GEOMETRÍA

Capítulo 22

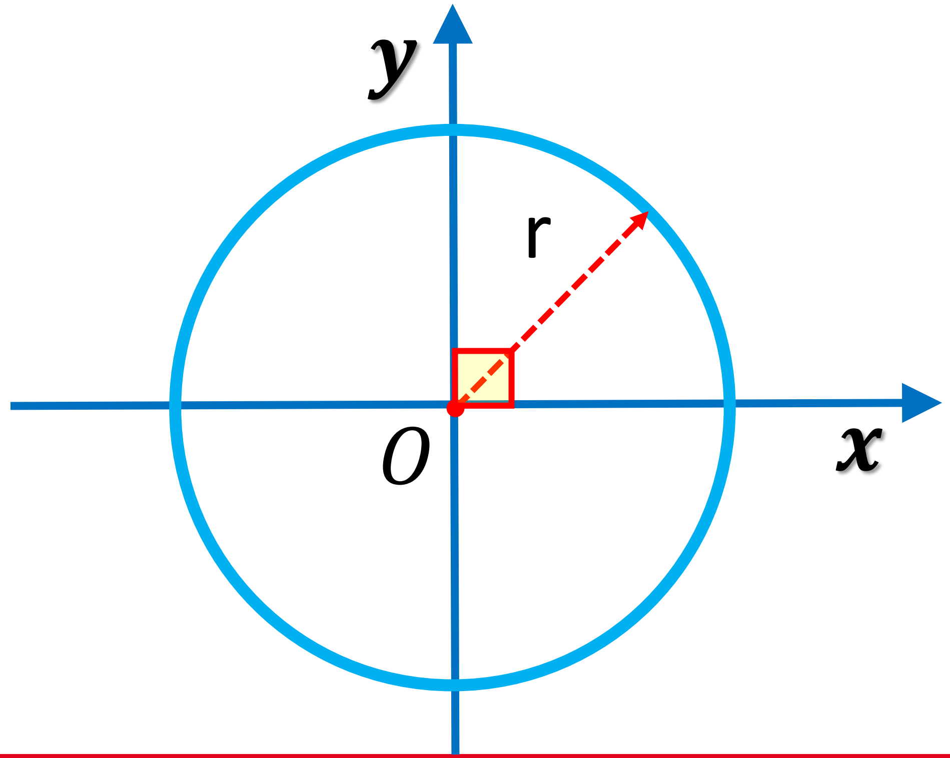
5th
SECONDARY

ECUACIÓN DE LA CIRCUNFERENCIA

SACO OLIVEROS

Circunferencia de Mohr

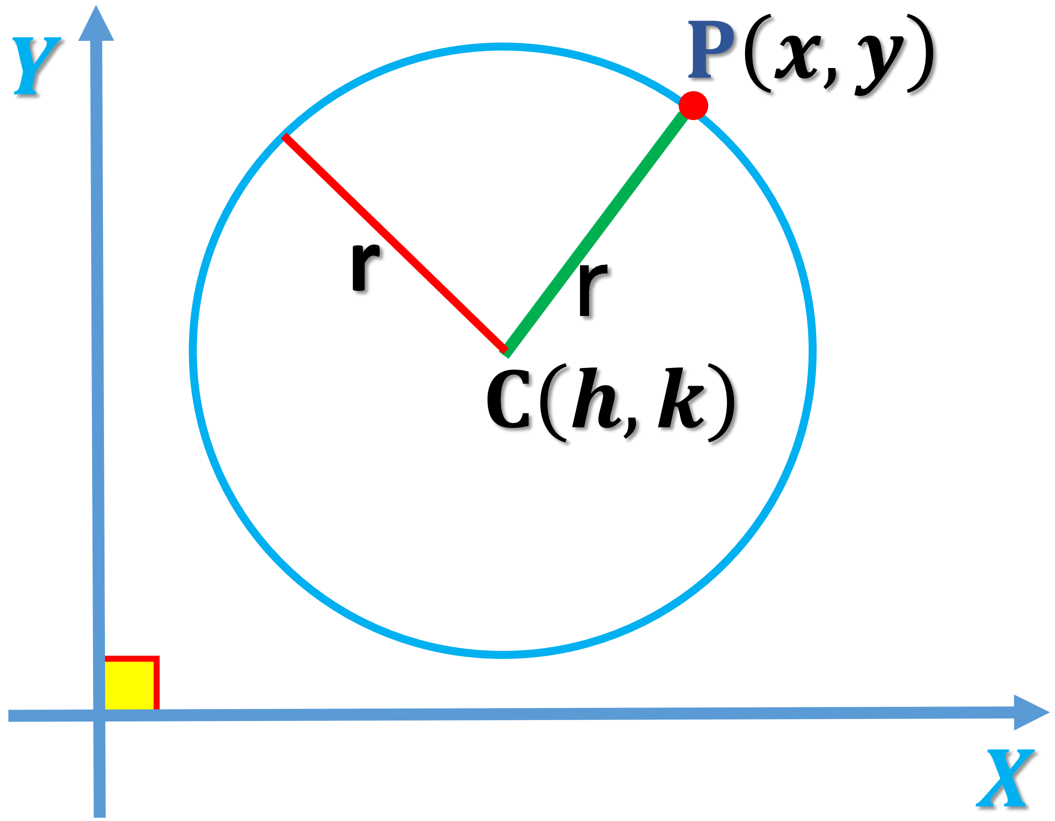
Una de las aplicaciones de la circunferencia en física es el círculo de Mohr, cuya ecuación de su circunferencia es $x^2 + y^2 = r^2$, que sirve para calcular los esfuerzos máximos y mínimos, pandeo a que es sometido una estructura metálica, una viga o una columna para construir puentes o edificios.



