

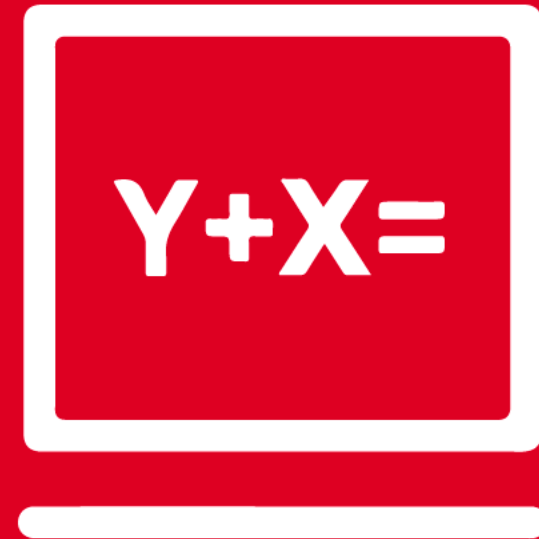


ARITHMETIC

Chapter 14

5th
SECONDARY

SUCESIONES

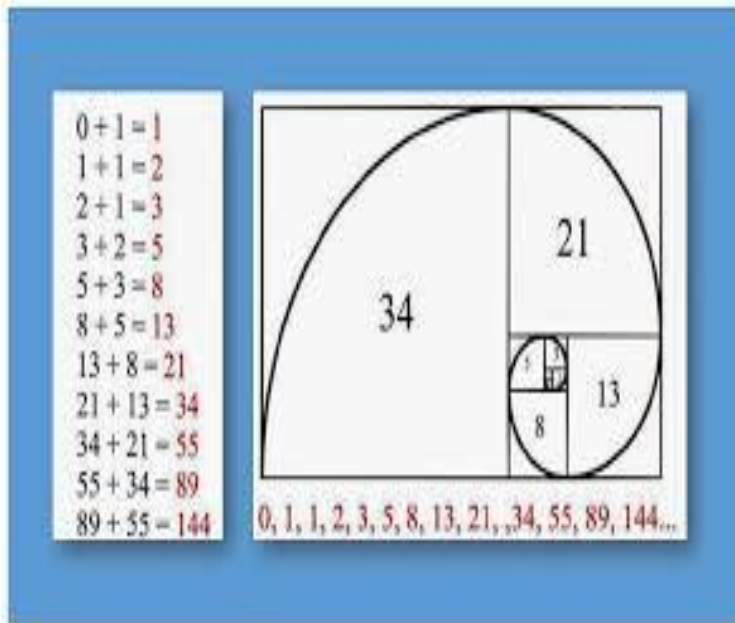


 **SACO OLIVEROS**



1; 1; 2; 3; 5; 8; 13; 21; 34; 55; 89; 144;...

¿Cómo se le llama a esta conocida
sucesión?...
¿recuerdas?





SUCESIÓN LINEAL O DE PRIMER ORDEN

PROGRESIÓN ARITMÉTICA(PA)

Donde: $t_1; t_2; t_3; t_4, \dots, t_n$

$$t_2 = t_1 + r$$

$$t_3 = t_1 + 2r$$

$$t_4 = t_1 + 3r$$

$$\vdots$$

**Fórmula
recurrente**

$$t_n = t_1 + (n - 1)r$$

(polinomio lineal)

Además

t_1 : primer término

t_n : término n-ésimo o último

n : número de términos

r : razón de PA

$$n = \boxed{\frac{t_n - t_1}{r} + 1} = \boxed{\frac{t_n - t_0}{r}}$$

(t_0 = termino anterior al primero)



