

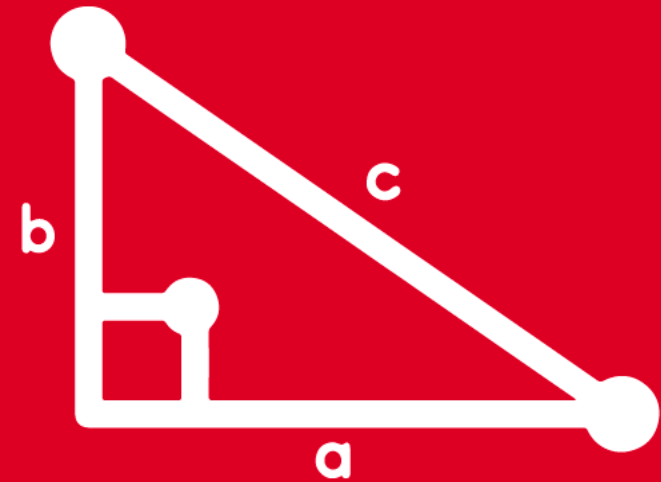


# TRIGONOMETRY

## Chapter 11 Sesión 11

**4th**  
SECONDARY

REDUCCIÓN AL PRIMER  
CUADRANTE I



 **SACO OLIVEROS**



Fácilmente recordamos el  $\text{sen}30^\circ$ ,  $\text{cos}60^\circ$ ,  $\text{tan}45^\circ$ ...  
Pero ¿te has preguntado lo siguiente?

¿A qué es igual  
 $\text{sen}150^\circ$  ?

¿A qué es igual  
 $\text{cos}300^\circ$  ?

¿A qué es igual  
 $\text{tan}225^\circ$  ?



En este capítulo desarrollaremos las razones trigonométricas de ángulos que no son agudos.

