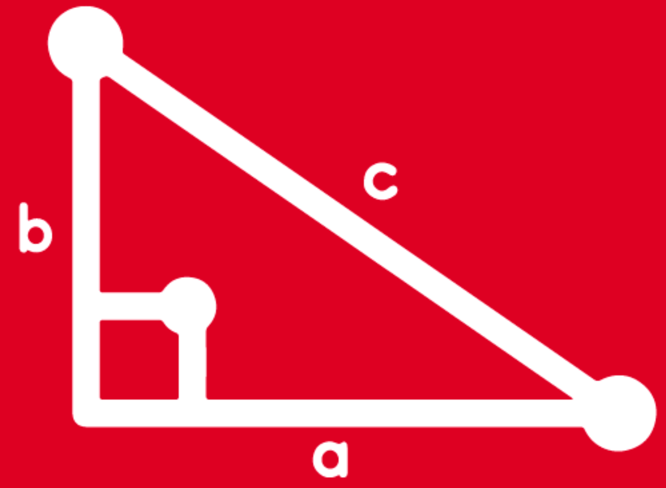
TRIGONOMETRY

Chapter 5



2nd
SECONDARY

Razones trigonométricas de ángulos agudos II

SACO OLIVEROS

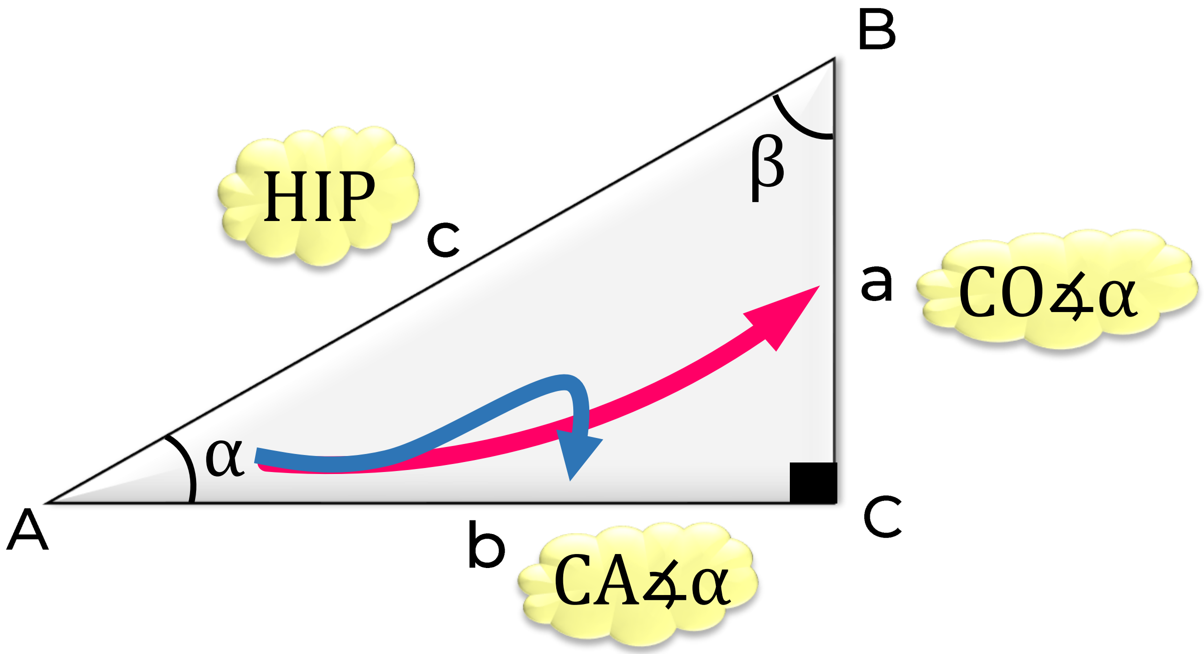
MOTIVATING STRATEGY

HELICO THEORY

