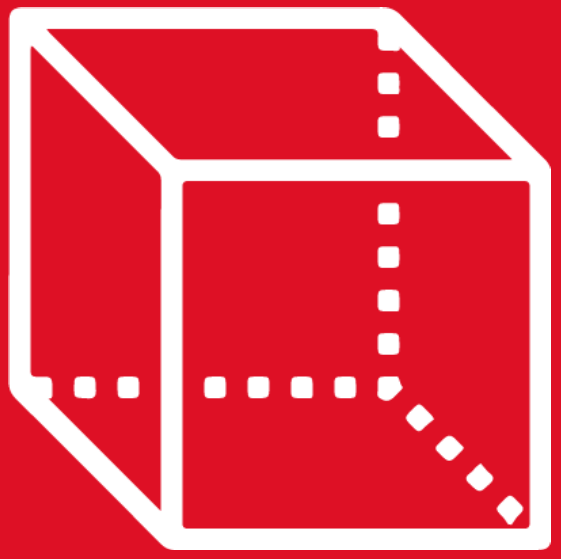
GEOMETRÍA

Capítulo 1



5th
SECONDARY

TRIÀNGULOS

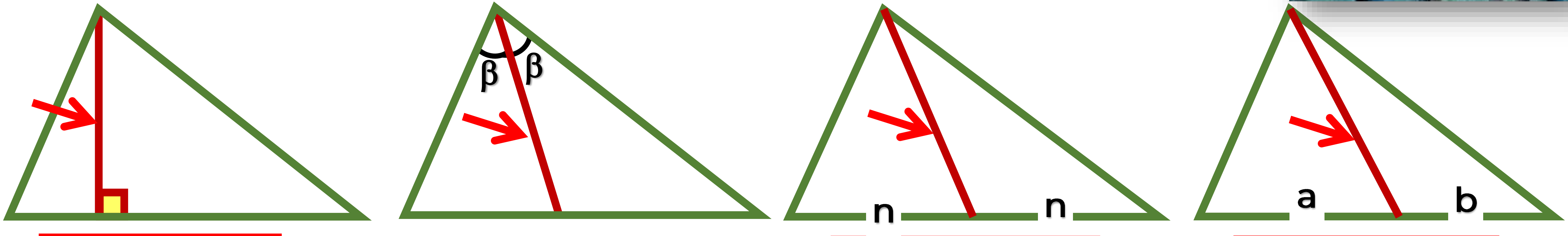
SACO OLIVEROS

$$e^{i\pi}+1=0$$

Continuando con el tema de relaciones métricas, en este capítulo aprenderemos a hallar las longitudes de las líneas notables más importantes como la altura, la mediana, el segmento de bisectriz, así como también la longitud de una ceviana interior, conociendo previamente las longitudes de los tres lados del triángulo.

Actividad

Complete los casilleros con los nombres de las líneas notables que hay en cada triángulo, señaladas con la flecha.



