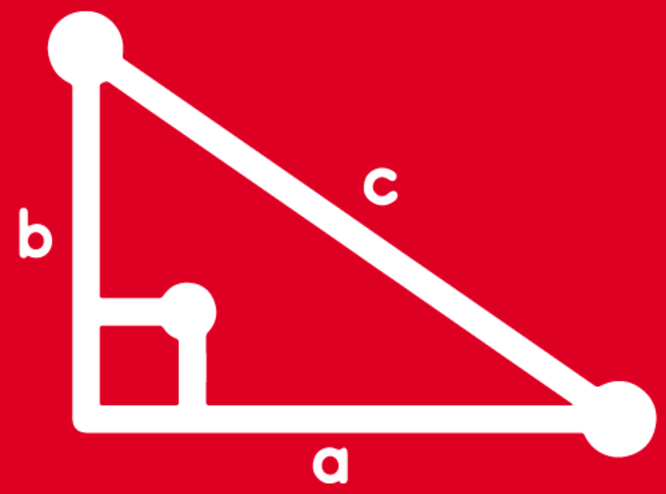
TRIGONOMETRY

Chapter 06

Sesión 2



4th
SECONDARY

Resolución de triángulos rectángulos

SACO OLIVEROS

CUATRO SÍMBOLOS FAMILIARES ESCRITOS EN ESTILO ANTIGUO

Desde la primitiva Babilonia los matemáticos han ahorrado tiempo y esfuerzo al sustituir las palabras por símbolos.

Entre dichas creaciones abreviadas se encuentran los breves signos +, –, × y ÷ que utilizamos para indicar suma, resta, multiplicación y división.

Estos cuatro símbolos son relativamente nuevos en la historia matemática. Al lado aparecen algunas formas primitivas de representarlos.

SUMA

RESTA

MULTIPLICACIÓN

DIVISIÓN

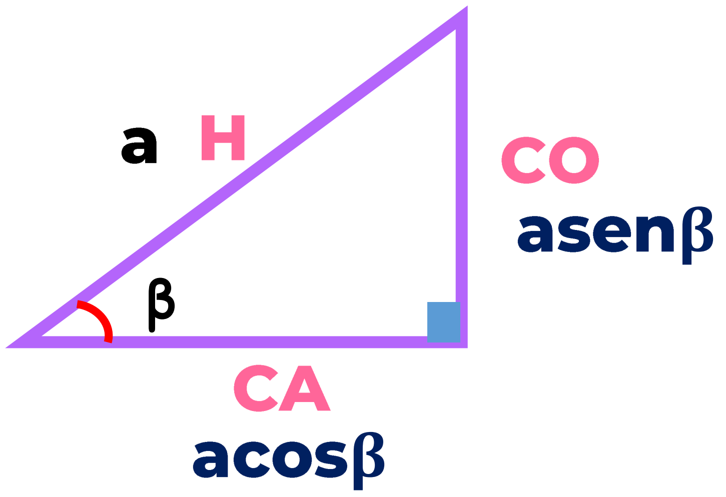
RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

Si se conoce un ángulo agudo de un triángulo rectángulo y uno de sus lados , se puede calcular con facilidad los otros dos lados. Para ello aplicaremos las siguientes observaciones o casos:

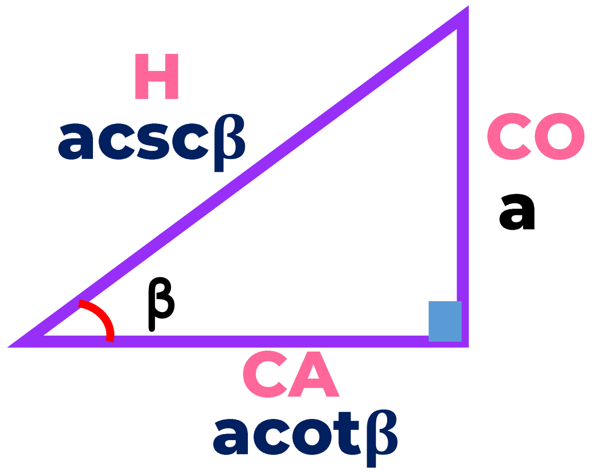
$$\boxed{RT(\alpha) = \frac{\text{LO QUE QUIERO}}{\text{LO QUE TENGO}}}$$

RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

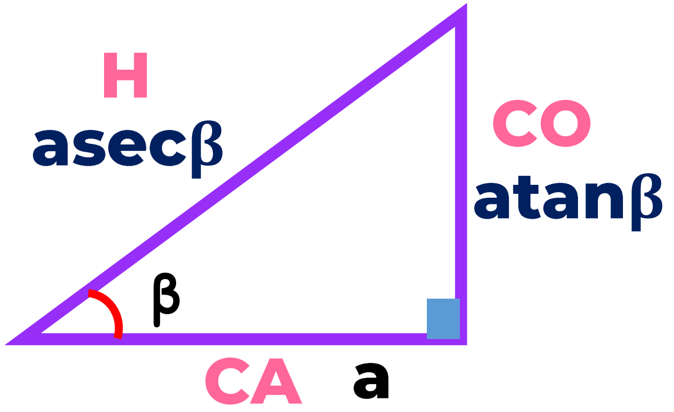
Caso 1: (Si el lado conocido es la hipotenusa)



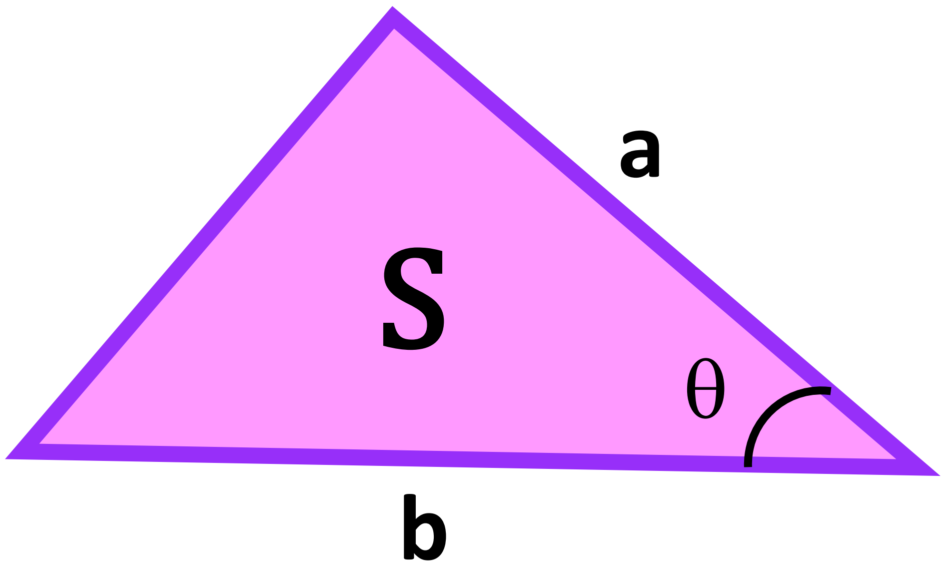
Caso 2: (Si el lado conocido es el cateto opuesto del ángulo)



Caso 3: (Si el lado conocido es el cateto adyacente del ángulo)

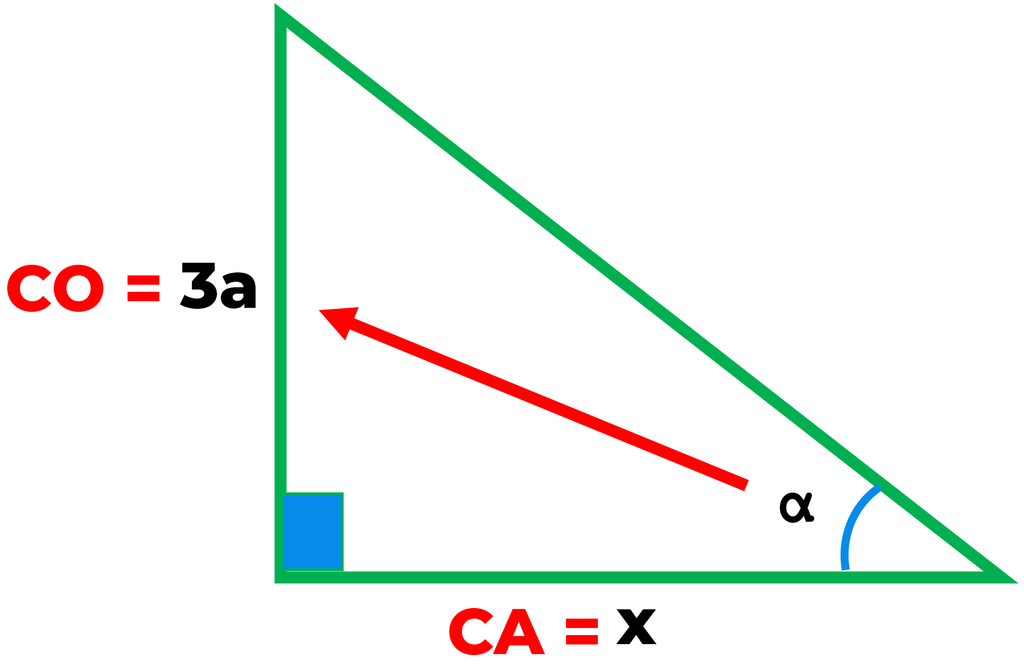


ÁREA DE UNA REGIÓN TRIANGULAR (S)



