

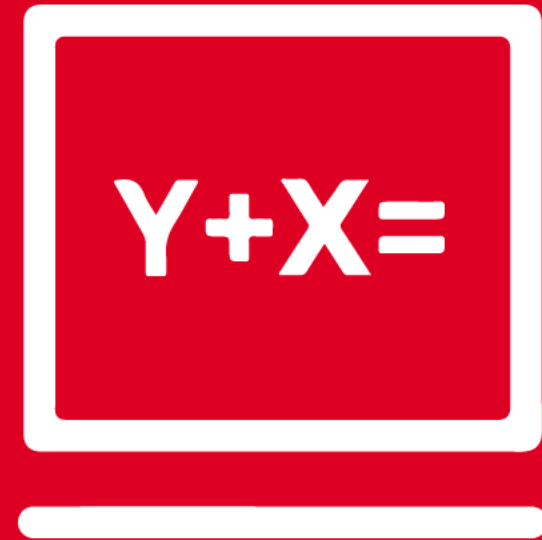


ARITHMETIC

Chapter 12

5th of Secondary

ADICION Y SUSTRACCION
EN LOS NUMEROS NATURALES



 **SACO OLIVEROS**



MARCO TEORICO

Resuelva la siguiente operación

$$1 + 1 + 4 + 8 + 9 + 27 + 16 + 64 + \dots + 100 + 1000$$



En cuanto tiempo
puedes resolverlo.

cuadrados consecutivos

$$\frac{10(11)(21)}{6} = 385$$

cubos consecutivos

$$\left(\frac{10(11)}{2}\right)^2 = 3025$$

$$385 + 3025 = 3410$$



1

ADICIÓN

$$S = a + b$$

$$\begin{array}{r}
 \overset{1}{2}\overset{1}{4}1_{(7)} + \\
 345_{(7)} \\
 516_{(7)} \\
 \hline
 143\ 5_{(7)}
 \end{array}$$

← lleva

En otras bases

Orden 1 $(1 + 5 + 6) = 12 = \textcircled{1} \times 7 + 5$

Orden 2 $(1 + 4 + 4 + 1) = 10 = \textcircled{1} \times 7 + 3$

Orden 3 $(1 + 2 + 3 + 5) = 11 = \textcircled{1} \times 7 + 4$



Formula General de la suma de términos de una progresión Aritmética

$$S = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$$

n: numero de términos

$$n = \frac{a_n - a_1}{r} + 1$$

$$S = \left(\frac{a_n + a_1}{2} \right) n$$

Ejm

$$S = 19 + 25 + 31 + \dots + 193$$

$$n = \frac{193 - 19}{6} + 1 = 45$$

$$S = \left(\frac{193 + 19}{2} \right) 45 = 3180$$



Formula notables (Z^+)

A

Suma de primeros números enteros positivos

$$S = 1 + 2 + 3 + \dots + \underline{n}$$

Último término

$$S = \frac{n(n + 1)}{2}$$

Ejm

$$S = 1 + 2 + 3 + \dots + 45$$

$$n = 45$$

$$S = \frac{45(46)}{2} = 1035$$



B Suma de los primeros números pares

$$S = 2 + 4 + 6 + \dots + \underbrace{(2n)}$$

$$S = n(n + 1) \quad \text{Último término}$$

Ejm $S = 2 + 4 + 6 + \dots + 64$

$$2n = 64$$

$$n = 32$$

$$S = 32(33) = 1056$$

C Suma de los primeros números impares

$$S = 1 + 3 + 5 + \dots + \underbrace{(2n - 1)}$$

$$S = n^2 \quad \text{Último término}$$

Ejm $S = 1 + 3 + 5 + \dots + 59$

$$(2n - 1) = 59$$

$$n = 30$$

$$S = 30^2 = 900$$



D Suma de los primeros números al cuadrado

$$S = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + \underbrace{n^2}_{\text{Último término}}$$

$$S = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Último
término

Ejm $S = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 22^2$

$$n^2 = 22^2$$

$$n = 22$$

$$S = \frac{22(23)(45)}{6} = 3795$$

E Suma de los primeros números al cubo

$$S = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + \underbrace{n^3}_{\text{Último término}}$$

$$S = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2$$

Último
término

Ejm $S = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 12^3$

$$n^3 = 12^3$$

$$n = 12$$

$$S = \left[\frac{12(13)}{2} \right]^2 = 6084$$



2

SUSTRACCIÓN

Es la operación inversa a la adición, dados dos números enteros llamados minuendo (**M**) y sustraendo (**S**), nos permite encontrar un tercer número llamado diferencia (**D**).

