ALGEBRA

Chapter 21

1st
SECONDARY

DESIGUALDADES

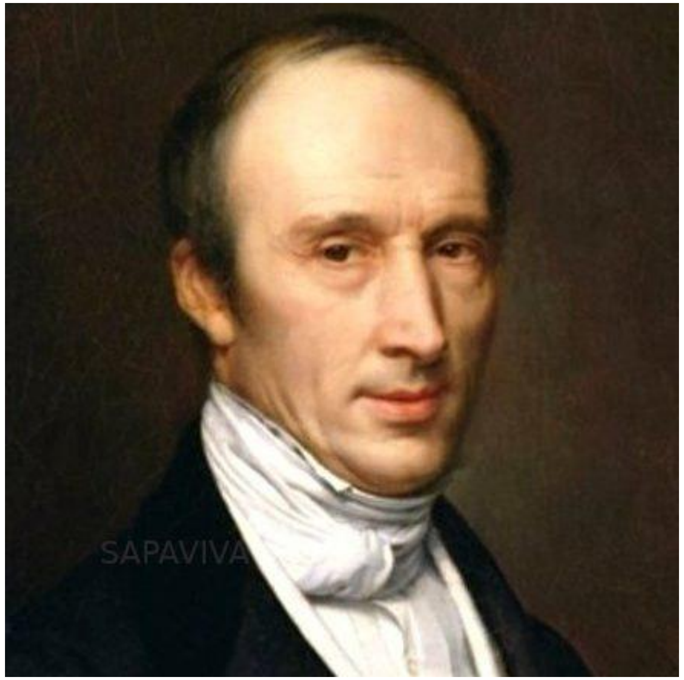
SACO OLIVEROS

Louis Cauchy

Augustin Louis Cauchy nació en París el 21 de agosto (1789-1857), fue un matemático francés, considerado uno de los impulsores del análisis en el siglo XIX. Estudió en la Escuela Politécnica de París donde obtuvo su título de ingeniería Civil. Fue profesor simultáneamente en el Colegio de Francia, en la Escuela Politécnica y en la Universidad de París.

En 1830, se vio en la necesidad de seguir siendo fiel al juramento ante el rey **Carlos X**, por lo que tuvo que abandonar todos sus cargos académicos y marchar al exilio.Regresó a París en 1838, en 1848 fue nombrado profesor de astronomía matemática de la universidad LA SORBONA.

Cauchy verificó la existencia de funciones elípticas recurrentes, dio el primer impulso a la teoría general de funciones y sentó las bases para el tratamiento moderno de la convergencia de series infinitas. También perfeccionó el método de integración de las ecuaciones diferenciales de primer grado. En el campo de la física se interesó por la propagación de la luz y la teoría de la elasticidad.



Desigualdad de Cauchy-Schwarz

$$\left|\langle x, y\rangle\right| \leq \|x\| \, \|y\|$$

DESIGUALDADES

Es la comparación que se realiza entre dos números reales mediante los signos de desigualdades $(> ; < ; \leq ; \geq)$

Ley de tricotomía

Para dos números reales a y b solo se cumple una de las siguientes proposiciones:

$$a > b \quad \vee \quad a = b \quad \vee \quad a < b$$

Propiedades

1) *Si* $a > b$ *y* $b > c$ $\Rightarrow$ $a > b > c$

2) *Si* $a > b$ *y* $m \in \mathbb{R}^+$ $\Rightarrow$ $a + m > b + m$ $\quad a - m > b - m$

3) *Si* $a > b$ *y* $m > 0$ $\Rightarrow$ $a \cdot m > b \cdot m$ $\quad \dfrac{a}{m} > \dfrac{b}{m}$

4) *Si* $a > b$ *y* $m < 0$ $\Rightarrow$ $a \cdot m < b \cdot m$

Ejemplo :

Si $3 < x < 11$

Calcular cuántos enteros pertenecen a la variación de $\frac{x+1}{2}$

RESOLUCIÓN

$$3 < x < 11$$

$+1$

$$4 < x + 1 < 12$$

$\div 2$

$$2 < \frac{x+1}{2} < 6$$

3; 4; 5

$\boxed{3 \textit{ elementos}}$

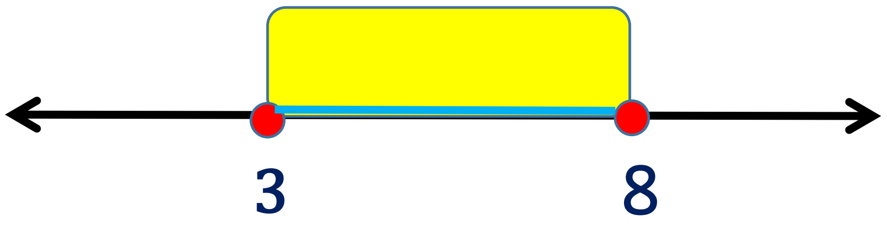
Intervalos

Definición:

Es un subconjunto de los números reales, generalmente comprendido entre 2 valores extremos.

