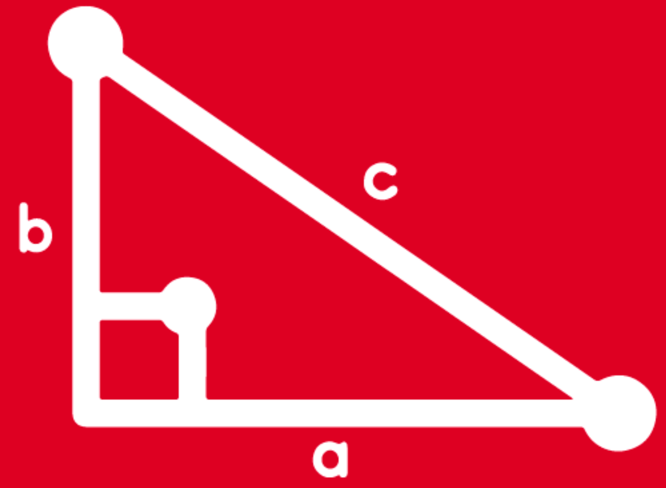
TRIGONOMETRY

Chapter 09
Sesión 2



4th
SECONDARY

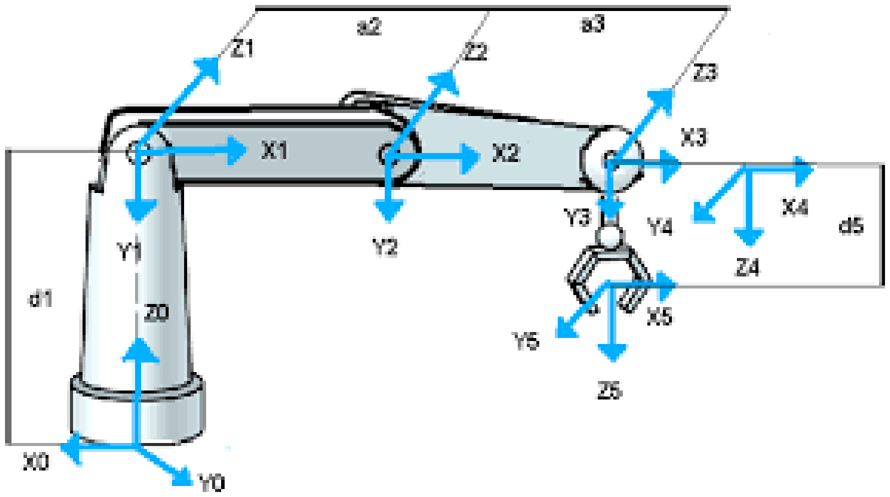
Razones Trigonométricas de un Ángulo en Posición Normal

