ÁLGEBRA

CHAPTER 19

5th

of Secondary

TEMA:

Programación Lineal

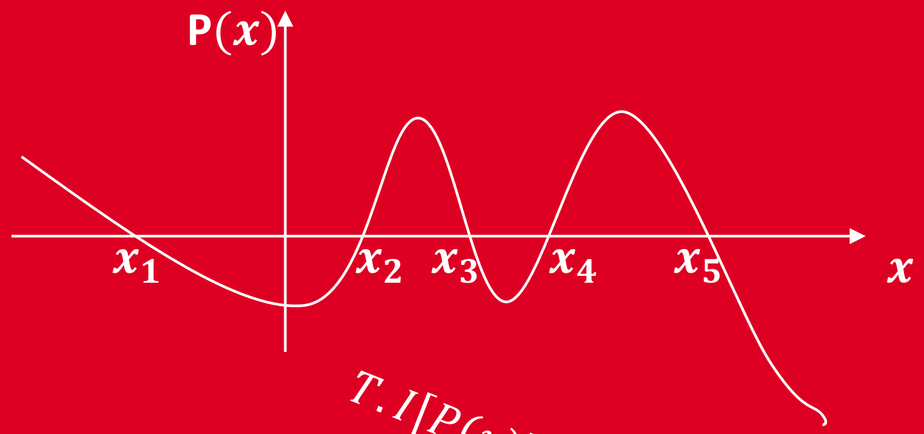
SACO OLIVEROS

$$P(x) \equiv a_0x^n + a_1x^{n-1} + \ ... + a_{n-1}x + a_n$$

$$\sum coeficientes\ P(x) = P(1)$$

$$P(x) \equiv 0$$

$$G.A(P)$$

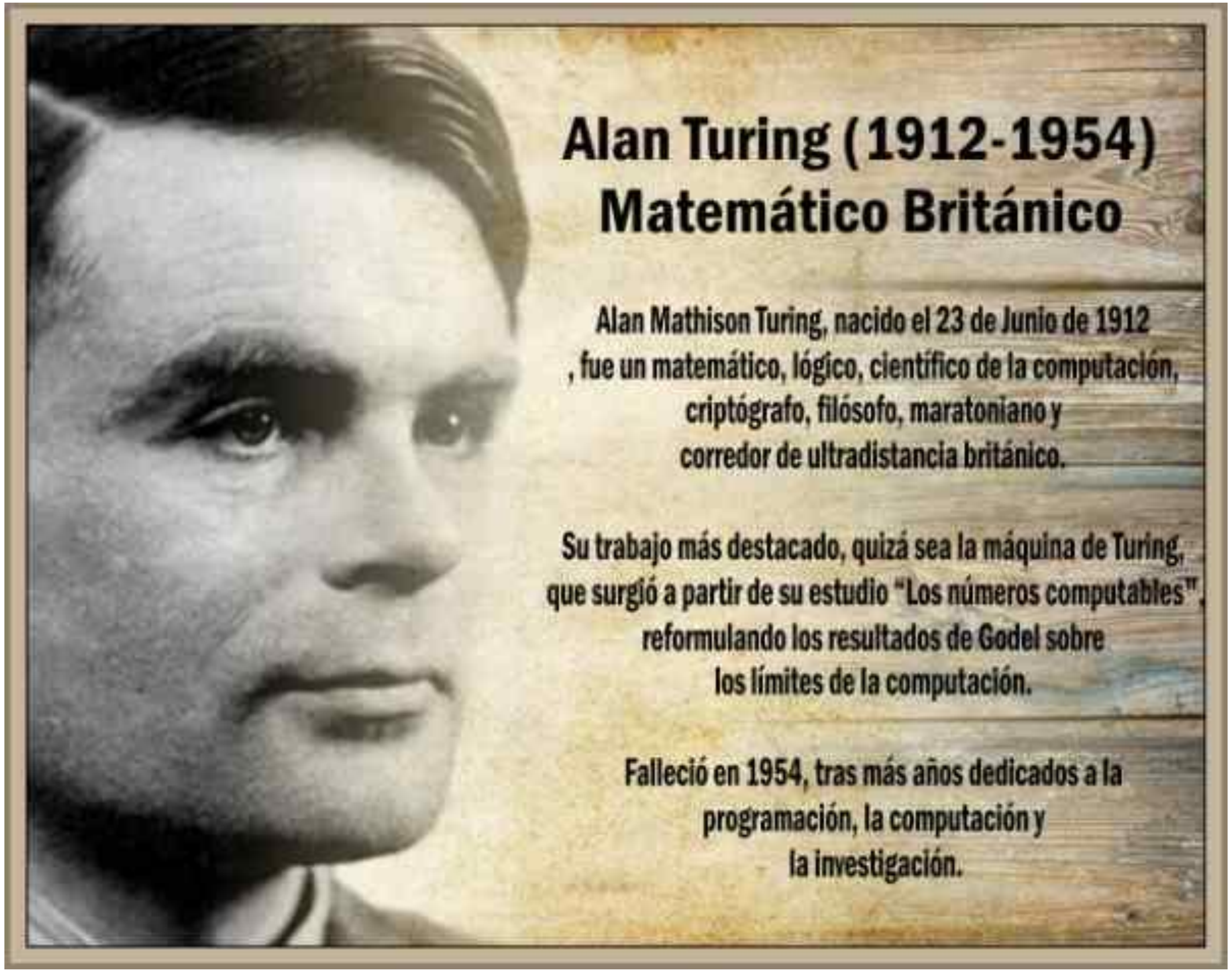


$$T.I[P(x)] = P(0)$$

MOTIVATING STRATEGY

SACO OLIVEROS

EL PROGRAMADOR MECÁNICO



HELICO THEORY

SACO OLIVEROS

PROGRAMACIÓN LINEAL

Parte de las matemáticas dedicadas a la optimización.

