



TRIGONOMETRY

Chapter 11

2nd
SECONDARY

**Aplicaciones de las propiedades de
las razones trigonométricas de un
ángulo agudo**

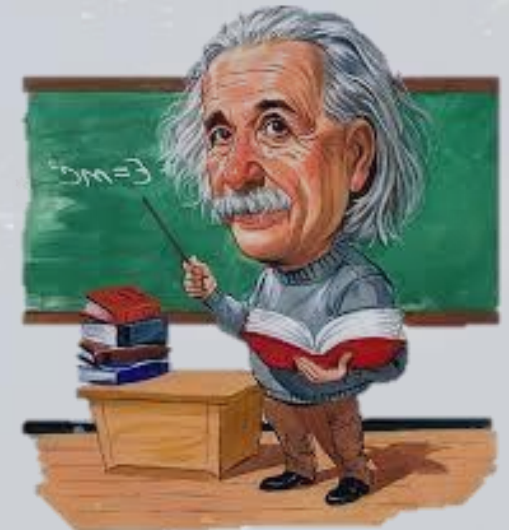
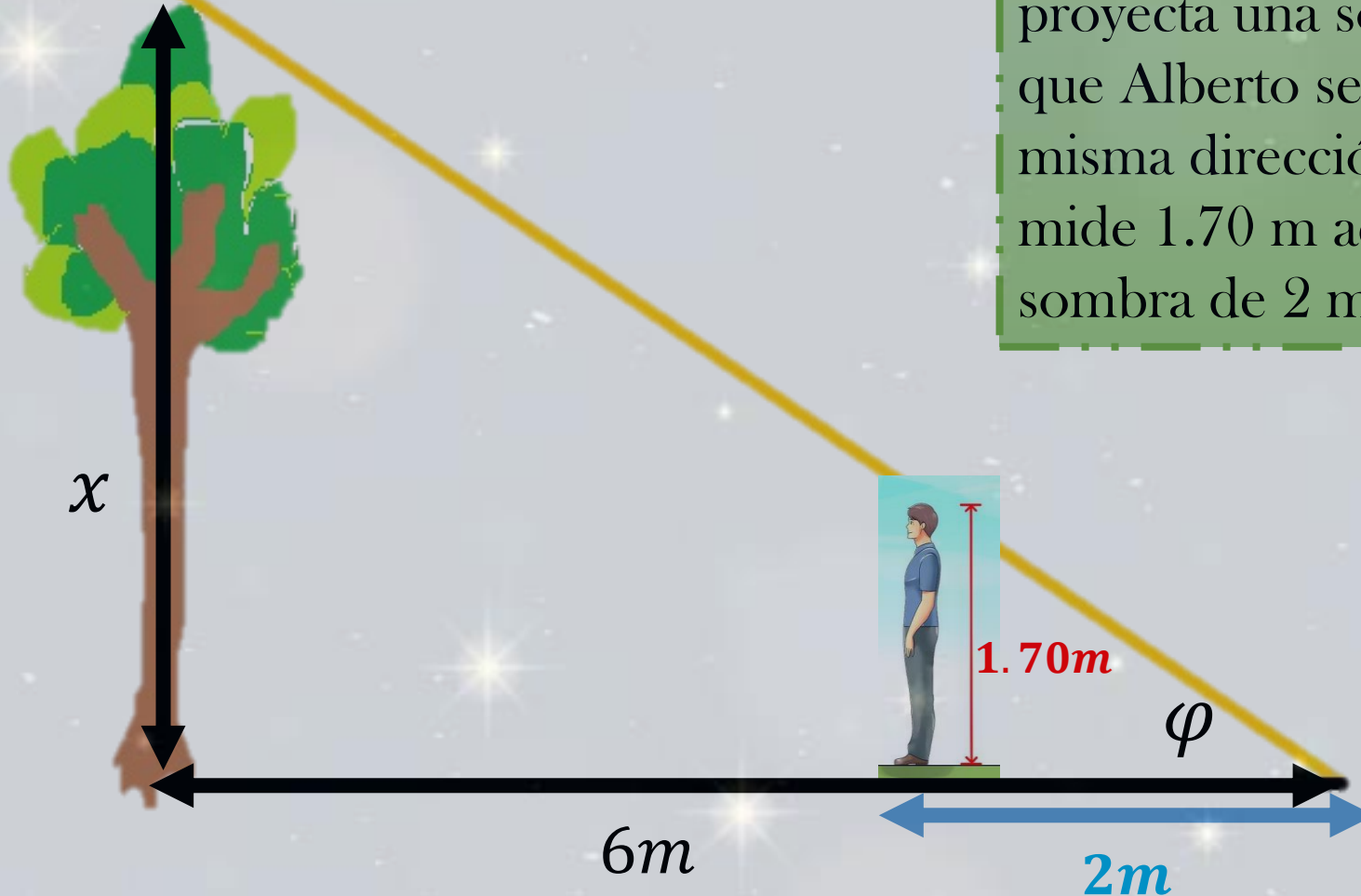


