GEOMETRÍA

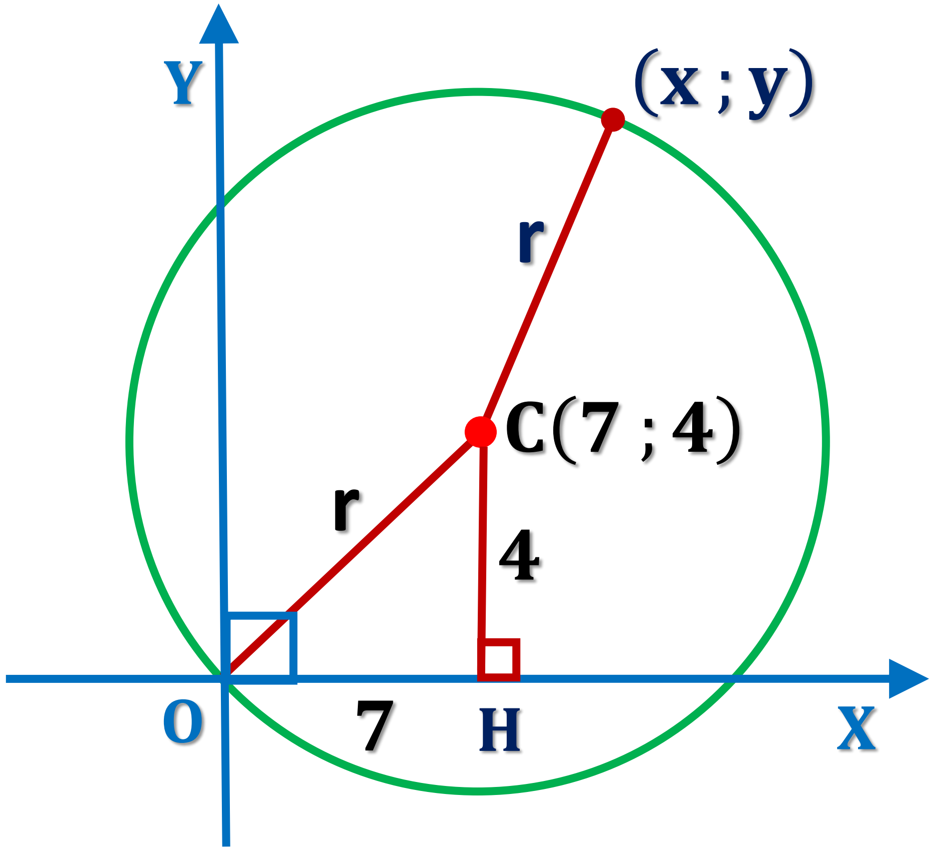
Tomo 8

5th
SECONDARY

RETROALIMENTACIÓN

SACO OLIVEROS

1. Halle la ecuación ordinaria de una circunferencia, cuyo centro es el punto C(7 ; 4) y pasa por el origen de coordenadas.



Resolución

- **Piden:** La ecuación ordinaria de la circunferencia
- Teorema de Pitágoras.

