MATHEMATICAL REASONING

4th
SECONDARY

RETROALIMENTACIÓN TOMO VII

SACO OLIVEROS

MÁXIMOS Y MÍNIMOS

COLEGIOS

SACO OLIVEROS APEIRON

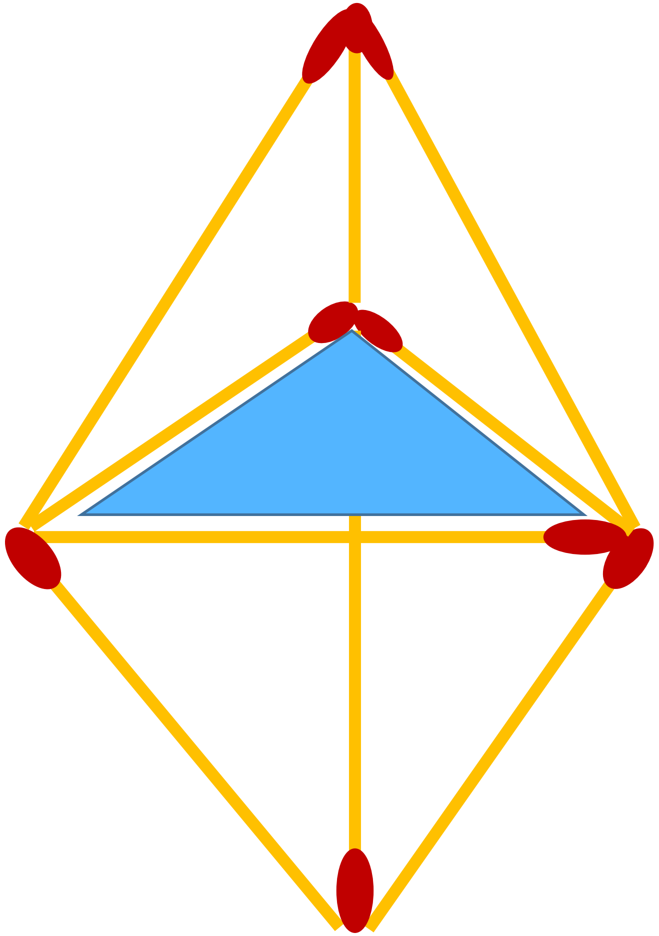
SISTEMA HELICOIDAL

PROBLEMA 1

¿Cuántos cerillos son necesarios para construir 7 triángulos equiláteros, de manera que cada lado del triángulo sea un cerillo completo y la cantidad de cerillos sea la mínima?

Resolución:

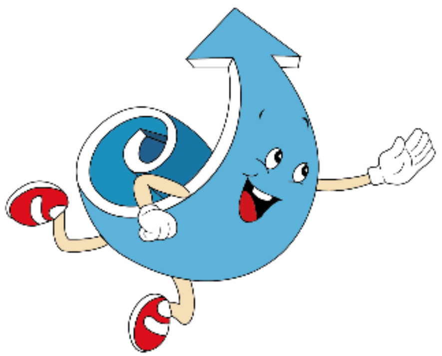
Ubicando los cerillos convenientemente



$\therefore$ 9 palitos

PROBLEMA 2

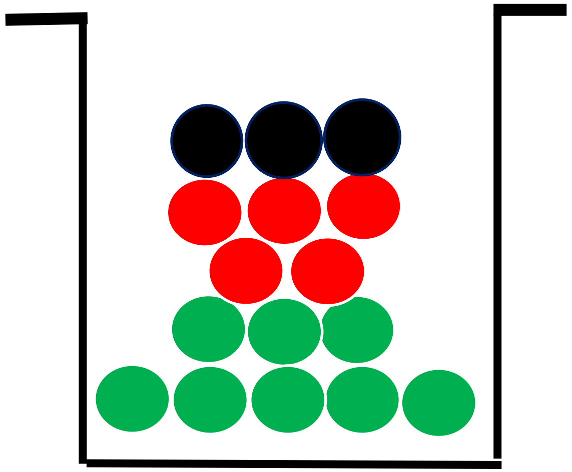
En una caja se tienen 3 canicas de color negro, 5 de color rojo y 8 de color verde. ¿Cuántas se tendrán que extraer al azar y como mínimo para tener la certeza de que haya dos de cada uno de los colores?



