

ALGEBRA

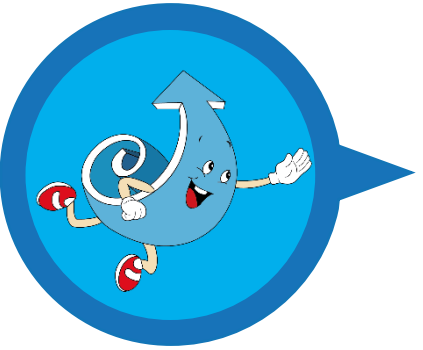
Chapter 3

4th
SECONDARY

Productos Notables II



HELICO MOTIVATING



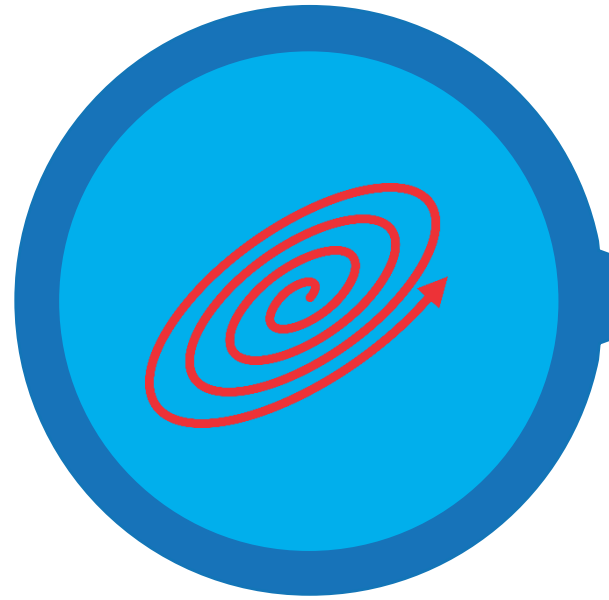
¿Puedes multiplicar mentalmente el siguiente polinomio y dar la respuesta en menos de 10 segundos?

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

Rpta. $a^3 + b^3$

HELICO THEORY

CHAPTER 03



¿QUÉ SON PRODUCTOS NOTABLES?

Son los resultados de ciertas multiplicaciones indicadas, que se obtienen en forma directa, sin efectuar la multiplicación.

1 IDENTIDAD DE STEVEN

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + a \cdot b$$

Ejemplo:

$$(x + 5)(x + 7) = x^2 + (5 + 7)x + 5 \cdot 7$$

$$(x + 5)(x + 7) = x^2 + 12x + 35$$

Ejemplo:

$$(x - 6)(x + 9) = x^2 + (9 - 6)x - 6 \cdot 9$$

$$(x - 6)(x + 9) = x^2 + 3x - 54$$

2

SUMA Y DIFERENCIA DE CUBOS

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$

$$(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$

Ejemplo:

$$(x + 2)(x^2 - 2x + 4) = x^3 + 2^3 = x^3 + 8$$

Ejemplo:

$$(y - 3)(y^2 + 3y + 9) = y^3 - 3^3 = y^3 - 27$$

3

IDENTIDADES CONDICIONALES

$$\textit{Si } a + b + c = 0$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = -2(ab + bc + ca)$$

$$a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$$

HELICO PRACTICE

CHAPTER 03

1. Efectúe:

$$P = \sqrt[4]{2(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)+1}$$

Resolución

Aplicando la Diferencia de Cuadrados

$$P = \sqrt[4]{\underbrace{(3-1)(3+1)}_{=3^2-1}(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)+1}$$

$$P = \sqrt[4]{\underbrace{(3^2-1)(3^2+1)}_{=3^4-1}(3^4+1)(3^8+1)+1}$$

$$P = \sqrt[4]{\underbrace{(3^4-1)(3^4+1)}_{=3^8-1}(3^8+1)+1}$$

$$P = \sqrt[4]{\underbrace{(3^8-1)(3^8+1)}_{=3^{16}-1}+1}$$

$$P = \sqrt[4]{3^{16} - \cancel{1} + \cancel{1}}$$

Recordando Diferencia de Cuadrados

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

$$\Rightarrow P = \sqrt[4]{3^{16}}$$

$$P = 3^4 = 81$$

Rpta: 81

2. Si: $x^2 + 9x = -10$,

reduzca

$$M = (x + 5)(x + 2)(x + 4)(x + 7)$$

Resolución

Desarrollando la expresión de **M**

$$M = (x + 5)(x + 2)(x + 4)(x + 7)$$

$$M = (\underbrace{x^2 + 9x}_{-10} + 20)(\underbrace{x^2 + 9x}_{-10} + 14)$$

$$M = (-10 + 20)(-10 + 14)$$

$$M = (10)(4)$$

$$M = 40$$

Recordar la Identidad de Steven

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

Rpta: 40

3. Dé el valor de:

$$E = (x + 1)(x - 1)(x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1) + 1$$

si: $x = \sqrt[6]{3}$

Resolución

Agrupando convenientemente en

$$E = \underbrace{(x + 1)(x - 1)}_{x^2 - 1} \underbrace{(x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1)}_{x^4 - 1} + 1$$