$$(7)^2 + (4)^2 = r^2$$

$$\sqrt{65} = r$$

- Calculando la ecuación ordinaria

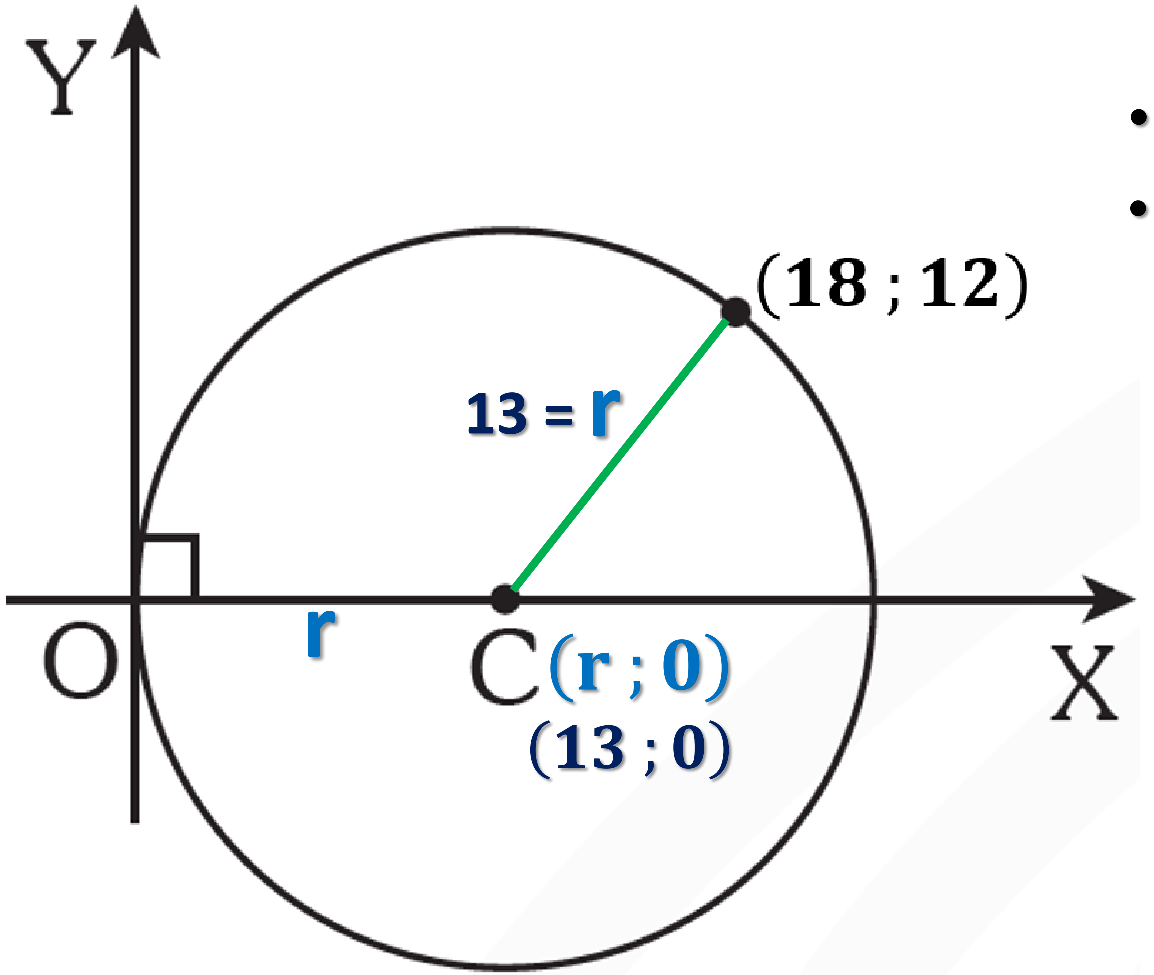
$$\boxed{(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2}$$

$$(x-7)^2 + (y-4)^2 = \left(\sqrt{65}\right)^2$$

$$\boxed{(x-7)^2 + (y-4)^2 = 65}$$

2. Halle la ecuación ordinaria de la circunferencia, si C es su centro.

Resolución



- **Piden:** La ecuación ordinaria de la circunferencia
- **Se observa:** $\mathbf{h = r \ y \ k = 0}$
- **Por distancia entre 2 puntos.**

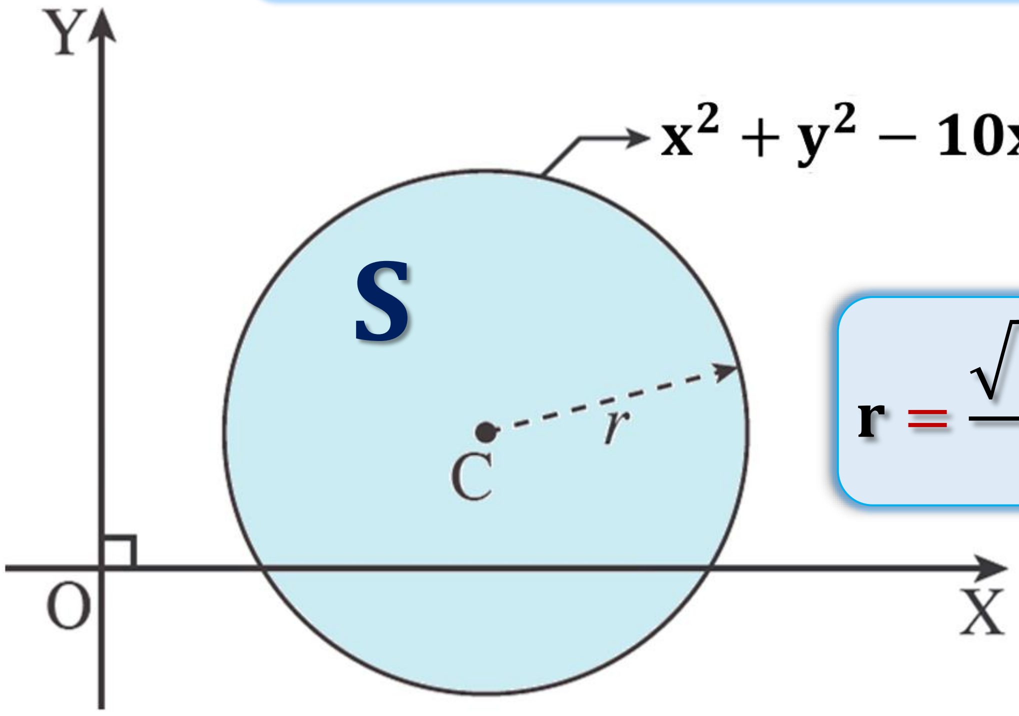
$$(18-r)^2+(12-0)^2=r^2$$
$$324-36r+\cancel{r^2}+144=\cancel{r^2}$$
$$468=36r$$
$$13=r$$

