



# ARITHMETIC

## Chapter 12

**2th**  
SECONDARY

MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO

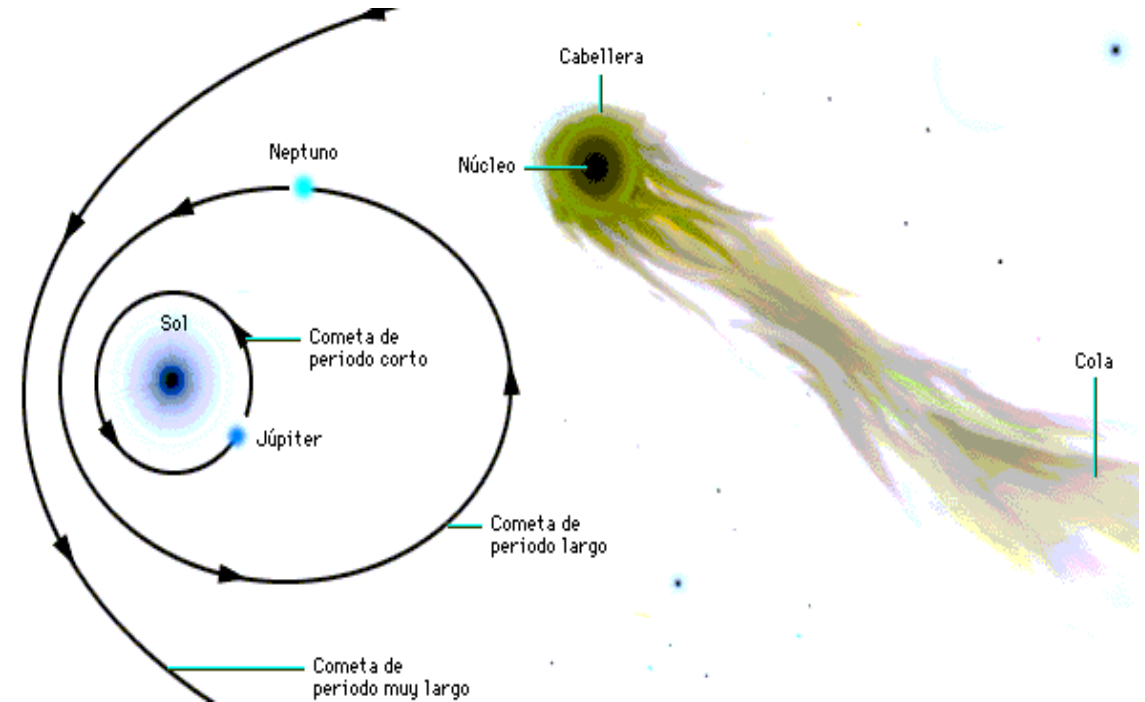


 **SACO OLIVEROS**



# LOS COMETAS Y SUS PERÍODOS

- \* Cometas de corto período (menos de 20 años).
  - \* Cometas de período intermedio (entre 20 y 200 años).
  - \* Cometas de largo período (entre 200 y 1.000.000 años).
  - \* Cometas de órbitas parabólicas.
- Entre los cometas de corto período más conocidos se encuentran:
1. Encke (3,3 años).
- Entre los cometas de período intermedio más conocidos se encuentran:
2. Halley (76,09 años).



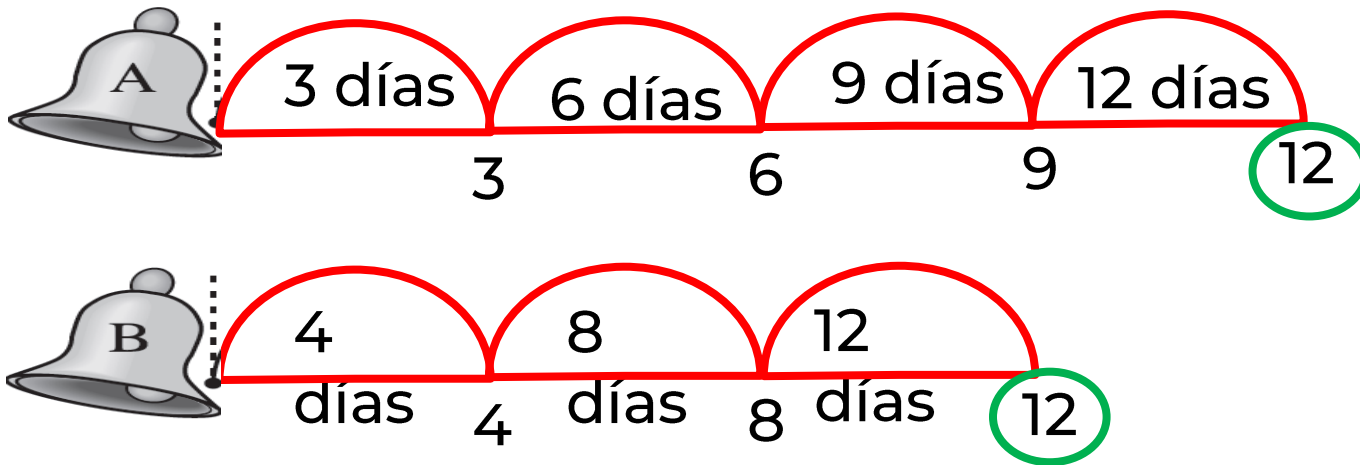


1

**MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO:**

En una iglesia hay dos campanas y hoy han sido tocadas simultáneamente. Si una toca 3 días y la otra cada 4 días. ¿después de que tiempo volverán a ser tocadas simultáneamente?

