



# GEOMETRÍA

## Capítulo 11

**4st**  
SECONDARY

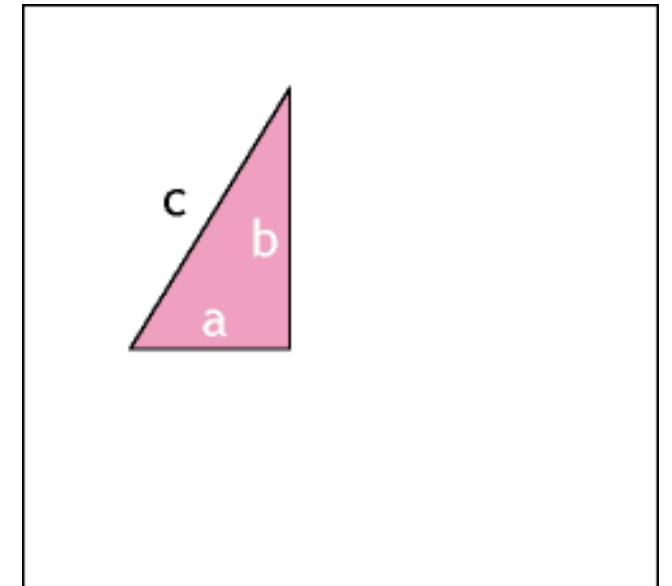
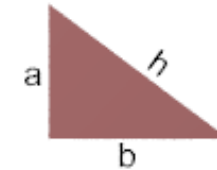
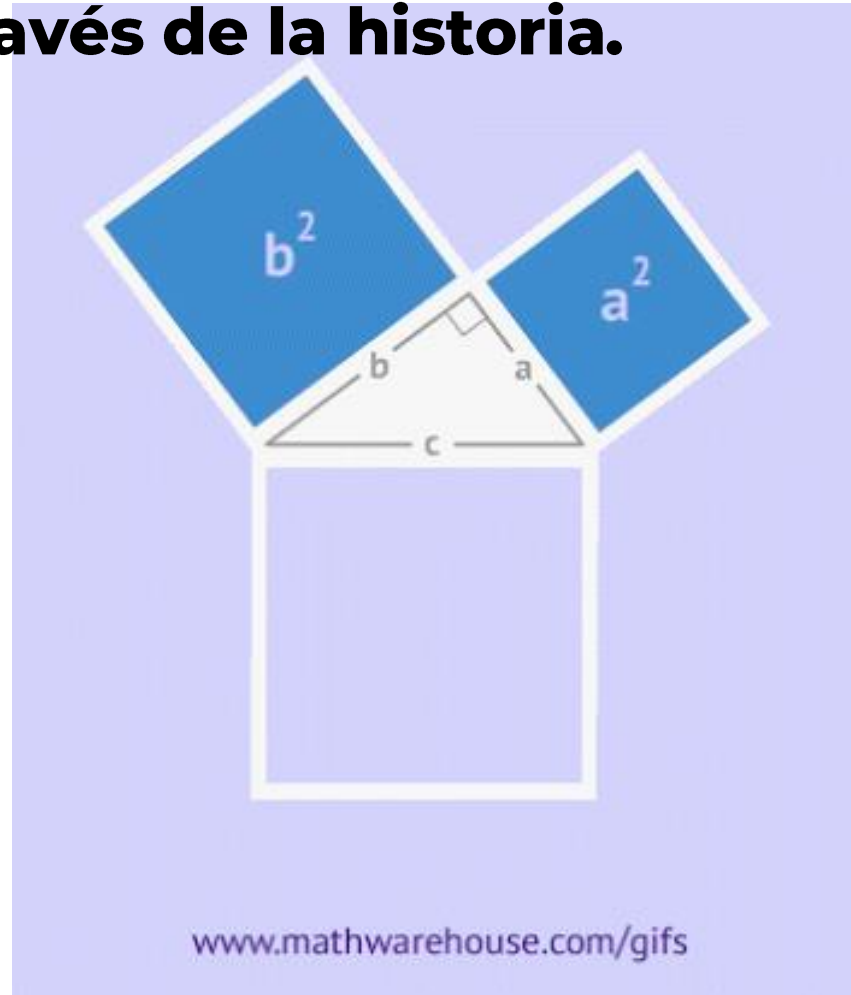
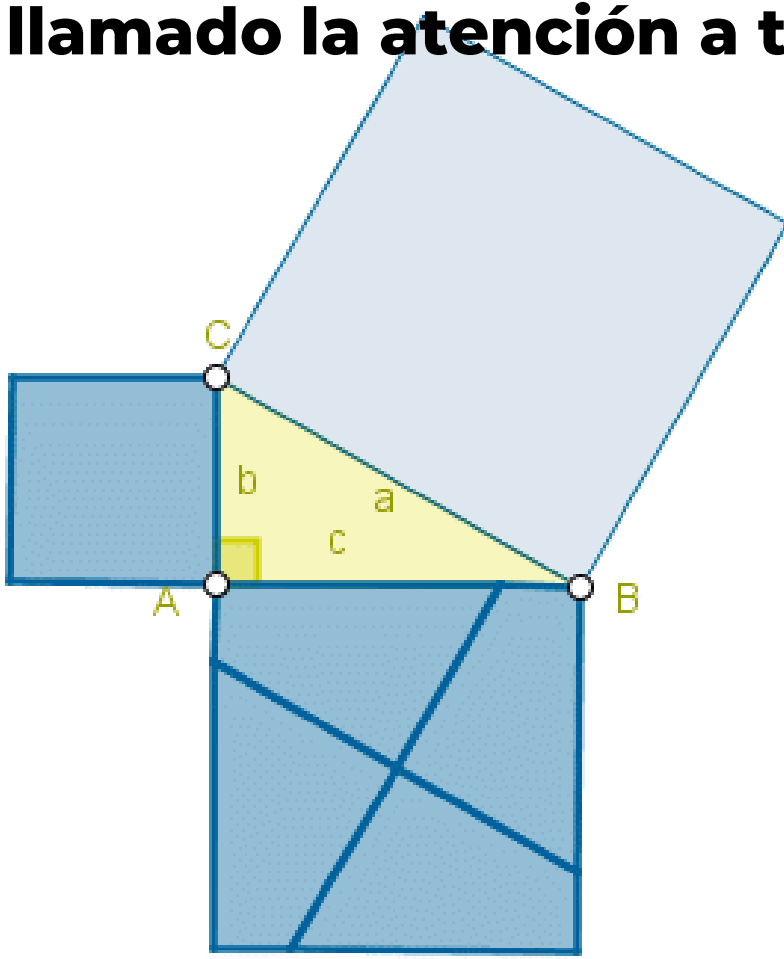
**Relaciones métricas en el  
triángulo rectángulo y la  
circunferencia**