$$S = \frac{(a)(b)}{2}\ \text{sen}\,\theta$$

1. Del gráfico, hallar el valor de x en términos de a y α.



RESOLUCIÓN

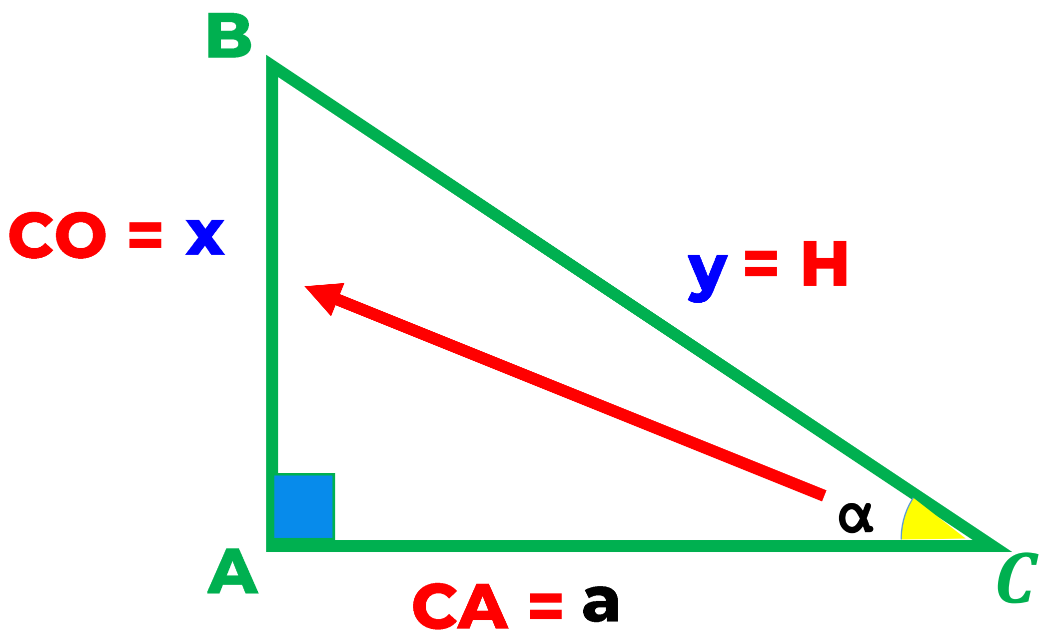
$$\frac{\text{lo que quiero}}{\text{lo que tengo}} = RT(\alpha)$$