SACO OLIVEROS

MOTIVATING STRATEGY



¿Cuál será la altura del árbol que proyecta una sombra de 6 m, observé que Alberto se encuentra en la misma dirección del rayo de luz y mide 1.70 m además proyecta una sombra de 2 m ?

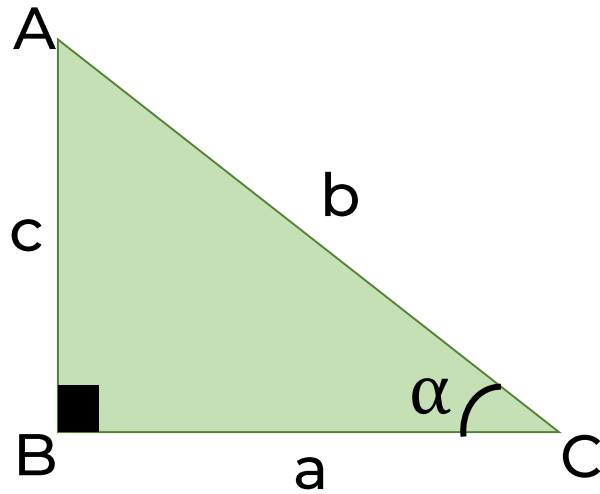




HELICO THEORY

APLICACIONES DE LAS PROPIEDADES DE LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO AGUDO

I) RAZONES TRIGONOMÉTRICAS RECÍPROCAS



De la figura se tiene:

$$\text{sen}\alpha = \frac{c}{b} \quad \wedge \quad \text{csc}\alpha = \frac{b}{c}$$

$$\Rightarrow \text{sen}\alpha \cdot \text{csc}\alpha = \frac{c}{b} \times \frac{b}{c} = 1$$

Se concluye:

$$\text{sen}\alpha \cdot \text{csc}\alpha = 1$$

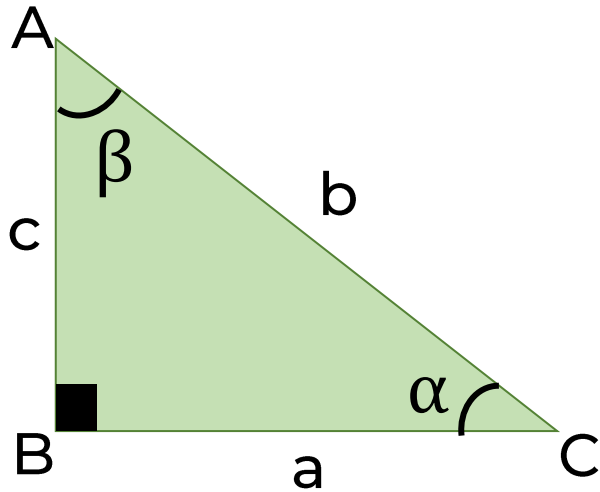
$$\text{cos}\alpha \cdot \text{sec}\alpha = 1$$

$$\text{tan}\alpha \cdot \text{cot}\alpha = 1$$

Los ángulos en ambas razones trigonométricas son iguales



II) RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS COMPLEMENTARIOS



De la figura se tiene:

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{c}{b} \quad \wedge \quad \cos \beta = \frac{c}{b}$$



$$\operatorname{sen} \alpha = \cos \beta$$

Se concluye:

$$\operatorname{sen} \alpha = \cos \beta$$

$$\sec \alpha = \csc \beta$$

$$\tan \alpha = \cot \beta$$

La igualdad solo se da cuando los ángulos α y β son complementarios.