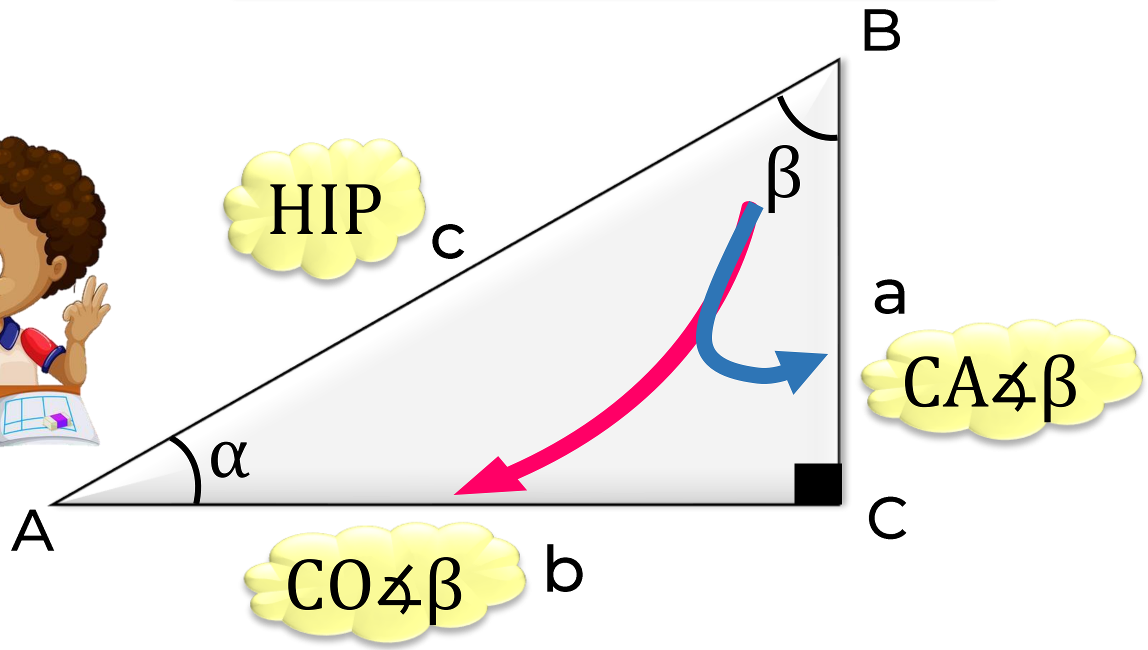
RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS AGUDOS II

I) Para el estudio de las razones trigonométricas es necesario establecer correctamente la posición relativa de los catetos.