SACO OLIVEROS

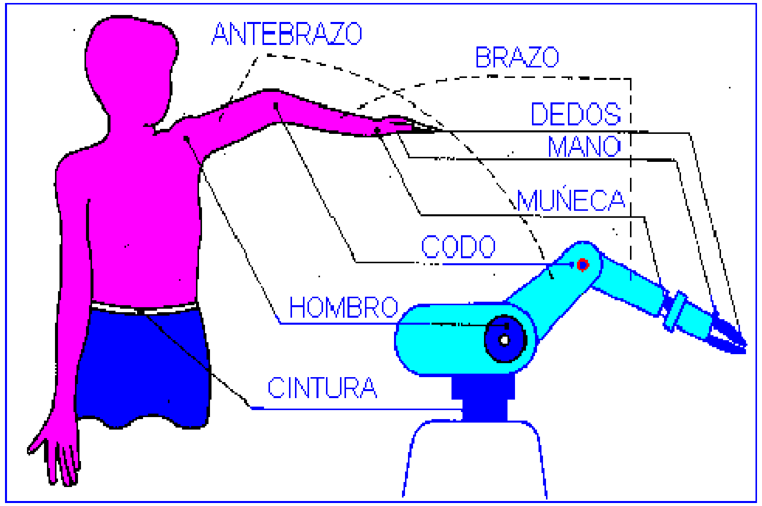
MOTIVATING STRATEGY

BRAZOS ROBÓTICOS

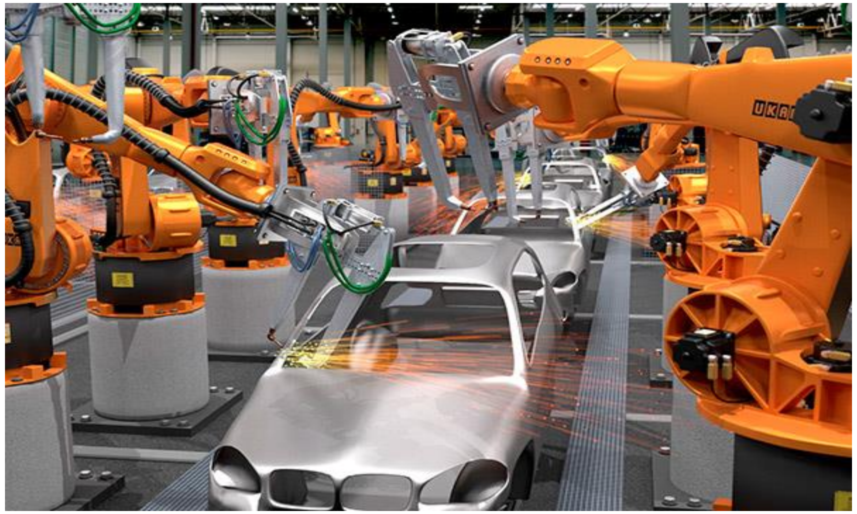
George Devol desarrollo el primer robot industrial en 1946, el Unimate.



Diseño de un Brazo robot usando el eje x , eje y , eje z.



Estructura de un brazo Robot comparada con la de una persona.

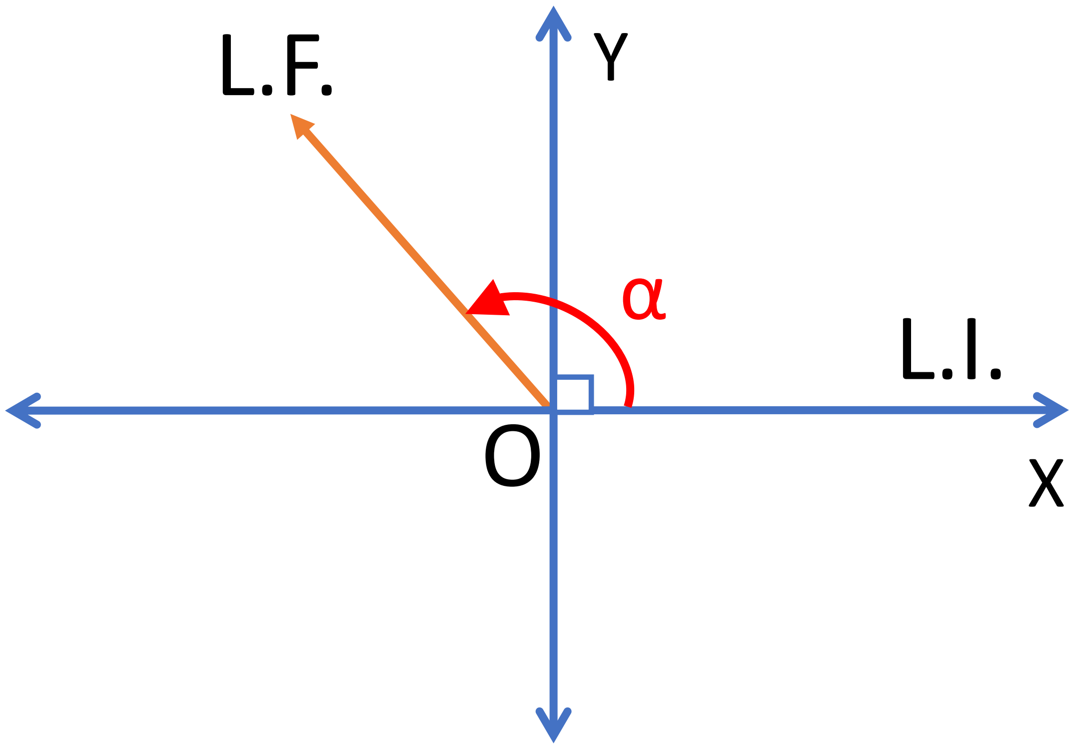


Brazos robots utilizados en el proceso de ensamblado de automó-viles.

