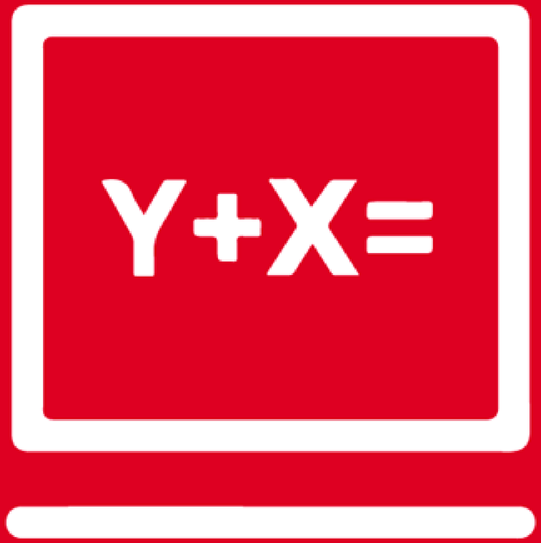
ARITHMETIC

Chapter 10



4th
SECONDARY

DIVISIBILIDAD II

SACO OLIVEROS

$M = 2746^{2746}$

$P = 6472^{6472}$

Halle el residuo de $(M \times P)$ entre 9

¿Que tan complicado puede ser calcular el residuo?

CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD

Es un conjunto de reglas, que aplicadas a las cifras de un numeral, permiten identificar si el número es múltiplo de cierto módulo o no, de ser el caso que no fuera múltiplo nos permite determinar el residuo de una manera directa y sencilla.

Sea $N = \overline{abcde} = \overline{abcd} \times 10 + e = \overline{abcd} \times 2 \times 5 + e$

Luego:

$N = \overset{\circ}{2} + e \Rightarrow N = \overset{\circ}{2} \leftrightarrow e = \overset{\circ}{2} \rightarrow e = \{0; 2; 4; 6; 8\}$

$N = \overset{\circ}{5} + e \Rightarrow N = \overset{\circ}{5} \leftrightarrow e = \overset{\circ}{5} \rightarrow e = \{0; 5\}$

Divisibilidad por 2^n	Divisibilidad por 5^n
※ $\overline{abcde}=\overset{\circ}{2} \rightarrow e=\overset{\circ}{2}$ $e=\{0; 2; 4; 6; 8\}$	※ $\overline{abcde}=\overset{\circ}{5} \rightarrow e=\overset{\circ}{5}$ $e=\{0; 5\}$
※ $\overline{abcde}=\overset{\circ}{4} \rightarrow \overset{x2\ x1}{\overline{de}}=\overset{\circ}{4}$ $2d+e=\overset{\circ}{4}$	※ $\overline{abcde}=\overset{\circ}{25} \rightarrow \overline{de}=\overset{\circ}{25}$ $\overline{de}=\{00; 25; 50; 75\}$
※ $\overline{abcde}=\overset{\circ}{8} \rightarrow \overset{x4x2\ x1}{\overline{cde}}=\overset{\circ}{8}$ $4c+2d+e=\overset{\circ}{8}$	※ $\overline{abcde}=\overset{\circ}{125} \rightarrow \overline{cde}=\overset{\circ}{125}$ $\overline{cde}=\{000; 125; 250; ...; 875\}$

Divisibilidad por 3 y 9

Sea $N = \overline{abcde} = a \times 10^4 + b \times 10^3 + c \times 10^2 + d \times 10 + e$

$$(\overset{\circ}{3}+1)^4 \quad (\overset{\circ}{3}+1)^3 \quad (\overset{\circ}{3}+1)^2 \quad (\overset{\circ}{3}+1)^1$$

$$(\overset{\circ}{9}+1)^4 \quad (\overset{\circ}{9}+1)^3 \quad (\overset{\circ}{9}+1)^2 \quad (\overset{\circ}{9}+1)^1$$

Luego :

$N = \overset{\circ}{3} + a + b + c + d + e$ ⇨

$N = \overset{\circ}{9} + a + b + c + d + e$ ⇨

$N = \overset{\circ}{3} \Leftrightarrow a + b + c + d + e + f = \overset{\circ}{3}$

