ALGEBRA

Chapter 11

1st
SECONDARY

Polinomios especiales

SACO OLIVEROS

ORDENEMOS EL SIGUIENTE POLINOMIO DE MANERA QUE SUS EXPONENTES DISMINUYAN DE TÉRMINO A TÉRMINO

$$P(X) = 6x^2 + 3x^4 + x^5 - 2x^3 + 7 + 8x$$

$$P(X) = x^5 + 3x^4 - 2x^3 + 6x^2 + 8x + 7$$

Polinomio completo y ordenado de forma descendente

POLINOMIOS ESPECIALES

1.-POLINOMIO ORDENADO

EL ORDEN SE DA EN BASE A LOS EXPONENTES

1.-ASCENDENTE

ejem: P(X)=$3x^2 + 2x^3 + x^4$

Q(x)= $1 + 4x + 2x^3 + x^5$

2.-DESCENDENTE

ejem: M(X)=$3x^4 + 2x^3 + 5x$

N(x)= $4x^2 + 2x + 1$

2.-POLINOMIO COMPLETO

Se presentan todos los exponentes, desde cero hasta el mayor

Propiedad:
N° términos = GA+1

Ejemplos:

$$\mathrm{P(x)} = 4x^3 - 6x^2 + x + 5$$

$$Q(x) = -2x^2 + 3x^4 + x^3 + 1 + 2x$$

3.-POLINOMIO HOMOGÉNEO:

En polinomios de dos o mas variables, los grados absolutos de sus términos deben ser iguales

Ejemplos:

$$R(x,y) = \overbrace{5x^2y^3}^{GA=5} + \overbrace{3x^4y}^{GA=5} + \overbrace{x^3y^2}^{GA=5}$$

4.-POLINOMIOS IDÉNTICOS

Si $P(x) \equiv Q(x)$
Los coeficientes de sus términos semejantes son iguales

$$ax^2 + bx + c \equiv mx^2 + nx + p$$

$a = m$ $\quad$ $b = n$ $\quad$ $c = p$

Ejemplos: Si $P(x) \equiv Q(x)$

$P(x)=5x^2 + 2x + 3$

$Q(x) = (d+3)x^2 + (e-1)x + 3$

Hallar los valores de d y e

Solución:

Igualando coeficientes

. $d + 3 = 5$

d = 2

. $e - 1 = 2$

e = 3

5.-POLINOMIO IDÉNTICAMENTE NULO:

Polinomio en el cual todos sus coeficientes son ceros

$$P(x) = \underline{a}x^2 + \underline{b}x + \underline{c} \equiv 0$$

$\boxed{a = 0}$ $\boxed{b = 0}$ $\boxed{c = 0}$

Ejemplo: Hallar m, n, p si P(x) es idénticamente nulo

$$P(x) = (\underbrace{m - 2}_{0})x^2 + (\underbrace{n + 1}_{0})x + \underbrace{p}_{0}$$

Solución:

$m - 2 = 0 \Rightarrow m = 2$

$n + 1 = 0 \Rightarrow n = -1$

$\Rightarrow p = 0$

PROBLEMA 1

Dado el polinomio Homogéneo,

$$Q(x,y) = x^4y^5 + 2x^my^2 - 4y^{3a}, \quad calcule\ \ m + a$$

Resolución

$$Q(x,y) = \underbrace{x^4y^5}_{\substack{G.A:\\ 9}} + 2\underbrace{x^my^2}_{\substack{G.A:\\ m+2}} - 4\underbrace{y^{3a}}_{\substack{G.A\\ 3a}},$$

$$9 = m+2 = 3a$$

I) $m + 2 = 9$

$m = 7$

II) $3a = 9$

$\boldsymbol{a = 3}$

RECUERDA:
Es un polinomio homogéneo, cuando sus GA de cada término son iguales.

