GEOMETRY

Chapter 16

5th
SECONDARY

SACO OLIVEROS

POLIEDROS REGULARES

Helicomotivación

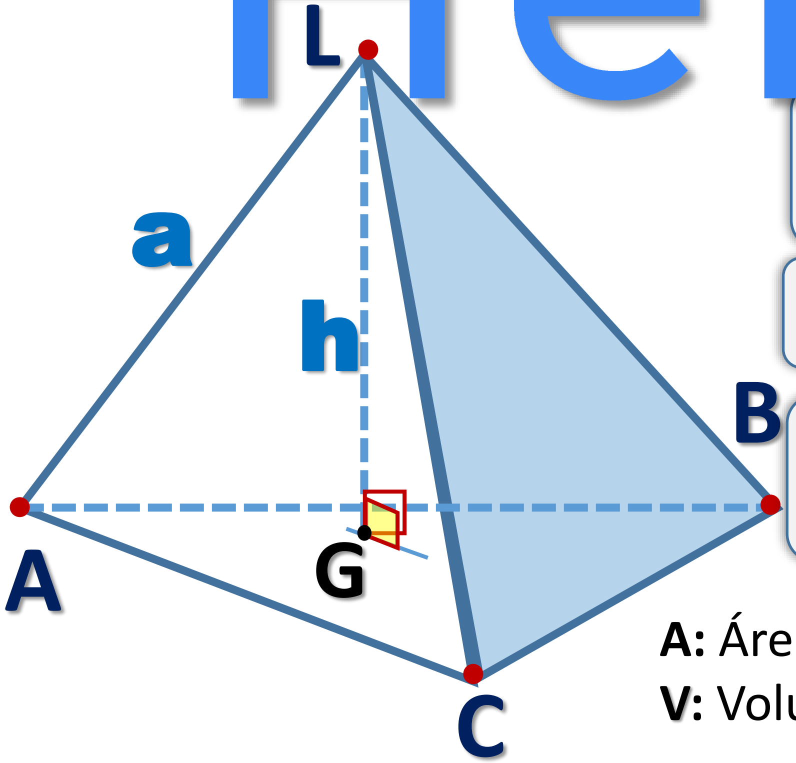
Dentro de las infinitas formas poliédricas que existen hay unas que por sus simetrías han ejercido siempre una gran atracción sobre los hombres, se trata de los poliedros regulares, cuyas caras son polígonos regulares iguales entre sí y en cuyos vértices concurren el mismo número de caras.

POLIEDROS REGULARES

Es el poliedro cuyas caras son regiones poligonales regulares congruentes entre sí y en cada vértice concurren el mismo número de caras y aristas. Solo existen cinco clases de poliedros regulares, los cuales son:

Helicoteoría

TETRAEDRO REGULAR



$$h = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

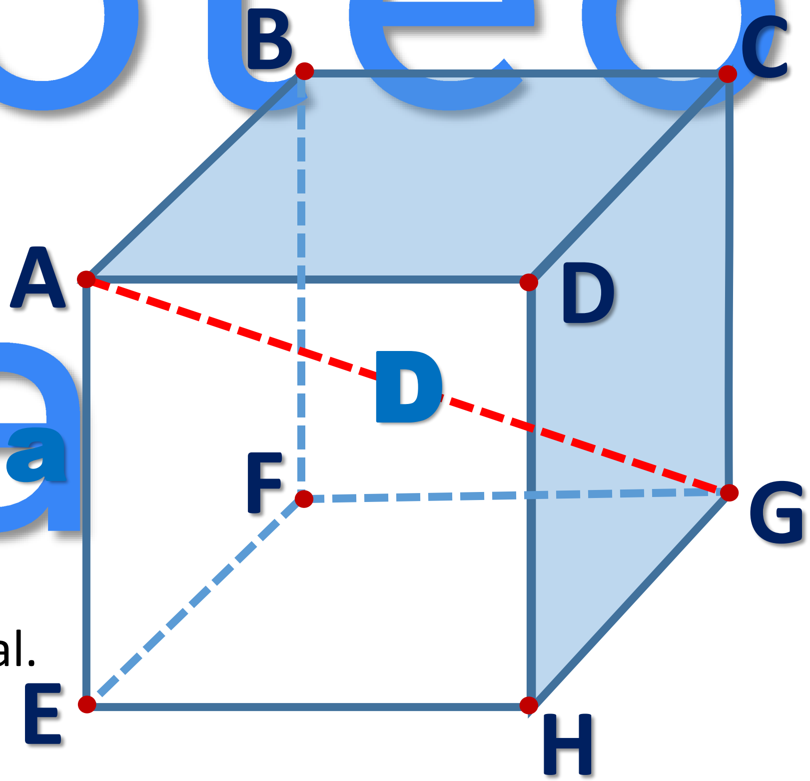
$$A = a^2\sqrt{3}$$

$$V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$$

A: Área de la superficie Total.

V: Volumen del sólido.

