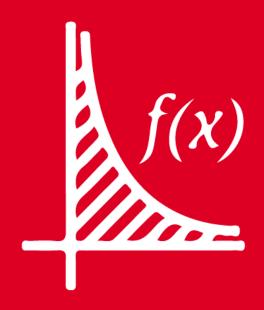
# ALGEBRA Chapter 13





LEYES DE EXPONENTES
PARA LA POTENCIACIÓN



## HELICO MOTIVATING





### **HELICO RETO**



"NUNCA he encontrado una persona tan ignorante que no se pueda aprender algo de ella"





## HELICO THEORY CHAPTHER 13



### **COCIENTE NOTABLE**

### FORMA GENERAL:

Sea la división

$$\frac{x^a \pm y^b}{x^p \pm y^q}$$

genera un cociente notable (CN) cuando se cumple:

$$\frac{a}{p} = \frac{b}{q} = n \qquad ; n \in \mathbb{N}, n \ge 2$$

donde n es el número de términos del CN.

I. Si la división es exacta  $[R(x,y) \equiv 0]$  se cumple:

$$\frac{x^a \pm y^b}{x^p \pm y^q} = Q(x, y)$$

II. Si la división es inexacta  $[R(x, y) \not\equiv 0]$  se cumple:

$$\frac{x^a \pm y^b}{x^p \pm y^q} = Q(x, y) + \frac{R(x, y)}{x^p \pm y^q}$$

Consideramos CN a los originados por divisiones exactas.

#### **HELICO | THEORY**

CASO I: 
$$\frac{x^a-x^a}{x^a}$$

 $\frac{CASO \ I:}{x^p - v^q} \quad ; \quad (n \in \mathbb{N}, n \ge 2)$ 

## <u>Ejemplos:</u>

$$\frac{x^5 - y^5}{x - y} = x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4$$

$$n = \frac{5}{1} \implies n = 5 \text{ t\'erminos}$$

$$\frac{x^{16} - y^{24}}{x^2 - y^3} = x^{14} + x^{12}y^3 + x^{10}y^6 + x^8y^9 + x^6y^{12} + x^4y^{15} + x^2y^{18} + y^{21}$$

$$n = \frac{16}{2} = \frac{24}{3} \implies n = 8 \text{ términos}$$

#### **HELICO | THEORY**

CASO II: 
$$\frac{x^a - y^b}{x^p + y^q} ; \quad (\forall n \ par, n \ge 2)$$

## <u>Ejemplos:</u>

$$\frac{x^{35} - y^{28}}{x^5 + y^4} = x^{30} - x^{25}y^4 + x^{20}y^8 - x^{15}y^{12} + x^{10}y^{16} - x^5y^{20} + y^{24}$$

$$n = \frac{35}{5} = \frac{28}{4} \implies n = 7 \text{ términos}$$

$$\frac{x^{36} - y^{12}}{x^6 + y^2} = x^{30} - x^{24}y^2 + x^{18}y^4 - x^{12}y^6 + x^6y^8 - y^{10}$$

$$n = \frac{36}{6} = \frac{12}{2} \implies n = 6 \text{ t\'erminos}$$

$$\frac{\textit{CASO III:}}{x^p + y^q} \; ; \quad (\forall n \; impar)$$

## Ejemplos:

$$\frac{x^{21} + y^{42}}{x^3 + y^6} = x^{18} - x^{15}y^6 + x^{12}y^{12} - x^9y^{18} + x^6y^{24} - x^3y^{30} + y^{36}$$

$$n = \frac{21}{3} = \frac{42}{6} \implies n = 7 \text{ términos}$$

$$\frac{x^{45}+1}{x^5+1} = x^{40} - x^{35} + x^{30} - x^{25} + x^{20} - x^{15} + x^{10} - x^5 + 1$$

$$n = \frac{45}{5} \implies n = 9 \text{ términos}$$

## TÉRMINO DE LUGAR k:

$$\frac{x^a \pm y^b}{x^p \pm y^q} \quad ; \quad \frac{a}{p} = \frac{b}{q} = n \quad ; \quad (\forall n \ge 2 \; ; \; n \in \mathbb{N})$$

$$T_k = \pm (x^p)^{n-k} (y^q)^{k-1}$$

## TÉRMINO CENTRAL:

I. Cuando el valor de n es impar:

$$T_{\mathcal{C}} = T_{\left(\frac{n+1}{2}\right)} \implies k = \left(\frac{n+1}{2}\right) \implies T_{\mathcal{C}} = \pm (x^p, y^q)^{\frac{n-1}{2}}$$

