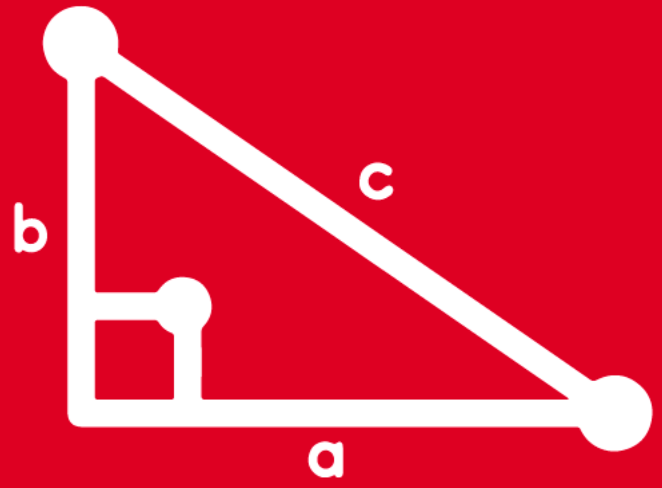
TRIGONOMETRY

Chapter 16
Session 2



4th
SECONDARY

Identidades trigonométricas fundamentales

EL MOTOR ELÉCTRICO

El motor eléctrico tiene por función transformar la energía eléctrica (corriente eléctrica) en trabajo mecánico. Puede ser útil en iluminaciones industriales mediante grupos electrógenos, pulido para el cromado de ciertos metales, etc. Específicamente nos interesa el consumo de corriente eléctrica del motor ya que esto se traduce en tarifas (pagos) que hacen los usuarios a la concesionaria (empresas eléctricas).

Identidades Trigonométricas Fundamentales

Identidades Recíprocas

$$\boxed{senx.cscx = 1} \quad \begin{cases} senx = \dfrac{1}{cscx} \\ cscx = \dfrac{1}{senx} \end{cases}$$

$$\boxed{cosx.secx = 1} \quad \begin{cases} cosx = \dfrac{1}{secx} \\ secx = \dfrac{1}{cosx} \end{cases}$$

$$\boxed{tanx.cotx = 1} \quad \begin{cases} tanx = \dfrac{1}{cotx} \\ cotx = \dfrac{1}{tanx} \end{cases}$$

Identidades Por División

$$\boxed{tanx = \frac{senx}{cosx}} \qquad \boxed{cotx = \frac{cosx}{senx}}$$

Identidades Pitagóricas

$$\boxed{sen^2x + cos^2x = 1}$$

$$\begin{cases} sen^2 = 1 - cos^2x \\ cos^2x = 1 - sen^2x \end{cases}$$

$$\boxed{1 + tan^2x = sec^2\ x}$$

$$\begin{cases} tan^2x = sec^2x - 1 \\ 1 = sec^2x - tan^2x \end{cases}$$

$$\boxed{1 + cot^2x = csc^2\ x}$$

$$\begin{cases} cot^2x = csc^2x - 1 \\ 1 = csc^2x - cot^2x \end{cases}$$

Propiedades:

Si: $\boldsymbol{sec\ x + tan\ x = a}$

Entonces:

$$\boldsymbol{sec\ x - tan\ x = \frac{1}{a}}$$

Si: $\boldsymbol{csc\ x + cot\ x = b}$

Entonces:

$$\boldsymbol{csc\ x - cot\ x = \frac{1}{b}}$$

PROBLEMA 1

si: $sec\phi - tan\phi = \frac{3}{5}$, calcule:

$P = 3(sec\phi + tan\phi) + 2$

Resolución

Recordar:

Si: $\sec x + \tan x = a$

Entonces:

$$\sec x - \tan x = \frac{1}{a}$$

Tenemos por dato

$$sec\phi - tan\phi = \frac{3}{5}$$

Por propiedad:

$$sec\phi + tan\phi = \frac{5}{3}$$

Nos piden:

$$P = 3(sec\phi + tan\phi) + 2$$

$$P = \cancel{3}\left(\frac{5}{\cancel{3}}\right) + 2$$

$$\therefore P = 7$$

PROBLEMA 2

Si: $csc\alpha + cot\alpha = 3,$

calcule $E = 10sen\alpha$

Resolución:

Tenemos: $csc\alpha + \cancel{cot\alpha} = 3$

Por propiedad: $csc\alpha - \cancel{cot\alpha} = \frac{1}{3}$

$+$

$$2csc\alpha = \frac{10}{3}$$

$$csc\alpha = \frac{5}{3} \Rightarrow sen\alpha = \frac{3}{5}$$

Recordar:

Si: $csc\,x + cot\,x = a$

Entonces:

$$csc\,x - cot\,x = \frac{1}{a}$$

Piden: $E = 10sen\alpha$

$$E = \overset{2}{\cancel{10}}\left(\frac{3}{\cancel{5}}\right)$$

$$\therefore \mathbf{E = 6}$$

PROBLEMA 3

Si: $sec\beta - tan\beta = \frac{3}{5}$, calcule:

$F = 10(sen\beta + cos\beta)$

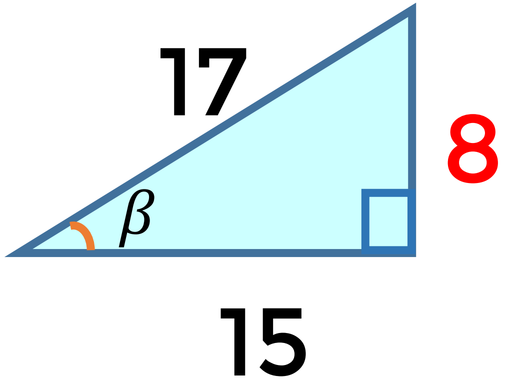
Resolución:

Tenemos: $sec\beta - \cancel{tan\beta} = \frac{3}{5}$

Por propiedad: $sec\beta + \cancel{tan\beta} = \frac{5}{3}$ $+$

$$2sec\beta = \frac{34}{15}$$

$$sec\beta = \frac{17}{15}$$



Piden:

$$F = 10(sen\beta + cos\beta)$$

$$F = 10\left(\frac{8}{17} + \frac{15}{17}\right) = 10\left(\frac{23}{17}\right)$$

$$\boxed{\therefore F = \frac{230}{17}}$$

PROBLEMA 4

Si: $\dfrac{1+\cos\alpha}{\operatorname{sen}\alpha} = 5$

Calcule: $P = 13\cos\alpha$

Resolución

Del dato: $\dfrac{1}{\operatorname{sen}\alpha} + \dfrac{\cos\alpha}{\operatorname{sen}\alpha} = 5$

Tenemos: $\csc\alpha + \cancel{\cot\alpha} = 5$

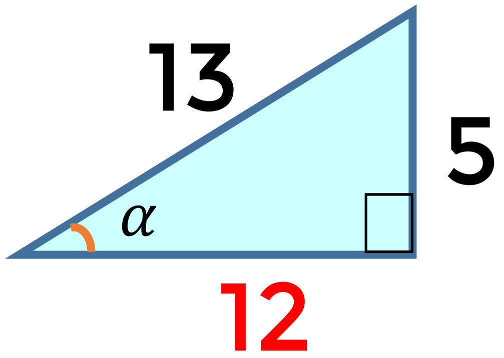
Por propiedad: $\csc\alpha - \cancel{\cot\alpha} = \dfrac{1}{5}$

$+$

$2\csc\alpha = \dfrac{26}{5}$

$\Rightarrow$ $\csc\alpha = \dfrac{13}{5}$

$\Rightarrow$



Piden: $P = 13\cos\alpha$

$P = \cancel{13}\left(\dfrac{12}{\cancel{13}}\right)$

$\therefore P = 12$

PROBLEMA 5

Si: senϕ + cosϕ = 1,2

Reduzca:

$$E = sen\phi . \cos\phi + \frac{7}{25}$$

Resolución:

Del dato:

$$sen\phi + cos\phi = 1,2 \ = \frac{6}{5}$$

ELEVAMOS AL CUADRADO

$$sen^2\phi + 2sen\phi cos\phi + cos^2\ \phi = \frac{36}{25}$$

$$1 + 2sen\phi cos\phi = \frac{36}{25}$$

$$\boxed{sen^2x + cos^2x = 1}$$

$$2sen\phi cos\phi = \frac{11}{25}$$

$$sen\phi cos\phi = \frac{11}{50}$$

Piden: $E = sen\phi cos\phi + \frac{7}{25}$

$$E = \frac{11}{50} + \frac{7}{25} = \frac{25}{50}$$

$$\therefore \boldsymbol{E = \frac{1}{2}}$$

PROBLEMA 6

Si: senx – cosx = $\frac{\sqrt{5}}{4}$

Reduzca: K = secx. cscx + $\frac{1}{11}$

Resolución:

Del dato: $senx - cosx = \frac{\sqrt{5}}{4}$

Elevamos al cuadrado

$$sen^2x - 2senx.cosx + cos^2 x = \frac{5}{16}$$

$$1 - 2senx.cosx = \frac{5}{16}$$

$$\boxed{sen^2x + cos^2x = 1}$$

$$\frac{11}{16} = 2senx.cosx$$

$$\frac{11}{32} = senx.cosx$$

$$secx.cscx = \frac{32}{11}$$

Piden: $K = secx.cscx + \frac{1}{11}$

$$K = \frac{32}{11} + \frac{1}{11} = \frac{33}{11}$$

$$\therefore K = 3$$

PROBLEMA 7

Elimine x de las siguientes de las ecuaciones:

$$\boldsymbol{cosx = \frac{1}{a+b}\ ;\ \ cotx = \frac{1}{a-b}}$$

Resolución:

Del dato tenemos:

$$cosx = \frac{1}{a+b} \qquad cotx = \frac{1}{a-b}$$

$$\boxed{secx = a + b} \qquad \boxed{tanx = a - b}$$

Recordar:

Por identidad pitagórica:

$$1 + tan^2x = sec^2\ x$$

$$1 + tan^2x = sec^2\ x$$

$$1 + (a-b)^2 = (a+b)^2$$

$$1 = (a+b)^2 - (a-b)^2$$

Por identidad de Legendre

$$\boxed{\boldsymbol{4ab \equiv (a+b)^2 - (a-b)^2}}$$

$$\boxed{\therefore 1 = 4ab}$$

PROBLEMA 8

Como dato extra para reducir la expresión

$$\boldsymbol{E = 2cscx - senx}$$

el profesor de Trigonometría indicó usar las identidades trigonométricas fundamentales y la siguiente condición

$$\boldsymbol{1 + cos^2x = 2senx}$$

Resolución:

Piden: $E = 2cscx - senx$

$$E = 2\frac{1}{senx} - senx$$

$$E = \frac{2 - sen^2x}{senx} = \frac{2 - (1 - cos^2x)}{senx}$$

$$E = \frac{1 + cos^2x}{senx}$$

Del dato tenemos:
$\boldsymbol{1 + cos^2x = 2senx}$

$$E = \frac{2\cancel{senx}}{\cancel{senx}}$$

$$\therefore \boldsymbol{E = 2}$$