$$x^2 + y^2 = r^2$$

ECUACIÓN DE LA CIRCUNFERENCIA

Es un conjunto de infinitos puntos del plano cartesiano cuyos pares ordenados cumplen la siguiente ecuación:



ECUACIÓN ORDINARIA

$$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$$

Forma general

$$x^2+y^2+\mathrm{D}x+\mathrm{E}y+\mathrm{F}=0$$

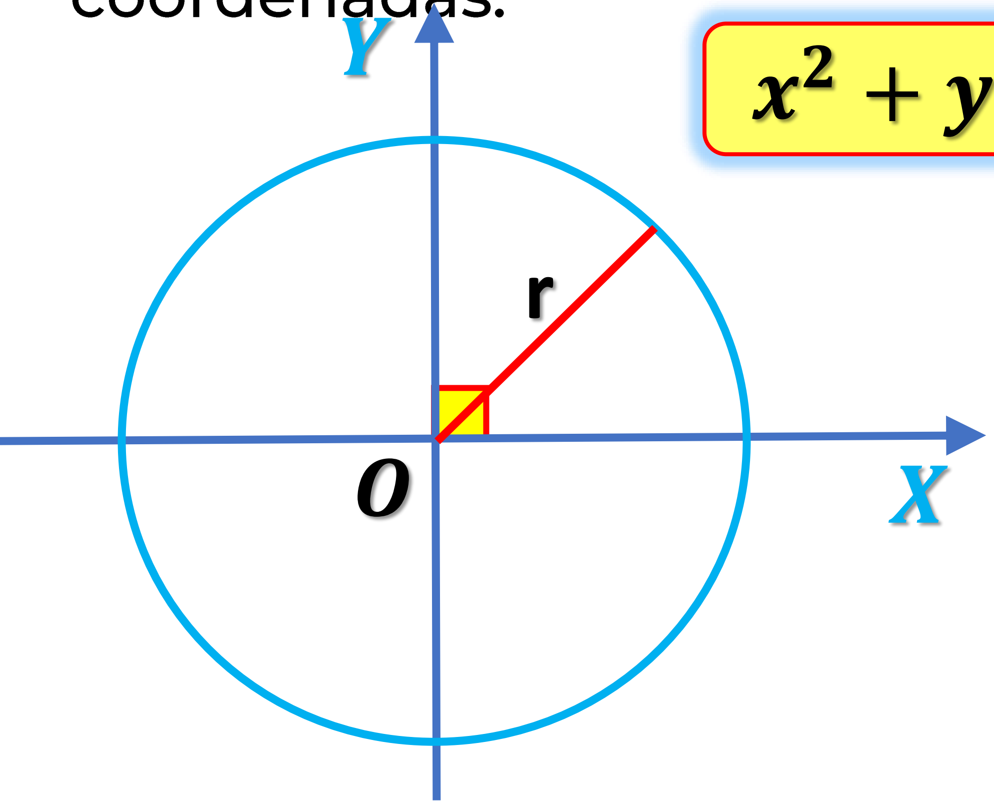
- C(h , k) es el centro.