Ejemplo

$$A = \{x \in \mathbb{R} \;/ 3 \leq x \leq 8\}$$



Clasificación

I. ACOTADOS O FINITOS

- Cerrado $[\,a; b\,]$
- Abierto $\langle\, a; b\,\rangle$
- Semiabierto $\langle a; b]$

II. NO ACOTADOS

I. Intervalo acotado

INTERVALOS	Desigualdad	Notación de Intervalos	Representación Gráfica
1.- Cerrado	$a \leq x \leq b$	$x \in [a\,;b]$	
2.- Abierto	$a < x < b$	$x \in \langle a;b \rangle$	
3.- Semiabierto	$a \leq x < b$	$x \in [a;b\rangle$	
	$a < x \leq b$	$x \in \langle a;b]$	

II. Intervalo no acotado

Desigualdad	Notación de Intervalos	Representación Gráfica
$x \leq b$	$x \in \langle -\infty; b]$	
$x < b$	$x \in \langle -\infty; b\rangle$	
$x \geq b$	$x \in [b; \infty\rangle$	
$x > b$	$x \in \langle b; \infty\rangle$	

PROBLEMA 1

Si $2 < x < 5$, *determine el número de elementos enteros en las variación de* $2x+1$

RESOLUCIÓN

$$2 < x < 5$$

$\times 2$

$$4 < 2x < 10$$

$+1$

$$5 < 2x+1 < 11$$

$6; 7; 8; 9; 10$

$\therefore$ *tiene* 5 *elementos*

PROBLEMA 2

Si $-3 \leq x < 7$, *determine la suma de elementos enteros en las variación* $\dfrac{x+8}{5}$

