GEOMETRÍA

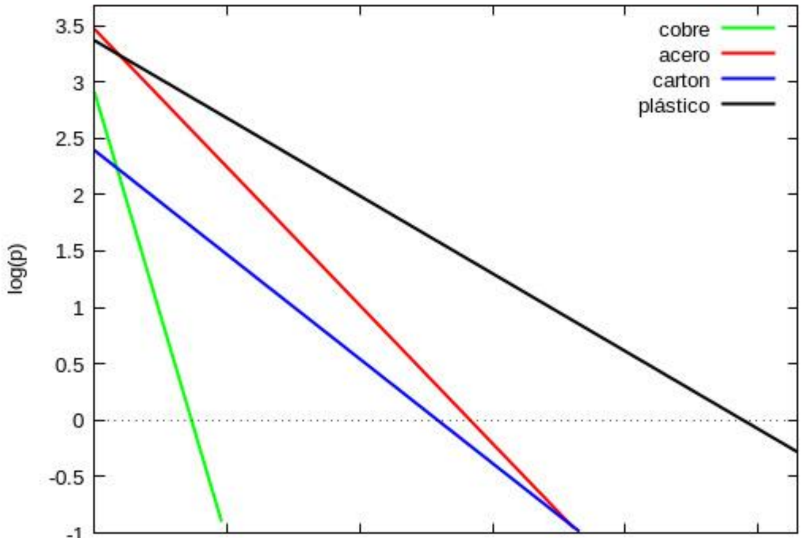
Capítulo 22

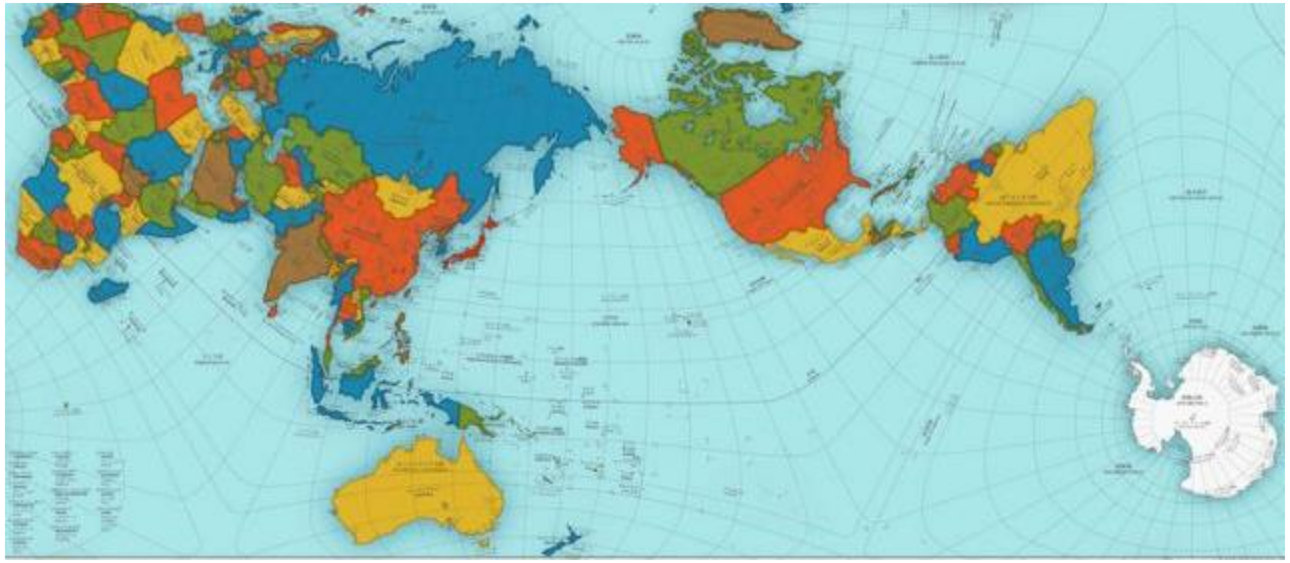
4th
SECONDARY

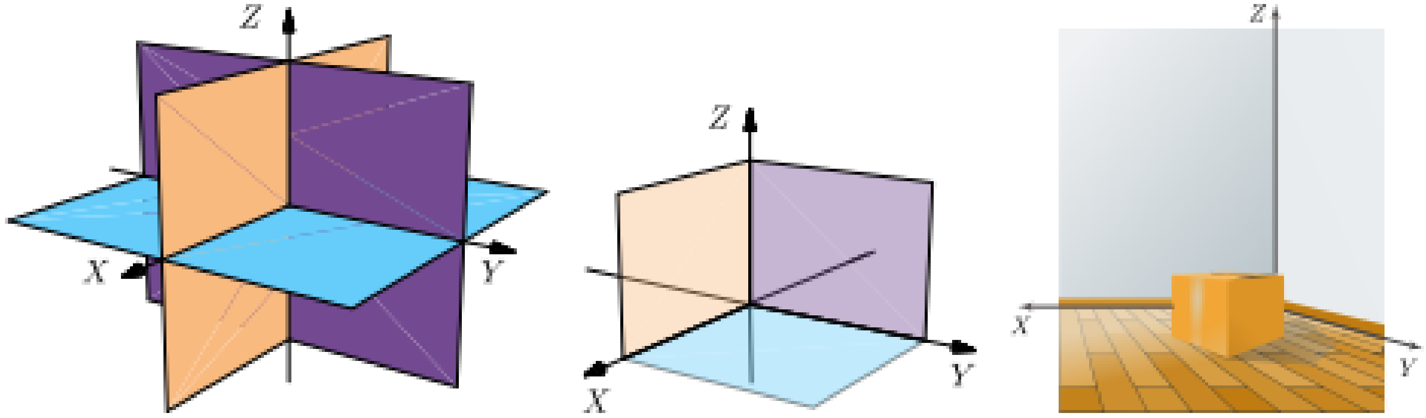
ECUACIÓN DE LA RECTA

