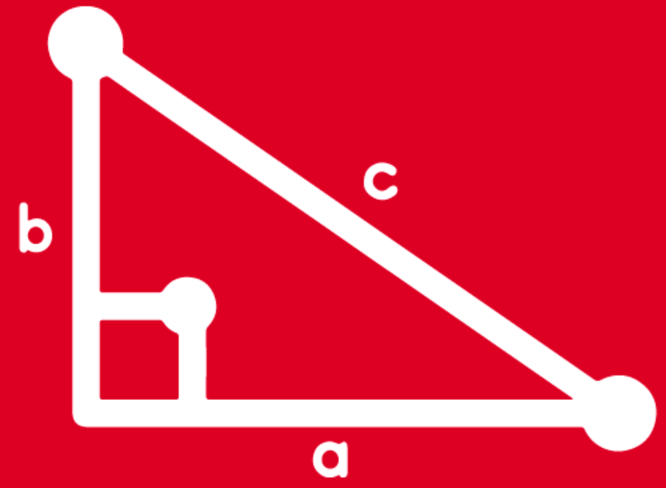
TRIGONOMETRY

Chapter 08
Sesión II



4th
SECONDARY

GEOMETRÍA ANALÍTICA

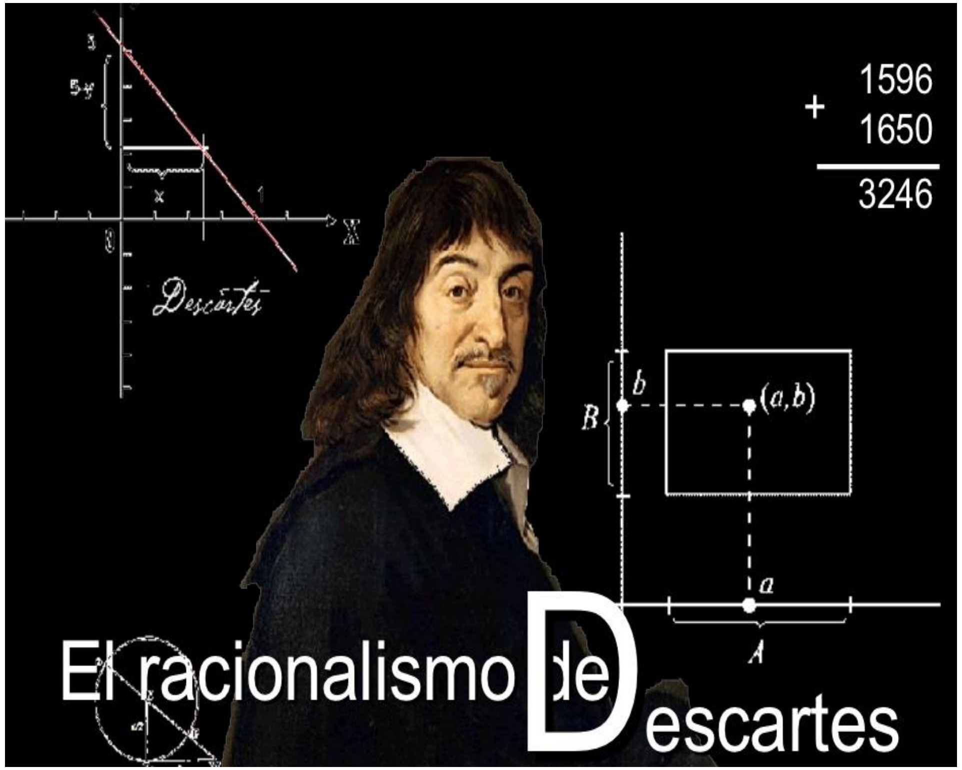
SACO OLIVEROS

¿Sabías qué....?

René Descartes nació el 31 de marzo del año 1596 en La Haye, en la Turena Francesa, vivió entre los años 1596 y 1650, fue un filósofo y matemático.

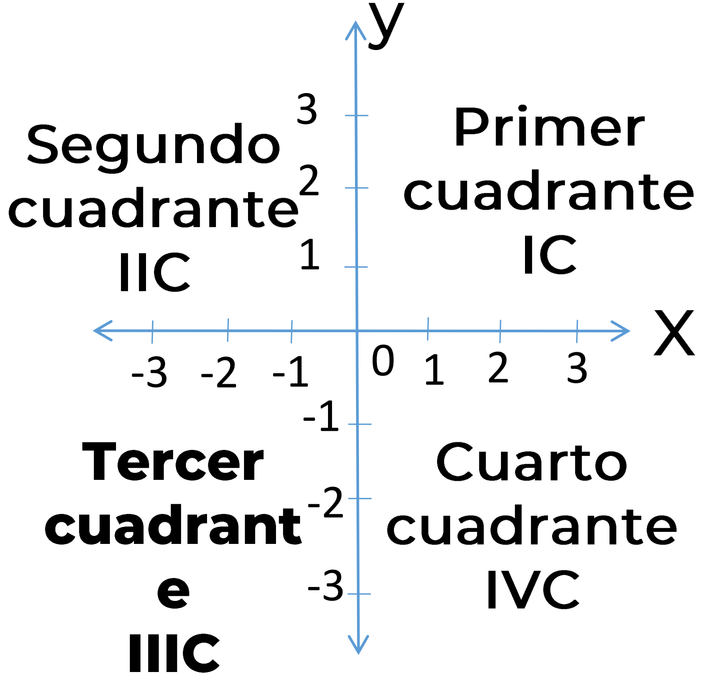
En 1637 publicó su famoso *Discurso del Método* obra que presenta como introducción a tres ensayos científicos, uno de los cuales está dedicado a la geometría y constituye el texto fundamental de lo que posteriormente se conocería como geometría analítica o cartesiana.