Hallando el valor de x

$$\frac{CA}{CO} = \frac{x}{3a} = \cot\alpha$$

$$\therefore\ x = 3a\cot\alpha$$

2. Calcule el perímetro del triángulo ABC en términos de a y α.



$$\frac{\text{lo que quiero}}{\text{lo que tengo}} = RT(\alpha)$$

RESOLUCIÓN

Hallando el valor de x

$$\frac{CO}{CA} = \frac{x}{a} = \tan\alpha$$

$$\Rightarrow x = a\tan\alpha$$

Hallando el valor de y

$$\frac{H}{CA} = \frac{y}{a} = \sec\alpha$$

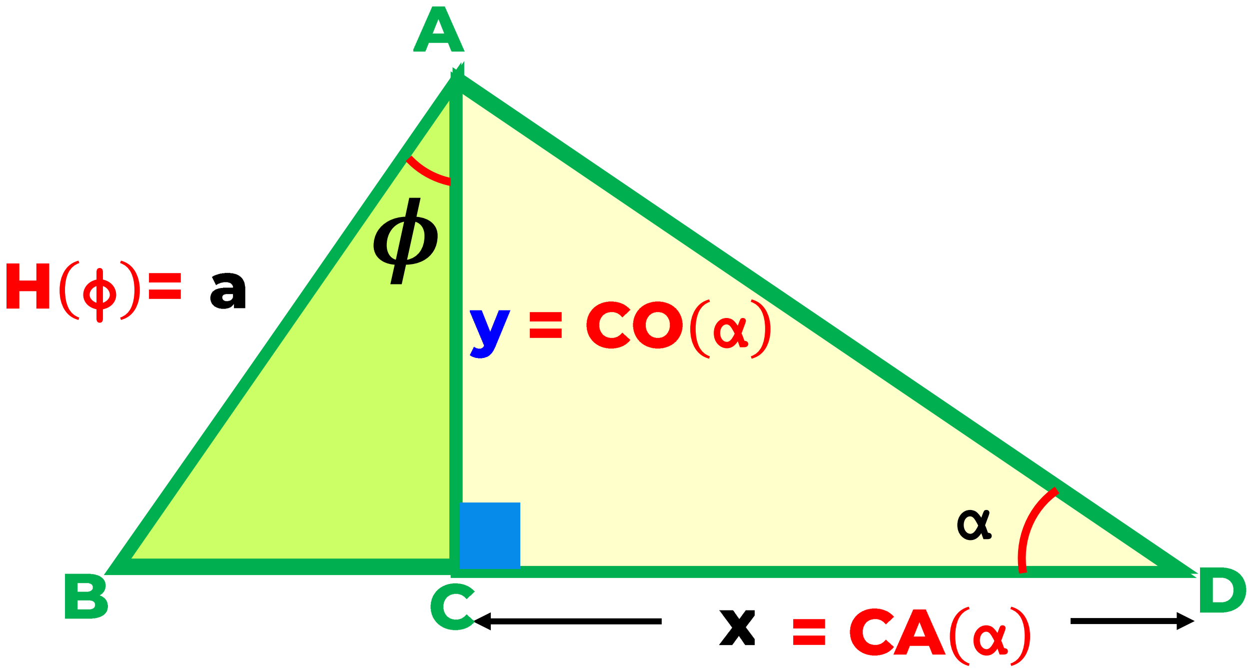
$$\Rightarrow y = a\sec\alpha$$

Piden: $2p = x + y + a$

$$2p = a\tan\alpha + a\sec\alpha + a$$

$$\therefore 2p = a(\tan\alpha + \sec\alpha + 1)$$

3. Del gráfico, halle el valor de x en términos de a, α y ϕ.



$$\frac{\text{lo que quiero}}{\text{lo que tengo}} = RT(\alpha)$$

RESOLUCIÓN

En el ΔACB: Hallando el valor de y

$$\frac{CA}{H} = \frac{y}{a} = \cos\phi$$

$$\Rightarrow \quad y = a\cos\phi \quad \cdots(1)$$

En el ΔACD: Hallando el valor de x

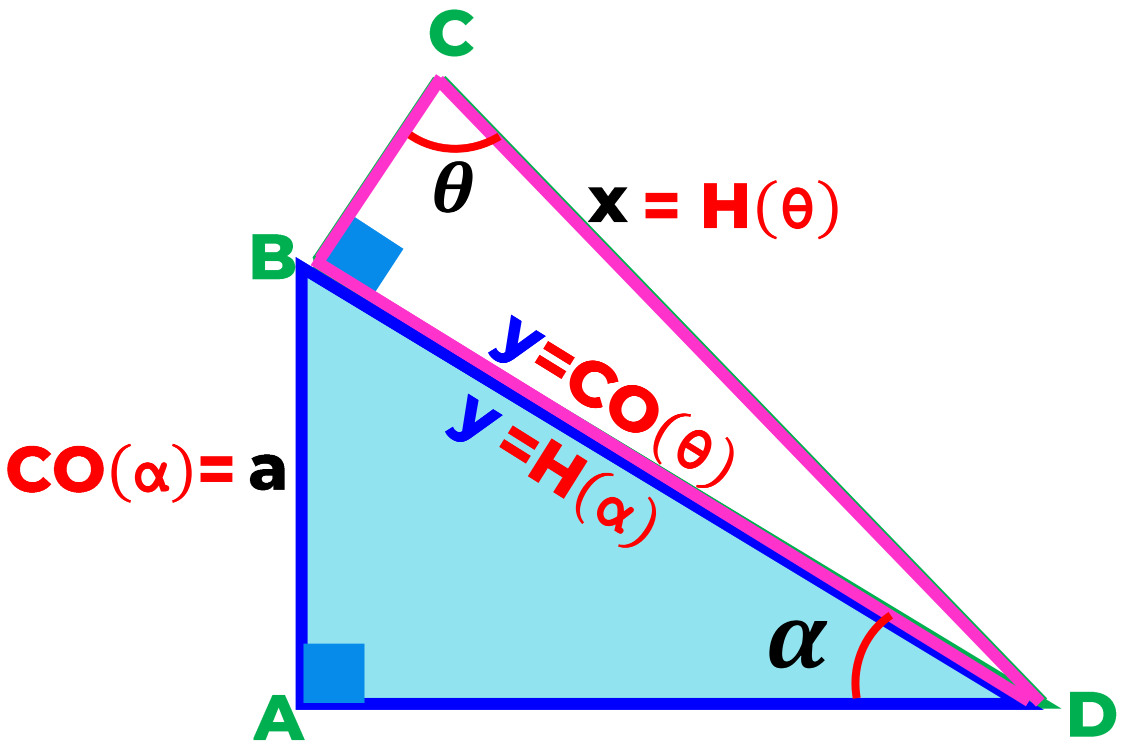
$$\frac{CA}{CO} = \frac{x}{y} = \cot\alpha$$