SACO OLIVEROS

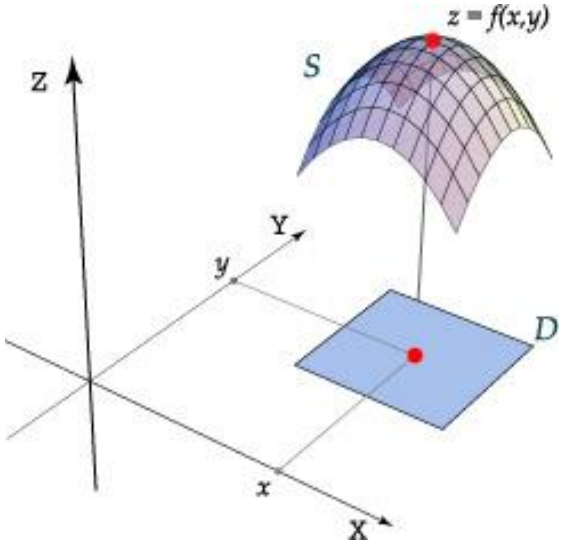
MOTIVATING | STRATEGY







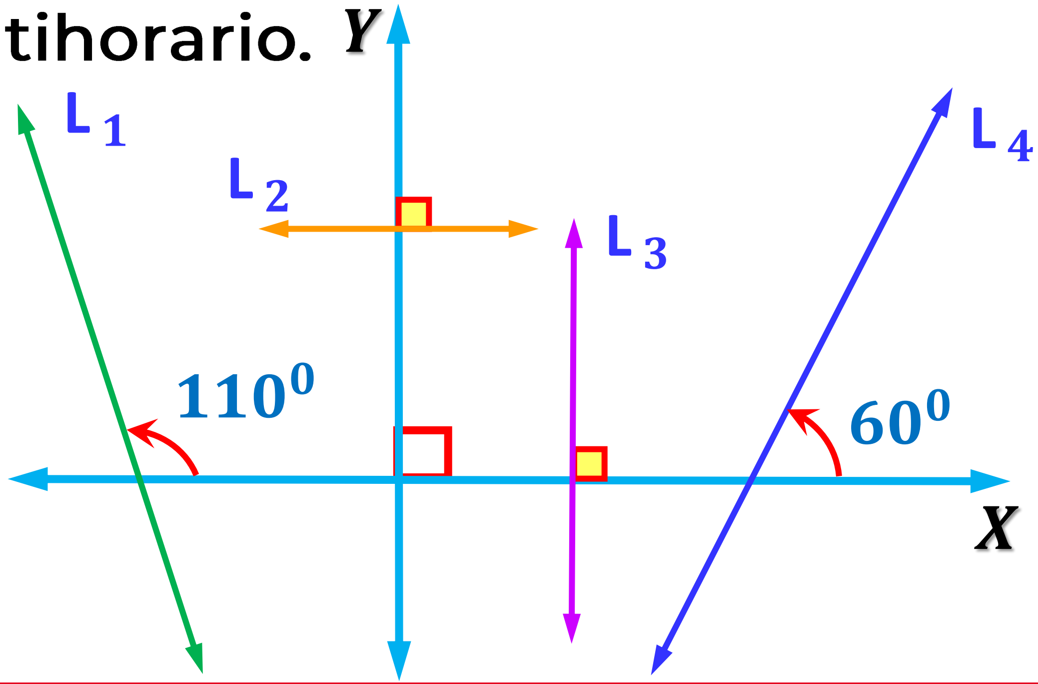
(a) Octantes (b) Primer octante (c) Habitación-primer octante