OPTIMIZAR:
Conseguir los mejores resultados ya sea minimizando o maximizando variables de operación.

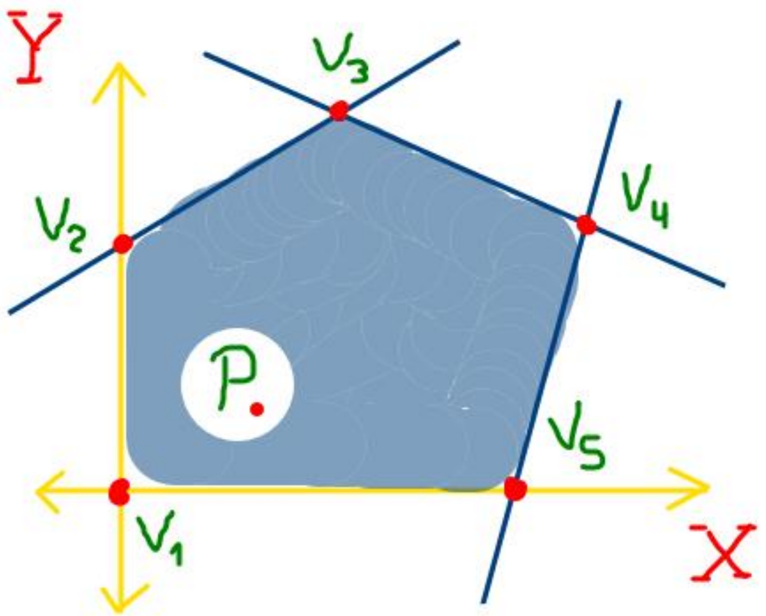
EJEMPLOS DE OPTIMIZACIÓN:

- Maximizar las ganancias reduciendo costos de producción.
- Maximizar alcance de audiencia reduciendo inversión en publicidad.

PROGRAMACIÓN LINEAL BIDIMENSIONAL

ELEMENTOS DE LA PROGRAMACIÓN

- **Función Objetivo:** $f(x,y) = ax + by$
- **Restricciones:** SISTEMA DE INECUACIONES



- **Punto factible:** P
- **Punto extremo:** V_1, V_2, V_3, V_4, V_5
- **Solución óptima:** $V_0 = (x_0, y_0)$
- **Valor óptimo:** $f(x_0, y_0)$

HELICO PRACTICE

1) Resuelva gráficamente el sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} x+2y \geq 10 \\ 2x-3y < 12 \end{cases}$$