$$\boxed{m + a = 10}$$

PROBLEMA 2

Si el polinomio

$$H(x) = 5x^4 - 2x^9 + 7x^{a-1} - 3x^{11}$$

Es ordenado, halle el valor de a

Resolución

$$H(x) = 5x^4 - 2x^9 + 7x^{\overset{10}{a-1}} - 3x^{11}$$

$$a - 1 = 10$$

$$\boxed{a = 11}$$

PROBLEMA 3

Calcule $a + b$,si el polinomio es completo:

$$P(x) = \frac{3}{5}x^3 + 8 - x^2 + 2x^{\left(\frac{a+b}{2}\right)}$$

Resolución

$$1$$

$$P(x) = \frac{3}{5}x^3 + 8 - x^2 + 2x^{\left(\frac{a+b}{2}\right)}$$

$$\frac{a+b}{2} = 1$$

$$a + b = \boxed{2}$$

PROBLEMA 4

Calcule m+n+p, sabiendo que el polinomio es completo y ordenado

1 2 3

$$Q(x) = 7 + x^{m-1} + 2x^{n+1} + 4x^{p+3}$$

Resolución

I) $m - 1 = 1$ ⟶ $m = 2$

II) $n + 1 = 2$ ⟶ $n = 1$

III) $p + 3 = 3$ ⟶ $p = 0$

$$\boxed{m + n + p = 3}$$

PROBLEMA 5

Dado el polinomio idénticamente nulo

$$P(x) = (a-3)x^2 + (b-1)x + c - 4$$

Calcular a+b+c

RECUERDA
Es idénticamente nulo, cuando sus coeficientes son ceros.

Resolución

$$P(x) = \underbrace{(a-3)}_{0}x^2 + \underbrace{(b-1)}_{0}x + \underbrace{c-4}_{0}$$

$a - 3 = 0$

$\boxed{a = 3}$

$b - 1 = 0$

$\boxed{b = 1}$

$c - 4 = 0$

$\boxed{c = 4}$

a+b+c=8

PROBLEMA 6

Siendo $P(x) = 5x^{2m+7} + 3x^{2m+6} + \cdots + \mathrm{x} + 11$

Un polinomio completo y ordenado, halle el valor de m, si P(x) tiene 14 términos.

Resolución

PROPIEDAD
Nº términos = GA+1

$$P(x) = 5x^{\overbrace{2m+7}^{\text{GA}}} + 3x^{2m+6} + \cdots + \mathrm{x} + 11$$

***Dato*:**

$$N° \text{ términos} = 14$$
$$GA + 1 = 14$$
$$GA = 13$$
$$2m+7 = 13$$

$\Rightarrow$ ***m=3***

PROBLEMA 7

Calcule a+b+c , si el polinomio

$$P(x,y)=x^{a+3}y^{2}+5x^{b-5}y+6x^{8}y^{c+4}+x^{10}y^{9}$$

Es homogéneo

Resolución

$$P(x,y)=\overbrace{x^{a+3}y^{2}}^{GA=a+5}+5\overbrace{x^{b-5}y^{1}}^{GA=b-4}+6\overbrace{x^{8}y^{c+4}}^{GA=c+12}+\overbrace{x^{10}y^{9}}^{GA=19}$$

$a+5=19$

$a=14$

$b-4=19$

$b=23$

$c+12=19$

$c=7$

$\boxed{a+b+c=44}$

PROBLEMA 8

El número de goles que hizo Miguel en un partido, está dado por el valor de $(a-b)$ y esto se puede obtener sabiendo que

M$(x) = 56x^4 - 2x^2 + 15$ es idéntico a

P$(x) = abx^4 - 2x^2 + a + b\,, a > b$

¿Cuántos goles hizo Miguel en ese partido?

Resolución

$ab = 56$

8 7

$a+b = 15$

$8 + 7 = 15$

$a - b = 1$

Hizo 1 gol.

PROBLEMA 1

$$m + 2 = 9$$
$$m = 7$$

$$3a = 9$$
$$a = 3$$

$$m + a = 10$$

PROBLEMA 2

$$a - 1 = 10$$

$$a = 11$$

PROBLEMA 3

$$\frac{a+b}{2} = 1$$

$$a + b = 2$$

$$Rpta = 2$$

PROBLEMA 4

$$m - 1 = 1 \Rightarrow m = 2$$
$$n + 1 = 2 \Rightarrow n = 1$$
$$p + 3 = 3 \Rightarrow p = 0$$

$$m + n + p = 3$$