- **Calculando la ecuación ordinaria**

$$\boxed{(x-h)^2+(y-k)^2=r^2}$$
$$(x-13)^2+(y-0)^2=(13)^2$$
$$\boxed{(x-13)^2+y^2=169}$$

3. Calcule el área del círculo limitado por la circunferencia mostrada.

$$\boxed{x^2 + y^2 + \mathrm{D}x + \mathrm{E}y + \mathrm{F} = 0}$$



$$\boxed{r = \frac{\sqrt{D^2 + E^2 - 4F}}{2}}$$

Resolución

- Piden: S $\quad S = \pi . r^2$ ... (1)
- Reemplazando al teorema :

$$r = \frac{\sqrt{(-10)^2 + (-4)^2 - 4(20)}}{2}$$

$$r = \frac{\sqrt{100 + 16 - 80}}{2} = \frac{\sqrt{36}}{2}$$

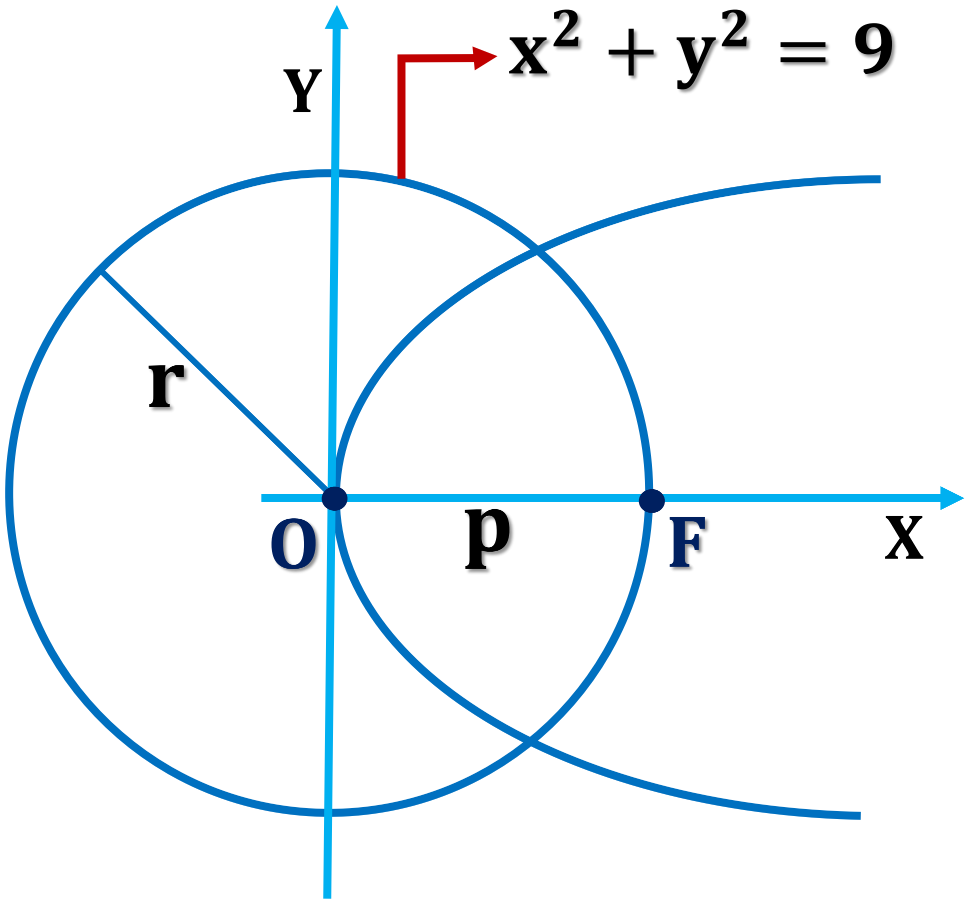
$$r = 3 \quad \text{... (2)}$$

- Reemplazando 2 en 1.

$$S = \pi . 3^2$$

$$\boxed{S = 9\pi\, u^2}$$

4. En la figura, la ecuación de la circunferencia de centro O es $x^2 + y^2 = 9$, F es el foco de la parábola y O su vértice. Halle la ecuación de la parábola.