$$\Rightarrow \quad x = y\cot\alpha \quad \cdots(2)$$

Reemplazando (1) en (2):

$$\therefore\ x = a.\cos\phi.\cot\alpha$$

4. Del gráfico, halle el valor de x en términos de a, α y θ.



$$\frac{\text{lo que quiero}}{\text{lo que tengo}} = RT(\alpha)$$

RESOLUCIÓN

En el ΔABD: Hallando el valor de y

$$\frac{H}{CO} = \frac{y}{a} = \csc\alpha$$

$$y = a\csc\alpha \cdots (1)$$

En el ΔCBD: Hallando el valor de x

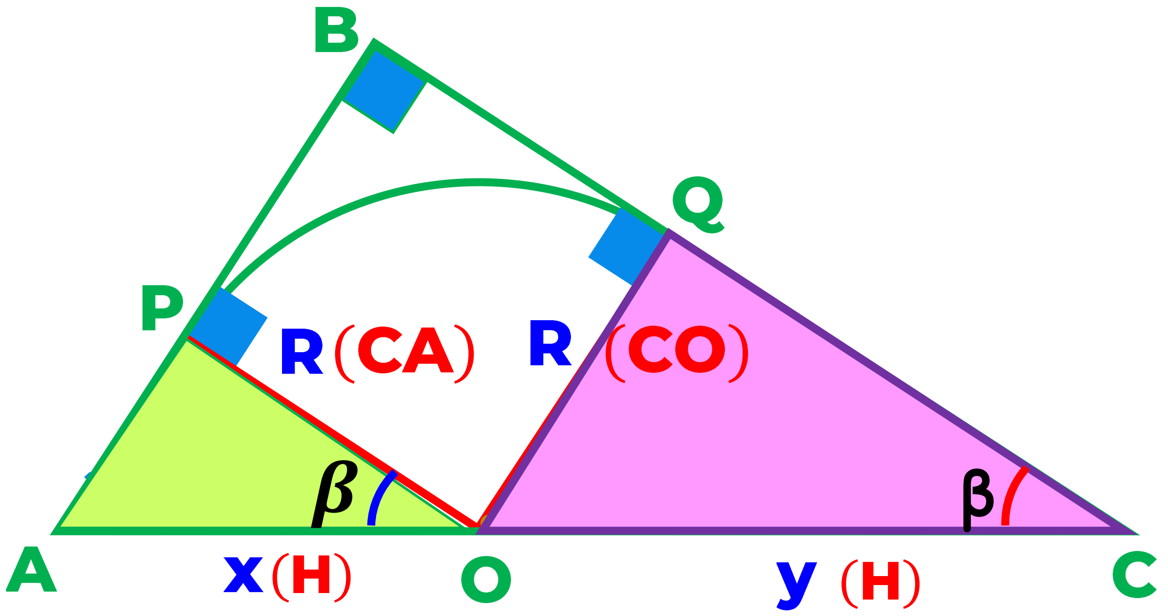
$$\frac{H}{CO} = \frac{x}{y} = \csc\theta$$

$$x = y\csc\theta \cdots (2)$$

Reemplazando (1) en (2):

$$\therefore x = a.\csc\alpha.\csc\theta$$

5. En el triángulo rectángulo ABC se tiene inscrita una circunferencia de radio R. Determine la longitud de lado $\overline{AC}$ en términos de R y β.



