

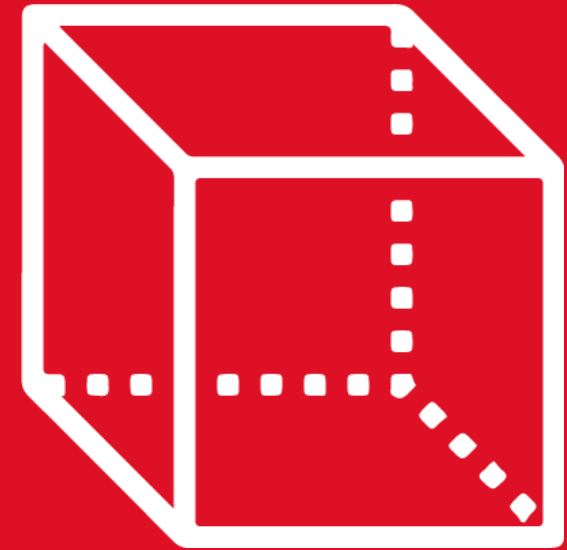


GEOMETRÍA

Capítulo 2

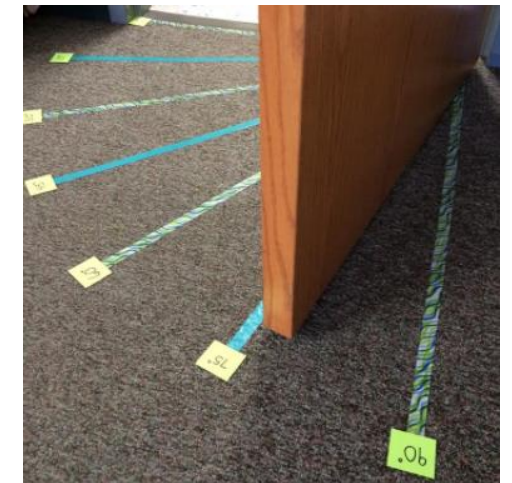
2nd
SECONDARY

Ángulos



 **SACO OLIVEROS**

MOTIVATING | STRATEGY





Definición: Es aquella figura geométrica que está formada por dos rayos que tienen en común el mismo origen.

ELEMENTOS

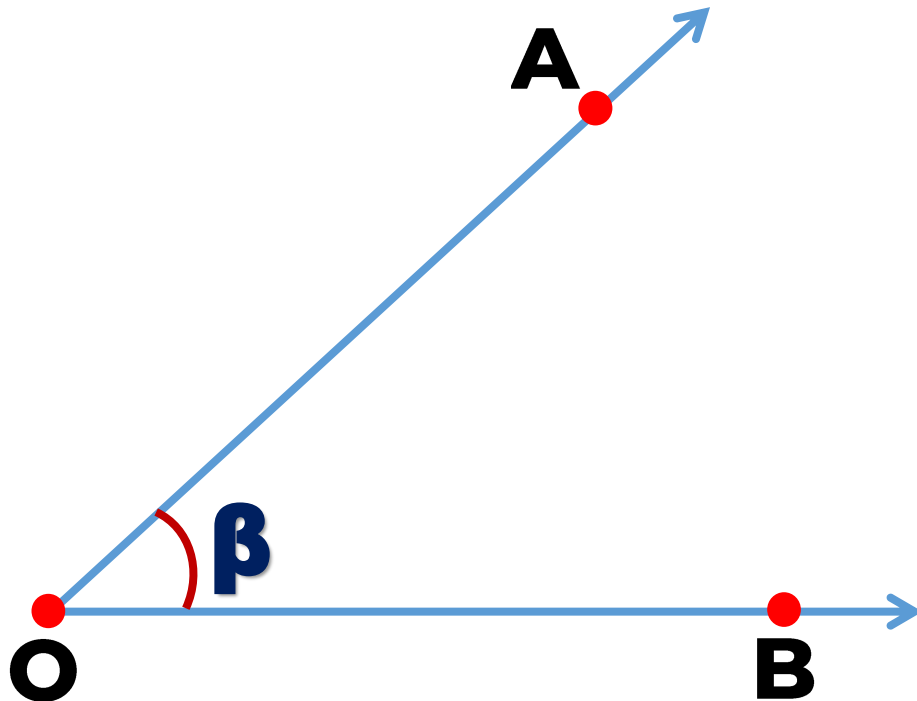
- Vértice : O
- Lados : \overrightarrow{OA} y \overrightarrow{OB}

NOTACIÓN

$\sphericalangle AOB$: Ángulo AOB.