Resolución

i) $x + 2y \geq 10$

ii) $2x - 3y < 12$

$x + 2y = 10$

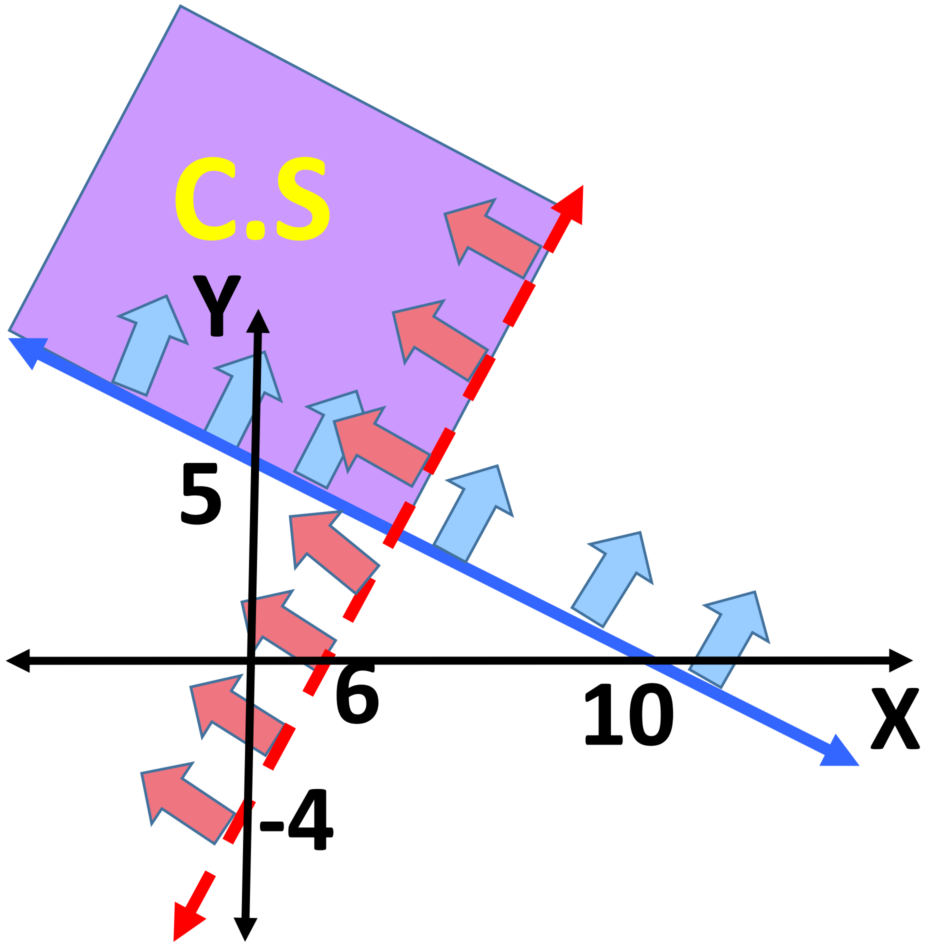
X	Y
0	5
10	0

$0 \geq 10$ FALSO

$2x - 3y = 12$

X	Y
0	-4
6	0

$0 < 12$ VERDAD



2) Construya la gráfica de la región factible del sistema:

$$\begin{cases} x + 4y \leq 8 \\ 2x - y \leq 8 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{cases}$$

Resolución

i) $x+4y \leq 8$

ii) $2x - y \leq 8$

$x+4y = 8$

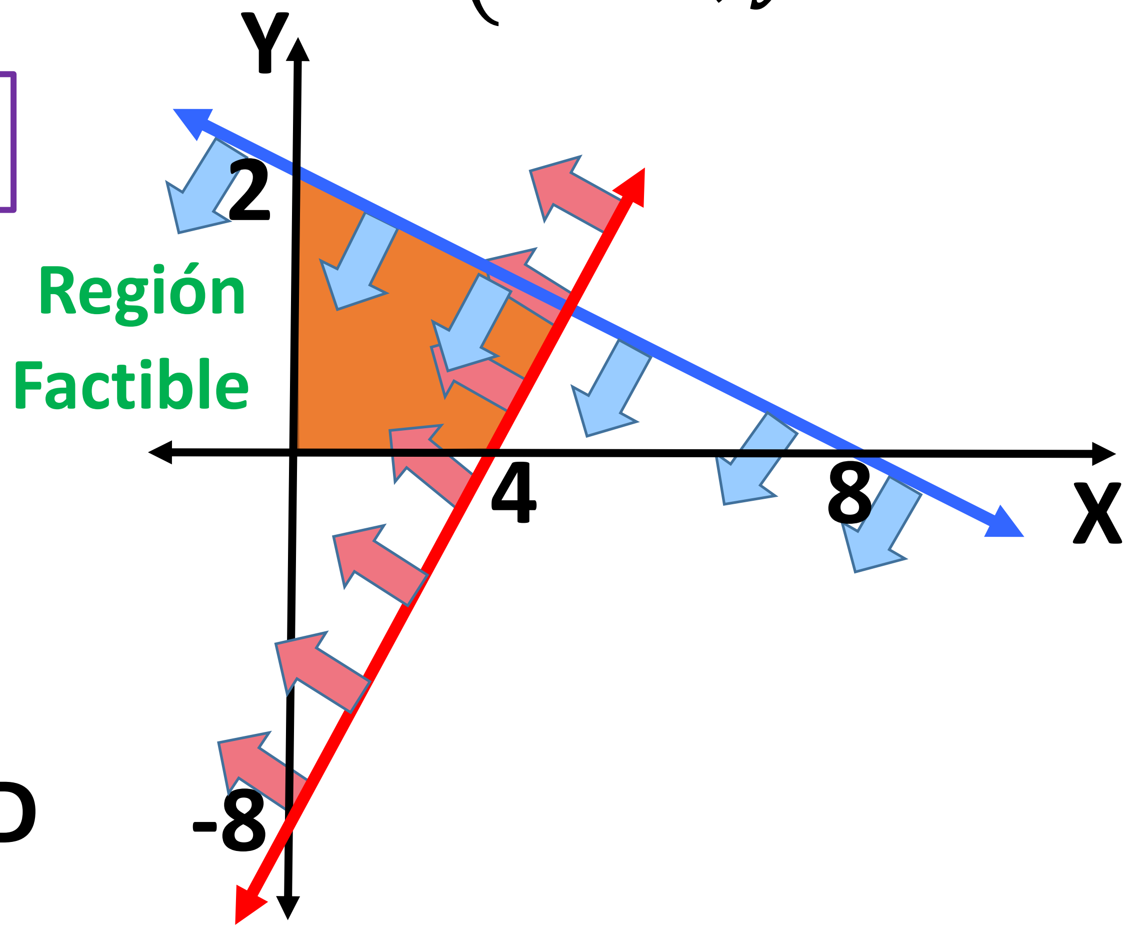
X	Y
0	2
8	0

$2x - y = 8$

X	Y
0	-8
4	0

$0 \leq 8$ VERDAD

$0 \leq 8$ VERDAD



3) Construya la gráfica de la región factible del sistema:

$$\begin{cases} 2x + y \leq 10 \\ 2x + 3y \geq 12 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{cases}$$