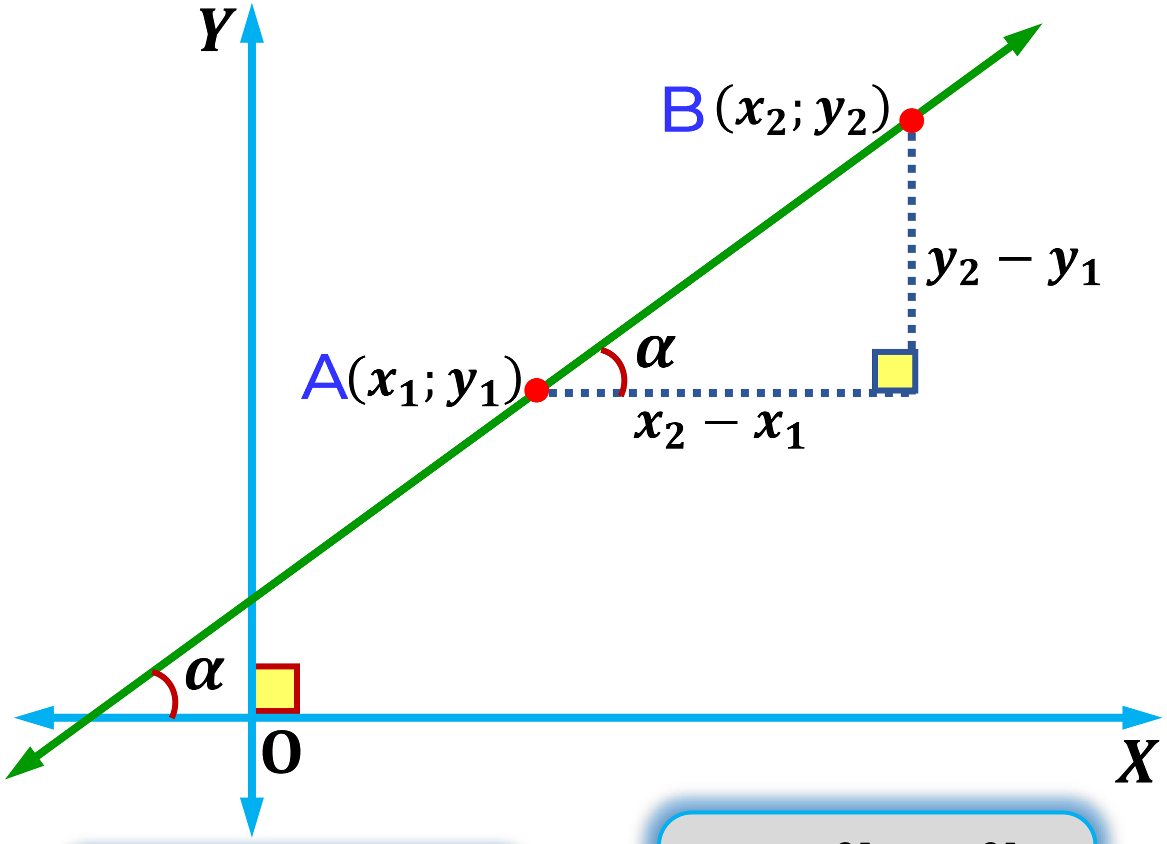
ECUACIÓN DE LA RECTA

ÁNGULO DE INCLINACIÓN DE UNA RECTA

Es el ángulo que determina la recta con el eje positivo de las abscisas y su valor se mide desde el eje X a la recta L en sentido antihorario.



PENDIENTE DE UNA RECTA (m)



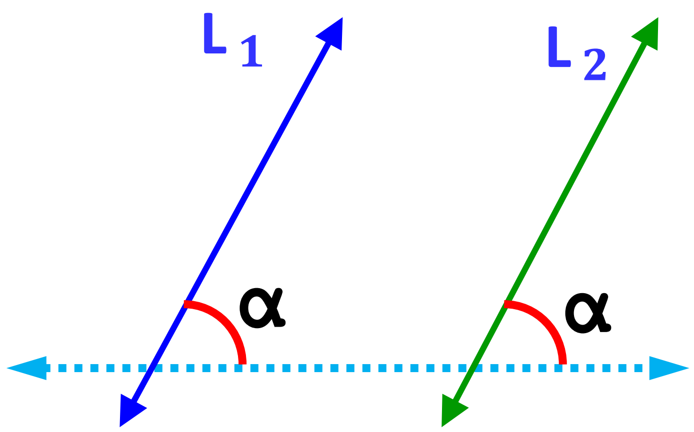
$$m = \tan \alpha$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

PARALELISMO Y PERPENDICULARIDAD

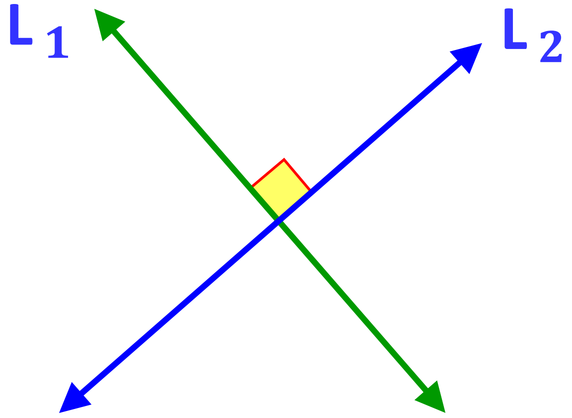
Sean dos rectas L_1 y L_2 con pendientes m_1 y m_2 respectivamente

