ÁLGEBRA

Retroalimentación

$$P(x) \equiv a_0x^n + a_1x^{n-1} + \ \ldots + a_{n-1}x + a_n$$

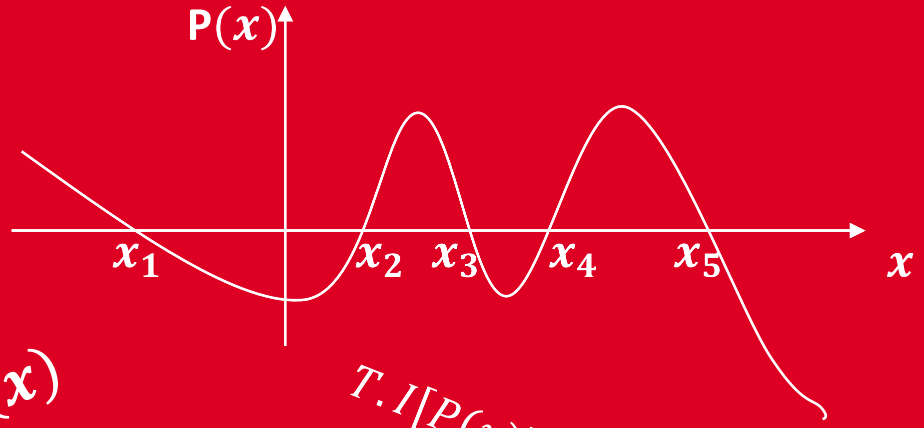
$$\sum coeficientes\ P(x) = P(1)$$

$$P(x) \equiv 0$$

$$G.A(P)$$

5th

of Secondary



$$G.R(x)$$

$$T.I[P(x)] = P(0)$$

Tomo 1

SACO OLIVEROS

1. Halle la suma de coeficientes y el término independiente de :

$P(x-2) = 3(x+1)^3 - (x-5)(x-2) + 2x - 100$

RESOLUCIÓN :

- **$\sum$ coeficientes = P(1)**

$x - 2 = 1$
$x = 3$

$P(1) = P(3-2) = 3(3+1)^3 - (3-5)(3-2) + 2(3) - 100$

$P(1) = 3(4)^3 - (-2)(1) + 6 - 100$

$P(1) = 192 + 2 + 6 - 100 = 100$

- **T.I [P(x)] = P(0)**

$x - 2 = 0$
$x = 2$

$P(0) = P(2-2) = 3(2+1)^3 - (2-5)(2-2) + 2(2) - 100$

$P(0) = 3(3)^3 - (-3)(0) + 4 - 100$

$P(0) = 81 + 0 + 4 - 100 = -15$

✓ $\sum coeficientes = 100$
✓ $T.I[P(x)] = -15$

2. Si: $P(x+5) = x^2 - 2x - 20$
Determine $P(x)$

RESOLUCIÓN :

Haciendo un cambio de variable:

$$x+5=m$$
$$x=m-5$$

$$P(\underbrace{x}_{m-5}+5) = \underbrace{x}_{m-5}^2 - 2\underbrace{x}_{m-5} - 20$$

$$P(m) = (m-5)^2 - 2(m-5) - 20$$

$$P(m) = m^2 - 10m + 25 - 2m + 10 - 20$$

$$P(m) = m^2 - 12m + 15$$

$$\therefore P(x) = x^2 - 12x + 15$$

3. Si se cumple:

$$P(x-3)=2x-7 \quad \ldots \quad (\mathrm{I})$$

$$P(Q(x))=8x+3 \quad \ldots (\mathrm{II})$$

Además $Q(3)$ es la edad de Pepe. ¿Qué edad tendrá Pepe dentro de 6 años?

RESOLUCIÓN :

Cambiando x por $\mathrm{Q(x)}+3$ y reemplazando en la ecuación (I):

$$P(Q(x)+3-3)=2[Q(x)+3]-7$$

$$\underbrace{P\big(Q(x)\big)}=2Q(x)-1$$

Reemplazando la ecuación (II)

$$8x+3=2Q(x)-1 \quad 8x+4=2Q(x) \quad \boxed{Q(x)=4x+2}$$

Edad actual de Pepe : $Q(3)=4(3)+2=14$

$\therefore$ ***Dentro de 6 años su edad será 20 años***

4. Dados los polinomios:

$$P(x) = (a+b-4)x^2 + (a+c+2)x + (b+c+4)$$

$$Q(x) = 3x^2 + 7x + 10$$

Donde: $P(x) \equiv Q(x)$, calcule: $a+b+c$

RESOLUCIÓN :

COMO $P(x) \equiv Q(x)$

- $P(x) = (\boxed{a+b-4})x^2 + (\boxed{a+c+2})x + (\boxed{b+c+4})$
- $Q(x) = \boxed{3}x^2 + \boxed{7}x + \boxed{10}$

$$\begin{cases} a+b-4 = 3 \\ a+c+2 = 7 \\ b+c+4 = 10 \end{cases}$$

$a+b = 7$

$a+c = 5$

$b+c = 6$

$2(a+b+c) = 18$

$a+b+c = 9$

$\therefore\ \boldsymbol{a+b+c=9}$

5. Dado el polinomio

$P(x) = 5 + (2n - 7)x^{m-4} + (m + 3)x^{n-1} - (3p - 8)x^{p-7}$

es completo y ordenado.