$$\frac{\text{lo que quiero}}{\text{lo que tengo}} = RT(\alpha)$$

RESOLUCIÓN

En el ΔAPO: Hallando el valor de x

$$\frac{H}{CA} = \frac{x}{R} = \sec\beta$$

$$\Rightarrow x = R\sec\beta \quad \cdots(1)$$

En el ΔOQC: Hallando el valor de y

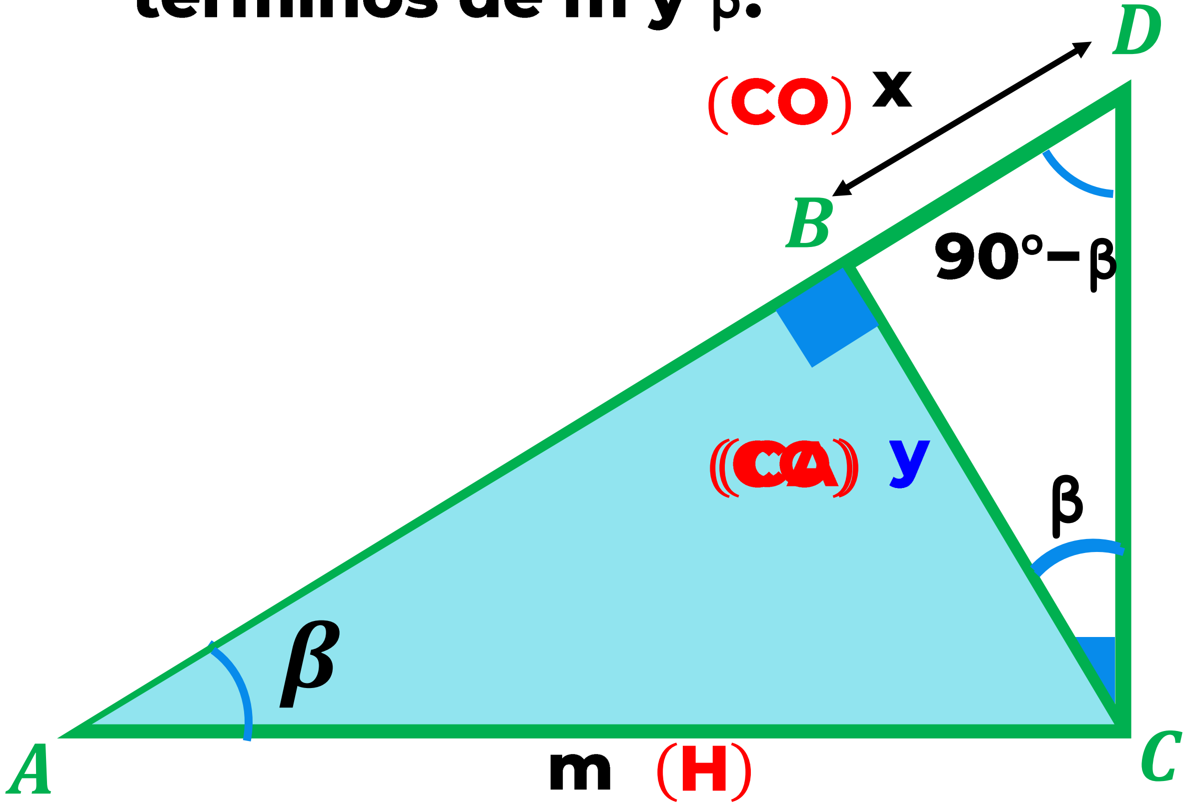
$$\frac{H}{CO} = \frac{y}{R} = \csc\beta$$

$$\Rightarrow y = R\csc\beta \quad \cdots(2)$$

Piden: $AC = x + y$

$$\therefore AC = R(\sec\beta + \csc\beta)$$

6. **Halle el valor de x en términos de m y β.**



lo que quiero / lo que tengo = RT(α)