Resolución:

Se quiere obtener dos de cada uno de los colores.

Al extraer las 8 canicas de color verde y las 5 de color rojo ya se tendría dos de cada una de ellas, por lo tanto, solo se necesita extraer dos de color negro..



+

$8 + 5 + 2 = \underline{15}$

PROBLEMA 3

Calcule el máximo valor de M en:

$$M = \frac{40}{x^2 + 8x + 21}$$

NOTA:

Calculamos el mínimo valor de D completando cuadrados.

Resolución:

Para que M tenga el máximo valor el denominador $x^2 + 8x + 21$ debe ser mínimo :

Calculamos el mínimo valor del denominador(D)

$$D_{min} = \underbrace{x^2 + 2x(4) + (4)^2}_{} + 5$$

$$D_{min} = \underbrace{(x+4)^2}_{0} + 5$$

$$D_{min} = 5$$

PIDEN:

$$M_{max} = \frac{40}{5}$$

$$\therefore \; 8$$

PROBLEMA 4

Calcule el mínimo valor que puede asumir F en:

$$F = 3x^2 - 8x + 10$$

NOTA:

Calculamos el mínimo valor de F completando cuadrados.

Resolución:

$$F = 3x^2 - 8x + 10$$

Factorizamos el número 3

$$F = 3\left[x^2 - \frac{8}{3}x\right] + 10$$

$$F = 3\left[x^2 - 2x\left(\frac{4}{3}\right) + \left(\frac{4}{3}\right)^2 - \left(\frac{4}{3}\right)^2\right] + 10$$

$$F = 3\underbrace{\left[x^2 - 2x\left(\frac{4}{3}\right) + \left(\frac{4}{3}\right)^2\right]} - 3\left(\frac{4}{3}\right)^2 + 10$$

$$F_{min} = 3\underbrace{\left(x + \frac{4}{3}\right)}_{0}^2 - 3\left(\frac{16}{9}\right) + 10$$

$$F_{min} = -\frac{16}{3} + 10$$

$$\therefore \frac{14}{3}$$

ANÁLISIS COMBINATORIO I

COLEGIOS

SACO OLIVEROS APEIRON

SISTEMA HELICOIDAL

PROBLEMA 5

Ana propone a Beto ir de viaje juntos, Beto dice: “Podemos ir en camión o en ómnibus”. Ana dice: “Si pero también podemos ir en avión o en yate”. Si al lugar al que viajarán hay 5 rutas para el camión, 2 compañías aéreas, 3 yates y 3 carreteras para el ómnibus, de la compañía B y la compañía A, ¿de cuántas maneras distintas pueden llegar a su destino?

Obs.: Cada compañía aérea tiene un solo avión.

Resolución:

Según los datos:

POR TIERRA				POR AIRE		POR MAR
						
CAMION	O	OMNIBUS A O B	O	AVIÓN	O	YATES
5	+	3 + 3	+	2	+	3

$$Total = 5 + 3 + 3 + 3 + 2$$

$$Total = 16$$

$\therefore$ $\underline{\underline{16}}$

PROBLEMA 6

El grupo de estudios ALEPH realizará este 15 de diciembre sus elecciones internas para elegir a su junta directiva del próximo año 2021; presidente, vicepresidente, secretario y tesorero. Esta nueva junta directiva se elegirá de 8 candidatos finalistas. ¿De cuántas formas distintas se podrá elegir al presidente, vicepresidente, secretario y tesorero?

