ALGEBRA

Chapter 17

5th
SECONDARY

RADICACIÓN–RADICALES DOBLES

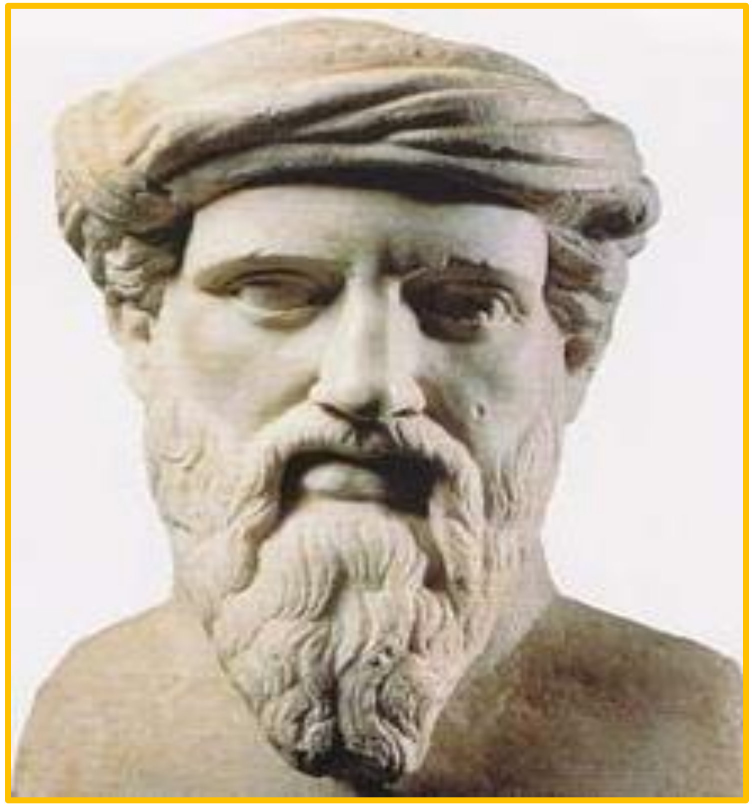
SACO OLIVEROS

SESIÓN 1

MOTIVATING STRATEGY

HISTORIA DE LA RADICACIÓN

- Todo comenzó con el llamado Teorema de Pitágoras, el cual establece la relación entre los lados de un triángulo rectángulo, que para el cálculo se emplea las raíces cuadradas.
- La raíz cúbica fue estimulada para hallar el lado de un cubo conociendo su volumen. O bien para hallar el radio de una esfera también conociendo su volumen.



REDUCCIÓN DE RADICALES SIMPLES

PROPIEDADES

$$\sqrt[n]{a \times b} = \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

Ejemplo:

Hallar el equivalente de:

$$\sqrt{80} = \sqrt{16 \times 5} = \sqrt{16} \times \sqrt{5} = 4\sqrt{5}$$

$$\sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{27}} = \frac{2}{3}$$

RADICALES SEMEJANTES

Ejemplos

1) $5\sqrt[3]{2} + 7\sqrt[3]{2} - 9\sqrt[3]{2} = (5 + 7 - 9)\sqrt[3]{2} = 3\sqrt[3]{2}$

2) $8\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + \sqrt{3} = 5\sqrt{3}$

RADICALES DOBLES

DEFINICIÓN

Son radicales en los cuales dentro de un radical (radical mayor) se encuentra otros radicales ligados con operaciones de adición y sustracción .

Ejemplos

$$\sqrt{8+\sqrt{28}}$$

$$\sqrt{6-2\sqrt{10}}$$

TRANSFORMACIÓN DE RADICALES DOBLES A RADICALES SIMPLES

Radicales de la forma $\sqrt{A \pm \sqrt{B}}$

1.- Forma general

$$\sqrt{A \pm \sqrt{B}} = \sqrt{\frac{A+C}{2}} \pm \sqrt{\frac{A-C}{2}}$$

Donde: $A > \sqrt{B}$

$$c = \sqrt{A^2 - B}$$

Ejemplo: Transforme a radicales simples:

$$\sqrt{8 + \sqrt{28}}$$

$A=8$

$B=28$

$C = \sqrt{8^2 - 28} = \sqrt{36} = 6$

$$\sqrt{8 + \sqrt{28}} = \sqrt{\frac{8+6}{2}} + \sqrt{\frac{8-6}{2}}$$

$$\boxed{\sqrt{7} + 1}$$

2.- Forma práctica

$$\sqrt{\underset{x+y}{A} \pm 2\sqrt{\underset{x \times y}{B}}} = \sqrt{x} \pm \sqrt{y}$$

Donde $x > y$

Ejemplo 1:

Transforme a radicales simples:

$$\sqrt{\underset{7\,+\,3}{10} + 2\sqrt{\underset{7\,\times\,3}{21}}} = \boxed{\sqrt{7} + \sqrt{3}}$$

Ejemplo 2:

Transforme a radicales simples:

$$\sqrt{\underset{11\,+\,2}{13} - 2\sqrt{\underset{11\,\times\,2}{22}}} = \boxed{\sqrt{11} - \sqrt{2}}$$

HELICO PRACTICE

1

Efectúe

$$E = \sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 10\sqrt{2} - 5\sqrt{2}$$