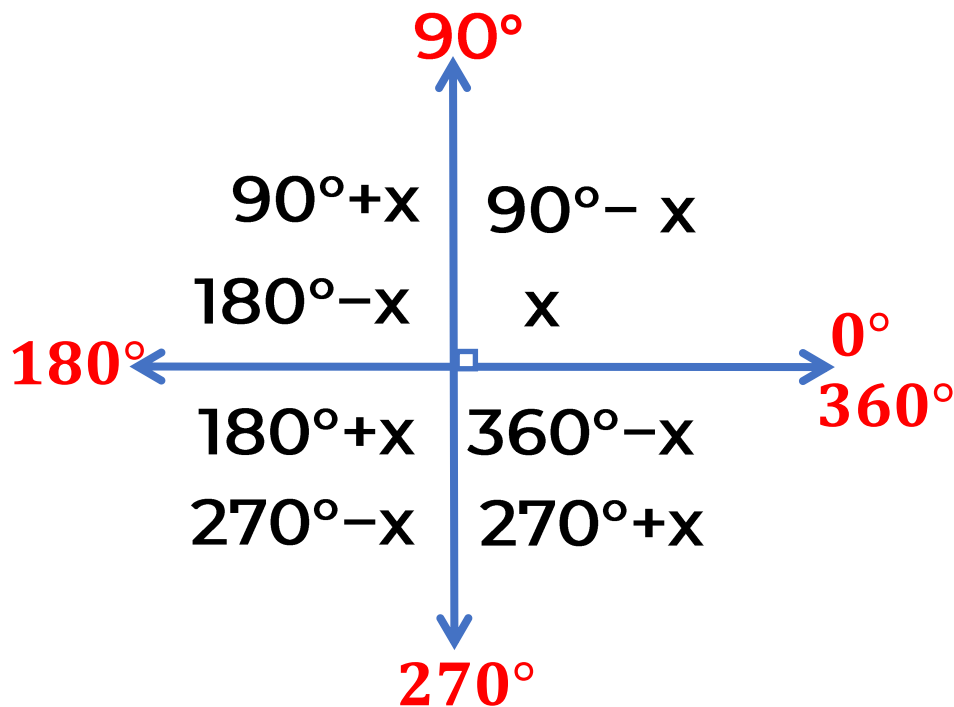




# REDUCCIÓN AL PRIMER

## CUADRANTE

**1ºCASO:** Para ángulos positivos menores a una vuelta



$$RT\left(\frac{180^\circ}{360^\circ} \pm x\right) = \pm RT(x)$$

$$RT\left(\frac{90^\circ}{270^\circ} \pm x\right) = \pm \text{CO-RT}(x)$$

El signo ( $\pm$ ) del segundo miembro depende de la RT y el cuadrante al cual pertenece el ángulo a reducir.





## 2ºCASO: Para ángulos negativos

$$\text{sen}(-x) = - \text{sen}x$$

$$\text{cos}(-x) = \text{cos}x$$

$$\text{tan}(-x) = - \text{tan}x$$

$$\text{csc}(-x) = - \text{csc}x$$

$$\text{sec}(-x) = \text{sec}x$$

$$\text{cot}(-x) = - \text{cot}x$$

### Ejemplos: Reducir.

- $\text{csc}(90^\circ + x) = \text{sec}x$
- $\text{tan}(180^\circ - x) = - \text{tan}x$
- $\text{cos}(270^\circ + x) = \text{sen}x$
- $\text{sen}(- 30^\circ) = - \text{sen}30^\circ$
- $\text{tan}(- 45^\circ) = - \text{tan}45^\circ$
- $\text{cos}(- 60^\circ) = \text{cos}60^\circ$





1. En la zona de Pachacamac el costo del metro cuadrado está dado por:  
 $P = 100(2\sqrt{3}\sec 330^\circ - \sqrt{3}\tan 300^\circ)$   
 Si P está en dólares. ¿Cuál es el precio de un terreno de 80 m<sup>2</sup>?

### RESOLUCIÓN

*IVC*

*IVC*

$$P = 100(2\sqrt{3} \sec(\overbrace{360^\circ - 30^\circ}^{IVC}) - \sqrt{3} \tan(\overbrace{360^\circ - 60^\circ}^{IVC}))$$

$$P = 100(2\sqrt{3} \cdot (\sec 30^\circ) - \sqrt{3} \cdot (-\tan 60^\circ))$$

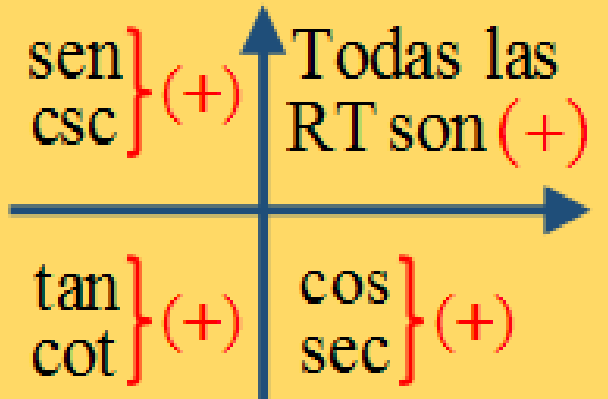
$$P = 100(2\cancel{\sqrt{3}} \cdot \frac{2}{\cancel{\sqrt{3}}} - \sqrt{3} \cdot (-\sqrt{3}))$$

$$P = 100(4 + 3)$$

$$P = \$700 \quad \rightarrow \quad \text{Costo terreno} = \$700 \times 80 =$$

$$\therefore \text{Costo terreno} = \$56000$$

**Recordar:**





## 2. Efectúe.

$$A = \frac{\csc(-150^\circ) + 4\sec(-217^\circ)}{\tan 315^\circ}$$

**RESOLUCIÓN**

$$A = \frac{\overbrace{-\csc 150^\circ}^{IIC} + 4\overbrace{\sec 217^\circ}^{IIIC}}{\underbrace{\tan 315^\circ}_{IVC}}$$