La geometría analítica, que se basa en el empleo de métodos algebraicos para resolver problemas geométricos, va unida al nombre de Descartes, a quienes muchos consideran el creador de la filosofía moderna.



GEOMETRÍA ANALÍTICA

Plano cartesiano

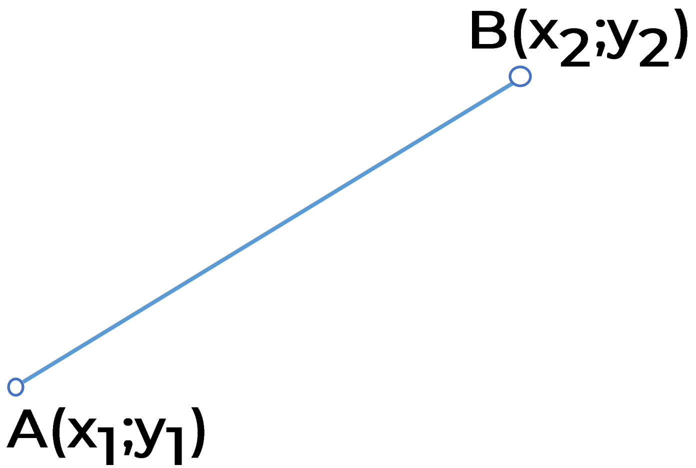


O: origen de coordenadas

X: eje de las abscisas

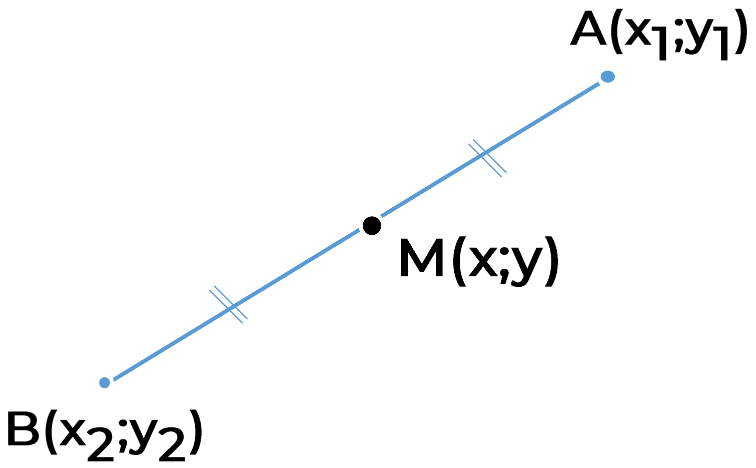
Y: eje de las ordenadas

Distancia entre dos puntos



$$d(A;B) = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

Coordenadas del punto medio de un segmento

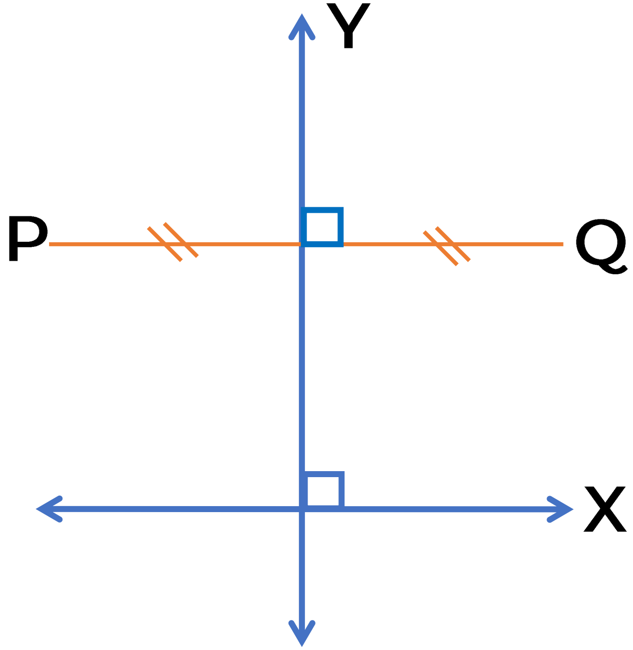