Altura | Bisectriz | Mediana | Ceviana

RELACIONES MÉTRICAS EN EL TRIÁNGULO OBLICUÁNGULO

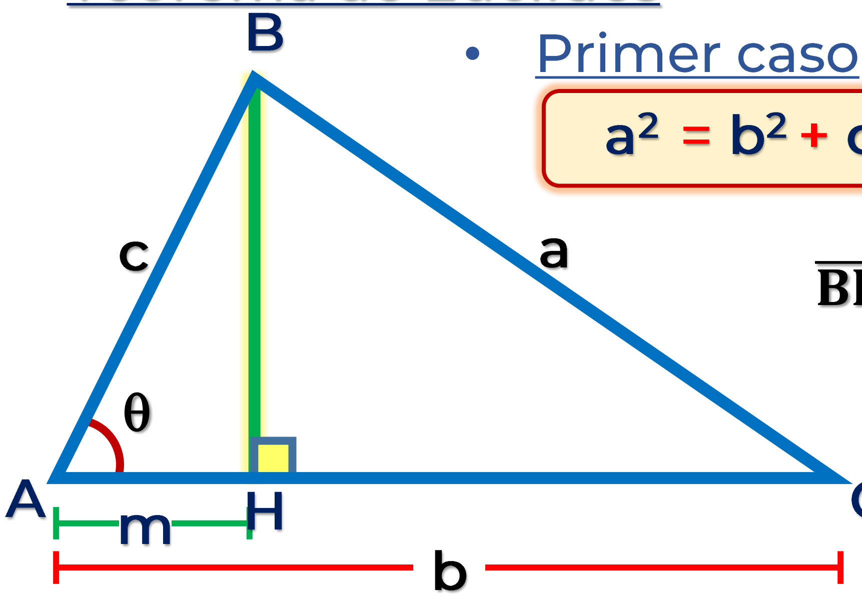
Teorema de Euclides

- Primer caso

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bm$$

$\overline{BH}$: Altura

$\theta < 90°$

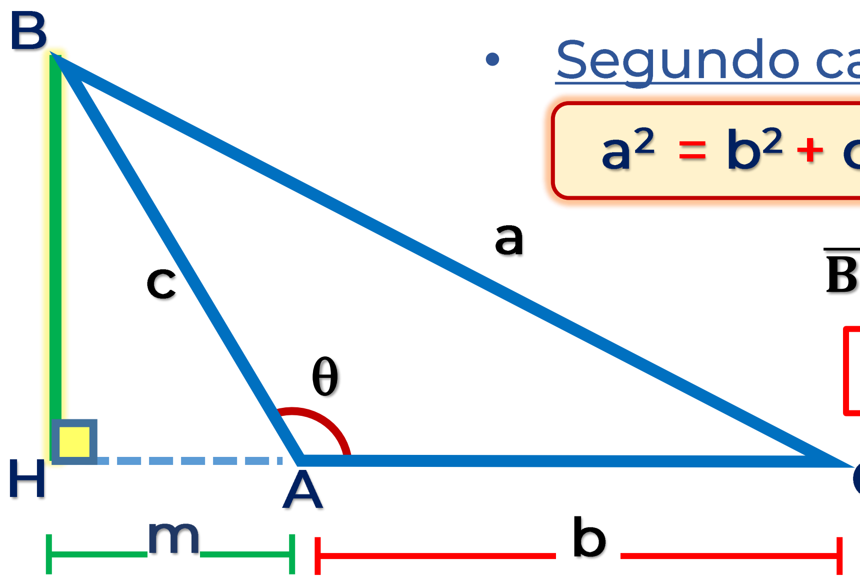


- Segundo caso

$$a^2 = b^2 + c^2 + 2bm$$

$\overline{BH}$: Altura

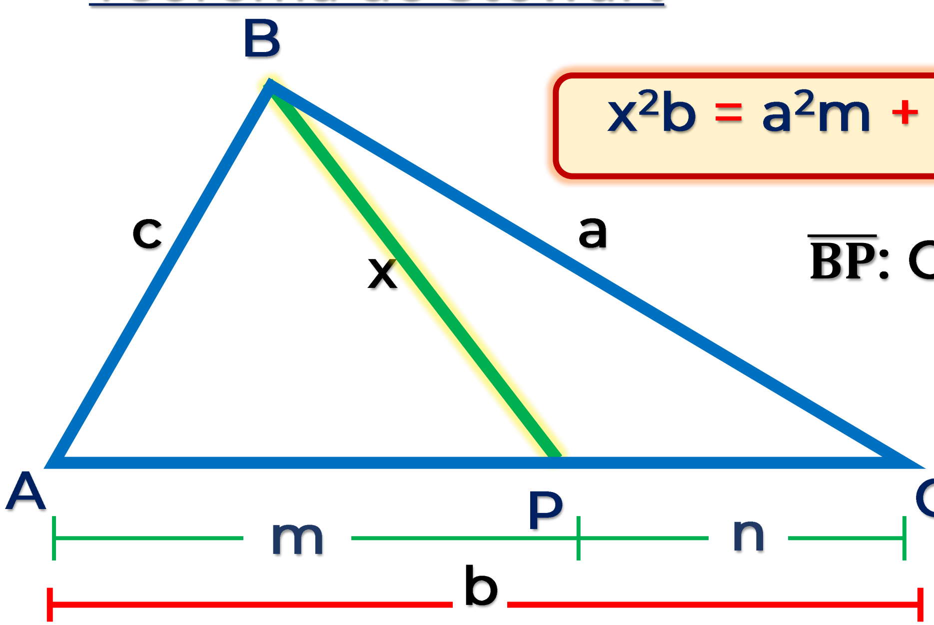
$90° < \theta$



Teorema de Stewart

$$x^2b = a^2m + c^2n - mnb$$

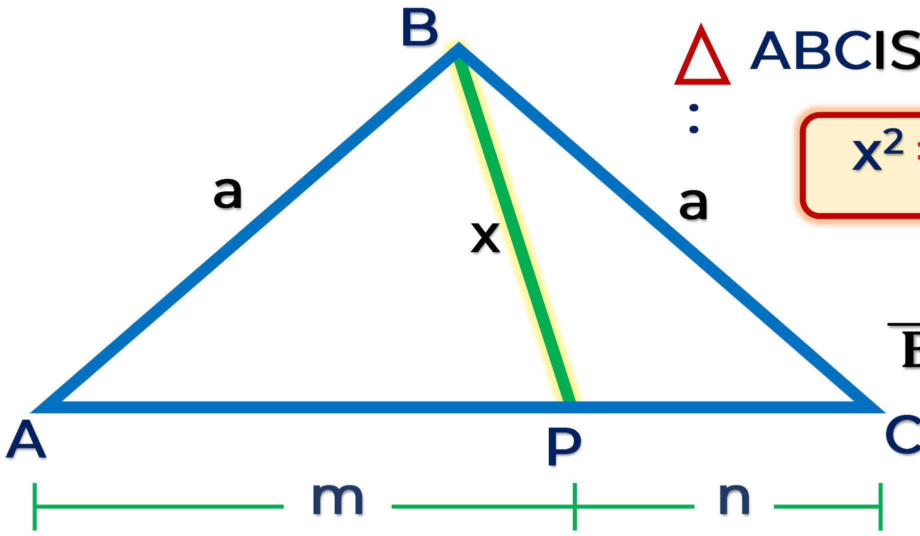
$\overline{BP}$: Ceviana



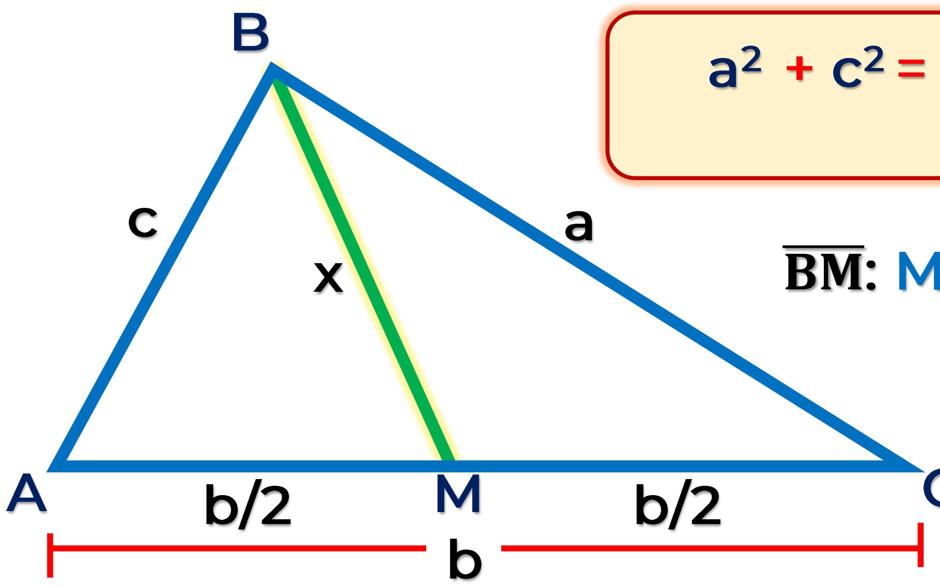
△ ABCISÓSCELES :

$$x^2 = a^2 - mn$$

$\overline{BP}$: Ceviana



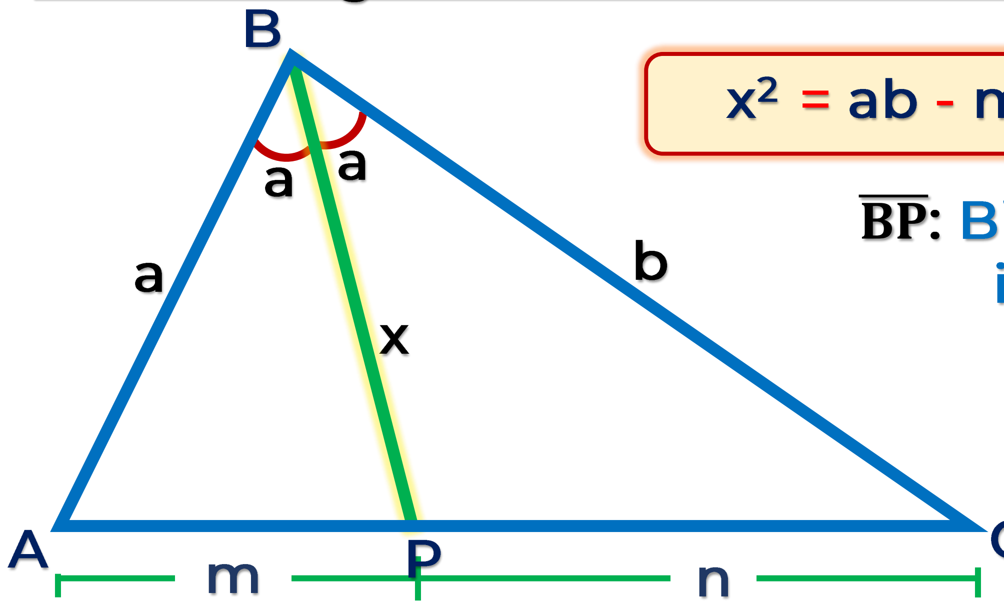
Teorema de la Mediana



$$a^2 + c^2 = 2x^2 + \frac{b^2}{2}$$

$\overline{BM}$: Mediana

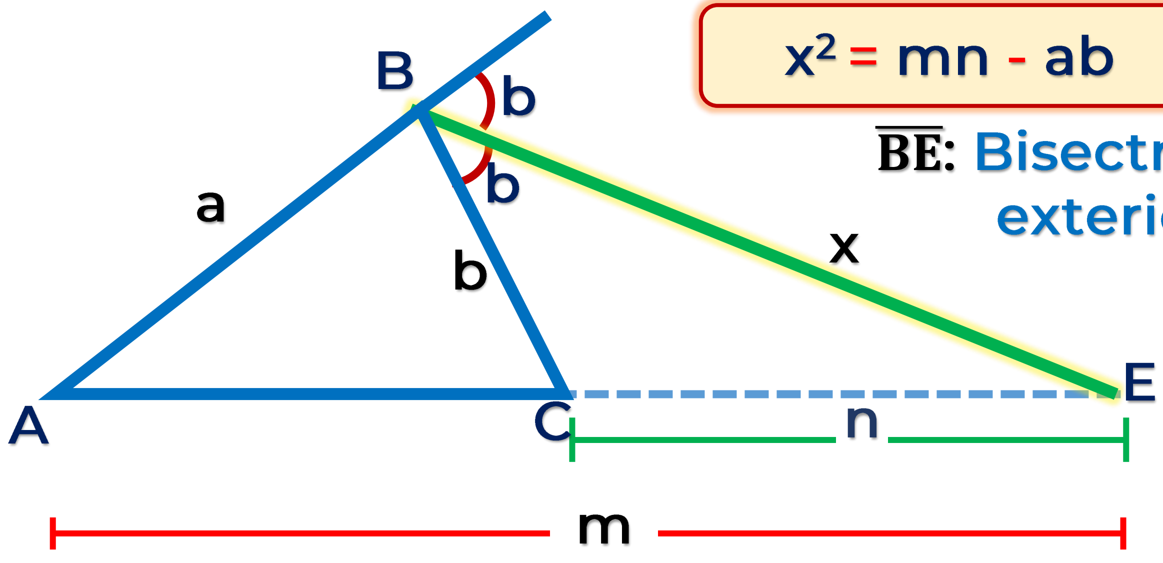
T. de la longitud de la bisectriz interior