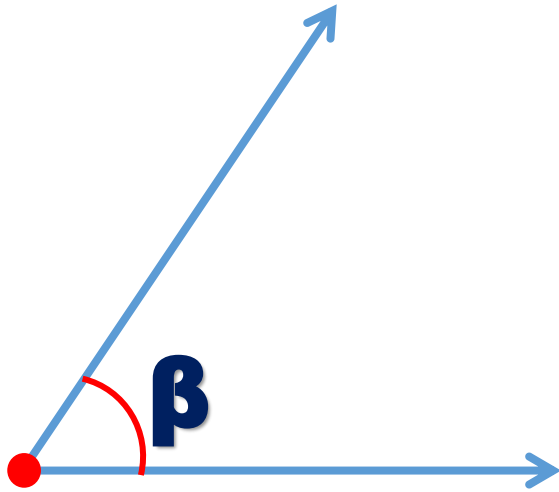
$m\sphericalangle AOB$: medida del ángulo AOB.

$$m\sphericalangle AOB = \beta$$



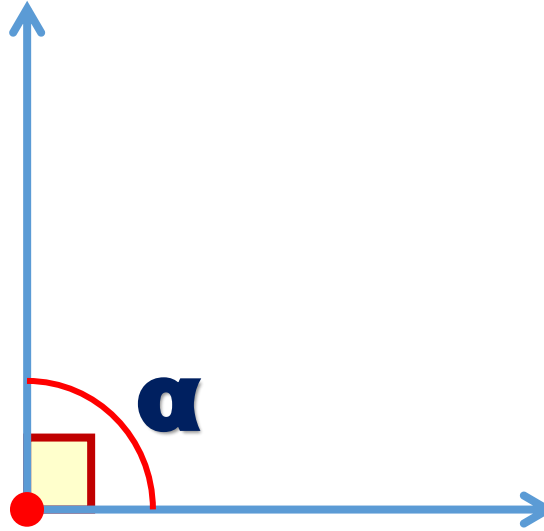


- De acuerdo a su medida.



