ALGEBRA

3th
SECONDARY

RETROALIMENTACIÓN

TOMO 1

SACO OLIVEROS

Problema 1

Resolución:

Simplifique

$$P = \frac{5^{a+1} . 25^{a+4}}{125^{a+2}}$$

RECORDEMOS:

Potencia de potencia:

$$\left((a^m)^n\right)^p = a^{mnp}$$

Multiplicación de bases iguales:

$$a^m . a^n = a^{m+n}$$

División de bases iguales:

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$P = \frac{5^{a+1} . 25^{a+4}}{125^{a+2}}$$

$$P = \frac{5^{a+1} . \left(5^2\right)^{a+4}}{\left(5^3\right)^{a+2}}$$

$$P = \frac{5^{a+1} . 5^{2a+8}}{5^{3a+6}}$$

$$P = \frac{5^{3a+9}}{5^{3a+6}} \quad -$$

$$P = 5^3$$

$$\boxed{\therefore \quad P = 125}$$

Problema 2

Reduzca

$$M=\frac{3^{x+4}-3^{x+2}+3^{x+1}}{3^{x+3}+3^{x}}$$

RECORDEMOS:

Multiplicación de bases iguales:

$$\boxed{a^{m+n}=a^{m}.a^{n}}$$

Resolución:

$$M=\frac{3^{x+4}-3^{x+2}+3^{x+1}}{3^{x+3}+3^{x}}$$

$$M=\frac{3^{x}.3^{4}-3^{x}.3^{2}+3^{x}.3^{1}}{3^{x}.3^{3}+3^{x}}$$

$$M=\frac{\cancel{3^{x}}\left(3^{4}-3^{2}+3^{1}\right)}{\cancel{3^{x}}\left(3^{3}+1\right)}$$

$$M=\frac{3^{4}-3^{2}+3^{1}}{3^{3}+1}$$

$$M=\frac{81-9+3}{27+1}$$

$$\boxed{\therefore\quad M=\frac{75}{28}}$$

Problema 3

Sabiendo que $\boxed{x^x = 2}$, halle el valor de la expresión

$$Q = x^{4x^{x+1}}$$

RECORDEMOS:

Multiplicación de bases iguales:

$$\boxed{a^{m+n} = a^m . a^n}$$

Potencia de potencia:

$$\boxed{a^{mn} = (a^m)^n}$$

Resolución:

$$Q = x^{4x^{x+1}}$$

$$Q = x^{4x^x . x}$$

$$Q = x^{x . 4x^x}$$

$$Q = (x^x)^{4x^x}$$

$$Q = (2)^{4 . 2}$$

$$Q = 2^8$$

$$\boxed{\therefore \quad Q = 256}$$

Problema 4

Efectúe

$$R = \sqrt[3]{(27)^2} + \sqrt[5]{(32)^6} - \sqrt{(16)^3}$$

Resolución:

$$R = \sqrt[3]{(27)^2} + \sqrt[5]{(32)^6} - \sqrt{(16)^3}$$

$$R = \sqrt[3]{27}^{\,2} + \sqrt[5]{32}^{\,6} - \sqrt{16}^{\,3}$$

$$R = 3^2 + 2^6 - 4^3$$

$$R = 9 + \cancel{64} - \cancel{64}$$

$$\boxed{\therefore \quad R = 9}$$

Problema 5

Simplifique

$$E=\sqrt[8]{\frac{\sqrt[3]{2}.\sqrt[3]{2}\ \dots\dots\dots\sqrt[3]{2}\ (60\ factores)}{\sqrt[5]{2}.\sqrt[5]{2}\ \dots\dots\dots\sqrt[5]{2}(20\ factores)}}$$

Resolución:

$$E=\sqrt[8]{\frac{\sqrt[3]{2}.\sqrt[3]{2}\ \dots\dots\dots\sqrt[3]{2}\ (60\ factores)}{\sqrt[5]{2}.\sqrt[5]{2}\ \dots\dots\dots\sqrt[5]{2}(20\ factores)}}$$

$$E=\sqrt[8]{\frac{\sqrt[3]{2}^{60}}{\sqrt[5]{2}^{20}}}$$

$$E=\sqrt[8]{\frac{2^{20}}{2^{4}}}$$

$$E=\sqrt[8]{2^{16}}$$

$$E=2^{2}$$

$$\boxed{\therefore\ E=4}$$

Problema 6

Calcule

$$P=\sqrt[5]{4.\sqrt[3]{32.\sqrt[4]{64}}.\sqrt{\sqrt[3]{2}}}$$

RECORDEMOS:

Raíz de raíz:

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{\sqrt[p]{a}}}=\sqrt[mnp]{a}$$

Radicales sucesivos:

$$\sqrt[m]{x^a.\sqrt[n]{x^b.\sqrt[p]{x^c}}}=\sqrt[mnp]{x^{(an+b)p+c}}$$

Resolución:

$$P=\sqrt[5]{4.\sqrt[3]{32.\sqrt[4]{64}}.\sqrt{\sqrt[3]{2}}}$$

$$P=\sqrt[5]{2^2.\sqrt[3]{2^5.\sqrt[4]{2^6}}}.\sqrt[2.3]{2}$$

$$P=\sqrt[5.3.4]{2^{(2.3+5)4+6}}.\sqrt[6]{2}$$

$$P=\sqrt[60]{2^{50}}.\sqrt[6]{2}$$

$$P=\sqrt[6]{2^5}.\sqrt[6]{2}$$

$$P=\sqrt[6]{2^5.2}$$

$$P=\sqrt[6]{2^6}$$

$$\boxed{\therefore\ P=2}$$

Problema 7

Resuelva

$$3^{x+2}.27^{x+1}.9^{x-2}=243^{x+1}$$

RECORDEMOS:

Potencia de potencia:

$$((a^m)^n)^p = a^{mnp}$$

Multiplicación de bases iguales:

$$a^m.a^n = a^{m+n}$$

Resolución:

$$3^{x+2}.27^{x+1}.9^{x-2}=243^{x+1}$$

$$3^{x+2}.(3^3)^{x+1}.(3^2)^{x-2}=(3^5)^{x+1}$$

$$3^{x+2}.3^{3x+3}.3^{2x-4}=3^{5x+5}$$

$$3^{x+2+3x+3+2x-4}=3^{5x+5}$$

$$\cancel{3}^{6x+1}=\cancel{3}^{5x+5}$$

$$6x+1=5x+5$$

$$\boxed{\therefore \quad x=4}$$

Problema 8

Si

$$x^x = \left(\frac{1}{6}\right)^{\frac{1}{72}}$$

Calcule el valor de x.

Resolución:

$$x^x = \left(\frac{1}{6}\right)^{\frac{1}{72}\times\frac{3}{3}}$$

$$x^x = \left(\left(\frac{1}{6}\right)^{3}\right)^{\frac{1}{72.3}}$$

$$x^x = \left(\frac{1}{216}\right)^{\frac{1}{216}}$$

$$\boxed{\therefore\ x = \frac{1}{216}}$$

Problema 9

Resuelva

$$x^x = \frac{\sqrt[5]{625}}{5}$$

Resolución:

$$x^x = \frac{\sqrt[5]{625}}{5}$$

$$x^x = \frac{\sqrt[5]{5^4}}{5}$$

$$x^x = \frac{5^{\frac{4}{5}}}{5^1}$$

$$x^x = 5^{\frac{4}{5}-1}$$

$$x^x = 5^{-\frac{1}{5}}$$

$$x^x = \left(\frac{1}{5}\right)^{\left(\frac{1}{5}\right)}$$

$$\boxed{\therefore \quad x = \frac{1}{5}}$$

Problema 10

Luego de resolver

$$3^{2^{x+2}} = 9^{4^{x-1}}$$

el valor de x representa la edad del hijo del profesor Arturo. ¿Cuál será su edad dentro de 10 años?

Resolución:

$$3^{2^{x+2}} = 9^{4^{x-1}}$$

$$3^{2^{x+2}} = \left(3^2\right)^{4^{x-1}}$$

$$\cancel{3}^{2^{x+2}} = \cancel{3}^{2.\,4^{x-1}}$$

$$2^{x+2} = 2.\,4^{x-1}$$

$$2^{x+2} = 2.\left(2^2\right)^{x-1}$$

$$2^{x+2} = 2.\,2^{2x-2}$$

$$\cancel{2}^{x+2} = \cancel{2}^{2x-1}$$

$$x+2 = 2x-1$$

$$\boxed{x = 3}$$

∴ *Dentro de 10 años el hijo del profesor Arturo tendrá 13 años.*