Rectas paralelas



$m_1 = m_2$

Rectas perpendiculares

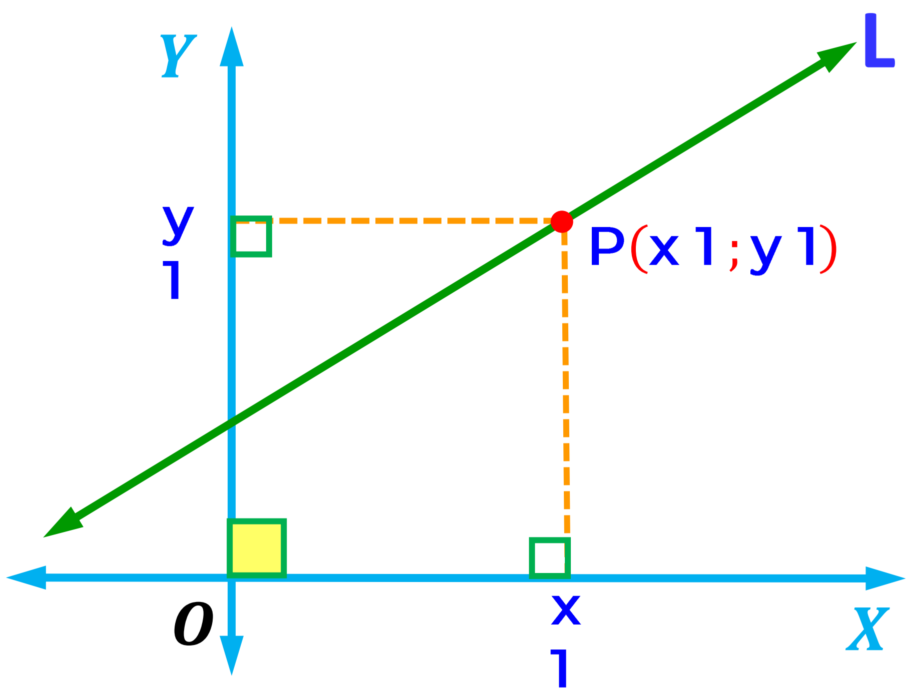


$m_1 \cdot m_2 = -1$

ECUACIÓN DE UNA RECTA

Es la representación algebraica de una recta en forma de ecuación de dos variables.

FORMA PUNTO-PENDIENTE



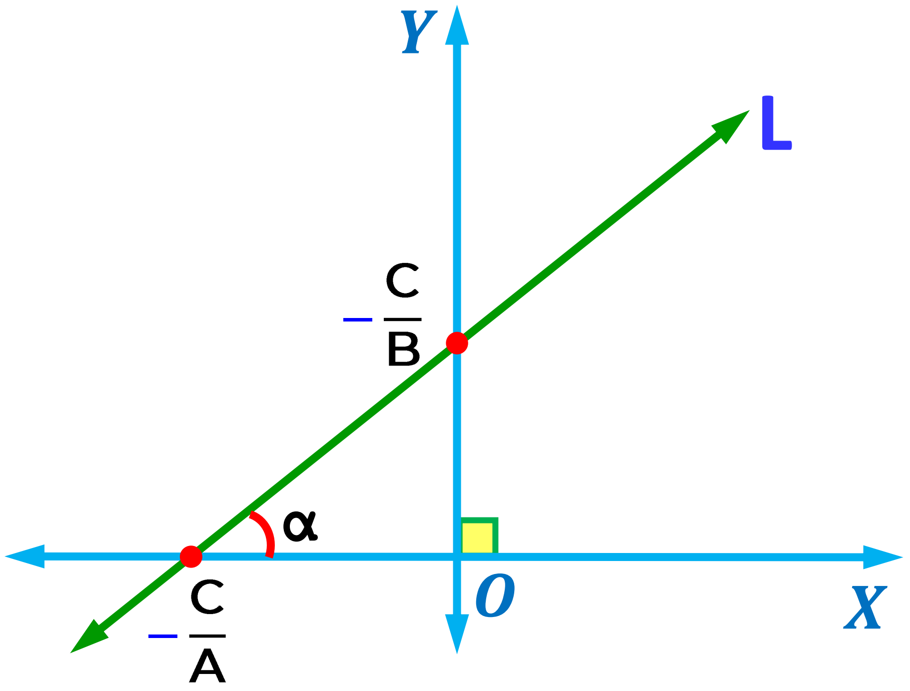
La recta L de pendiente m que pasa por el punto $P(x_1 ; y_1)$ tiene por ecuación:

$$L : y - y_1 = m(x - x_1)$$

FORMA GENERAL DE LA ECUACIÓN DE UNA RECTA

Es una ecuación de la siguiente forma:

$$\boxed{Ax + By + C = 0} \quad ; \quad A \times B \neq 0$$

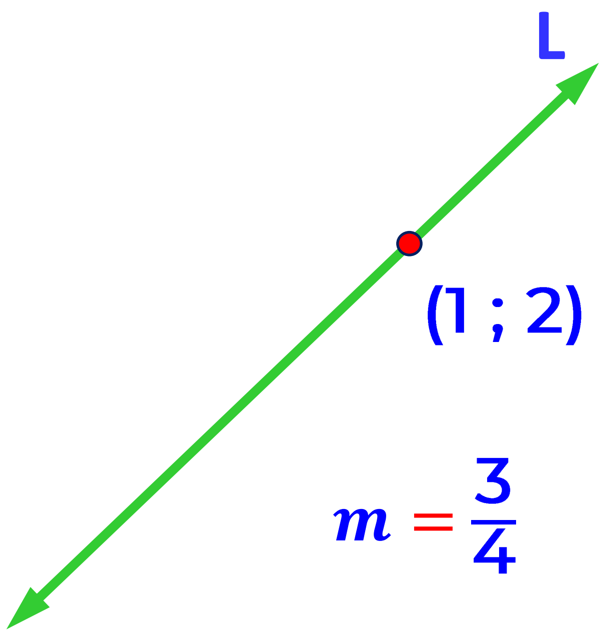


Pendiente

$$\boxed{m = \tan\alpha = -\frac{A}{B}}$$

1. La pendiente de una recta es $\frac{3}{4}$ y pasa por el punto A(1 ; 2). Halle su ecuación.

Resolución



$$m = \frac{3}{4}$$

Piden: La ecuación de la recta L

$$L : y - y_1 = m(x - x_1)$$

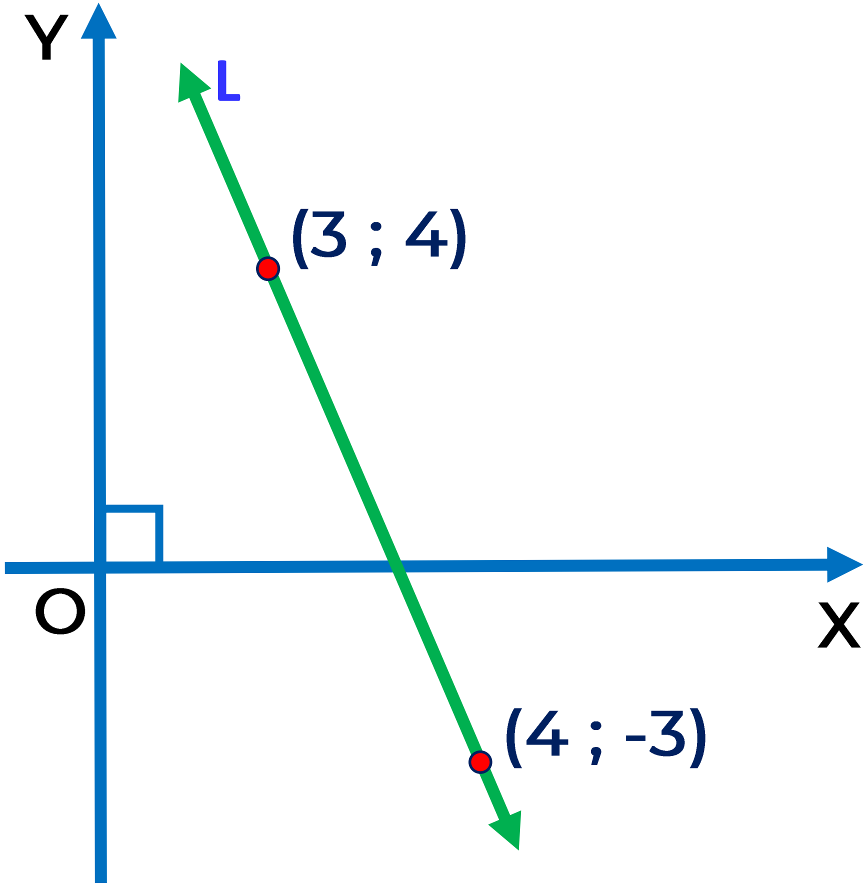
$$y - 2 = \frac{3}{4}(x - 1)$$

$$4y - 8 = 3x - 3$$

$$L : 3x - 4y + 5 = 0$$

2. Halle la ecuación de una recta que pasa por los puntos A(3 ; 4) y B(4 ; –3).

Resolución



- Piden la ecuación de la recta L
- Calculando la pendiente (m)

