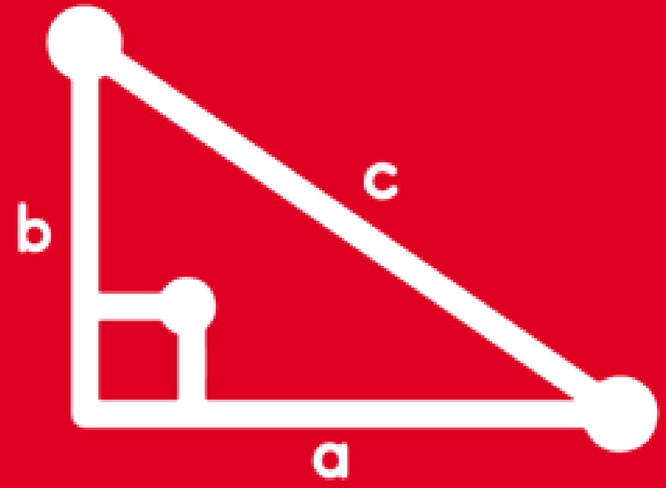
TRIGONOMETRY

Chapter 05

5th
SECONDARY

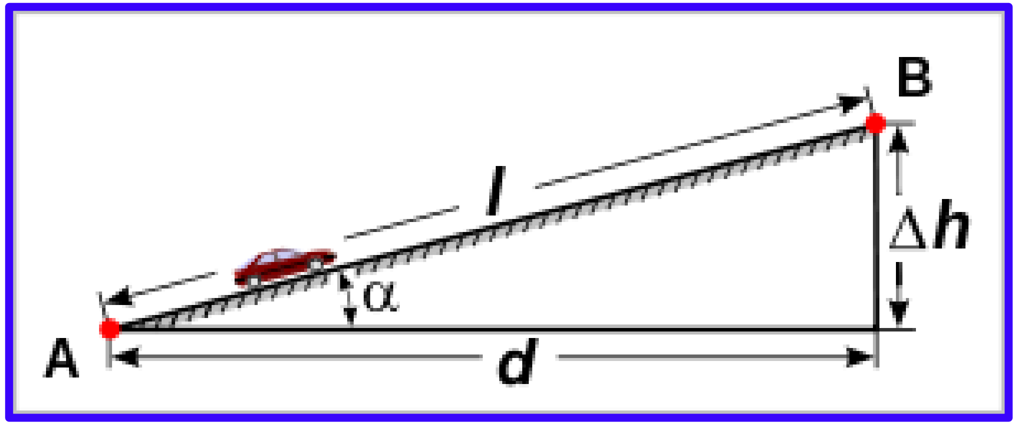


Ecuación general de la recta

SACO OLIVEROS

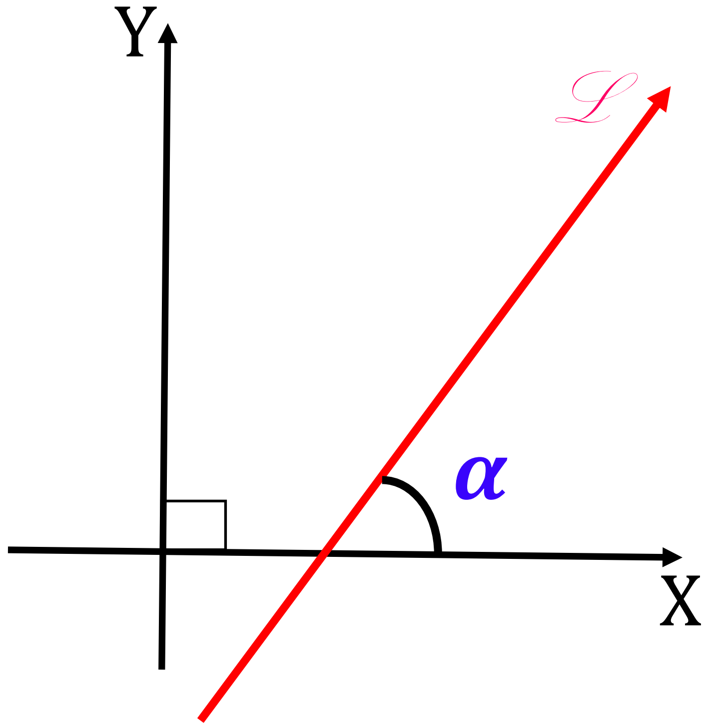
¿QUÉ ENTENDEMOS POR PENDIENTE?

