ÁLGEBRA

FEEDBACK

5th

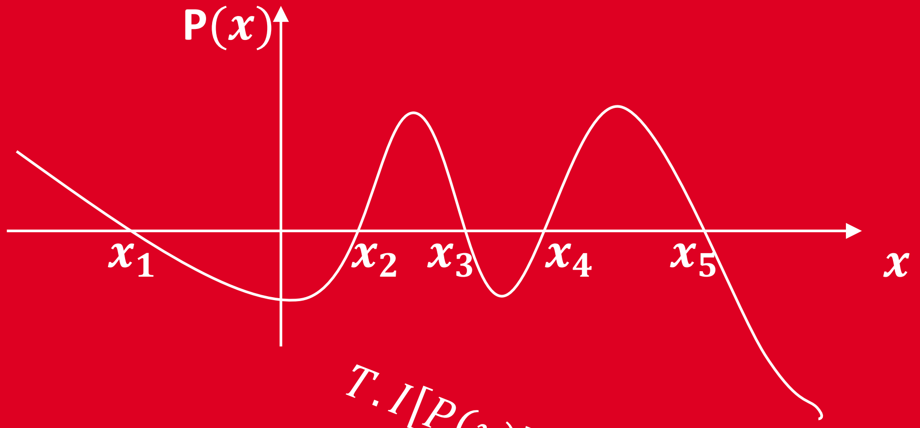
of Secondary

$$P(x) \equiv a_0x^n + a_1x^{n-1} + \ldots + a_{n-1}x + a_n$$

$$\sum coeficientes\ P(x) = P(1)$$

$$P(x) \equiv 0$$

$$G.A(P)$$



$$T.I[P(x)] = P(0)$$

SACO OLIVEROS

PROBLEMA 1

Si las raíces de la ecuación cuadrática $x^2-3x+2=0$ son también raíces de la ecuación cúbica $x^3+(m+9)x^2+5x-2=0$, indique el valor de m.

Resolución

Factorizando

$$x^2-3x+2=0$$

$$\underbrace{(x-1)}_{=0}\underbrace{(x-2)}_{=0}=0$$

$$x_1=1\ ;\ x_2=2$$

Reemplazar con $x_1=1$ en

$$x^3+(m+9)x^2+5x-2=0$$

$$(1)^3+(m+9)(1)^2+5(1)-2=0$$

$$1+(m+9)+5-2=0$$

$$m+13=0$$

$$\therefore m=-13$$

PROBLEMA 2

Dada la ecuación cúbica $x^3-(n+1)x^2+(n+3)x+n=0$ de raíces x_1, x_2 y x_3. Si la suma de raíces es 4, determine el valor de T.

$T=x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3(1+x_2)$

Resolución

$$T=\underbrace{x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3}_{\text{S.P.B.}}+\underbrace{x_1x_2x_3}_{\text{producto}}$$

Por el Teorema de Cardano

$$x_1+x_2+x_3=n+1$$

$$4=n+1 \Rightarrow n=3$$

$$\text{S.P.B.}=n+3$$
$$=3+3$$
$$=6$$

$$\text{Producto}=-n$$
$$=-3$$

Reemplazando en T

$$\therefore T=3$$

PROBLEMA 3

Si la ecuación $\underline{x^3-4x^2+ax-8=0}$ tiene dos raíces que suman 2, determine el valor de a.

Resolución

Sean las raíces: $x_1\,;\,x_2\,;\,x_3$

Por el Teorema de Cardano

$$\underbrace{x_1+x_2}_{=2}+x_3=4$$

$$x_3=2$$

Reemplazar en la ecuación

$$(2)^3-4(2)^2+a(2)-8=0$$

$$8-16+2a-8=0$$

$$2a-16=0$$

$$\boxed{\therefore a=8}$$

PROBLEMA 4

Resuelva el sistema y dé como respuesta el valor de x.

$$\begin{cases} x+y=1 \\ y+z=5 \\ x+z=4 \end{cases}$$

Resolución

$$\begin{cases} x+y=1 \\ y+z=5 \\ x+z=4 \end{cases} \quad +$$

$$2(x+y+z)=10$$

$$x+y+z=5$$

$$\therefore x=0$$

PROBLEMA 5

Determine el valor de λ de modo tal que el sistema lineal

$$\begin{cases} 14x + 3y = 13 \\ 3x - 2y = 16 & \ldots (I) \\ \lambda x + y = 7 & \ldots (II) \end{cases}$$

tenga solución única.