$$x^2 = ab - mn$$

$\overline{BP}$: Bisectriz interior

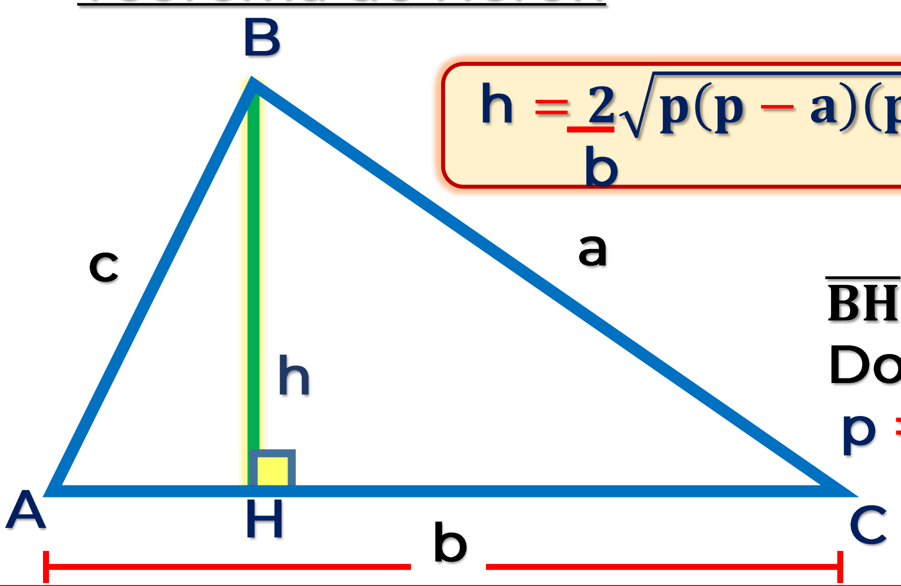
T. de la longitud de la bisectriz exterior



$$x^2 = mn - ab$$

$\overline{BE}$: Bisectriz exterior

Teorema de Herón



$$h = \frac{2}{b}\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

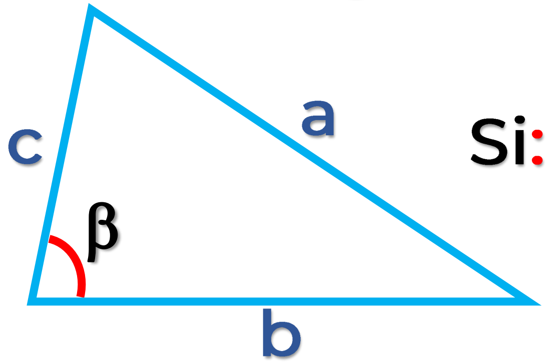
$\overline{BH}$: Altura

Donde:

$$p = \frac{a+b+c}{2}$$

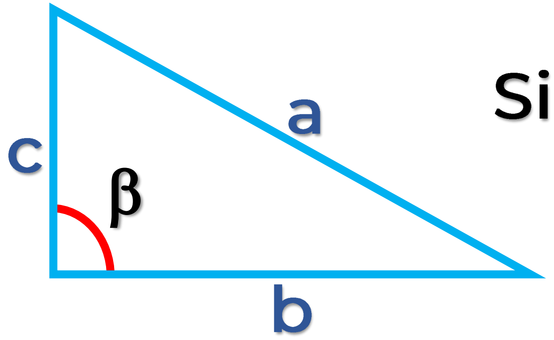
Naturaleza de un triángulo

Sean a, b y c las longitudes de los lados de un triangulo siendo a longitud de mayor lado:



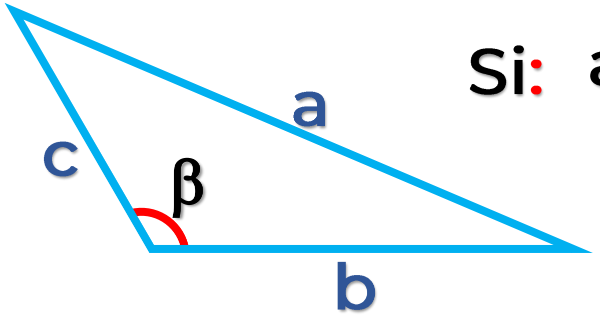
Si: $a^2 < b^2 + c^2$

$\boxed{\beta < 90°}$ y el triángulo es acutángulo.



Si: $a^2 = b^2 + c^2$

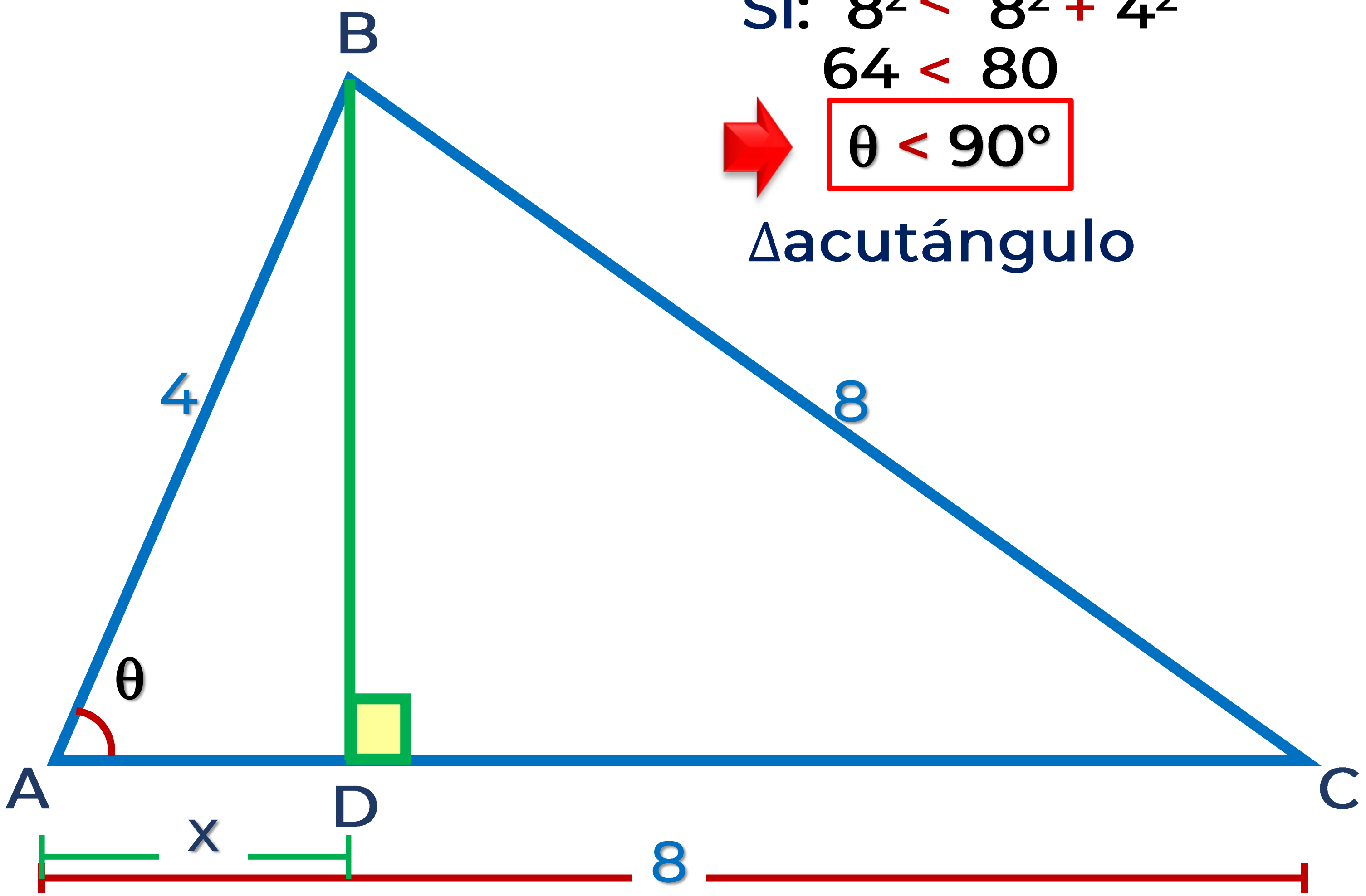
$\boxed{\beta = 90°}$ y el triángulo es rectángulo.