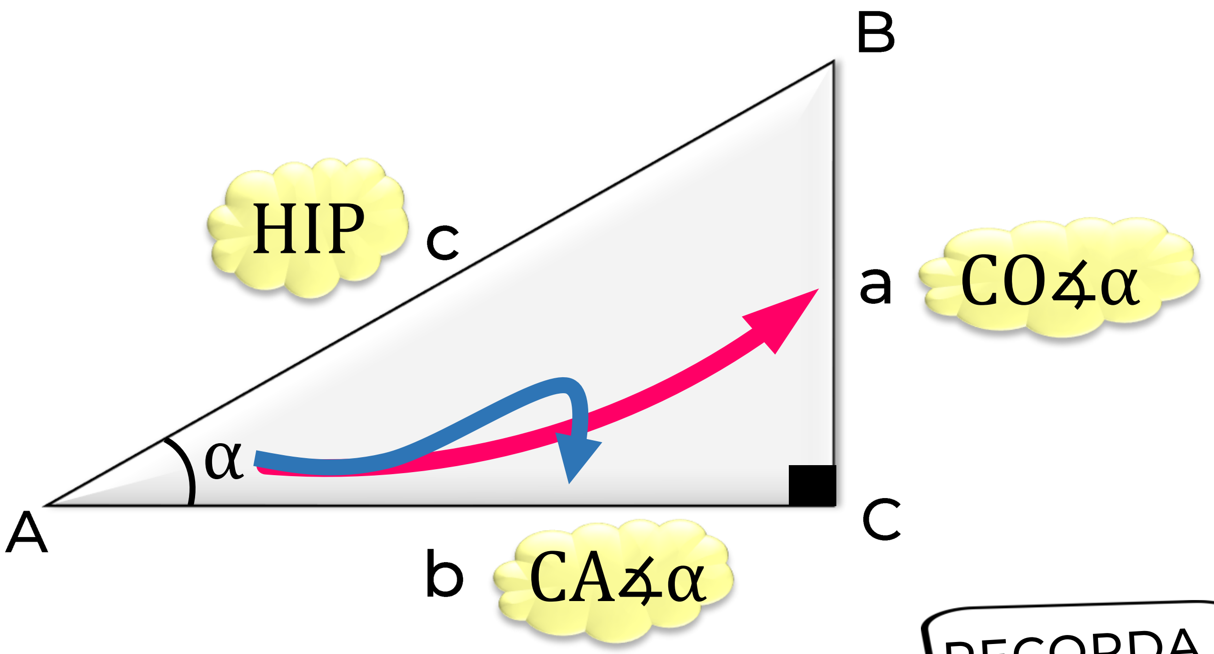
Con respecto al ∡α



Con respecto al ∡β



II) Es el cociente que se establece entre las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo con respecto a un ángulo agudo.



Con respecto al ∡α

$$\cot\alpha = \frac{\text{cateto adyacente al } \measuredangle\alpha}{\text{cateto opuesto al } \measuredangle\alpha}$$

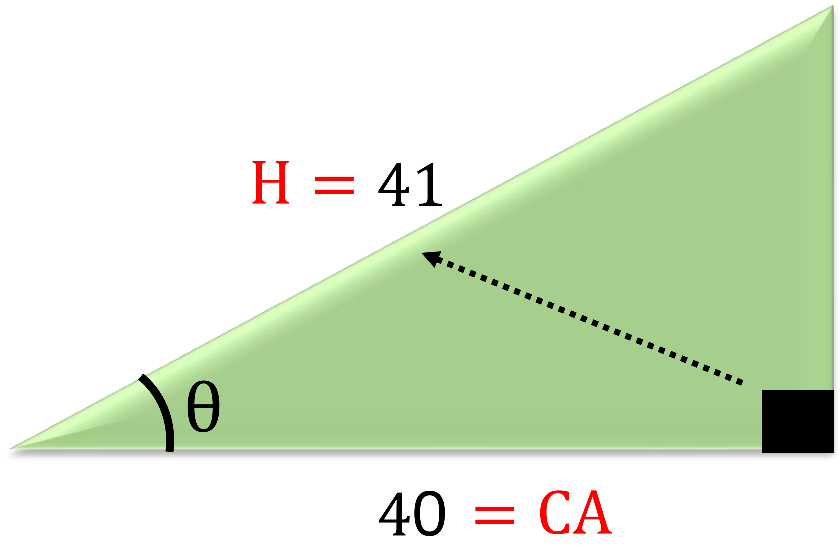
$$\sec\alpha = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adyacente al } \measuredangle\alpha}$$

$$\csc\alpha = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto al } \measuredangle\alpha}$$

$$H^2 = CO^2 + CA^2$$

HELICOPRACTICE 1

Del gráfico, efectúe $E = \sec\theta - 1$



$$\sec\theta = \frac{H}{CA}$$

Resolución:

No es necesario calcular el cateto opuesto.