 **SACO OLIVEROS**

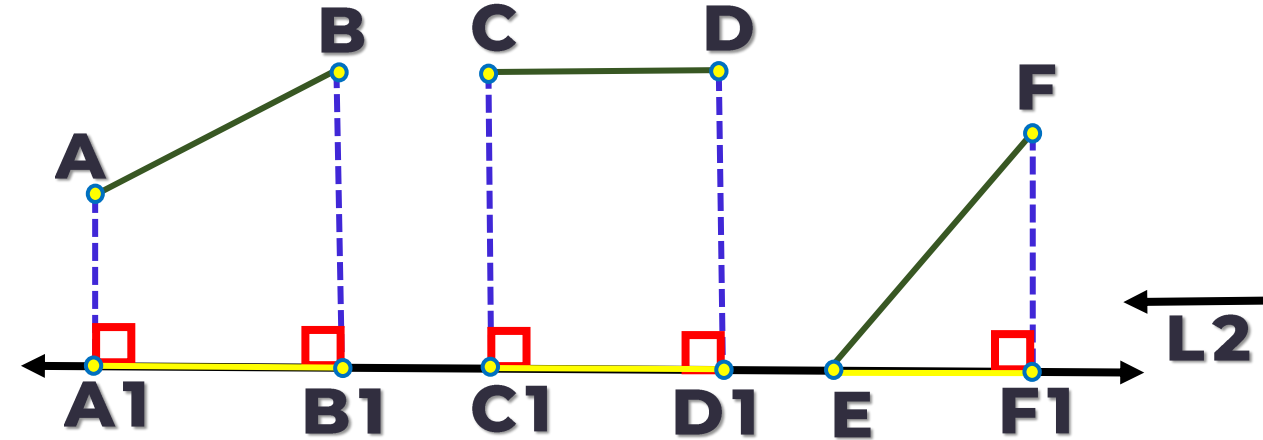
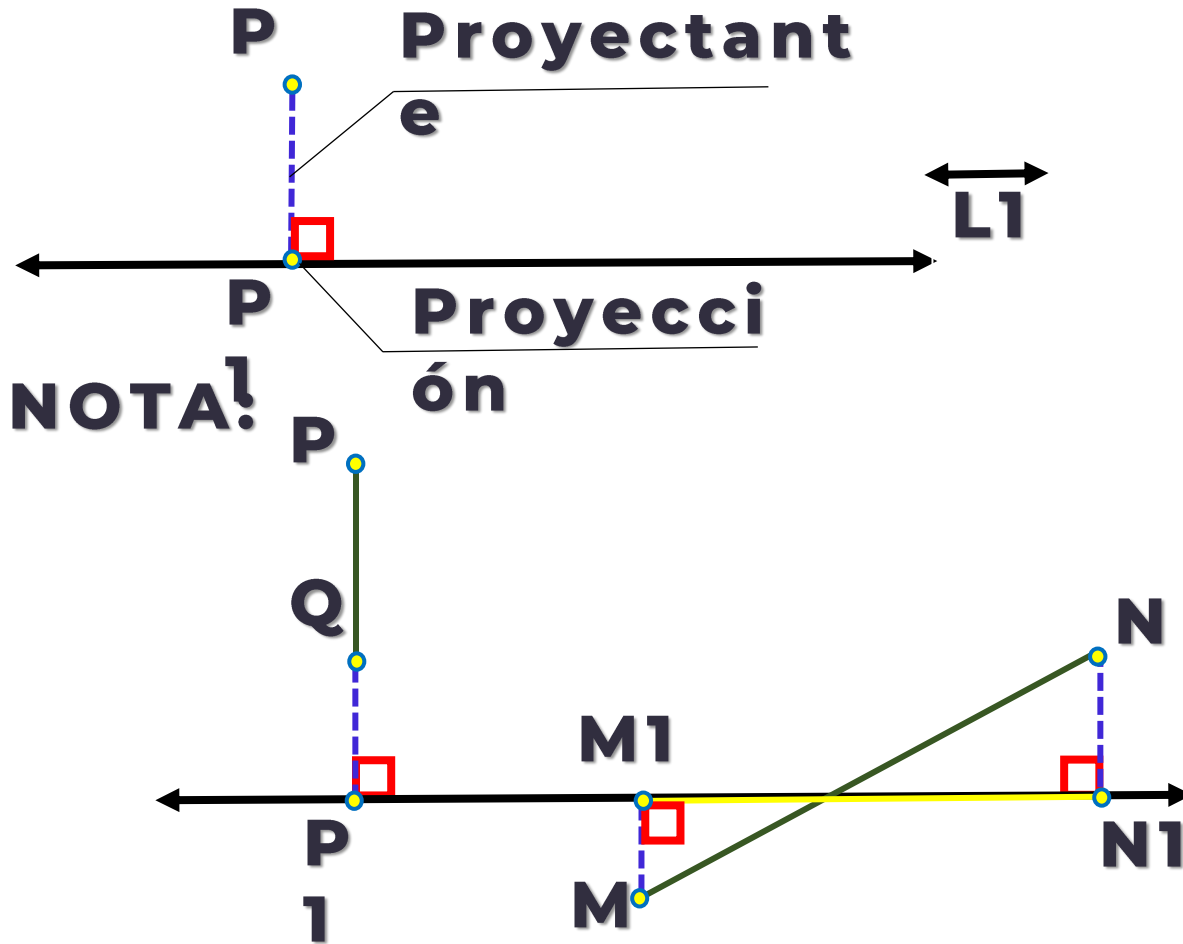
## MOTIVATING | STRATEGY

**En la actualidad, existen más de 300 demostraciones del teorema de Pitágoras, lo que confirma que es uno de los teoremas que más han llamado la atención a través de la historia.**



# PROYECCIÓN ORTOGONAL

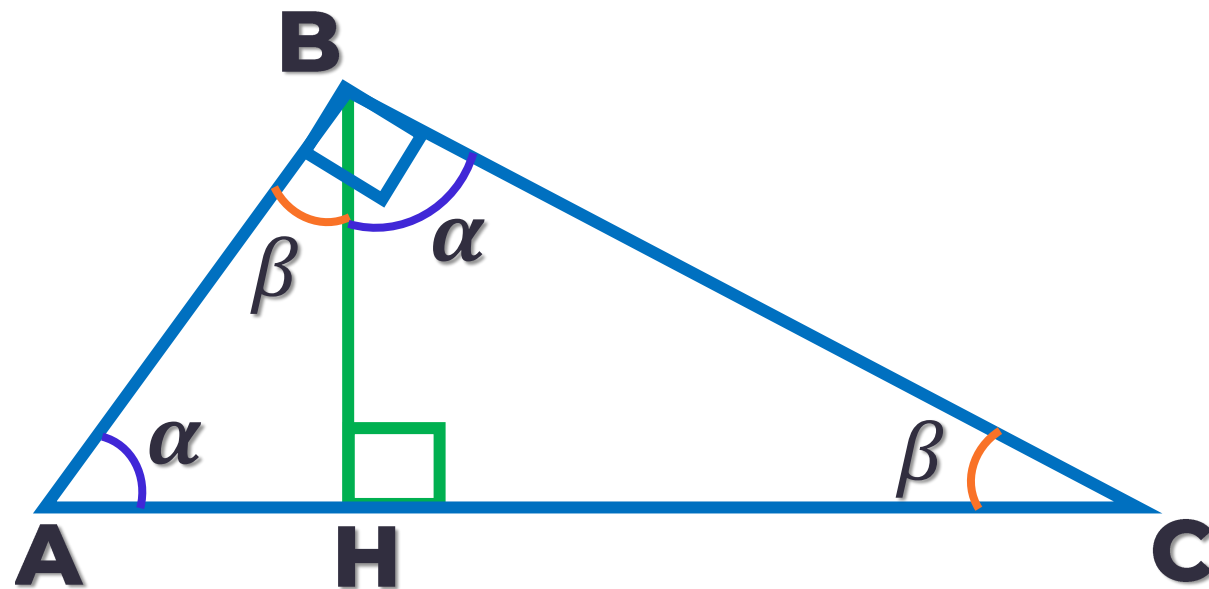
De un punto a una recta De un segmento a una recta



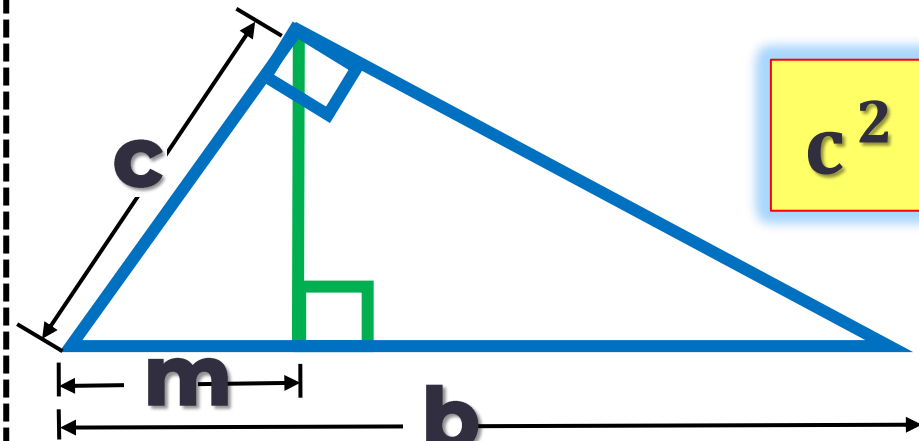
$\overline{A1B1}$  :Proyección  $\overline{AB}$   
 $\overline{C1D1}$  :Proyección  $\overline{CD}$   
 $\overline{EF1}$  :Proyección  $\overline{EF}$   
 sobre

$L2$   
 $L2$   
 $L2$

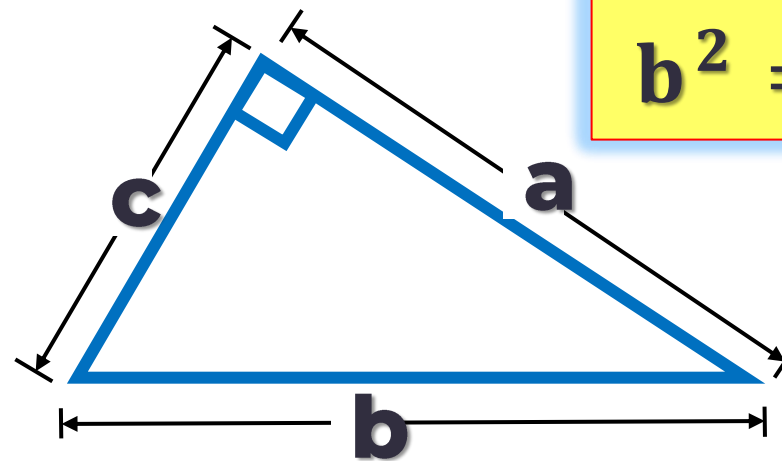
# RELACIONES MÉTRICAS EN EL TRIANGULO RECTÁN



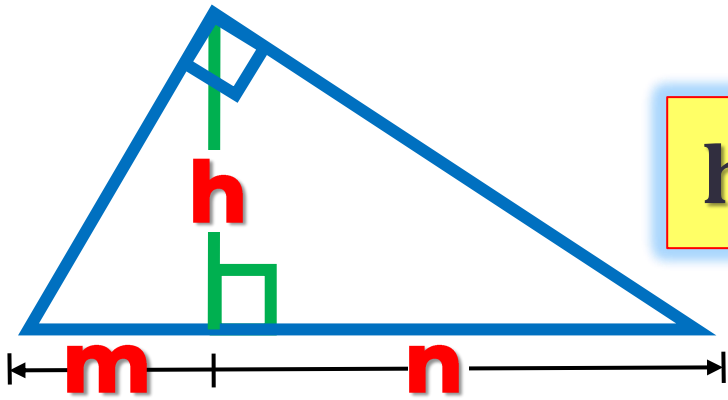
$\overline{AH}$  :Proyección  $\overline{AB}$   
 $\overline{HC}$  :Proyección  $\overline{BC}$   
 $\overline{AC}$   
 sobre  
 $\triangle ABC \sim \triangle AHB \sim \triangle BHC$