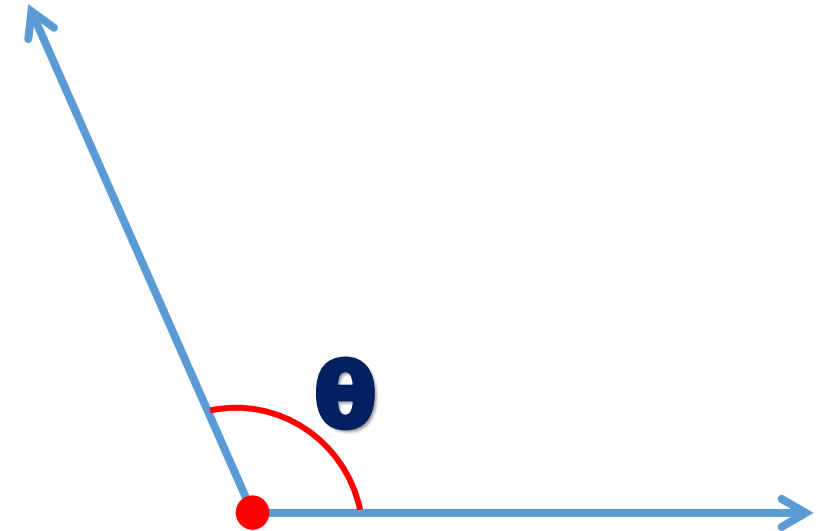
∠ Agudo

$$0^\circ < \beta < 90^\circ$$



∠ Recto

$$\alpha = 90^\circ$$

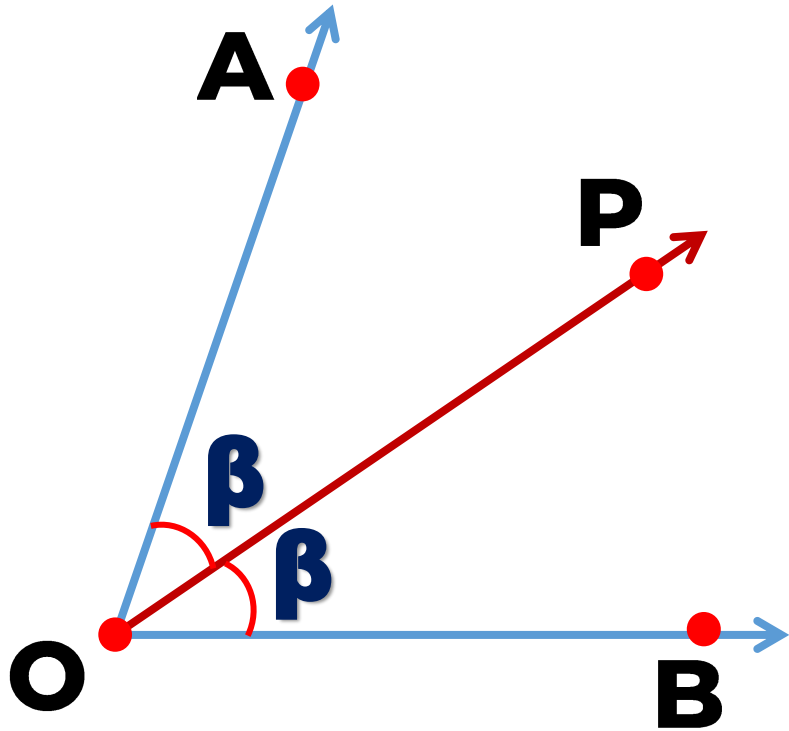


∠ Obtuso

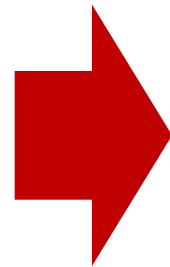
$$90^\circ < \theta < 180^\circ$$



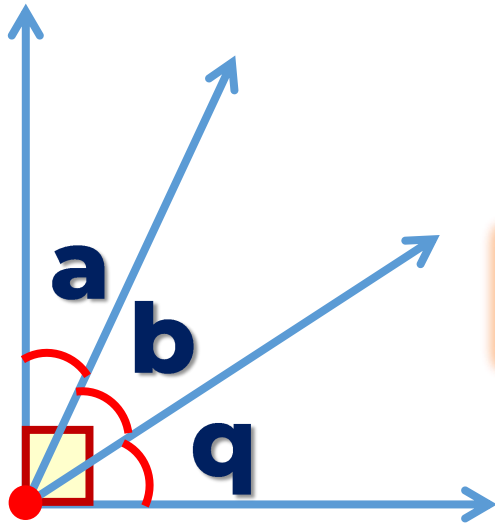
Es aquel rayo cuyo origen es el vértice de un ángulo y que divide a este en dos ángulos de igual medida.



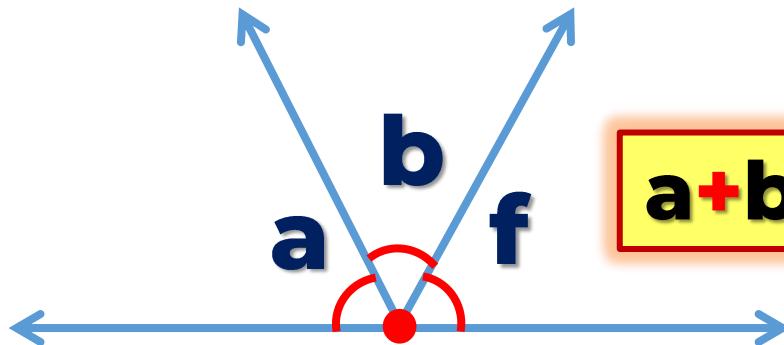
Si : \overrightarrow{OP} es bisectriz del $\angle AOB$