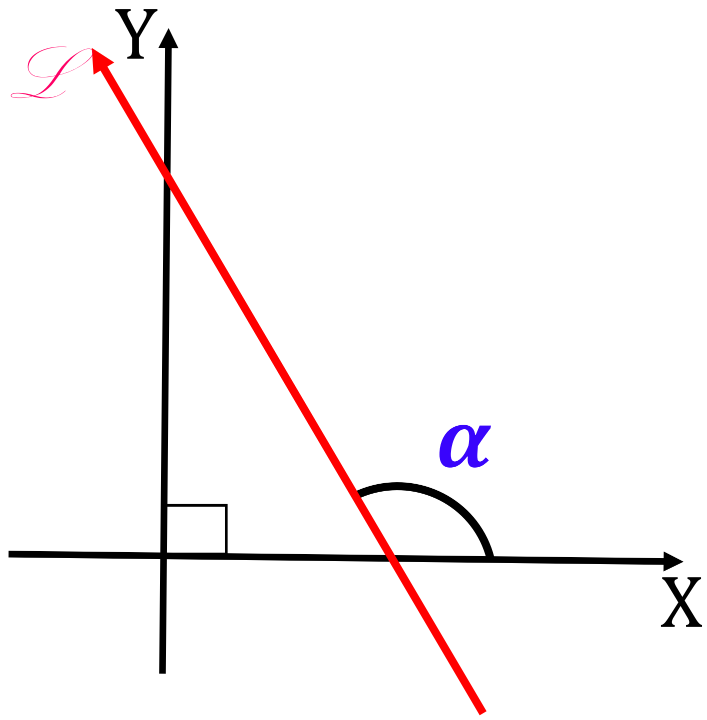
En matemáticas y en ciencias se denomina **pendiente** a la inclinación de un elemento lineal, natural o constructivo respecto de la horizontal.



ECUACIÓN DE LA RECTA

ÁNGULO DE INCLINACIÓN DE UNA RECTA





α *es el ángulo de inclinación de* $\mathscr{L}$

OBSERVACIÓN:

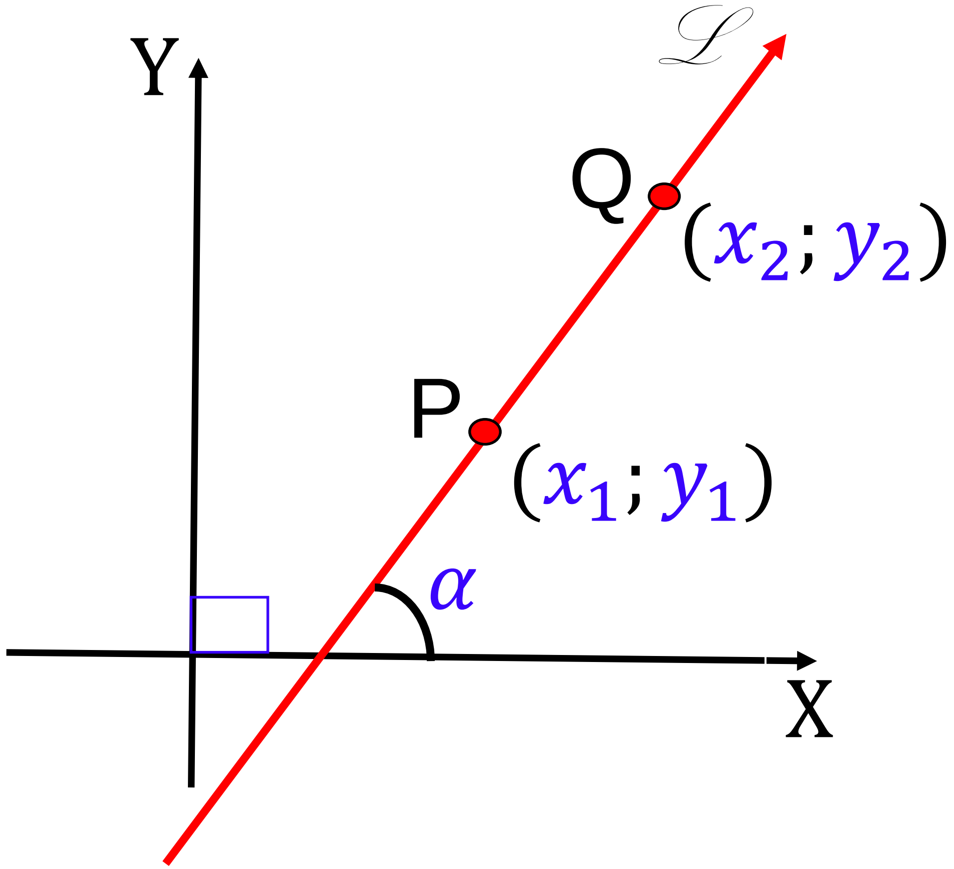
a) Recta horizontal

$$\alpha = 0^\circ$$

b) Recta vertical

$$\alpha = 90^\circ$$

PENDIENTE DE UNA RECTA (m)



$$m = tan(\alpha)$$

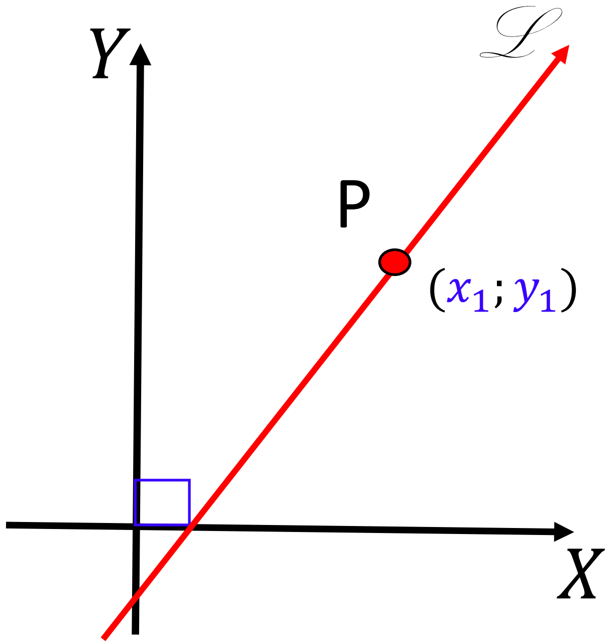
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

OBSERVACIÓN:

Las coordenadas de los puntos, se reemplazan con sus respectivos signos.

