MATHEMATICAL REASONING

Chapter 19

4th

SECONDARY

MÁXIMOS Y MÍNIMOS

SACO OLIVEROS

HELICO MOTIVATION

❑ ¡SABIAS QUE!

El **puente Hong Kong-Zhuhai-Macao** consta de una serie de puentes y túneles de 55 km que conectan Hong Kong con Macao y Zhuhai, las tres ciudades principales del de China. La longitud total del puente y el túnel es de unos 55 km. El puente principal mide unos 30 km y el túnel mide 6,7 km, para permitir el paso de las embarcaciones.

HELICO THEORY

MÁXIMOS Y MÍNIMOS

SITUACIONES LÓGICAS CREATIVAS

- ❑ PROBLEMAS CON PALITOS
- ❑ PROBLEMAS CON FICHAS Y/O MONEDAS
- ❑ PARENTESCOS
- ❑ CERTEZAS
- ❑ OTROS

PROBLEMAS APLICATIVOS

- ❑ SITUACIONES ALGEBRÁICAS
- ❑ SITUACIONES ARITMÉTICAS

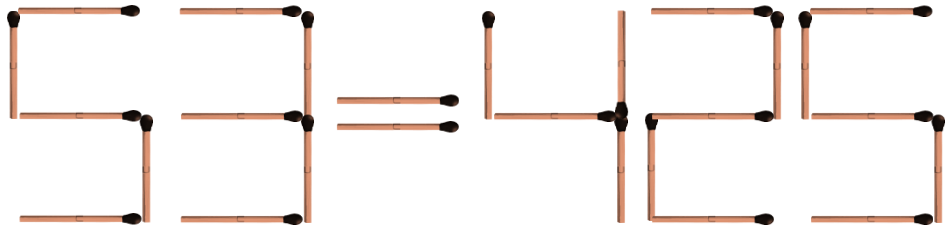
HELICO THEORY

MÁXIMOS Y MÍNIMOS

SITUACIONES LÓGICAS CREATIVAS

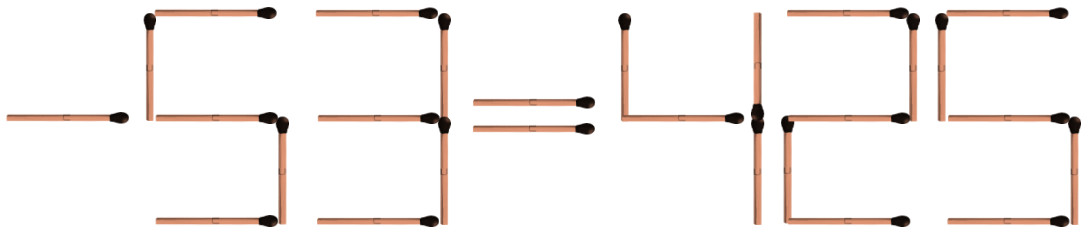
Ejemplo 1:

En la igualdad mostrada, para que se verifique deben moverse x cerillos, como mínimo. ¿Cuál es el valor de x?



Resolución:

Piden el valor de x.