Piden:

$$E = \sec\theta - 1$$

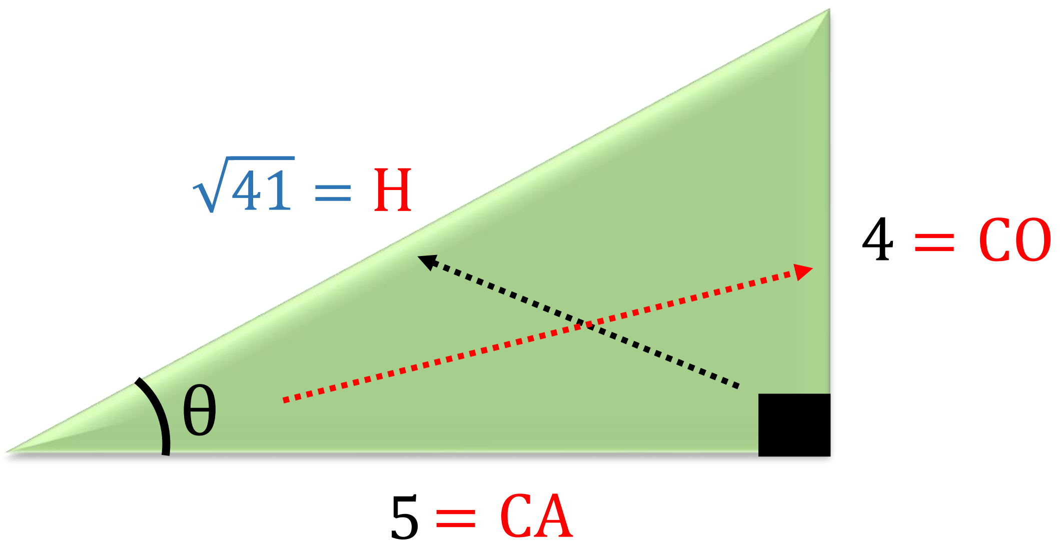
$$E = \frac{41}{40} - \frac{1}{1}$$

$$E = \frac{41 - 40}{40}$$

$$\therefore E = \frac{1}{40}$$

HELICOPRACTICE 2

Del gráfico, efectúe $L = \csc^2\theta + \cot^2\theta$



$H^2 = CO^2 + CA^2$ $\qquad \csc\theta = \dfrac{H}{CO}$ $\qquad \cot\theta = \dfrac{CA}{CO}$

Resolución:

$$H^2 = 4^2 + 5^2$$

$$H = \sqrt{16 + 25} \Rightarrow H = \sqrt{41}$$

Piden:

$$L = \csc^2\theta + \cot^2\theta$$

$$L = \left(\frac{\sqrt{41}}{4}\right)^2 + \left(\frac{5}{4}\right)^2$$

$$L = \frac{41}{16} + \frac{25}{16}$$

$$L = \frac{66}{16}$$

$$\therefore L = \frac{33}{8}$$

HELICOPRACTICE 3

Si $3\csc\alpha - 7 = 0$, donde α es un ángulo agudo, efectúe $T = \cot^2\alpha - 1$

Resolución:

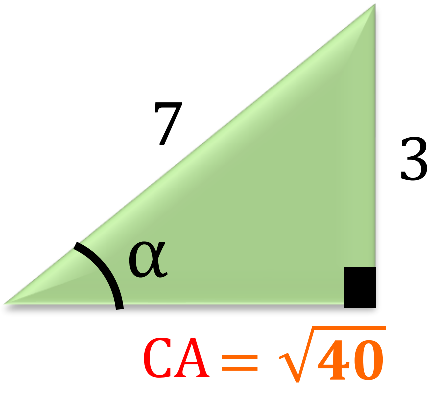
Del dato:

$$3\csc\alpha - 7 = 0$$

$$3\csc\alpha = 7 \Rightarrow \csc\alpha = \frac{7}{3} = \frac{H}{CO}$$

$$H^2 = CO^2 + CA^2$$

$$\cot\alpha = \frac{CA}{CO}$$



Teorema de Pitágoras:

$$7^2 = 3^2 + CA^2$$

$$49 = 9 + CA^2$$

$$CA^2 = 40$$

$$CA = \sqrt{40}$$

Piden:

$$T = \cot^2\alpha - 1$$

$$T = \left(\frac{\sqrt{40}}{3}\right)^2 - 1$$

$$T = \frac{40}{9} - \frac{1}{1}$$

$$T = \frac{40 - 9}{9}$$

$$\therefore T = \frac{31}{9}$$

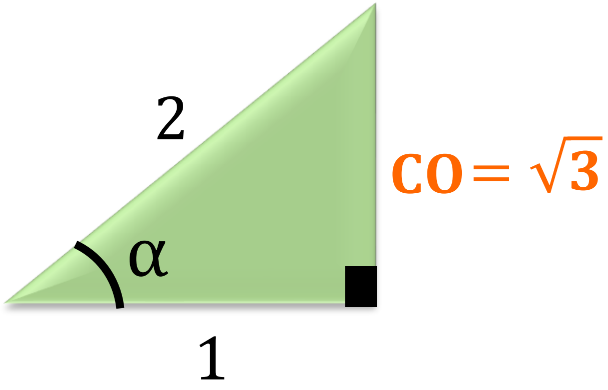
HELICOPRACTICE 4

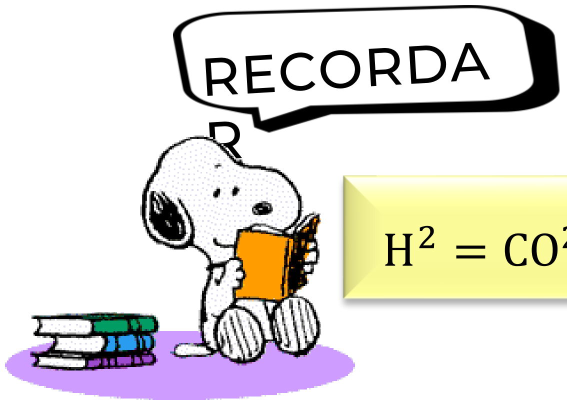
Si $\sec\alpha = 2$, donde α es un ángulo agudo, efectúe $M = \csc\alpha . \tan\alpha$

Resolución:

Del dato:

$$\sec\alpha = \frac{2}{1} = \frac{H}{CA}$$





$$H^2 = CO^2 + CA^2 \qquad \csc\alpha = \frac{H}{CO} \qquad \tan\alpha = \frac{CO}{CA}$$

Por el Teorema de Pitágoras:

$$2^2 = CO^2 + 1^2$$

$$4 = CO^2 + 1$$

$$CO^2 = 3 \Rightarrow CO = \sqrt{3}$$

Piden:

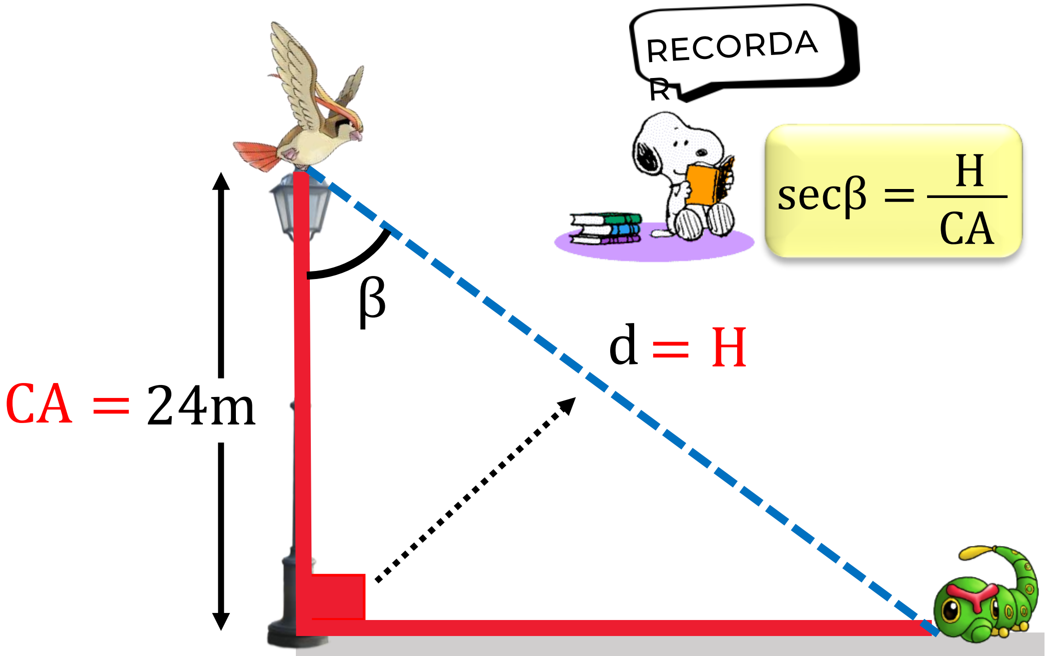
$$M = \csc\alpha . \tan\alpha$$

$$M = \left(\frac{2}{\cancel{\sqrt{3}}}\right)\left(\frac{\cancel{\sqrt{3}}}{1}\right)$$

$$\therefore M = 2$$

HELICOPRACTICE 5

Un ave que se encuentra a 24m de altura observa un insecto y se dirige hacia él, tal como se muestra en la figura. Determine la distancia **d** entre el insecto y el ave. Considere $\sec\beta = \dfrac{13}{12}$



$$\sec\beta = \frac{H}{CA}$$

Resolución:

Del dato:

$$\sec\beta = \frac{13}{12} \quad \text{....}(1)$$

Del gráfico, se observa

$$\sec\beta = \frac{d}{24} \quad \text{....}(2)$$

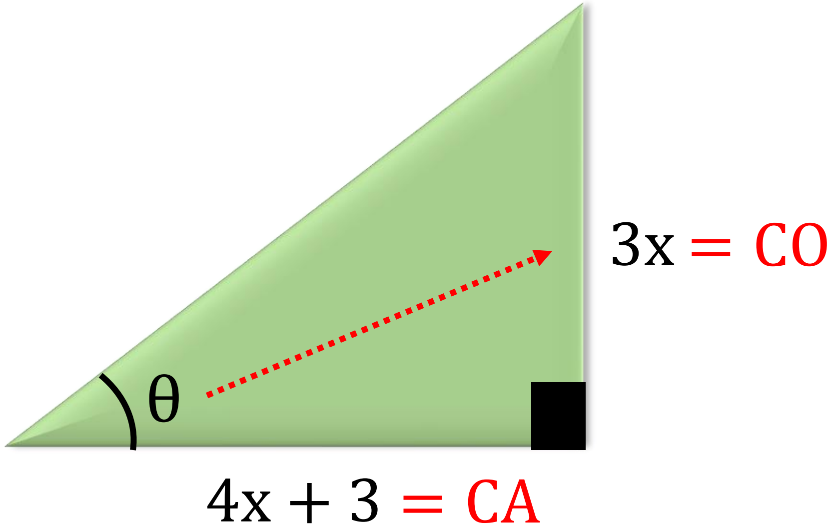
Igualando 1 y 2

$$\frac{13}{12} = \frac{d}{24} \Rightarrow d = \frac{13\text{x}\cancel{24}^{\,2}}{\cancel{12}_{\,1}}$$

$$\therefore\ d = 26m$$

HELICOPRACTICE 6

Del gráfico, calcule el valor de x si $\cot\theta = \frac{5}{3}$



$$\cot\theta = \frac{CA}{CO}$$

Resolución:

Del dato: $\cot\theta = \frac{5}{3}$ ....(1)

Del gráfico, se observa

$$\cot\theta = \frac{4x+3}{3x} \quad ....(2)$$

Igualando (1) con (2)

