



# ARITHMETIC

## Chapter 16

### 4th of Secondary

RADICACION

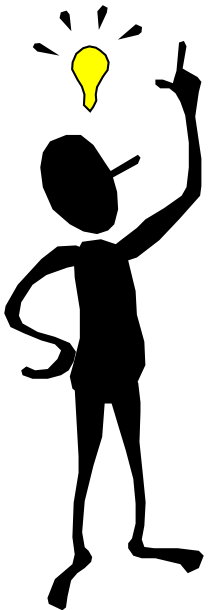


 **SACO OLIVEROS**

# MOTIVATING STRATEGY



La **radicación** se expresa con el símbolo  $\sqrt{\quad}$ , que es una variante de la letra latina “r”; siendo esta la primera letra de la palabra latina “**radix**” que significa raíz. En el siglo XVI el símbolo de la raíz no era “r”, sino la letra mayúscula “R” y junto a ella se escribía la primera letra de las palabras latinas **quadrus** (q) o la de **cubus** (c) señalando con ellos que la raíz a extraer es cuadrada o cúbica respectivamente. Por ejemplo, **Rq** 5329 significaba  $\sqrt{5329}$  y **Rc** 1278 significaba  $\sqrt[3]{1278}$





1

# RADICACIÓN

Es la operación general de extracción de raíces, de modo que al elevarla a una determinada potencia nos reproduce el número original (radicando).

Es decir :

$$\sqrt[n]{N} = k \leftrightarrow k^n = N$$

$$\forall N, n \in \mathbb{Z}^+$$

Donde :

- ✦  $n$ : índice.
- ✦  $N$ : *radicando*
- ✦  $k$ : *raíz*

2

# RAÍZ CUADRADA

A

## Raíz cuadrada exacta

Cuando el residuo es cero ( $r = 0$ )  
En General

$$\begin{array}{l} \vdots \\ \sqrt{N} \quad k \\ 0 \end{array} \rightarrow \boxed{N = k^2}$$

(cuadrado perfecto)

Ejm

$$\begin{array}{l} \sqrt{81} \quad 9 \\ 0 \end{array} \rightarrow \boxed{81 = 9^2}$$

B

## Raíz cuadrada inexacta

### 1. Por defecto

$$\begin{array}{l} \sqrt{N} \\ r_d \end{array} \quad k \rightarrow \boxed{N = k^2 + r_d}$$

$r_d$ : residuo por defecto

### 2. Por exceso

$$\begin{array}{l} \sqrt{N} \\ r_e \end{array} \quad k + 1 \rightarrow \boxed{N = (k + 1)^2 - r_e}$$

$r_e$ : residuo por exceso



3

# PROPIEDADES

*(Raíz Cuadrada)*

*a*

## Suma de residuos

$$r_d + r_e = 2k + 1$$

*b*

## Restos máximos y mínimos

$$(r_d; r_e)_{\min} = 1$$

$$(r_d; r_e)_{\max} = 2k$$



4

# RAÍZ CÚBICA

A

## Raíz cúbica exacta

El residuo es cero ( $r = 0$ )

En General :

$$\sqrt[3]{N}_0 \Big| k \rightarrow \boxed{N = k^3}$$

(cubo perfecto)

Ejm

$$\sqrt[3]{1728}_0 \Big| 12 \rightarrow 1728 = 12^3$$

B

## Raíz cuadrada inexacta

### 1. Por defecto

$$\sqrt[3]{N}_{r_d} \Big| k \rightarrow \boxed{N = k^3 + r_d}$$

$r_d$ : residuo por defecto

### 2. Por exceso

$$\sqrt[3]{N}_{r_e} \Big| k + 1 \rightarrow \boxed{N = (k + 1)^3 - r_e}$$

$r_e$ : residuo por exceso



1

**Al extraer la raíz cuadrada de  $N$  se obtuvo como raíz 24 y como residuo 19. Calcule la suma de cifras de  $N$ .**

Resolution:

Datos:

$$k = 24$$

$$r = 19$$

$$N = ?$$

$$N = k^2 + r$$

Reemplazando:

$$N = 24^2 + 19$$

$$N = 595$$

Suma de cifras de  $N$

$$\therefore 5 + 9 + 5 = 19$$

RPTA:

**19**



2

**Halle el residuo que se obtiene al extraer la raíz cuadrada de 51 982.**

**Resolution:**

$$\begin{array}{r}
 \sqrt{51982} \quad 227 \\
 \underline{4} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \\
 119 \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \\
 \underline{84} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \\
 3582 \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \\
 \underline{3129} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} \\
 453
 \end{array}$$

$42 \times 2 = 84$   
 $447 \times 7 = 3129$

$$N = k^2 + r$$

Reemplazando :

$$51982 = 227^2 + 453$$

$$\therefore r = 453$$

RPTA:

**453**



3

La cantidad de soldados que necesitaba el comandante argentino Rafael Mendoza para afrontar el conflicto de las Malvinas frente a Inglaterra era un número que al extraerle su raíz cuadrada se obtiene 21 de raíz; siendo el residuo máximo. Halle dicho número y dé como respuesta el producto de sus cifras.

Resolution:



Datos:

$$k = 21$$

$$r_{max} = 2k = 42$$

$$N = ?$$

$$N = k^2 + r$$

Reemplazando:

$$N = 21^2 + 42$$

$$N = 483$$

Producto de cifras de N

$$\therefore 4 \times 8 \times 3 = 96$$

RPTA:

96



4

**Halle un número sabiendo que al extraerle su raíz cuadrada se obtiene un residuo mayor posible que es igual a 70.**

Resolution :

**Datos:**

$$r_{max} = 2k = 70$$

$$k = 35$$

$$N = ?$$

$$N = k^2 + r$$

Reemplazando

$$\therefore N = 35^2 + 70$$

$$N = 1295$$

RPTA:

**1295**

5

**Al extraer la raíz cúbica de un número entero se obtuvo un residuo máximo igual a 630. Calcule la suma de cifras de dicho número.**

Resolution :

$${}^3\sqrt{N} \Big| k$$

$$r_{\text{máx}} = 630 \Big| \text{---}$$

$$r_{\text{máx}} = 630$$

$$3k(k+1) = 630$$

$$k(k+1) = 210$$

$$k(k+1) = 14(14+1)$$

$$k = 14$$

$$N = k^3 + r_{\text{max}}$$

$$N = 14^3 + 630$$

$$N = 3374$$

$$\therefore \text{suma de cifras} = 17$$

RPTA:

17

6

Si  $\sqrt{\overline{380pr} \mid \overline{mn5}}$   
 $\quad \quad \quad 0$

calcule  $mnpr$ .

Resolution:

$$N = k^2 + r$$

$$\overline{380pr} = (\overline{mn5})^2$$

$$\begin{aligned} p &= 2 \\ r &= 5 \end{aligned}$$

Calculando el valor de  $m$  y  $n$ :

$$\overline{mn} (\overline{mn} + 1) = 380$$

$$\overline{mn} (\overline{mn} + 1) = 19(19 + 1)$$

$$m = 1$$

$$n = 9$$

$$\begin{aligned} \therefore mnpr &= 1.9.2.5 \\ &= \mathbf{90} \end{aligned}$$

RPTA:

**90**

**Al extraer la raíz cuadrada de un número por defecto y por exceso se obtuvo como residuos 23 y 60, respectivamente. ¿Cuál es el valor del radicando?**

**Resolution:**

$$r_d = 23 ; r_e = 60$$

**recordar :**



$$r_d + r_e = 2k + 1$$

$$23 + 60 = 2k + 1$$

$$83 = 2k + 1$$

$$41 = k$$

$$\begin{array}{l} \sqrt{N} \mid k = 41 \\ 23 = r_d \end{array}$$

$$\therefore N = 41^2 + 23 = 1704$$

**RPTA:**

**1704**



8

**La suma de un número, su raíz cuadrada y el residuo que es máximo suman 374. Halle dicho número.**

$$\underbrace{N} + k + \underbrace{r_{\text{máx}}} = 374$$

$$k^2 + 2k + k + 2k = 374$$

$$k^2 + 2k = 374$$

$$k(k + 5) = 17(17 + 5)$$

$$k = 17$$

$$\therefore N = 17^2 + 34 = 323$$

Resolution:

$$2k = r_{\text{máx}} \quad \left| \begin{array}{l} \sqrt{N} \\ k \end{array} \right.$$

RPTA:

**323**