



# ARITHMETIC

## Chapter 1

**3rd**  
SECONDARY

Teoría de Conjuntos I



 **SACO OLIVEROS**

# MOTIVATING STRATEGY

**Será lo mismo**

Un cerillo



Una caia con un solo cerillo

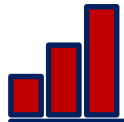


Si retiro el cerillo



# HELICO THEORY

1



CONJUNT



Noció

**Ejemplo**  $A = \{x / x \text{ es una vocal}\}$

$B = \{\text{fresa, pera, manzana,...}\}$

Notación

- Los conjuntos con letras mayúsculas: A, B, C,... y se representa mediante llaves: {},
- Los elementos con letras minúsculas: a, b, c,...

2



RELACIÓN DE PERTENENCIA

( $\in$ )

**Ejemplo** En el conjunto  $Q = \{a; e; i; o; u\}$ , se observa

✓  $a \in Q$

✓  $5 \notin Q$



CARDINAL DE UN CONJUNTO

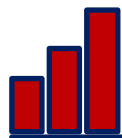
**Ejemplo**

✓  $A = \{x / x \text{ es una vocal}\}$

➔  $n(A) = |A| = \#(A) = 5$

# HELICO THEORY

3



## DETERMINACION DE UN CONJUNTO

A

Por comprensión  
o forma  
constructiva

B

Por extensión  
o forma  
tabular

Ejemplo

$$A = \{x + 1 \mid x \in \mathbb{Z}_+ \wedge 3 \leq x < 7\}$$

Del ejm anterior

$$x = 3; 4; 5; 6, \text{ piden } (x + 1)$$

$$A = \{4; 5; 6; 7\}$$

4



## CLASES DE CONJUNTOS

A

Conjunto  
finito

$$M = \{\text{los días de la semana}\}$$



$$n(M) = 7$$

B

Conjunto  
infinito

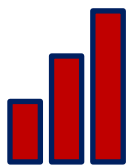
$$R = \{\text{los números pares}\}$$



$$n(R) = \dots?$$

# HELICO THEORY

5



RELACIONES

ENTRE

CONJUNTOS

A

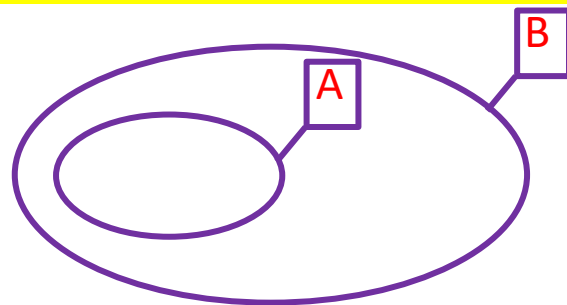
Inclusión  
subconjunto

o

Simbólicamente

$$A \subset B \leftrightarrow x \in A \rightarrow x \in B$$

Gráficamente



“A esta incluida en B”

“A es subconjunto de B”

“A esta contenida en B”

B

Conjuntos Iguales

Simbólicamente

$$A = B \leftrightarrow A \subset B \wedge B \subset A$$

Ejemplo

Si los conjuntos A y B son iguales

$$A = \{y + 3; 13\} \quad B = \{x - 5; 17\}$$

calcule  $x + y$

$$\bullet \quad x - 5 = 13$$

$$x = 18$$

$$\bullet \quad y + 3 = 17$$

$$y = 14$$

$$x + y = 32$$

# HELICO THEORY



## Conjuntos comparables

Simbólicamente

$$A \text{ comp. } B \leftrightarrow A \subset B \vee B \subset A$$

### Ejemplo

Dados los conjuntos

$$A = \{3; 4\}$$

$$B = \{1; 2; 3; 4; 5\}$$

$$C = \{1; 4; 5\}$$

$$D = \{1; 3; 4\}$$

### Resolución

$$A \subset B$$



$$C \subset B$$



$$A \subset D$$



$$D \subset B$$

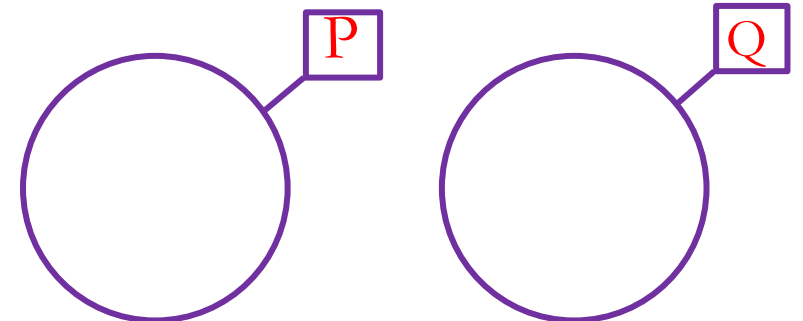


## Conjuntos disjuntos

$$P = \{x / x \text{ es un felino}\}$$

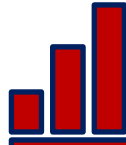
$$Q = \{x / x \text{ es un ave}\}$$

### Gráficamente



# HELICO THEORY

6



CONJUNTOS

NOTABLES

A

CONJUNTO UNIVERSAL ( $U$ )

Ejemplo  $M = \{Los\ felinos\}$

$N = \{Los\ aves\}$

Un posible conjunto universal que contiene a los anteriores es

$U = \{Conjunto\ de\ los\ animales\}$

B

CONJUNTO VACÍO ( $\emptyset$ )

Notación:  $\emptyset, \{\}$

Ejemplo:  $A = \{x / x\ es\ el\ actual\ inca\ del\ Perú\}$

C

CONJUNTO UNITARIO

Ejemplo:  $\checkmark A = \{m\}$   $\checkmark C = \{13; 13; 13\}$

$\checkmark B = \{\emptyset\}$   $\checkmark D = \{x / x\ satélite\ natural\ de\ la\ tierra\}$