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS EN POSICIÓN NORMAL

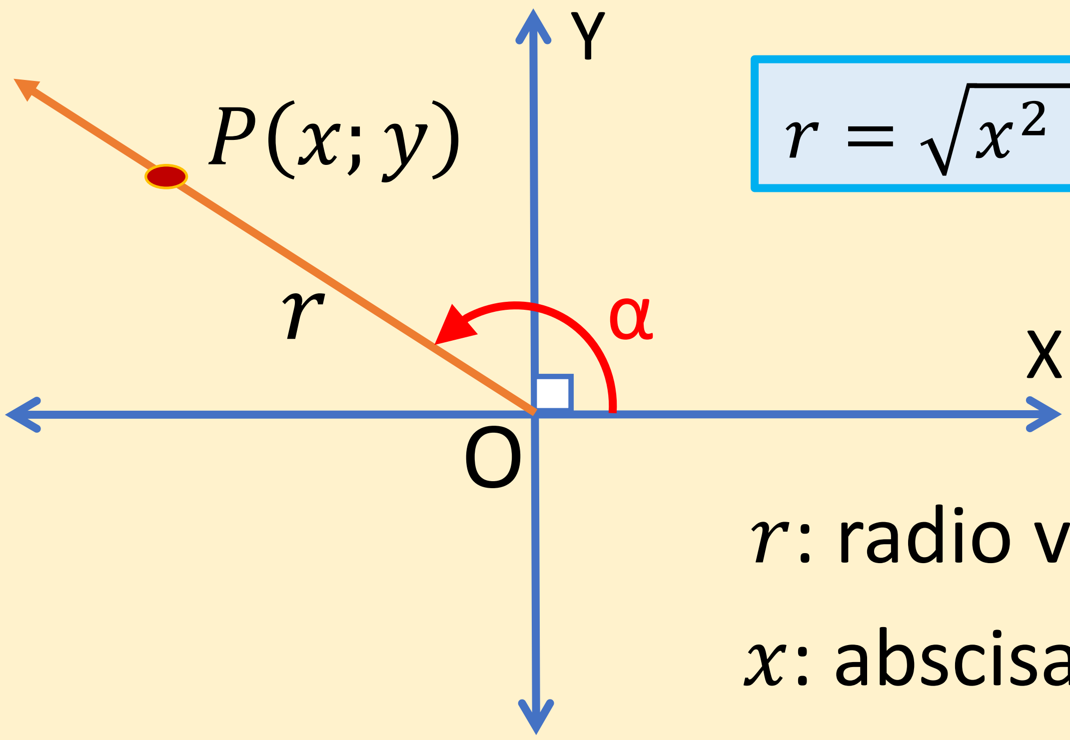
Ángulo en posición normal

Es aquel ángulo trigonométrico ubicado sobre el plano cartesiano, en donde su vértice coincide con el origen de coordenadas, su lado inicial está en el semieje positivo de las abscisas y el lado final está sobre cualquier cuadrante o sobre algún semieje.



O: origen de coordenadas
L.I.: Lado Inicial
L.F.: Lado Final

DEFINICIÓN DE LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS



$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

r: radio vector

x: abscisa

y: ordenada

$$sen\alpha = \frac{ordenada}{radio\ vector} = \frac{y}{r}$$

$$cos\alpha = \frac{abscisa}{radio\ vector} = \frac{x}{r}$$

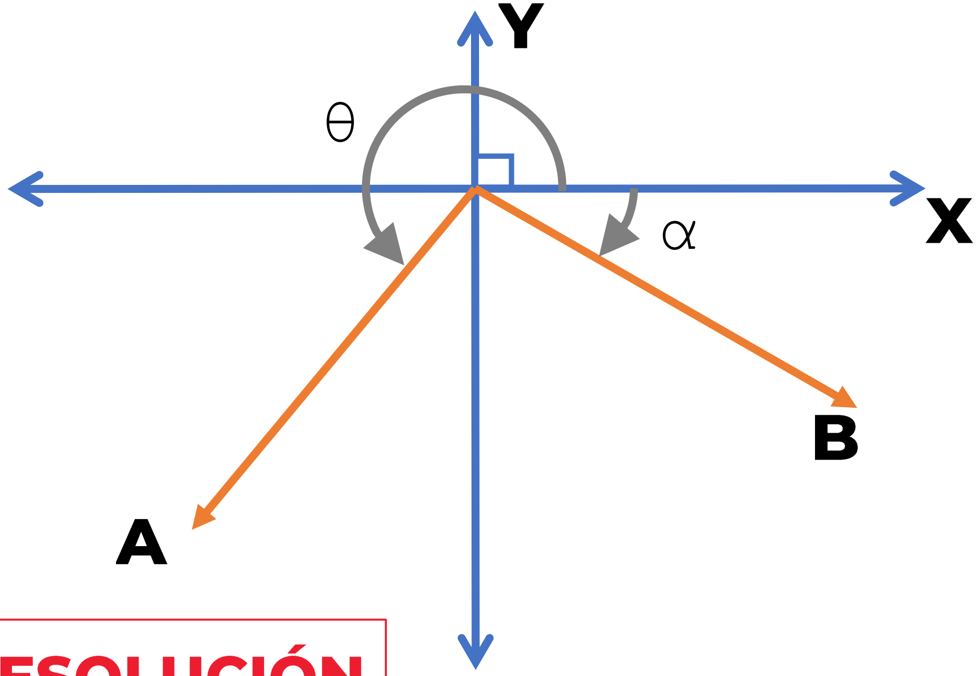
$$tan\alpha = \frac{ordenada}{abscisa} = \frac{y}{x}$$