$$E = \underbrace{(x^3 + 1)(x^3 - 1)}_{x^6 - 1} + 1$$

$$E = x^6 - 1 + 1$$

$$E = x^6$$

Recordar la Suma y Diferencia de cubos

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$

$$(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$

Reemplazando $x = \sqrt[6]{3}$ en E:

$$E = \cancel{\sqrt[6]{3}}^6$$

$$E = 3$$

Rpta: 3

4. Sean:

$$M = (\sqrt[3]{13} + 1)(\sqrt[3]{169} - \sqrt[3]{13} + 1)$$

$$N = (\sqrt[3]{7} - 1)(\sqrt[3]{49} + \sqrt[3]{7} + 1)$$

$$\text{Efectúe } K = \sqrt{M \cdot N - 3}$$

Resolución

Aplicando suma y diferencia de cubos en **M** y **N** respectivamente

$$M = \cancel{\sqrt[3]{13}^3} + 1^3 = 14$$

$$N = \cancel{\sqrt[3]{7}^3} - 1^3 = 6$$

Reemplazando M y N en K

$$K = \sqrt{14 \cdot 6 - 3}$$

$$K = \sqrt{81}$$

$$K = 9$$

Rpta: 9

5. Si: $x + y + z = 0 \quad \wedge \quad xyz = 8$

Reduzca:

$$P = xy(x + y)^4 + yz(y + z)^4 + xz(x + z)^4$$

Resolución

Del dato $x + y + z = 0$, despejando

$$\Rightarrow x + y = -z$$

$$\Rightarrow x + z = -y$$

$$\Rightarrow y + z = -x$$

Reemplazando en **P**

$$P = xy(-z)^4 + yz(-x)^4 + xz(-y)^4$$

$$P = xyz^4 + yzx^4 + xzy^4$$

Recordar las Identidades Condicionales

Si: $a + b + c = 0$

$$a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = -2(ab + bc + ac)$$

Transformando la expresión de **P** en

$$P = xyz(z^3 + x^3 + y^3)$$

Aplicando Identidades Condicionales

$$P = \underbrace{xyz}_{=8}(\underbrace{3xyz}_{=24})$$

$$P = 8 \cdot (3 \cdot 8)$$

$$P = 192$$

Rpta: **192**

6. La entrada al parque de las leyendas por cada persona cuesta S/. $(x + 3)$. Si en total asistieron $(x^2 - 3x + 9)$ personas y recaudó S/. 1027, ¿Cuántas personas fueron al Parque de las Leyendas?

Resolución

Datos:

Precio de Entrada: $(x + 3)$ soles

Nº de asistentes: $(x^2 - 3x + 9)$

Recaudación total en soles:

$$(x + 3)(x^2 - 3x + 9) = 1\,027$$

Por suma de cubos:

$$x^3 + 27 = 1\,027$$

$$x^3 = 1\,000 \rightarrow x = 10$$

El Nº de Personas que fueron al parque:

$$\begin{aligned} x^2 - 3x + 9 &= (10)^2 - 3(10) + 9 \\ &= 100 - 30 + 9 \\ &= 79 \end{aligned}$$

Rpta: Fueron 79 personas al parque

7. Si: $a = 2\sqrt{2} - 1$, $b = 1 - \sqrt{2}$, $c = -\sqrt{2}$
 reduzca:

$$T = \left(\frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc} \right) \left(\frac{a^2 + b^2 + c^2}{ab + ac + bc} \right)$$

Resolución

Sumando a , b y c

$$a + b + c = 0$$

Por Identidades Condicionales en T

$$T = \left(\frac{\cancel{3abc}}{\cancel{abc}} \right) \left(\frac{-2(\cancel{ab + ac + bc})}{\cancel{ab + ac + bc}} \right)$$

$$T = (3)(-2)$$

$$T = -6$$

Recordar las Identidades Condicionales

$$\text{Si: } a + b + c = 0$$

$$a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = -2(ab + bc + ac)$$

Rpta: -6

8. Si $a + b + c = 0$, reduzca:

$$Q = \frac{(a+b)^3 + (b+c)^3 + (a+c)^3 + 18abc}{5abc}$$

Resolución

Del dato $a + b + c = 0$ despejando

$$\Rightarrow a + b = -c$$

$$\Rightarrow a + c = -b$$

$$\Rightarrow b + c = -a$$

Reemplazando en Q

$$Q = \frac{(-c)^3 + (-a)^3 + (-b)^3 + 18abc}{5abc}$$

$$Q = \frac{-c^3 - a^3 - b^3 + 18abc}{5abc}$$

$$Q = \frac{-(c^3 + a^3 + b^3) + 18abc}{5abc}$$

Aplicando Identidades Condicionales

$$Q = \frac{-(3abc) + 18abc}{5abc} = \frac{\overset{3}{\cancel{15abc}}}{\underset{1}{\cancel{5abc}}} = 3$$

Rpta: 3