SUCESIÓN ARITMÉTICA DE ORDEN SUPERIOR

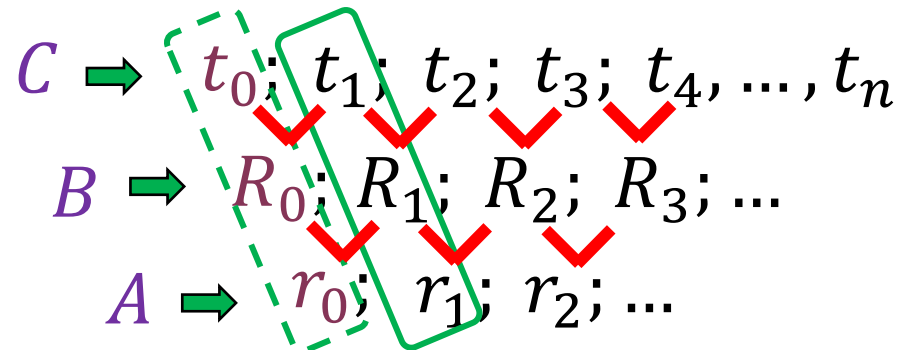
SUCESIÓN CUADRÁTICA

**Fórmula
general**

$$t_n = an^2 + bn + c$$

Donde: $a, b, y c \rightarrow \text{constantes}$ y $n \in \mathbb{N}$

Regla práctica



$$t_n = \left(\frac{A}{2}\right)n^2 + \left(B - \frac{A}{2}\right)n + C$$



CONTEO DE CIFRAS

❖ Sea la sucesión

1; 2; 3; 4;...; N

Donde **N** es un número de k cifras

En general

$$N^{\circ} \text{ de cifras} = (N + 1)k - \underbrace{11 \dots 1}_{k \text{ cifras}}$$

Ejemplo

¿Cuántas cifras se utilizaron en 1; 2; 3;...;199?

Resolución $N^{\circ} \text{ de cifras} = (199 + 1) \cdot 3 - 111$

$$N^{\circ} \text{ de cifras} = 600 - 111$$

$$\therefore 489 \text{ cifras}$$



1. Halle el valor del trigésimo noveno término en 62; 69; 76;...

RESOLUCIÓN

Se deduce:

$$r = 69 - 62 \quad \Rightarrow \quad r = 7$$

Recordemos:

$$t_n = t_1 + (n - 1) \cdot r$$

Reemplazamos:

$$t_{39} = 62 + (39 - 1) \cdot 7$$

$$t_{39} = 62 + 266$$

$$\therefore t_{39} = 328$$

328



RESOLUCIÓN

2. ¿Cuántas cifras se han empleado para enumerar un libro de 1210 páginas?

Recordemos:

$$N^{\circ} \text{ de cifras} = (N + 1)k - \underbrace{11 \dots 1}_{k \text{ cifras}}$$

Cantidad de cifras usadas

$$= (1210 + 1) \cdot 4 - 1111$$

$$= 4844 - 1111$$

$$\therefore 3733 \text{ cifras}$$

3733 cifras



3.

¿Cuántas cifras se han empleado para enumerar un libro de 1210 páginas?

Recordemos:

cantidad de términos

$$n = \frac{t_n - t_0}{r}$$

Total de cifras :

RESOLUCIÓN

separando los números por su cantidad de cifras

de 2 cifras

46; 48; 50; ...; 98

$$\frac{98 - 44}{2} = 27$$

$$27 \cdot 2 = 54 \text{ cifras}$$

de 3 cifras

100; 102; ...; 382

$$\frac{382 - 98}{2} = 142$$

$$142 \cdot 3 = 426 \text{ cifras}$$

$$\therefore 54 + 426 = 480 \text{ cifras}$$

480 cifras



4. Halle el trigésimo término de la siguiente sucesión:

7; 10; 15; 22;...

Recordemos:

$$t_n = An^2 + Bn + C$$

RESOLUCIÓN

Del dato tenemos:

$$\begin{array}{lcl} C = 6 & \leftarrow & 6; \quad 7; 10; 15; 22, \dots \\ B = 1 - 1 = 0 & \leftarrow & 1; \quad 3; 5; 7; \dots \\ A = \frac{2}{2} = 1 & \leftarrow & 2; \quad 2 \quad 2 \dots \end{array}$$

A=1 B=0 C=6

Reemplazamos

$$t_{30} = 1.(30)^2 + 0.(30) + 6$$

$$\therefore t_{30} = 906$$

906



5. ¿Cuántos términos tiene la siguiente progresión aritmética?