$$cot\alpha = \frac{abscisa}{ordenada} = \frac{x}{y}$$

$$sec\alpha = \frac{radio\ vector}{abscisa} = \frac{r}{x}$$

$$csc\alpha = \frac{radio\ vector}{ordenada} = \frac{r}{y}$$

1. Dos amigos Armando y Boris se desplazan hacia los puntos A(−2;−3) y B(3;−3/2) y en dirección correspondiente a los ángulos θ y α en posición normal. Obtenga el valor de E = 4tanθ + 15cotα



RESOLUCIÓN

Para θ, las coordenadas de A : x=−2 ; y=−3

Para α , las coordenadas de B : x=3 ; y=−3/2

Piden :

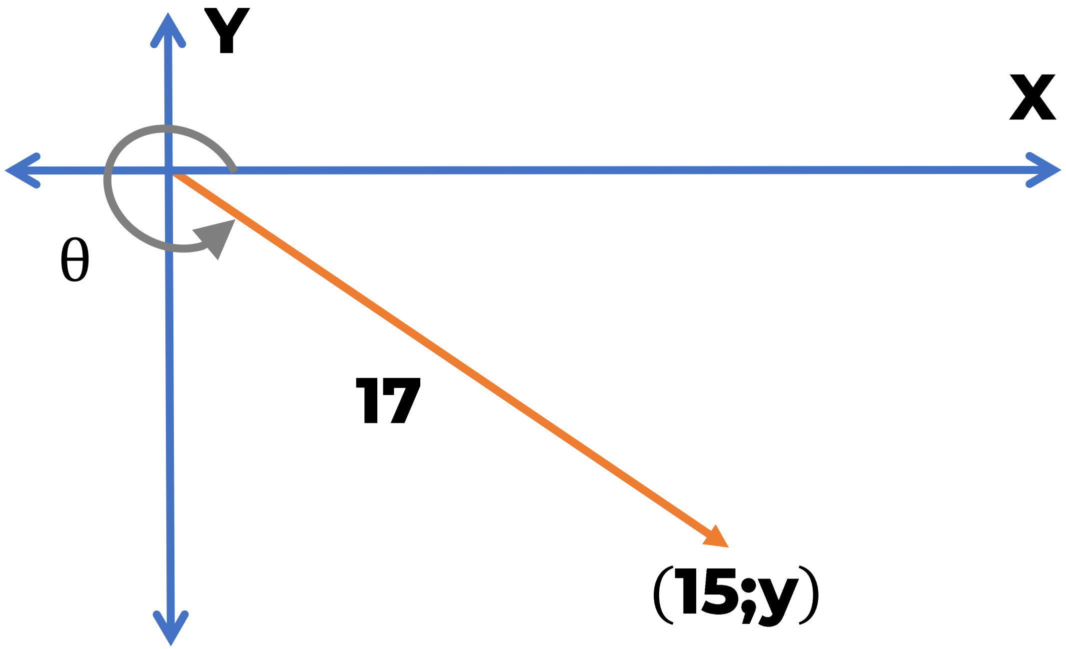
$$E = \cancel{4}.\left(\frac{-3}{-\cancel{2}}\right) + 15.\left(\frac{3}{-3/2}\right)$$

