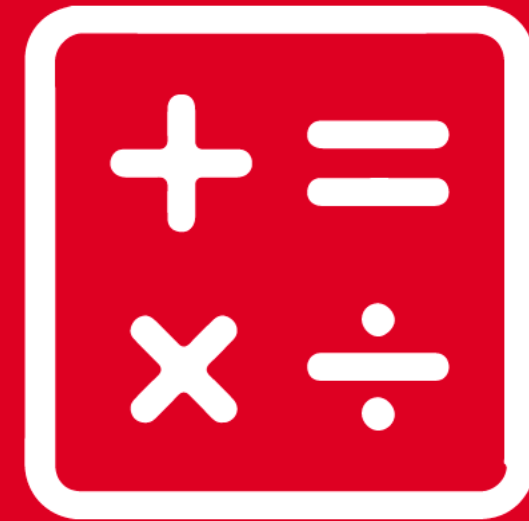




# MATHEMATICAL REASONING

**Chapter 10; 11 y 12**

**4th grade of secondary**



**RETROALIMENTACIÓN**

 **SACO OLIVEROS**

# LEYES DE COMPOSICIÓN



## HELICO | PRACTICE

1

La siguiente operación matemática está definida en el campo de los números enteros ( $\mathbb{Z}$ ).

$$a \Delta b = a + b - 7$$

Coloque verdad(V) o falsedad (F) según sea:

 Resolución:

a. La operación  $\Delta$  es conmutativa. ( V )

b. La operación es asociativa. ( V )

c. El elemento neutro es 7. ( V )

$$a \Delta b = a + b - 7$$

$$\underline{a \Delta e} = a + e - 7$$

$$\cancel{a} = \cancel{a} + e - 7$$

$$7 = e$$

d.  $5^{-1} = 8$  ( F )

$$\underline{5 \Delta 5^{-1}} = 5 + 5^{-1} - 7$$

$$= 5^{-1} - 2$$

$$9 = 5^{-1}$$

$\therefore \underline{\underline{V, V, V, F}}$

2

Se define en  $\mathbb{Z}$

Si:  $p \heartsuit q = p + q - 8$

Determine:

$$3^{-1} \heartsuit 11^{-1}$$

Recordemos:

$$a \heartsuit a^{-1} = a^{-1} \heartsuit a = e$$

De la operación:  $e = +8$

Resolución:

$$p \heartsuit q = p + q - 8$$

$$\underbrace{a \heartsuit a^{-1}}_e = a + a^{-1} - 8$$

$$e = a + a^{-1} - 8$$

$$8 = a + a^{-1} - 8$$

$$16 - a = a^{-1}$$

$$13 = 3^{-1}$$

$$5 = 11^{-1}$$

Piden:

$$3^{-1} \heartsuit 11^{-1}$$

$$13 \heartsuit 5 = 13 + 5 - 8$$

$$\therefore \underline{\underline{10}}$$

## HELICO | PRACTICE

3

Angélica discutía con su amiga Camila sobre la resolución más corta para este problema:

Si:

$$m \otimes n = \frac{mn}{2}$$

Calcule el valor de P

$$P = 3^{-1} \otimes 8^{-1}$$

Definida en  $\mathbb{R}$

Resolución:

Elemento neutro:

$$m \otimes n = \frac{mn}{2}$$

$$\underbrace{a \otimes e}_e = \frac{ae}{2}$$

$$\cancel{a} = \frac{\cancel{a}e}{2}$$

$$2 = e$$

$$P = 3^{-1} \otimes 8^{-1}$$

$$P = \frac{4}{3} \otimes \frac{1}{2} = \frac{\frac{4}{6}}{2} = \frac{4}{12}$$

$$m \otimes n = \frac{mn}{2}$$

$$\underbrace{a \otimes a^{-1}}_e = \frac{a \cdot a^{-1}}{2}$$

$$2 = \frac{a \cdot a^{-1}}{2}$$

$$\frac{4}{a} = a^{-1}$$

$$\therefore \underline{\underline{\frac{1}{3}}}$$



# FRACCIONES



## HELICO | PRACTICE

4

Cada año una moto pierde una fracción de su valor: el primer año,  $\frac{1}{3}$  de su valor; el segundo año, un cuarto de su nuevo valor y el tercer año,  $\frac{1}{5}$  de su nuevo valor. Si después de esos tres años, la moto se vende en 1200 dólares. ¿Cuál era su valor original?

 Resolución:

Piden el valor original de la moto ( $M$ ).

$$\begin{array}{rcccl} \text{PIERDE} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \\ & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\ \text{QUEDA} & \frac{2}{3} & \times \frac{3}{4} & \times \frac{4}{5} (M) & = \frac{2}{5} (M) \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{Después de 3 años: } \frac{2}{5} (M) &= 1200 \\ 2M &= 6000 \end{aligned}$$

$$\therefore M = \underline{\underline{3000}}$$

5

De un vaso lleno con agua, bebo la sexta parte y luego la cuarta parte del resto.  
¿Qué fracción de lo que queda debo volver a beber para que aún sobren los  $\frac{3}{8}$  del total?