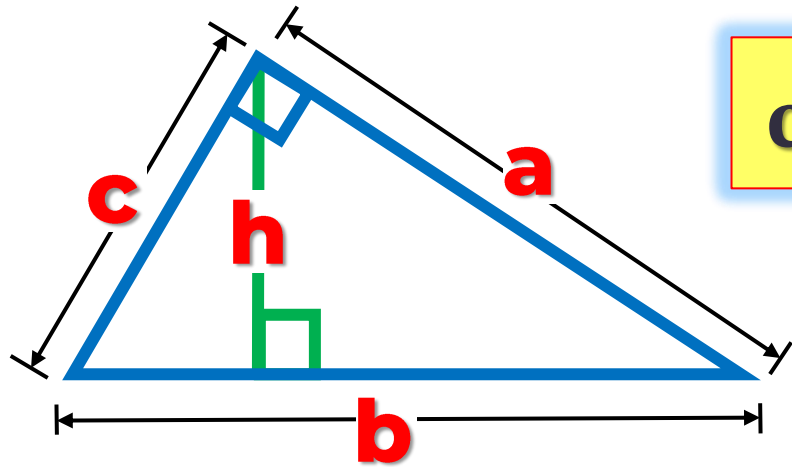
$$c^2 = bm$$



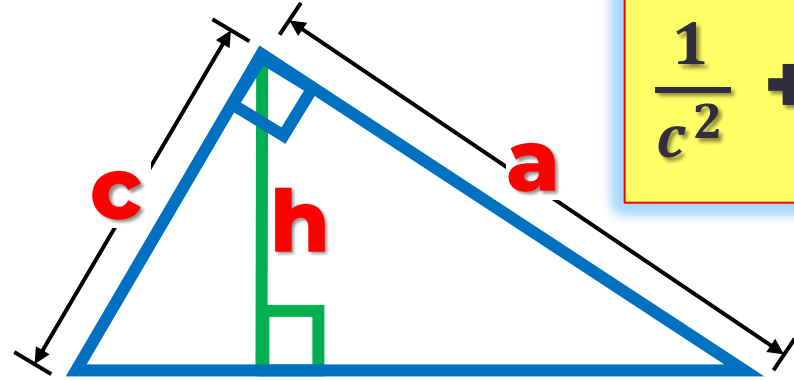
$$b^2 = a^2 + c^2$$



$$h^2 = mn$$

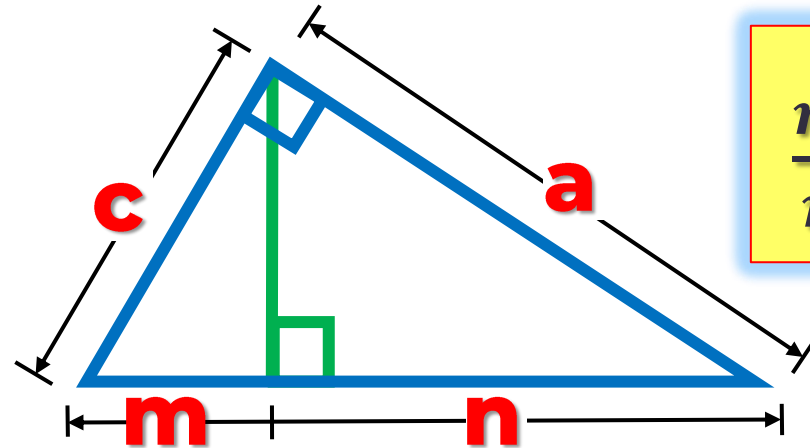


$$ca = hb$$

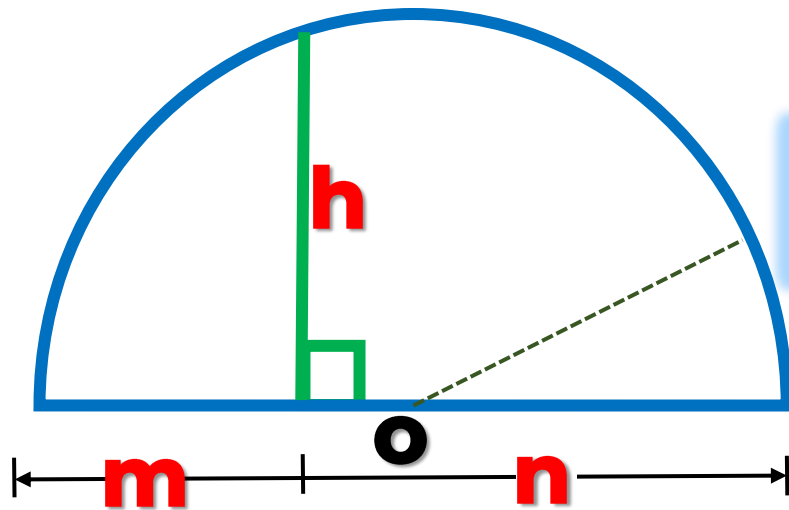


$$\frac{1}{c^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{1}{h^2}$$

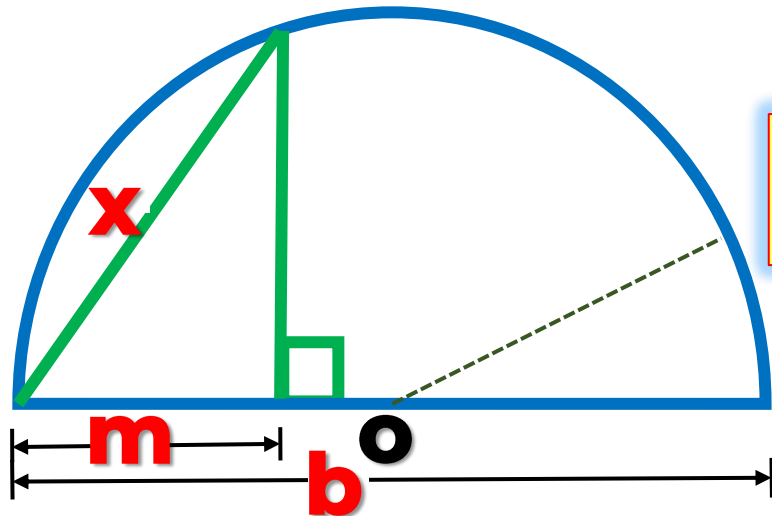
## Teoremas auxiliares



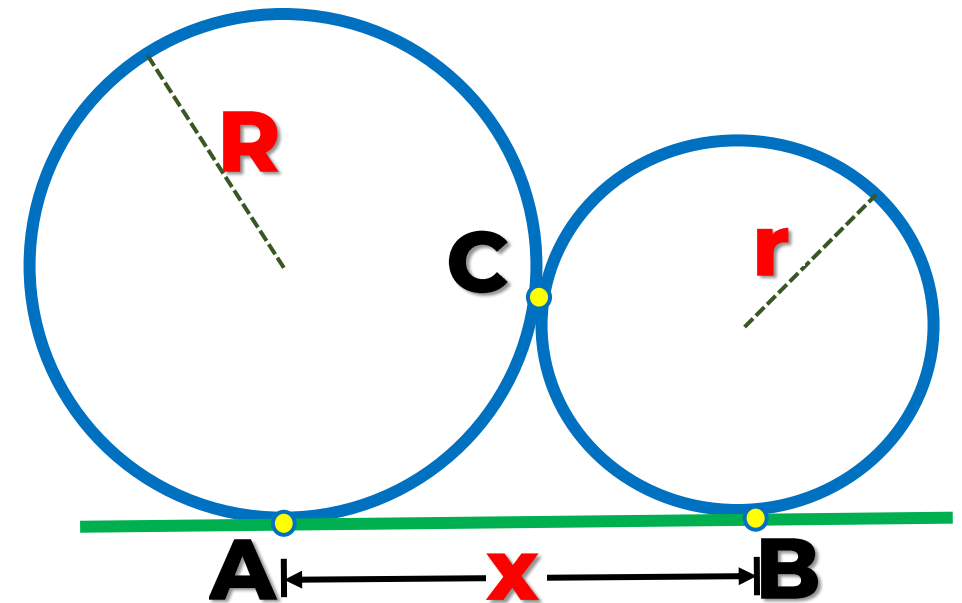
$$\frac{m}{n} = \frac{c^2}{a^2}$$