Resolución

i) $2x + y \leq 10$

$2x + y = 10$

X	Y
0	10
5	0

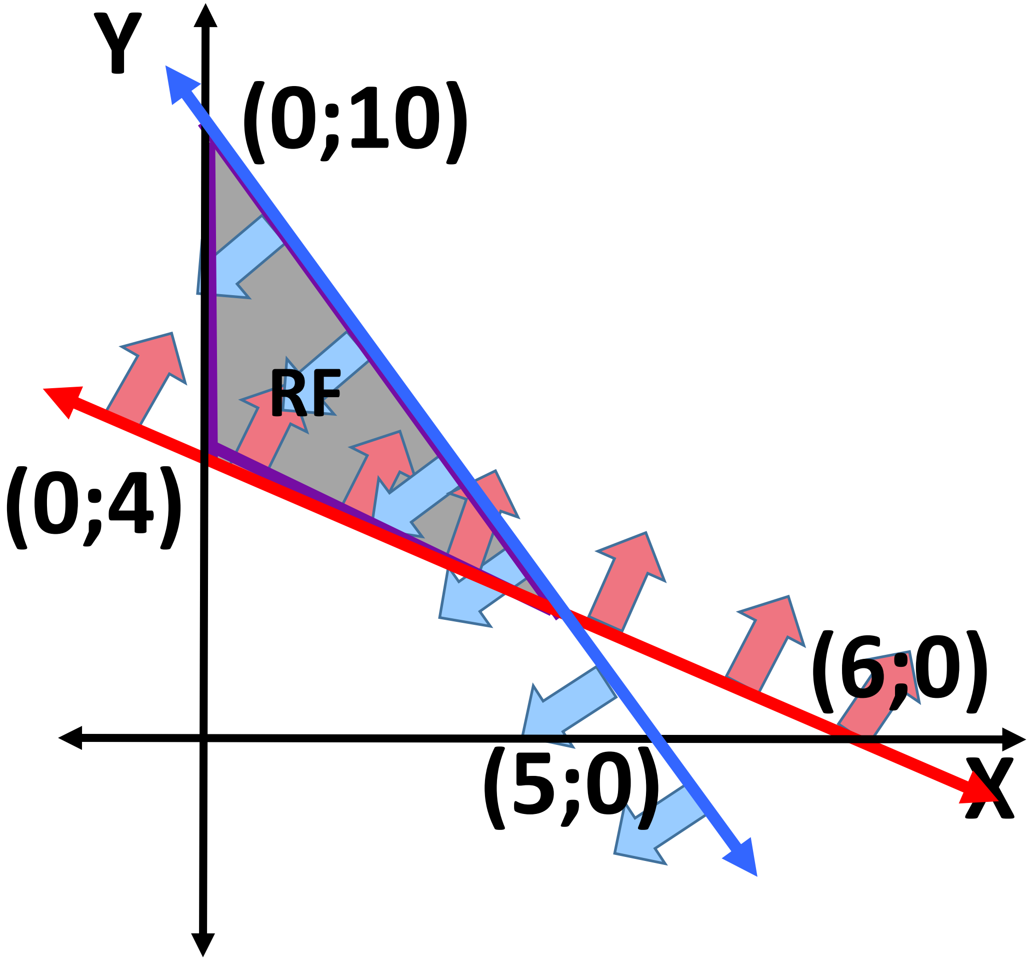
$0 \leq 10$ VERDAD

ii) $2x + 3y \geq 12$

$2x + 3y = 12$

X	Y
0	4
6	0

$0 \geq 12$ FALSO



4) Determine los vértices del conjunto solución del sistema:

$$\begin{cases} x+3y\geq 6 \\ 5x+4y\leq 20 \\ x\geq 0;\, y\geq 0 \end{cases}$$

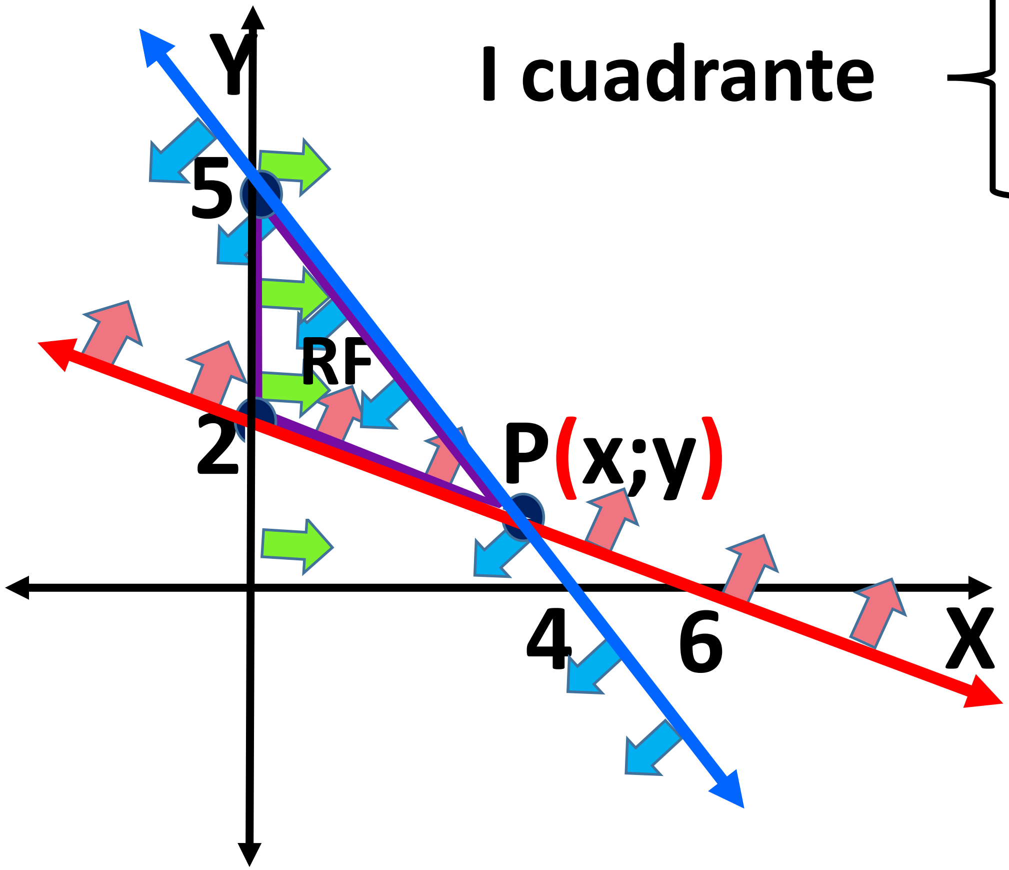
Resolución

I)

X	Y
0	2
6	0

II)

X	Y
0	5
4	0



I cuadrante

$$\begin{cases} x+3y=6 \xrightarrow{\times 5} 5x+15y=30 \\ 5x+4y=20 \end{cases}$$

$$\cancel{5x}+15y=30$$
$$\cancel{5x}+4y=20$$
$$11y=10$$

$y=10/11$ ⟶ $x=36/11$

Rpta: Los vértices son:

$(0;2)$, $(0;5)$, $\left(\frac{36}{11};\frac{10}{11}\right)$

5) Hallar el valor máximo de la función objetivo $z = 3x + 2y$ sujeta a las restricciones:

$$\begin{cases} 3x + 4y \geq 12 \\ 3x + 2y \leq 12 \\ x \geq 0;\, y \geq 0 \end{cases}$$

$\boxed{\text{i) } 3x + 4y \geq 12}$

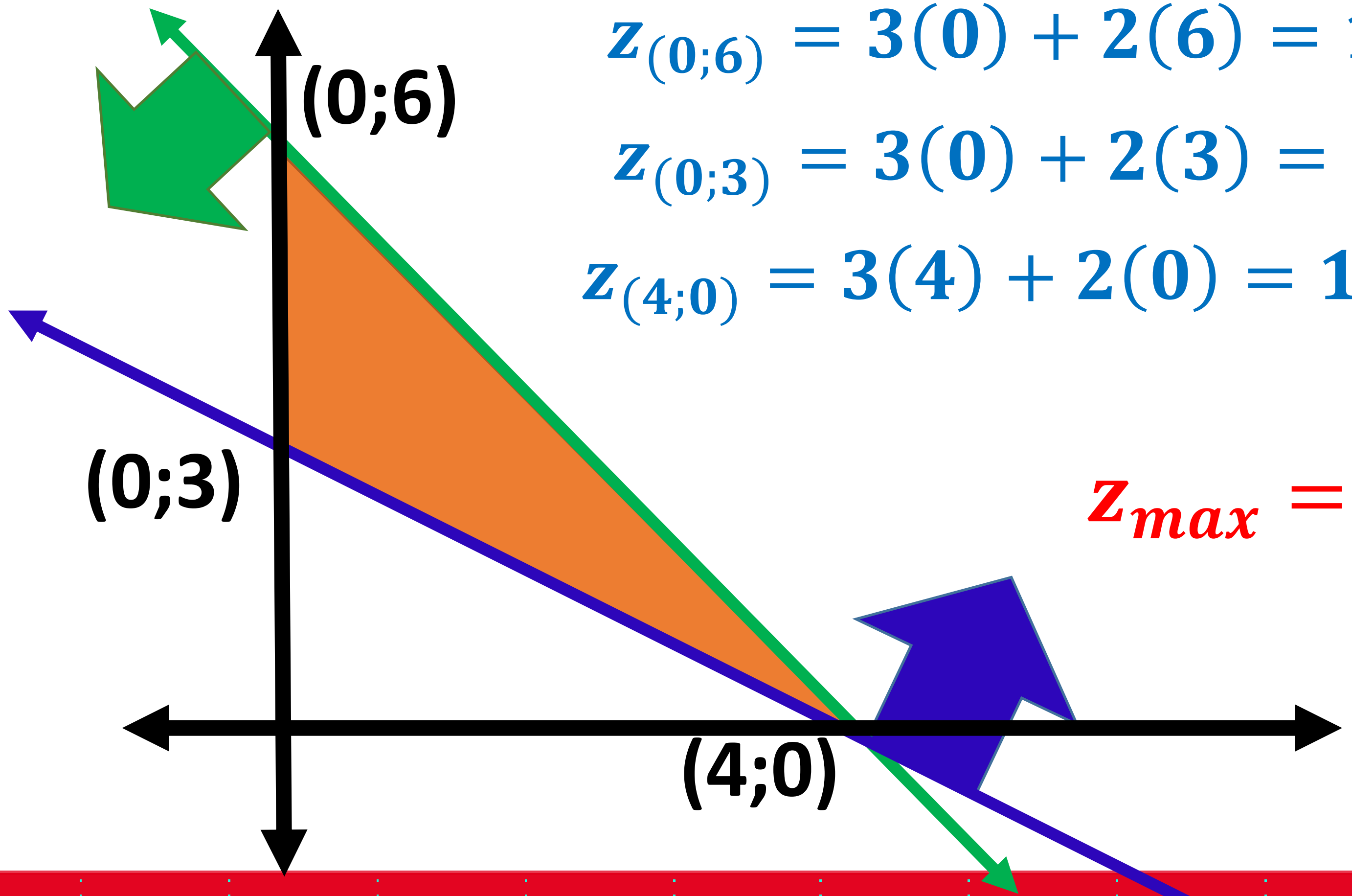
VERIFICANDO: $0 \geq 12$ (F)