$$C\left(-\frac{D}{2};-\frac{E}{2}\right)$$

$$r=\frac{\sqrt{D^2+E^2-4F}}{2}$$

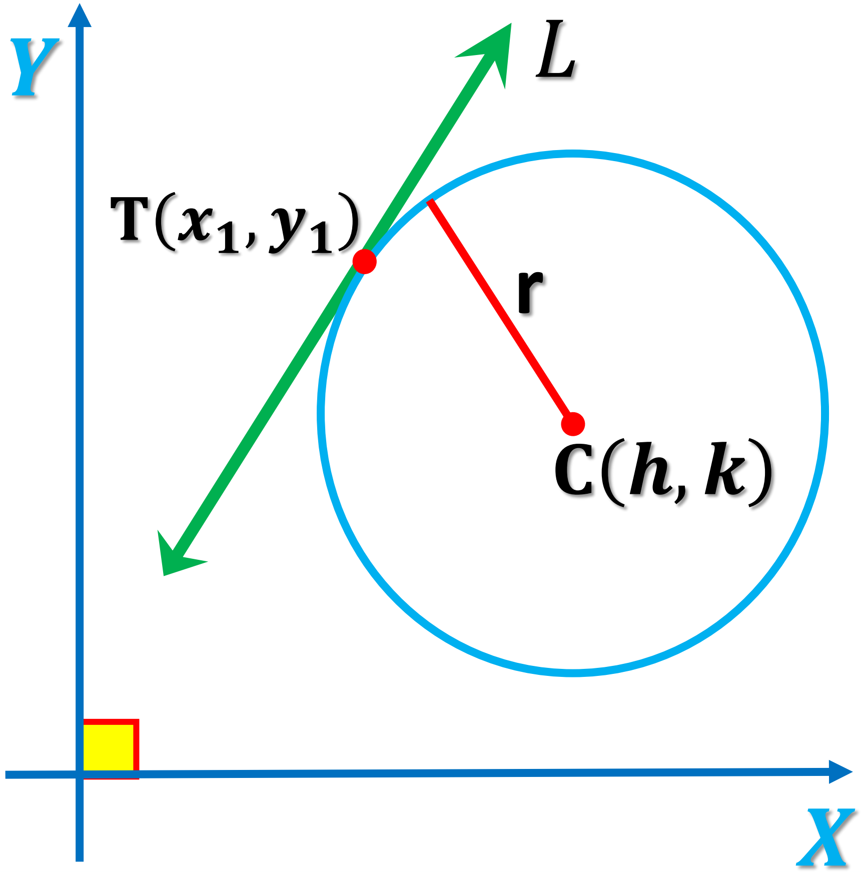
CUACIÓN CANÓNICA DE LA CIRCUNFERENCIA

El centro de la circunferencia coincide con el origen de coordenadas.



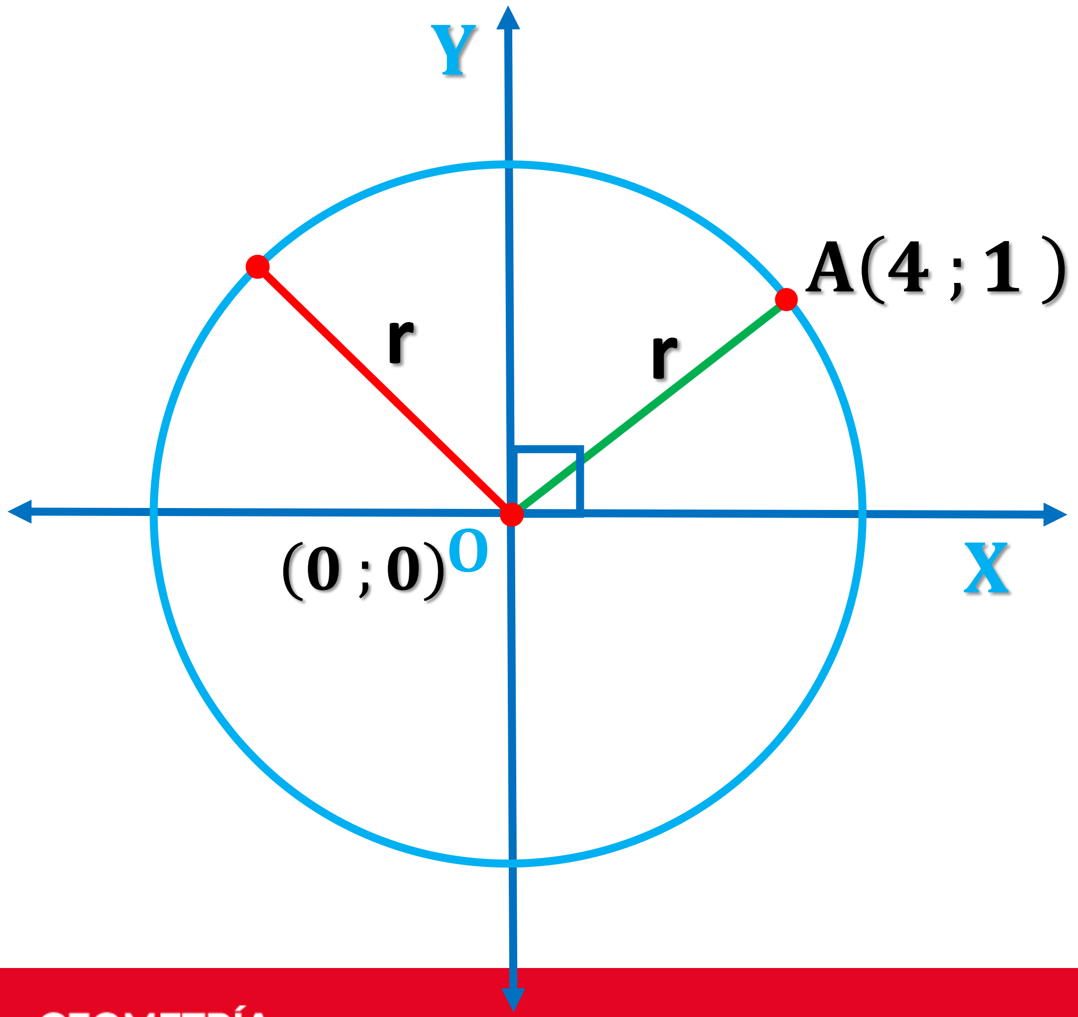
$$x^2 + y^2 = r^2$$

ECUACIÓN DE LA RECTA TANGENTE A UNA CIRCUNFERENCIA



$$(x_1 - h)(x - h) + (y_1 - k)(y - k) = r^2$$

1. Halle la ecuación de una circunferencia, cuyo centro coincide con el origen de coordenadas y pasa por el punto A(4 ; 1).