HEXAEDRO REGULAR

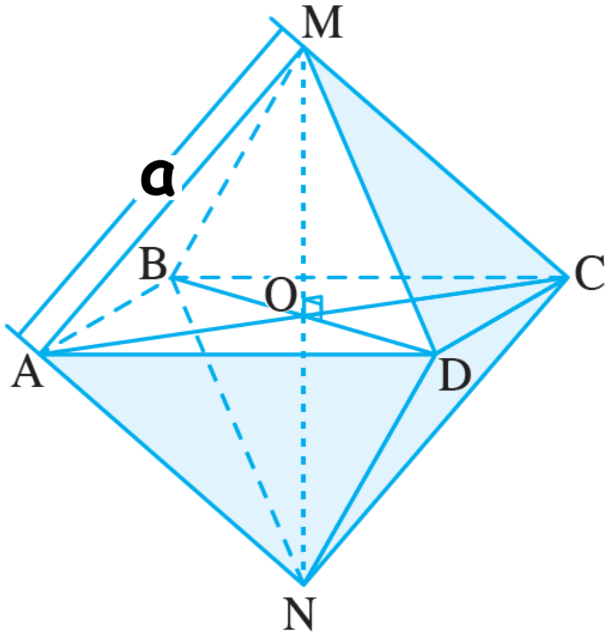


$$D = a\sqrt{3}$$

$$A = 6a^2$$

$$V = a^3$$

OCTAEDRO REGULAR

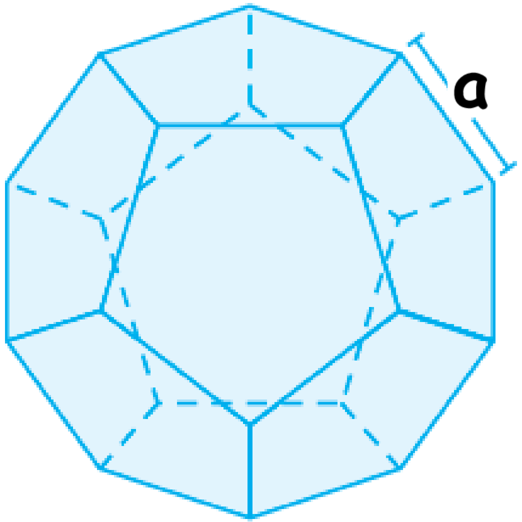


$MN = a\sqrt{2}$

$A = 2a^2\sqrt{3}$

$V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$

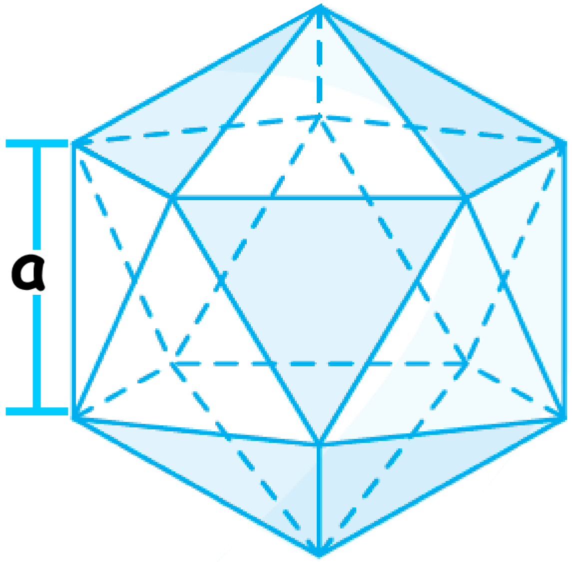
DODECAEDRO REGULAR



