ALGEBRA

4th

RETROALIMENTACIÓN

TOMO 1

SACO OLIVEROS

HELICO RETRO

CAPÍTULO 01

SACO OLIVEROS

1. Se tiene el polinomio completo y ordenado.

$$M(x) = 20x^5 - 7x^{a-4} + 3x^{a+b-4} + 3x^{c+b} + x + 5$$

Halle el valor de "$\mathbf{a + b + c}$" .

RESOLUCIÓN

Como el polinomio es completo y ordenado

$$M(x) = \underbrace{20x^5}_{5°} - \underbrace{7x^{a-4}}_{4°} + \underbrace{3x^{a+b-4}}_{3°} + \underbrace{3x^{c+b}}_{2°} + \underbrace{x}_{1°} + \underbrace{5}_{0°}$$

$$a - 4 = 4$$

$$\boxed{a = 8}$$

$$\underbrace{a}_{8} + b - 4 = 3$$

$$\boxed{b = -1}$$

$$c + \underbrace{b}_{-1} = 2$$

$$\boxed{c = 3}$$

Nos piden: $a + b + c$

$$\boxed{a + b + c = 10}$$

2. Si:

$$P(x-3) = 5x-7 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(1)}$$

$$P\big(F(x)\big) = 10x-7 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(2)}$$

Calcule $F(2)$.

RESOLUCIÓN

En (1)

$$P(x-3) = 5x-7 = 5(x-3)+8$$

$$\Rightarrow P\big(F(x)\big) = 5F(x)+8$$

Igualamos con (2)

$$5F(x)+8 = 10x-7$$

Despejamos F(x)

$$\boxed{F(x) = 2x-3}$$

Nos piden: $F(2)$

$$F(2) = 2(2)-3$$

$$\boxed{F(2) = 1}$$

3. Se tiene los polinomios idénticos.

$$8x + 27 \equiv a(x+4) + b(2x+3)$$

Determine el valor de "$a + b$" .

RESOLUCIÓN

- Si se obtiene el mismo valor numérico para cualquier valor asignado a sus variables.

Para: $x = -4$

$$8(-4) + 27 = a(\underbrace{\cancel{-4+4}}_{0}) + b(2(-4)+3)$$

$$-5 = b(-5)$$

$$\boxed{b = 1}$$

Luego

$$8x + 27 \equiv a(x+4) + 1(2x+3)$$

Para: $x = 0$

$$8(0) + 27 = a((0)+4) + 1(2(0)+3)$$

$$27 = 4a + 3$$

$$\boxed{a = 6}$$

Nos piden: $a + b$

$$\boxed{7}$$

HELICO RETRO

CAPÍTULO 02

SACO OLIVEROS

4. Si: $x - x^{-1} = 2$

Calcule: $x^4 + x^{-4}$

RESOLUCIÓN

Entonces elevamos al cuadrado el dato

$$\underbrace{(x - x^{-1})^2} = (2)^2$$

$$x^2 - 2\underbrace{x.x^{-1}}_{1} + x^{-2} = 4$$

Luego $x^2 + x^{-2} = 6$

elevamos al cuadrado

$$(x^2 + x^{-2})^2 = (6)^2$$

$$x^4 + 2\underbrace{x^2.x^{-2}}_{1} + x^{-4} = 36$$

$$\boxed{x^4 + x^{-4} = 34}$$

RECORDEMOS

$$\boxed{(m-n)^2 = m^2 - 2mn + n^2}$$

$$\boxed{(m+n)^2 = m^2 + 2mn + n^2}$$

5. Reducir la siguiente expresión

$$\frac{(3x-2y)^3+(5z-3x)^3+(2y-5z)^3}{(5z-3x)(3x-2y)(2y-5z)}$$

RESOLUCIÓN

Realizamos un cambio de variable

$$3x-2y=a \qquad (+)$$

$$5z-3x=b$$

$$2y-5z=c$$

$$0=a+b+c$$

Reemplazando

$$\frac{(a)^3+(b)^3+(c)^3}{(b)(a)(c)}$$

$$\Rightarrow \frac{3\cancel{abc}}{\cancel{(b)(a)(c)}}$$

$$\boxed{3}$$

RECORDEMOS

$$Si:\ a+b+c=0$$

$$a^3+b^3+c^3=3abc$$

6. Halle el valor de P en:

$$P = (x + 5)(x - 2)(x + 6)(x - 1) + 2$$

Si: $x^2 + 4x - 13 = 0$

RESOLUCIÓN

Del dato

$$\boxed{x^2 + 4x = 13}$$

Ahora ordenamos convenientemente los factores en P

$$P = \underbrace{(x + 5)(x - 1)}\underbrace{(x + 6)(x - 2)} + 2$$

$$P = (x^2 + 4x - 5)(x^2 + 4x - 12) + 2$$

Reemplazando el dato en P

$$P = (13 - 5)(13 - 12) + 2$$

$$\boxed{P = 10}$$

RECORDEMOS A STEVEN

$$\boxed{(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + a.b}$$

HELICO RETRO

CAPÍTULO 03

SACO OLIVEROS

7. Si: $\dfrac{1}{x+y}+\dfrac{1}{y+z}=\dfrac{4}{x+2y+z}$

Calcule: $\dfrac{3x^2+2z^2}{5xz}+\dfrac{x}{z}$

RESOLUCIÓN

Damos forma al dato

$$\frac{1}{x+y}+\frac{1}{y+z}=\frac{4}{\boldsymbol{x+y+y+z}}$$

Realizamos un cambio de variable

$\boxed{x+y=a}$ $\boxed{y+z=b}$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{4}{a+b}$$