Resolución

- Por distancia entre 2 puntos:

$$(4-0)^2+(1-0)^2=r^2$$
$$(4)^2+(1)^2=r^2$$
$$\sqrt{17}=r$$

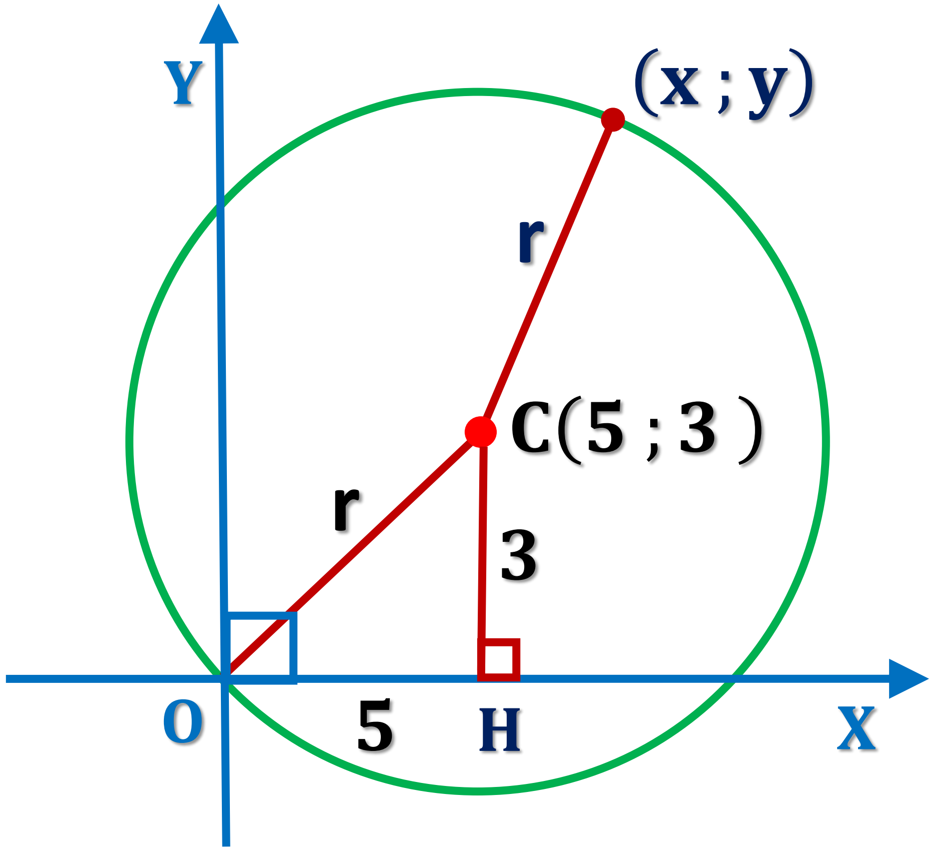
- Calculando la ecuación:

$$x^2+y^2=\left(\sqrt{17}\right)^2$$

$$\boxed{x^2+y^2=17}$$

2. Halle la ecuación ordinaria de una circunferencia, cuyo centro es el punto C(5 ; 3) y pasa por el origen de coordenadas.

Resolución



- Teorema de Pitágoras.

$$(5)^2 + (3)^2 = r^2$$

$$\sqrt{34} = r$$

- Calculando la ecuación ordinaria

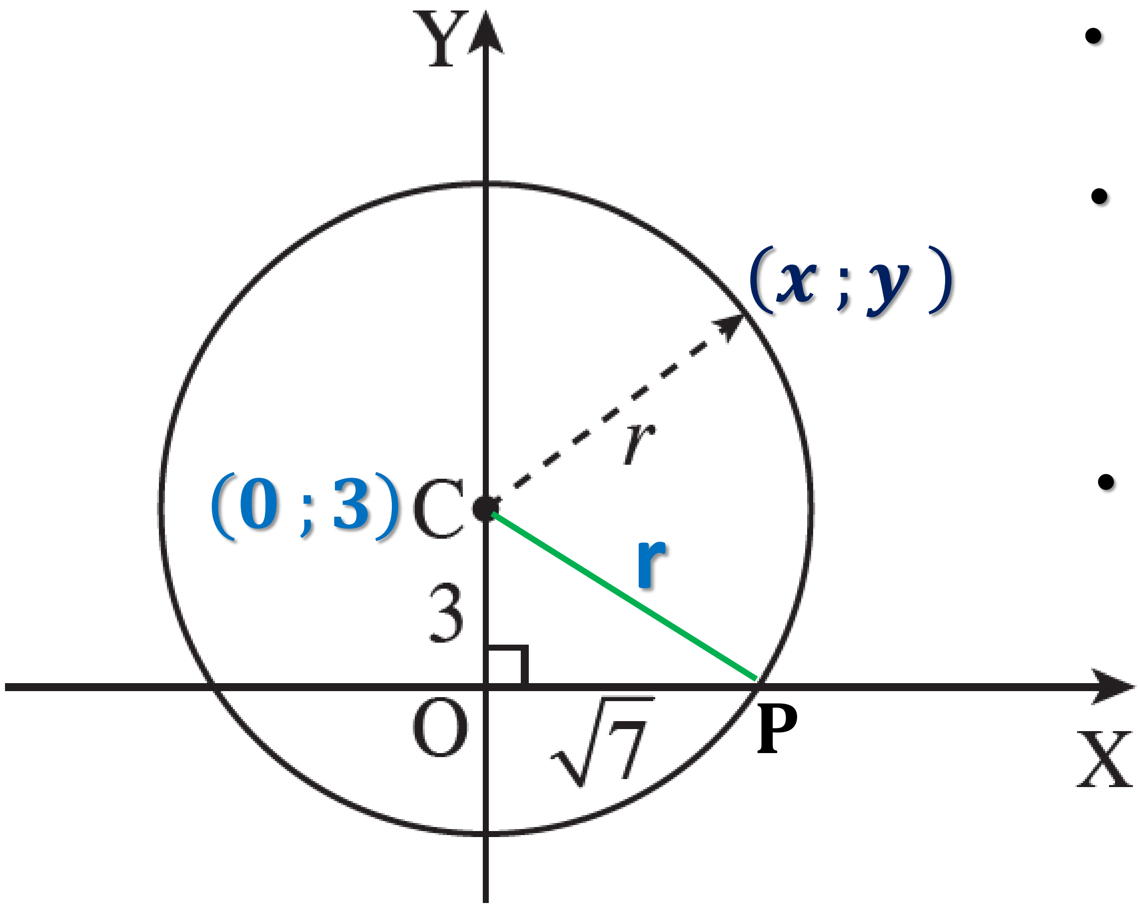
$$\boxed{(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2}$$