$$m = \frac{-3-4}{4-3} \Rightarrow m = -7$$

- Calculando la ecuación de la recta L

$$\boxed{L : y - y_1 = m(x - x_1)}$$

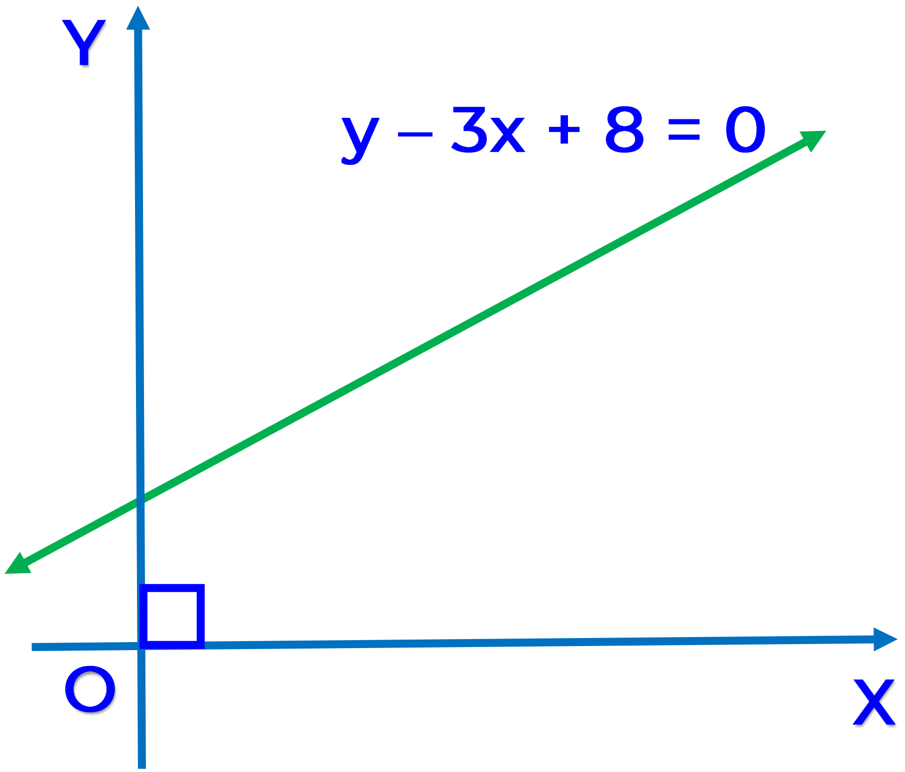
$$y - 4 = (-7)(x - 3)$$

$$y - 4 = -7x + 21$$

$$\boxed{L : 7x + y - 25 = 0}$$

3. Determine la pendiente de la recta cuya ecuación es $y - 3x + 8 = 0$

Resolución



- Piden m
- Expresando en forma general:

$$3x - y - 8 = 0$$

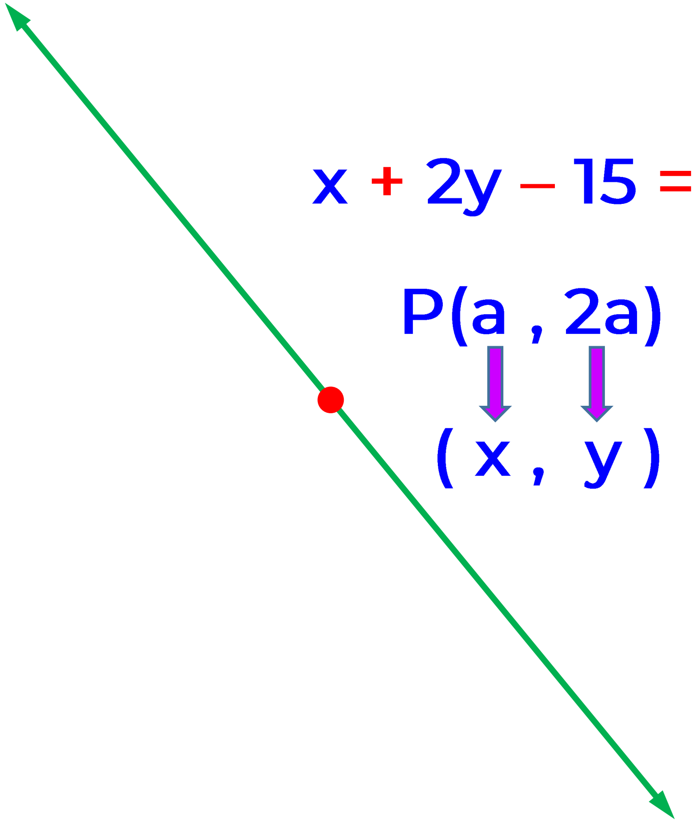
$$m = -\frac{A}{B}$$

$$m = -\frac{3}{(-1)}$$

$$\boxed{m = 3}$$

4. Si el punto P(a , 2a) pertenece a la recta cuya ecuación es $x + 2y - 15 = 0$, halle el valor de a.

Resolución



$$x + 2y - 15 = 0$$

$$P(a\ ,\ 2a) \quad\downarrow\quad (x\ ,\ y)$$

- Piden: a
- Reemplazando en la ecuación:

$$x + 2y - 15 = 0$$

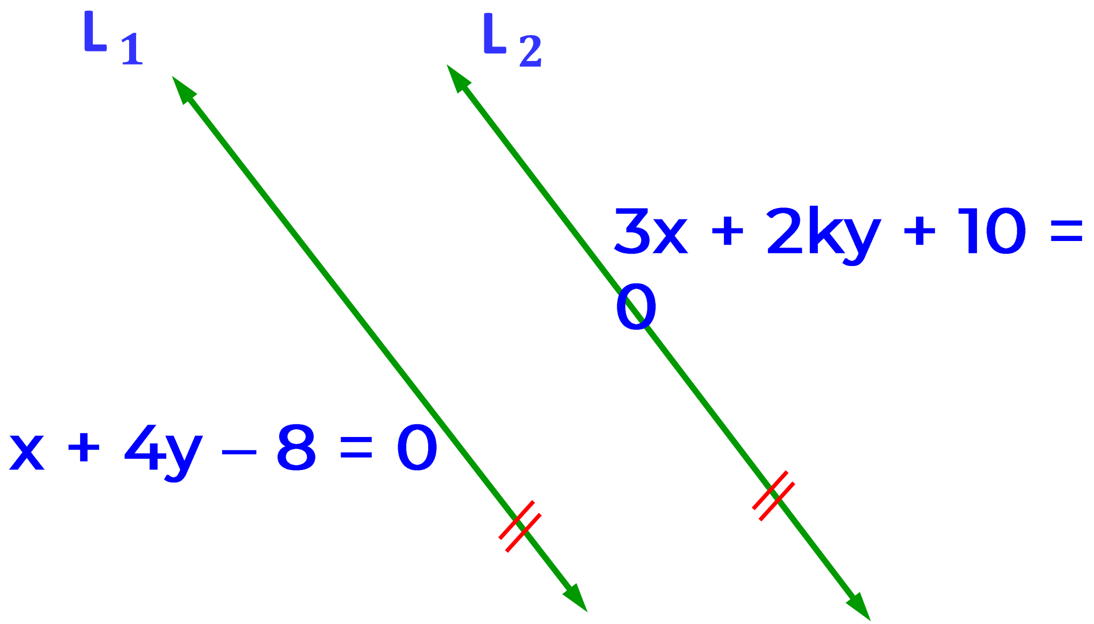
$$a + 2(2a) - 15 = 0$$

$$5a = 15$$

$$\boxed{a = 3}$$

5. Halle el valor de k para que las rectas cuyas ecuación son $x + 4y - 8 = 0 \quad \wedge \quad 3x + 2ky + 10 = 0$, sean paralelas.