$$h^2 = mn$$



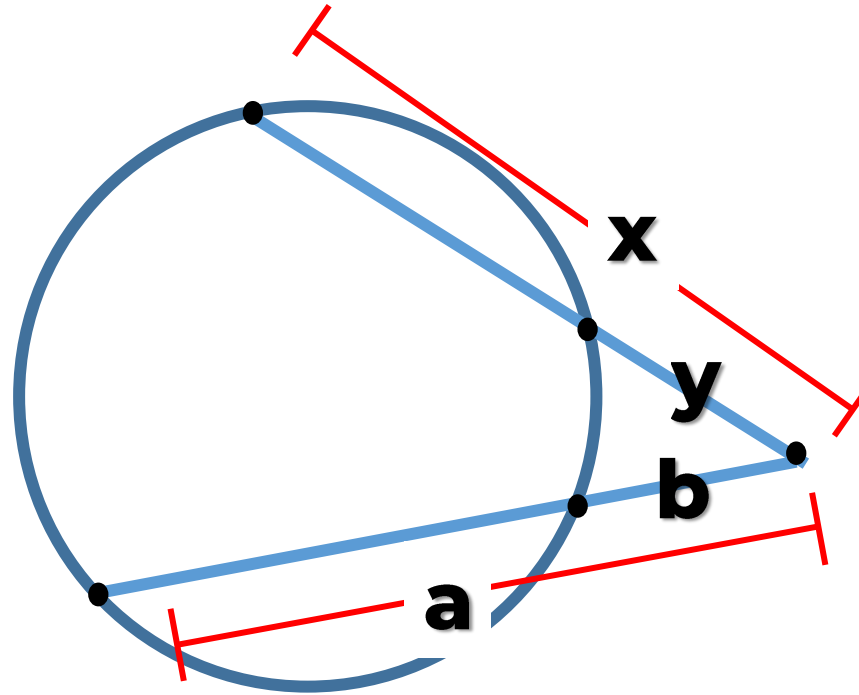
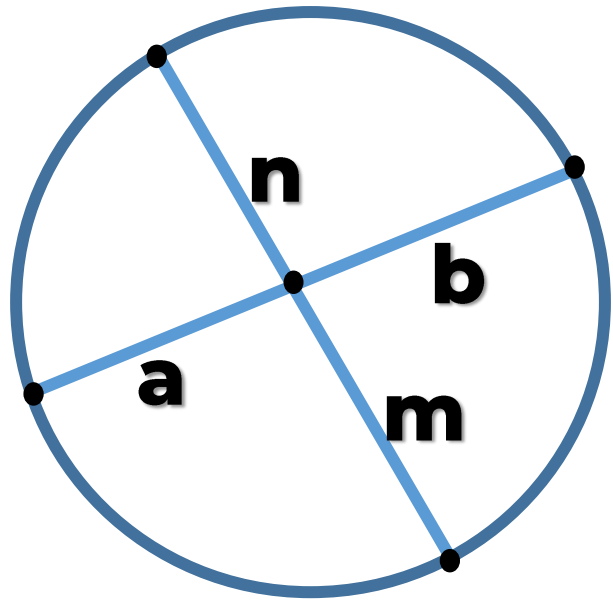
$$x^2 = bm$$



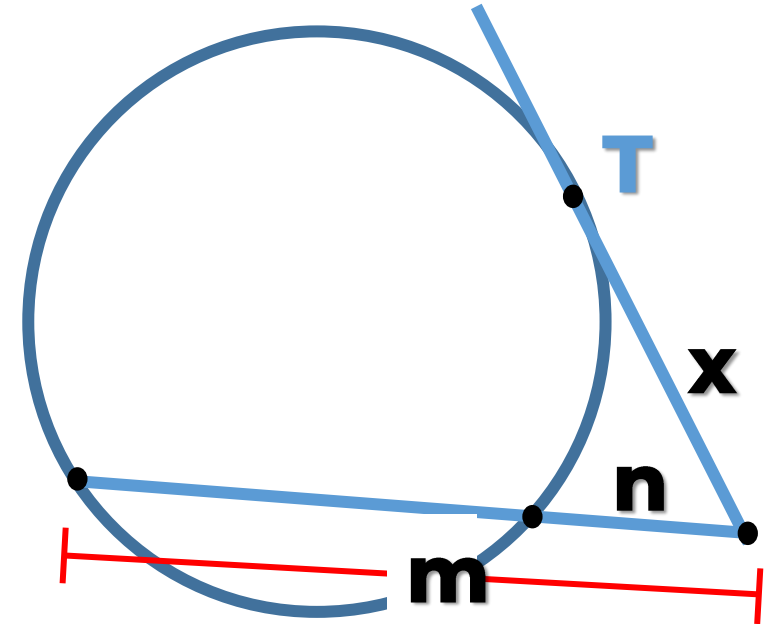
**A, B y C son puntos de tangencia**

$$x = 2\sqrt{Rr}$$

# Relaciones Métricas en la circunferencia



T : punto de tangenci



T. de Cuerdas T. de las Secantes T. de la Tangent

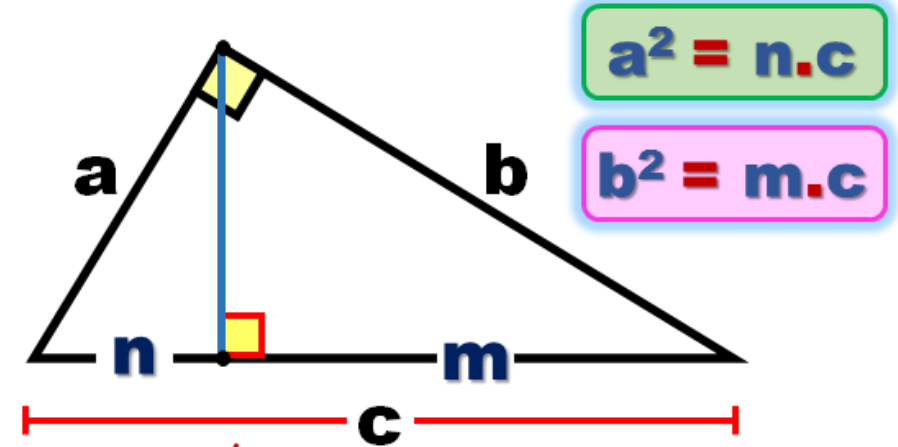
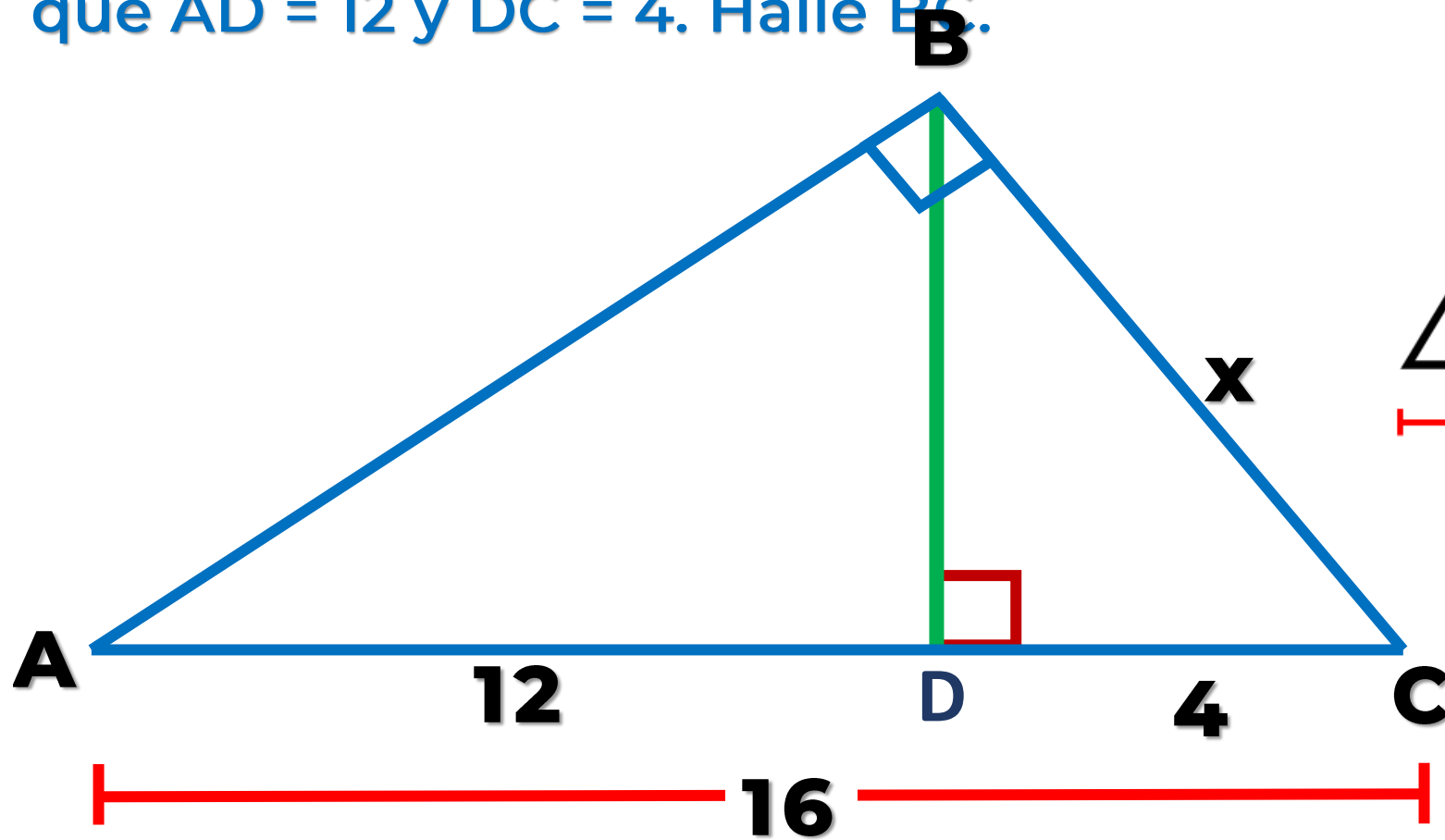
$$a.b = m.n$$