$$(x - 5)^2 + (y - 3)^2 = \left(\sqrt{34}\right)^2$$

$$\boxed{(x - 5)^2 + (y - 3)^2 = 34}$$

3. Halle la ecuación ordinaria de la circunferencia, si C es su centro.

Resolución



- Piden: La ecuación ordinaria de la circunferencia
- Se observa:

$$h = 0 \text{ y } k = 3$$

- Teorema de Pitágoras.

$$(3)^2 + \left(\sqrt{7}\right)^2 = r^2$$

$$4 = r$$

- Calculando la ecuación ordinaria

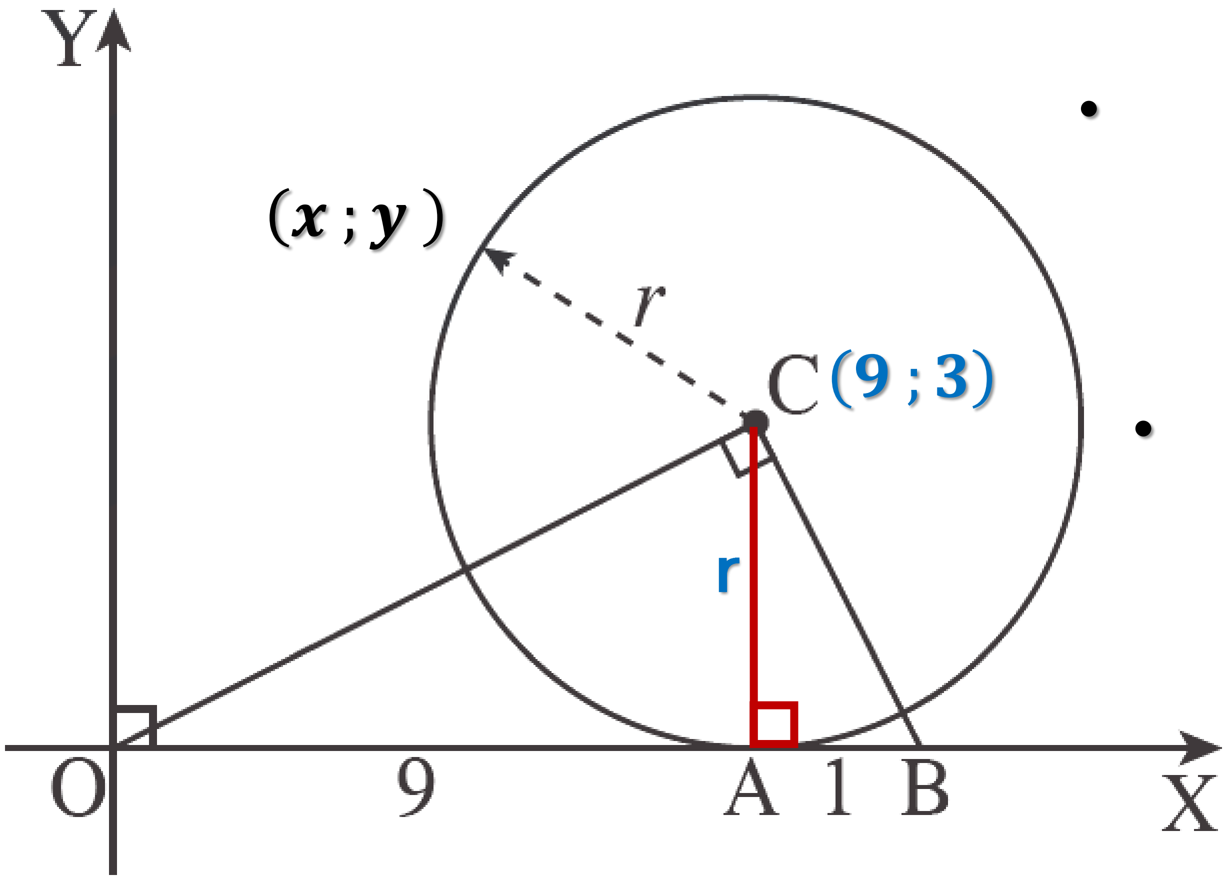
$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

$$(x - 0)^2 + (y - 3)^2 = (4)^2$$

$$\boxed{x^2 + (y - 3)^2 = 16}$$

4. Halle la ecuación ordinaria de la circunferencia de centro C, si A es un punto de tangencia.

Resolución



- ◺OCB : Por relaciones métricas.