FORMAS DE LA ECUACIÓN DE UNA RECTA

a) Ecuación punto pendiente

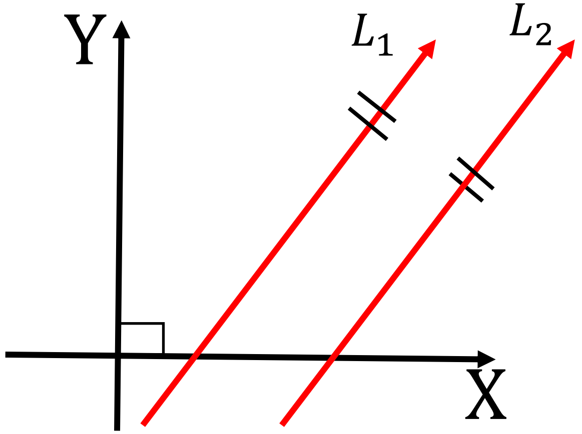


$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

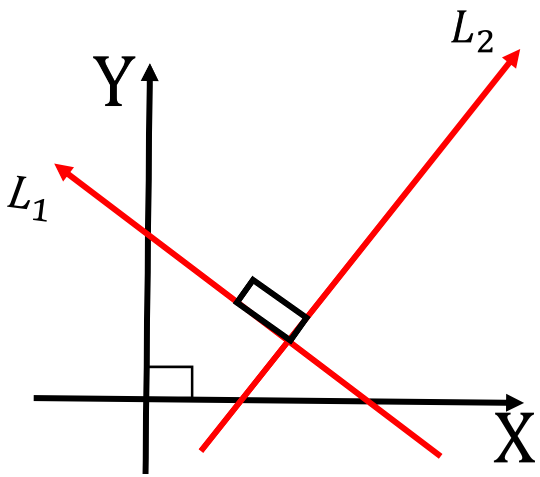
b) Ecuación general de una recta

$$Ax + By + C = 0 \quad \rightarrow \quad m = \frac{-A}{B}$$

Casos especiales:



$$m_1 = m_2$$



$$m_1 . m_2 = -1$$

1. Si los puntos (8; p) y (q; – 3) pertenecen a la recta $\mathscr{L}$: $2x - y - 13 = 0$, calcule p + q.

Resolución:

Como: (8; p) y (q; – 3) $\in \mathscr{L}$, entonces tienen que cumplir con la ecuación: $2\boldsymbol{x} - \boldsymbol{y} - 13 = 0$

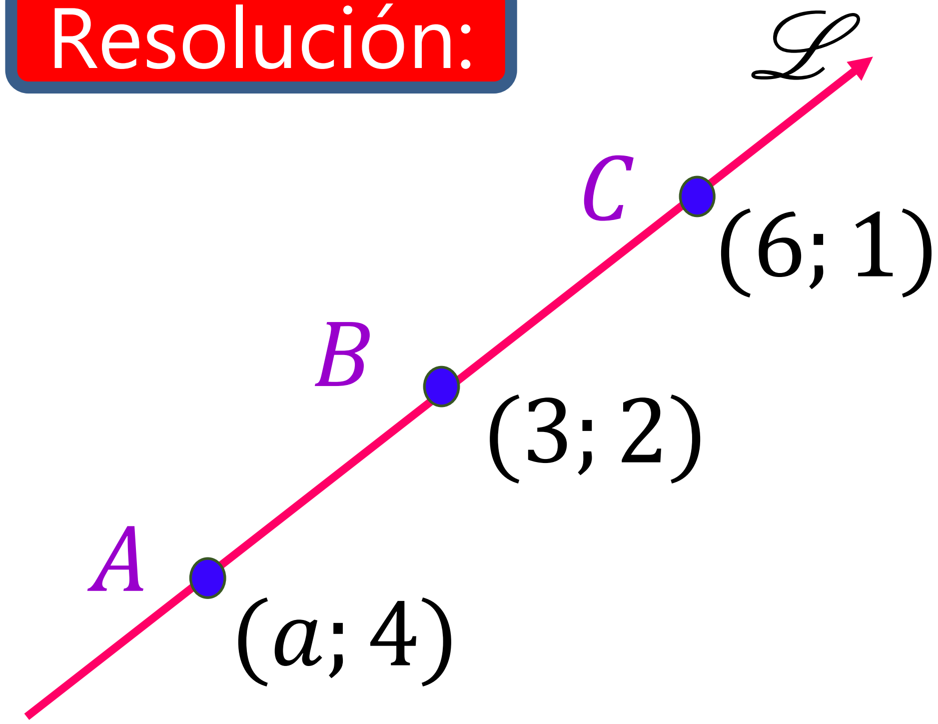
$2(\mathbf{8}) - \boldsymbol{p} - 13 = 0 \Rightarrow p = 3$

$2\boldsymbol{q} - (\mathbf{-3}) - 13 = 0 \Rightarrow q = 5$

$\therefore \boxed{p + q = 8}$

2. Si los puntos A(a; 4), B(3; 2) y C(6; 1) se encuentran sobre una misma recta, halle el valor de a.

Resolución:



Como los puntos A, B y C pertenecen a una misma recta:

$$m_{\overline{AB}} = m_{\overline{BC}} \qquad \boxed{m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}$$

$$\frac{4-2}{a-3} = \frac{2-1}{3-6} \;\Rightarrow\; \frac{2}{a-3} = \frac{1}{-3}$$

$$\therefore \; a = -3$$

3. Halle la ecuación de la recta $\mathscr{L}$ que pasa por el punto P(–2; 1) y tiene ángulo de inclinación de 37°.

Resolución:

Calculando pendiente de la recta $\mathscr{L}$:

$m = \tan 37°$ ➡ $\mathbf{m} = \frac{3}{4}$

Calculando la ecuación de la recta $\mathscr{L}$:

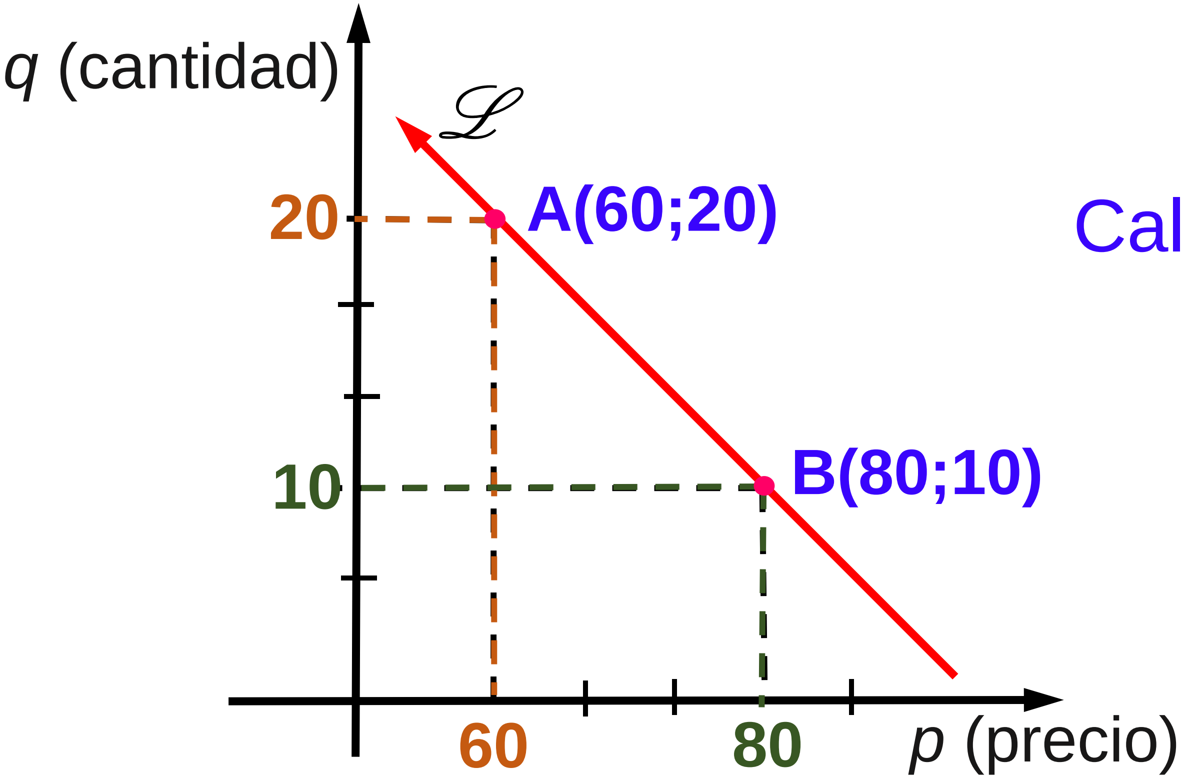
Como: $\mathbf{m} = \frac{3}{4}$ y P(–2;1) ∈ $\mathscr{L}$

$$\boxed{y - y_1 = m(x - x_1)}$$

➡ $\mathscr{L}: y - 1 = \frac{3}{4}(x - (-2))$ ∴ $\boxed{\mathscr{L}:\ 3x - 4y + 10 = 0}$

4. Cuando el precio de un producto es 80 soles se llegan a vender 10 unidades, pero cuando el precio baja a 60 soles llegan a vender 20 unidades del mismo producto. Halle la ecuación de la demanda si se sabe que esta es lineal.