$$x.y = a.b$$

$$x^2 = n.m$$

## HELICO | PRACTICE

1. En un triángulo rectángulo ABC recto en B, se traza la altura  $\overline{BD}$ , tal que  $AD = 12$  y  $DC = 4$ . Halle BC.



### Resolución

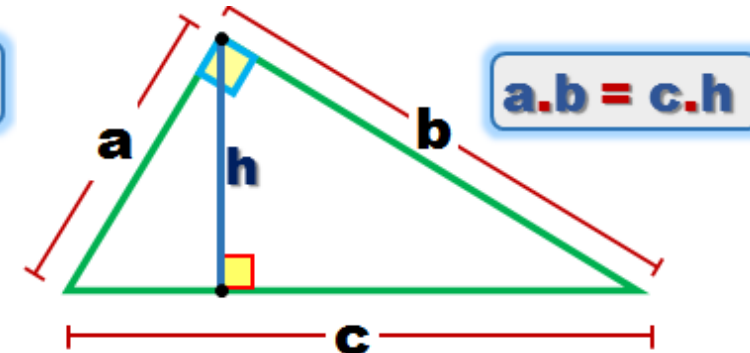
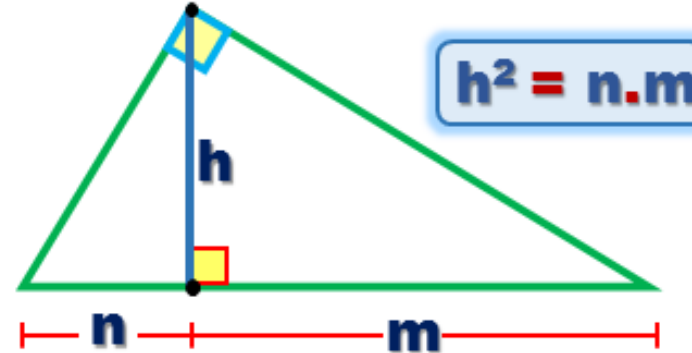
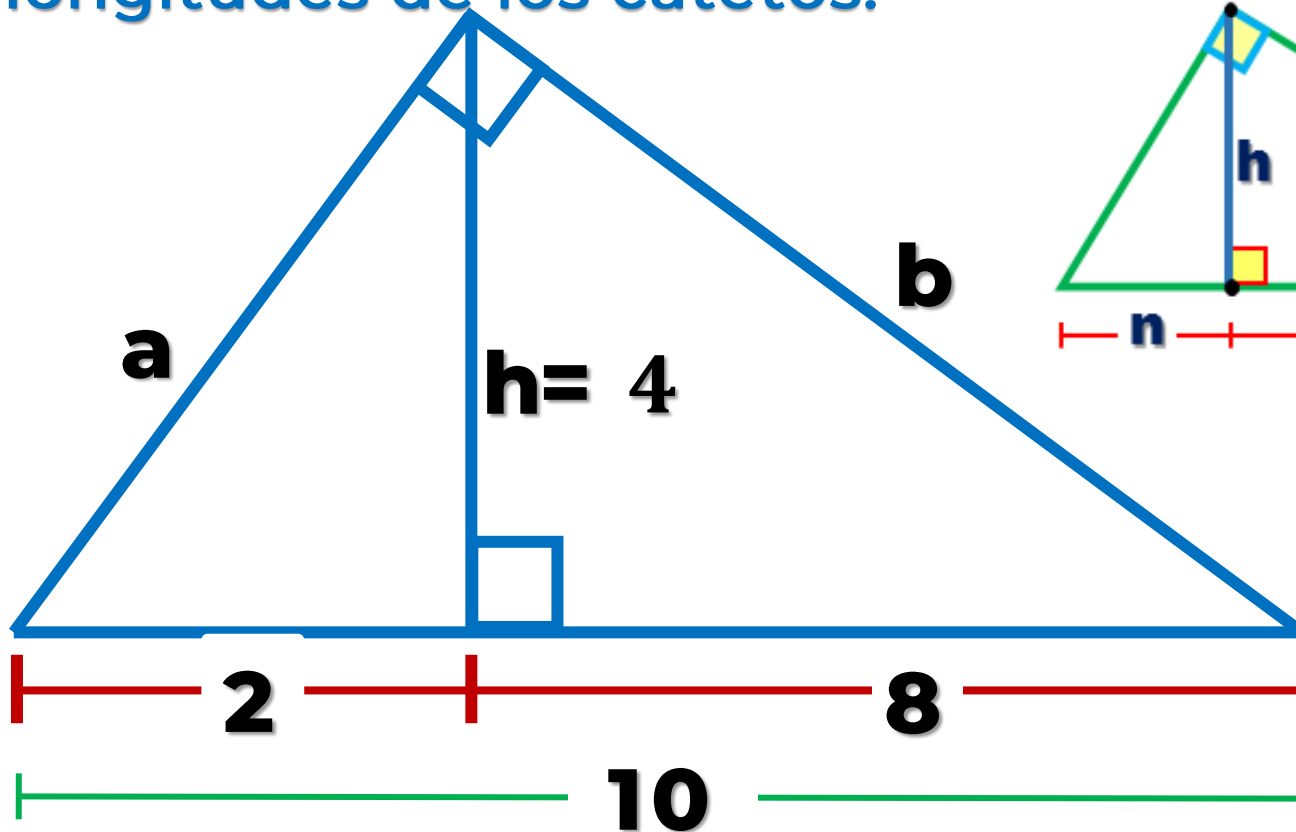
$$\rightarrow x^2 = (4)(16)$$

$$x^2 = 64$$

$$x = 8$$



2. En un triángulo rectángulo, las longitudes de las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa son 2 y 8. Calcule el producto entre las longitudes de los catetos.



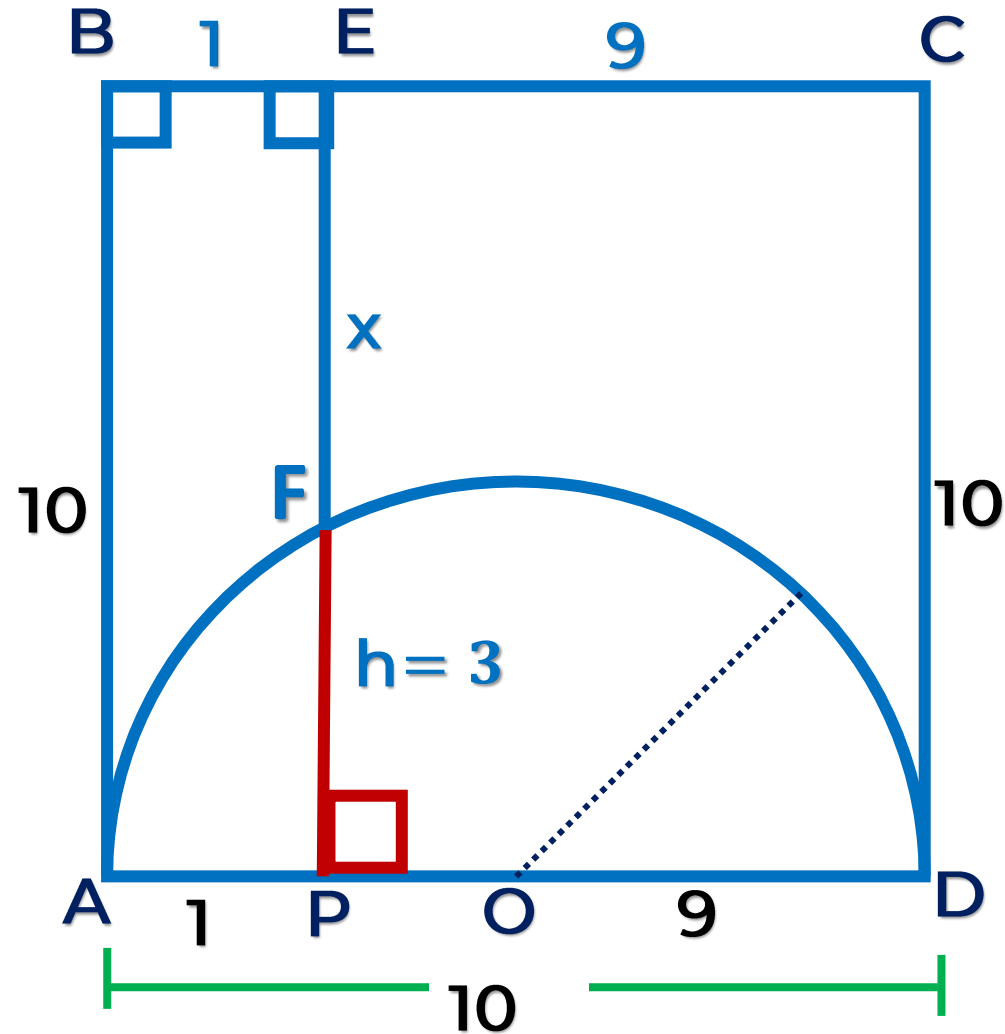
### Resolución

$$\begin{aligned} \rightarrow h^2 &= (2)(8) \\ h^2 &= 16 \\ h &= 4 \end{aligned}$$