Resolución

- Piden: La ecuación de la parábola

$$y^2 = 4px$$

- Por la ecuación canónica de la circunferencia

$$x^2 + y^2 = r^2 \Rightarrow r = 3$$

- Del gráfico: $p = 3$

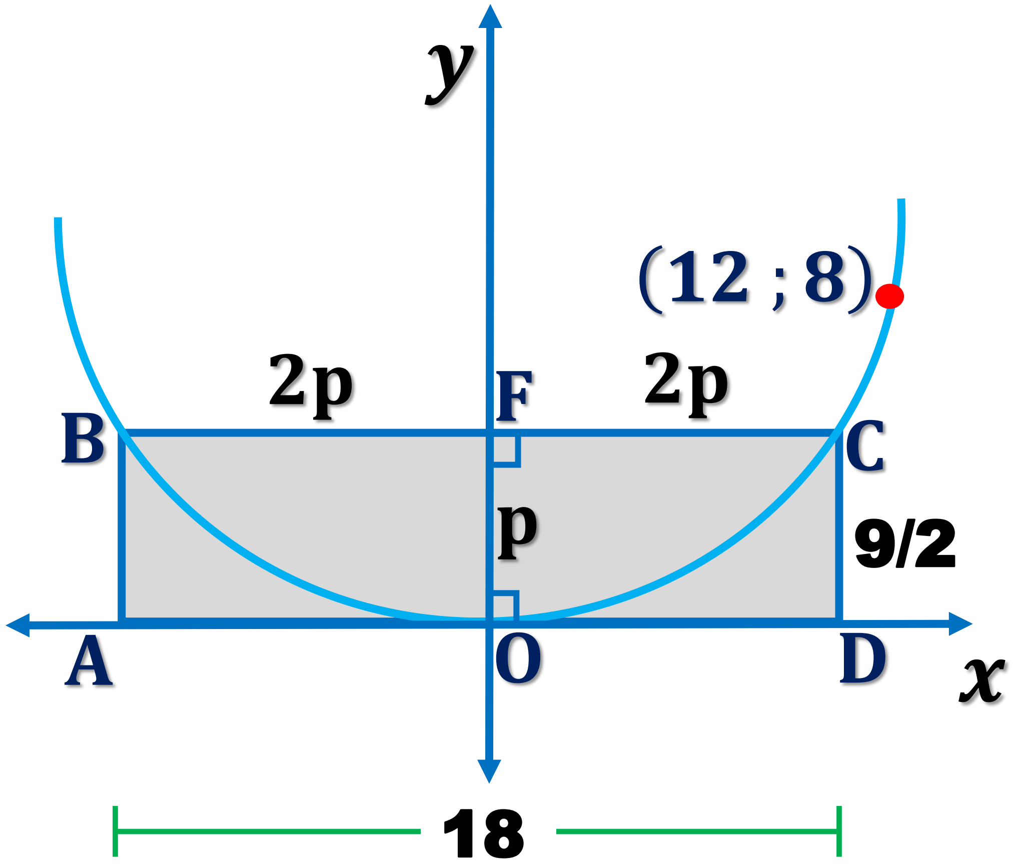
- Remplazando en la ecuación:

$$y^2 = 4(3)x$$

$$\boxed{y^2 = 12x}$$

5. Calcule el área de la región rectangular ABCD, si F es foco de la parábola.

$\overline{BC}$: Lado recto.



Resolución

- Piden: S_{ABCD}

$$\boxed{x^2 = 4py}$$

- Remplazando el par ordenado (12 ; 8) en la ecuación:

$$(12)^2 = 4p(8)$$

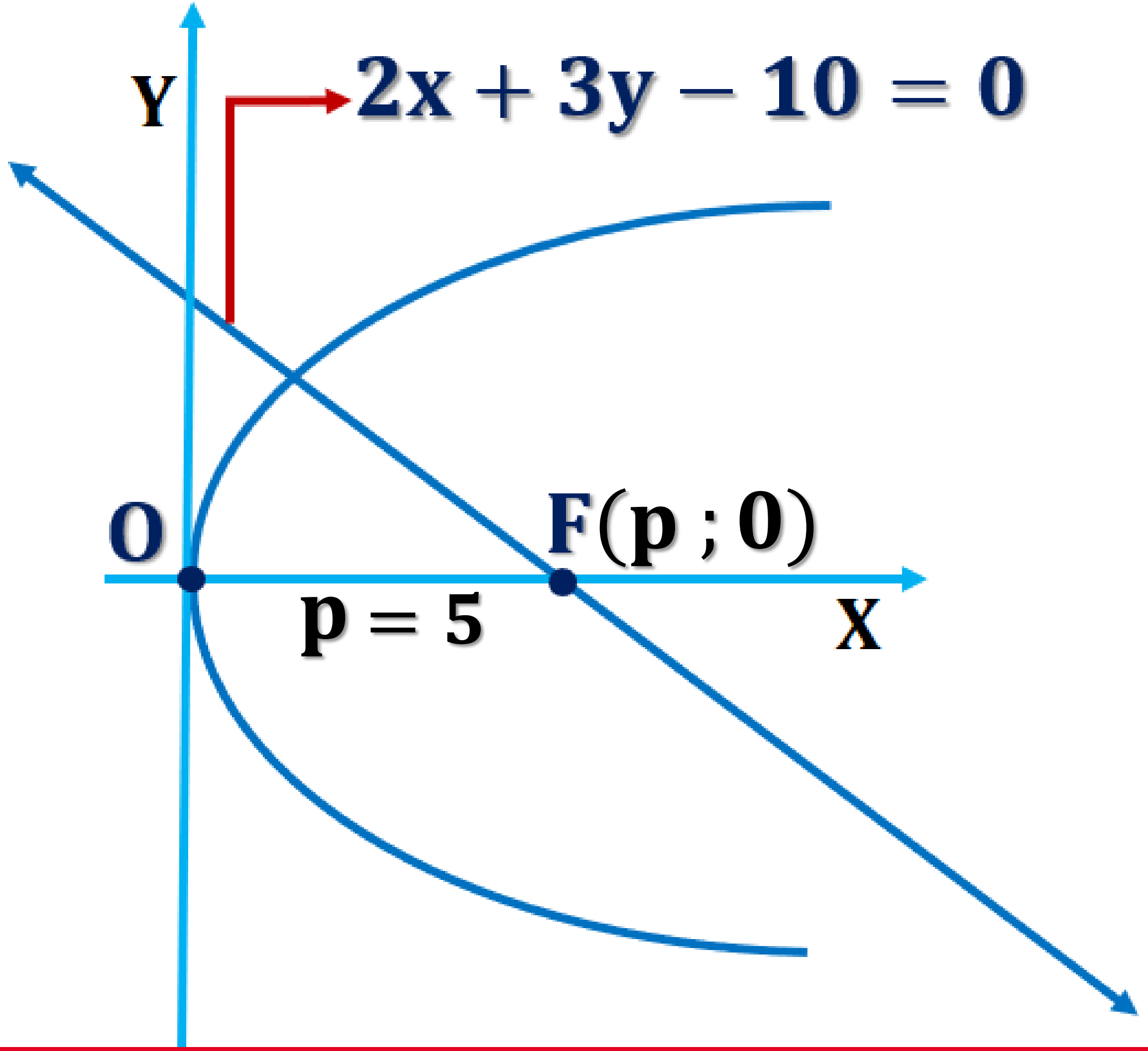
$$144 = 32p \Rightarrow p = 9/2$$

- Calculando el área:

$$S_{ABCD} = (\cancel{18}^{\,9})\left(\frac{9}{\cancel{2}}\right)$$

$$\boxed{S_{ABCD} = 81\ u^2}$$

6. En la figura, F es el foco de la parábola y O su vértice. Halle la ecuación de la parábola.



Resolución

- Piden: La ecuación de la parábola

$$y^2 = 4px$$

- Reemplazando el par ordenado a la ecuación de la recta:

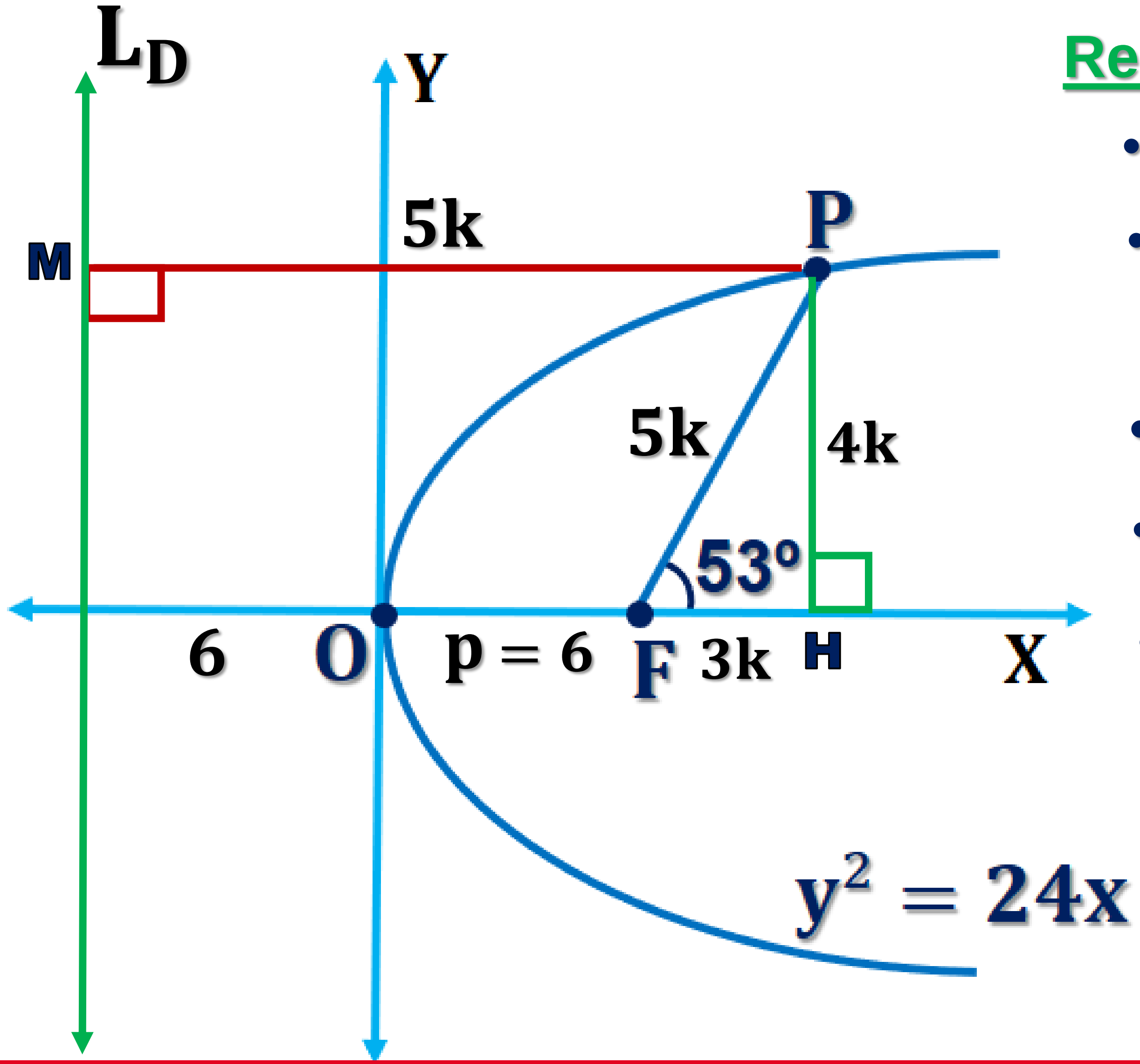
$$2p + 3(0) = 10$$
$$2p = 10$$
$$p = 5$$