RESOLUCIÓN

$$-3 \leq x < 7$$

$+8$

$$5 \leq x+8 < 15$$

$\div\ 5$

$$1 \leq \frac{x+8}{5} < 3$$

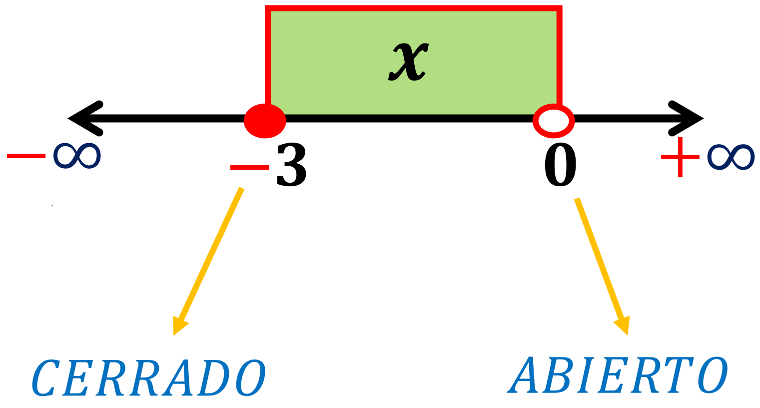
$1; 2$

$$\therefore \sum elem.\,enteros = 3$$

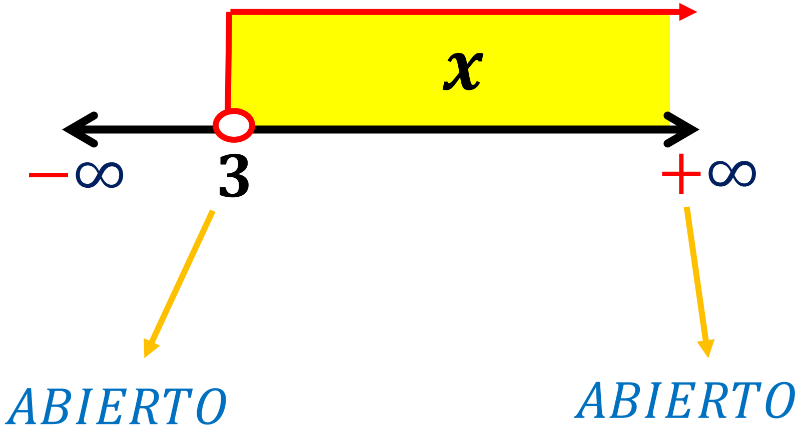
PROBLEMA 3

Exprese cada gráfico en notación de intervalo

Resolución



$$x \in [-3; 0\rangle$$

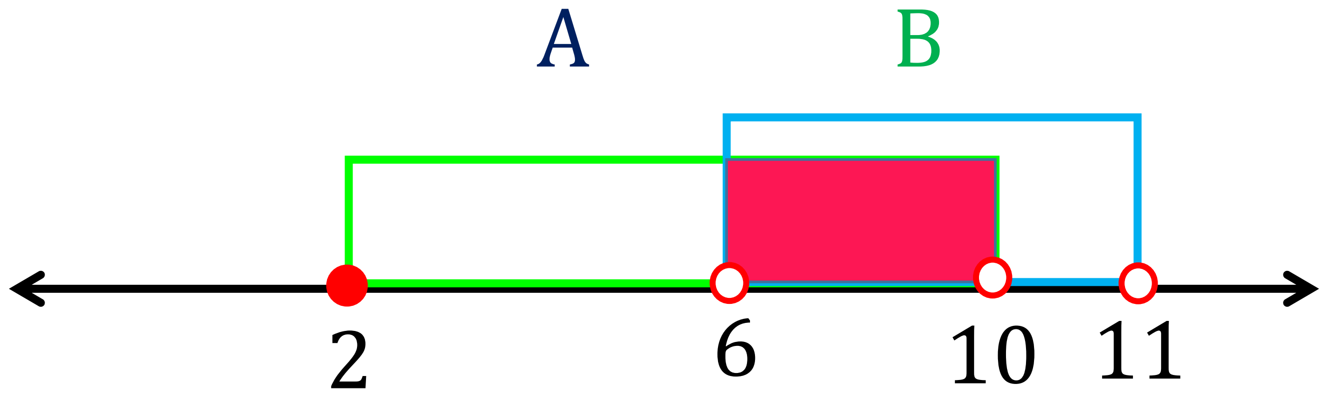


$$x \in \langle 3; +\infty\rangle$$

PROBLEMA 4

Sean $A = [2\,;10\rangle$ y $B = \langle 6;11\rangle$. Halle $A \cap B$

Resolución

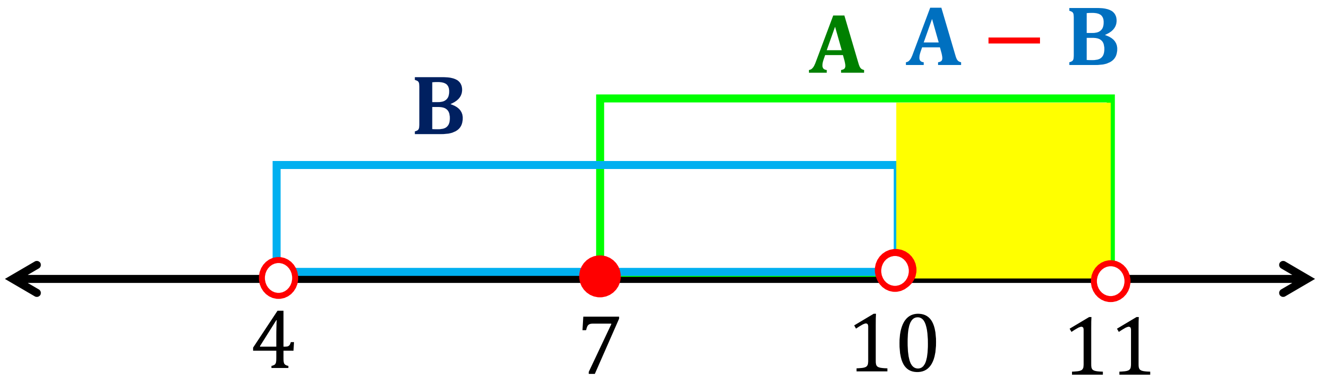


$$A \cap B = \langle 6;10\rangle$$

PROBLEMA 5

Sea $A=[7;11\rangle$ y $B=\langle 4;10]$ .Halle A-B

Resolución



$$A - B = \langle 10; 11 \rangle$$

PROBLEMA 6

Si $5 \leq x \leq 15$. *halle el intervalo al cual pertenece*

$$\frac{3x}{5}-1$$

RESOLUCIÓN

$$5 \leq x \leq 15$$

$\times 3$

$$15 \leq 3x \leq 45$$

$\div 5$

$$3 \leq \frac{3x}{5} \leq 9$$

-1

$$2 \leq \frac{3x}{5}-1 \leq 8$$

$$\boxed{\frac{3x}{5}-1 \in [2;8]}$$

PROBLEMA 7

Sea $x \in [-1;7\rangle$ *.Determine el intervalo al cual pertenece*

$$\frac{-2x+16}{3}$$

RESOLUCIÓN

RECUERDA

Si $a>b \;\wedge\; m<0$

$a.m < b.m$

$$-1 \leq x < 7$$

$\times(-2)$

$$-14 < -2x \leq 2$$

$+16$

$$2 < -2x+16 \leq 18$$

$\div 3$

$$\frac{2}{3} < \frac{-2x+16}{3} \leq 6$$

$$\boxed{\frac{-2x+16}{3} \in \left\langle \frac{2}{3}; 6\right]}$$

PROBLEMA 8

Si $-2 < x \leq 2$, indique la suma de elementos enteros de la variación de $\frac{x}{2}+2$. Sabiendo que esta suma representa el número de frutas que come Rocío en una mañana. ¿cuántas frutas come Rocío en una mañana?

RESOLUCIÓN

$$-2 < x \leq 2$$

$$\div 2$$

$$-1 < \frac{x}{2} \leq 1$$

$$+2$$

$$1 < \frac{x}{2} + 2 \leq 3$$

$2; 3$

$$\boxed{Rocío\ come\ 5\ frutas}$$