II. Cuando el valor de n es par:

$$Lugar(T_{c_1}) = \left(\frac{n}{2}\right) \qquad \Longrightarrow \qquad k = \left(\frac{n}{2}\right) \in \mathbb{N}$$

$$Lugar(T_{C_2}) = \left(\frac{n+2}{2}\right) \qquad \Longrightarrow \qquad k = \left(\frac{n+2}{2}\right) \in \mathbb{N}$$

## HELICO PRACTICE CHAPTHER 13



### Calcule el valor de **b** en

$$\frac{x^b-y^{15}}{x^2-y^3}$$

Si genera un cociente notable.

### Resolución:

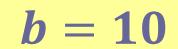
Si genera un C.N entonces se cumple que:

$$\frac{b}{2} = \frac{15}{3} = n \text{ ($\#$ términos del C.N)}$$

$$\frac{b}{2} = 5$$

$$\rightarrow b = 10$$

Rpta:



Obtenga el valor de a en el siguiente cociente notable

$$\frac{x^{a-3}-y^{a+1}}{x^3-y^4}$$

4a - 12 = 3a + 3

a = 15

### Resolución:

Si genera un C.N entonces se cumple que:

$$\frac{a-3}{3} = \frac{a+1}{4} = n \text{ (# términos del C.N)}$$

$$4(a-3) = 3(a+1)$$

$$4a - 3a = 3 + 12$$

$$\therefore a = 15$$

Rpta:



Determine el **término central** en el cociente notable de:

$$\frac{x^{13}-y^{13}}{x^1-y}$$

### Resolucióna

Si genera un C.N entonces se cumple que:

$$Lugar(Tc) = \frac{n+1}{2}$$

$$Lugar(Tc) = \frac{13+1}{2} = 7 \rightarrow k = 7$$

$$n(\text{# t\'erminos del C.N}) = \frac{13}{1} = 13$$

### Entonces el Término General $(T_k)$

$$t_k = (signo)(x^1)^{n-k}(y^1)^{k-1}$$

$$t_7 = (signo)(x^1)^{n-k}(y^1)^{k-1}$$



Indique el número de términos del cociente notable.

$$\frac{x^{n-4}-y^{n+3}}{x^5-y^6}$$

### Resolución:

Si genera un C.N entonces se cumple que:

$$\frac{n-4}{5} = \frac{n+3}{6} = n(\# \text{ términos del C. N})$$

$$\frac{6(n-4)}{6n-4} = \frac{5(n+3)}{6n-24} = \frac{(\# \text{ términos})}{6n-5n} = \frac{15+24}{6n-5n} = \frac{n}{6}$$

Rpta

(#t'erminos)n = 7



Calcule el grado absoluto del término central del siguiente cociente notable.

$$\frac{x^{n+7}-y^{n-4}}{x^3-y^2}$$

### Resolución:

Si genera un C.N entonces se cumple que:

$$Lugar(Tc) = \frac{n+1}{2}$$

$$Lugar(Tc) = \frac{11+1}{2} = 6$$

$$\frac{n+7}{3} = \frac{n-4}{2} = 11 (\# t \'erminos del C.N)$$

$$2(n + 7) \circ \underline{\text{pronogenel T4}} \text{ formino General } (T_k)$$