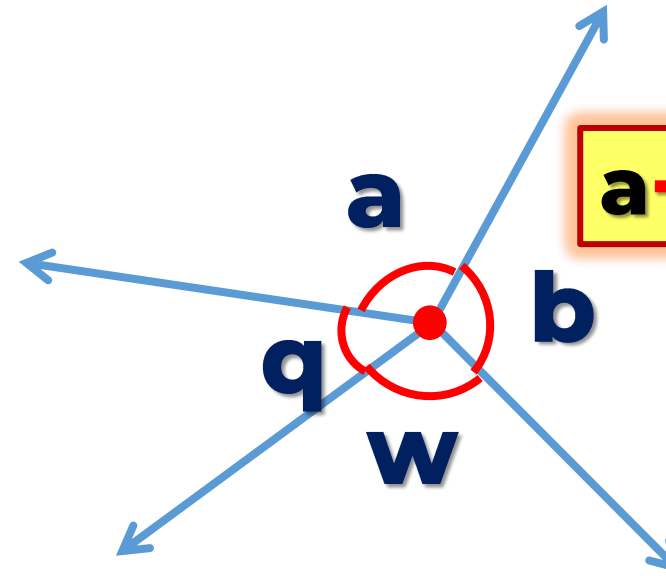
$$m\angle AOP = m\angle BOP$$



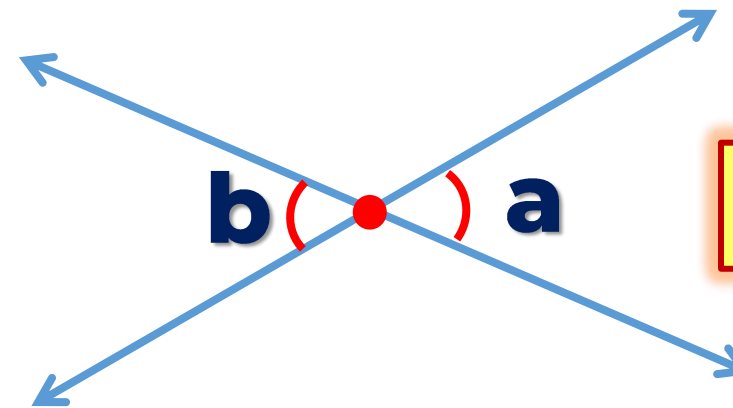
$$a + b + q = 90^\circ$$



$$a + b + f = 180^\circ$$



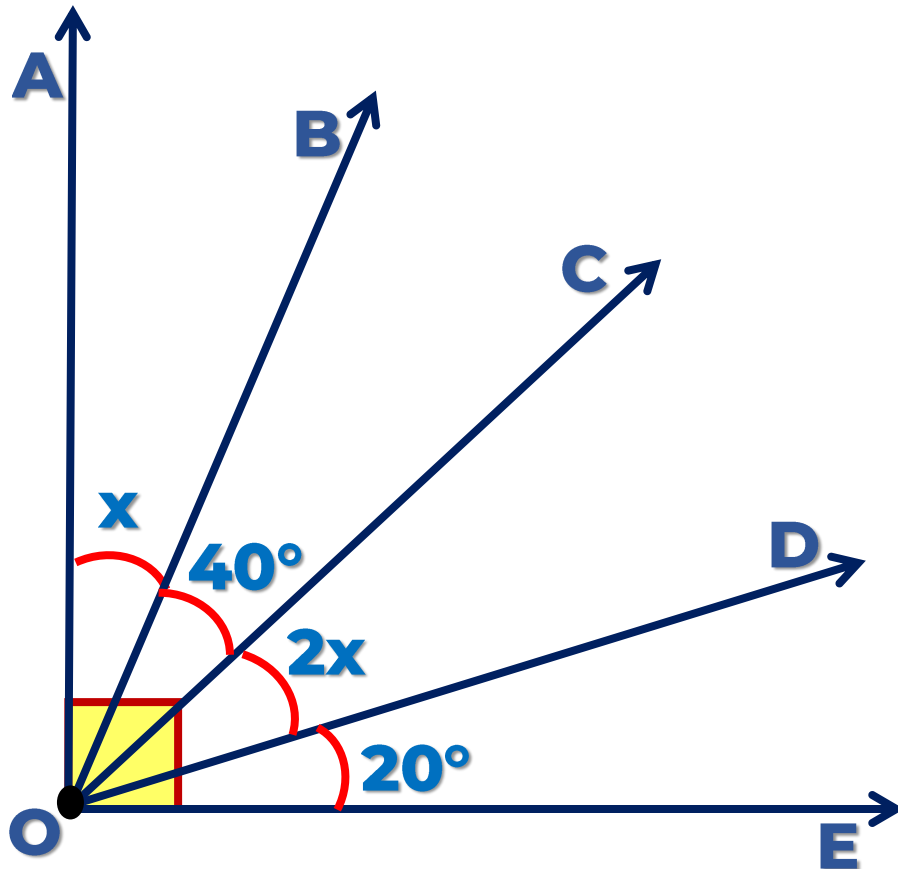
$$a + b + q + w = 360^\circ$$



$$a = b$$



1. Se tiene los ángulos consecutivos AOB, BOC, COD y DOE, tal que $m\angle AOB = x$, $m\angle BOC = 40^\circ$, $m\angle COD = 2x$, $m\angle DOE = 20^\circ$ y $m\angle AOE = 90^\circ$. Halle el valor de x .



