ALGEBRA

1st
SECONDARY

Asesoria tomo 5

SACO OLIVEROS

SOLVED PROBLEMS

***RECUERDA**: Trinomio cuadrado perfecto*

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

***RECUERDA**: Trinomio cuadrado perfecto*

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$a)\left(x^2 + 3y^2\right)^2$

$b)(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$

RESOLUCIÓN:

$$a)\ \left(x^2 + 3y^2\right)^2 = (x^2)^2 + 2(x^2)\left(3y^2\right) + (3y^2)^2$$

$$\boxed{= x^4 + 6x^2y^2 + 9y^4}$$

$$b)(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 = \left(\sqrt{3}\right)^2 - 2(\sqrt{3})\left(\sqrt{2}\right) + (\sqrt{2})^2$$

$$\boxed{= 5 - 2\sqrt{6}}$$

PROBLEMA 2:

Reduzca

$$P = \frac{\left(\sqrt{6}+3\right)^2 + \left(\sqrt{6}-3\right)^2}{6} - 1$$

RESOLUCIÓN:

Usaremos la identidad de Legendre

$$\boxed{(a+b)^2 + (a-b)^2 \equiv 2\left(a^2+b^2\right)}$$

$$\left(\sqrt{6}+3\right)^2 + \left(\sqrt{6}-3\right)^2 = 2\left(\sqrt{6}^2 + 3^2\right) = 30$$

Reemplazamos

$$P = \frac{\cancel{30}^{\,5}}{\cancel{6}_{\,1}} - 1$$

$$P = \boxed{4}$$

PROBLEMA 3:

Si $x + x^{-1} = 3$

Efectúe $R = x^2 + x^{-2}$

RECUERDA: *Trinomio cuadrado perfecto*

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

RESOLUCIÓN:

Usaremos el dato

$$x + x^{-1} = 3$$

Elevamos al cuadrado

$$\left(x + x^{-1}\right)^2 = (3)^2$$

$$(x)^2 + 2\underbrace{(x)\left(x^{-1}\right)} + \left(x^{-1}\right)^2 = 9$$

Recuerda $x^0 = 1$

$$x^2 + 2(1) + x^{-2} = 9$$

$$x^2 + x^{-2} = 9 - 2$$

$$R = x^2 + x^{-2} = \boxed{7}$$

PROBLEMA 4:

RECORDAR (diferencia de cuadrados)

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

Simplifique: $\mathbf{Q}=\left(x^3+\sqrt{3}\right)\left(x^3-\sqrt{3}\right)+\left(1+x^3\right)\left(1-x^3\right)$

RESOLUCIÓN:

$$Q=\underbrace{\left(x^3+\sqrt{3}\right)\left(x^3-\sqrt{3}\right)}+\underbrace{\left(1+x^3\right)\left(1-x^3\right)}$$

$$Q=(x^3)^2-\left(\sqrt{3}\right)^2+(1)^2-(x^3)^2$$

$$Q=\cancel{x^6}-3-1-\cancel{x^6}$$

$$Q=\boxed{-4}$$

PROBLEMA 5:

Reduzca

$$D = (x+3)(x-3)\left(x^2+9\right) - x^4$$

RECORDAR (diferencia de cuadrados)

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

RESOLUCIÓN:

$$D = \underbrace{(x+3)(x-3)}(x^2+9) - x^4$$

$$D = \underbrace{(x^2 - 9)(x^2+9)} - x^4$$

$$D = \cancel{(x^2)^2} - 9^2 - \cancel{x^4}$$

$$D = \boxed{-81}$$

PROBLEMA 6:

Reduzca

$$F = (x-3)^3 - x(x^2+27) + 27$$

Diferencia de un binomio al cubo

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

RESOLUCIÓN:

$$F = \underbrace{(x-3)^3}\underbrace{-x(x^2+27)} + 27$$

$$F = (x)^3 - 3(x)^2(3) + 3(x)(3)^2 - (3)^3 - x^3 - 27x + 27$$

$$F = \cancel{x^3} - 9x^2 + \cancel{27x} - \cancel{27} - \cancel{x^3} - \cancel{27x} + \cancel{27}$$

$$F = \boxed{-9x^2}$$

PROBLEMA 7:

Simplifique:

RECORDAR(Identidad de Stevin)

$$(x+b)(x+a)=x^2+(a+b)x+ab$$

$$E=(x+7)(x-3)-x^2-4x$$

RESOLUCIÓN:

$$E=\underbrace{(x+7)(x-3)}-x^2-4x$$

$$E=(x)^2+(7-3)\ x+(7)(-3)\ -x^2-4x$$

$$E=\cancel{x^2}+\cancel{4x}-21-\cancel{x^2}-\cancel{4x}$$

$$E=\boxed{-21}$$

PROBLEMA 8:

Efectue

RECORDAR (Trinomio cuadrado perfecto)

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

RECORDAR(Identidad de Stevin)

$$(x+b)(x+a) = x^2 + (a+b)x + ab$$

$$M = (m-1)^2 - (m-1)(m-4)$$

RESOLUCIÓN:

$$M = \underbrace{(m-1)^2} - \underbrace{(m-1)(m-4)}$$

$$M = (m)^2 - 2(m)(1) + (1)^2 - ((m)^2 + (-1-4)m + (-1)(-4))$$

$$M = \cancel{m^2} - 2m + 1 - \cancel{m^2} + 5m - 4$$

$$M = \boxed{3m - 3}$$

PROBLEMA 9:

Sandra compra equipos de gimnasio. Si gasta lo equivalente al valor de P, en soles, y se sabe que

$$x + y = 9;\ xy = 1\ \ y\ \ P = x^3 + y^3$$

¿Cuánto gastó Sandra?

RECORDAR(Identidad de Cauchy)

$$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$$

RESOLUCIÓN: Usamos el dato

$$x + y = 9$$ *(Elevaremos al cubo)*

$$(x+y)^3 = (9)^3$$

$$x^3 + y^3 + 3\,\underbrace{xy}\,\underbrace{(x+y)} = 729$$ *(Reemplazamos)*

$$x^3 + y^3 + 3(1)(9) = 729$$

$$x^3 + y^3 + 27 = 729$$

$$P = x^3 + y^3 = 702$$

Sandra gastó 702 soles

PROBLEMA 10:

Seguimos de aniversario, vamos reduce Q y encontrarás la cantidad de sedes que tiene nuestro colegio:

$$Q=\frac{(m+3)^3}{m^3+9m^2+27m+27}+48$$

Diferencia de un binomio al cubo

$$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$$

¿Cuántas sedes tiene nuestro colegio?

RESOLUCIÓN:

$$Q=\frac{m^3+3m^2(3)+3m(3)^2+3^3}{m^3+9m^2+27m+27}+48$$

$$Q=\cancel{\frac{m^3+9m^2+27m+64}{m^3+9m^2+27m+64}}+48$$

$$Q=1+48=49$$

Nuestro colegio tiene 49 sedes