- Remplazando en la ecuación:

$$y^2 = 4(5)x$$

$$\boxed{y^2 = 20x}$$

7. En la figura, F es el foco de la parábola y O su vértice. Halle el valor de PF.



Resolución

- Piden: PF
- La ecuación de la parábola:

$$y^2 = 4px \Rightarrow 24\cancel{x} = 4p\cancel{x}$$
$$p = 6$$

- Se traza $\overline{PH} \perp \overleftrightarrow{x}$.
- ⊿ PHF : Notable de 37° y 53°
- Trazando la directriz L_D :
- Del gráfico: $5k = 6 + 6 + 3k$

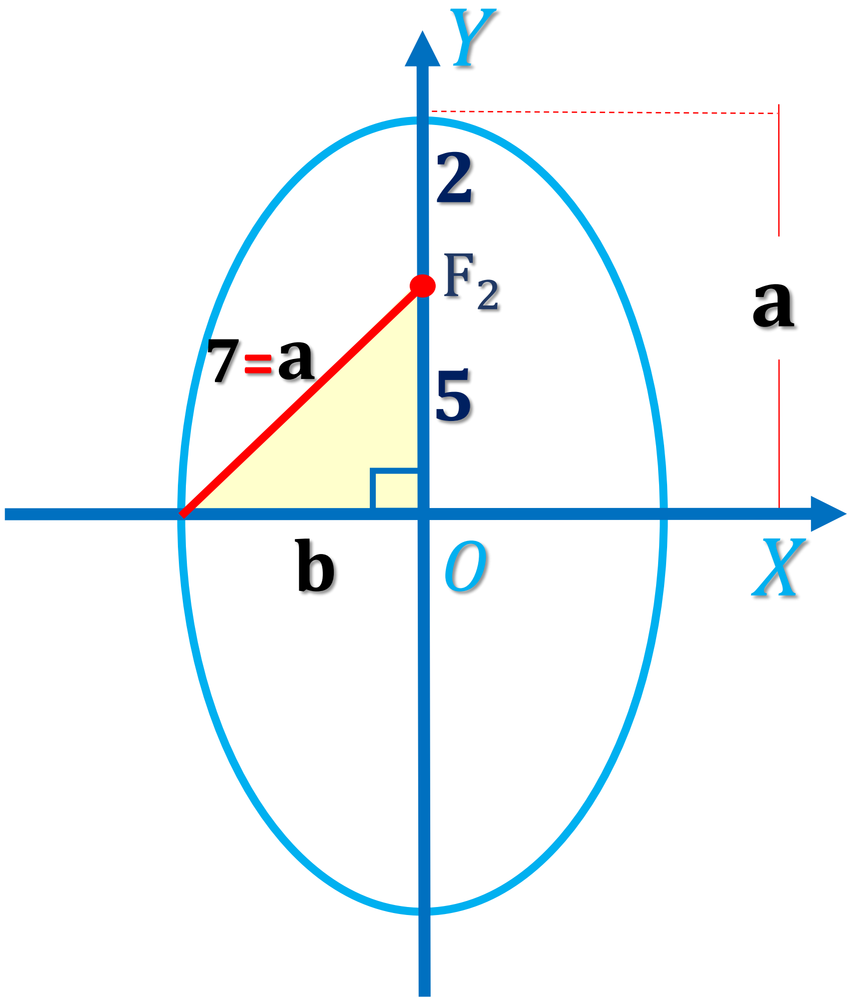
$$2k = 12$$
$$k = 6$$

- Reemplazando:

$$PF = 5(6)$$

$$\boxed{PF = 30}$$

8. Halle la ecuación de la elipse de foco F_2.



Resolución

- Piden: La ecuación de la elipse.