$$E = 6 + \cancel{15}.\frac{6}{-\cancel{3}}$$

$$E = 6 - 30$$

$$\therefore \boxed{E = -24}$$

2. A partir del gráfico, obtenga el valor de H = secθ + tanθ



RESOLUCIÓN

Del gráfico tenemos: $x = 15$ y $r = 17$. Determinamos "y":

$$17 = \sqrt{(15)^2 + y^2}$$

$$17^2 = (15)^2 + y^2$$

$$289 = 225 + y^2$$

$$64 = y^2$$

y =±8

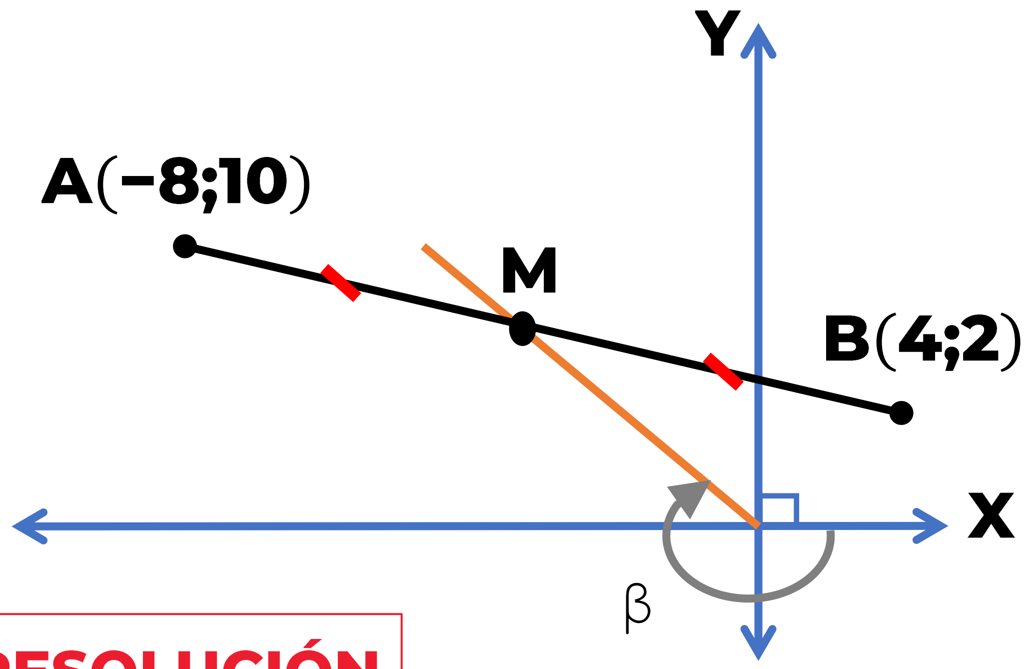
$Como\ y \in IVC$ ➡ $\boxed{y = -8}$

Piden : $Q = \left(\frac{17}{15}\right) + \left(\frac{-8}{15}\right)$

$$Q = \frac{9}{15}$$

$\therefore$ $\boxed{Q = \frac{3}{5}}$

3. **A partir del gráfico adjunto efectúe $A=\sqrt{10}(\cos\beta+\operatorname{sen}\beta)$, si AM=MB.**



RESOLUCIÓN

Del gráfico:

$$M\left(\frac{-8+4}{2};\frac{10+2}{2}\right) \Rightarrow M(-2;6)$$

Tenemos: $\mathbf{x}=-2$; $\mathbf{y}=6$

Luego: $r=\sqrt{(-2)^2+6^2}=\sqrt{40}$

$$\boxed{r=2\sqrt{10}}$$

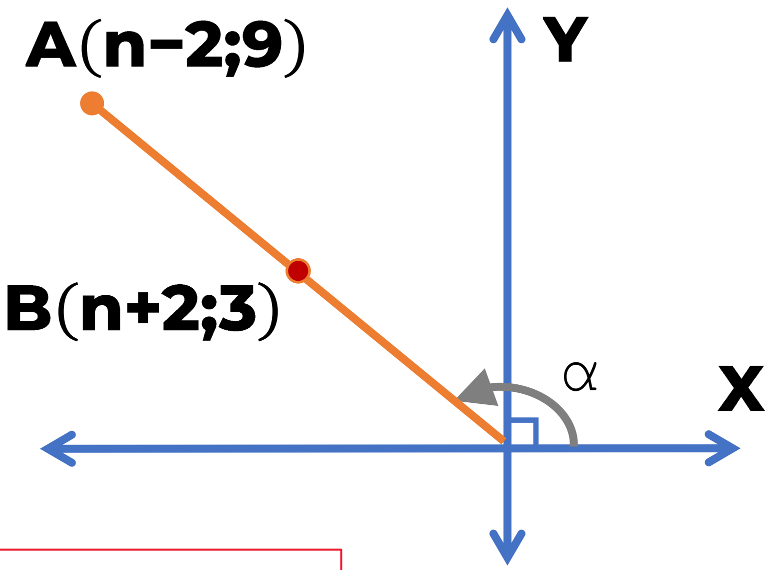
Piden :