Si: $a^2 > b^2 + c^2$

$\boxed{\beta > 90°}$ y el triángulo es obtusángulo.

1. En un triángulo ABC, AB = 4 y BC = AC = 8. Luego se traza la altura BD. Halle AD.



- Naturaleza de un triángulo

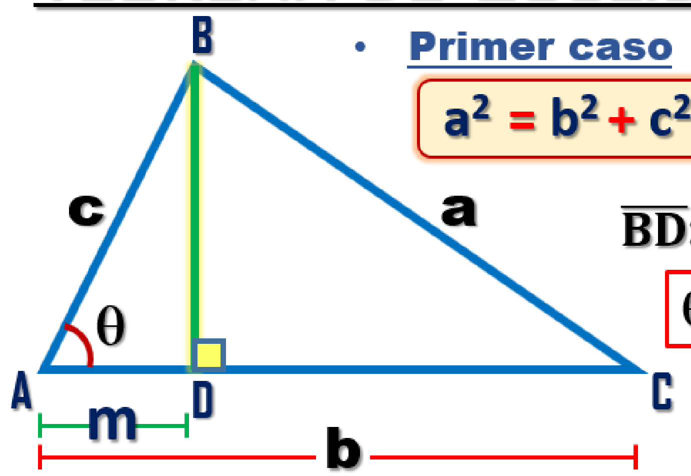
Si: $8^2 < 8^2 + 4^2$

$64 < 80$

$\boxed{\theta < 90°}$

Δacutángulo

- Teorema de Euclides



- Primer caso

$\boxed{a^2 = b^2 + c^2 - 2bm}$

$\overline{BD}$: Altura

$\boxed{\theta < 90°}$

$\cancel{8^2} = \cancel{8^2} + 4^2 - 2(8)(x)$

$16x = 16$

$\boxed{x = 1}$

2. En un triángulo ABC, AB = 13 y BC = 15 y AC = 4. Se traza la altura BD. Halle AD.

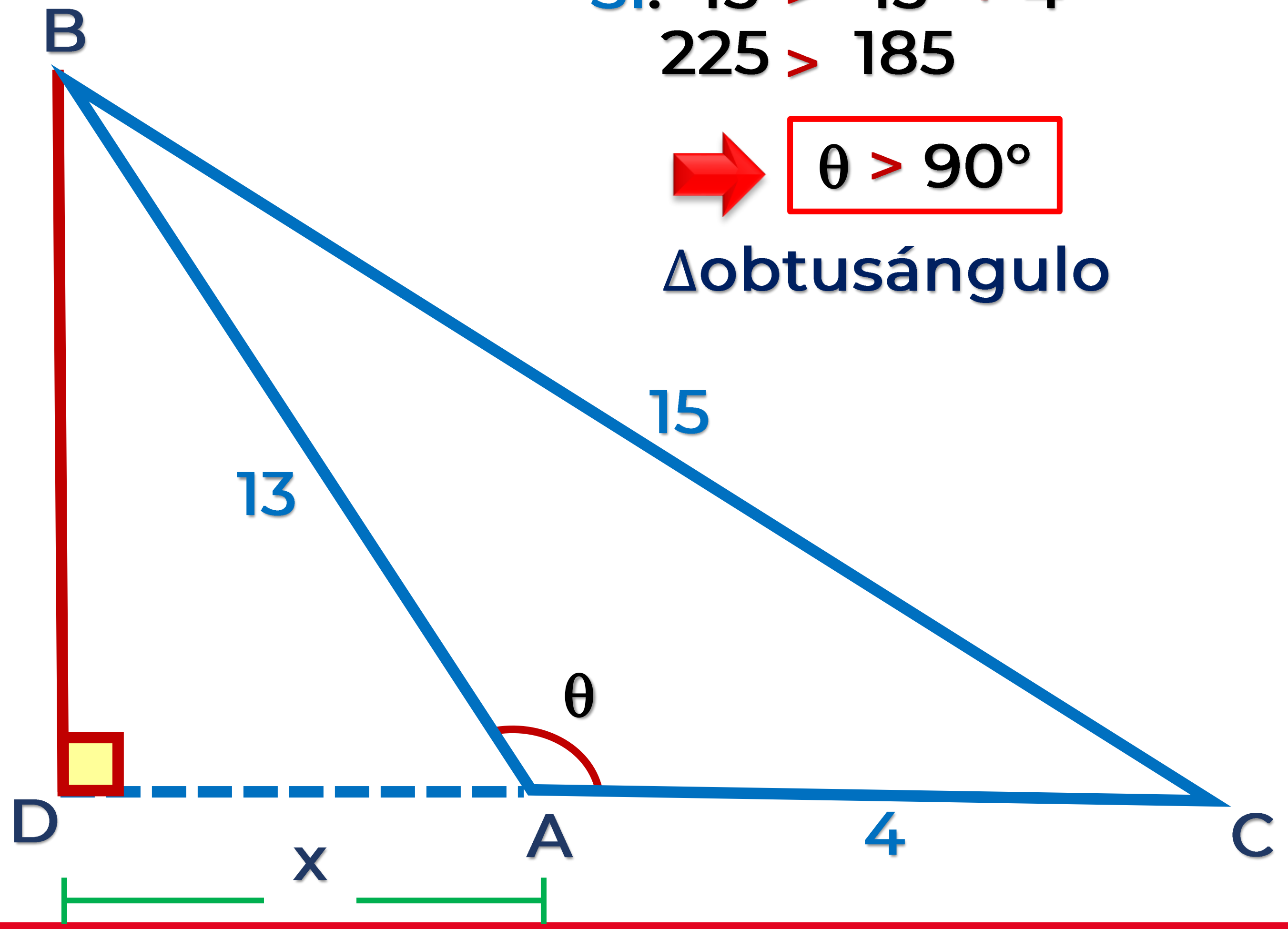
- **Naturaleza de un triángulo**

Si: $15^2 > 13^2 + 4^2$