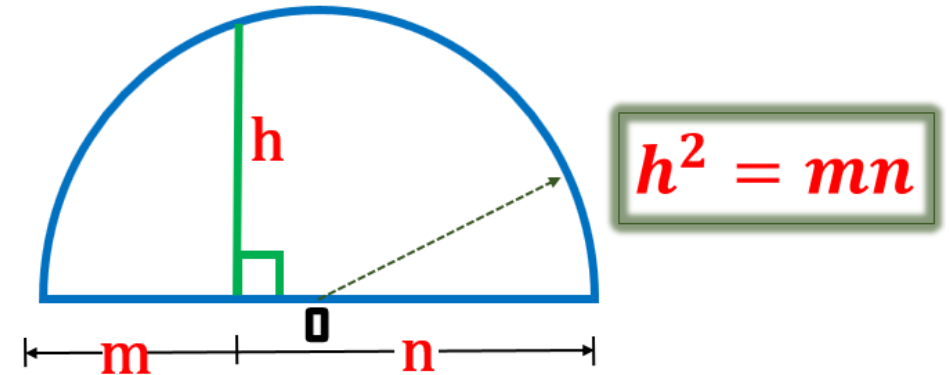
$$ab = (10)(4)$$

$$ab = 40$$

3. Si ABCD es un cuadrado, BE = 1 y EC = 9, halle EF.



- Prolongamos  $\overline{EF}$  hasta P.



### Resolución

$$\begin{aligned} \rightarrow h^2 &= (1)(9) \\ h^2 &= 9 \\ h &= 3 \end{aligned}$$

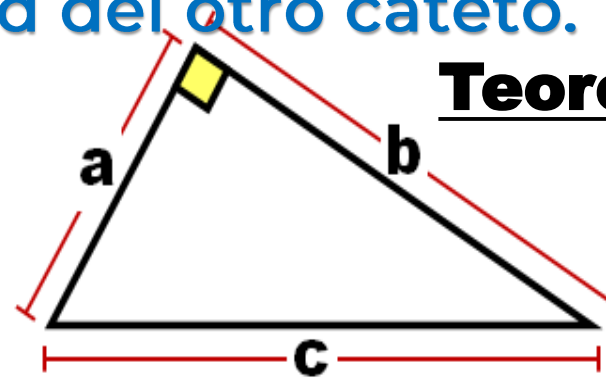
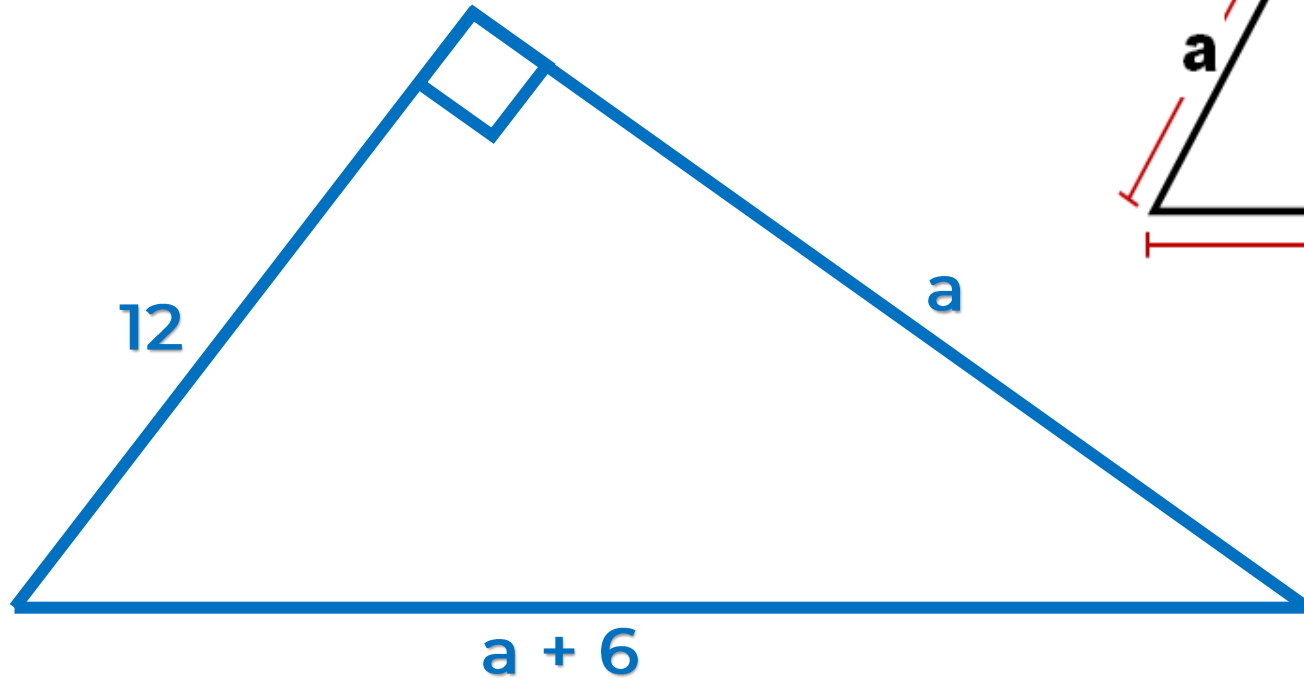
- En  $\overline{EP}$ .  

$$x + 3 = 10$$

$$x = 7$$

## HELICO | PRACTICE

4. La longitud de un cateto es 12, y las longitudes de los otros lados se diferencian en 6. Halle la longitud del otro cateto.



**Teorema de Pitágoras**

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Resolución

$$\rightarrow (a + 6)^2 = a^2 + 12^2$$

$$\cancel{a}^2 + 2(a)(6) + (6)^2 = \cancel{a}^2 + 12^2$$

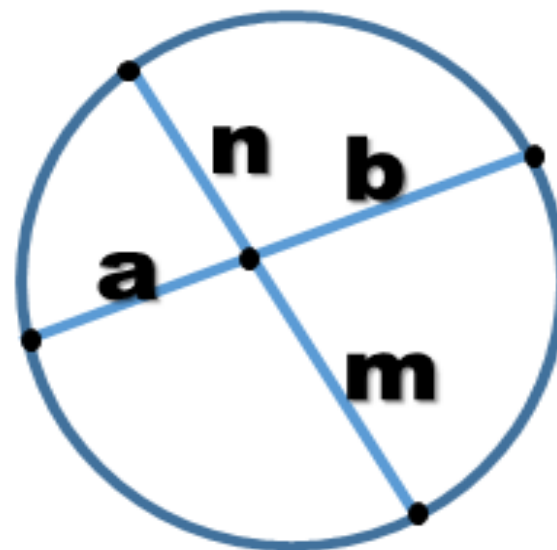
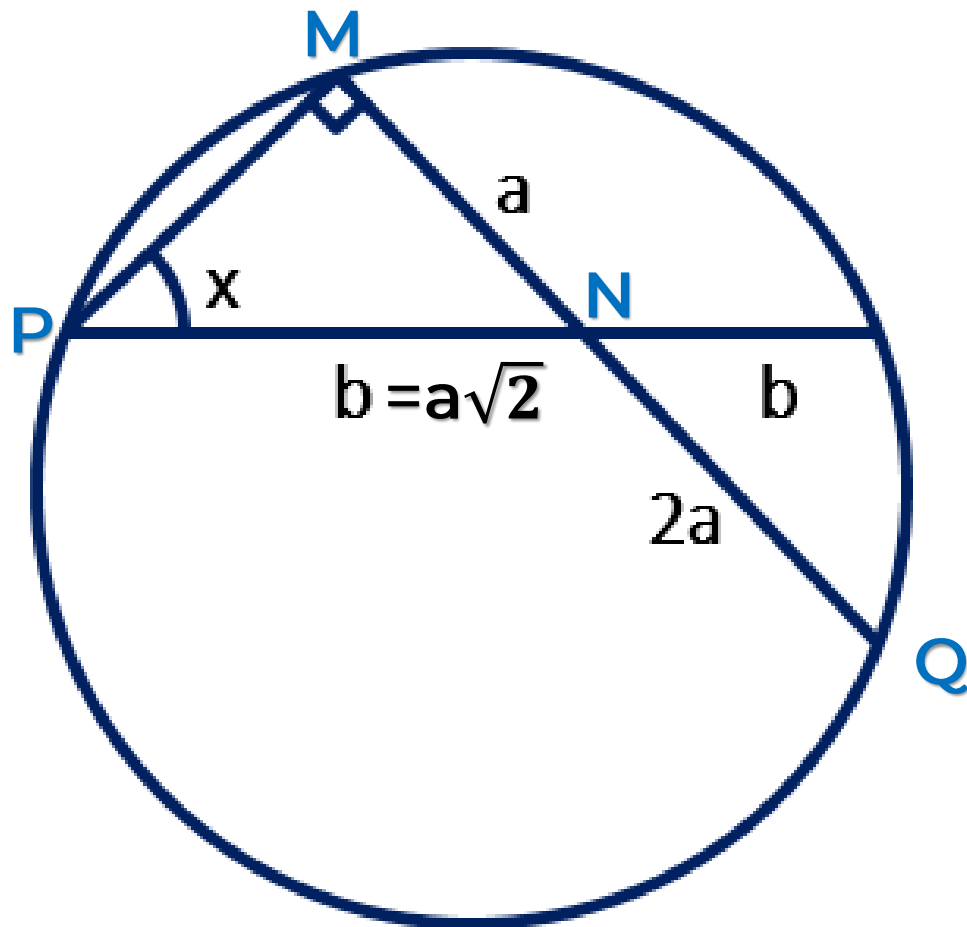
$$12(a) + 36 = 144$$