En otras bases

Ejm

$$65 - 38 = 27$$

$$M - S = D$$

$$\begin{array}{r} \textcolor{red}{+8} \textcolor{red}{+8} \\ \textcolor{green}{\curvearrowright} \textcolor{green}{\curvearrowright} \\ 562_{(8)} - \\ 376_{(8)} \\ \hline 164_{(8)} \end{array}$$

$$\text{Orden 1} \quad (8 + 2) - 6 = 4$$

$$\text{Orden 2} \quad (8 + 5) - 7 = 6$$

$$\text{Orden 3} \quad 4 - 3 = 1$$



Propiedades

1

Suma de los términos

Ejm 1

➤ En la siguiente sustracción

$$83 - 49 = 34$$

➤ Si sumamos los términos

$$83 + 49 + 34 = 166 = 2(83)$$

➤ En general:

$$M + S + D = 2M$$

2

Resta notable

Ejm 2

En base 10

$$\begin{array}{r} 762 \\ - 267 \\ \hline 495 \end{array}$$

$$4 + 5 = 9 = 10 - 1 \quad \wedge \quad 1 + 5 = 6 = 7 - 1$$

➤ En general:

$$\overline{abc}_{(n)} - \overline{cba}_{(n)} = \overline{xyz}_{(n)}$$

$$x + z = y = n - 1$$

$$a - c = x + 1$$

En base 7

$$\begin{array}{r} 634_{(7)} \\ - 436_{(7)} \\ \hline 165_{(7)} \end{array}$$




Complemento aritmético (CA)

Ejm 1

$$CA(51) = 100 - 51 = 49$$

Luego:

$$CA(N)_{(n)} = 100 \dots 0_{(n)} - N_{(n)}$$


 "K" ceros

K = cantidad de cifras de N

METODO PRÁCTICO

$$CA(2\ 3\ 4\ 7) = 7\ 6\ 5\ 3$$

⁹ ⁹ ⁹ ¹⁰

$$CA(3\ 4\ 5\ 7\ 1_{(8)}) = 4\ 3\ 2\ 0\ 7$$

⁷ ⁷ ⁷ ⁷ ⁸



La suma de los tres términos de una sustracción es 1486. Si el sustraendo es el CA del minuendo, determine la suma de las cifras de la diferencia.

Resolution:

Propiedad:

$$M + S + D = 2M$$

$$\begin{aligned} M + S + D &= 1486 \\ 2M &= 1486 \\ M &= 743 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow S &= CA(M) = CA(\overset{9}{7} \overset{9}{4} \overset{10}{3}) \\ S &= 257 \end{aligned}$$

Pero:

$$\begin{aligned} M - S &= D \\ 743 - 257 &= D = 486 \end{aligned}$$

$$\therefore 4 + 8 + 6 = 18$$

RPTA:

18



Si $CA(\overline{abcd}) = 26$, halle $CA(a + b + c + d)$.

Resolution:

$$\begin{array}{ccccccc} & & 9 & 9 & 9 & (10) & \\ CA(\overline{abcd}) = & & & & & & 0026 \\ & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ & \text{red} & \text{blue} & \text{purple} & \text{blue} & \text{purple} & \text{purple} \end{array}$$

$9 - a = 0$ $a = 9$	$9 - b = 0$ $b = 9$	$9 - c = 2$ $c = 7$	$10 - d = 6$ $d = 4$
------------------------	------------------------	------------------------	-------------------------

Piden: $CA(a + b + c + d) = CA(29) =$

RPTA: **71**

3

Si: $\overline{1n1} + \overline{2n2} + \overline{3n3} + \dots + \overline{9n9} = \overline{ab4c}$, Calcule: $a + b + c$.

Resolution:

Del dato tenemos:

1° orden: $1 + 2 + 3 + \dots + 9 = 45$

2° orden: $\underbrace{n + n + n + \dots + n}_{9 \text{ sumandos}} + 4 = \dots 4$

3° orden: $1 + 2 + 3 + \dots + 9 = \overline{ab}$

Piden: $a + b + c$

$\therefore 4 + 5 + 5 = 14$

→ $\boxed{c = 5}$

→ $9.n + 4 = \dots 4$
 $9.n = \dots 0 \quad n = 0$

→ $\overline{ab} = 45$
 donde: $\boxed{a = 4} \quad \boxed{b = 5}$

RPTA: **14**



4

Si: $\overline{abc} + \overline{cba} = 1392$, además

$\overline{abc} - \overline{nm(2m)} = \overline{cba}$ Calcule $a + b^2 + c^3$.