Calcule la suma de coeficientes de $P(x)$

RESOLUCIÓN :

COMO ES UN POLINOMIO COMPLETO Y ORDENADO

GRADO 0

$$P(x) = 5 + (2n - 7)x^{\overset{1}{m-4}} + (m + 3)x^{\overset{2}{n-1}} - (3p - 8)x^{\overset{3}{p-7}}$$

ASCENDENTE

$$\begin{cases} m - 4 = 1 \Rightarrow \boxed{m = 5} \\ n - 1 = 2 \Rightarrow \boxed{n = 3} \\ p - 7 = 3 \Rightarrow \boxed{p = 10} \end{cases}$$

NOS PIDEN:

$$\sum coeficientes = 5 + 2n - 7 + m + 3 - (3p - 8)$$

$$\sum coeficientes = 9 + m + 2n - 3p$$

$$\sum coeficientes = 9 + 5 + 2(3) - 3(10)$$

$$\therefore \sum coeficientes = -10$$

6. Si:

$$a(3x+2y)+b(2x+5y)\equiv 12x+19y$$

Efectúe $\mathrm{M}=a^b+b^a$

RESOLUCIÓN :

$$a(3x+2y)+b(\,2x+5y)\ \equiv 12x+19y$$

$$\underline{3ax}+\underline{2ay}+\underline{2bx}+\underline{5by}\quad\equiv 12x+19y$$

$$(\underline{3a+2b})x+(\underline{2a+5b})y\equiv \underline{12}x+\underline{19}y$$

$$\begin{cases}[\,3a+2\,b\ =12\,]\times 2\\ [\,2a\ +5b=19\,]\times 3\end{cases}$$

$$\begin{cases}\cancel{6a}+4\,b\ =24\\ \cancel{6a}+15b=57\end{cases}\quad -$$

$$11b\ \ =33$$

$$\boxed{b=3}$$

$$\boxed{a=2}$$

$$\mathrm{M}=a^b+b^a=2^3+3^2$$

$$\boxed{\therefore\ \boldsymbol{M=17}}$$

7. Sabiendo que:

$$(x+y+5z)^2+(x+y-5z)^2=20z(x+y)$$

Simplifique

$$M=\frac{x^3+y^3+x+y-4z}{5z}-(x^2-xy+y^2)$$

RECORDAR :

- $(a+b)^2+(a-b)^2=2(a^2+b^2)$
- $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$
- $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

RESOLUCIÓN :

$$\underbrace{(x+y+5z)^2+(x+y-5z)^2}=20z(x+y)$$

$$2\left[(x+y)^2+(5z)^2\right]=20z(x+y)$$

$$(x+y)^2+(5z)^2=10z(x+y)$$

$$\underbrace{(x+y)^2-2(x+y)(5z)+(5z)^2}=0$$

$$(x+y-5z)^2=0$$

$$\Rightarrow\ x+y-5z=0\ \Rightarrow\ \boxed{x+y=5z}$$

$$M=\frac{x^3+y^3+x+y-4z}{5z}-(x^2-xy+y^2)$$

$$M=\frac{\overbrace{(x+y)}^{\cancel{5z}}(x^2-xy+y^2)}{\cancel{5z}}+\frac{\overbrace{x+y}^{5z}-4z}{5z}-(x^2-xy+y^2)$$

$$M=\cancel{(x^2-xy+y^2)}+\frac{1}{5}-\cancel{(x^2-xy+y^2)}$$

$$M=\frac{1}{5}$$

$$\boxed{\therefore M=\frac{1}{5}}$$

8. La suma de tres números es 21 y la suma de sus cuadrados es 179. ¿Cuál es la suma de los productos de dichos números tomados de 2 en 2? (UNMSM 2017-II).

RESOLUCIÓN :

Suma de tres números: $\boxed{a+b+c=21}$

Suma de sus cuadrados: $\boxed{a^2+b^2+c^2=179}$

Suma de los productos de 2 en 2

Recordar: $(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2\boxed{(ab+ac+bc)}$

$$(21)^2 = 179 + 2(ab+ac+bc)$$

$$441 = 179 + 2(ab+ac+bc) \Rightarrow ab+ac+bc = 131$$

$\therefore$ *la suma de los productos de 2 en 2 es 131*

9. Si $a+b+c=0$

Calcule el valor de:

$$R=\frac{(2a+b+c)^2+(a+2b+c)^2+(a+b+2c)^2}{ab+ac+bc}$$

RESOLUCIÓN :

Por dato:

$$a+b+c=0 \Rightarrow \begin{cases} 2a+b+c=a \\ a+2b+c=b \\ a+b+2c=c \end{cases}$$

Reemplazando:

$$R=\frac{(a)^2+(b)^2+(c)^2}{ab+ac+bc}$$

Recordar :

Si $a+b+c=0$

$\Rightarrow$ $a^2+b^2+c^2=-2(ab+ac+bc)$

Reemplazando en R :

$$\Rightarrow R=\frac{-2(\cancel{ab+ac+bc})}{\cancel{ab+ac+bc}}$$

$$\boxed{\therefore R=-2}$$

10. Calcule el valor de:

$$M=(1+x^2)(1-x^2)(1-x^2+x^4)(1+x^2+x^4)(1+x^{12}+x^{24})$$

Si $x=\sqrt[12]{2}$

Recordar:

- ✓ $(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$
- ✓ $(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$
- ✓ $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

RESOLUCIÓN :

$$M=\underline{(1+x^2)}\,\underline{(1-x^2)}\,\underline{(1-x^2+x^4)}\,\underline{(1+x^2+x^4)}(1+x^{12}+x^{24})$$

$$M=\underline{(1+x^6)\ (1-x^6)}(1+x^{12}+x^{24})$$

$$M=\underbrace{(1-x^{12})(1+x^{12}+x^{24})}$$

$$M=1-x^{36}$$

Por dato: $x=\sqrt[12]{2}$

$$M=1-(\sqrt[12]{2})^{36}=1-2^3$$

$$\boxed{\therefore M=-7}$$

GRACIAS POR SU ATENCIÓN!!

El aprendizaje es experiencia, todo lo demás es información

Albert Einstein