Resolución

$$x + 40^\circ + 2x + 20^\circ = 90^\circ$$

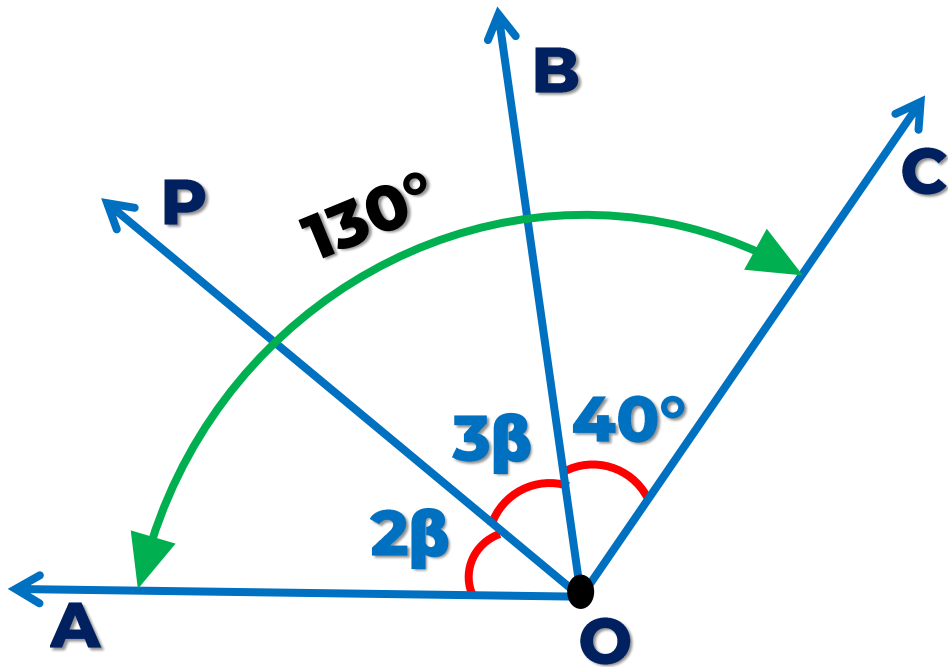
$$3x + 60^\circ = 90^\circ$$

$$3x = 30^\circ$$

$$x = 10^\circ$$



2. Si $m\angle AOC = 130^\circ$, halle el valor de β .



Resolución

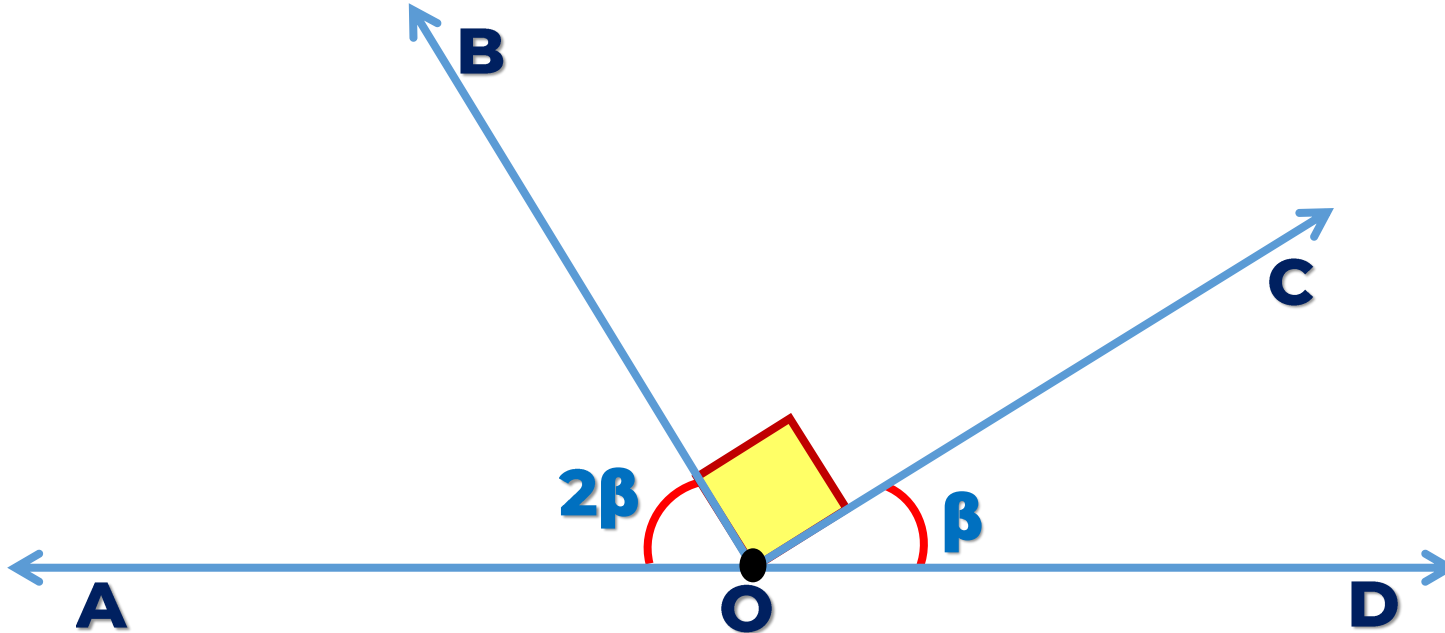
$$2\beta + 3\beta + 40^\circ = 130^\circ$$

$$5\beta = 90^\circ$$

$$\beta = 18^\circ$$



3. En la figura, halla $m\angle BOD$.



Resolución

• $2\beta + 90^\circ + \beta = 180^\circ$
 $3\beta = 90^\circ$
 $\beta = 30^\circ$