$\therefore \quad \boldsymbol{x = 3}$

HELICO THEORY

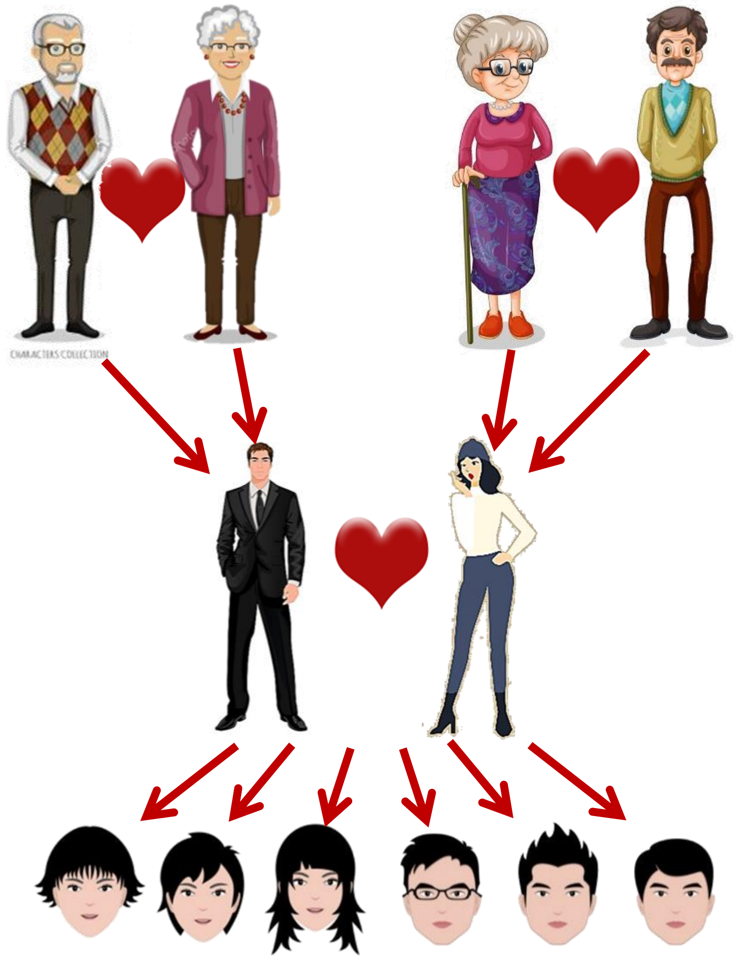
SITUACIONES LÓGICAS CREATIVAS

Ejemplo 2:

Dos abuelas, 2 abuelos, 3 padres, 3 madres, 2 suegras, 2 suegros, 4 hijas, 4 hijos, 1 yerno, 1 nuera, 3 hermanas y 3 hermanos consumieron en una cena familiar 3 aceitunas cada uno. ¿Cuántas aceitunas se consumieron como mínimo en esta reunión familiar?

Resolución:

De los datos:



Como cada uno come 3 aceitunas,

$$12 \times 3 = 36$$

$\therefore$ 36

HELICO THEORY

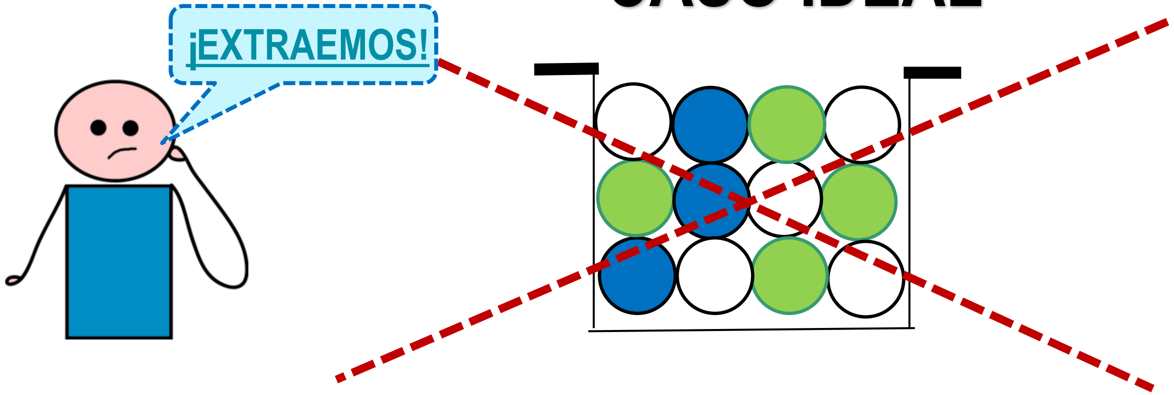
CERTEZAS

APLICACIÓN:

Se tiene una bolsa con canicas; en donde hay 5 canicas blancas, 3 azules y 4 verdes. ¿Cuántas canicas, como mínimo, se tendrán que extraer al azar para tener la certeza de haber extraído una canica blanca?