<u>Sin el Origen</u>

$\boxed{\text{ii) } 3x + 2y \leq 12}$

VERIFICANDO: $0 \leq 12$ (V)

<u>Con el Origen</u>



$$z_{(0;6)} = 3(0) + 2(6) = 12$$

$$z_{(0;3)} = 3(0) + 2(3) = 6$$

$$z_{(4;0)} = 3(4) + 2(0) = 12$$

$$z_{max} = 12$$

6) Hallar el valor mínimo de la función objetivo $z = x + 3y$ sujeta a las restricciones:

$$\begin{cases} 2x + 5y \geq 30 \\ 2x + 3y \leq 30 \\ x \geq 0;\ y \geq 0 \end{cases}$$

$\boxed{\text{i) } 2x + 5y \geq 30}$

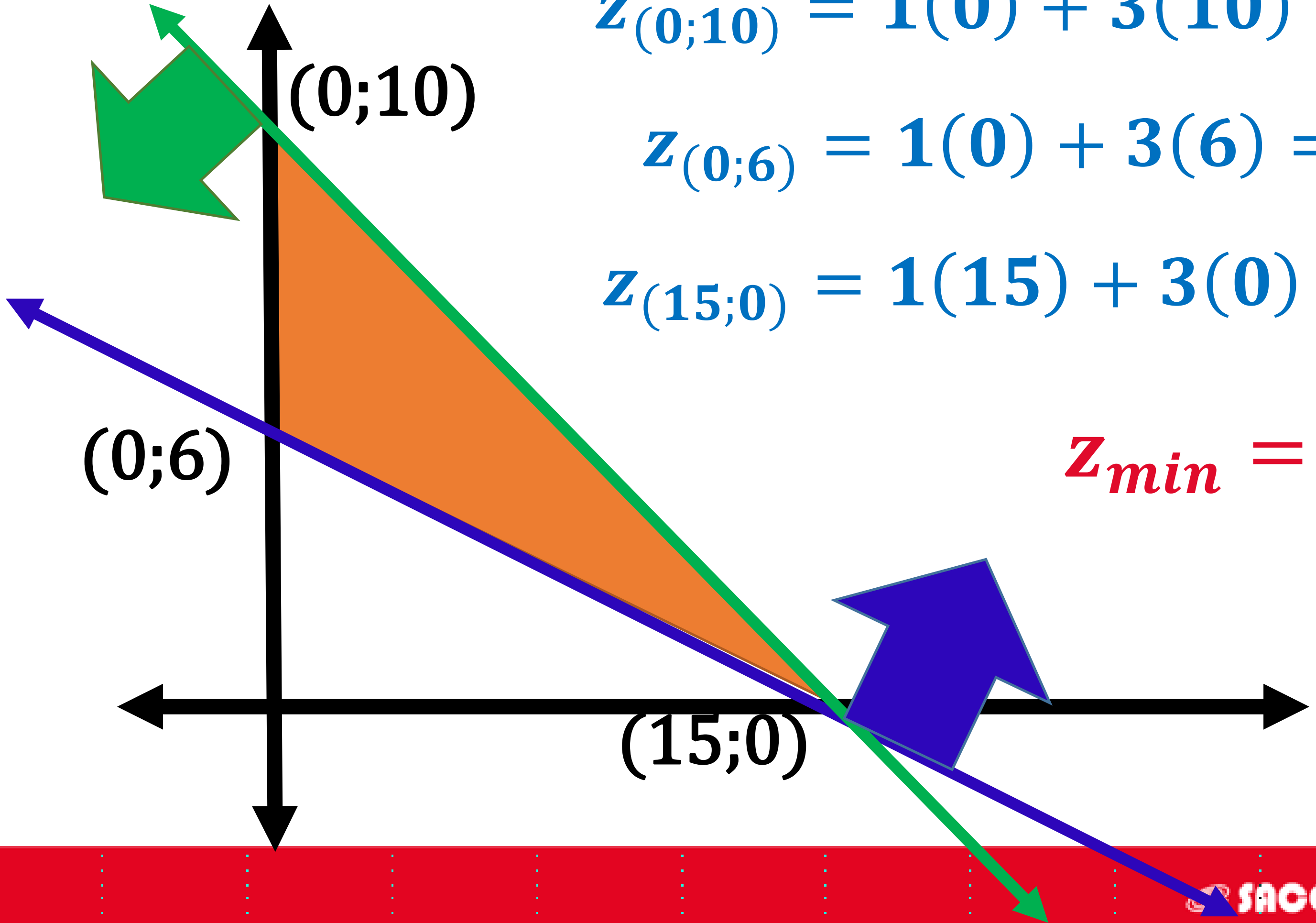
VERIFICANDO: $0 \geq 30$ (F)