Resolución



- Piden k
- Si dos rectas son paralelas se cumple:

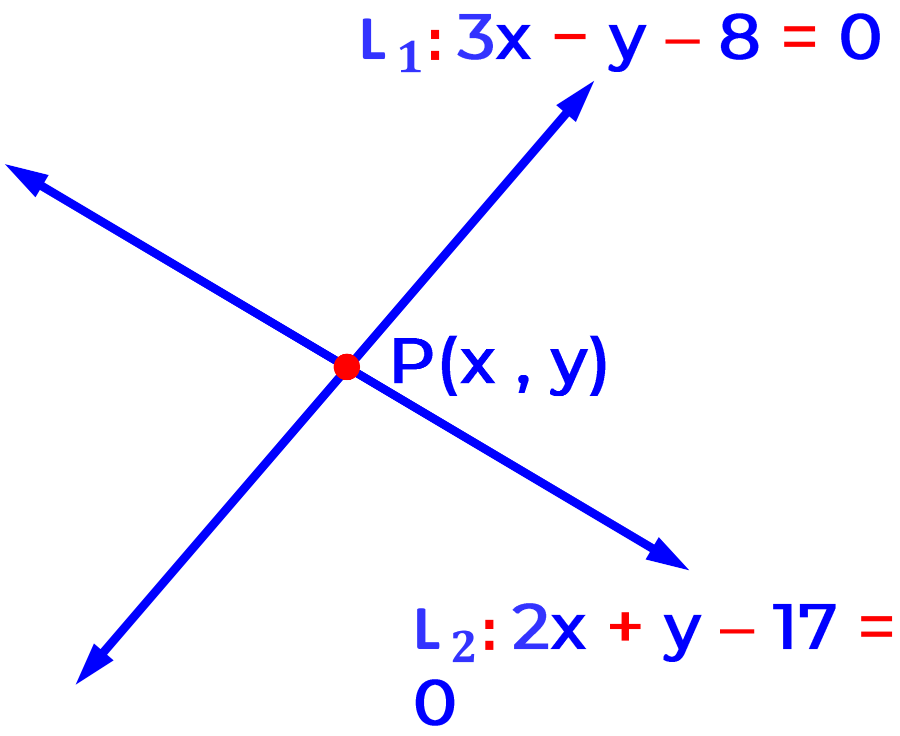
$$\boxed{m_1 = m_2}$$

$$-\frac{3}{\cancel{2}k} = -\frac{1}{\cancel{4}}$$

$$12 = 2k$$

$$\boxed{k = 6}$$

6. Del gráfico, determine las coordenadas del punto P



Resolución

- Piden: P(x ; y)
- Por sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} L_1 &: \quad 3x - y = 8 \\ L_2 &: \quad 2x + y = 17 \end{aligned} \quad \downarrow +$$

$$5x = 25$$

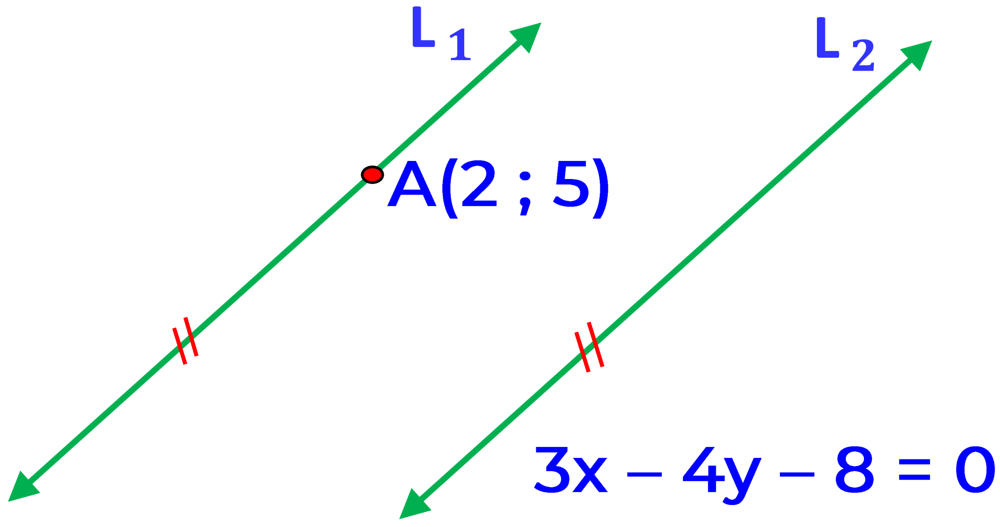
$$x = 25$$

$$y = 7$$

$$\boxed{P(5 ; 7)}$$

7. Halle la ecuación de la recta que pasa por el punto A(2 ; 5) y que es paralela a la recta de ecuación 3x – 4y – 8 = 0.

