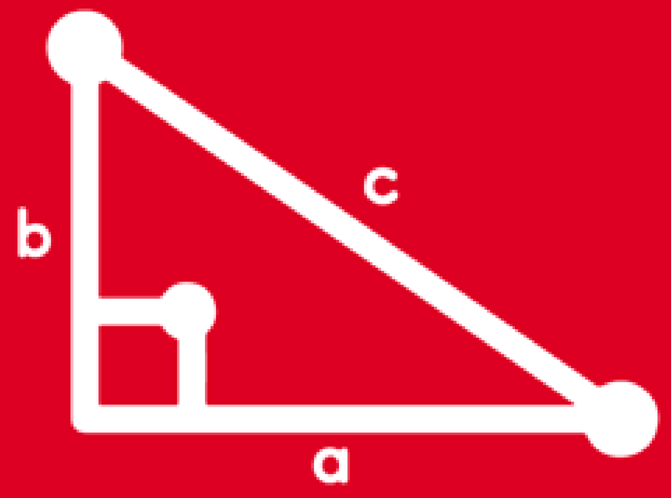
TRIGONOMETRY

Chapter 08

5th
SECONDARY



Reducción al primer cuadrante I

SACO OLIVEROS

Sistema de Radar :

El radar es un sistema electrónico que permite detectar objetos y determinar la distancia y su velocidad, ello lo realiza proyectando ondas de radio que son reflejadas por el objeto y recibidas de nuevo por la antena.

La antena de radar gira (360°) en un mismo sentido a velocidad constante mostrando la señal en la pantalla.