HOY



El MCM es el menor múltiplo que tienen en común dos o más números.

Después de 12 días



2

## MÉTODOS PARA CALCULAR EL MCM:

### a) Descomposición simultánea:

Halle el M.C.M DE 18; 24 y 30

$$\begin{array}{r|l}
 18 & 2 \\
 24 & 3 \\
 30 & 3 \\
 9 & 4 \\
 12 & 5 \\
 3 & 5 \\
 4 & \\
 1 & \\
 4 & \\
 5 & \\
 1 & \\
 1 & \\
 5 & \\
 1 & \\
 1 & \\
 1 &
 \end{array}
 \quad \times$$

$$\text{MCM (18; 24; 30)} = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

$$\text{MCM (18; 24; 30)} = 360$$

### OBSERVACIÓN:

$$360 = 18 \times 20$$

$$360 = 24 \times 15$$

$$360 = 30 \times 12$$

PESI

En general si:

$$\text{MCD}(A; B; C) = m$$

$$m = A \times p$$

$$m = B \times q$$

$$m = C \times r$$

PESI



## b) Descomposición canónica:

Hallemos el M.C.M de los números

$$A = 2^2 \times 3^2 \times 5 \dots (\text{DC})$$

$$B = 2 \times 3^4 \times 7 \dots (\text{DC})$$

$$\text{MCM}(A,B) = 2^2 \times 3^4 \times 7 \times 5$$

$$\text{MCM}(A,B) = 11\,340$$

**Se toman todos los factores,  
comunes y no comunes, con mayor  
exponente.**



3

## PROPIEDADES:

a

Dado dos números A y B,  
si  $A = B$ , entonces

$$\text{MCM}(A, B) = A$$

Ejemplo

$$14 = 7 \rightarrow \text{MCM}(14; 7) = 14$$

b

Si A y B, son PESI, entonces

$$\text{MCM}(A, B) = A \times B$$

Ejemplo

$$8 \text{ y } 15 \text{ son PESI} \rightarrow \text{MCM}(8; 15) = 8 \times 15$$

$$\text{MCM}(8; 15) = 120$$



c

Si a varios números se les multiplica o divide el mismo número entero positivo, entonces el MCM de dichos números queda multiplicado o dividido por dicho número entero positivo.

Si

$$\text{MCM}(A, B) = m, K \in \mathbb{Z}$$

Entonces

$$\text{MCM}(AK, BK) = mK$$

$$\text{MCM}\left(\frac{A}{K}, \frac{B}{K}\right) = \frac{m}{K}$$

d

$$A \times B = \text{MCD}(A, B) \times \text{MCM}(A, B)$$



# RESOLUCIÓN

1

Si  $A = \text{MCM}(72; 48; 120)$

$B = \text{MCM}(32; 96; 112)$

Calcule  $A + B$ .

$$\begin{array}{r|l}
 72 & 12 \\
 48 & 2 \\
 120 & 2 \\
 16 & 3 \\
 3 & 5 \\
 3 & 5 \\
 1 & 5 \\
 1 & 5
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{r|l} 72 \\ 48 \\ 120 \\ 16 \\ 3 \\ 3 \\ 1 \\ 1 \end{array}} \right\} \times$$

$$A = \text{MCM}(72; 48; 120) = 720$$

$$\begin{array}{r|l}
 32 & 16 \\
 96 & 2 \\
 112 & 3 \\
 2 & 7 \\
 6 & 7 \\
 7 & 7 \\
 1 & 7 \\
 1 & 7 \\
 1 & 7
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{r|l} 32 \\ 96 \\ 112 \\ 2 \\ 6 \\ 7 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{array}} \right\} \times$$

$$B = \text{MCM}(32; 96; 112) = 672$$

$$A + B = 720 + 672$$

∴

$$A + B = 1392$$



**RESOLUCIÓN**

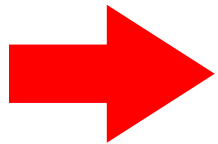
2

Si  $A = 2^2 \times 3 \times 5$  y  $B = 2 \times 3^2$ , calcule el MCM(A; B).

$$A = 2^2 \times 3 \times 5$$

$$B = 2 \times 3^2$$

Tomamos los factores comunes y no comunes con mayor exponente.



$$\text{MCM}(A;B) = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

∴

$$\text{El MCM}(A;B) = 180$$

**RESOLUCIÓN**

3

¿Cuántos múltiplos comunes menores que 200 tienen los números 14 y 6?