Resolución:

Candidatos finalistas: **8**

Presidente
8

Vicepresidente
7

Secretario
6

Tesorero
5

$$Total = 8 \times 7 \times 6 \times 5$$

$$Total = 1680$$

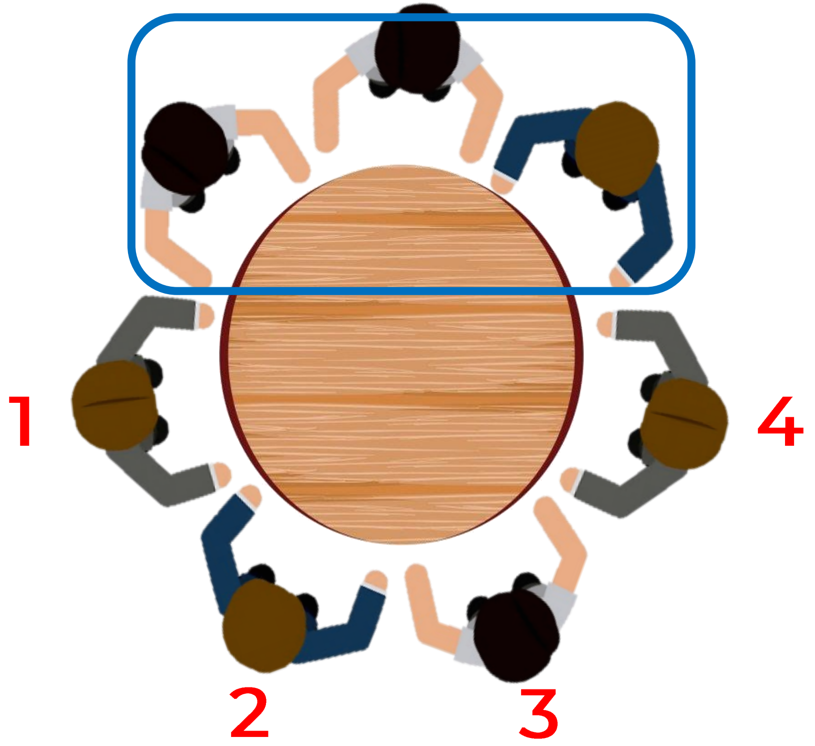
$\therefore$ $\underline{\underline{1680}}$

PROBLEMA 7

Después de mucho tiempo 7 amigos se reúnen en un restaurante. Por cuestión de espacio el mozo los ubica en una mesa circular . ¿De cuántas formas diferentes se podrán ubicar de esta mesa circular si Ana; Raúl y Marcos siempre se ubican juntos?

Resolución:

Siempre juntos 5



$$n = 5$$

$$\boxed{P_{C_n} = (n-1)!}$$

$$P_{total} = (5-1)! \times 3!$$

$$P_{total} = 4! \times 3!$$

$$P_{total} = 24 \times 6$$

$$P_{total} = 144$$

$\therefore$ 144

PROBLEMA 8

¿Cuántas palabras distintas que tengan sentido o no se pueden formar con todas las letras de la palabra COCOROCO?

Resolución:

$$\underbrace{\text{COCOROCO}}_{\text{8 letras}}$$

n = 8

Se repiten:

C $\longrightarrow$ 3 veces:

O $\longrightarrow$ 4 veces:

Recordemos:

$$\boxed{P^{n}_{r_1;r_2} = \frac{n!}{r_1! \times r_2!}}$$

$$P^{8}_{3;4} = \frac{8!}{3! \times 4!} \longrightarrow P^{8}_{3;4} = \frac{8 \times 7 \times \cancel{6} \times 5 \times \cancel{4!}}{\cancel{3!} \times \cancel{4!}}$$

$$P^{8}_{3;4} = 280$$

$\therefore$ $\underline{\underline{280}}$

ANÁLISIS COMBINATORIO II

COLEGIOS SACO OLIVEROS APEIRON
SISTEMA HELICOIDAL

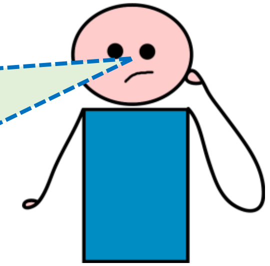
PROBLEMA 9

Tenemos 10 poemarios y solo vamos a leer cinco de ellos, incluyendo siempre Las imprecaciones, de Manuel Scorza. ¿De cuántas maneras diferentes podemos elegir los poemarios a leer?