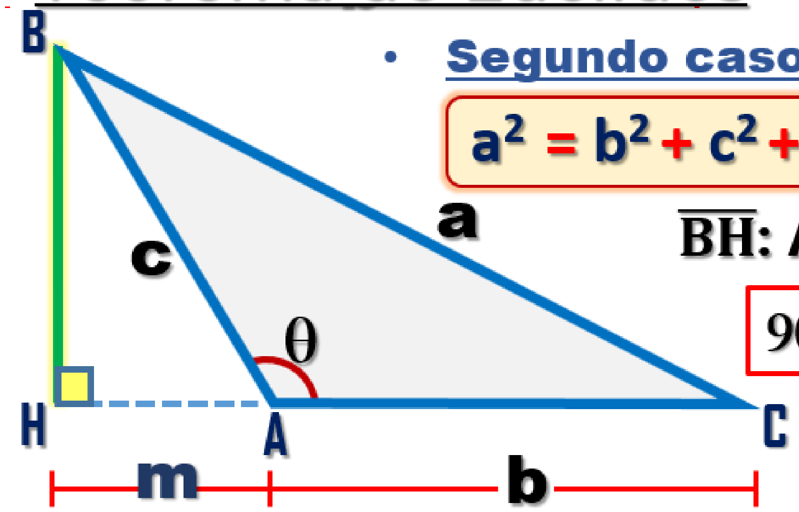
$225 > 185$

$\boxed{\theta > 90°}$

Δobtusángulo



- **Teorema de Euclides**



- **Segundo caso**

$\boxed{a^2 = b^2 + c^2 + 2bm}$

$\overline{BH}$: Altura

$\boxed{90° < \theta}$

$15^2 = 4^2 + 13^2 + 2(4)(x)$

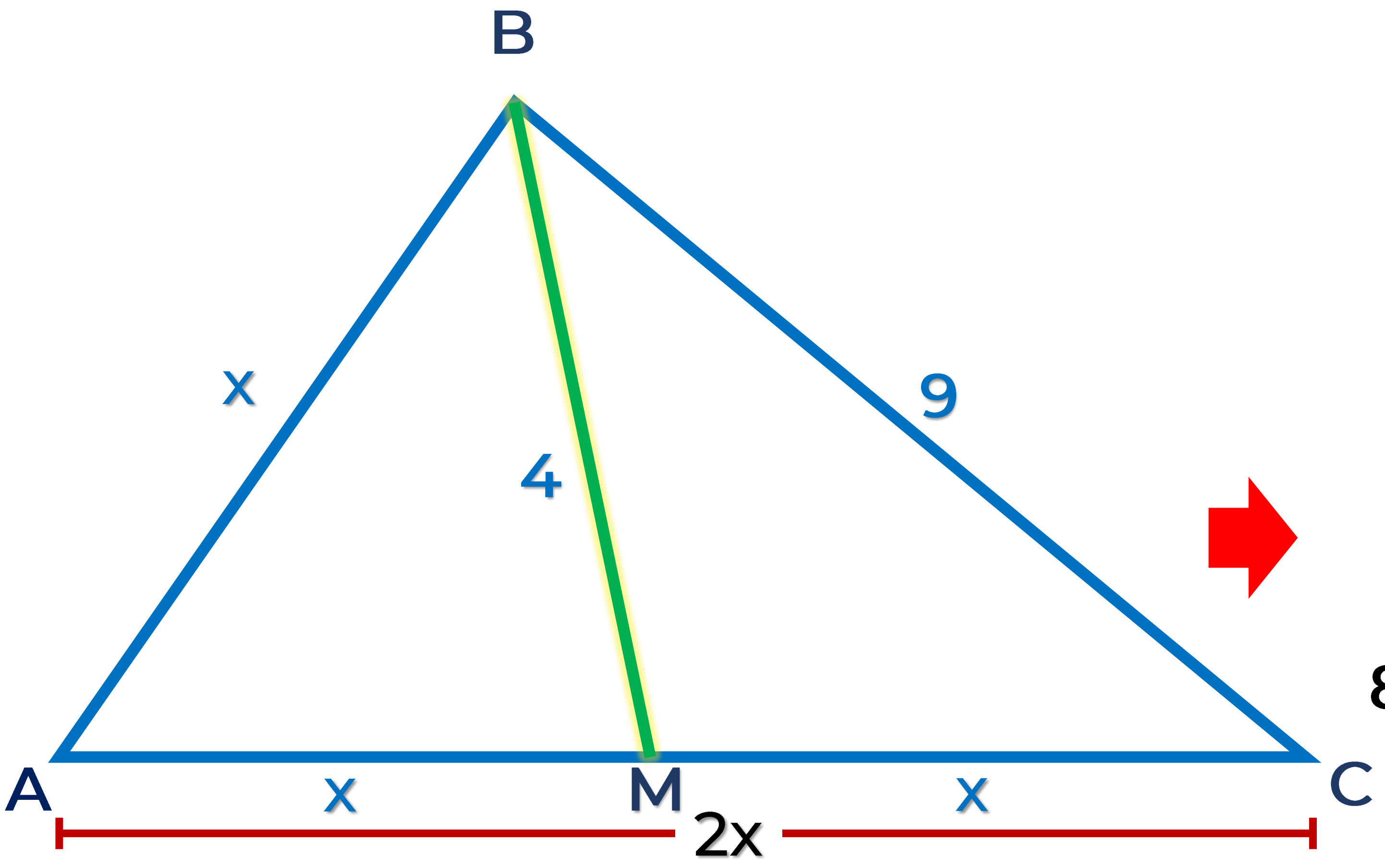
$225 = 16 + 169 + 8x$

$225 = 185 + 8x$

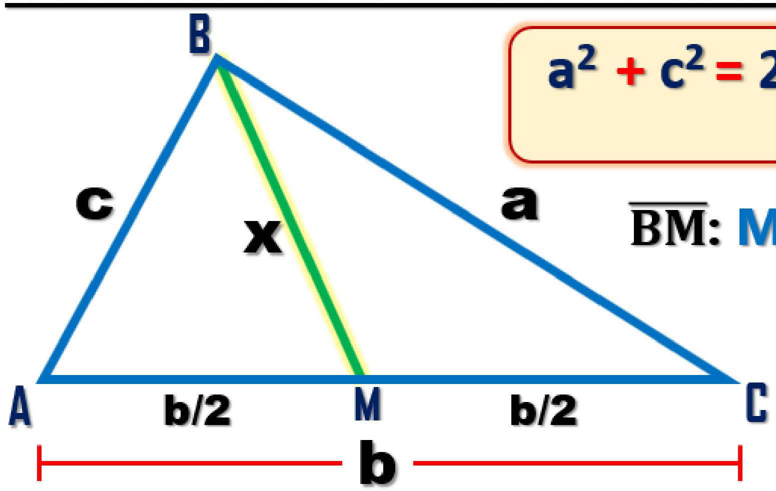
$40 = 8x$

$\boxed{5 = x}$

3. En un triángulo ABC, se traza la mediana $\overline{BM}$. Si BM = 4, BC = 9 y AB = AM = MC. Halle AB.



TEOREMA DE LA MEDIANA



$$a^2 + c^2 = 2x^2 + \frac{b^2}{2}$$

$\overline{BM}$: Mediana

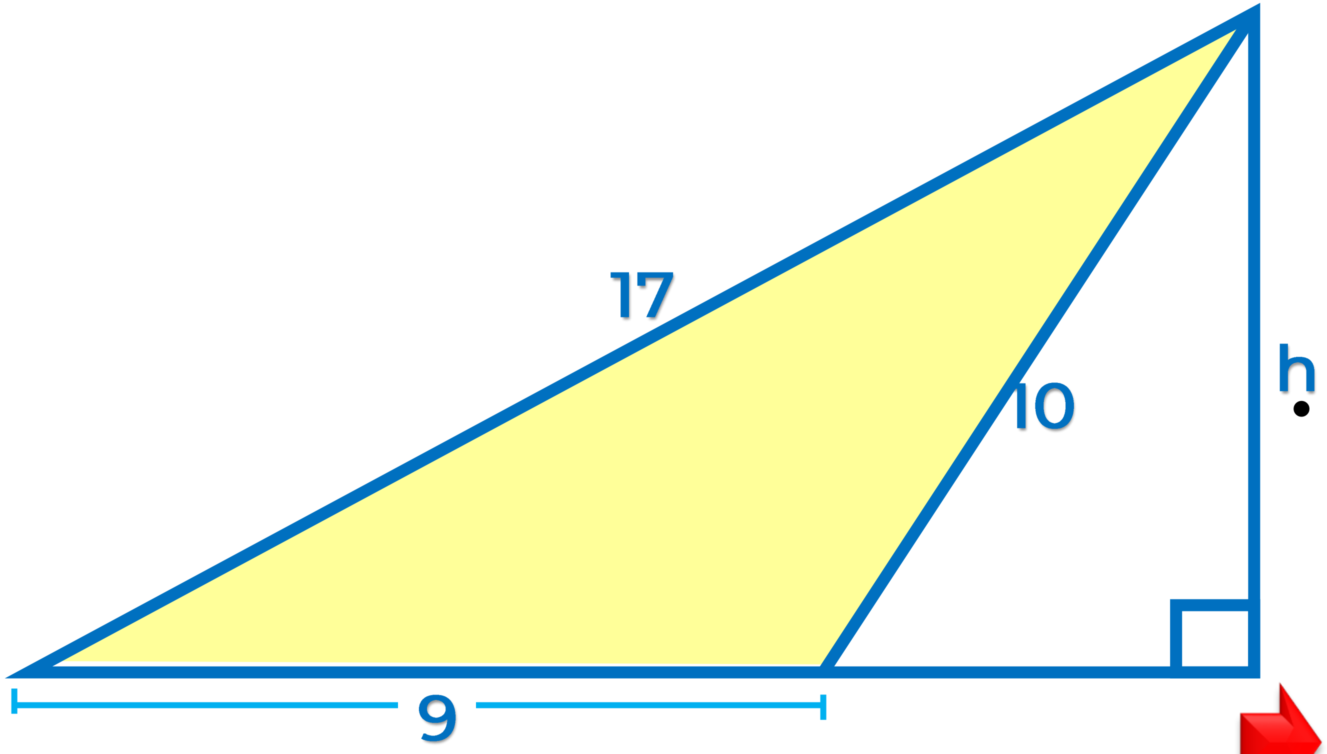
$$9^2 + x^2 = 2(4)^2 + \frac{(2x)^2}{2}$$