Resolución

$$E = 1\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 10\sqrt{2} - 5\sqrt{2}$$

$$E = (1 + 3 + 10 - 5)\sqrt{2}$$

$$E = 9\sqrt{2}$$

$$\boxed{\therefore\ E = 9\sqrt{2}}$$

2

Efectúe

$$T = 12\sqrt[3]{2} - 7\sqrt[3]{2} + 3\sqrt[3]{2} - 8\sqrt[3]{2}$$

Resolución

$$T = 12\sqrt[3]{2} - 7\sqrt[3]{2} + 3\sqrt[3]{2} - 8\sqrt[3]{2}$$

$$T = (12 - 7 + 3 - 8)\sqrt[3]{2}$$

$$T = 0\sqrt[3]{2}$$

$$\boxed{\therefore\ T = 0}$$

3 *La edad de la psicóloga del colegio Saco Oliveros es* $\dfrac{4A^4}{9}$, *luego de simplificar* $A = \dfrac{5\sqrt{2}+3\sqrt{2}+7\sqrt{2}}{3\sqrt{2}+2\sqrt{2}}$ *¿Cuál será su edad dentro de 4 años?*

Resolución

$$A = \frac{5\sqrt{2}+3\sqrt{2}+7\sqrt{2}}{3\sqrt{2}+2\sqrt{2}}$$

$$A = \frac{15\cancel{\sqrt{2}}}{5\cancel{\sqrt{2}}}$$

$$A = 3$$

$$Edad = \frac{4A^4}{9} = \frac{4(3^4)}{9}$$

$$= \frac{4(\cancel{81}^{\,9})}{\cancel{9}_{\,1}} = 36$$

∴ Dentro de 4 años la edad será = 40

4

Indique el resultado de

$$H = \frac{\sqrt{32}+\sqrt{50}+\sqrt{18}}{\sqrt{2}}$$

Resolución

$$H = \frac{\sqrt{32}+\sqrt{50}+\sqrt{18}}{\sqrt{2}}$$

$$H = \sqrt{\frac{32}{2}} + \sqrt{\frac{50}{2}} + \sqrt{\frac{18}{2}}$$

$$H = \sqrt{16} + \sqrt{25} + \sqrt{9}$$

$$H = 4 + 5 + 3$$

$$\boxed{\therefore\ H = 12}$$

5

Reduzca

$$E = \sqrt{10 + 2\sqrt{24}} + \sqrt{15 - 2\sqrt{54}}$$

$$E = \sqrt{10 + 2\sqrt{24}} + \sqrt{15 - 2\sqrt{54}}$$

$$6 + 4 \quad 6 \times 4 \quad 9 + 6 \quad 9 \times 6$$

$$E = \cancel{\sqrt{6}} + \sqrt{4} + \sqrt{9} - \cancel{\sqrt{6}}$$

$$E = 2 + 3$$

$$E = 5$$

RECUERDA

FORMA PRÁCTICA

$$\sqrt{A \pm \sqrt{B}} = \sqrt{(x+y) \pm 2\sqrt{xy}}$$

$$\therefore E = 5$$

6

Indica el equivalente de

$$F = \sqrt{5 + 2\sqrt{6}} - \sqrt{5 - 2\sqrt{6}}$$

Resolución

$$F = \sqrt{\underbrace{5}_{3\,+\,2} + \underbrace{2\sqrt{6}}_{3\,\times\,2}} - \sqrt{\underbrace{5}_{3\,+\,2} - \underbrace{2\sqrt{6}}_{3\,\times\,2}}$$

$$F = \sqrt{3} + \sqrt{2} - (\sqrt{3} - \sqrt{2})$$

$$F = \cancel{\sqrt{3}} + \sqrt{2} - \cancel{\sqrt{3}} + \sqrt{2}$$

$$F = 2\sqrt{2}$$

$$\boxed{\therefore F = 2\sqrt{2}}$$

7

Simplifique

$$B = \sqrt{8 + 2\sqrt{15}} + \sqrt{12 - 2\sqrt{35}}$$

Resolución

$$B = \sqrt{\underset{5\,+\,3}{8} + \underset{5\,\times\,3}{2\sqrt{15}}} + \sqrt{\underset{7\,+\,5}{12} - \underset{7\,\times\,5}{2\sqrt{35}}}$$

$$B = \cancel{\sqrt{5}} + \sqrt{3} + \sqrt{7} - \cancel{\sqrt{5}}$$

$$B = \sqrt{3} + \sqrt{7}$$

$$\boxed{\therefore B = \sqrt{3} + \sqrt{7}}$$

8 *Obtenga el resultado de* $M=\sqrt{7+\sqrt{40}}-\sqrt{2}$

Resolución

$$M=\sqrt{7+\sqrt{40}}-\sqrt{2}$$

$$M=\sqrt{7+\sqrt{4\times 10}}-\sqrt{2}$$

$$M=\sqrt{7+2\sqrt{10}}-\sqrt{2}$$

$$\underbrace{5+2 \qquad 5\times 2}$$

$$M=\sqrt{5}+\cancel{\sqrt{2}}-\cancel{\sqrt{2}}$$

RECUERDA

FORMA PRÁCTICA

$$\sqrt{A\pm\sqrt{B}}=\sqrt{(x+y)\pm 2\sqrt{xy}}$$

$$\therefore\ M=\sqrt{5}$$