$$A=\cancel{\sqrt{10}}\left(\frac{-2}{2\cancel{\sqrt{10}}}+\frac{6}{2\cancel{\sqrt{10}}}\right)$$

$$A=-1+3$$

$$\therefore \boxed{A=2}$$

4. Del gráfico, calcule el valor de tanα.



RESOLUCIÓN

Del gráfico :

$$tan\alpha = \frac{9}{n-2} = \frac{3}{n+2}$$

$$9(n+2) = 3(n-2)$$

$$9n + 18 = 3n - 6$$

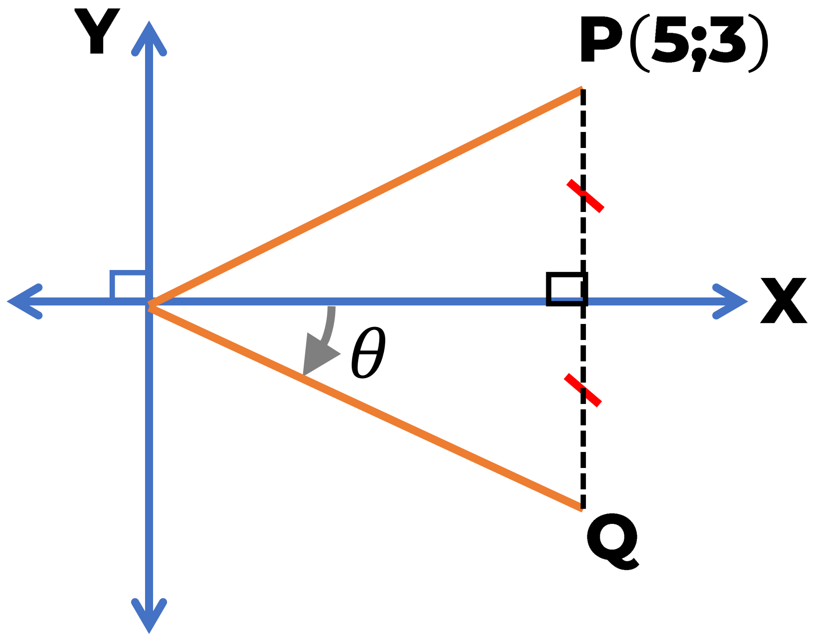
$$6n = -24$$

$$\boxed{n = -4}$$

Piden : $tan\alpha = \dfrac{3}{-4+2}$

$$\therefore \boxed{\mathbf{tan\alpha = -\frac{3}{2}}}$$

5. Del gráfico, efectúe: T = $\sqrt{34}\cos\theta - \cot\theta$, donde P y Q son puntos simétricos.



RESOLUCIÓN

Por simetría el punto Q seria: (5;-3)

El radio vector del punto Q:

$$r = \sqrt{(5)^2 + (-3)^2} \Rightarrow \boxed{r = \sqrt{34}}$$

Reemplazando en:

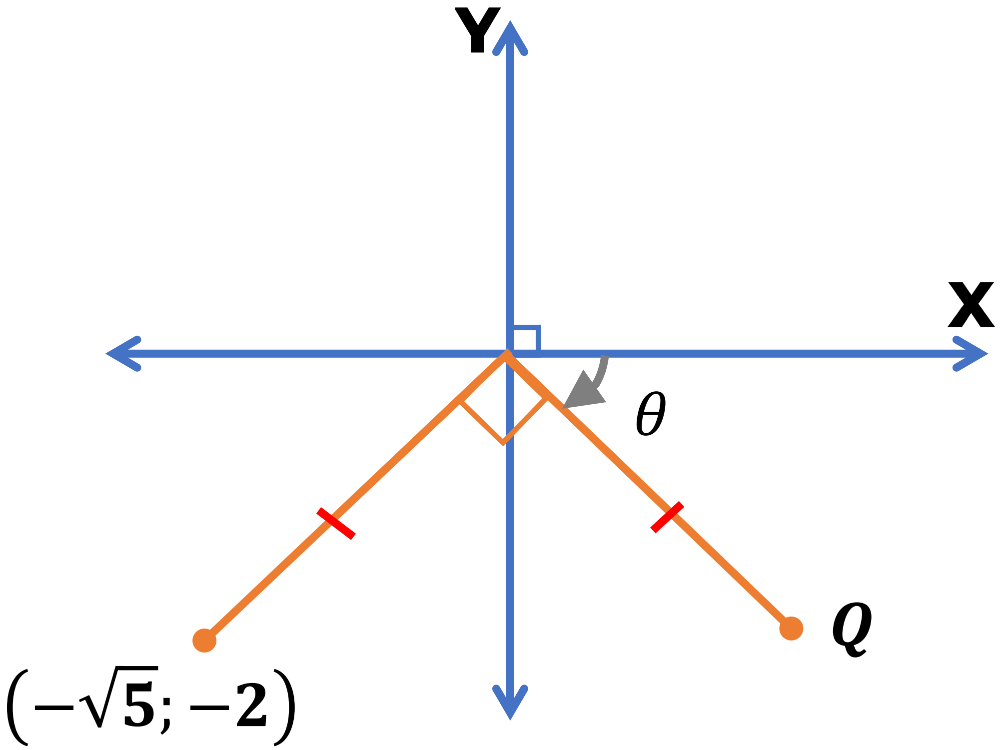
$$T = \sqrt{34}\cos\theta - \cot\theta$$

$$T = \cancel{\sqrt{34}}\left(\frac{5}{\cancel{\sqrt{34}}}\right) - \left(\frac{5}{-3}\right)$$

$$T = (5) + \left(\frac{5}{3}\right) = \frac{20}{3}$$

$$\therefore \boxed{T = 20/3}$$

6. Del gráfico, efectúe $E=\sqrt{5}\tan\theta-\sec\theta$



RESOLUCIÓN

$\overline{OP}$ y $\overline{OQ}$ son perpendiculares, luego Q(2;-$\sqrt{5}$)

El radio vector del punto Q :

$$r=\sqrt{(2)^2+\left(-\sqrt{5}\right)^2} \Rightarrow \boxed{r=3}$$

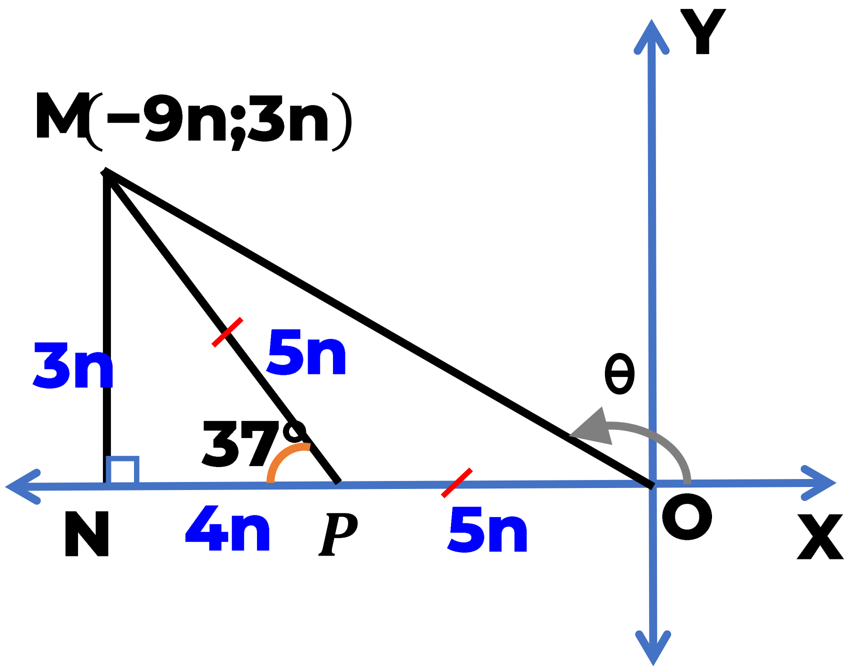
Reemplazando en: $\mathbf{E}=\sqrt{5}\boldsymbol{tan\theta}-\boldsymbol{sec\theta}$