$$81 + x^2 = 32 + 2x^2$$

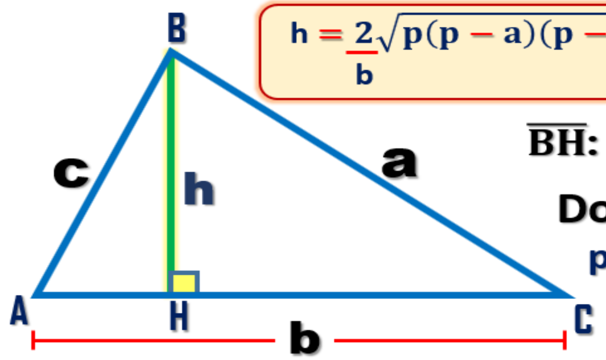
$$49 = x^2$$

$$\boxed{7 = x}$$

4. Halle el valor de h.



TEOREMA DE HERÓN



$$h = \frac{2}{b}\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$\overline{BH}$: Altura

Donde:

$$p = \frac{a+b+c}{2}$$

- Calculamos el semiperímetro

$$p = \frac{17+10+9}{2} \qquad p = 18$$

- Por teorema de Herón

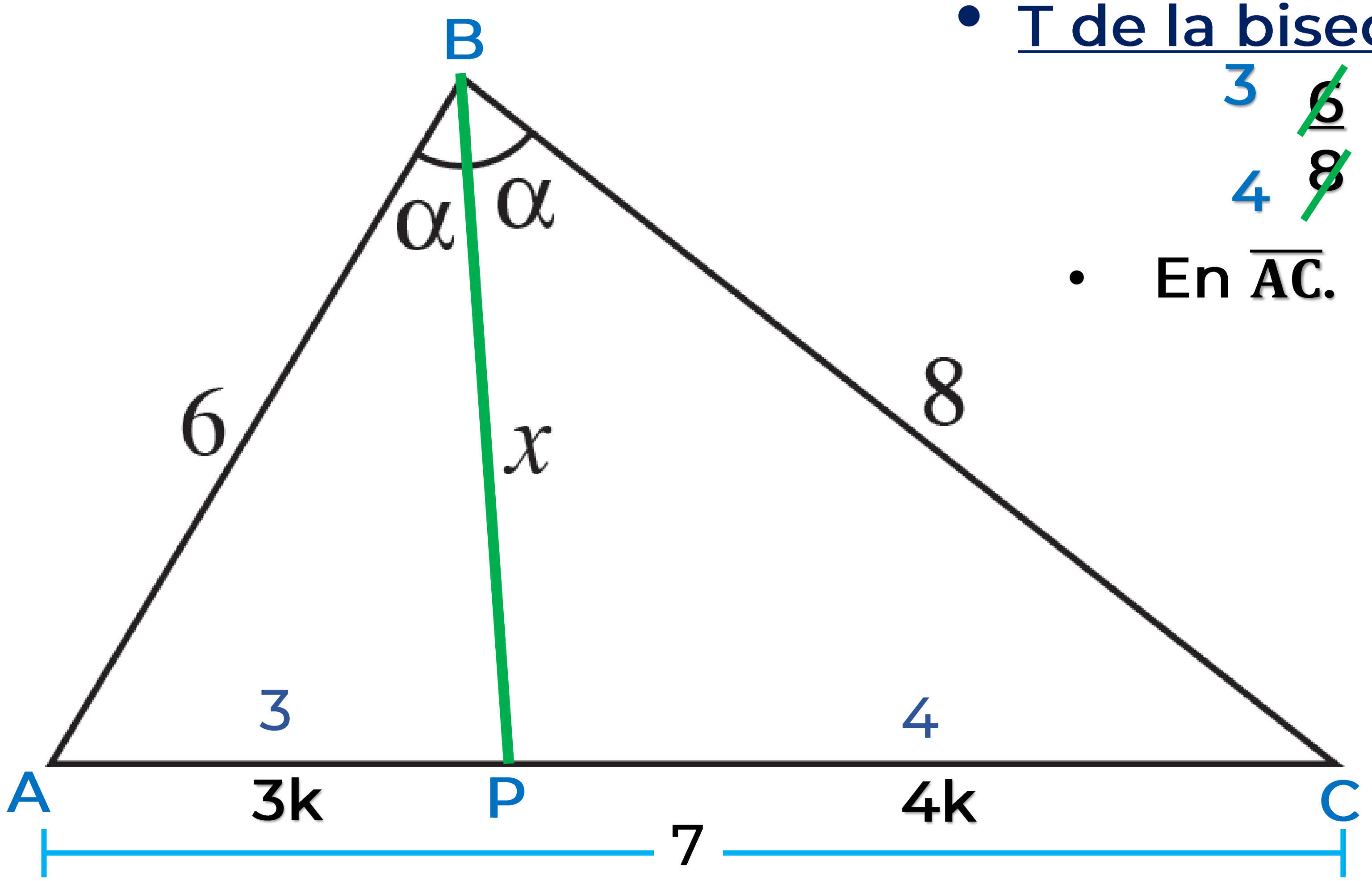
$$h = \frac{2}{9}\sqrt{18(18-10)(18-9)(18-17)}$$

$$h = \frac{2}{9}\sqrt{\underbrace{18(8)}_{144}\underbrace{(9)(1)}_{9}}$$

$$h = \frac{2}{9}(12)(3)$$

$$\boxed{h = 8}$$

5. Halle el valor de x.



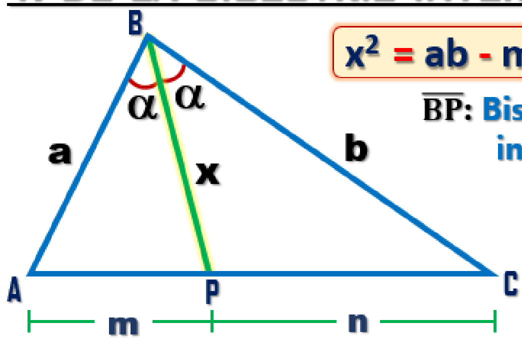
- $\overline{BP}$: bisectriz interior.
- T de la bisectriz interior (Proporcionalidad)

$$\frac{\overset{3}{\cancel{6}}}{\underset{4}{\cancel{8}}} = \frac{AP}{PC} \quad \Bigg| \quad \begin{aligned} AP &= 3k \\ PC &= 4k \end{aligned}$$

- En $\overline{AC}$.