$A = 3a^2\sqrt{25+10\sqrt{5}}$

$V = \dfrac{a^3(15+7\sqrt{5})}{4}$

ICOSAEDRO REGULAR

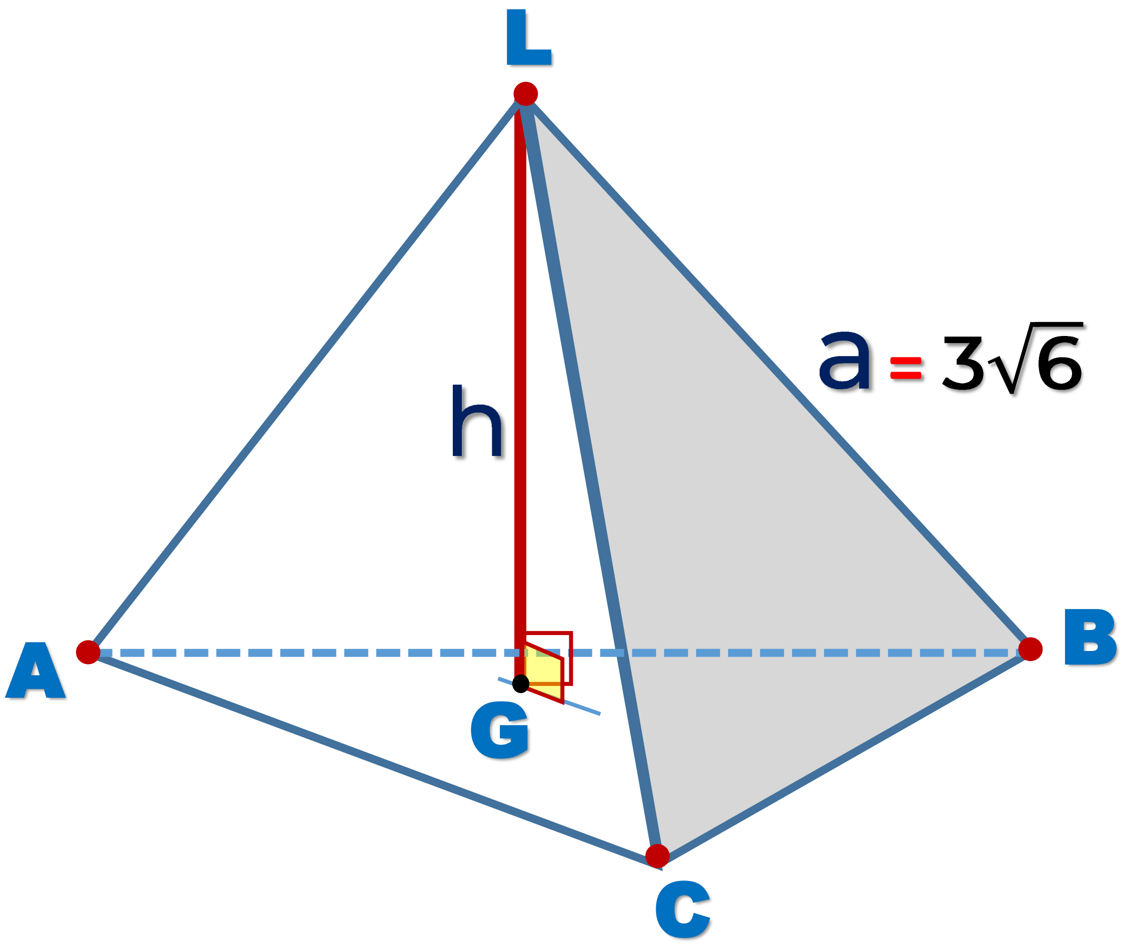


$A = 5a^2\sqrt{3}$

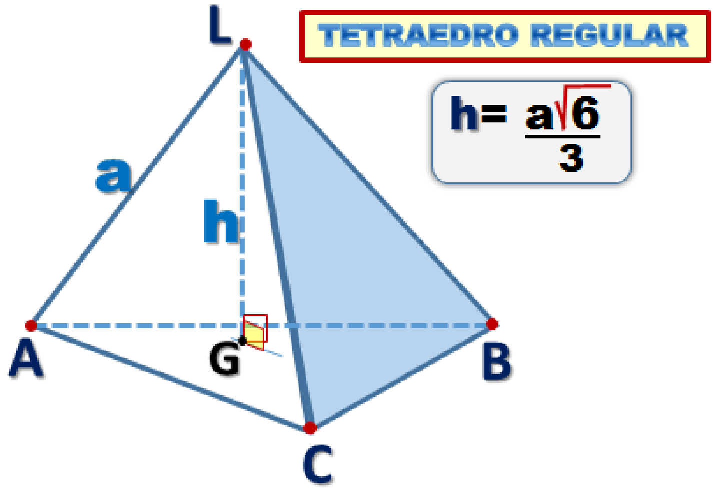
$V = \dfrac{a^3(15+5\sqrt{5})}{12}$

SACO OLIVEROS

1. Halle la longitud de la altura de un tetraedro regular, si su arista es $3\sqrt{6}$ u.