Operando

$$\underbrace{(a+b)^2}=4ab$$

$$a^2+2ab+b^2=4ab$$

$$\underbrace{a^2-2ab+b^2}=0$$

$$(a-b)^2=0 \quad \Rightarrow \quad a=b$$

$$\Rightarrow \quad x+\cancel{y}=\cancel{y}+z \qquad \boxed{x=z}$$

Nos piden

$$\frac{3x^2+2z^2}{5xz}+\frac{x}{z}=\frac{3x^2+2x^2}{5x.x}+\frac{x}{x}=\frac{\cancel{5x^2}}{\cancel{5x^2}}+\frac{\cancel{x}}{\cancel{x}}$$

$\boxed{2}$

8. Si: $x = \sqrt[3]{a + \sqrt{a^2 + b^3}} + \sqrt[3]{a - \sqrt{a^2 + b^3}}$

Calcule: $\dfrac{x(x^2 + 3b)}{a}$

Recordemos la Identidad de Cauchy

$$\boxed{(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)}$$

Recordemos Diferencia de Cuadrados

$$\boxed{(a+b)(a-b) = a^2 - b^2}$$

RESOLUCIÓN

Elevamos al cubo el dato

$$(x)^3 = \left(\sqrt[3]{a + \sqrt{a^2 + b^3}} + \sqrt[3]{a - \sqrt{a^2 + b^3}}\right)^3$$

$$x^3 = \left(\cancel{\sqrt[3]{a + \sqrt{a^2 + b^3}}}\right)^{\cancel{3}} + \left(\cancel{\sqrt[3]{a - \sqrt{a^2 + b^3}}}\right)^{\cancel{3}} + 3\underbrace{\left(\sqrt[3]{a + \sqrt{a^2 + b^3}}\right)\left(\sqrt[3]{a - \sqrt{a^2 + b^3}}\right)}\underbrace{\left(\sqrt[3]{a + \sqrt{a^2 + b^3}} + \sqrt[3]{a - \sqrt{a^2 + b^3}}\right)}_{x}$$

$$x^3 = a + \cancel{\sqrt{a^2 + b^3}} + a - \cancel{\sqrt{a^2 + b^3}} + 3\sqrt[3]{a^2 - \left(\cancel{\sqrt{a^2 + b^3}}\right)^{\cancel{2}}}(x)$$

$$x^3 = 2a - 3bx \quad \Rightarrow \quad x^3 + 3bx = 2a \quad \Rightarrow \quad x(x^2 + 3b) = 2a$$

$$\boxed{\frac{x(x^2+3b)}{a} = 2}$$

9. Determine el valor de M

$$M = (x+1)(x-1)(x^2-x+1)(x^2+x+1)+1$$

Si: $x = \sqrt[6]{20}$

RESOLUCIÓN

Ordenamos convenientemente los factores en M

$$M = \underbrace{(x+1)(x^2-x+1)}\underbrace{(x-1)(x^2+x+1)}+1$$

$$M = (x^3+1^3)(x^3-1^3)+1$$

$$M = \underbrace{(x^3+1)(x^3-1)}+1$$

$$M = (x^6 \cancel{-1}) \cancel{+1}$$

$$M = x^6$$

$$M = \cancel{\sqrt[6]{20}}^{\cancel{6}}$$

$$\boxed{M = 20}$$

Recordemos la Suma de Cubos

$$\boxed{x^3+y^3 = (x+y)(x^2-xy+y^2)}$$

Recordemos la Diferencia de Cubos

$$\boxed{x^3-y^3 = (x-y)(x^2+xy+y^2)}$$

Recordemos la diferencia de cuadrados

$$\boxed{(a+b)(a-b) = a^2-b^2}$$

HELICO RETRO

PREGUNTA

PISA

SACO OLIVEROS

10. Los alumnos del curso Física necesitan conocer el valor numérico de la Fuerza y la Velocidad (MRU) si la formula de la Fuerza es:

$F = m.a \quad m = (\sqrt{19} + 1) \quad a = (\sqrt{19} - 1)$

Donde: F es Fuerza, m es la masa del cuerpo, a es la aceleración

Además la formula para el calculo de la velocidad es

$v = \dfrac{e}{t} \qquad e = (x - 2y)^3 + (2y - 3z)^3 + (3z - x)^3$

$t = (2y - 3z)(3z - x)(x - 2y)$

Donde: v es velocidad, e es el espacio, t es el tiempo

Si las unidades de las magnitudes son correctas, encontrar la suma numérica de F y v

RESOLUCIÓN

Encontremos el valor de la Fuerza (F)

$F = m.a \Rightarrow F = (\sqrt{19} + 1)(\sqrt{19} - 1)$

$F = (\sqrt{19})^2 - 1 \Rightarrow \boxed{F = 18}$

Encontremos el valor de la velocidad (v)

$$v = \frac{e}{t} \Rightarrow v = \frac{\overbrace{(x-2y)^3}^{a} + \overbrace{(2y-3z)^3}^{b} + \overbrace{(3z-x)^3}^{c}}{\underbrace{(2y-3z)}_{b}\underbrace{(3z-x)}_{c}\underbrace{(x-2y)}_{a}}$$

$$\Rightarrow v = \frac{(a)^3 + (b)^3 + (c)^3}{(b)(c)(a)}$$

RECORDEMOS

$Si: \ a + b + c = 0$

$a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

$$v = \frac{3\cancel{abc}}{\cancel{(b)(c)(a)}}$$

$\boxed{v = 3}$