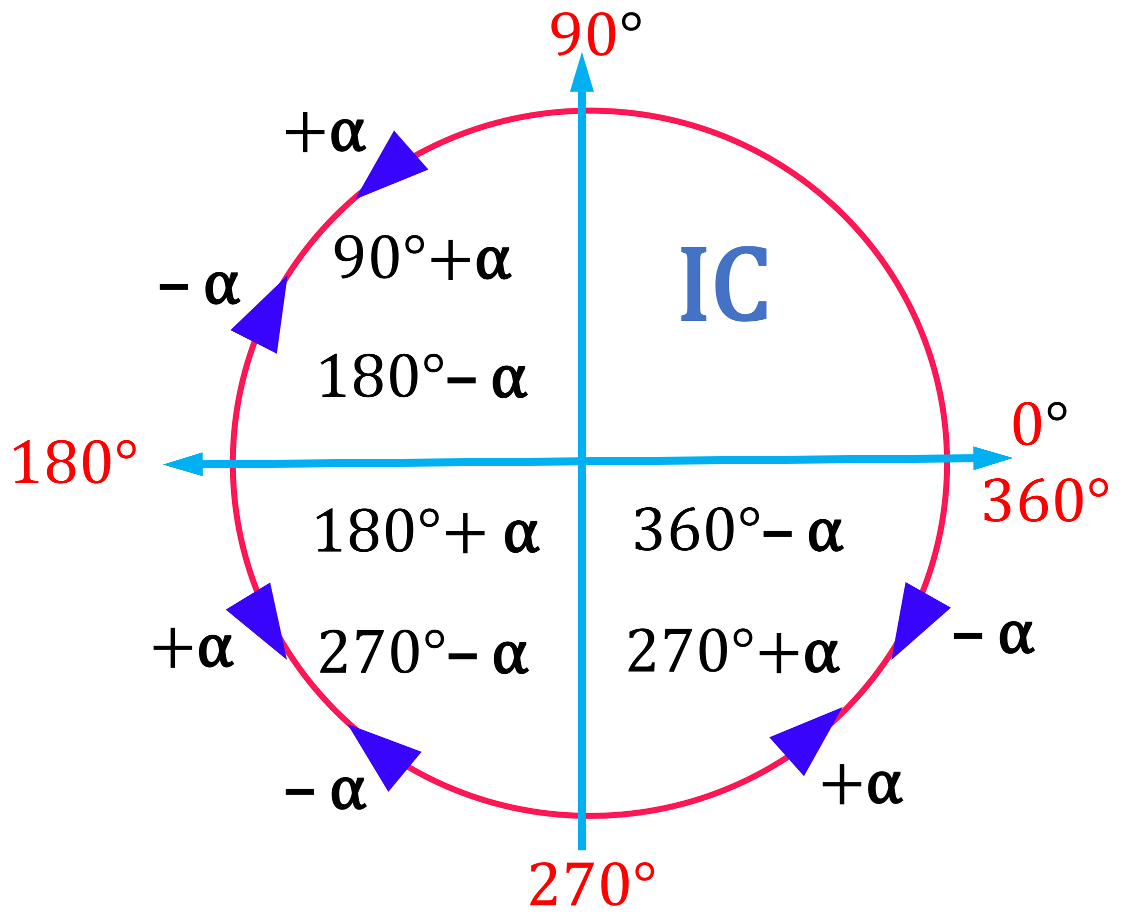
Transmisor / Receptor

Pantalla de radar

REDUCCIÓN AL PRIMER CUADRANTE

1º CASO : Para ángulos positivos menores a una vuelta

Considerando al ángulo α como agudo, ubicamos a los otros ángulos en sus respectivos cuadrantes, así:

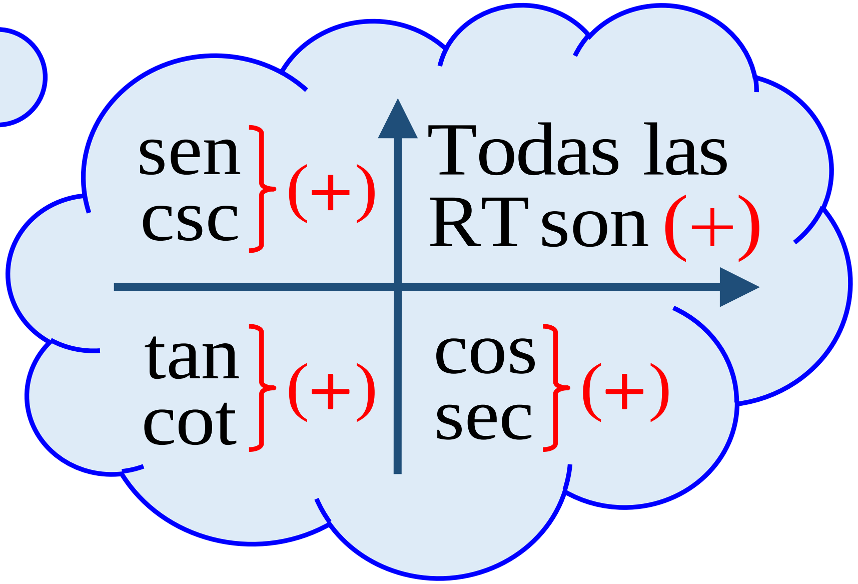


$$RT\begin{bmatrix}180^\circ \pm \alpha\\ 360^\circ - \alpha\end{bmatrix} = \pm RT(\alpha)$$

ESTO SE DA Si USAMOS ÁNGULOS CUADRANTALES DEL EJE X:

$$RT\begin{bmatrix}90^\circ + \alpha\\ 270^\circ \pm \alpha\end{bmatrix} = \pm CO\text{-}RT(\alpha)$$

ESTO SE DA SI USAMOS ÁNGULOS CUADRANTALES DEL EJE Y:



DONDE:

El signo será (±) según el cuadrante al que pertenece el ángulo a reducir y de la R.T. que lo afecta inicialmente.