• NOS PIDEN

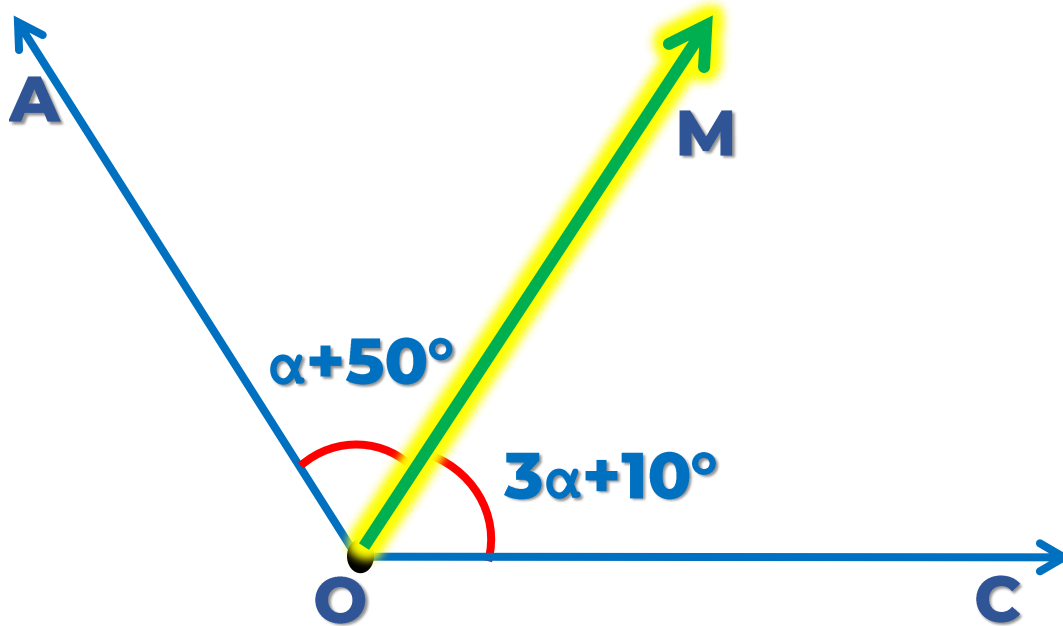
$m\angle BOD = \beta + 90^\circ$
 \downarrow
 30°

$m\angle BOD = 120^\circ$



4. Se tiene los ángulos consecutivos AOM y MOC, tal que \overrightarrow{OM} es bisectriz del $\angle AOC$, $m\angle AOM = \alpha + 50^\circ$ y $m\angle MOC = 3\alpha + 10^\circ$. Halle el valor de α .