Sin el Origen

$\boxed{\text{ii) } 2x + 3y \leq 30}$

VERIFICANDO: $0 \leq 30$ (V)

Con el Origen



$$z_{(0;10)} = 1(0) + 3(10) = 30$$

$$z_{(0;6)} = 1(0) + 3(6) = 18$$

$$z_{(15;0)} = 1(15) + 3(0) = 15$$

$$z_{min} = 15$$

7) Hallar el valor mínimo de la función objetivo $z = 2x + y$ sujeta a las restricciones:

$$\begin{cases} 3x + y \le 10 \\ 2x - y \le 5 \\ x \ge 0; y \ge 0 \end{cases}$$

i) 3x+ y $\le$ 10

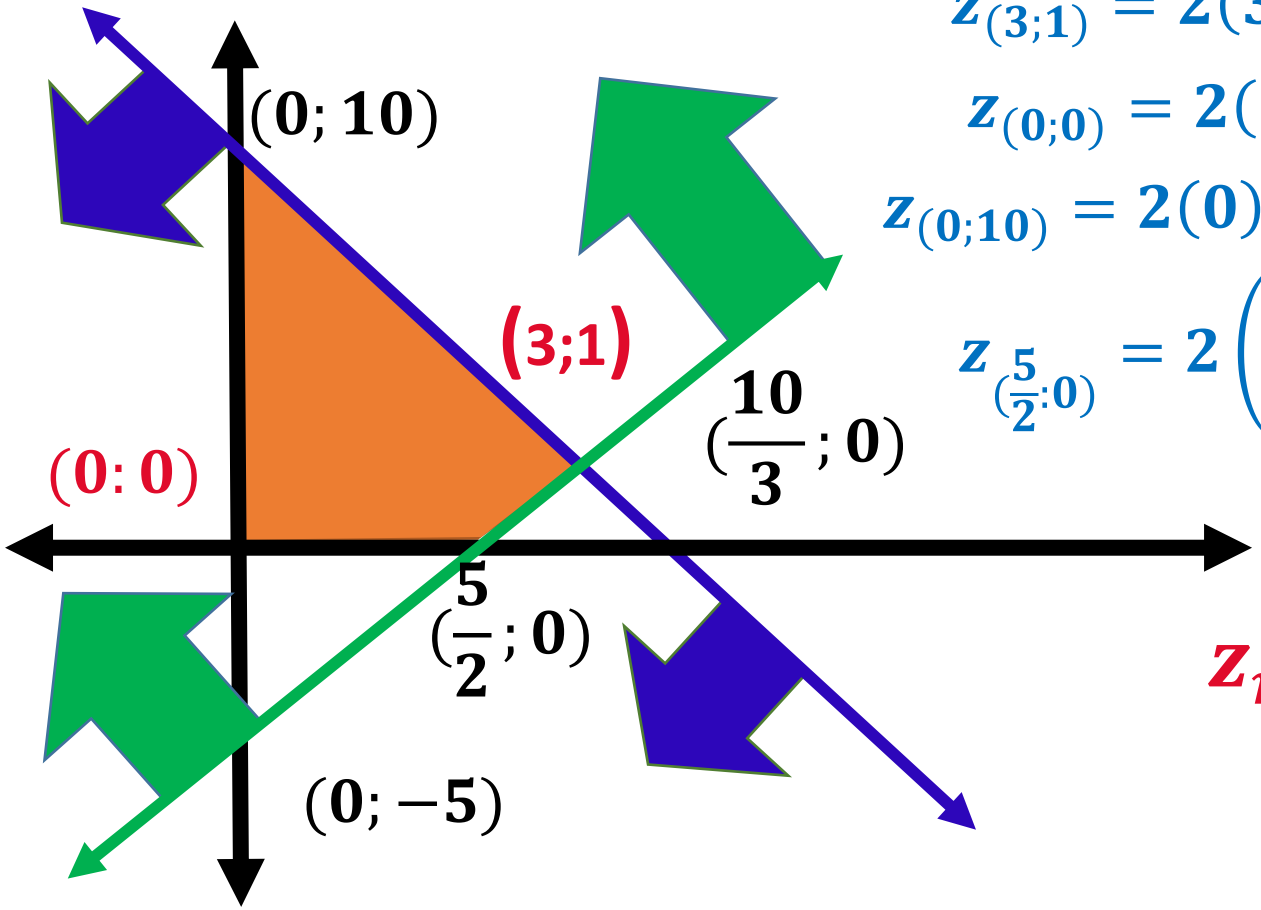
VERIFICANDO: $0 \le 10$ (V)