$$2n + 14 \quad \underline{t_k} = (signo)(x^3)^{n-k}(y^2)^{k-1}$$

$$2n + 14 \quad \underline{t_k} = (signo)(x^3)^{n-k}(y^2)^{k-1}$$

$$4 + 12 \quad \underline{\text{Estamosxen}} \text{ let 1} (y \text{ egso}) \text{ de C. N}$$

$$4 + 12 \quad \underline{\text{Elstamosxen}} \text{ let 1} (y \text{ egso}) \text{ de C. N}$$

$$+ 12 \quad \underline{\text{Elstamosxen}} \text{ let 1} (y^2) \text{ est is } k$$

$$+ n = 26 \text{ sea 18 Also of MPR pta: GA = 25}$$

Indique el grado del término central del cociente notable y él te indicará lo que gastó diariamente, en soles, María en el colegio Saco Oliveros.

$$\frac{x^{27} - y^{36}}{x^{3} - y^{4}}$$

¿Cuánto gastó diariamente?

### Resolución:

Si genera un C.N entonces se cumple que:

$$Lugar(Tc) = \frac{n+1}{2}$$

Lugar(Tc) = 
$$\frac{9+1}{2} = 5 \rightarrow k = 5$$

$$\frac{27}{3} = \frac{36}{4} = \frac{2}{4} (\# t\'{e}rminos del C.N)$$

### Entonces el Término General $(T_k)$

$$t_{k} = (signo)(x^{3})^{n-k}(y^{4})^{k-1}$$

$$Ettam(x^{3})^{n} = el(y^{4}) = aso de C.N$$

$$El_{signa} = sea_{2} p + el(y^{4}) = aso de C.N$$

$$t_{5} = x^{2} p + el(y^{4}) = aso de C.N$$

$$t_{5} = x^{2} p + el(y^{4}) = aso de C.N$$

$$t_{6} = x^{2} p + el(y^{4}) = aso de C.N$$

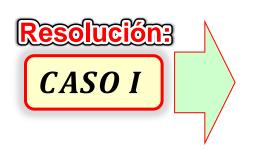
$$t_{7} = aso de C.N$$

$$t_{8} = aso de C.N$$



Luego de obtener cada cociente notable

$$A = \frac{x^4 - 1}{x - 1}$$
;  $B = \frac{x^4 - 1}{x + 1}$ ; Determine A-B



$$A = x^{3} + x^{2} + x^{4} + 1$$

$$A = x^{3} + x^{2} + x^{4} + 1$$

$$B = \frac{x^{n}x^{4} - y^{1}}{x} = x^{4-1} - x^{4-2} \cdot y + x^{4-3} \cdot y^{2} - x^{4-4}y^{1} + \dots - y^{n-1}$$

$$A - B = x^3 + x^2 + x^2 + 1 - x^3 + x^2 - x^2 + 1$$

**Rpta**: 
$$A - B = 2x^2 + 2$$

### Reduzca

$$T = \frac{x^7 + x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1}{x^3 + x^2 + x + 1}$$

### Resolución:

$$\frac{x^n - y^n}{x - y} = x^{n-1} + x^{n-2} \cdot y + x^{n-3} \cdot y^2 + x^{n-4}y^3 + \dots + y^{n-1}$$

$$A = \frac{x^7 + x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1}{x^3 + x^2 + x + 1} = \frac{x^{8-1} + x^{8-2} \cdot 1 + x^{8-3} \cdot 1^2 + x^{8-4} \cdot 1^3 + \dots + 1}{x^{4-1} + x^{4-2} \cdot 1 + x^{4-3} \cdot 1^2 + x^{4-4} \cdot 1^3}$$

$$A = \frac{\frac{x^{8} - 1}{x - 1}}{\frac{x^{4} - 1}{x - 1}} = \frac{(x^{8} - 1)(x - 1)}{(x^{4} - 1)(x - 1)} = \frac{(x^{4})^{2} - 1}{x^{4} - 1} = \frac{(x^{4} + 1)(x^{4} - 1)(a - b)(a - b)(a - b)}{(x^{4} - b)(a - b)(a + b)}$$

$$Rpta: A = x^{4} + 1$$