



ALGEBRA

Chapter 7

5th
SECONDARY

FACTORIZACIÓN



 **SACO OLIVEROS**



CARL F. GAUSS





FACTORIZACIÓN

I) DEFINICIÓN

Es el proceso de transformación de un Polinomio en una multiplicación indicada de factores primos .

Ejemplo

$$P_{(x)} = x^2 - 4 = (x + 2)(x - 2)$$

factorización

Factores primos:

$$x + 2$$

$$x - 2$$



II) Criterios para Factorizar

1) Por Factor Común

Ejemplo:

$$P_{(x;y)} = x^4 y^2 + 2x^2 y^2$$

Factor común $x^2 \cdot y^2$

$$P_{(x;y)} = x^2 \cdot y^2 \cdot (x^2 + 2).$$

Factores primos:

x

y

$x^2 + 2$



2) Por agrupación de términos

Ejemplo:

$$P_{(x;y)} = \underbrace{x^2 + xy} + \underbrace{zx + zy}$$
$$x(x + y) + z(x + y)$$

Factor común: $(x + y)$

$$P_{(x;y)} = (x + y) (x + z)$$

Factores primos:

$$x + y$$

$$x + z$$



3) Por Productos Notables

Binomio al cuadrado:

$$(x \pm y)^2 = x^2 \pm 2xy + y^2$$

Diferencia de cuadrados:

$$x^{2n} - y^{2n} = (x^n + y^n) \cdot (x^n - y^n)$$

Suma de cubos:

$$x^{3n} + y^{3n} = (x^n + y^n) \cdot (x^{2n} - x^n y^n + y^{2n})$$

Diferencia de cubos:

$$x^{3n} - y^{3n} = (x^n - y^n) \cdot (x^{2n} + x^n y^n + y^{2n})$$



4) Por Aspa Simple

FACTORICE:

$$25x^4 - 109x^2 + 36$$

$$\begin{array}{ccc} 25x^2 & & -9 \\ & \nearrow & \searrow \\ & x^2 & -4 \end{array}$$

$$(25x^2 - 9)(x^2 - 4)$$

$$(5x + 3)(5x - 3)(x + 2)(x - 2)$$



4) Por Aspa Doble Especial

FACTORICE:

$$x^4 + 3x^3 + 7x^2 + 6x + 4$$

$$x^2 + 2x + 4$$

$$x^2 + x + 1$$

$$7x^2 - 5x^2 = 2x^2$$

$$(x^2 + 2x + 4)(x^2 + x + 1)$$



4) Por divisores binomios

FACTORICE: $x^3 + 6x^2 + 11x + 6$

Divisores de 6: $\pm\{1; 2; 3; 6\}$

$$x = -1 \rightarrow (-1)^3 + 6(-1)^2 + 11(-1) + 6 = 0$$

$x = -1$	1	6	11	6
	-1	-5	-6	
	1	5	6	0

$$(x^2 + 5x + 6)(x + 1)$$

$$(x + 3)(x + 2)(x + 1)$$



PROBLEMA 1

Factorice: $4m^4n - 8m^3n^2 + 3m^2n^3 - 6mn^4$

Luego, Indique el número de factores primos

Resolución

$$4m^4n - 8m^3n^2 + 3m^2n^3 - 6mn^4$$

$$4m^3n(m - 2n) + 3mn^3(m - 2n)$$

$$(m - 2n) (4m^3n + 3mn^2)$$

$$(m - 2n) mn(4m^2 + 3n)$$

hay 4 factores primos



PROBLEMA 2

Factorice: $(ab - 3x)^2 - (bx - 3a)^2$

Indique la suma de factores primos

Resolución

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$\begin{aligned} & (ab - 3x + bx - 3a)(ab - 3x - (bx - 3a)) \\ & (b(a + x) - 3(a + x))(ab - 3x - bx + 3a) \\ & (a + x)(b - 3)(b(a - x) + 3(a - x)) \\ & (a + x)(b - 3)(a - x)(b + 3) \end{aligned}$$

La suma de factores primos es $2a + 2b$



PROBLEMA 3

Calcule la suma de coeficientes de uno de los factores primos de:

$$T = 9x^2 + 4y^2 - 25z^2 + 12xy$$

Resolución

$$T = 9x^2 + 12xy + 4y^2 - 25z^2$$

$$T = (3x + 2y)^2 - (5z)^2$$

$$T = (3x + 2y + 5z)(3x + 2y - 5z)$$

La suma de coeficientes es 10



PROBLEMA 4

¿Cuántos factores primos lineales se obtienen al factorizar: $20x^4 - 37x^2 - 18$?

Resolución

$$20x^4 - 37x^2 - 18$$

$$\begin{array}{ccc} 5x^2 & \nearrow & 2 \\ 4x^2 & \searrow & -9 \end{array}$$

$$(5x^2 + 2)(4x^2 - 9)$$

$$(5x^2 + 2)(2x + 3)(2x - 3)$$

Hay 2 factores primos lineales



PROBLEMA 5

La edad de Marcelo hace 10 años es el resultado del siguiente problema:

“Al factorizar $x^4 + 2x^3 - 12x^2 - x + 2$ se obtiene $(x^2 + ax + 2)(x^2 + bx + 1)$. Calcule $a - b$ ”
¿Qué edad tiene Marcelo?

Resolución

$$x^4 + 2x^3 - 12x^2 - x + 2$$

x^2 x^2 $5x$ $-3x$ 2 1
 $-12x^2 - 3x^2 = -15x^2$
 $(x^2 + 5x + 2)(x^2 - 3x + 1)$

$2x^2$
 x^2
 $3x^2$

$a = 5$ $b = -3$
 $a - b = 8$

La edad actual es 18



PROBLEMA 6

Factorice $P(x) = x^4 - x^3 - 8x^2 - 3x + 5$

Dé como respuesta la suma de los coeficientes del factor que tiene mayor término independiente

Resolución

$$P(x) = x^4 - x^3 - 8x^2 - 3x + 5$$

$$-8x^2 - \boxed{-6x^2} = \boxed{-2x^2}$$

$$P(x) = (x^2 - 2x - 5)(x^2 + x - 1)$$

$$\begin{array}{r} -5x^2 \\ -x^2 \\ - \\ 6x^2 \end{array}$$

La suma de coef.
 $1 + 1 - 1 = 1$



PROBLEMA 7

Al factorizar: $P(x) = x^3 + 7x^2 + 14x + 8$
 Calcule la suma de los factores primos

Resolución Divisores de 8: $\pm\{1; 2; 4; 8\}$

$$x = -1 \rightarrow = (-1)^3 + 7(-1)^2 + 14(-1) + 8 = 0$$

$x = -1$	1	7	14	8
		-1	-6	-8
	1	6	8	0

$$P(x) = (x + 1)(x^2 + 6x + 8)$$

$\begin{array}{c} x \\ x \end{array}$

$$P(x) = (x + 1)(x + 4)(x + 2)$$

$\sum F.P = 3x + 7$



PROBLEMA 8

Al factorizar: $P(x) = x^3 - x^2 - 17x + 33$
indique el factor primo con mayor suma de coeficientes

Resolución Divisores de 33: $\pm\{1; 3; 11; 33\}$

$$x = 3 \rightarrow (3)^3 - (3)^2 - 17(3) + 33 = 0$$

$x = 3$	1	- 1	- 17	33
		3	6	- 33
	1	2	- 11	0

$P(x) = (\underbrace{x - 3}_{\Sigma \text{coef.} = -2})(\underbrace{x^2 + 2x - 11}_{\Sigma \text{coef.} = -8})$



$F.P = x - 3$