$$(\mathrm{r})^2 = (9)(1)$$

$$\mathrm{r} = 3$$

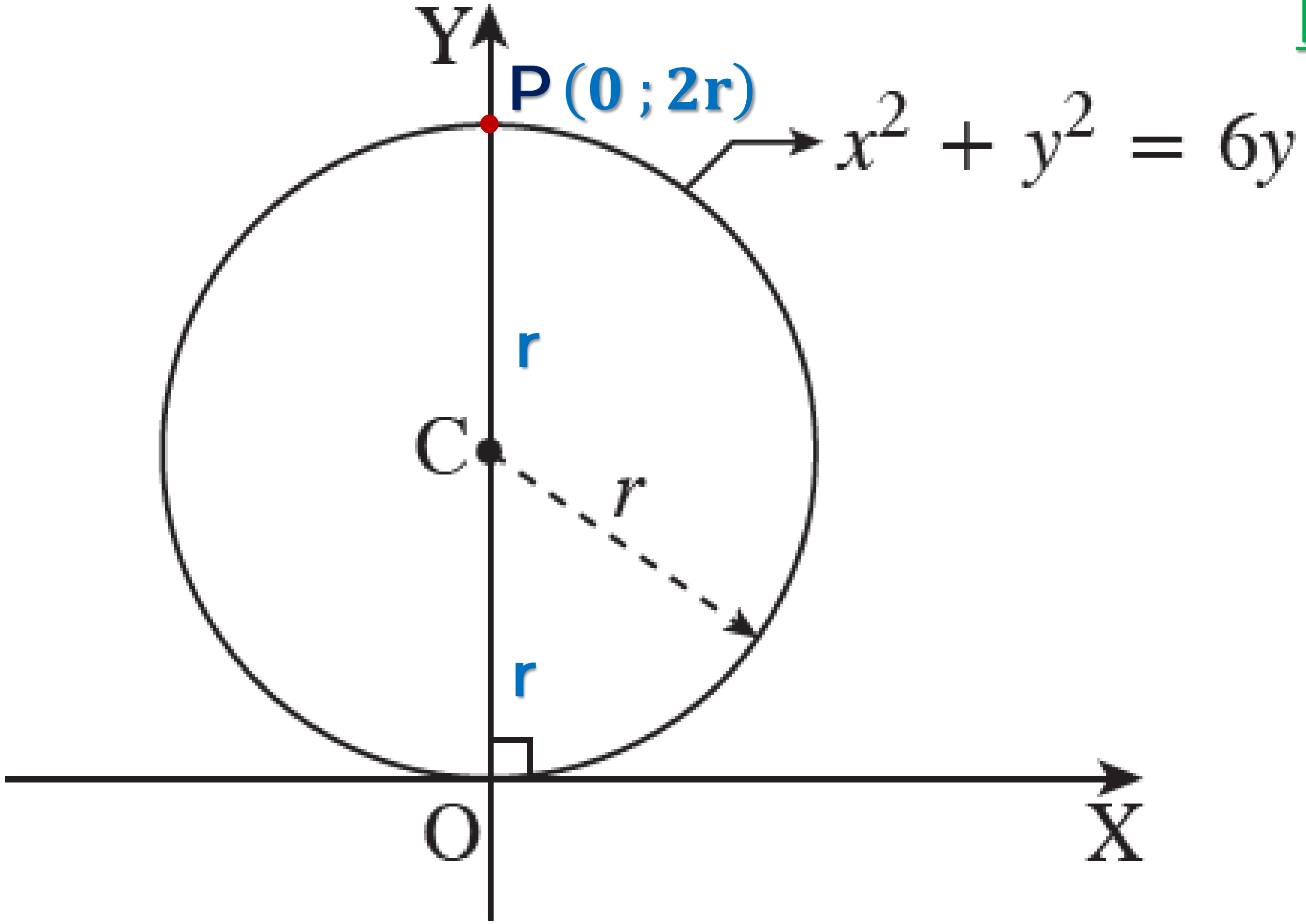
- Calculando la ecuación ordinaria

$$\boxed{(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2}$$

$$(\mathrm{x}-9)^2 + (\mathrm{y}-3)^2 = (3)^2$$

$$\boxed{(\mathrm{x}-9)^2 + (\mathrm{y}-3)^2 = 9}$$

5. Halle la longitud de la circunferencia, si C es centro.



Resolución

- Piden:

  L $\quad L = 2\pi r$

- Reemplazar las coordenadas del punto P en la ecuación :

$$x^2 + y^2 = 6y$$
$$(0)^2 + (2r)^2 = 6(2r)$$
$$4r^2 = 12r$$
$$r = 3$$

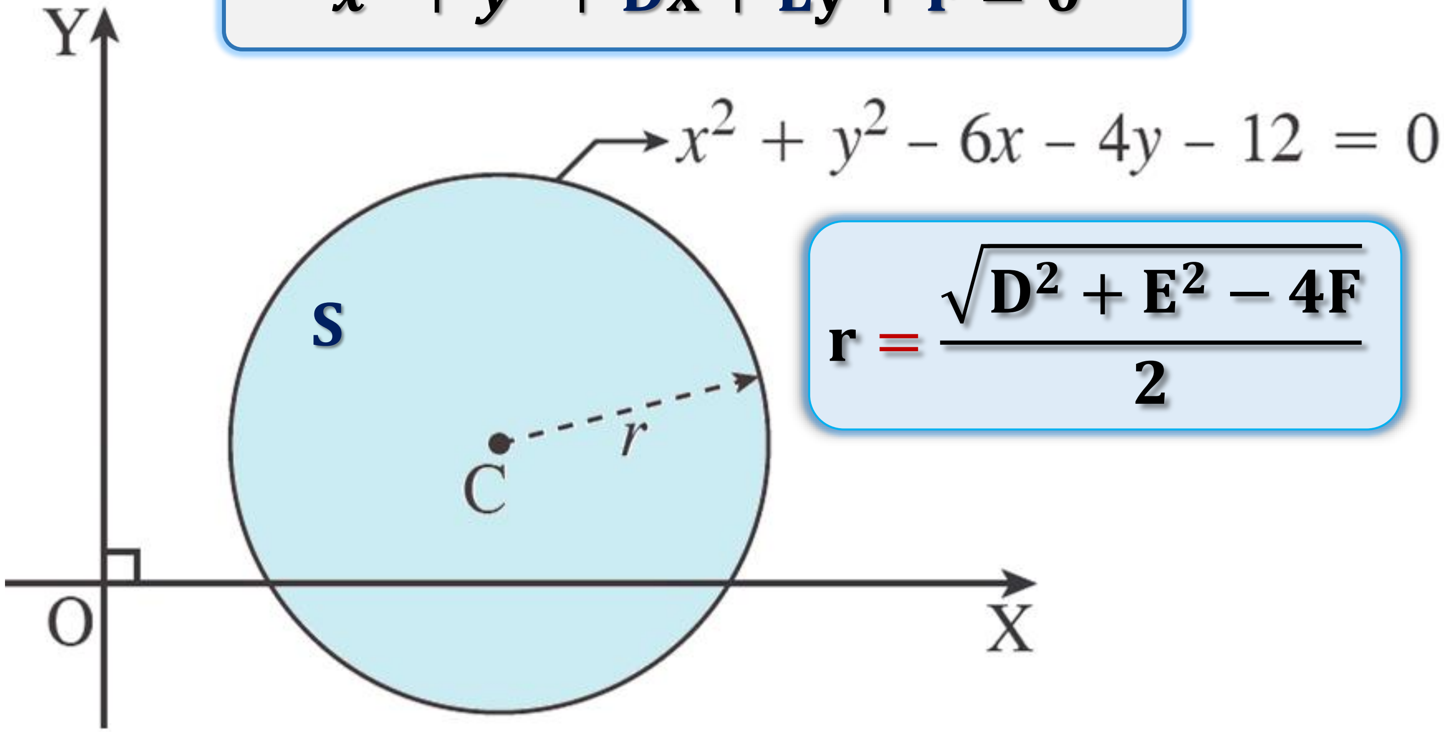
- Reemplazando al teorema :

$$L = 2\pi . 3$$

$$\boxed{L = 6\pi \text{ u}}$$

6. Calcule el área del círculo limitado por la circunferencia mostrada.

$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$$



$$r = \frac{\sqrt{D^2 + E^2 - 4F}}{2}$$

Resolución

- Piden: S

$$S = \pi . r^2 \quad \dots (1)$$

- Reemplazando al teorema :