$N = \overset{\circ}{9} \Leftrightarrow a + b + c + d + e + f = \overset{\circ}{9}$

Divisibilidad por 33 y 99

$\overline{abcdef} = \overset{\circ}{33} \text{ o } \overset{\circ}{99} \Leftrightarrow \overline{ab} + \overline{cd} + \overline{ef} = \overset{\circ}{33} \text{ o } \overset{\circ}{99}$

Divisibilidad por 11

$$\overset{-\,+\,-\,+\,-\,+}{\overline{abcdef}} = \overset{\circ}{11}$$

$$-a+b-c+d-e+f=\overset{\circ}{11}$$

Divisibilidad por 7

$$\overset{\times 2\,\times 3\,\times 1\,\times 2\,\times 3\,\times 1}{\overline{abcdef}} = \overset{\circ}{7}$$

$$-2a-3b-c+2d+3e+f=\overset{\circ}{7}$$

Divisibilidad por 13

$$\overset{\times 4\,\times 3\,\times 1\,\times 4\,\times 3\,\times 1}{\overline{abcdef}} = \overset{\circ}{13}$$

$$4a+3b-c-4d-3e+f=\overset{\circ}{13}$$

1. Calcule el producto de todos los valores que puede tomar a si $\overline{25a3a1} = \overset{\circ}{3}$.

RESOLUCIÓN

Criterio por 3

$$2 + 5 + a + 3 + a + 1 = \overset{\circ}{3}$$

$$11 + 2a = \overset{\circ}{3}$$

$$\cancel{2} + \cancel{2}a = \overset{\circ}{3}$$

$$1 + a = \overset{\circ}{3}$$

$$a = 2 ; 5 ; 8$$

$$\therefore 2 \times 5 \times 8 = \boxed{80}$$

2. Si $\overline{2a044}$ es divisible por 7, halle el valor de $E = a^2+1$

RESOLUCIÓN

$$\begin{array}{ccccc} & - & & + & \\ \times 3 & \times 1 & \times 2 & \times 3 & \times 1 \end{array}$$

$$\overline{2a044} = \overset{\circ}{7}$$

$$-6 - a + 0 + 12 + 4 = \overset{\circ}{7}$$

$$10 - a = \overset{\circ}{7}$$

$$a = 3$$

$$\therefore \quad E = a^2 + 1 = 3^2 + 1 = \boxed{10}$$

3. Si $\overline{24a37b}$ es divisible por 72, calcule a·b.

RESOLUCIÓN

$$\overline{24a37b} = \overset{\circ}{72} = \begin{cases} \overset{\circ}{8} \\ \overset{\circ}{9} \end{cases}$$

Criterio por 8

$$\overline{\overset{\times 4}{3}\overset{\times 2}{7}\overset{\times 1}{b}} = \overset{\circ}{8}$$

$$12 + 14 + b = \overset{\circ}{8}$$

$$24 + 2 + b = \overset{\circ}{8}$$

$$2 + b = \overset{\circ}{8}$$

$$\boxed{b = 6}$$

Criterio por 9

$$2 + 4 + a + 3 + 7 + 6 = \overset{\circ}{9}$$

$$22 + a = \overset{\circ}{9}$$

$$4 + a = \overset{\circ}{9}$$

$$\boxed{a = 5}$$

$$\therefore\ a \times b = \boxed{30}$$

4. Calcule la suma de todos los números de la forma $\overline{3a3b}$ que son divisibles por 36.

RESOLUCIÓN

Criterio por 4

$$\overline{3a3b} = \overset{\circ}{36} \begin{cases} \nearrow \overset{\circ}{4} \\ \searrow \overset{\circ}{9} \end{cases}$$

$$\overset{\times 2 \times 1}{\overline{3b}} = \overset{\circ}{4}$$

$$6 + b = \overset{\circ}{4}$$

$$b = 2;\ 6$$

Criterio por 9

$b = 2 \Rightarrow 3 + a + 3 + 2 = \overset{\circ}{9}$

$$8 + a = \overset{\circ}{9}$$

$$a = 1$$

$$\overline{3a3b} = 3132$$

$b = 6 \Rightarrow 3 + a + 3 + 6 = \overset{\circ}{9}$

$$3 + a = \overset{\circ}{9}$$

$$a = 6$$

$$\overline{3a3b} = 3636$$

$$\therefore\ 3132 + 3636 = \boxed{6768}$$

5. Calcule m + n + p si el número $\overline{4m13np} = \overset{\circ}{1125}$.

RESOLUCIÓN

$$\overline{4m13np} = \overset{\circ}{1125} \begin{cases} \overset{\circ}{125} \\ \overset{\circ}{9} \end{cases}$$