$$E=\sqrt{5}\left(\frac{-\sqrt{5}}{2}\right)-\left(\frac{3}{2}\right)$$

$$E=\left(-\frac{5}{2}\right)-\left(\frac{3}{2}\right)=\frac{-8}{2}$$

$\therefore$ $\boxed{E=-4}$

7. **A partir del gráfico, calcule cotθ.**



RESOLUCIÓN

En el Δ PMN: Triángulo rectángulo de 37°y 53°

Por condición: MP = OP

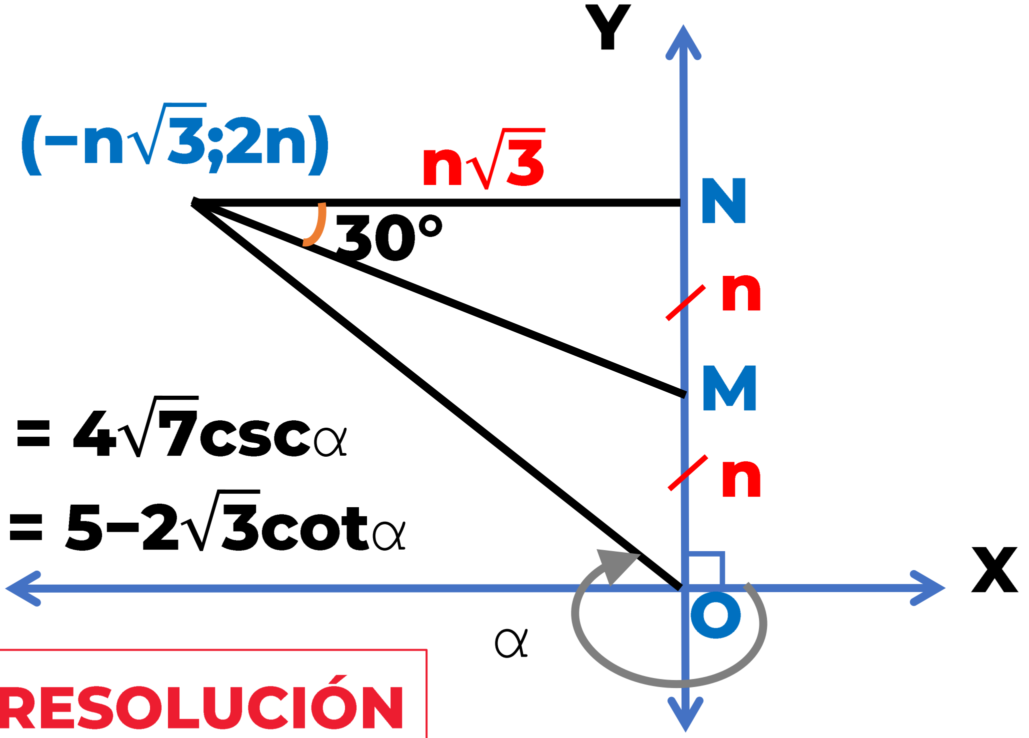
PO = 5n

Las coordenadas del punto $M(-9n;3n)$

$$\cot\theta = -\frac{9n}{3n} = -\frac{9}{3}$$

∴ $\boxed{\cot\theta = -3}$

8. **Thomas y Sergio obtuvieron la calificación A y B, respectivamente, en su examen de Trigonometría. Si resolviendo el siguiente ejercicio obtendrá dichas calificaciones, ¿quién aprobó el examen?**



$A = 4\sqrt{7}\csc\alpha$

$B = 5-2\sqrt{3}\cot\alpha$

RESOLUCIÓN

ΔMNP: Triángulo rectángulo 30° y 60°

NP= $n\sqrt{3}$ y NM= n

Por dato del problema: OM = MN = n

El radio vector de P: $r = \sqrt{\left(-n\sqrt{3}\right)^2 + (2n)^2}$

$$\boxed{r = n\sqrt{7}}$$

$$A = 4\sqrt{7}csc\alpha = 4\sqrt{7}.\left(\frac{\cancel{n}\sqrt{7}}{2\cancel{n}}\right) = \frac{(4).(7)}{2} = 14$$

$$B = 5 - 2\sqrt{3}cot\alpha = 5 - 2\sqrt{3}.\left(-\frac{\cancel{n}\sqrt{3}}{2\cancel{n}}\right)$$

$$B = 5 - 2\sqrt{3}.\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 5 + 3 = 8$$

∴ *Aprobó el examen Thomas*