$$3k + 4k = 7$$
$$7k = 7 \qquad k = 1$$

T. DE LA BISECTRIZ INTERIOR



$\boxed{x^2 = ab - mn}$

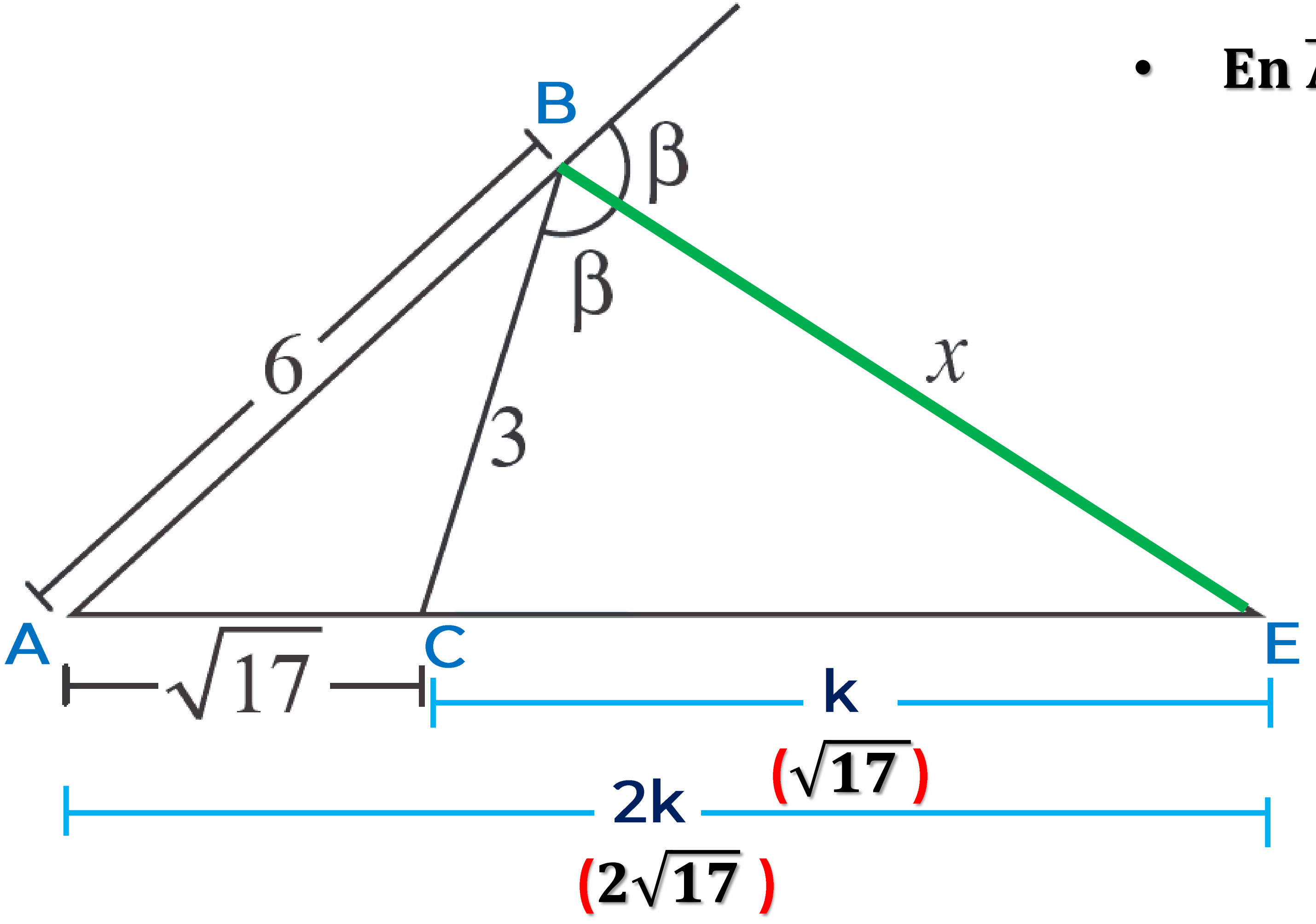
$\overline{BP}$: Bisectriz interior

$$x^2 = 6.8 - 3.4$$
$$x^2 = 48 - 12$$
$$x^2 = 36$$

$$\boxed{x = 6}$$

6. Halle el valor de x.

- $\overline{BE}$: bisectriz exterior.



- T de la bisectriz exterior(Proporcionalidad)

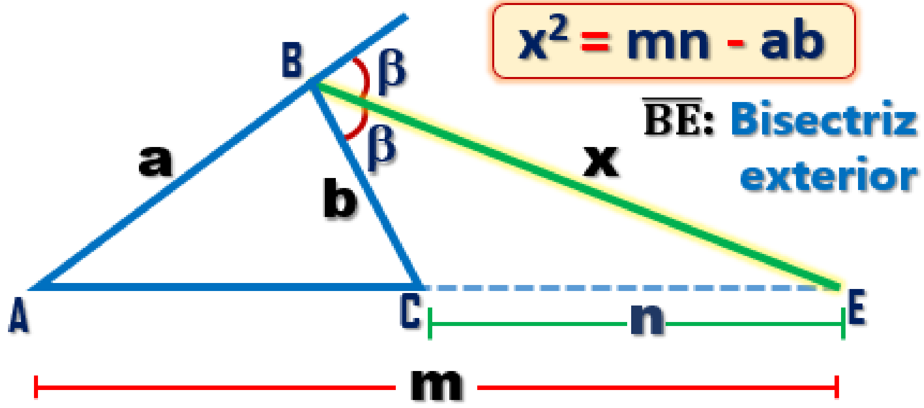
$$\frac{\cancel{6}^{\,2}}{\cancel{3}_{\,1}} = \frac{AE}{CE} \quad \Big| \quad \begin{aligned} AE &= 2k \\ CE &= k \end{aligned}$$