$$12a = 108$$

$$a = 9$$

## HELICO | PRACTICE

5. En la figura, halle el valor de  $x$ .



**T. de Cuerdas**

$$a \cdot b = m \cdot n$$

Resolución

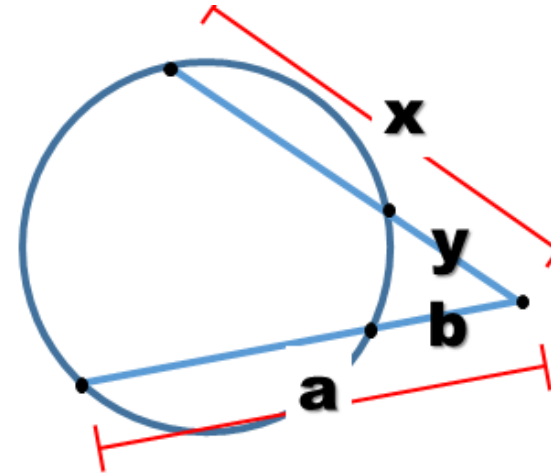
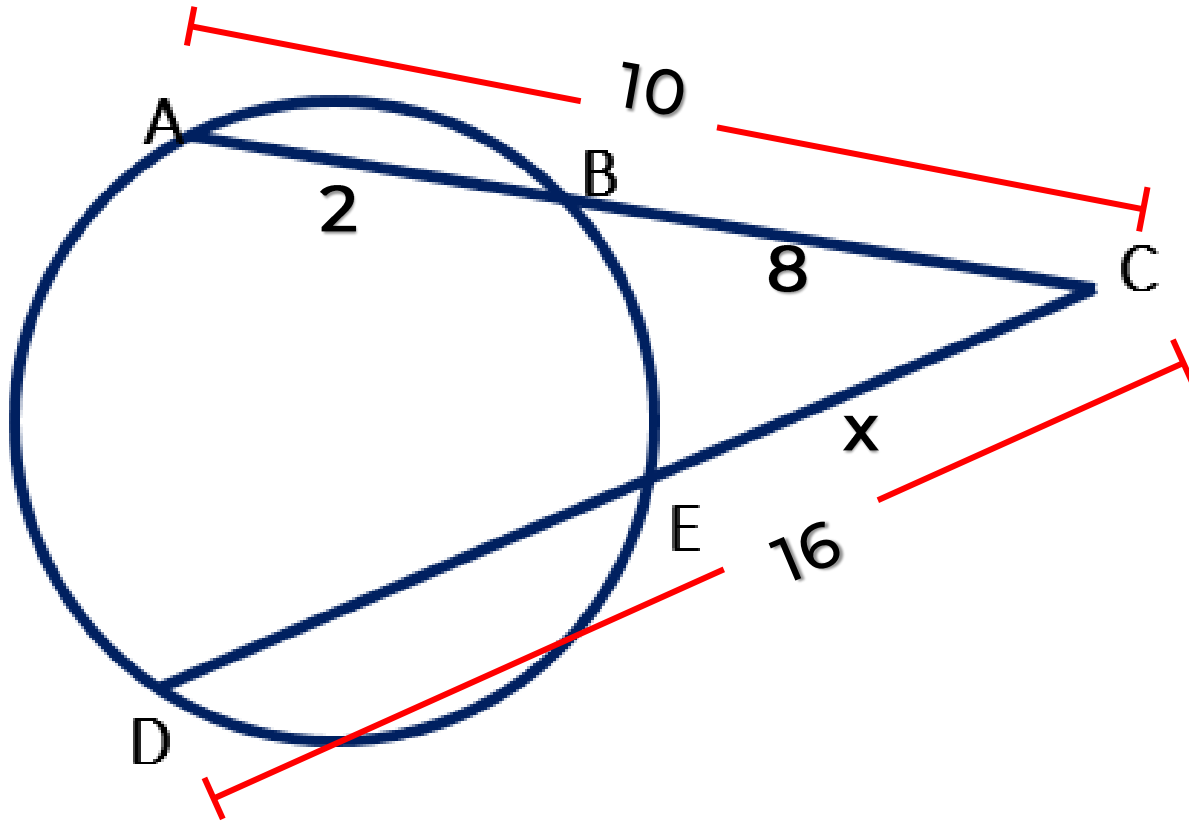
$$\begin{aligned} \rightarrow b \cdot b &= a \cdot (2a) \\ b^2 &= 2a^2 \\ b &= a\sqrt{2} \end{aligned}$$