Resolución



$$m\angle AOM = m\angle MOC$$

$$\alpha + 50^\circ = 3\alpha + 10^\circ$$

$$40^\circ = 2\alpha$$

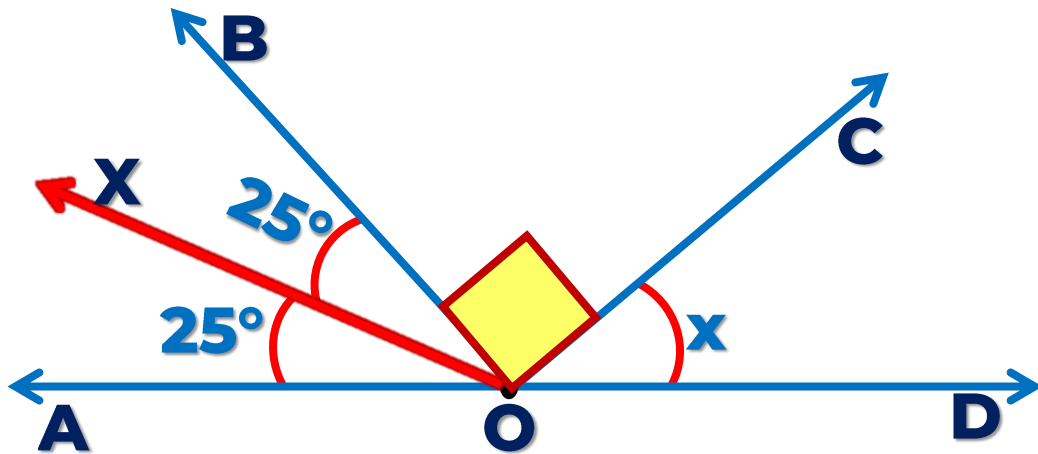
$$20^\circ = \alpha$$



5. Se tiene los ángulos consecutivos AOB, BOC y COD, tal que los rayos \overrightarrow{OA} y \overrightarrow{OD} son rayos opuestos, $m\angle BOC = 90^\circ$. Se traza la bisectriz \overrightarrow{OX} del ángulo AOB. Si $m\angle AOX = 25^\circ$, calcule $m\angle COD$.

Resolución

\overrightarrow{OA} y \overrightarrow{OD} son opuestos



\overrightarrow{OX} es bisectriz del $\angle AOB$

$$m\angle AOX = m\angle XOB = 25^\circ$$

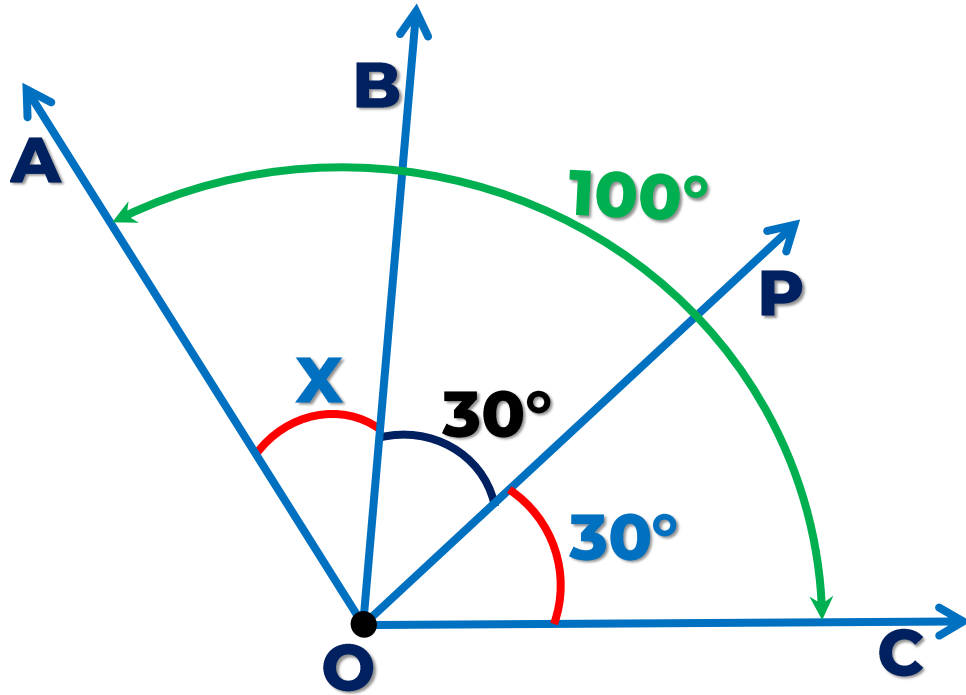
$$25^\circ + 25^\circ + 90^\circ + x = 180^\circ$$