2º CASO : Para ángulos negativos

$\operatorname{sen}(-x) = -\operatorname{sen}(x)$	$\cos(-x) = \cos(x)$	$\tan(-x) = -\tan(x)$
$\csc(-x) = -\csc(x)$	$\sec(-x) = \sec(x)$	$\cot(-x) = -\cot(x)$

Ejemplos: Reducir al IC

- $\operatorname{sen}(-30^{\circ}) = -\operatorname{sen}(30^{\circ}) = -\dfrac{1}{2}$
- $\cos(-45^{\circ}) = \cos(45^{\circ}) = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

1. Reduzca la expresión

$$F = \frac{\mathbf{sen(180° - x) + cos(360° - x)}}{\mathbf{sen(270° + x) + cos(90° + x)}}$$

RESOLUCIÓN

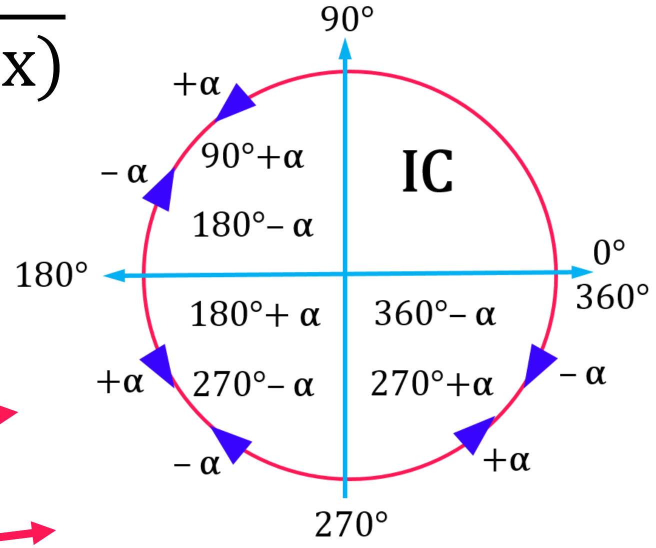
$$F = \frac{\overbrace{\operatorname{sen}(180° - x)}^{\text{IIC}} + \overbrace{\cos(360° - x)}^{\text{IVC}}}{\underbrace{\operatorname{sen}(270° + x)}_{\text{IVC}} + \underbrace{\cos(90° + x)}_{\text{IIC}}}$$

$$F = \frac{\operatorname{sen}x + \cos x}{(-\cos x) + (-\operatorname{sen}x)}$$

$$F = \frac{\operatorname{sen}x + \cos x}{-\cos x - \operatorname{sen}x}$$

$$F = \frac{\cancel{\operatorname{sen}x + \cos x}}{-\cancel{(\cos x + \operatorname{sen}x)}}$$

$$\therefore \boxed{\mathbf{F = -1}}$$



Recordar:

sen, csc } (+)	Todas las RT son (+)
tan, cot } (+)	cos, sec } (+)

2. Hallar el valor de:

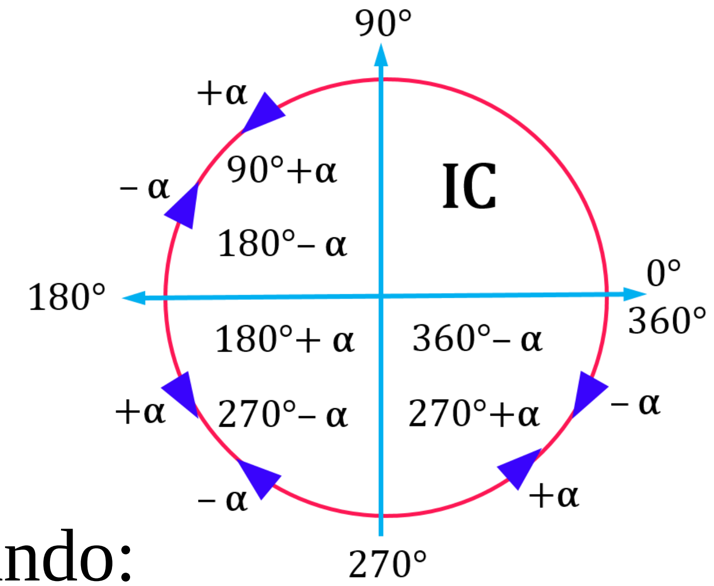
$$J = \frac{\text{sen}\,315°\,.\cos 240°}{\cot 135°}$$

RESOLUCIÓN

Recordar:

sen, csc (+) | Todas las RT son (+)

tan, cot (+) | cos, sec (+)