Resolución:



Calculando pendiente de la recta $\mathscr{L}$

$$m = \frac{20-10}{60-80} \Rightarrow m = -\frac{1}{2}$$

Calculando la ecuación de la recta $\mathscr{L}$:

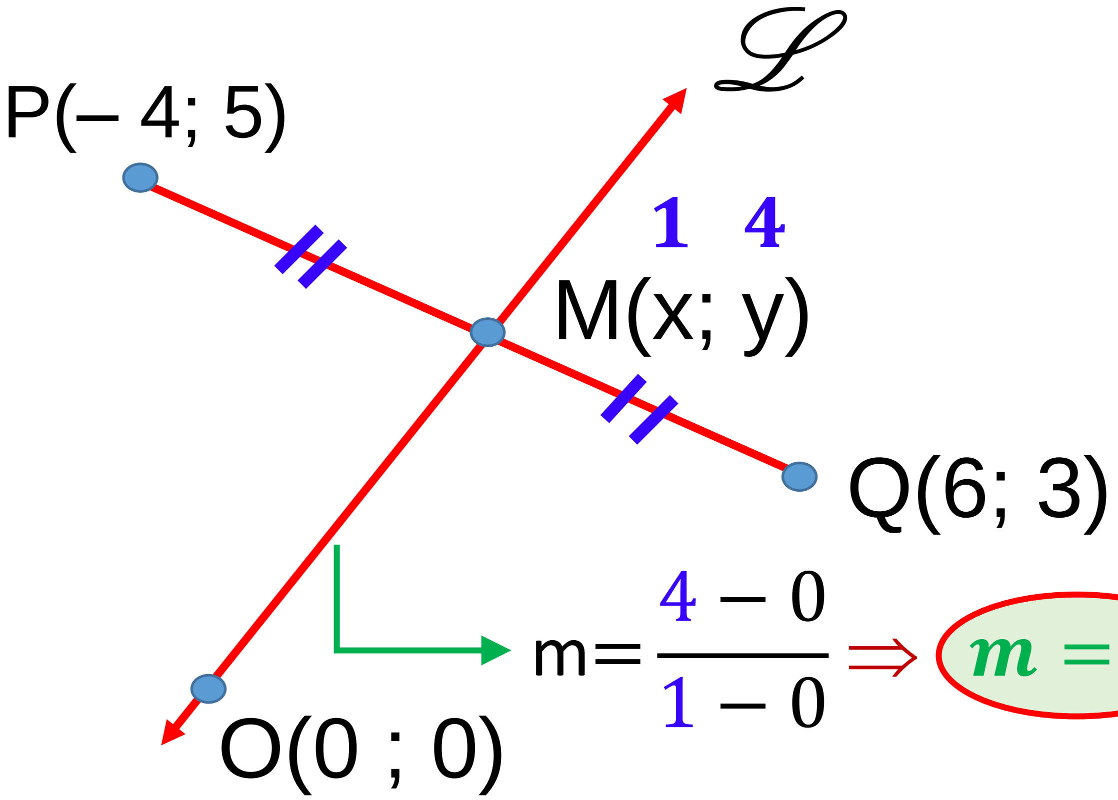
$$m = -\frac{1}{2} \quad y \quad A(60;20) \in \mathscr{L}$$

$$\Rightarrow \mathscr{L}: \ y - 20 = -\frac{1}{2}(x-60)$$

$$\therefore \boxed{\mathscr{L}: \ x + 2y - 100 = 0}$$

5. Se tiene los puntos P(–4; 5) y Q(6; 3). Halle la ecuación de la recta que pasa por el punto medio de $\overline{PQ}$ y el origen de coordenadas.