$$\boxed{\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1} \qquad a=7$$

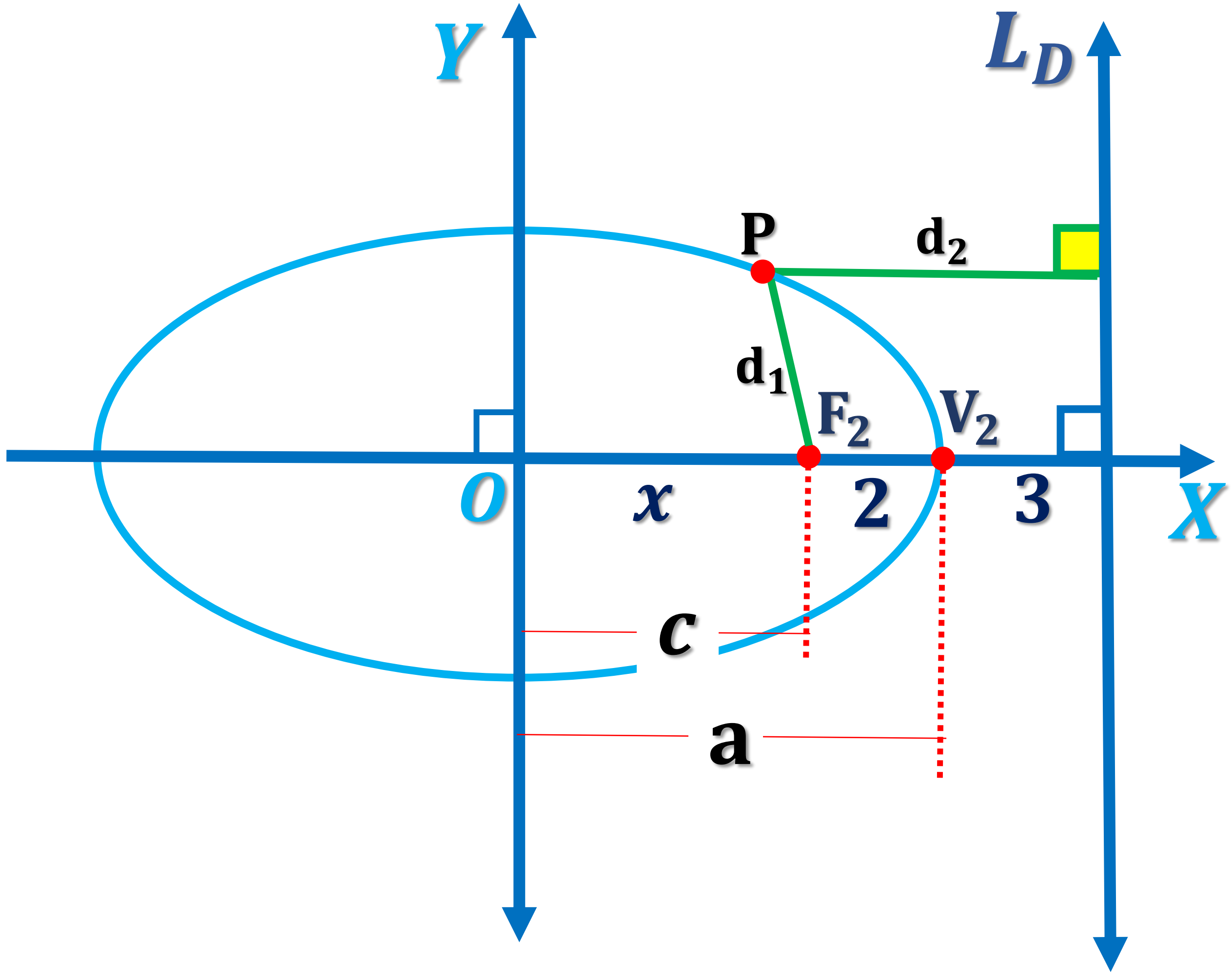
- Por teorema de Pitágoras.

$$5^2+b^2=7^2 \qquad b^2=24$$

- Remplazando.

$$\frac{x^2}{24}+\frac{y^2}{7^2}=1 \qquad \boxed{\frac{x^2}{24}+\frac{y^2}{49}=1}$$

9. Halle el valor de x, si en la elipse: F_2 es foco y L_D es directriz.



Resolución

- Piden: x.
- Por excentricidad:

$$e = \frac{c}{a} \qquad e = \frac{d_1}{d_2}$$

- Remplazando.