$$r = \frac{\sqrt{(-6)^2+(-4)^2-4(-12)}}{2}$$

$$r = \frac{\sqrt{36 + 16 + 48}}{2} = \frac{\sqrt{100}}{2}$$

$$r = 5 \quad \dots (2)$$

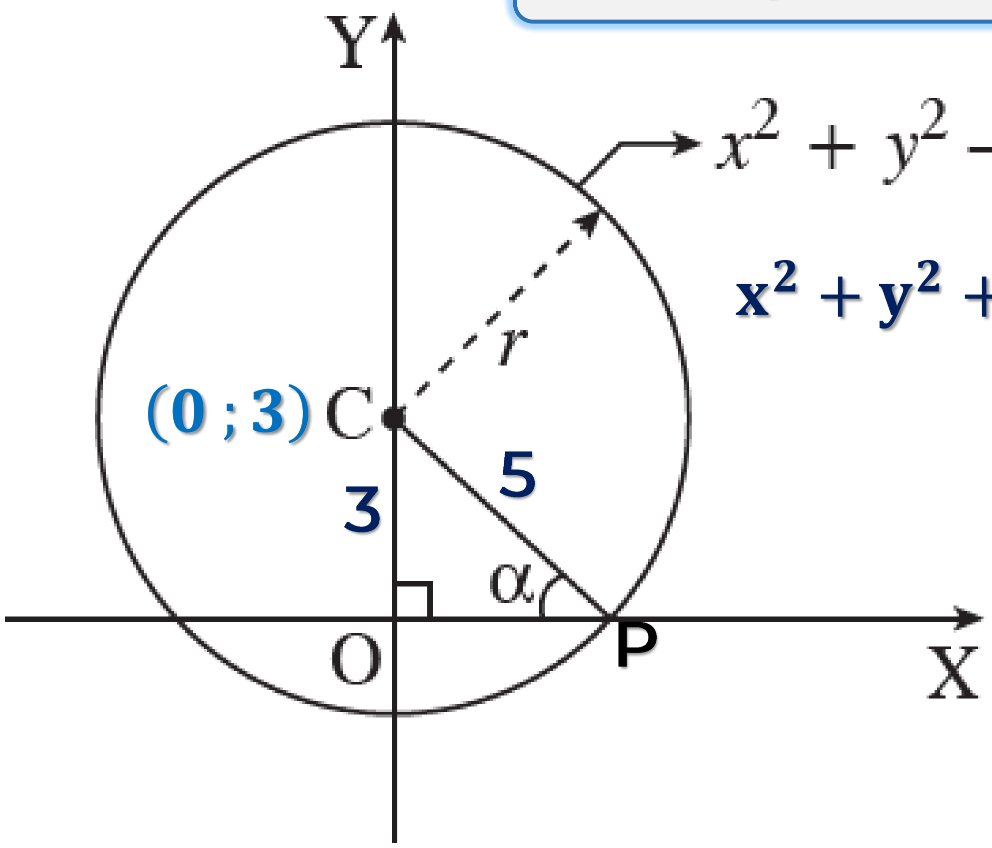
- Reemplazando 2 en 1.

$$S = \pi . 5^2$$

$$\boxed{S = 25\pi\, u^2}$$

7. Halle el valor de α, si C es centro.

$$x^2 + y^2 + \mathbf{Dx} + \mathbf{Ey} + \mathbf{F} = 0$$



$$x^2 + y^2 - 6y - 16 = 0$$

$$x^2 + y^2 + 0x - 6y - 16 = 0$$

$$C\left(-\frac{D}{2}; -\frac{E}{2}\right)$$

$$r = \frac{\sqrt{D^2 + E^2 - 4F}}{2}$$

Resolución

- Piden:
  α

$$C\left(-\frac{0}{2}; -\frac{-6}{2}\right)$$

$$C(0\,;3)$$

- Calculando la longitud del radio :

$$r = \frac{\sqrt{(0)^2 + (-6)^2 - 4(-16)}}{2}$$

$$r = \frac{\sqrt{36 + 64}}{2} = \frac{\sqrt{100}}{2} = 5$$

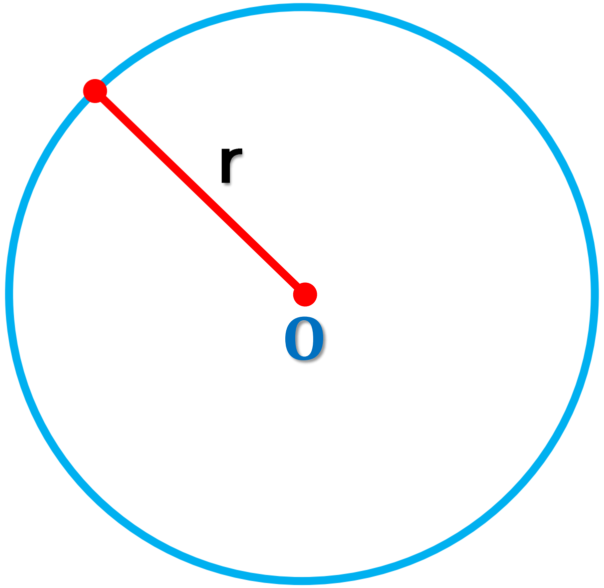
◺ POC: Notable de 37° y 53°

$$\boxed{\alpha = 37°}$$

8. Un profesor de Educación Física le pide a un alumno de 5° de secundaria, que halle el diámetro, en metros, de la circunferencia ubicada en la parte central de la cancha de fulbito que hay en su colegio. Para ello le da como dato la ecuación general de dicha circunferencia, la cual es $x^2 + y^2 - 2x - 6y + \frac{31}{4} = 0$. ¿Qué diámetro tiene dicha circunferencia?

$$\mathbf{x^2 + y^2 - 2x - 6y + 31/4 = 0}$$

Resolución



- Piden: d

$$\mathbf{d = 2r} \quad \dots (1)$$

- Calculando la longitud del radio :

$$\mathbf{r = \frac{\sqrt{(-2)^2 + (-6)^2 - 4(31/4)}}{2}}$$

$$\mathbf{r = \frac{\sqrt{4 + 36 - 31}}{2} = \frac{\sqrt{9}}{2} = \frac{3}{2}} \quad \dots (2)$$

- Reemplazando 2 en 1.

$$\mathbf{d = 2 . \frac{3}{2}}$$

$$\boxed{\mathbf{d = 3\ m}}$$