Resolución

$$\begin{cases} 14x + 3y = 13 & \times 2 \\ 3x - 2y = 16 & \times 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 28x + 6y = 26 \\ 9x - 6y = 48 \end{cases} +$$

$$37x = 74$$

$$x = 2$$

En (I):

$$3(2) - 2y = 16$$

$$y = -5$$

En (II):

$$\lambda(2) + (-5) = 7$$

$$\lambda(2) = 12$$

$$\boxed{\therefore \lambda = 6}$$

PROBLEMA 6

¿Qué valores reales toma n para que el sistema lineal

$$\begin{cases}(n-1)x+(n-2)=n+1\\(2n+1)x+(n+2)y=4\end{cases}$$

sea compatible determinado?

Resolución

$$\frac{n-1}{2n+1} \neq \frac{n-2}{n+2}$$

$$(n-1)(n+2) \neq (2n+1)(n-2)$$

$$n^2+n-2 \neq 2n^2-3n-2$$

$$n^2-4n \neq 0$$

$$n(n-4) \neq 0$$

$$n_1 \neq 0 \quad ; \quad n_2 \neq 4$$

$$\therefore n \in \mathbb{R}-\{0;4\}$$

PROBLEMA 7

Sean la matrices

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

Calcule: $M = AB - BA$

Resolución

$$AB = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} -1+6 & 4+4 \\ -3+12 & 12+8 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} 5 & 8 \\ 9 & 20 \end{bmatrix}$$

$$BA = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$BA = \begin{bmatrix} -1+12 & -2+16 \\ 3+6 & 6+8 \end{bmatrix}$$

$$BA = \begin{bmatrix} 11 & 14 \\ 9 & 14 \end{bmatrix}$$

$$M = AB - BA$$

$$AB - BA = \begin{bmatrix} 5 & 8 \\ 9 & 20 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 11 & 14 \\ 9 & 14 \end{bmatrix}$$

$$\therefore M = \begin{bmatrix} -6 & -6 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}$$

PROBLEMA 8

Dadas las matrices

$$A=\begin{bmatrix}2x+1 & y\\ 3-y & x\end{bmatrix}\quad B=\begin{bmatrix}5-y & 2-x\\ 3-y & 2\end{bmatrix}\quad C=\begin{bmatrix}2 & 5\\ 4 & 1\end{bmatrix}$$

Halle el $det(A+C)$ si se sabe que $A=B$

Resolución

$$A=\begin{bmatrix}2x+1 & y\\ 3-y & x\end{bmatrix}\quad B=\begin{bmatrix}5-y & 2-x\\ 3-y & 2\end{bmatrix}$$

$$x=2$$

$$y=0$$

Reemplazando

$$A=\begin{bmatrix}5 & 0\\ 3 & 2\end{bmatrix}\quad C=\begin{bmatrix}2 & 5\\ 4 & 1\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow\quad A+C=\begin{bmatrix}7 & 5\\ 7 & 3\end{bmatrix}$$

$$\det(A+C)=(7)(3)-(7)(5)$$

$$\therefore \det(A+C)=-14$$

PROBLEMA 9

Halle el valor de x en:

$$\begin{vmatrix} x & 1 \\ 4 & x \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x & 0 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} + 8 = 0$$

Resolución

$$(x^2 - 4) + (4x - 0) + 8 = 0$$

$$x^2 + 4x + 4 = 0$$

$$(x + 2)^2 = 0$$

$$\therefore x = -2$$

PROBLEMA 10

Halle el valor de x en:

$$\begin{vmatrix} x & 1 & 0 \\ 3 & -2 & -2 \\ -4 & 4 & 6 \end{vmatrix} = 14$$

Resolución

$$\begin{vmatrix} x & 1 & 0 \\ 3 & -2 & -2 \\ -4 & 4 & 6 \end{vmatrix} \begin{matrix} x & 1 \\ 3 & -2 \\ -4 & 4 \end{matrix}$$

$$(-12x + 8 + 0) - (0 - 8x + 18) = 14$$

$$-12x + 8 + 8x - 18 = 14$$

$$-4x - 10 = 14$$

$$-4x = 24$$

$$\therefore x = -6$$