$$x = 180^\circ - 140^\circ$$

$$x = 40^\circ$$



6. En la figura, \overrightarrow{OP} es bisectriz del $\angle BOC$. Halle $m\angle AOB$.



Resolución

\overrightarrow{OP} es bisectriz del $\angle BOC$

$$m\angle BOP = m\angle POC = 30^\circ$$

En el $\angle AOC$

$$x + 30^\circ + 30^\circ = 100^\circ$$

$$x = 100^\circ - 60^\circ$$

$$x = 40^\circ$$



7. En la figura, halle el valor de x .

Resolución

En el $\angle BOD$

$$b + 50^\circ = 90^\circ$$

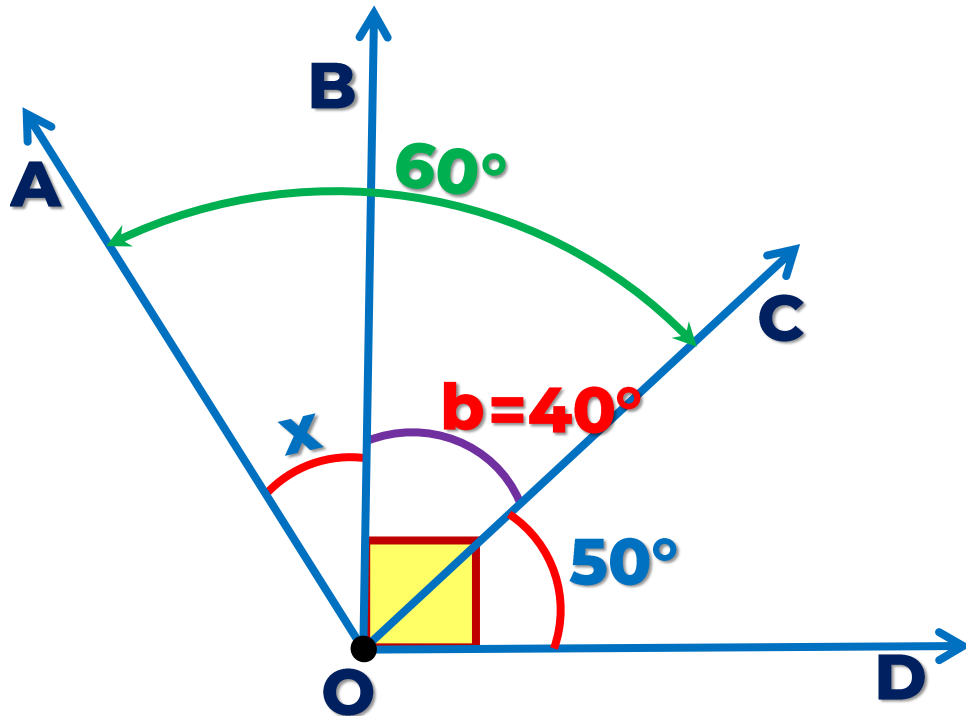
$$b = 40^\circ$$

En el $\angle AOC$

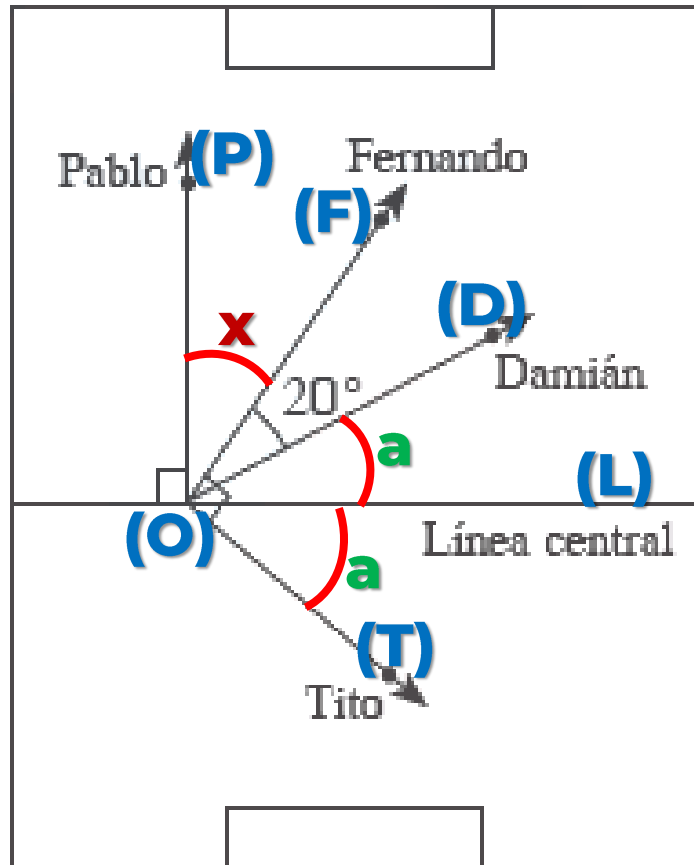
$$x + \underbrace{b}_{40^\circ} = 60^\circ$$

$$40^\circ$$

$$x = 20^\circ$$



8. Damián y Tito se ubican de tal forma que la línea central del campo es la bisectriz del ángulo formado por estos amigos. Halle la medida del ángulo formado por Pablo y Fernando.



Resolución

\overrightarrow{OL} es bisectriz \sphericalangle DOT

$$m\angle DOL = m\angle LOT = a$$

El \sphericalangle FOT (Áng. recto)

$$a + a + 20^\circ = 90^\circ$$

$$a = 35^\circ$$

El \sphericalangle POL (Áng. Recto)

$$x + 20^\circ + \underbrace{a}_{35^\circ} = 90^\circ$$

$$x = 35^\circ$$