Reduciendo al IC:

- $\text{sen}315° = \text{sen}(\underbrace{360°-45°}_{\text{IVC}}) = -\,\text{sen}45° = -\frac{\sqrt{2}}{2}$
- $\cos 240° = \cos(\underbrace{180°+60°}_{\text{IIIC}}) = -\cos 60° = -\frac{1}{2}$
- $\cot 135° = \cot(\underbrace{180°-45°}_{\text{IIC}}) = -\cot 45° = -1$

Reemplazando:

$$J = \frac{\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right)}{(-1)}$$

$$\therefore \boxed{J = -\frac{\sqrt{2}}{4}}$$

3. A Lucía se le entregó S/. x como incentivo por sus buenas calificaciones. Resolviendo la siguiente ecuación podrá averiguar con cuánto se le premió.

$$5\sec(-60°) + x\tan(-45°) = 25\operatorname{sen}(-53°)$$

RESOLUCIÓN

Resolviendo la ecuación:

$$5\underbrace{\sec(60°)}_{2} + x\,(-\underbrace{\tan 45°}_{1}) = 25\,(-\underbrace{\operatorname{sen} 53°}_{4/5})$$

$\operatorname{sen}(-\alpha) = -\operatorname{sen}\alpha$
$\sec(-\alpha) = \sec\alpha$
$\tan(-\alpha) = -\tan\alpha$

$$10 - x = -20 \quad \Rightarrow \quad x = 30$$

∴ **Lucía recibió S/. 30 de incentivo**

4. Si $x + y = \frac{3\pi}{2}$, reduzca: $S = \frac{2\,\text{sen}\,x}{\cos y} + \frac{\tan x}{\cot y}$

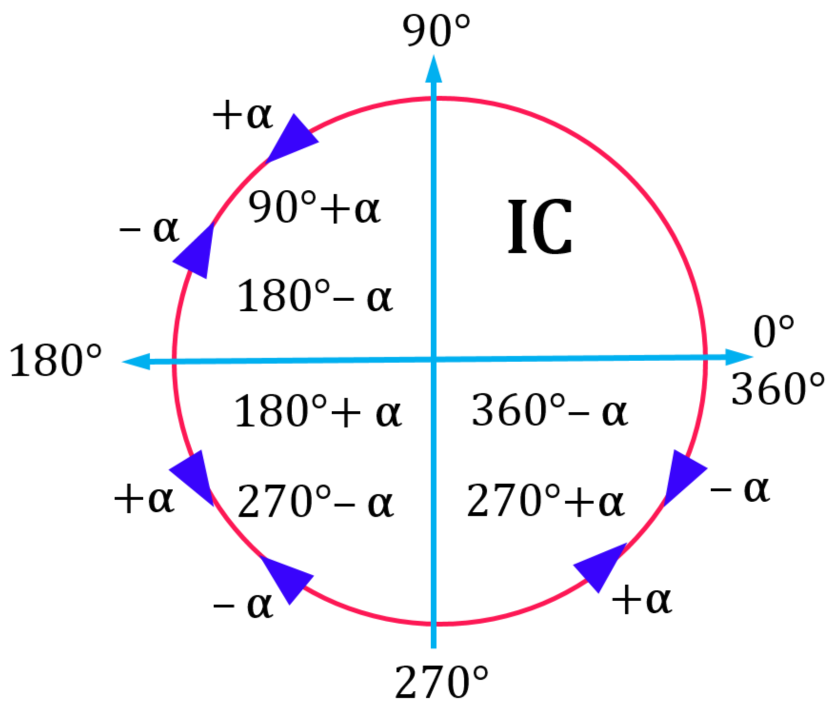
RESOLUCIÓN

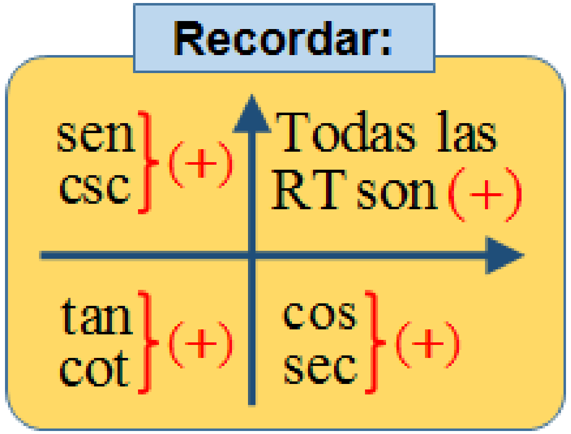
Despejar “ x ” y luego reemplazar en S:

$$S = \frac{2\text{sen}\overbrace{\left(\frac{3\pi}{2} - y\right)}^{IIIC}}{\cos y} + \frac{\tan\overbrace{\left(\frac{3\pi}{2} - y\right)}^{IIIC}}{\cot y}$$

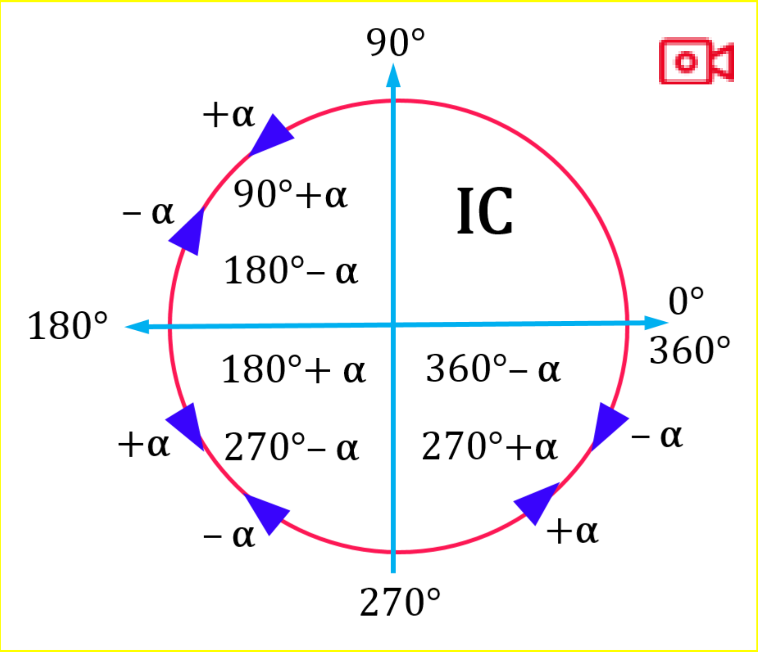
$$S = \frac{2(-\cancel{\cos y})}{\cancel{\cos y}} + \frac{\cancel{\cot y}}{\cancel{\cot y}} \rightarrow S = -2 + 1$$

$$\therefore \boxed{S = -1}$$





5. Si se sabe que el producto del seno del complemento de un ángulo agudo con el coseno del suplemento del mismo ángulo es $-\dfrac{9}{25}$, calcule la tangente al cuadrado de dicho ángulo.



RESOLUCIÓN

Del dato:

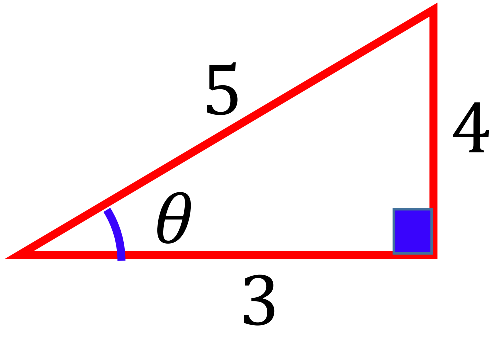
$$sen(90°-\theta)\cos(180°-\theta) = -\frac{9}{25}$$

$$\underbrace{\overbrace{sen(90°-\theta)}^{IC}}_{\cos\theta}\ \underbrace{\overbrace{\cos(180°-\theta)}^{IIC}}_{-\cos\theta} = -\frac{9}{25}$$