Resolution:

Propiedad:

$$\begin{array}{r} \overline{a\ b\ c} - \\ \overline{c\ b\ a} \\ \hline \overline{mn(2m)} \end{array}$$

Donde:

$$n = 9$$

$$m + 2m = 9$$

$$\rightarrow m = 3$$

Del dato tenemos:

$$\overline{abc} + \cancel{\overline{cba}} = 1392 +$$

$$\overline{abc} - \cancel{\overline{cba}} = 396$$

$$2. \overline{abc} = 1788$$

$$\overline{abc} = 894$$

$$a = 8$$

$$b = 9$$

$$c = 4$$

Piden: $a + b^2 + c^3$

$$\therefore 8 + 9^2 + 4^3 = 153$$

RPTA:

153



5

Si se cumple que $\overline{a7b(b+2)} = \overline{(d-1)bcd}$; Determine $a+b+c+d$.

Resolution:

$$\begin{array}{r} 999 \quad 10 \\ \text{C.A}(\overline{a7b(b+2)}) = \overline{(d-1)bcd} \end{array}$$

Donde:

$$\begin{array}{l|l|l|l} 9 - 7 = b & 9 - b = c & 10 - (b+2) = d & 9 - a = (d-1) \\ b = 2 & c = 7 & d = 6 & a = 4 \end{array}$$

Piden: $a + b + c + d$

$$\therefore 4 + 2 + 7 + 6 = 19$$

RPTA:

19



6

Martín y Lupe, hermanos y estudiantes de la academia Saco Oliveros juntaron sus propinas para comprarse una laptop; sobrándoles S/.1200. Si Martín quisiera comprarla solo, le faltaría S/.900 y si Lupe quisiera comprarla sola le faltaría una cantidad igual a la que tiene. ¿Cuánto cuesta la laptop?

Resolution:

Del dato tenemos:

sea Pr precio de la computadora

$$M + 900 = Pr$$

$$\Rightarrow M = Pr - 900$$

además:

$$L + L = Pr$$

$$\Rightarrow L = \frac{Pr}{2}$$

$$\text{Dato: } M + L = Pr + 1200$$

reemplazando:

$$(\cancel{Pr} - 900) + \frac{Pr}{2} = \cancel{Pr} + 1200$$

$$\Rightarrow \frac{Pr}{2} = 2100$$

$$\therefore Pr = 4200$$

RPTA:

S/.4200



Si: $\overline{APRA} + \overline{PPC} = \overline{CAOS}$, además $P - A = 2$, 0: cero,
Calcule: $C + A + R + P + A$.

Resolution:

Del dato tenemos:

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ 1 \\ \overline{APRA} \\ + \\ \overline{PPC} \\ \hline \overline{CAOS} \end{array}$$

Donde:

orden 1 $A + C = \overline{1S}$

orden 2 $1 + R + P = \overline{10} \dots(I)$

orden 3 $1 + P + P = \overline{1A} = 10 + A$



dato $P - A = 2$

restando

$P = 7 \quad A = 5$

de...(I) $R = 2$

orden 4 $1 + A = C$



$C = 6$

Piden: $C + A + R + P + A$

$\therefore 6 + 5 + 2 + 7 + 5 = 25$

RPTA:

25



8

La diferencia entre un número de tres cifras y su C.A es igual a la semisuma entre la suma de cifras del C.A del número y la suma de cifras del número. Halle dicho número.

Resolution: Sea el numeral: \overline{abc}

$$\rightarrow \text{C.A}(\overline{abc}) = \overline{(9-a)(9-b)(10-c)}$$

Del dato tenemos:

$$\overline{abc} - \text{C.A}(\overline{abc}) = \frac{\cancel{(9-a)} + \cancel{(9-b)} + \cancel{(10-c)} + \cancel{a} + \cancel{b} + \cancel{c}}{2}$$

Donde:

$$\overline{abc} - (1000 - \overline{abc}) = 14$$

$$2.(\overline{abc}) - 1000 = 14 \rightarrow 2.(\overline{abc}) = 1014$$

$$\therefore \overline{abc} = 507$$

RPTA:

507