Resolución:



$$m=\frac{4-0}{1-0} \Rightarrow m=4$$

Como M es punto medio de $\overline{PQ}$

$$x=\frac{-4+6}{2} \quad x=1$$

$$y=\frac{5+3}{2} \quad y=4$$

Calculando la ecuación de $\mathscr{L}$

$$\boxed{y-y_1=m(x-x_1)}$$

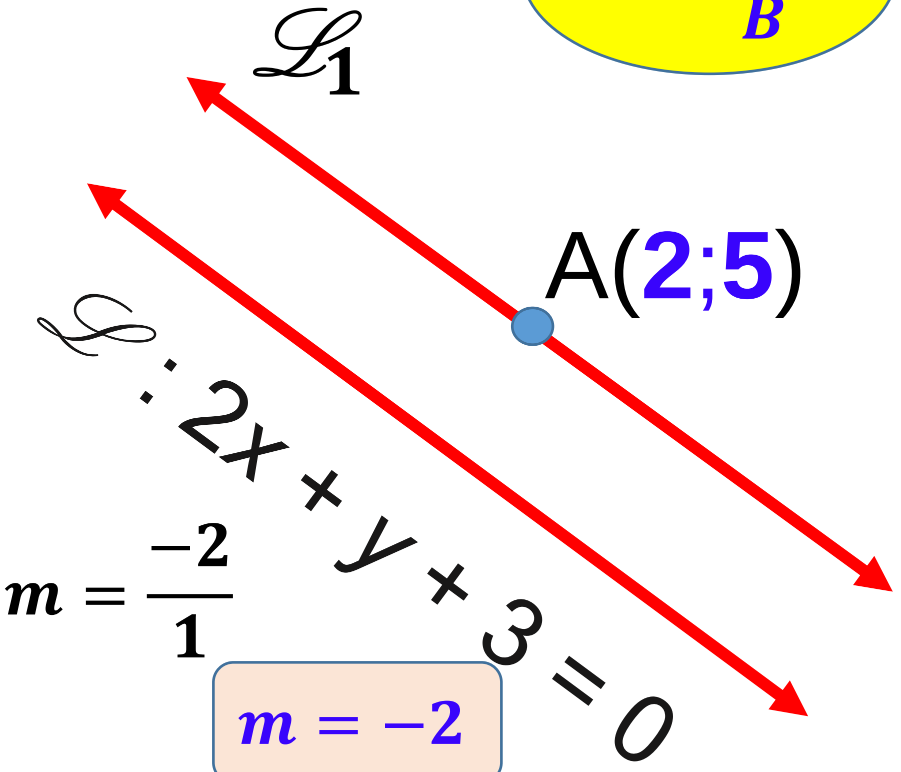
$$y-0=4(x-0)$$

$$\therefore \boxed{4x-y=0}$$

6. Halle la ecuación de la recta que pasa por el punto A(2;5) y es paralela a la recta $\mathscr{L}$: 2x + y + 3 = 0.

Resolución:

$$m = \frac{-A}{B}$$



$$m = \frac{-2}{1}$$

$$\boxed{m = -2}$$

Como $\mathscr{L}_1 // \mathscr{L}$ ➡ $m_{\mathscr{L}_1} = m_{\mathscr{L}}$

➡ $m_{\mathscr{L}_1} = -2$

Calculando la ecuación de $\mathscr{L}_1$

$$\boxed{y - y_1 = m_{\mathscr{L}_1}(x - x_1)}$$

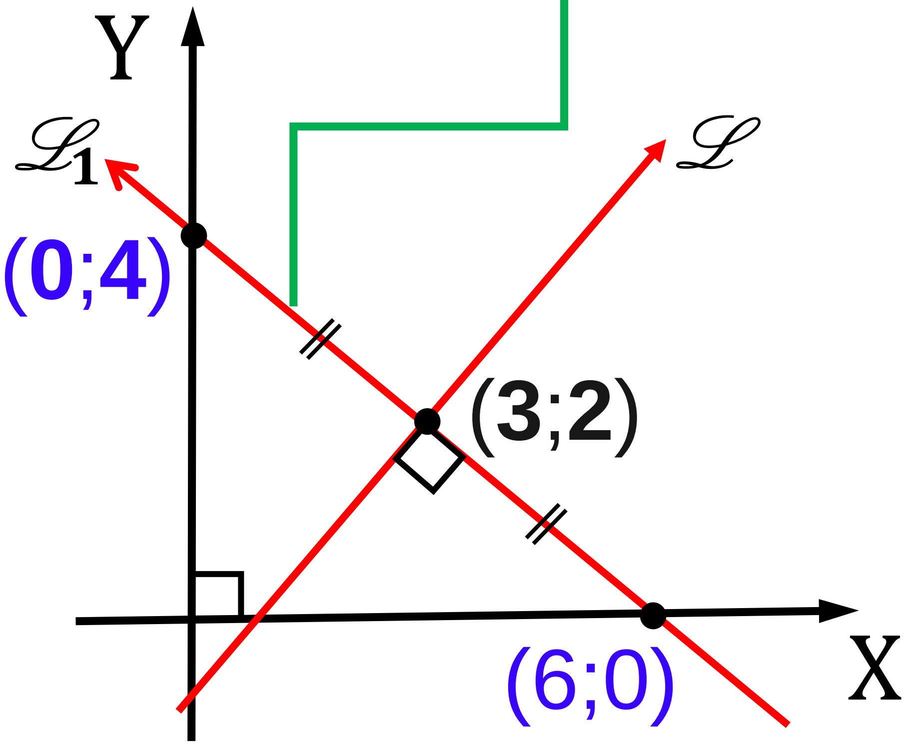
➡ $y - 5 = -2(x - 2)$

$\therefore$ $\boxed{2x + y - 9 = 0}$

7. Del gráfico, determine la ecuación de la recta $\mathscr{L}$.

Resolución:

$$m_1 = \frac{4-0}{0-6} = -\frac{2}{3}$$



Como: $\mathscr{L} \perp \mathscr{L}_1$

$\Rightarrow$ $m_1 . m_{\mathscr{L}} = -1$

$m_{\mathscr{L}} = \frac{3}{2}$

Calculando la ecuación de $\mathscr{L}$

$$y - y_1 = m_{\mathscr{L}}(x - x_1)$$

$$y - 2 = \frac{3}{2}(x - 3)$$

$\therefore$ $\boxed{3x - 2y - 5 = 0}$

8. Dadas las rectas: $\mathscr{L}_1: ax + 3y + 2 = 0$; $\mathscr{L}_2: 2x + 5y + 3 = 0$; $\mathscr{L}_3: 5y - bx - 8 = 0$ donde $\mathscr{L}_1$ y $\mathscr{L}_2$ son paralelas y $\mathscr{L}_2$ es perpendicular a $\mathscr{L}_3$. Calcule ab.

Resolución:

$$\mathscr{L}_1: ax + 3y + 2 = 0$$

$$\mathscr{L}_2: 2x + 5y + 3 = 0$$

$$\mathscr{L}_1 \,//\, \mathscr{L}_2$$

Las pendientes cumplen:

$$\frac{-a}{3} = \frac{-2}{5} \Rightarrow a = \frac{6}{5}$$

$$\mathscr{L}_2: 2x + 5y + 3 = 0$$

$$\mathscr{L}_3: 5y - bx - 8 = 0$$

$$\mathscr{L}_2 \perp \mathscr{L}_3$$

Las pendientes cumplen:

$$\frac{-2}{5} \cdot \frac{-5}{-b} = -1$$

$$b = 2$$

$$\boxed{Ax + By + C = 0}$$

$$m = \frac{-A}{B}$$

$$\therefore \boxed{ab = \frac{12}{5}}$$