$$e = \frac{x}{x+2} \quad \Big| \quad e = \frac{2}{3}$$

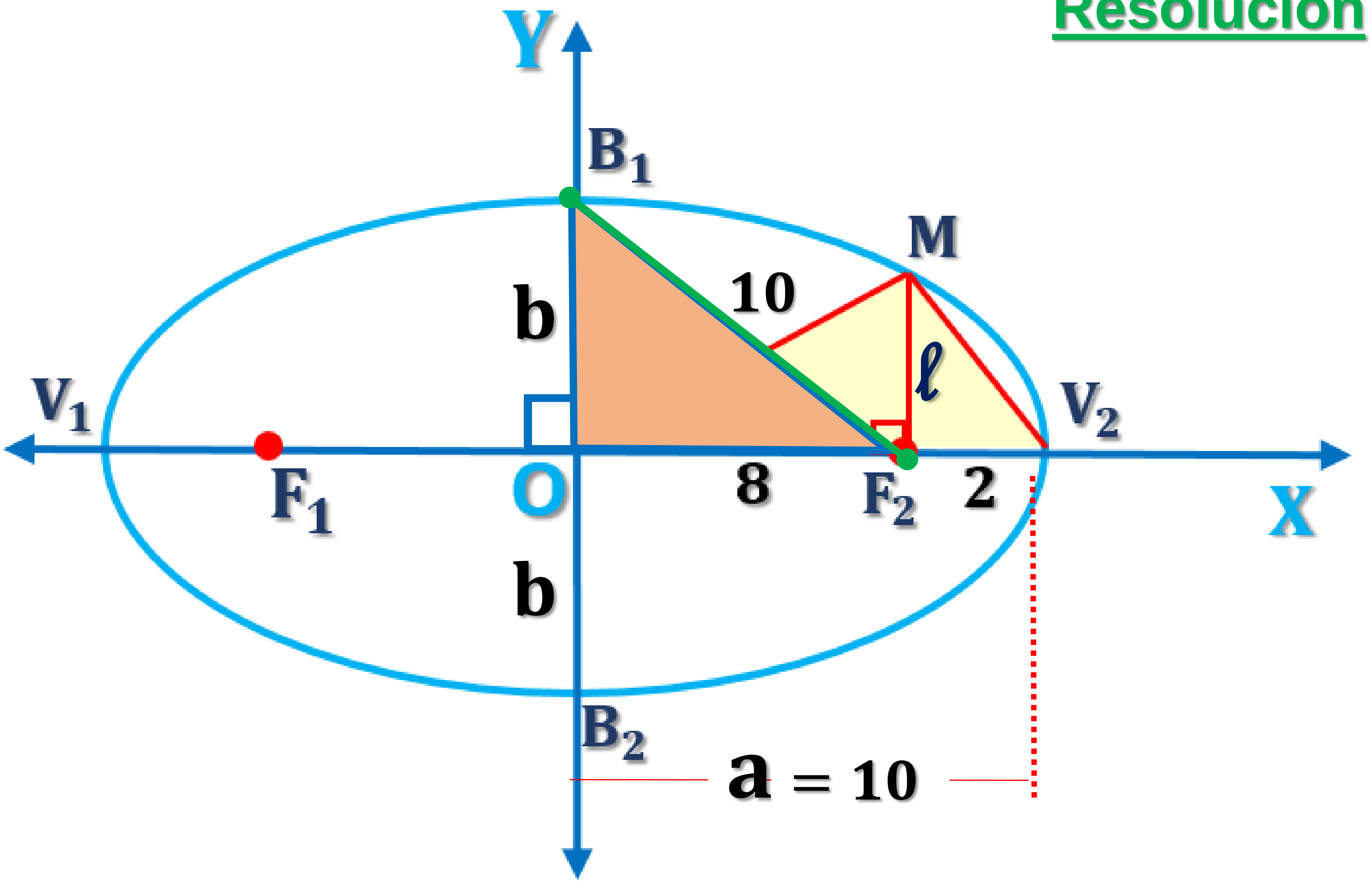
- Igualando.

$$\frac{x}{x+2} = \frac{2}{3}$$

$$3x = 2x + 4$$

$$\boxed{x = 4}$$

10. Calcule el área de la región sombreada, si F_1 y F_2 son focos de la elipse.



Resolución

- Piden: S.

$$S = \frac{1}{2}(10)(\ell) \;...\;(1)$$

- Por teorema de Pitágoras:

$$b^2 + 8^2 = 10^2$$
$$b = 6$$

- Por teorema:

$$\ell = \frac{b^2}{a} = \frac{6^2}{10}$$
$$\ell = 3,6 \;...\;(2)$$

- Reemplazando 2 en 1.

$$S = \frac{1}{2}(10)(3,6)$$

$$\boxed{S = 18\ u^2}$$