$$\cancel{-}\cos^2\theta = \cancel{-}\frac{9}{25}$$

$$\cos^2\theta = \frac{9}{25}$$

$$\rightarrow \cos\theta = \frac{3}{5}$$



Piden: $\tan^2\theta$

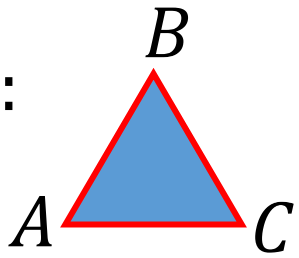
$$\tan^2\theta = \left(\frac{4}{3}\right)^2$$

$$\therefore\ \boxed{\tan^2\theta = \frac{16}{9}}$$

6. En un triángulo ABC, reduzca: $M = \dfrac{\tan(B+C)}{\cot\left(\dfrac{3A+B+C}{2}\right)}$

RESOLUCIÓN

***Del dato*:**



$$A + B + C = 180°$$

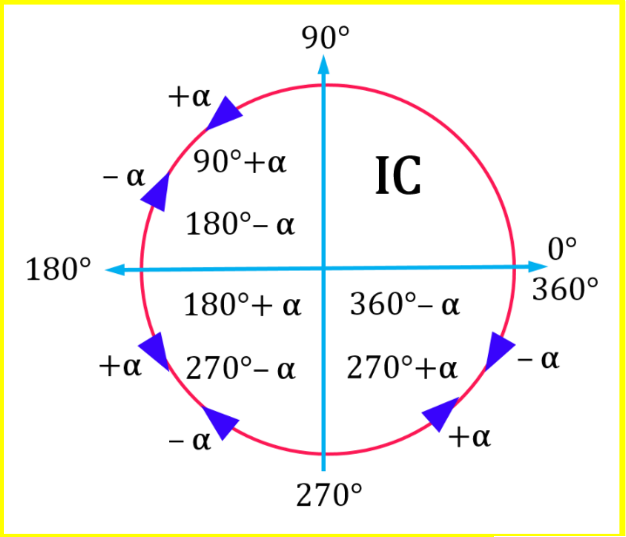
***Piden*:**

$$M = \frac{\tan(B+C)}{\cot\left(\dfrac{3A+B+C}{2}\right)}$$

$$M = \frac{\tan(A+B+C-A)}{\cot\left(\dfrac{A+B+C+2A}{2}\right)}$$

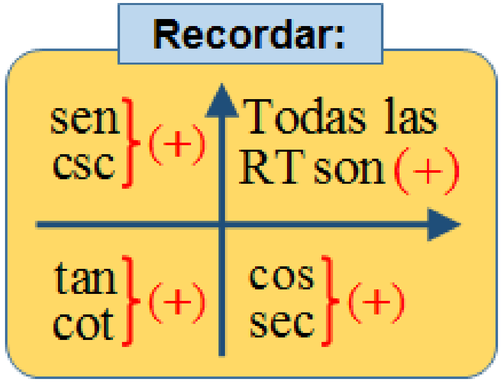
$$M = \frac{\tan(180°-A)}{\cot\left(\dfrac{\cancel{180°}+\cancel{2}A}{\cancel{2}}\right)}$$

$$M = \frac{\tan(\overbrace{180°-A}^{IIC})}{\cot(\underbrace{90°+A}_{IIC})}$$



$$M = \frac{\cancel{-\tan A}}{\cancel{-\tan A}}$$

$$\therefore \boxed{M = 1}$$



7. Si $\alpha \in$ III C, además, $\operatorname{sen}\alpha = -\frac{1}{3}$, reduzca:

$$\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$P = \frac{\sqrt{2}\tan(180°-\alpha)}{\sec(90°+\alpha)}$$