$$A = \frac{-\csc(180^\circ - 30^\circ) + 4\sec(180^\circ + 37^\circ)}{\tan(360^\circ - 45^\circ)}$$

$$A = \frac{-(\csc 30^\circ) + 4(-\sec 37^\circ)}{-\tan 45^\circ}$$

$$A = \frac{-2 - 4 \cdot \left(\frac{5}{4}\right)}{-1}$$

$$A = \frac{-7}{-1}$$

**Recordar:**

$$\sec(-x) = \sec(x)$$

$$\csc(-x) = -\csc(x)$$

$$\therefore A = 7$$

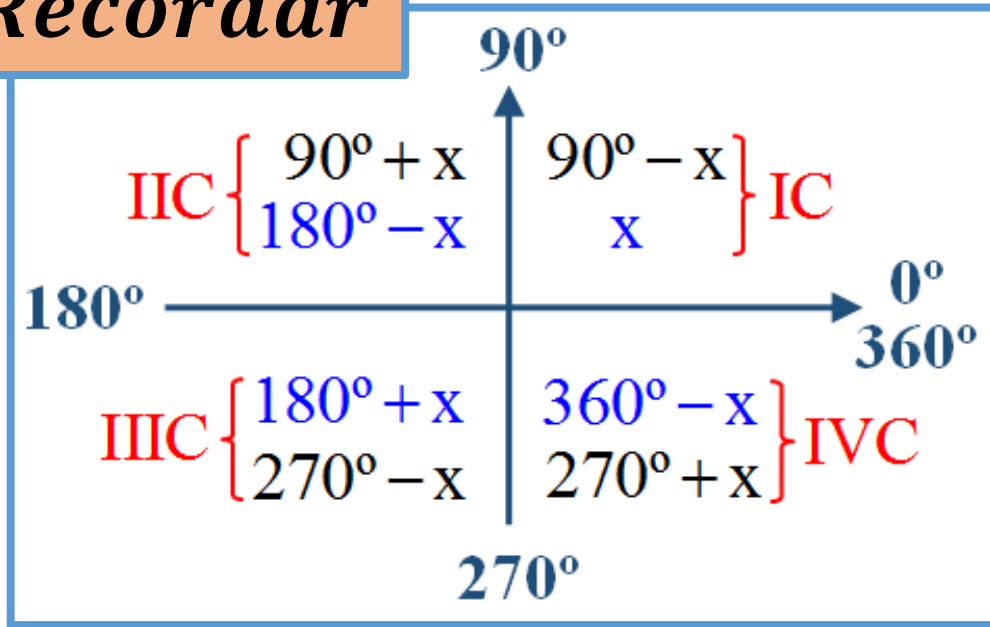




### 3. Reduzca.

$$G = \frac{\text{sen}(270^\circ + x) + \cos(90^\circ + x)}{\cos(360^\circ - x) - \text{sen}(180^\circ + x)}$$

**Recordar**



### RESOLUCIÓN

$$G = \frac{\overbrace{\text{sen}(270^\circ + x)}^{IVC} + \overbrace{\cos(90^\circ + x)}^{IIC}}{\underbrace{\cos(360^\circ - x)}^{IVC} - \underbrace{\text{sen}(180^\circ + x)}^{IIIC}}$$

$$G = \frac{(-\cos x) + (-\text{sen} x)}{(\cos x) - (-\text{sen} x)}$$

$$G = \frac{-\cos x - \text{sen} x}{\cos x + \text{sen} x} = \frac{-\cancel{(\cos x + \text{sen} x)}}{\cancel{\cos x + \text{sen} x}}$$

$$\therefore G = -1$$



#### 4. Reduzca.

$$M = \frac{\operatorname{sen}\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)}{\cos(\pi + x)} + \frac{\tan(2\pi - x)}{\cot\left(\frac{\pi}{2} + x\right)}$$