$\overline{a8b}; \overline{a93}; \overline{b04}; \overline{ba5}; \dots; \overline{aaa7}$

recordemos:

$$n = \frac{t_n - t_0}{r}$$

RESOLUCIÓN

Del dato

P.A: $\overline{a8b}; \overline{a93}; \overline{b04}; \overline{ba5}; \dots; \overline{aaa7}$

$+11 \quad +11 \quad +11$

$\Rightarrow r = 11$

Donde:

$$b = 2 \text{ y } a = 1$$

reemplazamos:

$182; 193; 204; \dots; 1117$

$$n = \frac{1117 - 171}{11} = \frac{946}{11}$$

$$\therefore n = 86$$

86

6. La suma del noveno con el décimo cuarto término de una progresión aritmética es 69 y la relación del sexto al décimo séptimo término es 6/17. El término de lugar 40 es

Recordar

$$t_n = t_1 + (n - 1).r$$

RESOLUCIÓN



✱2.DO dato

$$\left. \begin{array}{l} t_6 = t_1 + 5.r \\ t_{17} = t_1 + 16.r \end{array} \right\} \div \frac{t_1 + 5.r}{t_1 + 16.r} = \frac{6}{17}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 17.t_1 + 85.r &= 6.t_1 + 96.r \\ \cancel{11.t_1} &= \cancel{11.r} \Rightarrow t_1 = r \end{aligned}$$

✱1.er dato

sumando:

$$\left. \begin{array}{l} t_9 = t_1 + 8.r = 9.r \\ t_{14} = t_1 + 13.r = 14.r \end{array} \right\} 9.r + 14.r = 69$$

$$t_{40} = t_1 + 39.r$$

$$t_{40} = 3 + 39.(3)$$

$$\therefore t_{40} = 120$$

120



7. ¿Cuántos términos tiene la siguiente progresión aritmética?

$$12_{(n)}; 20_{(n)}; 22_{(n)}; \dots; 122_{(n)}$$

recordemos:

$$n' = \frac{t_n - t_0}{r}$$

RESOLUCIÓN

Del dato tenemos la P.A:

$$12_{(n)}; 20_{(n)}; 22_{(n)}; \dots; 122_{(n)}$$

$\xrightarrow{r} \quad \xrightarrow{r}$

Descomponiendo en forma polinómica

$$n + 2; 2 \cdot n; 2 \cdot n + 2; \dots; n^2 + 2n + 2$$

$\xrightarrow{\quad} \xrightarrow{\quad}$

restando miembro a miembro

$$r = n - 2 = 2 \quad \Rightarrow \quad r = 2 \quad \text{y} \quad n = 4$$

reemplazamos:

$$6; 8; 10; \dots; 26$$

$$n' = \frac{26 - 4}{2} \quad \therefore \quad n' = 11$$

11



8.

Moby Dick es una novela del escritor Herman Melville publicada en 1851. Narra la travesía del barco ballenero Pequod y sus tripulantes en la obsesiva persecución de un gran cachalote blanco. Si dicha novela consta de 698 páginas, ¿Cuántas cifras se han usado en la numeración de las páginas impares?

recordemos:

$$n = \frac{t_n - t_0}{r}$$

RESOLUCIÓN

Del dato tenemos:

páginas impares

N° de una cifra

N° de dos cifras

N° de tres cifras

1; 3; 5; ... ; 9;

5

11; 13; 15 ... ; 99; 101; 103; 105; ... ; 697

$$\frac{99 - 9}{2} = 45$$

$$\frac{697 - 99}{2} = 299$$

$$\text{cantidad} = 5(1) + 45(2) + 299(3)$$

$$\text{Cantidad} = 5 + 90 + 897$$

$$\therefore \text{Cantidad de cifras} = 992$$

992