<u>Con el Origen</u>

ii) 2x-y $\le$ 5

VERIFICANDO: $0 \le 30$ (V)

<u>Con el Origen</u>



$z_{(3;1)} = 2(3) + 1 = 7$

$z_{(0;0)} = 2(0) + 0 = 0$

$z_{(0;10)} = 2(0) + 10 = 10$

$z_{(\frac{5}{2};0)} = 2\left(\frac{5}{2}\right) + 0 = 5$

$z_{min} = 0$

8) Una editorial planea utilizar una sección de planta para producir 2 libros de texto. La utilidad unitaria es de s/2 para el libro I y de s/3 para el libro II. El libro I requiere 4 horas para su impresión y 6 horas para su encuadernación, el libro II requiere 5horas para imprimirse y 3 horas para ser encuadernado. Se dispone de 200 horas para imprimir y 210 para encuadernar. Determine la máxima utilidad que se puede obtener.

Variables

x: Libro del tipo I

y: Libro del tipo II

F. Objetivo

z= 2x+3y

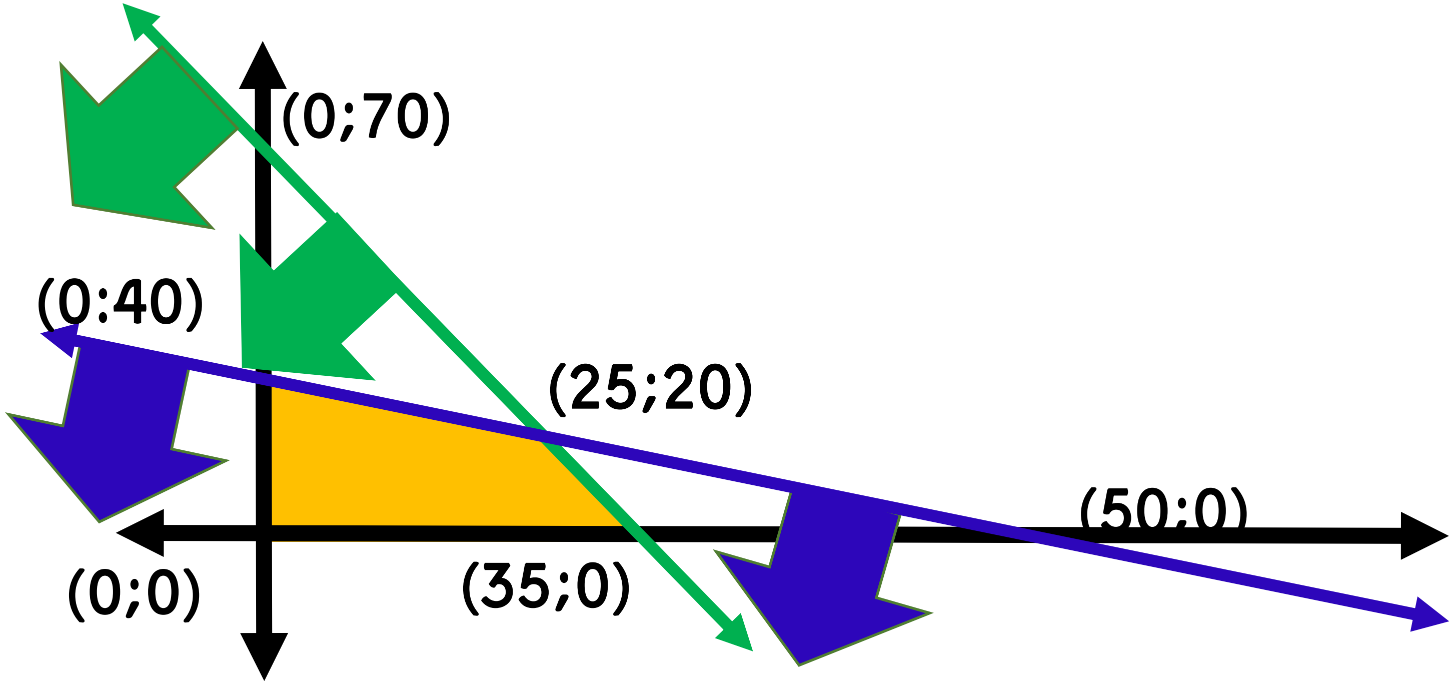
Restricciones

4x+5y≤ 200

Con Origen

6x+3y≤ 210

Con Origen



$$z_{(0;0)} = 2(0) + 3(0) = 0$$

$$z_{(0;40)} = 2(0) + 3(40) = 120 \quad (máxima\ utilidad)$$

$$z_{(25;20)} = 2(25) + 3(20) = 110$$

$$z_{(35;0)} = 2(35) + 3(0) = 70$$