$$\begin{array}{r|l}
 14 - 6 & 2 \\
 7 - 3 & 3 \\
 7 - 1 & 7 \\
 1 - 1 & 
 \end{array}
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \times$$

Los múltiplos comunes menores a 200 son:

42; 84; 126; 168

$$\text{MCM}(14; 6) = 42$$

∴

Hay 4 números



# RESOLUCIÓN

4

Calcule el valor de  $\overline{abc}$ , si el MCM de 35 y 12 es

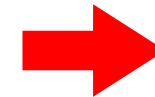
$$\begin{array}{rcl}
 35 & - & 12 \\
 35 & - & 6 \\
 35 & - & 3 \\
 35 & - & 1 \\
 7 & - & 1 \\
 1 & - & 1
 \end{array}
 \left| \begin{array}{l}
 2 \\
 2 \\
 3 \\
 5 \\
 7 \\
 1
 \end{array} \right.
 \begin{array}{l}
 \text{ } \\
 \text{ } \\
 \text{ } \\
 \text{ } \\
 \text{ } \\
 \text{ }
 \end{array}
 \quad \times$$

$$\text{MCM}(35; 12) = 420$$

Igualamos al dato:

$$\overline{abc} = 420$$

$$a=4; \quad b=2 \quad \text{y} \quad c=0$$



$$a+b+c=4+2+0$$

 $\therefore$ 

$$\boxed{a+b+c=6}$$



## RESOLUCIÓN

5

¿Si el menor de los múltiplos comunes de  $5k$  y  $7k$  es 210, calcule  $k^2$ ?

$$\begin{array}{r|l}
 5K - 7K & K \\
 5 - 7 & 5 \\
 1 - 7 & 7 \\
 1 - 1 & 
 \end{array}$$

Del dato:

$$MCM(5K, 7K) = 210$$

Igualamos:

$$35K = 210$$

$$k=6$$

➔  $MCD(5k; 7k) = 35K$

$$\therefore k^2 = 36$$



## RESOLUCIÓN

6

Si el MCM de  $\overline{ab}$  y  $(\overline{ab} + 1)$  es 342, calcule  $\sqrt{\overline{ba}}$ .

### RECUERDA

Si A y B, son  
PESI, entonces:

$$\text{MCM}(A, B) = A \times B$$

$\overline{ab}$  y  $(\overline{ab} + 1)$  son PESI

$$\rightarrow \text{MCM}[\overline{ab}; (\overline{ab} + 1)] = \overline{ab} \times (\overline{ab} + 1)$$

Igualamos al  
dato:

$$342 = \underbrace{\overline{ab}}_{18} \times \underbrace{(\overline{ab} + 1)}_{19}$$

$\therefore$

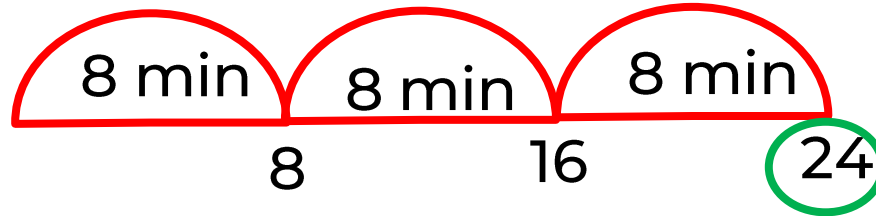
$$\sqrt{\overline{ba}} = \sqrt{81} = 9$$



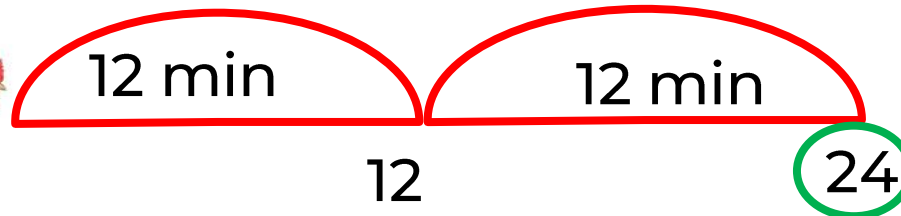
## RESOLUCIÓN

7

Un gallo canta cada 8 minutos y otro cada 12 minutos. Si ambos cantan a las 6:00 a.m. ¿A que hora volverán a cantar juntos otra vez?



$$\text{MCM}(8;12) = 24$$



Los dos gallos cantarán juntos cada 24 minutos

6:00  
am.

∴

6:24 am.



## RESOLUCIÓN

8

Al sumar dos fracciones heterogéneas, Michael decide calcular una cantidad que contenga ambos denominadores pero que sea la menor posible, determine que valor obtuvo Michael si los denominadores eran 15 y 16.

Sean las fracciones:  $\frac{a}{15}$  y  $\frac{b}{16}$

El menor número que contenga al 15 y 16 es el MCM de 15 y 16

$$\text{MCM}(15;16) = 15 \times 16 = 240$$

pesi

 $\therefore$ 

240