#### RECORDAR

$$\begin{aligned}\frac{\pi}{2} &= 90^\circ \\ \pi &= 180^\circ \\ \frac{3\pi}{2} &= 270^\circ \\ 2\pi &= 360^\circ\end{aligned}$$

#### RESOLUCIÓN

$$M = \frac{\overbrace{\operatorname{sen}\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)}^{\text{IIIC}}}{\underbrace{\cos(\pi + x)}_{\text{IIIC}}} + \frac{\overbrace{\tan(2\pi - x)}^{\text{IVC}}}{\underbrace{\cot\left(\frac{\pi}{2} + x\right)}_{\text{IIC}}}$$

$$M = \frac{\cancel{-\cos x}}{\cancel{-\cos x}} + \frac{\cancel{-\tan x}}{\cancel{-\tan x}}$$

$$M = 1 + 1$$



$$\therefore M = 2$$





- 5.** Andrea desea matricularse en un curso básico de inglés para lo cual averiguó los siguientes institutos de idiomas y su respectivo costo mensual.

Instituto de idioma	Costo mensual (s/)
Ipcna	A
Británico	B
Euroidiomas	C

$$\text{Donde: } A = 175 \sec\left(\frac{5\pi}{3}\right)$$

$$B = 150\sqrt{3}\cot\left(\frac{7\pi}{6}\right)$$

$$C = 500\tan^2\left(\frac{3\pi}{4}\right)$$

Si el sueldo mensual de Andrea es de s/800 de lo cual la mitad esta destinada a alimentación y movilidad, ¿cuál será la mejor opción de Andrea?





## RESOLUCIÓN

$$\blacksquare \sec\left(\frac{5\pi}{3}\right) = \sec 300^\circ = + \sec(60^\circ)$$

$$\sec\left(\frac{5\pi}{3}\right) = 2$$

$$\blacksquare \cot\left(\frac{7\pi}{6}\right) = \cot 210^\circ = + \cot 30^\circ$$

$$\cot\left(\frac{7\pi}{6}\right) = \sqrt{3}$$

$$\blacksquare \tan\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \tan 135^\circ$$

$$\tan\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -1$$

Determinamos los valores de A, B y C:

$$\blacksquare A = 175 \sec\left(\frac{5\pi}{3}\right) = 175(2) = 350$$

$$\blacksquare B = 150\sqrt{3} \cot\left(\frac{7\pi}{6}\right) = 150\sqrt{3}\sqrt{3} = 450$$

$$\blacksquare C = 500 \tan^2\left(\frac{3\pi}{4}\right) = 500(-1)^2 = 500$$

Andrea solo dispone de 400 soles

***$\therefore$  La mejor opción : IPCNA***



6. Si  $\alpha + \phi = \frac{3\pi}{2}$ , reduzca:

$$B = \frac{\tan \alpha}{\cot \phi} + \cos \alpha \cdot \csc \phi$$

**Recordar:**

sen } (+)  
csc } (+)

Todas las  
RT son (+)

tan } (+)  
cot } (+)

cos } (+)  
sec } (+)

## RESOLUCIÓN

Del dato:  $\alpha + \phi = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{3\pi}{2} - \phi$

Piden:  $B = \frac{\tan \alpha}{\cot \phi} + \cos \alpha \cdot \csc \phi$

*IIIC*

$$B = \frac{\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \phi\right)}{\cot \phi} + \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \phi\right) \csc \phi$$

*IIIC*

$$B = \frac{\cancel{\cot \phi}}{\cot \phi} + \cancel{-\sin \phi} \csc \phi$$

$$B = 1 - 1$$

$$\therefore B = 0$$



**7.** En un triángulo ABC, reduzca:

$$R = \frac{2\operatorname{sen}A}{\operatorname{sen}(B+C)} + \frac{\tan(A+B+2C)}{\tan C}$$