α ∈ IIIC

RESOLUCIÓN

$$P = \frac{\sqrt{2}\tan(\overbrace{180°-\alpha}^{IIC})}{\sec(\underbrace{90°+\alpha}_{IIC})}$$

$$P = \frac{\sqrt{2}(\cancel{-}\tan\alpha)}{\cancel{-}\csc\alpha}$$

$$P = \frac{\sqrt{2}\tan\alpha}{\csc\alpha} \ldots(*)$$

Del dato:

$$sen\alpha = \frac{-1}{3} = \frac{y}{r}$$

Por radio vector:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

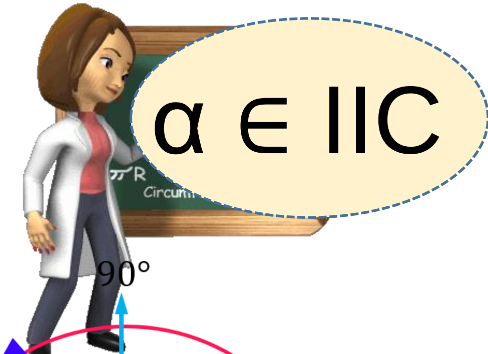
$$3 = \sqrt{x^2 + (-1)^2} \rightarrow x = -\sqrt{8}$$

Reemplazando en (*)

$$P = \frac{\sqrt{2}\tan\alpha}{\csc\alpha} = \sqrt{2}.\frac{\frac{y}{x}}{\frac{r}{y}} = \sqrt{2}\frac{\left(\frac{-1}{-\sqrt{8}}\right)}{\left(\frac{3}{-1}\right)}$$

$$P = \sqrt{2}\left(\frac{1}{-3\sqrt{8}}\right) = \cancel{\sqrt{2}}\frac{1}{-3(2\cancel{\sqrt{2}})}$$

$$\therefore \boxed{P = -\frac{1}{6}}$$



8. Si α ∈ IIC, además, cos(90°+ α) = – 0,6
Reduzca: T = sec(180° + α) + cot(270°– α)

RESOLUCIÓN

$$T = \underbrace{\sec(\overbrace{180^\circ+\alpha}^{IIIC})}_{-\sec\alpha} + \underbrace{\cot(\overbrace{270^\circ-\alpha}^{IIIC})}_{\tan\alpha}$$

$$T = -\sec\alpha + \tan\alpha \quad \ldots(*)$$

Del dato:

$$\cos(\overbrace{90^\circ+\alpha}^{IIC}) = -0,6$$

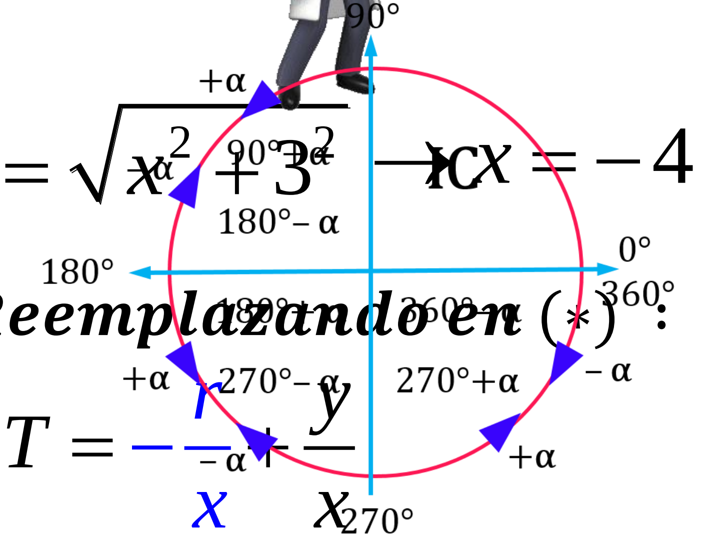
$$\cancel{-}sen\alpha = \cancel{-}\frac{3}{5}$$

$$sen\alpha = \frac{3}{5} = \frac{y}{r}$$

Por radio vector:

$$r = \sqrt{x^2+y^2}$$

$$5 = \sqrt{x^2+3^2} \rightarrow x = -4$$



Reemplazando en (*):

$$T = -\frac{r}{x} + \frac{y}{x}$$

$$T = -$$

$$T =$$

Recordar:

sen, csc (+)	Todas las RT son (+)
tan, cot (+)	cos, sec (+)

$$\therefore T = -\frac{1}{2}$$