$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

PUNTOS SIMÉTRICOS

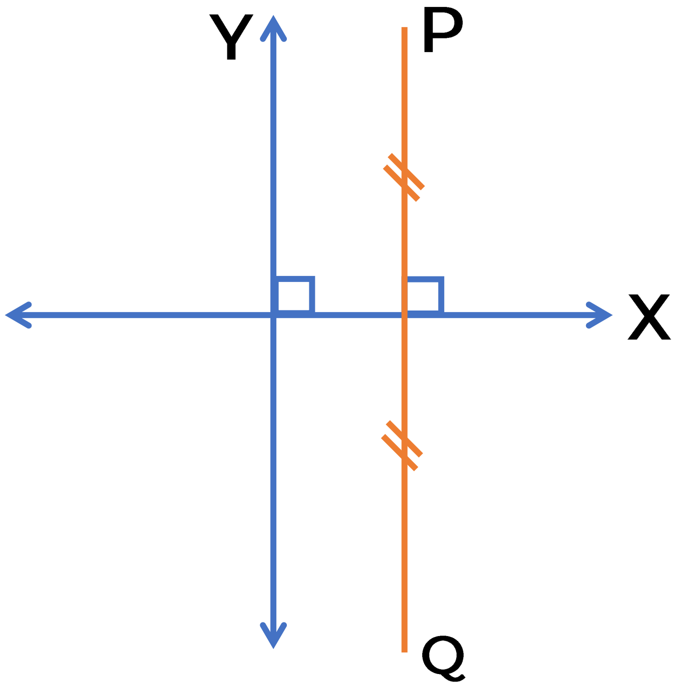
Segmento horizontal



Si Q(x;y), entonces P(-x;y)

"Las ordenadas son iguales y la abscisa cambia de signo."

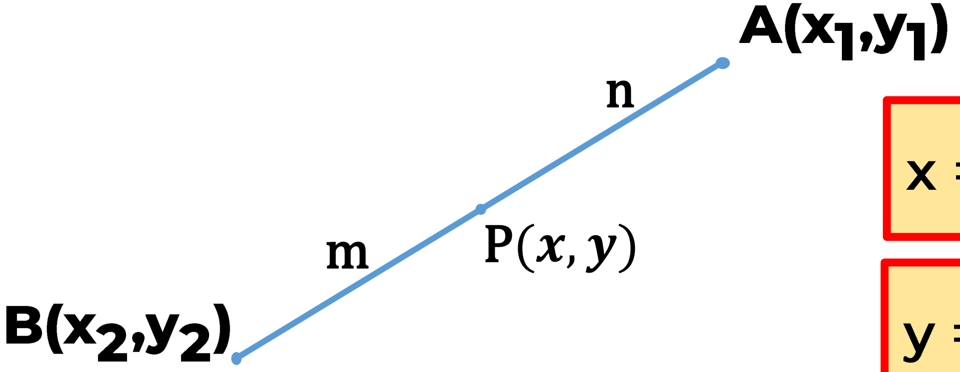
Segmento vertical



Si P(x;y), entonces Q(-x;y)

"Las abscisas son iguales y la ordenada cambia de signo".

División de un segmento en una razón dada

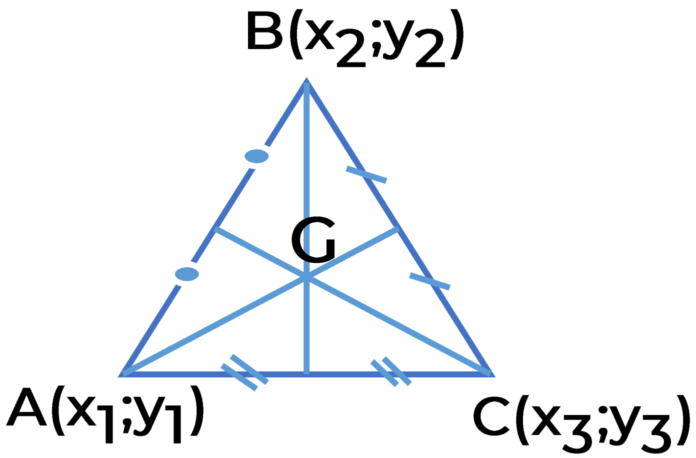


$$x = \frac{m.x_1 + n.x_2}{m + n}$$

$$y = \frac{m.y_1 + n.y_2}{m+n}$$

Aplicaciones

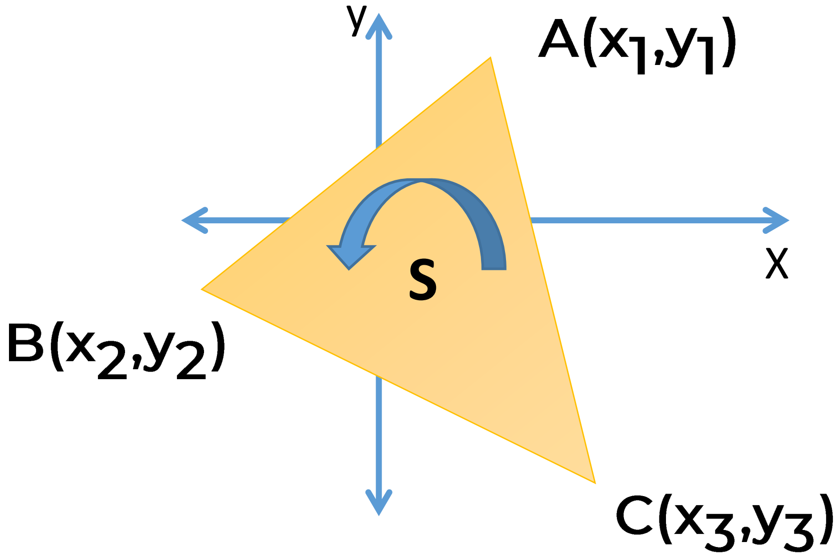
Sea G(X,Y) el baricentro del triángulo ABC