$\triangle PMN$  Notable de  $45^\circ$  y  $45^\circ$

$$x = 45^\circ$$

## HELICO | PRACTICE

6. En el gráfico,  $AB = 2$ ,  $BC = 8$  y  $DC = 16$ .



**T. de las Secantes**

$$x \cdot y = a \cdot b$$

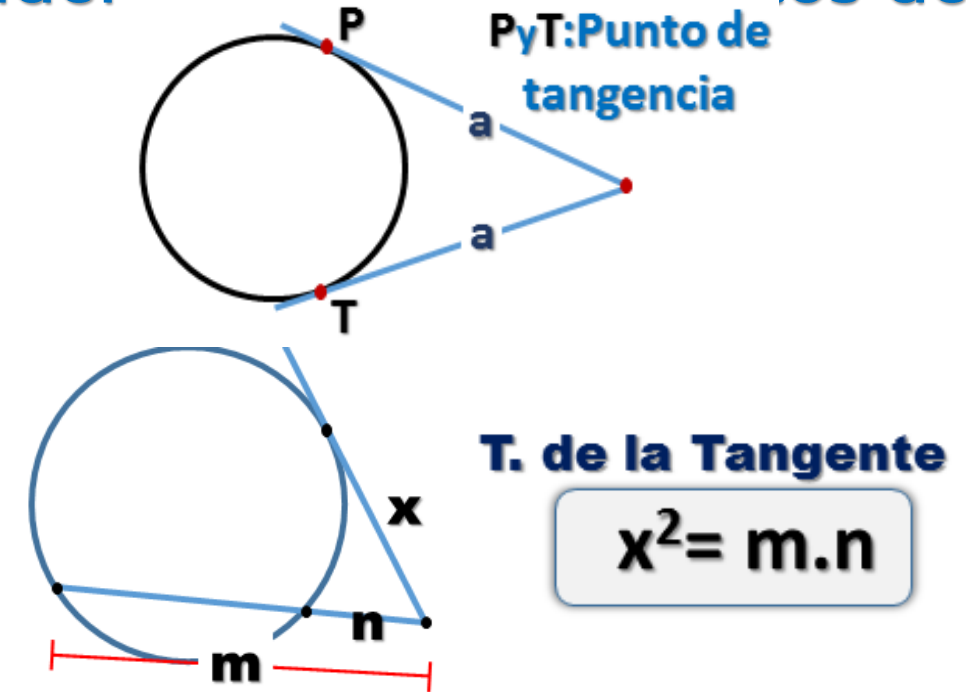
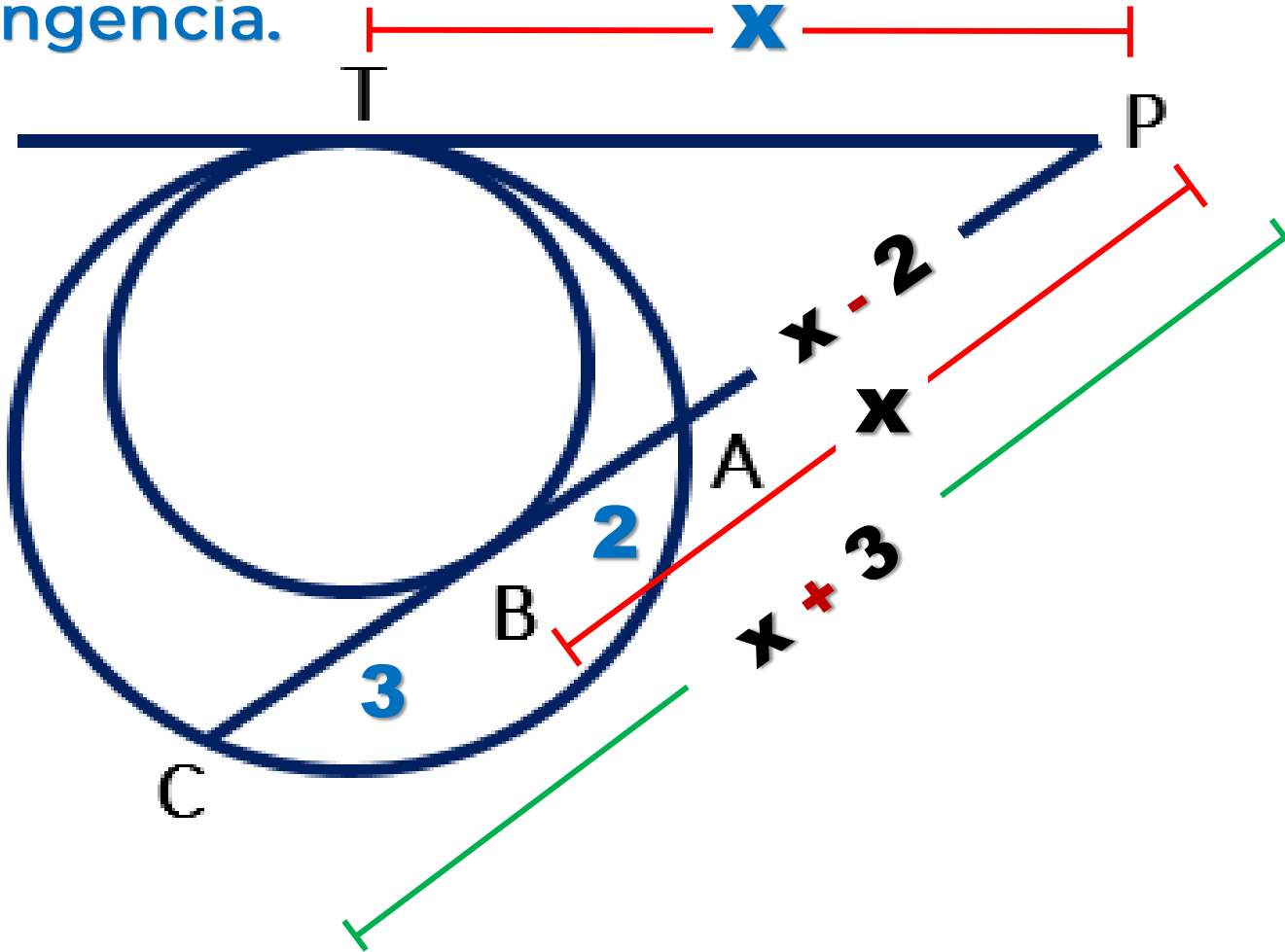
Resolución

$$\begin{aligned} \rightarrow (16)(x) &= (10)(8) \\ 16x &= 80 \end{aligned}$$

$$x = 5$$

## HELICO | PRACTICE

7. En la figura,  $BC = 3$  y  $AB = 2$ . Halle  $PT$  si, además  $T$  y  $R$  son puntos de tangencia.



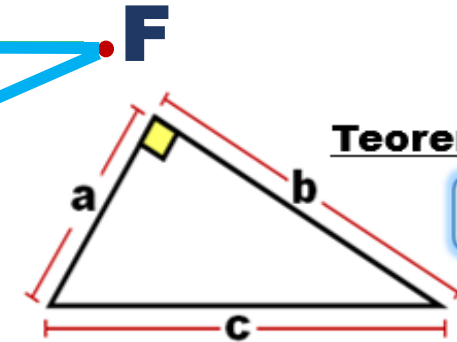
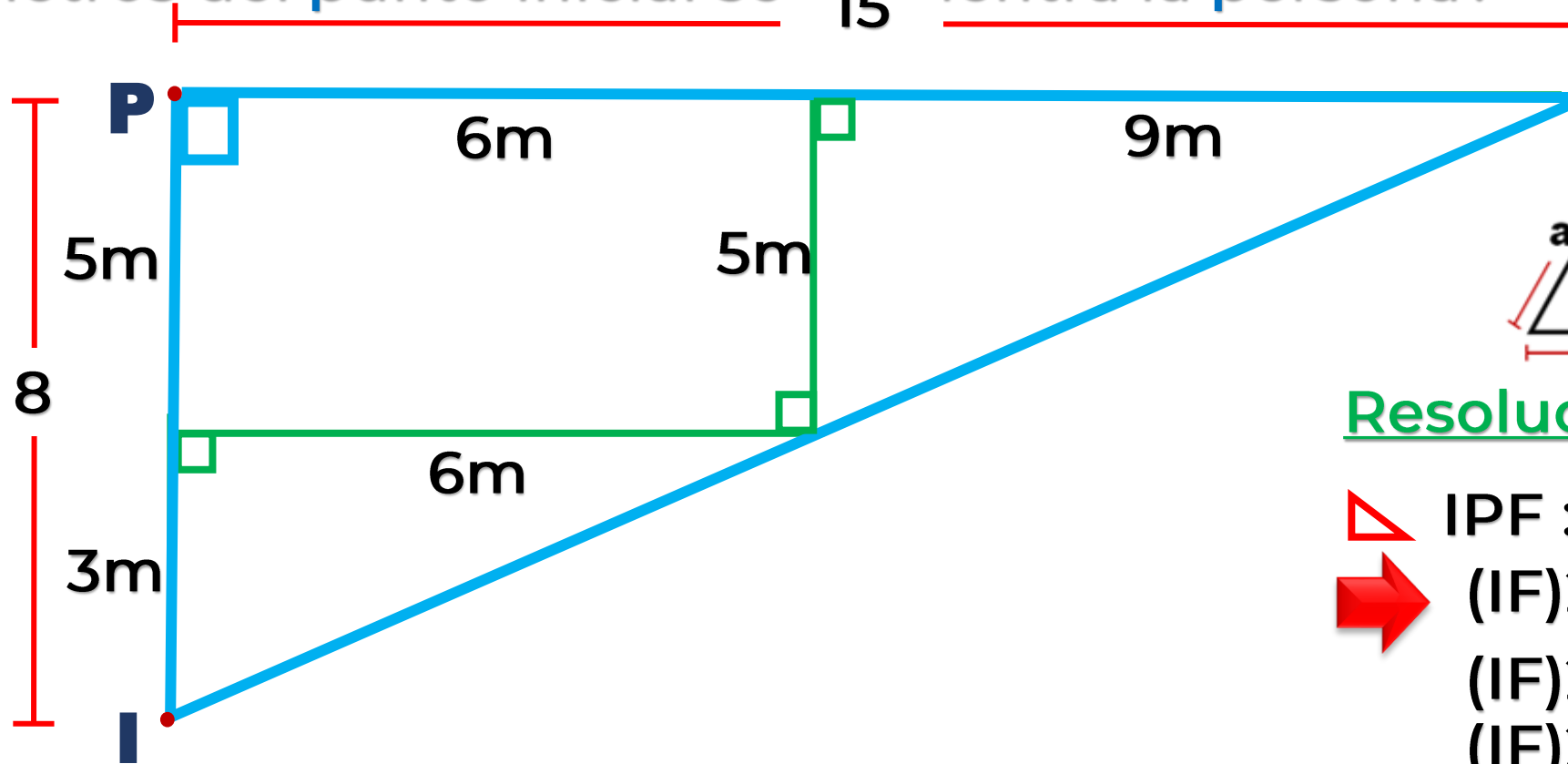
### Resolución

$$\rightarrow x^2 = (x + 3)(x - 2)$$

$$x^2 = x^2 + x - 6$$

$$x = 6$$

8. Una persona caminó 3 m hacia el norte, luego 6 m hacia el este, luego 5 m hacia el norte y finalmente 9 m hacia el este. ¿A cuántos metros del punto inicial se encuentra la persona?



Teorema de Pitágoras

$$c^2 = a^2 + b^2$$

### Resolución

IPF :

$$(IF)^2 = 8^2 + 15^2$$

$$(IF)^2 = 64 + 225$$

$$(IF)^2 = 289$$

$$IF = 17$$