HELICOPRACTICE 1

Si $\text{sen} \alpha = \frac{2}{3}$, efectúe $N = 8 \text{csc} \alpha$

Resolución:

Del dato:

$$\text{sen} \alpha = \frac{2}{3} \quad \Rightarrow \quad \text{csc} \alpha = \frac{3}{2}$$

Piden:

$$N = 8 \text{csc} \alpha$$

Reemplazando:

$$N = \cancel{8}^4 \left(\frac{3}{\cancel{2}_1} \right)$$

$$\therefore N = 12$$



RECORDAR



$$\text{si } \text{sen} \alpha = \frac{c}{b} \quad \Rightarrow \quad \text{csc} \alpha = \frac{b}{c}$$

HELICOPRACTICE 2



Si $\cos\theta = \frac{2}{5}$ y $\theta + \beta = 90^\circ$, calcule $M = 10\text{sen}\beta + 1$

Resolución:

Del dato:

$$\cos\theta = \frac{2}{5} \Rightarrow \text{sen}\beta = \frac{2}{5}$$

Piden:

$$M = 10\text{sen}\beta + 1$$

Reemplazando:

$$M = \overset{2}{\cancel{10}} \left(\frac{\cancel{2}}{\cancel{5}} \right) + 1$$

$$\therefore M = 5$$



RECORDAR



Si $\theta + \beta = 90^\circ$ se cumple que

$$\text{si } \cos\theta = \frac{c}{b} \Rightarrow \text{sen}\beta = \frac{c}{b}$$



HELICOPRACTICE 3

Reduzca $E = (2\text{sen}28^\circ + \text{cos}62^\circ)\text{csc}28^\circ$

Resolución:

$$E = (2\text{sen}28^\circ + \text{cos}62^\circ)\text{csc}28^\circ$$

$$E = (\underbrace{2\text{sen}28^\circ + \text{sen}28^\circ}_{1})\text{csc}28^\circ$$

$$E = \underbrace{3\text{sen}28^\circ}_{1}.\text{csc}28^\circ$$

$$E = 3(1)$$

$$\therefore E = 3$$



RECORDAR



R.T. de ángulos complementarios

$$\text{Si } \alpha + \beta = 90^\circ$$

$$\text{sen}\alpha = \text{cos}\beta$$

$$\Rightarrow \text{cos}62^\circ = \text{sen}28^\circ$$

R.T. Recíproca

$$\text{sen}\alpha.\text{csc}\alpha = 1$$

HELICOPRACTICE 4



Reduzca:

$$R = \frac{2\operatorname{sen}15^\circ \cdot \operatorname{sec}75^\circ \cdot \tan20^\circ}{\cot70^\circ \cdot \operatorname{csc}19^\circ \cdot \cos71^\circ}$$

Resolución:

$$R = \frac{2\operatorname{sen}15^\circ \cdot \operatorname{sec}75^\circ \cdot \tan20^\circ}{\cot70^\circ \cdot \operatorname{csc}19^\circ \cdot \cos71^\circ}$$

$$R = \frac{2\operatorname{sen}15^\circ \cdot \operatorname{csc}15^\circ \cdot \cot70^\circ}{\cot70^\circ \cdot \operatorname{sec}71^\circ \cdot \cos71^\circ}$$

$$R = \frac{2\cancel{\cot70^\circ}}{\cancel{\cot70^\circ}}$$

$$\therefore R = 2$$



RECORDAR



R.T. de ángulos complementario

Si $\alpha + \beta = 90^\circ$

$$\operatorname{sec}\alpha = \operatorname{csc}\beta$$

$$\tan\alpha = \cot\beta$$

$$\begin{aligned}\operatorname{sec}75^\circ &= \operatorname{csc}15^\circ \\ \tan20^\circ &= \cot70^\circ \\ \operatorname{csc}19^\circ &= \operatorname{sec}71^\circ\end{aligned}$$

R.T. Recíproca

$$\operatorname{sen}\alpha \cdot \operatorname{csc}\alpha = 1$$

$$\cos\alpha \cdot \operatorname{sec}\alpha = 1$$

HELICOPRACTICE 5



Halle el valor de α si: $\text{sen}(3\alpha - 5^\circ) = \frac{1}{\text{csc}(\alpha + 35^\circ)}$

Resolución:

Del dato:

$$\text{sen}(3\alpha - 5^\circ) = \frac{1}{\text{csc}(\alpha + 35^\circ)}$$

→ $\text{sen}(3\alpha - 5^\circ) \cdot \text{csc}(\alpha + 35^\circ) = 1$

$$3\alpha - 5^\circ = \alpha + 35^\circ$$

$$3\alpha - \alpha = 35^\circ + 5^\circ$$

$$2\alpha = 40^\circ$$

$$\alpha = \frac{40^\circ}{2}$$

$$\therefore \alpha = 20^\circ$$



RECORDAR



R.T.

