULAR EL GR(y) :

- $G.R(y) = n+2$

$$\boxed{\therefore G.R(y) = 7}$$