Resolución



$\boxed{m_1 = m_2}$

Piden la ecuación de la recta L_1

$L_2: 3x - 4y - 8 = 0 \Rightarrow m_2 = -\frac{3}{-4} = \frac{3}{4}$

$\boxed{m = -\frac{A}{B}}$

$m_1 = \frac{3}{4}$

Calculando la ecuación de la recta L_1

$\boxed{y - y_1 = m(x - x_1)} \Rightarrow y - 5 = \frac{3}{4}(x - 2)$

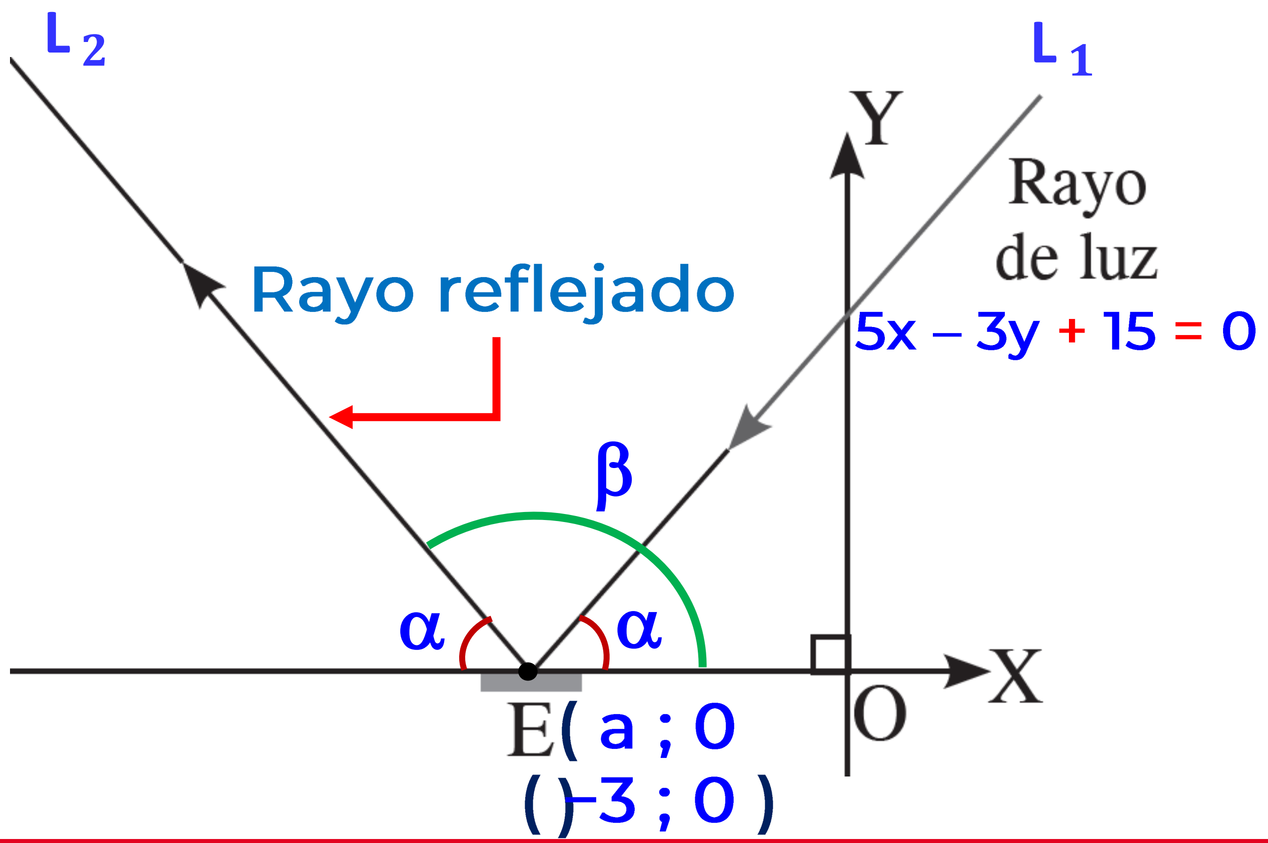
$4y - 20 = 3x - 6$

$\boxed{L_1 : 3x - 4y + 14 = 0}$

8. Un rayo de luz que sigue la dirección de una recta cuya ecuación es 5x – 3y + 15 = 0, incide en un espejo ubicado en el punto E. Halle la ecuación de la recta que sigue el rayo reflejado por el espejo.

Resolución

Piden la ecuación de $\overleftrightarrow{L_2}$



- Coordenada del punto E

$$5(a) - 3(0) + 15 = 0 \Rightarrow a = -3$$

- Calculando la pendiente de $\overleftrightarrow{L_1}$

$$m_1 = -\frac{5}{-3} = \frac{5}{3} = \tan\alpha$$

$$\Rightarrow m_2 = \tan\beta = -\tan\alpha = -\frac{5}{3}$$

- Calculando la ecuación de $\overleftrightarrow{L_2}$:

$$y - 0 = -\frac{5}{3}(x + 3) \qquad \boxed{y - y_1 = m(x - x_1)}$$

$$3y = -5x - 15$$

$$\boxed{L_2 : 5x + 3y + 15 = 0}$$