- Piden: h

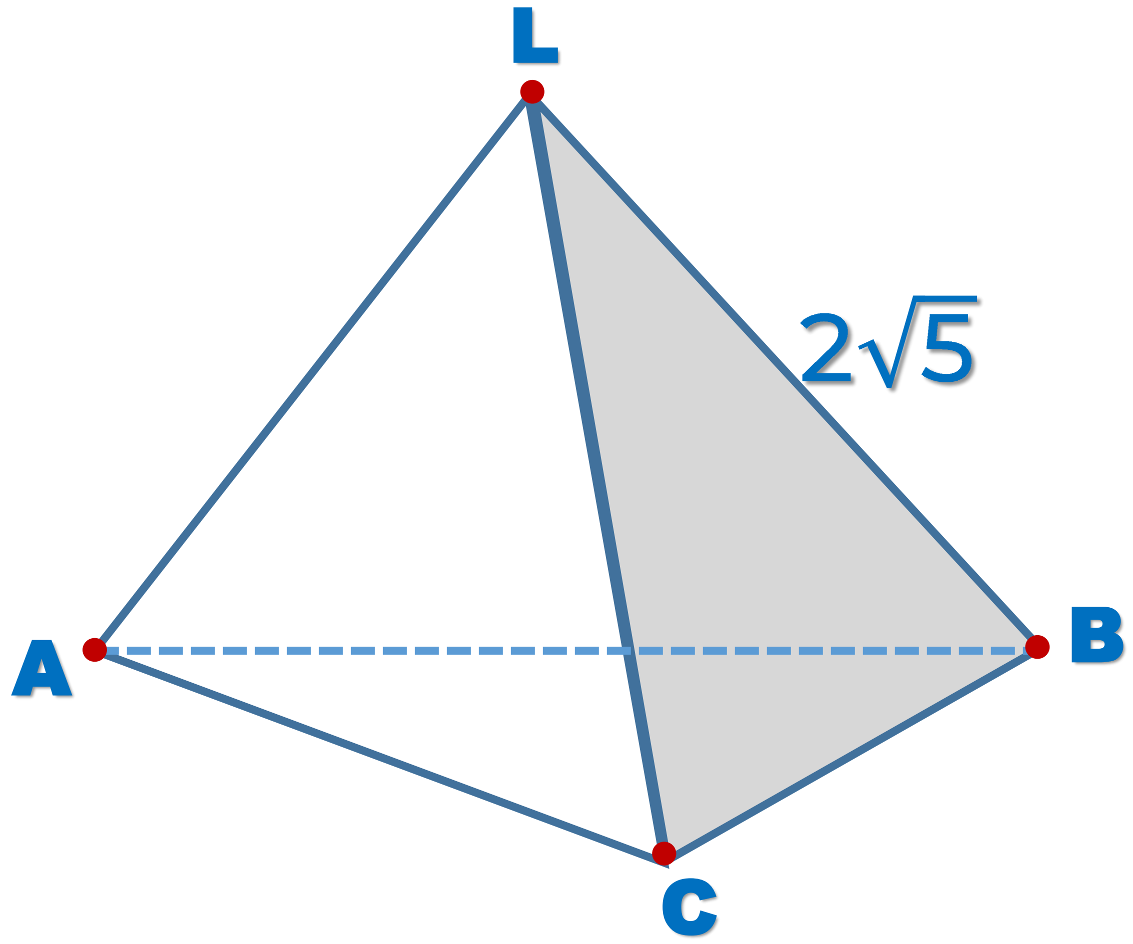


- Por teorema:

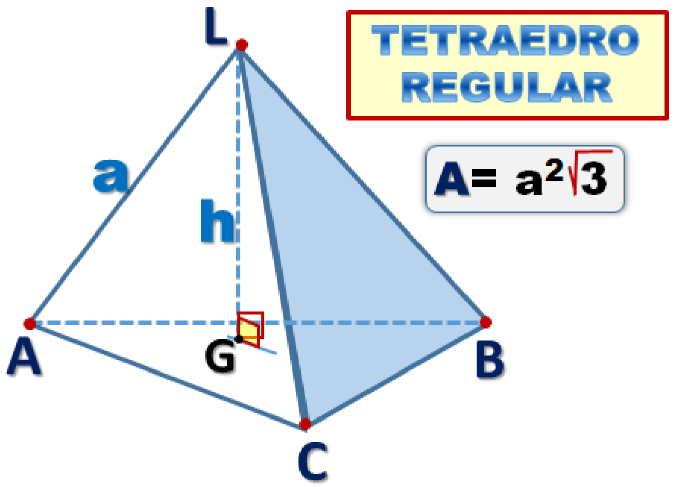
$$h = \frac{\cancel{3}\sqrt{6}.\sqrt{6}}{\cancel{3}}$$

$$\boxed{h = 6\ u}$$

2. Calcule área de la superficie total del tetraedro regular mostrado.



- Piden: A

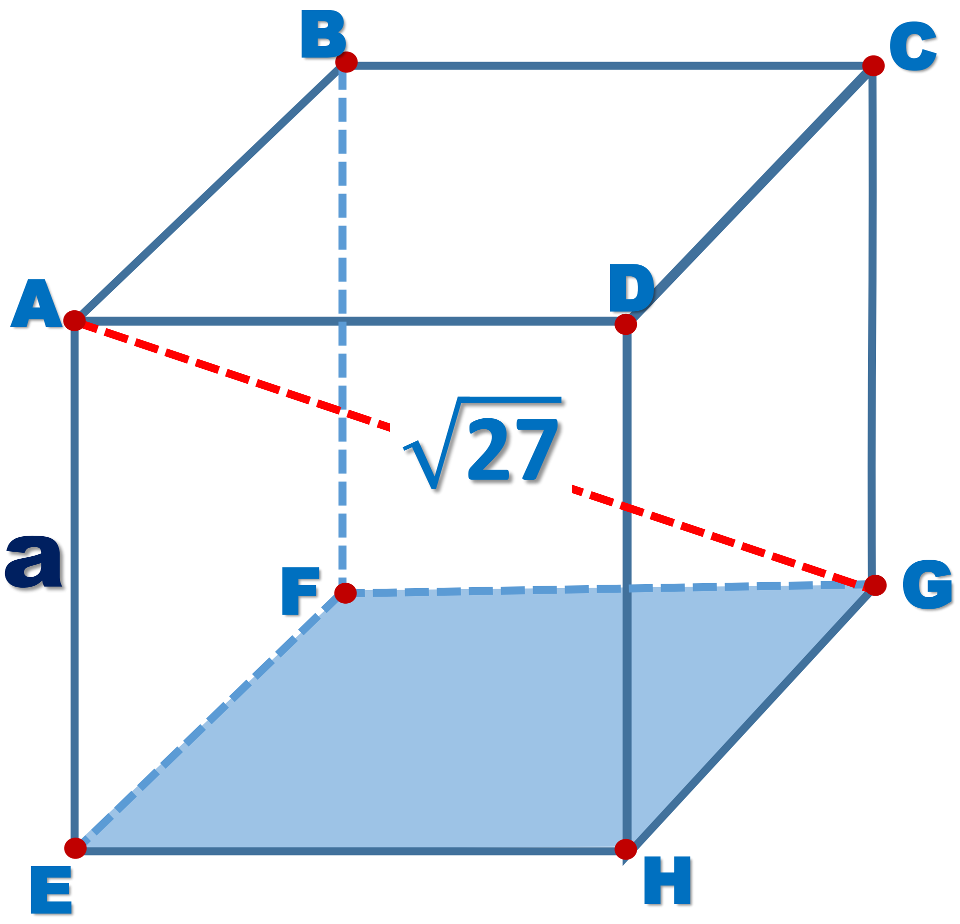


- Por teorema :