### RESOLUCIÓN

**Del dato:**  $\triangle ABC: A+B+C=180^\circ$

- $\operatorname{sen}(B+C) = \operatorname{sen}(180^\circ - A)$

$$\operatorname{sen}(B+C) = \operatorname{sen} A$$

$180^\circ$

- $\tan(A+B+2C) = \tan(\overbrace{A+B+C}^{180^\circ} + C)$

$$\tan(A+B+2C) = \tan C$$

**Nos piden:**

$$R = \frac{2\operatorname{sen}A}{\operatorname{sen}(B+C)} + \frac{\tan(A+B+2C)}{\tan C}$$

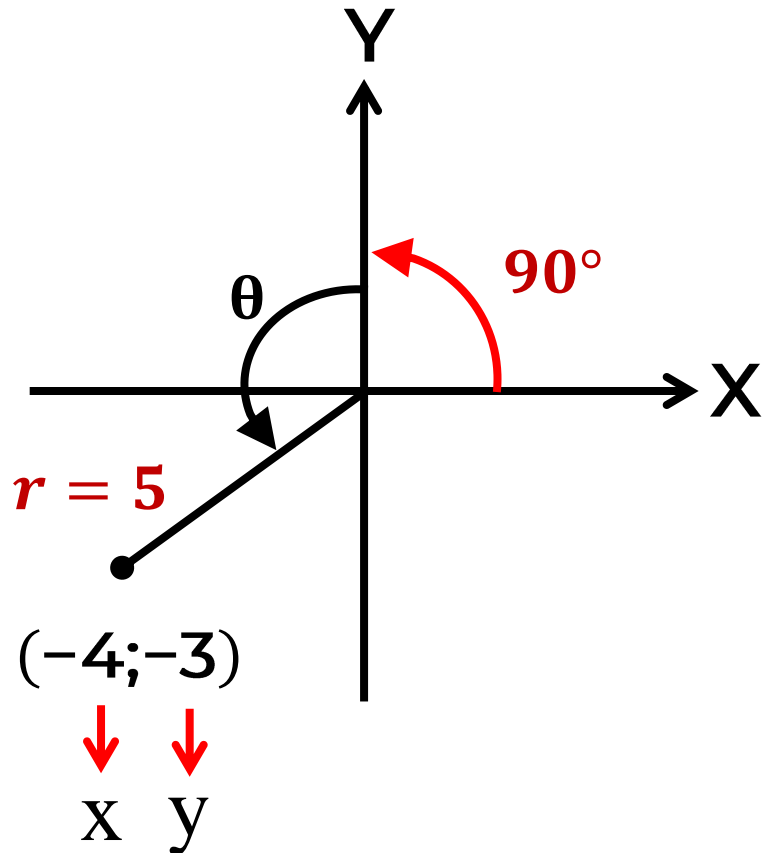
$$R = \frac{2\cancel{\operatorname{sen}A}}{\cancel{\operatorname{sen}A}} + \frac{\cancel{\tan C}}{\cancel{\tan C}}$$

$$R = 2 + 1$$

$$\therefore R = 3$$



**8.** Efectúe  $K = \sec\theta + \tan\theta$   
a partir del gráfico.



## RESOLUCIÓN

Notamos que  $(90^\circ + \theta)$  está en P.N.

$$\blacksquare \csc(90^\circ + \theta) = \frac{r}{y} = \frac{5}{-3} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\sec\theta = -\frac{5}{3}}$$

$$\blacksquare \cot(90^\circ + \theta) = \frac{x}{y} = \frac{-4}{-3}$$

$$- \tan\theta = \frac{4}{3} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\tan\theta = -\frac{4}{3}}$$

Nos piden:

$$K = \sec\theta + \tan\theta$$

$$K = -\frac{5}{3} + -\frac{4}{3} = -\frac{9}{3}$$

$$\therefore K = -3$$