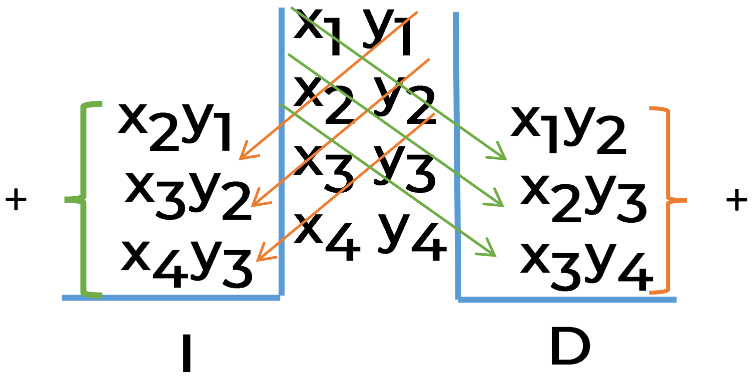


$$x = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}$$

$$y = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$$

Área de una región triangular

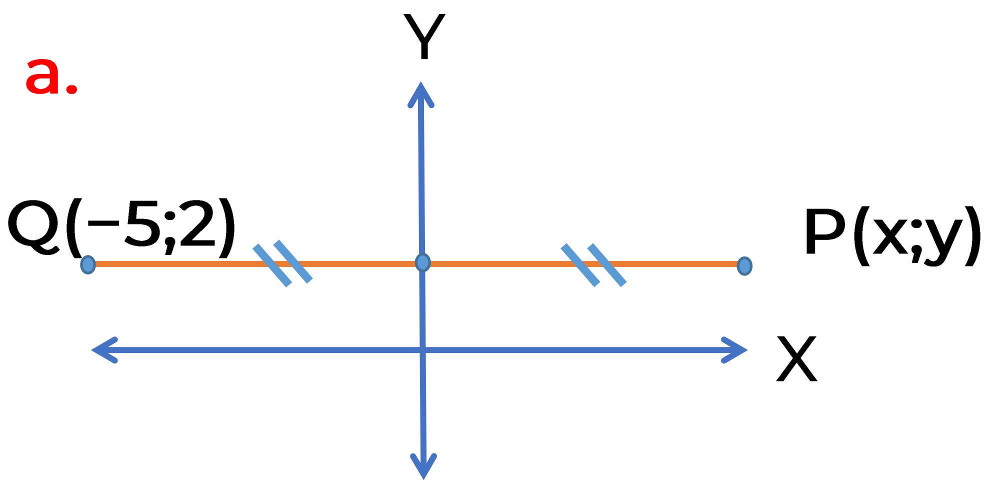




$$S = \frac{D-I}{2}$$

1. Del gráfico, determine las coordenadas de P y Q.

a.

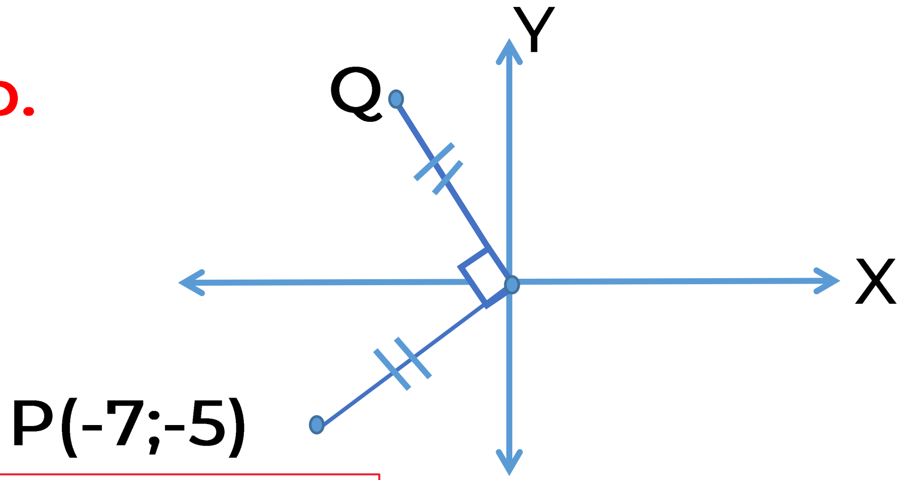


RESOLUCIÓN

Como P y Q son puntos simétricos respecto al eje Y, tenemos:

$$P\,(-(-5);2) = \boxed{\therefore\ (5;2)}$$

b.