# HELICO THEORY

## D CONJUNTO POTENCIA ( $P(A)$ )

$$n[P(A)] = 2^{n(A)}$$



$n(A)$  : cardinal o número de elementos

$n[P(A)]$ : número de subconjuntos o conjunto potencia

*Ejemplo* Si  $A = \{1; 2; 3\}$

$$n(A) = 3$$

$$n[P(A)] = 2^{n(A)} = 2^3 = 8 \text{ subconjuntos}$$

*Los cuales son*

$$P(A) = \{\{1\}; \{2\}; \{3\}; \{1; 2\}; \{1; 3\}; \{2; 3\}; \{1; 2; 3\}; \emptyset\}$$

Los subconjuntos propios de A serían

$$\{1\}; \{2\}; \{3\}; \{1; 2\}; \{1; 3\}; \{2; 3\}; \emptyset,$$

Es decir, todos los elementos de  $P(A)$  excepto  $A$ .





## RESOLUCIÓN

1. Determine por extensión el siguiente conjunto  
 $A = \{x^2 - 1 \mid x \in \mathbb{Z}; 4 < x < 9\}$

Dado que “x” pertenece al conjunto de los  $\mathbb{Z}$ , los valores que toma son:

$$x : 5; 6; 7; 8$$

Remplazando los valores “x” en la forma del elemento :

| x         | 5         | 6         | 7         | 8         |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| $x^2 - 1$ | $5^2 - 1$ | $6^2 - 1$ | $7^2 - 1$ | $8^2 - 1$ |

$$\therefore A = \{24; 35; 48; 63\}$$

RESOLUCIÓN

2. Determine por comprensión el conjunto  
 $B = \{12; 20; 30; 42; 56; 72; 90\}$

Los elementos se podrían expresar de la siguiente forma:

$3(4); 4(5); 5(6); 6(7); 7(8); 8(9); 9(10)$

Donde los valores  $3(4); 4(5); \dots; 9(10)$  se reemplazaran por dos variables consecutivas

$$\therefore B = \{ x(x+1) / x \in \mathbb{N}, 2 < x < 10 \}$$

## RESOLUCIÓN


- 3.** Dado el conjunto  
 $H = \left\{ \frac{2x+1}{2} \in \mathbb{Z}, 1 < x < 5 \right\}$ ,  
 calcule la suma de los  
 elementos del  
 conjunto H.

Piden:  $\frac{2x+1}{2} \in \mathbb{Z}$

Dándole forma a:  $1 < x < 5$

$$\frac{2(1)+1}{2} < \frac{2x+1}{2} < \frac{2(5)+1}{2}$$

$$1,5 < \mathbb{Z} < 3,5$$

  $H = \{2; 3; 4; 5\}$

∴ Suma de elementos es  
 14

## RESOLUCIÓN

4. Sabiendo que el conjunto  $A = \{3a+4; a^2-b-1; 19\}$  es un conjunto unitario, calcule  $a^2 - b^2$ .

Por ser UNITARIO:

$$3a+4 = 19$$

$$3a = 15$$

$$a = 5$$

$$a^2-b-1 = 19$$

$$a^2-b = 20$$

$$5^2-b = 20$$

$$b = 5$$

$$\therefore 5^2 - 5^2 = 25 - 25 = 0$$

**RESOLUCIÓN**

- 5.** Dados los conjuntos iguales:  
 $A = \{3a + 1; 2b + 1\}$  y  
 $B = \{15; b\}$ ,  
calcule  $a + b$ .

Por ser **CONJUNTOS IGUALES**:

$$3a + 1 = b$$

$$3a + 1 = 7$$

$$3a = 6$$

$$a = 3$$

$$2b + 1 = 15$$

$$2b = 14$$

$$b = 7$$

$$\therefore a + b = 3 + 7 = 10$$

## RESOLUCIÓN

6. ¿Cuántos subconjuntos tiene  $A = \{x^2 / x \in \mathbb{Z}, -2 < x < 8\}$ ?

Dado que “x” pertenece al conjunto de los  $\mathbb{Z}$ , los valores que toma son:

$$x : -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7$$

Remplazando los valores “x” en la forma del elemento :

|       |          |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| x     | -1       | 0     | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     |
| $x^2$ | $(-1)^2$ | $0^2$ | $1^2$ | $2^2$ | $3^2$ | $4^2$ | $5^2$ | $6^2$ | $7^2$ |



$$A = \{0; 1; 4; 9; 16; 25; 36; 49\}$$

$$n(A) = 8$$

Nº de Subconjuntos:  $2^{n(A)} = 2^8$

$$\therefore \text{Nº de Subconjuntos} = 256$$

**RESOLUCIÓN**

**7.** ¿Cuántos elementos tiene un conjunto que tiene 1023 subconjuntos propios?

N° de Subconjuntos Propios:  $2^{n(A)} - 1$



$$2^{n(A)} - 1 = 1023$$
$$2^{n(A)} = 1024$$
$$2^{n(A)} = 2^{10}$$

N° de Elementos:  $n(A) = 10$

**∴ El conjunto tiene 10 elementos**

**RESOLUCIÓN**

**8.** Luisa se propone preparar jugo, para ello cuenta con 8 frutas diferentes en su nevera. ¿Cuántos jugos surtidos diferentes puede preparar Luisa?

Por condición: Se tiene 8 frutas diferentes

  $n(A) = 8$

N° de Jugos Surtidos diferentes

$$2^{n(A)} - 1 - 8 = 2^8 - 1 - 8$$

**$\therefore$  N° de Jugos Surtidos diferentes = 247**