ARITHMETIC

Chapter 17

2th
SECONDARY

SERIE DE RAZONES GEOMÉTRICAS EQUIVALENTES

Y+X=

SACO OLIVEROS

¡Vamos a los juegos mecánicos!

N° de juegos	1	3	7	10	15
Valor de cada juego	10	30	70	100	150

1

Serie de razones Geométricas:

Es la igualdad de mas de dos razones geométricas

Cantidad de kilos de papaya y su costo

Kg	2	3	10	16
Costo	6	9	30	48

En general:

Para n razones

$$\frac{a_1}{c_1} = \frac{a_2}{c_2} = \frac{a_3}{c_3} = \ldots = \frac{a_n}{c_n} = K$$

Donde:

$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$ Son antecedentes

$c_1, c_2, c_3, \ldots, c_n$ Son consecuentes

K es el valor de la razón o constante de proporcionalidad

2 Propiedades:

- ✓ Un antecedente, de la serie de razones geométricas equivalentes, equivale al producto de su respectivo consecuente por la constante de proporcionalidad.

$$\text{Sea } \frac{a_1}{c_1} = \frac{a_2}{c_2} = \frac{a_3}{c_3} = \ldots = \frac{a_n}{c_n} = \mathrm{K}$$

Es decir

$$\begin{aligned} a_1 &= c_1 \cdot \mathrm{K} \\ a_2 &= c_2 \cdot \mathrm{K} \\ &\vdots \\ a_n &= c_n \cdot \mathrm{K} \end{aligned}$$

Propiedades:

- ✓ La suma de antecedentes dividida entre la suma de sus consecuentes nos da como resultado la constante de proporcionalidad.

$$\frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}{c_1 + c_2 + \ldots + c_n} = \mathrm{K}$$

Ejemplo

$$\text{Sea } \frac{4}{10} = \frac{6}{15} = \frac{10}{25} = \frac{22}{55} = \underbrace{\left(\frac{2}{5}\right)}_{\text{Constante}}.$$

✓ El producto de n antecedentes divididos entre el producto de sus n respectivos consecuentes da como resultado la constante de proporcionalidad elevada al exponente n.

$$\frac{a_1 \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_n}{c_1 \cdot c_2 \cdot \ldots \cdot c_n} = \mathrm{K}^n$$

Ejemplo

Sea $\frac{4}{10} = \frac{6}{15} = \frac{10}{25} = \frac{22}{55} = \underbrace{\left(\frac{2}{5}\right)}_{\text{Constante}}$.

Se observa que

➢ $$\frac{4 \times 6}{10 \times 15} = \frac{\cancel{24}}{\cancel{150}} = \left(\frac{2}{5}\right)^2$$

➢ $$\frac{4 \times 6 \times 10}{10 \times 15 \times 25} = \frac{\cancel{240}}{\cancel{3750}} = \left(\frac{2}{5}\right)^3$$

1 Si $\frac{a}{2}=\frac{b}{3}=\frac{c}{4}$, además a + b + c = 27, halle el valor de b.

Resolución

Sabemos: $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = k$

Despejando: $a = 2k$; $b = 3k$; $c = 4k$

Por condición:

$$a + b + c = 27$$

$$9k = 27$$

$$k = 3$$

$\therefore b = 3(3) = 9$

2 Se tiene la siguiente serie de razones geométricas iguales $\frac{a}{5}=\frac{b}{7}=\frac{c}{10}$

Calcule la suma de los antecedentes si $3a + 2b - c = 76$

Resolución

Sabemos: $\frac{a}{5} = \frac{b}{7} = \frac{c}{10} = k$

$a = 5k$
$b = 7k$
$c = 10k$

Por condición:

$$3a + 2b - c = 76$$

$$3(5k)+2(7k)-10k = 76$$

$$19k = 76$$

$$k = 4$$

$$\therefore a+b+c=22(4)=88$$

3 En una serie de razones geométricas equivalentes, los consecuentes son: 3; 5 y 7, y la suma de los antecedentes es 120. Halle el valor del mayor antecedente.

Resolución

Sabemos: $\frac{a}{3} = \frac{b}{5} = \frac{c}{7} = k$ ➡

a=3k
b=5k
c=7k

Por condición:

$$a+b+c = 120$$
$$15k = 120$$
$$k = 8$$

➡ $c = 7 \times 8 = 56$

∴El mayor antecedente es 56

4 Si a + b + c = 108, además $\frac{a}{b} = \frac{3}{5}$ y $\frac{b}{c} = \frac{1}{2}$. Halle el valor de c

Resolución

Sabemos:

$$\frac{a}{b} = \frac{3}{5} \quad y \quad \frac{b}{c} = \frac{1}{2}\,\frac{\times 5}{\times 5}$$

a=3k
b=5k
c=10k

Por condición:

$$a+b+c = 108$$
$$18k = 108$$
$$k = 6$$

$$\therefore c=10(6)=60$$

5 El perímetro de un triángulo es 240. Si los lados son entre sí como 12; 16 y 20, halle su área.

Resolución

Sean los lados: a; b y c

$$\frac{a}{\cancel{12}_{3}} = \frac{b}{\cancel{16}_{4}} = \frac{c}{\cancel{20}_{5}} = k$$

Por condición:

$$p = 3k+4k+5k$$

$$240 = 12k$$

$$k = 20$$

$$a = 3(20) \qquad b = 4(20)$$

Además:

$$\text{Area} = \frac{60 \,.\, 80}{2}$$

∴El área es 2400

6 Si $\frac{A}{4}=\frac{X}{2}=\frac{E}{7}=\frac{L}{3}$ y E – A = 15, calcule X + L.

Resolución

Sabemos: $\frac{A}{4} = \frac{X}{2} = \frac{E}{7} = \frac{L}{3} = k$

A=4k
X=2k
E=7k
L=3K

Por condición:

$$E - A = 15$$
$$3K = 15$$
$$K = 5$$

Ahora:

$$X+L = 2k+3k$$
$$X+L = 5k$$

$\therefore X+L=5(5)=25$

7 Sean las siguientes cantidades: 18; 14; 27; 24; 16 y 21. Se forman razones geométricas equivalentes, cuyo valor es menor que la unidad. Calcule la suma de antecedentes.

Resolución

Sean los cantidades: 18; 14; 27; 24; 16 y 21

Por condición: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k < 1 \Rightarrow \frac{14}{21} = \frac{16}{24} = \frac{18}{27} = k$

Ahora: $14 + 16 + 18$

∴La suma de antecedentes es 48

8 Al cumpleaños de Francesca asistieron 4 varones por cada 7 mujeres, y 2 mujeres por cada 5 niños. Si en total asistieron 342 personas, calcule la diferencia entre el número de niños y hombres.

Resolución

Sabemos:

$$\frac{V}{M} = \frac{4}{7}\frac{.2k}{.2k} \qquad \frac{M}{N} = \frac{2}{5}\frac{.7k}{.7k}$$

V=8k
M=14k
N=35k

Por condición:

$$V+M+N = 342$$
$$57k = 342$$
$$k = 6$$

Ahora:

$$N-V = 35k-8k$$
$$N-V = 27k$$

$$\therefore N - V=27(6)=162$$