## HELICO | PRACTICE

Resolución:

Piden la fracción que debo volver a beber.

BEBE

$$\frac{1}{4} \quad \frac{1}{6}$$

QUEDA

$$\frac{3}{4} \times \frac{5}{6} (24) = 15$$

$$\text{Me debe sobrar: } \frac{3}{8} (24) = 9$$

$$\text{Debe volver a beber: } 6 \rightarrow \frac{6}{15}$$

$$\therefore f = \underline{\underline{\frac{2}{5}}}$$

TOTAL DE AGUA





## HELICO | PRACTICE

6

Un cajón contiene  
 $\frac{2}{25}$  de huevos  
rotos del total. Si  
 $\frac{1}{10}$  de la diferencia  
entre el total y los  
huevos rotos es  
161, halle el número  
total de huevos.

 Resolución:

Piden determinar el total de huevos:  $x$

HUEVOS ROTOS:  $\frac{2}{25}x$

Luego

$$\frac{1}{10} \left( \frac{23}{25}x \right) = 161$$

$$\rightarrow x = 1750$$

$$\therefore \text{Total huevos} = \underline{\underline{1750}}$$

7

Los  $\frac{2}{3}$  de los profesores de un colegio son mujeres y 12 de los varones son solteros mientras que  $\frac{3}{5}$  de los profesores hombres son casados. El número total de profesores en este colegio es:

## HELICO | PRACTICE

*Resolución:*

Piden determinar el número total de profesores:  $x$

	SOLTEROS	CASADOS	
VARONES	12	$\frac{3}{5} \left( \frac{1}{3} (x) \right)$	$\frac{1}{3} (x)$
MUJERES			$\frac{2}{3} (x)$

$$\frac{2}{5} \left( \frac{1}{3} (x) \right) = 12 \quad \rightarrow \quad x = 90$$

$\therefore$  *Total profesores = 90*



# REDUCCIÓN A LA UNIDAD



8

A y B pueden hacer una obra en 20 días. A lo haría solo, en 30 días. Si A trabaja solo durante 10 días. ¿Cuántos días empleará B para terminar la obra?

## HELICO | PRACTICE

 Resolución:

	OBRATOTAL	EN1 DÍA
<b>A</b>	30 días	$\frac{1}{30}$
<b>B</b>	x días	$\frac{1}{x}$
<b>A + B</b>	20 días	$\frac{1}{20}$

$$\left( \frac{1}{30} + \frac{1}{x} = \frac{1}{20} \right) 60x$$

$$2x + 60 = 3x$$

$$60 = x$$

Ahora:

"A" trabajó sólo 10 días  
avanzó:  $\frac{1}{3}$  Obra

→ B debe realizar  $\frac{2}{3}(60)$

∴ 40 días

## HELICO | PRACTICE

9

Dos caños, A y B, pueden llenar un tanque en 12 horas; B y C lo pueden llenar en 10 horas; A y C, en 15 horas. Si se abren los tres caños al mismo tiempo estando el tanque lleno en su cuarta parte, ¿en cuánto tiempo completaría el llenado del tanque?

 Resolución:

Piden el tiempo del llenado de los  $\frac{3}{4}$  del tanque.

En 1h llenan:

$$\frac{1}{A} + \frac{1}{B} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{1}{B} + \frac{1}{C} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{A} + \frac{1}{C} = \frac{1}{15}$$



$$2 \left( \frac{1}{A} + \frac{1}{B} + \frac{1}{C} \right) = \frac{15}{60}$$

$$\frac{1}{A} + \frac{1}{B} + \frac{1}{C} = \frac{1}{8}$$

$$\rightarrow t_{\text{llenado}} = 8h$$

$$\therefore t_{\text{llenado de los } 3/4} = \frac{3}{4}(8) = \underline{\underline{6h}}$$

10

El obrero A puede hacer un trabajo en 10 días, B puede hacerlo en 12 días, y C en 15 días. El primer día A solo inicia el trabajo; el tercer día se le une B; luego en el sexto día se les une C y trabajan los tres hasta terminar la obra. ¿Cuántos días demora obra?

## HELICO | PRACTICE

 Resolución:

Piden el N° de días que demora la obra.

**En 1 día**

**A** → **6k**

**B** → **5k**

**C** → **4k**

*Obra total*  
**60k**

$$2(6k) + 3(11k) + x(15k) = 60k$$

$$12k + 33k + 15kx = 60k$$

$$15kx = 15k$$

$$x = 1$$

$$\text{Total de días: } 2 + 3 + 1 = 6 \quad \therefore \underline{\underline{6 \text{ días}}}$$