$$\frac{\text{lo que quiero}}{\text{lo que tengo}} = RT(\alpha)$$

RESOLUCIÓN

En el ΔABC: Hallando el valor de y

$$\frac{CO}{H} = \frac{y}{m} = \operatorname{sen}\beta$$

$$\Rightarrow y = m \operatorname{sen}\beta \cdots (1)$$

En el ΔACD: Hallando el valor de x

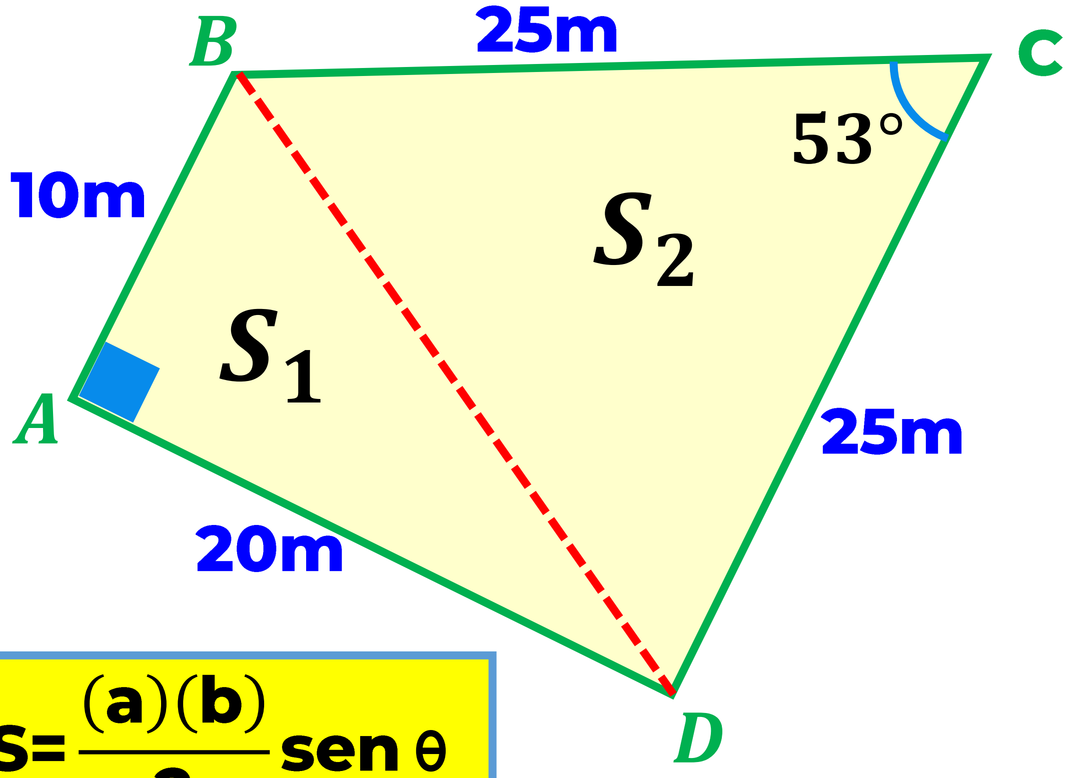
$$\frac{CO}{CA} = \frac{x}{y} = \tan\beta$$

$$\Rightarrow x = y \tan\beta \cdots (2)$$

Reemplazando (1) en (2):

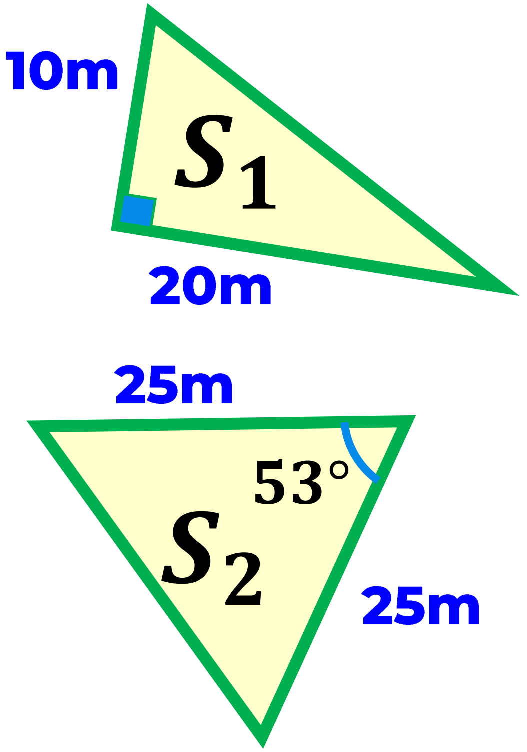
$$\therefore x = m.\operatorname{sen}\beta\,.\tan\beta$$

7. Dos hermanos heredan un terreno que tiene la forma de un cuadrilátero ABCD, como se muestra en la figura. Para repartirse el terreno, ambos hermanos acuerdan dividirlo en dos partes triangulares y trazan una línea divisora desde B hacia D. Dado que el hermano menor se quedará con la parte de menor área, ¿Qué área tiene la parte que corresponde al hermano mayor?