Resolución:

POEMARIOS

Se elegirán 4 poemarios de los 5 que se quiere, porque uno de ellos ya está incluido (Las Imprecaciones)



$$N°de\ maneras\ diferentes = C_4^9 = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6}{4 \times 3 \times 2 \times 1}$$

$$\therefore\ N°\ de\ maneras\ diferentes = \underline{126}$$

PROBLEMA 10

En una reunión internacional de empresarios de distintos países, el primer día las 13 personas asistentes se saludan cordialmente estrechándose las manos. ¿Cuántos apretones de mano realizan dichos empresarios?

TOTAL: 13 personas

Resolución:

El saludo cordial de estrecharse las manos se realiza entre dos personas.

n = 13

k = 2

Por lo tanto:

$$C_2^{13} = \frac{13 \times 12}{2 \times 1}$$

$$C_2^{13} = \frac{156}{2} \longrightarrow C_2^{13} = 78$$

$\therefore$ 78

PROBLEMA 11

Un equipo de élite debe formarse con 2 comandos del ejército, 3 de la fuerza aérea y 3 de la marina. Si son elegibles 5 comandos del ejército, 6 de la marina y 6 de la fuerza aérea, ¿entre cuántos posibles equipos podría elegirse al equipo ideal?

Resolución:

Se quiere formar: *EQUIPO DE ÉLITE*

Son elegibles:

5 6 6

$$N°de\ equipos = C_2^5 \times C_3^6 \times C_3^6$$

$$N°de\ equipos = \frac{5!}{2! \cdot 3!} \times \frac{6!}{3! \cdot 3!} \times \frac{6!}{3! \cdot 3!}$$

$$\therefore\ N°de\ equipos = 10 \times 20 \times 20 = 4000$$

PROBLEMA 12

Con siete frutas distintas, ¿cuántos jugos surtidos, como máximo, podríamos preparar si siempre agregamos las frutas en una misma proporción?

Resolución:

Piden el n° máximo de jugos surtidos que se pueden preparar con 7 frutas.

El jugo surtido, mínimo debe tener 2 frutas.

$$N°de\ jugos = C_2^7 + C_3^7 + C_4^7 + C_5^7 + C_6^7 + C_7^7$$

$$N°de\ jugos = \frac{7!}{2!\cdot 5!} + \frac{7!}{3!\cdot 4!} + \frac{7!}{4!\cdot 3!} + \frac{7!}{5!\cdot 2!} + \frac{7!}{6!\cdot 1!} + \frac{7!}{7!\cdot 0!}$$

$$N°de\ jugos = 21 + 35 + 35 + 21 + 7 + 1$$

$$\therefore\ N°de\ jugos\ surtidos = \underline{120}$$

PROBLEMA 12

Con siete frutas distintas, ¿cuántos jugos surtidos, como máximo, podríamos preparar si siempre agregamos las frutas en una misma proporción?

Otra forma de resolver:

Piden el n° máximo de jugos surtidos que se pueden preparar con 7 frutas.

El jugo surtido, mínimo debe tener 2 frutas.

DE LA PROPIEDAD:

$$C_0^n + C_1^n + C_2^n + \cdots + C_n^n = 2^n$$

$$N°de\ jugos = 2^7 - 1 - 7$$

$$N°de\ jugos = 128 - 1 - 7$$

$$\therefore N°de\ jugos\ surtidos = \underline{\underline{120}}$$

¡Adiós!

¡Muchas Gracias!