Recíproca
 $\text{sen}\alpha \cdot \text{csc}\alpha = 1$

HELICOPRACTICE 6



Halle el valor de φ si:

$$\frac{\text{sen}(3\varphi - 20^\circ)}{\cos(30^\circ + \varphi)} = 1$$

Resolución:

Del dato:

$$\begin{aligned} \frac{\text{sen}(3\varphi - 20^\circ)}{\cos(30^\circ + \varphi)} &= 1 \\ \Rightarrow \text{sen}(3\varphi - 20^\circ) &= \cos(30^\circ + \varphi) \\ (3\varphi - 20^\circ) + (30^\circ + \varphi) &= 90^\circ \\ 4\varphi + 10^\circ &= 90^\circ \\ 4\varphi &= 80^\circ \\ \varphi &= \frac{80^\circ}{4} \end{aligned}$$

$$\therefore \varphi = 20^\circ$$

RECORDAR



R.T. de ángulos complementarios

Si $x + y = 90^\circ$

$$\text{sen}x = \text{cos}y$$

HELICOPRACTICE 7



Camila desea acceder a un crédito de libre disponibilidad, para lo cual visita dos agencia bancarias, las cuales cobran una cierta tasa de interés. ¿En cual de las agencias le conviene adquirir el préstamo?

Banco Azteca \longrightarrow $x\%$

Banco continental \longrightarrow $y\%$

Donde: $\cos(3x)^\circ \cdot \sec(y + 25)^\circ = 1$...**(a)**

$\sin(2y)^\circ = \cos 50^\circ$ **(b)**

RECORDAR

R.T. de ángulos complementarios

Si $\alpha + \beta = 90^\circ$

$$\sin \alpha = \cos \beta$$

R.T. Recíproca $\cos \alpha \cdot \sec \alpha = 1$



Resolución:

En (b):

$$\sin(2y)^\circ = \cos 50^\circ$$

$$2y^\circ + 50^\circ = 90^\circ$$

$$\rightarrow y^\circ = 20^\circ$$

En (a):

$$\cos(3x)^\circ \cdot \sec(y + 25)^\circ = 1$$

$$3x^\circ = (y + 25)^\circ$$

$$3x^\circ = y^\circ + 25^\circ$$

$$3x^\circ = 20^\circ + 25^\circ$$

$$3x^\circ = 45^\circ$$

$$x^\circ = 15^\circ$$

Cancelando los grados

$$x^\circ = 15^\circ \longrightarrow x\% = 15\%$$

$$y^\circ = 20^\circ \longrightarrow y\% = 20\%$$



RPTA: Le conviene adquirir el préstamo en el Banco Azteca



Si $\text{sen}8x.\text{sec}10^\circ=1$; calcule:

$$P = 4\text{sen}3x + \text{sec}6x$$

Resolución:

Del dato:

$$\text{sen}8x.\text{sec}10^\circ = 1$$

Reemplazando:

$$\text{sen}8x.\text{csc}80^\circ = 1$$

$$8x = 80^\circ$$

$$x = \frac{80^\circ}{8}$$

$$x = 10^\circ$$

Piden:

$$P = 4\text{sen}3x + \text{sec}6x$$

$$P = 4\text{sen}3(10^\circ) + \text{sec}6(10^\circ)$$

$$P = 4\text{sen}30^\circ + \text{sec}60^\circ$$

$$P = \cancel{4}^2 \left(\frac{1}{\cancel{2}_1} \right) + 2$$

$$\therefore P = 4$$



RECORDAR



R.T. Recíproca

$$\text{sen}\alpha.\text{csc}\alpha = 1$$

R.T. de ángulos complementarios

$$\text{Si } x + y = 90^\circ$$

$$\text{sec}x = \text{csc}y$$

$$\Rightarrow \text{sec}10^\circ = \text{csc}80^\circ$$