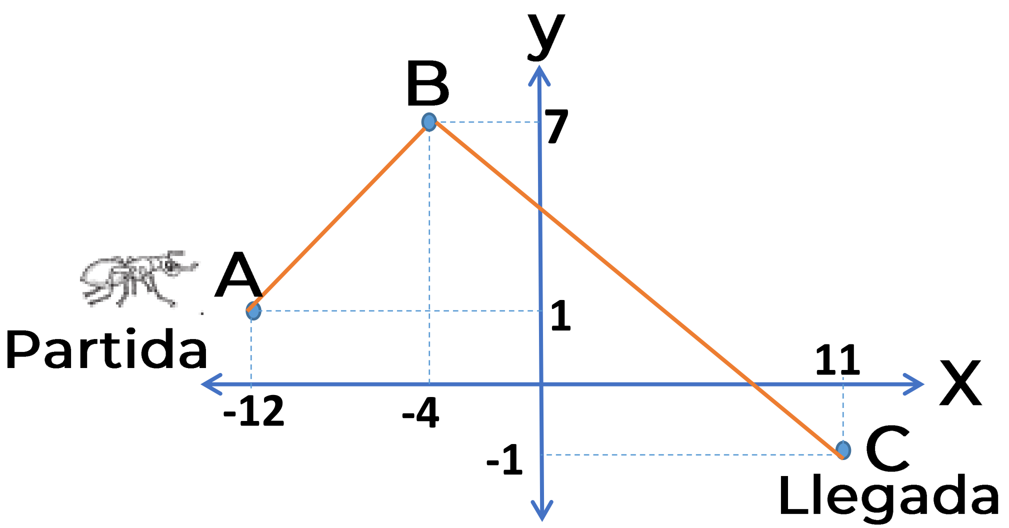


RESOLUCIÓN

Como P y Q son puntos ortogonales (invertimos el orden de la abscisa y ordenada y cambiamos el signo según el cuadrante).

$$\boxed{\therefore \mathbf{Q}\,(-5;7)}$$

2. En la figura se muestra el recorrido de una hormiga en el plano cartesiano ¿Cuál es la distancia recorrida por dicha hormiga?



RESOLUCIÓN

Determinamos las coordenadas de cada punto de intersección:

$A\,(-12; 1)$
$B\,(-4; 7)$
$C\,(11; -1)$

Determinamos la distancia entre los puntos A y B ; la distancia entre los puntos B y C.

$$* \; d\,(A; B) = \sqrt{((-4) - (-12))^2 + (7 - 1)^2}$$

$$d\,(A; B) = \sqrt{64 + 36} \Rightarrow \boxed{d\,(A;B) = 10}$$

$$* \; d\,(B; C) = \sqrt{((11) - (-4))^2 + ((-1) - 7)^2}$$

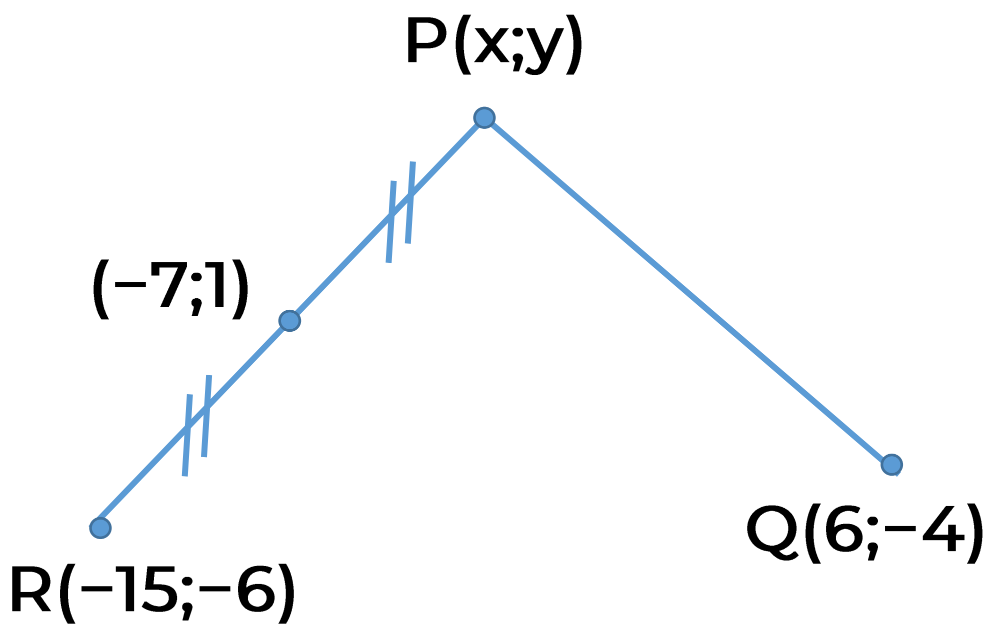
$$d\,(B; C) = \sqrt{225 + 64} \Rightarrow \boxed{d\,(B;C) = 17}$$

Piden : $d_{total} = d_{AB} + d_{BC}$

$$d_{total} = 10 + 17$$

$$\boxed{\therefore\; d_{total} = 27\,u}$$

3. Del gráfico, calcule la distancia PQ si.



RESOLUCIÓN

Determinamos las coordenadas de P , con el dato del punto medio:

$$-7 = \frac{-15 + x}{2} \qquad 1 = \frac{-6 + y}{2}$$

$$\boxed{x = 1} \qquad \boxed{y = 8}$$

Calculamos la distancia entre PQ:

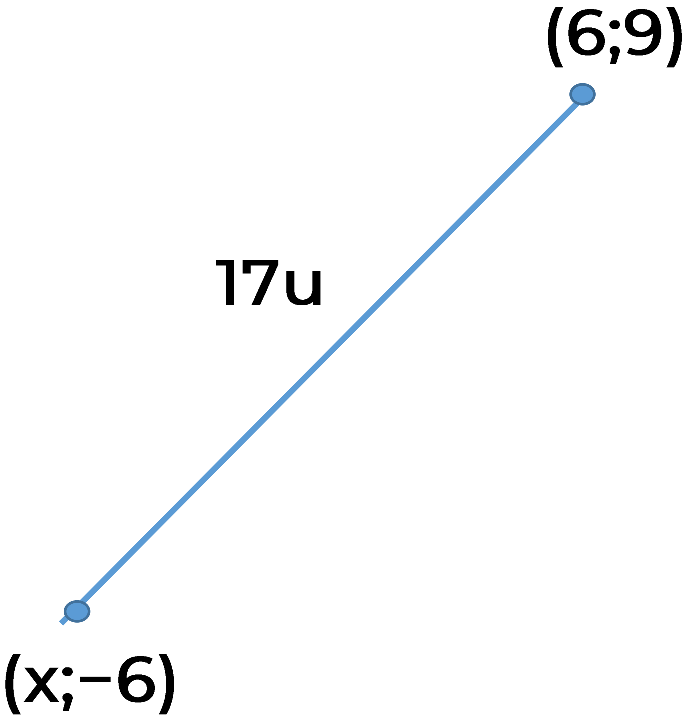
$$d\,(P;Q) = \sqrt{(6\ - 1)^2 + ((-4) - 8)^2}$$

$$d\,(P;Q) = \sqrt{25 + 144}$$

$$d\,(P;Q) = \sqrt{169}$$

$$\boxed{\therefore\ \mathbf{d\,(P;Q) = 13\ u}}$$

4. Del gráfico, determine el valor de x (x>0).



RESOLUCIÓN

$$17 = \sqrt{(6 - x)^2 + (9 - (-6))^2}$$

$$289 = (6 - x)^2 + 15^2$$

$$289 = (6 - x)^2 + 225$$

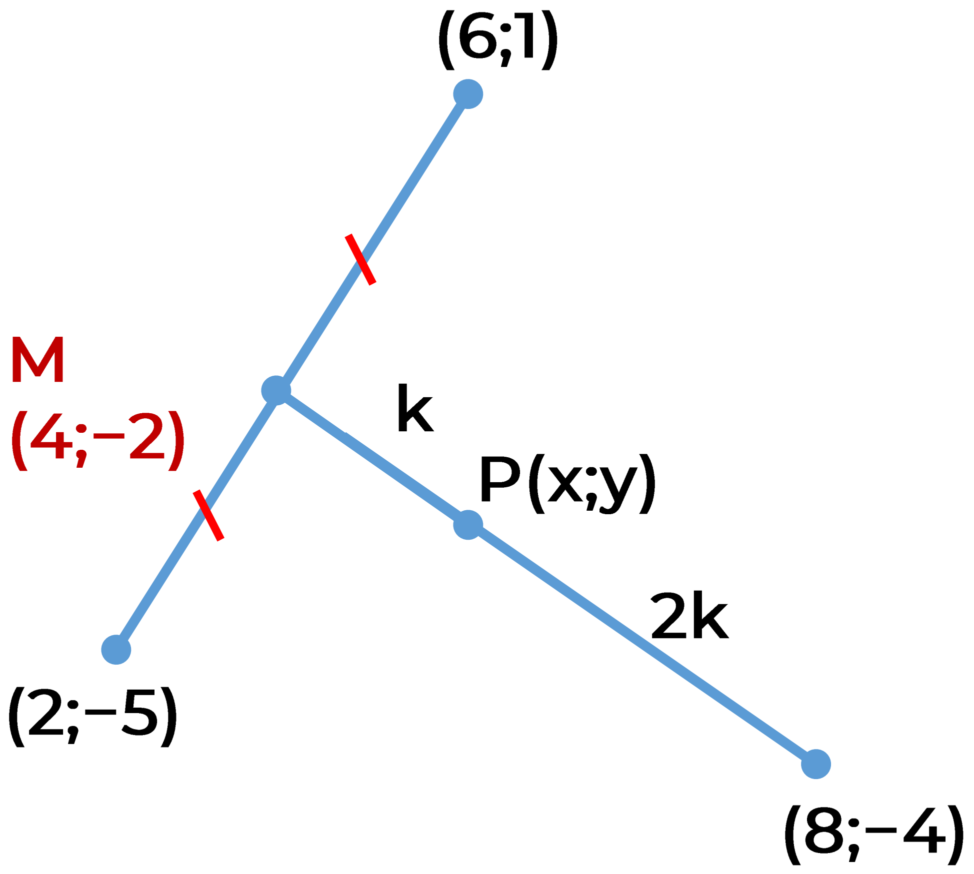
$$49 = (6 - x)^2$$

$$7 = 6 - x \qquad\qquad -7 = 6 - x$$

$$\cancel{x = -1} \qquad\qquad x = 13 \quad ; x > 0$$

$$\boxed{\therefore\ x = 13}$$

5. Del gráfico, calcule x – y



RESOLUCIÓN

Determinamos las coordenadas de M , con el dato del punto medio:

$$M\left(\frac{2+6}{2};\frac{-5+1}{2}\right) \Rightarrow \boxed{M(4;-2)}$$

Calculamos el punto P:

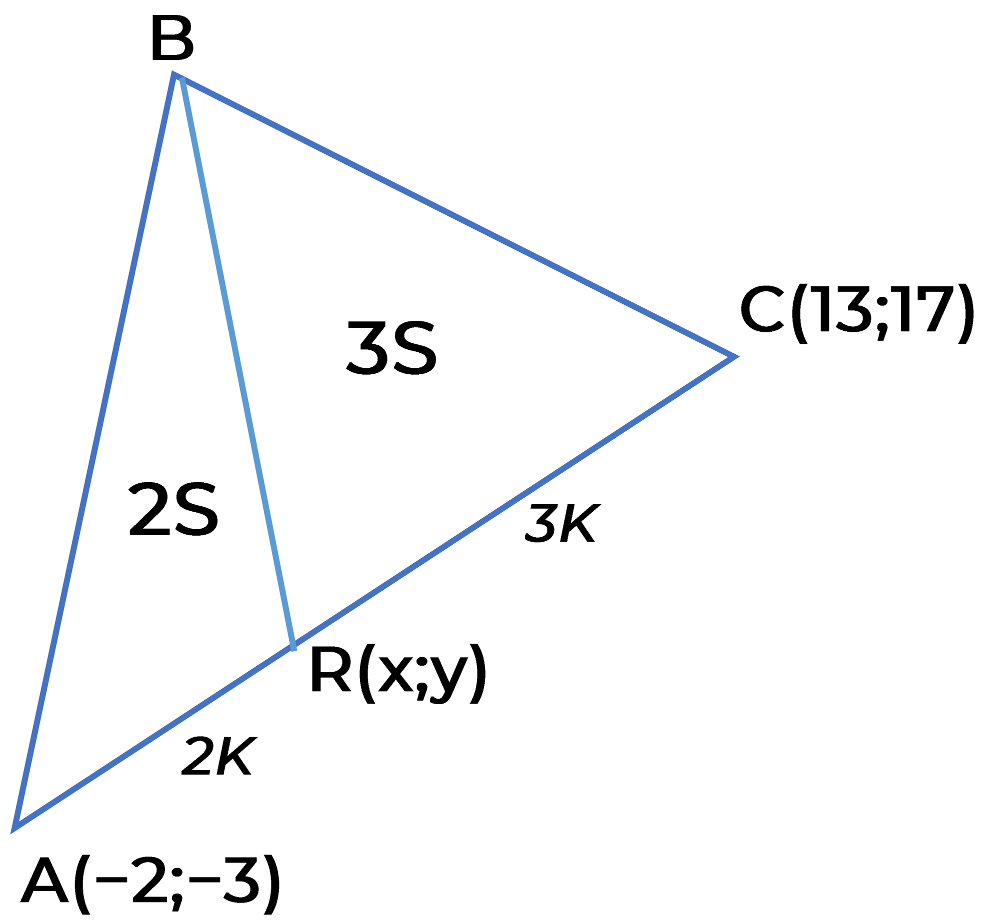
$$x=\frac{(8).(k)+(4).(2k)}{2k+k} \qquad y=\frac{(-4).(k)+(-2).(2k)}{2k+k}$$

$$x=\frac{16\cancel{k}}{3\cancel{k}} \qquad y=\frac{-8\cancel{k}}{3\cancel{k}}$$

$$x=\frac{16}{3} \qquad y=-\frac{8}{3}$$

$$\boldsymbol{x-y}=\frac{16}{3}--\frac{8}{3}=\frac{24}{3} \Rightarrow \boxed{\therefore\ \boldsymbol{x-y=8}}$$

6. Del gráfico, determine las coordenadas de R.



RESOLUCIÓN

Por relación de áreas tenemos:

$$\frac{2\cancel{S}}{3\cancel{S}} = \frac{AR}{RC} \qquad AR=2K \qquad RC=3K$$

Calculamos las coordenadas del punto R:

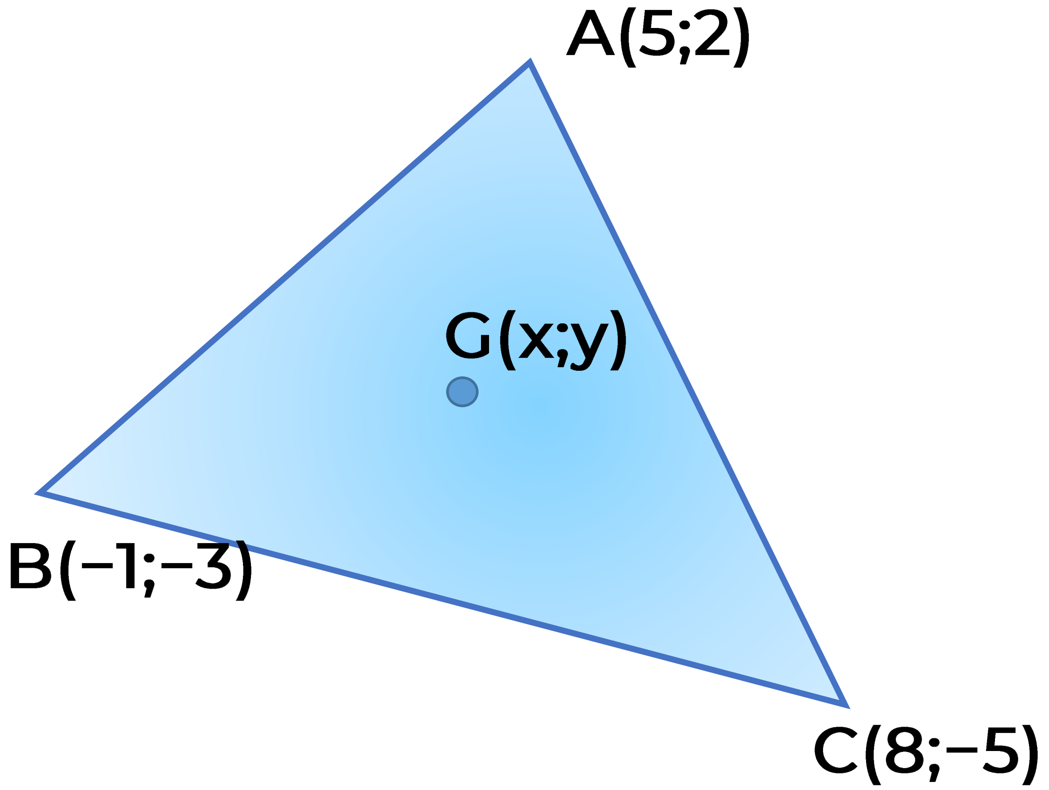
$$x = \frac{(-2).(3k) + (13).(2k)}{2k+3k} \qquad y = \frac{(-3).(3k) + (17).(2k)}{2k+3k}$$

$$x = \frac{20\cancel{k}}{5\cancel{k}} \qquad y = \frac{25\cancel{k}}{5\cancel{k}}$$

$$x = 4 \qquad y = 5$$

$$\boxed{\therefore R = (4;5)}$$

7. Del gráfico, calcular x + y si G es baricentro del triángulo ABC.



RESOLUCIÓN

$$x = \frac{(5) + (-1) + (8)}{3}$$

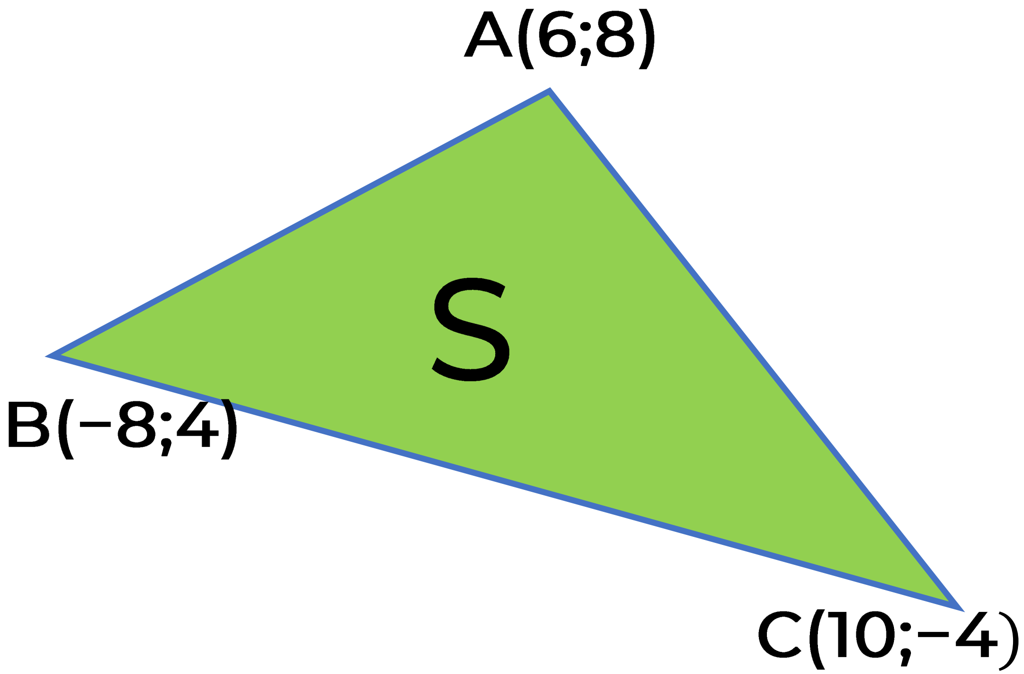
$$x = \frac{\cancel{12}^{\,4}}{\cancel{3}_{\,1}} \qquad \boxed{x = 4}$$

$$y = \frac{(2) + (-3) + (-5)}{3}$$

$$y = \frac{\cancel{-6}^{\,-2}}{\cancel{3}_{\,1}} \qquad \boxed{y = -2}$$

$$\boxed{\therefore G(4; -2)}$$

8. En la figura, la región triangular sombreada representa el plano de un terreno. Si todas las medidas están dadas en metros, ¿cuál es el área del terreno?



RESOLUCIÓN

+				+
		6	8	
	-64	-8	4	24
	40	10	-4	32
	-24	6	8	80
	-48			136

$$Área = \frac{(136)-(-48)}{2}$$

$$\therefore Área = 92u^2$$