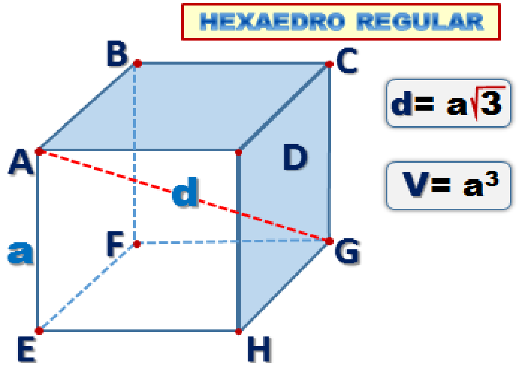
$$A = (2\sqrt{5})^2 . \sqrt{3}$$

$$\boxed{A = 20\sqrt{3}\ u^2}$$

3. Calcule el volumen del sólido limitado por el hexaedro regular, cuya diagonal es $\sqrt{27}$ u.



- Piden: V



- Del dato:

$$d = \sqrt{27}$$

$$a\cancel{\sqrt{3}} = 3\cancel{\sqrt{3}}$$

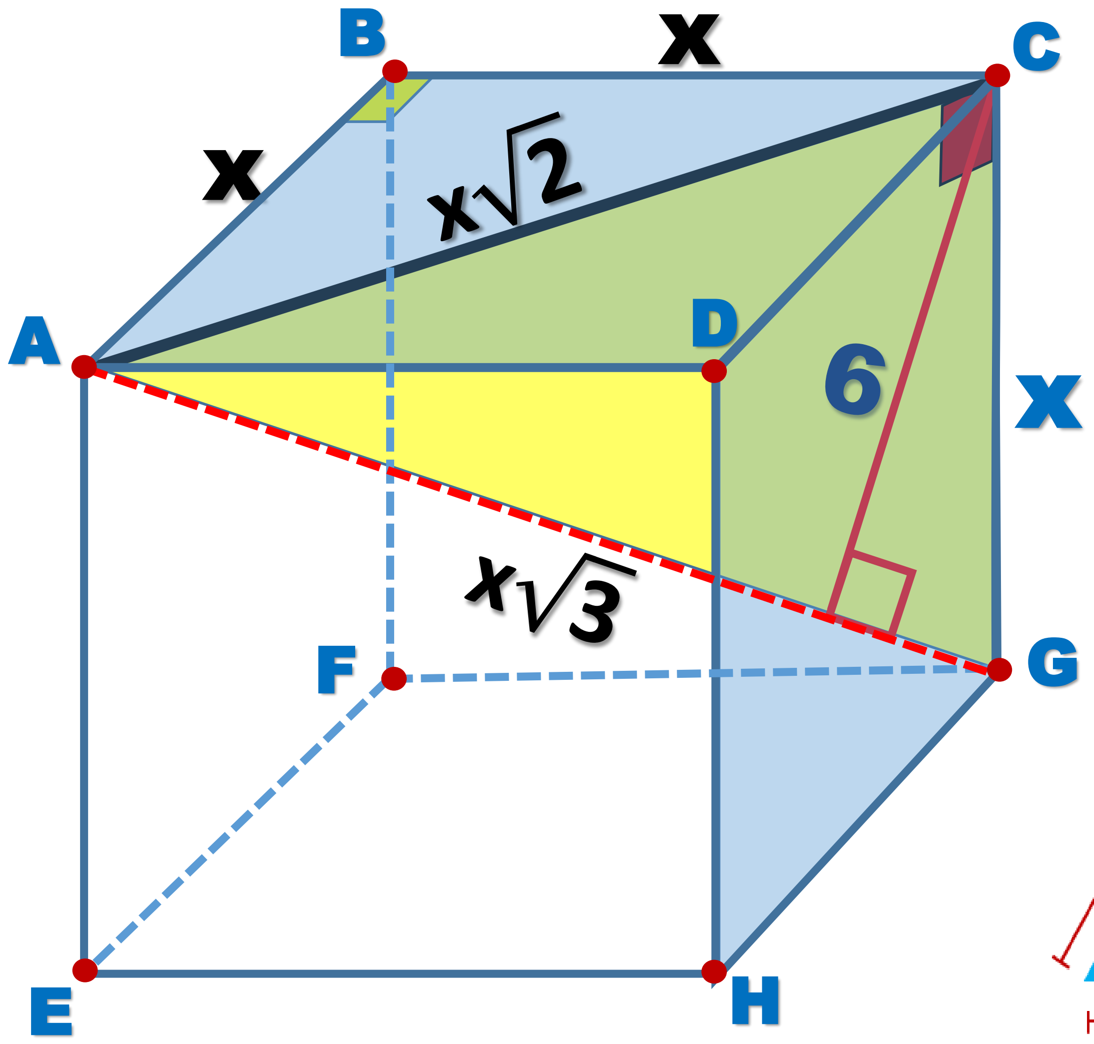
$$a = 3$$

- Reemplazando en el teorema:

$$V = (3)^3$$

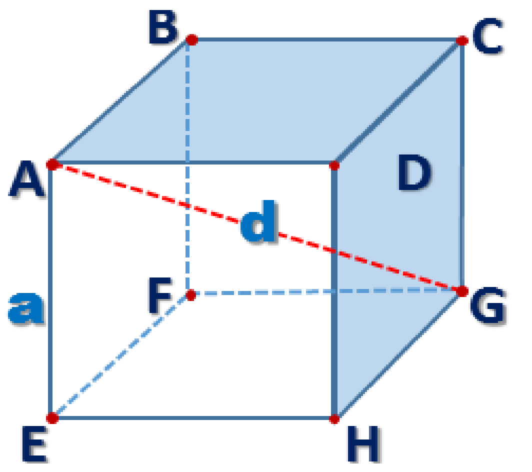
$$\boxed{V = 27\ u^3}$$

4. Halle el valor de x en el hexaedro regular mostrado.



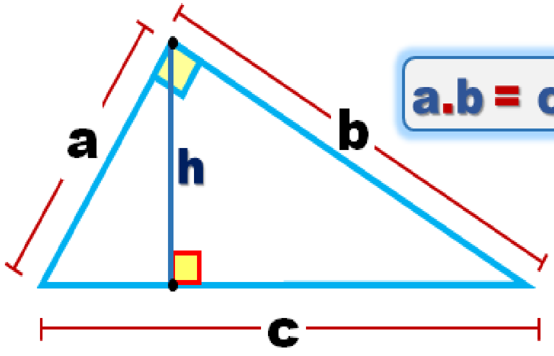
- Piden: x

$$\boxed{d = a\sqrt{3}}$$



- Se traza $\overline{AC}$
- ◺ACG :(Por relaciones métricas)

$$(\cancel{x}\sqrt{2})(x) = (\cancel{x}\sqrt{3})(6)$$

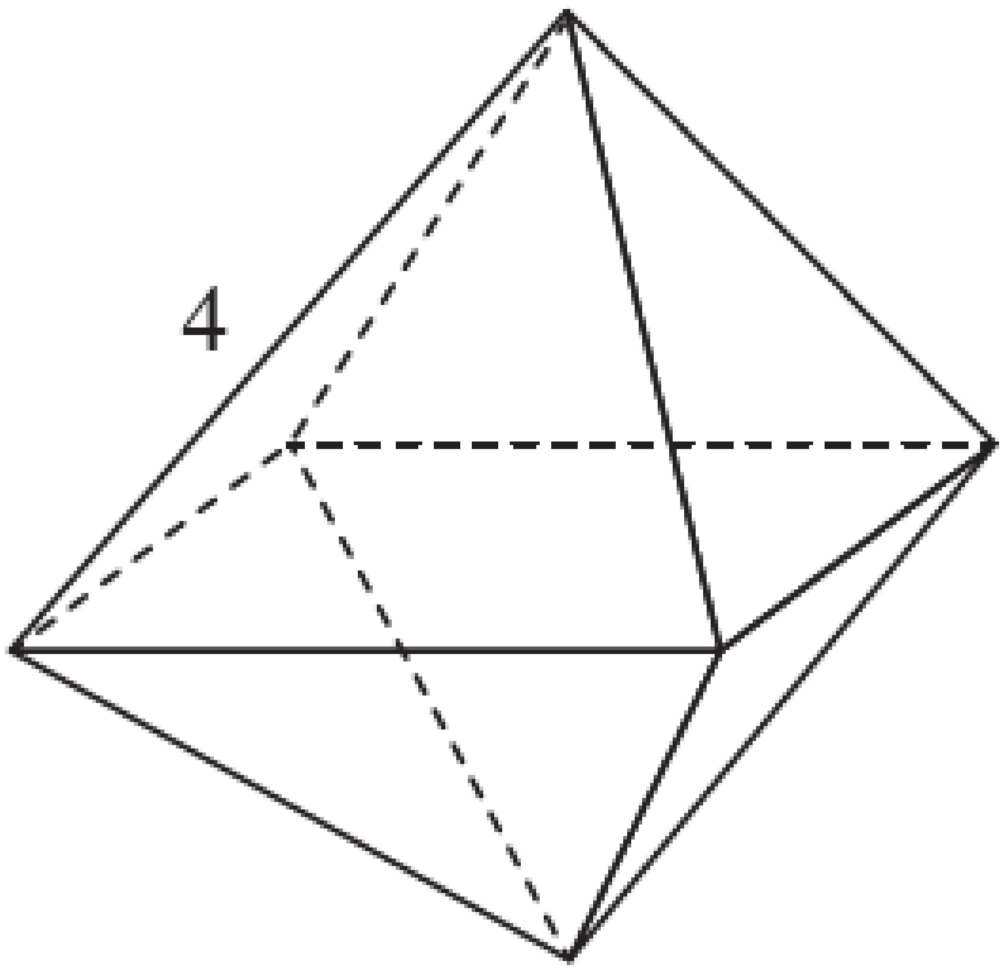


$$\boxed{a.b = c.h}$$

$$x = \frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\underbrace{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}}_{2}$$