★ **Criterio por 125**

$$\overline{3np} = \overset{\circ}{125}$$

$$\underset{75}{\underbrace{np}}$$

★ **Criterio por 9**

$$\overline{4m13np} = \overset{\circ}{9}$$

$$4 + m + 1 + 3 + 7 + 5 = \overset{\circ}{9}$$

$$20 + m = \overset{\circ}{9}$$

$$m = 7$$

Piden :

$$m + n + p$$

$$7 + 7 + 5$$

$$= \boxed{19}$$

6. ¿Cuántos capicúas de cuatro cifras son múltiplos de 7?

RESOLUCIÓN

Sea el numeral capicúa : $\overline{abba} = \overset{\circ}{7}$

★ **Criterio por 7**

$$\overline{abba} = \overset{\circ}{7}$$

x1 x3 x2 x1

$-\quad +$

$$a + 2b + 3b - a = \overset{\circ}{7}$$

$$5b = \overset{\circ}{7}$$

$$b = \underbrace{\{0\,;\,7\}}_{\text{2 valores}} \wedge a = \underbrace{\{1\,;\,2\,;\,3\,;\,...\,;\,9\}}_{\text{9 valores}}$$

$$\therefore \quad 2 \times 9 = \boxed{\text{18 capicúas}}$$

7. Sabiendo que $\overline{4abb27c} = 792$, halle el valor de:

$F = a^2+b^2+c^2$

RESOLUCIÓN

$$\overline{4abb27c} = \overset{\circ}{792} \begin{cases} \overset{\circ}{8} \\ \overset{\circ}{9} \\ \overset{\circ}{11} \end{cases}$$

Criterio por 9

$$\overline{4abb27c} = \overset{\circ}{9}$$

$$4+1+b+b+2+7+2 = \overset{\circ}{9}$$

$$2\underset{\downarrow}{\underset{1}{b}}+16 = \overset{\circ}{9}$$

Criterio por 8

$$\overline{27c} = \overset{\circ}{8}$$

x4 x2 x1

$$c+14+8 = \overset{\circ}{8}$$

$$\underset{\downarrow}{\underset{2}{c}}+22 = \overset{\circ}{8}$$

Criterio por 11

$$\overline{4abb27c} = \overset{\circ}{11}$$

$+ - + - + - +$

$$2-7+2-b+b-a+4 = \overset{\circ}{11}$$

$$1-\underset{\downarrow}{\underset{1}{a}} = \overset{\circ}{11}$$

Piden : $F = a^2+b^2+c^2$

$$1^2+1^2+2^2$$

$$= \boxed{6}$$

8. Álex, estudiante del colegio Apeirón, fue atropellado por un auto que se dio a la fuga; Álex fue conducido al hospital y aseguró que el número de la placa del auto que lo embistió era de 4 cifras que sumadas dan 26, donde las tres últimas cifras cumplen las siguientes condiciones:

- Forman un número divisible por 9
- La decena con la centena forman un número múltiplo de 5
- La centena con la decena forman un número múltiplo de 8

Determine el número de la placa.

RESOLUCIÓN

Sea el numeral : $\overline{abcd}$

★ $\overline{bcd} = \overset{\circ}{9}$

$b + c + d = \overset{\circ}{9}$

$b \downarrow 5$, $c \downarrow 6$

$11 + d = \overset{\circ}{9}$

$d = 7$

★ $\overline{cb} = \overset{\circ}{5}$

$b = 5$

★ $\overline{bc} = \overset{\circ}{8}$

$c = 6$

Del dato:

$a + b + c + d = 26$

$a + 5 + 6 + 7 = 26$

$a = 8$

Piden : $\overline{abcd} = \boxed{8567}$