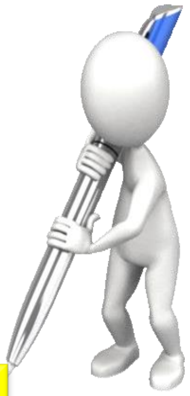
$$\frac{5}{3} = \frac{4x+3}{3x}$$

$$15x = 12x + 9$$

$$15x - 12x = 9$$

$$3x = 9$$

$$\therefore x = 3$$



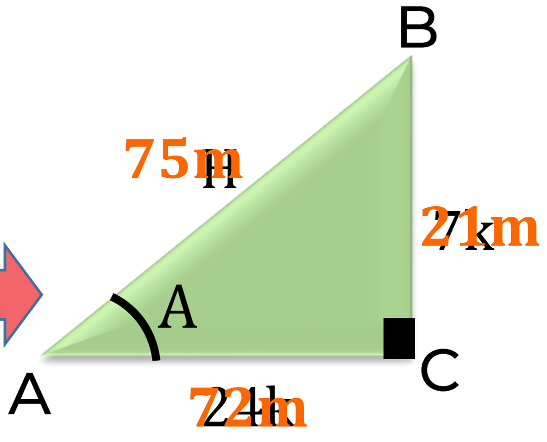
HELICOPRACTICE 7

En un triángulo rectángulo ABC recto en C, la hipotenusa mide 75m y $\cot A = \dfrac{24}{7}$ calcule el perímetro de dicho triángulo.

Resolución:

Del enunciado:

$$\cot A = \frac{24k}{7k} = \frac{CA}{CO}$$



$$H^2 = CO^2 + CA^2$$

Teorema de Pitágoras:

$$(H)^2 = (7k)^2 + (24k)^2$$

$$(H)^2 = 49k^2 + 576k^2$$

$$(H)^2 = 625k^2$$

$$H = \sqrt{625}\,.\sqrt{k^2}$$

$$\mathbf{H = 25k}$$

Del dato:

$$H = 75m$$

$$25k = 75m$$

$$\mathbf{k = 3m}$$

Piden :

Perímetro del triangulo rectángulo:

$$2p = 21m + 72m + 75m$$

$$\therefore\ 2p = 168m$$

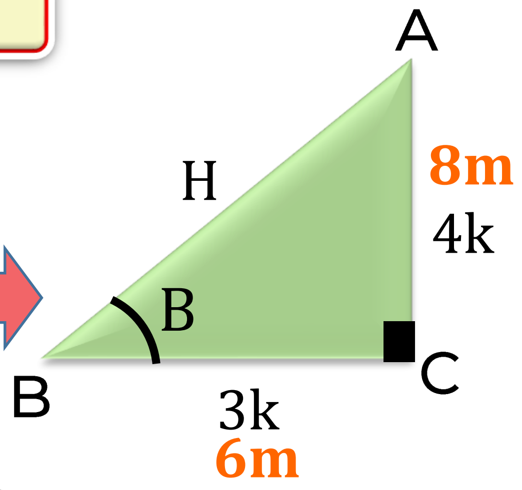
HELICOPRACTICE 8

En un triángulo rectángulo ABC recto en C, la hipotenusa mide 10m. Calcule el área de dicho triángulo, sabiendo que $\cot B = \frac{3}{4}$.

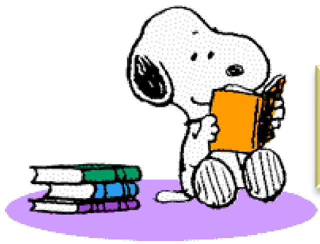
Resolución:

Del enunciado:

$$\cot B = \frac{3k}{4k} = \frac{CA}{CO}$$



RECORDAR



$$H^2 = CO^2 + CA^2$$

Teorema de Pitágoras:

$$(H)^2 = (4k)^2 + (3k)^2$$

$$(H)^2 = 16k^2 + 9k^2$$

$$(H)^2 = 25k^2$$

$$H = \sqrt{25} \times \sqrt{k^2}$$

$$\mathbf{H = 5k}$$

Del dato:

$$H = 10m$$

$$5k = 10m$$

$$\mathbf{k = 2m}$$

Piden :

$$A_{\blacktriangle} = \frac{(\text{BASE}) \times (\text{ALTURA})}{2}$$

$$A_{\blacktriangle} = \frac{(6m) \times (\overset{4}{\cancel{8}}m)}{\underset{1}{\cancel{2}}}$$

$$\therefore A_{\blacktriangle} = 24m^2$$