- En $\overline{AE}$: $\sqrt{17} + k = 2k$

$$\sqrt{17} = k$$

T. DE LA BISECTRIZ EXTERIOR

$$\boxed{x^2 = mn - ab}$$



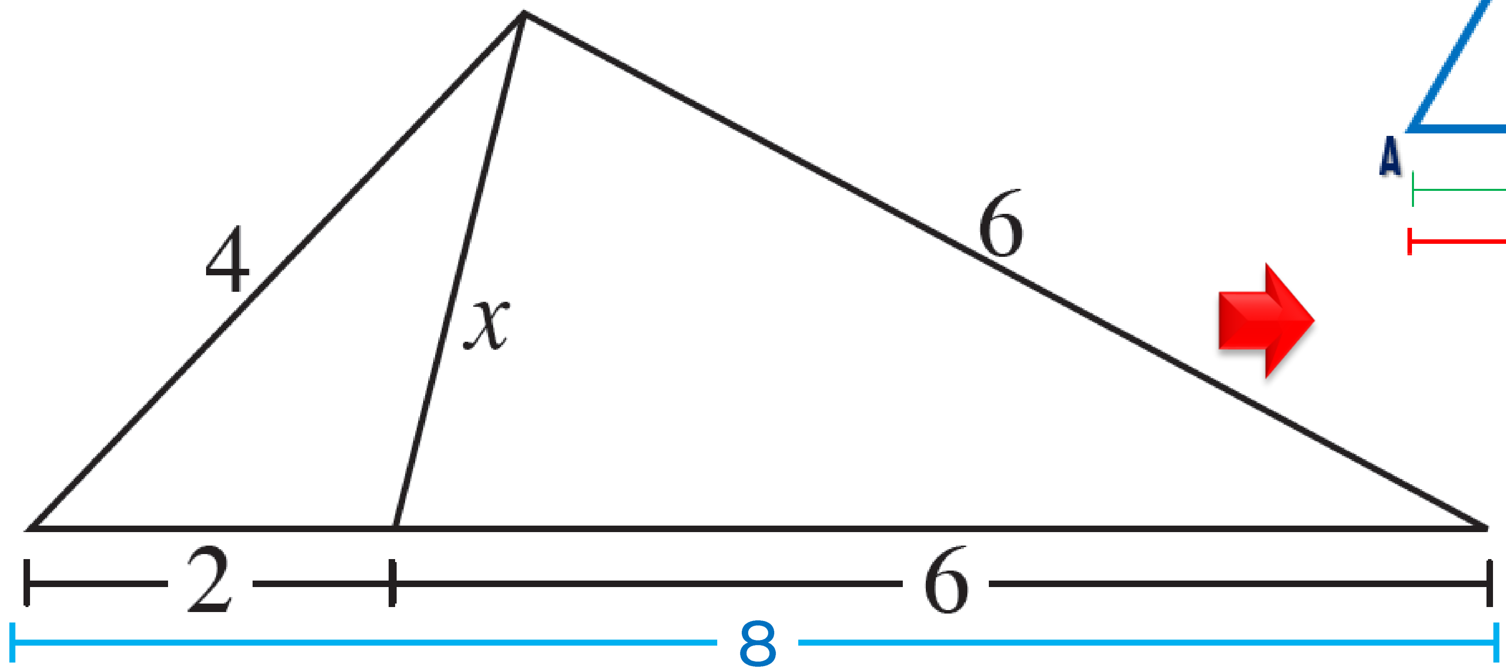
$$x^2 = 2\sqrt{17}.\sqrt{17} - 6.3$$

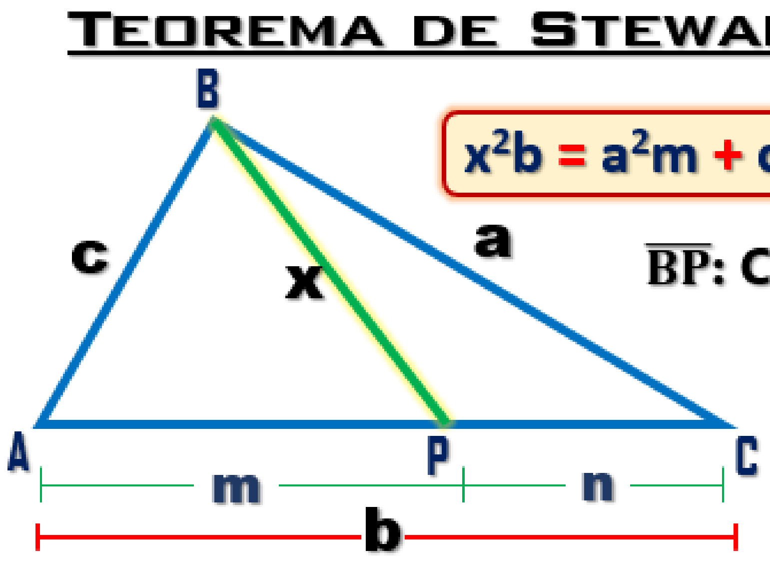
$$x^2 = 34 - 18$$

$$x^2 = 16$$

$$\boxed{x = 4}$$

7. Halle el valor de *x*.





$$x^2b = a^2m + c^2n - mnb$$

$\overline{BP}$: Ceviana

$$x^2.8 = 4^2.6 + 6^2.2 - 2.6.8$$

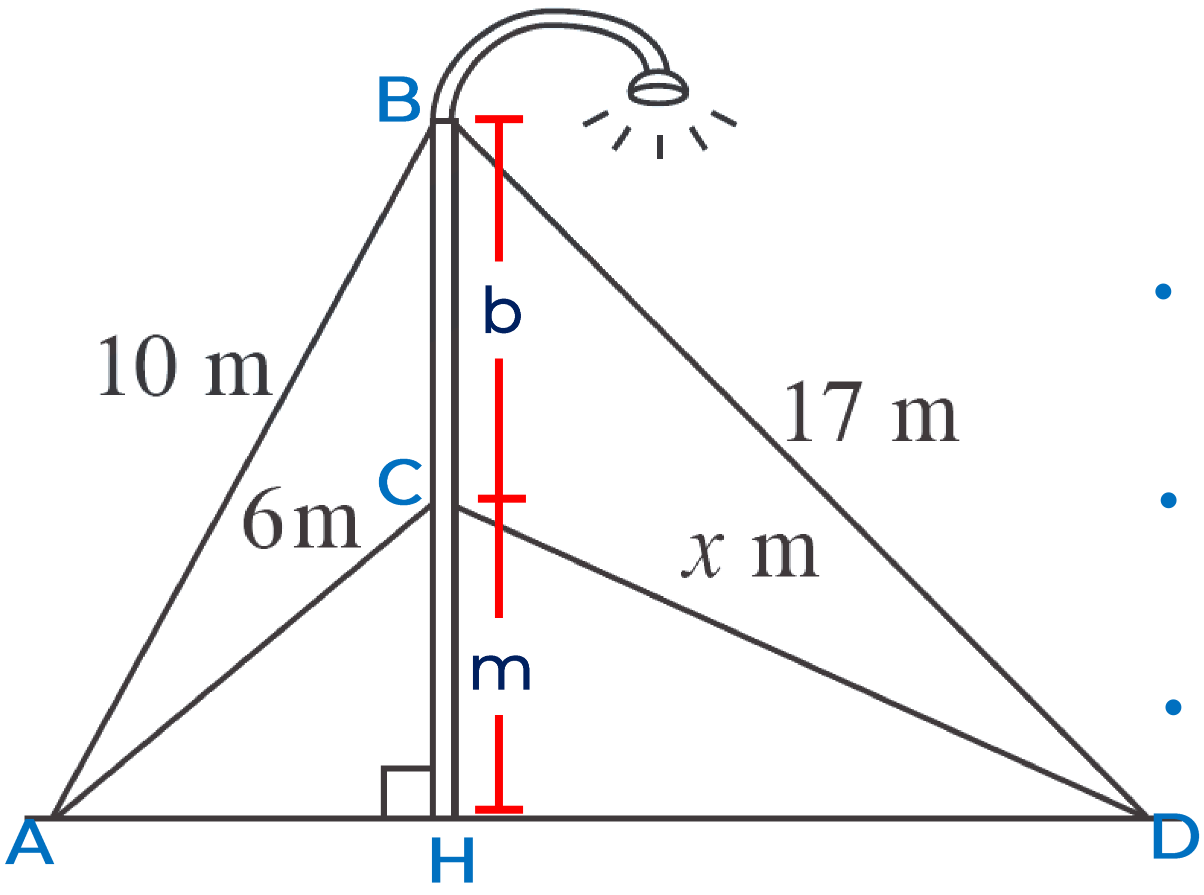
$$8.x^2 = \cancel{96} + 72 - \cancel{96}$$

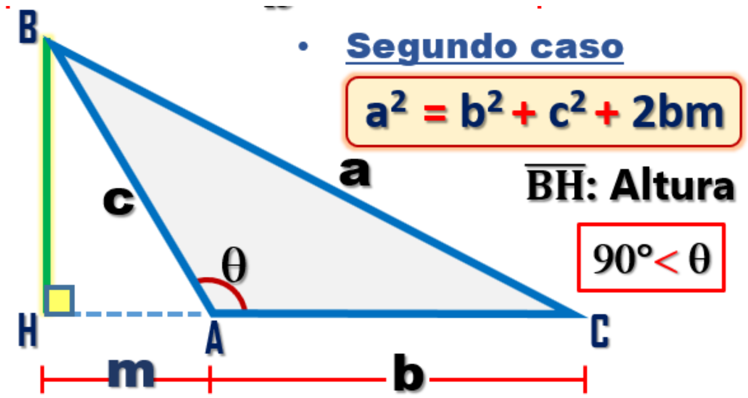
$$8.x^2 = 72$$

$$x^2 = 9$$

$$\boxed{x = 3}$$

8. Se muestra un poste de alumbrado público, el cual se encuentra sostenido por cuatro cables metálicos cuyas longitudes se muestran en cada uno. Halle el valor de *x*.





- ΔABC:

$$10^2 = b^2 + 6^2 + 2(b)(m)$$
$$64 = b^2 + 2(b)(m) \quad \text{.........} \quad (1)$$

- ΔDBC:

$$17^2 = b^2 + x^2 + 2(b)(m)$$
$$289 - x^2 = b^2 + 2(b)(m) \quad \text{.........} \quad (2)$$

- Reemplazando (1) en (2)

$$289 - x^2 = 64$$
$$225 = x^2$$

$$\boxed{15 = x}$$