$$S=\frac{(a)(b)}{2}\text{sen}\,\theta$$

RESOLUCIÓN



Calculando las áreas

$$S_1=\frac{(20)(10)}{2}=100$$

$$S_1 = 100\ m^2$$

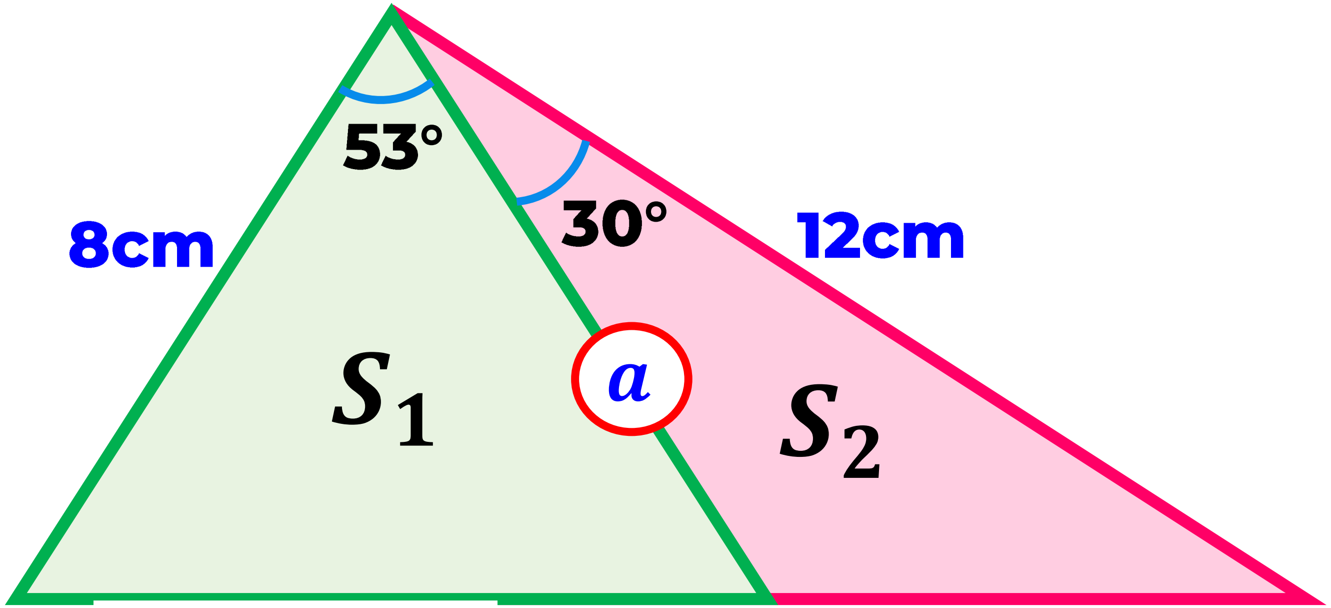
$$S_2=\frac{(25)(25)}{2}\text{sen}\,53°$$

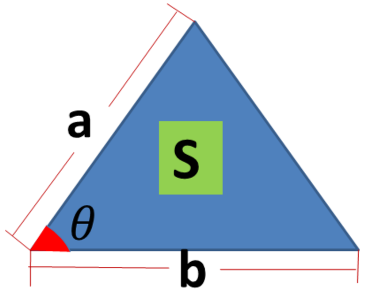
$$S_2=\left(\frac{625}{2}\right)\left(\frac{4}{5}\right)$$

$$S_2 = 250\ m^2$$

$$\therefore S_1+S_2=350\ m^2$$

8. Del gráfico, determine $\dfrac{S_1}{S_2}$, donde S_1 y S_2 son áreas.





$$S=\frac{(a)(b)}{2}\operatorname{sen}\theta$$

RESOLUCIÓN

Calculando las áreas

$$S_1=\frac{(8)(a)}{2}\operatorname{sen}53°$$

$$S_1=(4a)\left(\frac{4}{5}\right) \Rightarrow S_1=\frac{16a}{5}\ cm^2$$

Además:

$$S_2=\frac{(a)(12)}{2}\operatorname{sen}30°$$

$$S_2=(6a)\left(\frac{1}{2}\right) \Rightarrow S_2=3a\ cm^2$$

Piden: $\dfrac{S_1}{S_2}=\dfrac{\dfrac{16a}{5}}{\dfrac{3a}{1}}$ $\quad\therefore \dfrac{S_1}{S_2}=\dfrac{16}{15}$