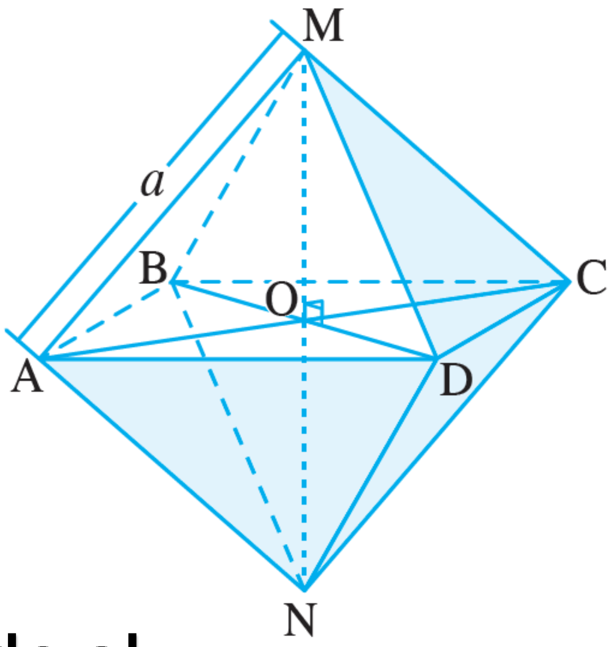
$$\boxed{x = 3\sqrt{6}\ u}$$

5. Calcule el área de la superficie total del octaedro regular mostrado.



- Piden: A

$$\boxed{A = 2a^2\sqrt{3}}$$

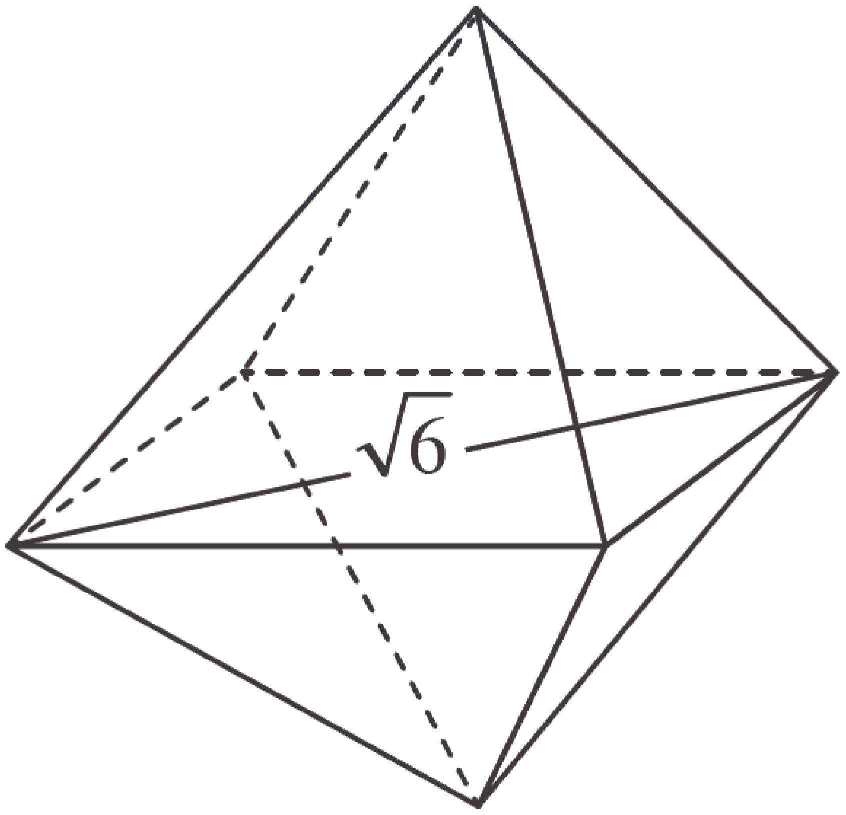


- Reemplazando al teorema:

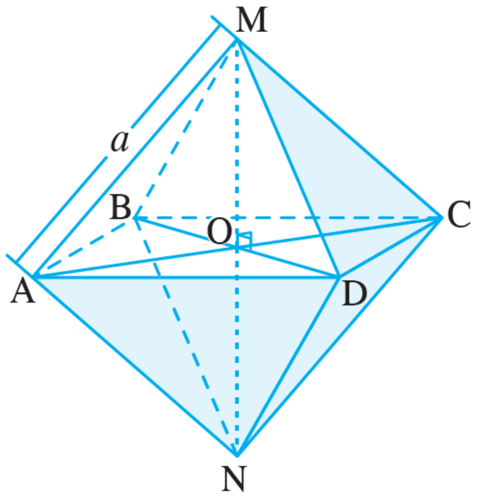
$$A = 2(4)^2\sqrt{3}$$

$$\boxed{A = 32\sqrt{3}\ \text{u}^2}$$

6. Calcule el volumen del octaedro regular mostrado.



- Piden: V



$$\mathbf{MN = a\sqrt{2}}$$

$$\mathbf{V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}}$$

- Por teorema: $\sqrt{6} = a\sqrt{2}$

$$\sqrt{3} = a$$

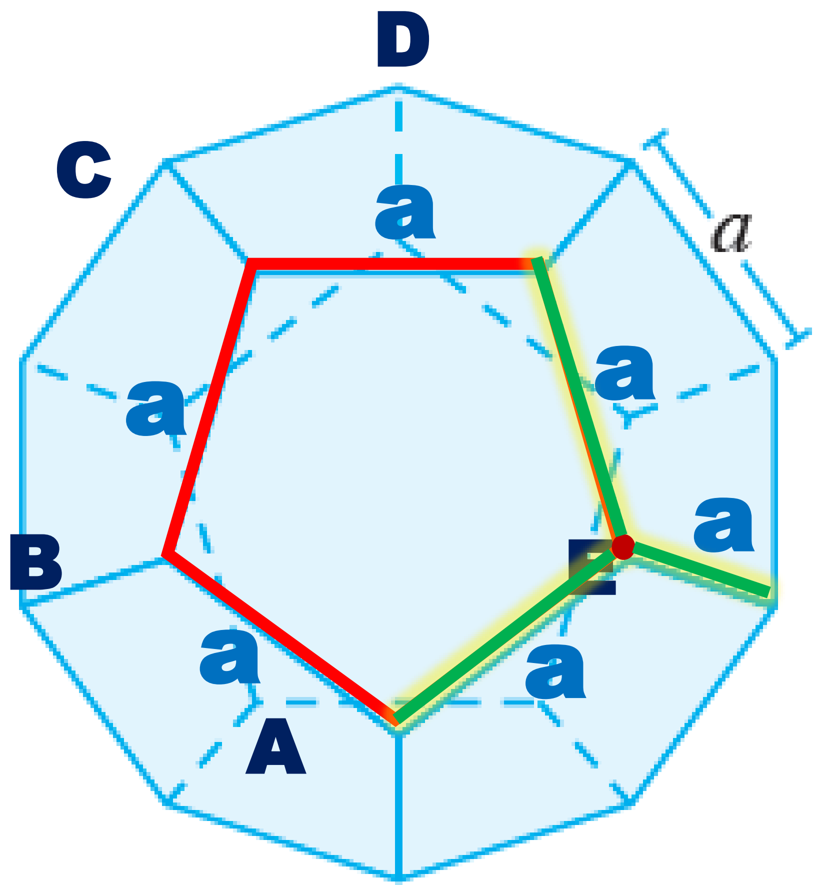
- Reemplazando:

$$v = \frac{(\sqrt{3})^3\sqrt{2}}{3} \qquad \rightarrow v = \frac{(\cancel{3}\sqrt{3})\sqrt{2}}{\cancel{3}}$$

$$\boxed{V = \sqrt{6}\ u^3}$$

SACO OLIVEROS

7. En un dodecaedro regular se sabe que la suma de las longitudes de las aristas que concurren en un vértice es 12 u. Calcule el perímetro de una de sus caras.



- Piden: $2p_{ABCDE}$

$$2p_{ABCDE} = 5a \qquad \text{... (1)}$$

- Por dato

$$a + a + a = 12$$
$$3a = 12$$
$$a = 4 \qquad \text{... (2)}$$

- Reemplazando 2 en 1:

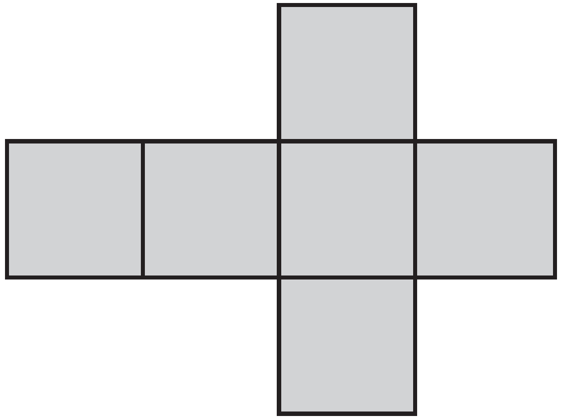
$$2p_{ABCDE} = 5(4)$$

$$\boxed{2p_{ABCDE} = 20\,u}$$

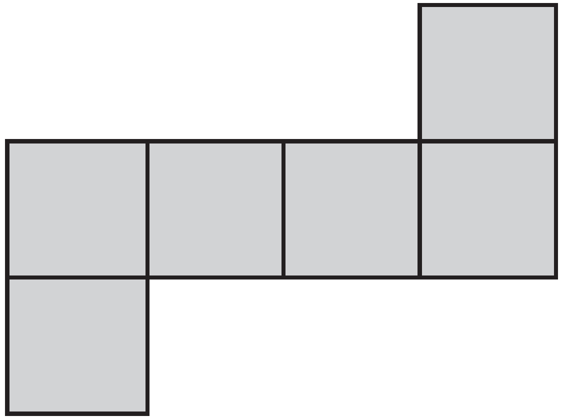
SACO OLIVEROS

8. ¿Con cuál de las siguientes figuras se puede formar un cubo?

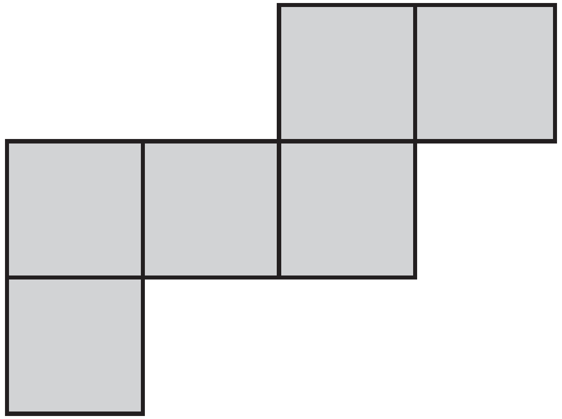
I.



II.



III.



A) Solo I

B) Solo II

C) I y II

D) II y III

E) Todas