RESOLUCIÓN:

CASO IDEAL



Si al sacar la primera canica ésta es blanca, ya se tendría lo pedido en la primera extracción, pero eso no siempre ocurrirá pues se trata de una casualidad y buena suerte (en el mejor de los casos).

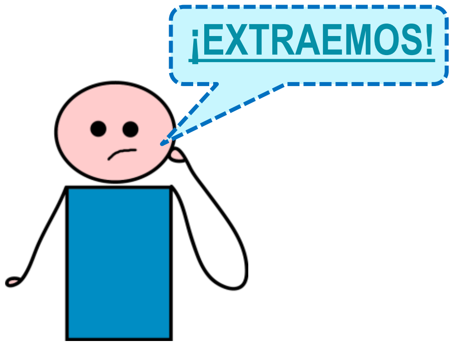
HELICO THEORY

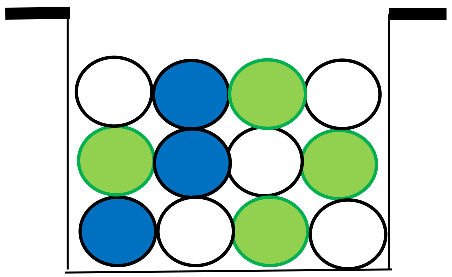
APLICACIÓN

Se tiene una bolsa con canicas; en donde hay 5 canicas blancas, 3 azules y 4 verdes. ¿Cuántas canicas, como mínimo, se tendrán que extraer al azar para tener la certeza de haber extraído una canica blanca?

RESOLUCIÓN:

Como ya fueron extraídas las canicas que no son de color blanco, al extraer una más, necesariamente será del color pedido (blanco).





$$\underbrace{\qquad\qquad}_{\text{Peor de los casos}} + \qquad = \underline{\underline{8}}$$

HELICO THEORY

MÁXIMOS Y MÍNIMOS

SITUACIONES ALGEBRÁICAS

- COMPLETANDO CUADRADOS

Se sabe que:

$$x^2 \geq 0; \quad x \in \mathbb{R}$$

$$x_{min} = 0$$

Para maximizar o minimizar una expresión cuadrática la idea es completar cuadrados

Ejemplo 1

Calcule el mínimo valor de

$$M = x^2 + 6x + 15; \quad x \in \mathbb{R}$$

Resolución:

$$M_{min} = \underbrace{x^2 + 2x(3) + (3)^2} + (6)$$

$$M_{min} = \underbrace{(x+3)^2}_{0} + 6$$

$$M_{min} = 6$$

HELICO THEORY

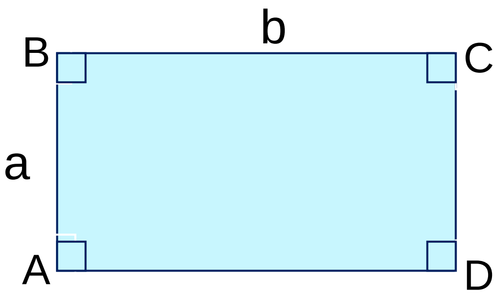
MÁXIMOS Y MÍNIMOS

❑ SITUACIONES ARITMÉTICAS

Ejemplo:

El perímetro de un rectángulo es 36m. Halle el área máxima de dicha región rectangular.

Resolución:



Perímetro $= 2a + 2b = 36$

$\rightarrow \quad a + b = 18$

Piden el área máxima, es decir

$$ab \Rightarrow Máximo$$

Algunos valores de ab serían:

$$1 \times 17 = 17$$
$$2 \times 16 = 32$$
$$3 \times 15 = 45$$
$$\vdots \qquad \vdots$$
$$9 \times 9 = 81$$

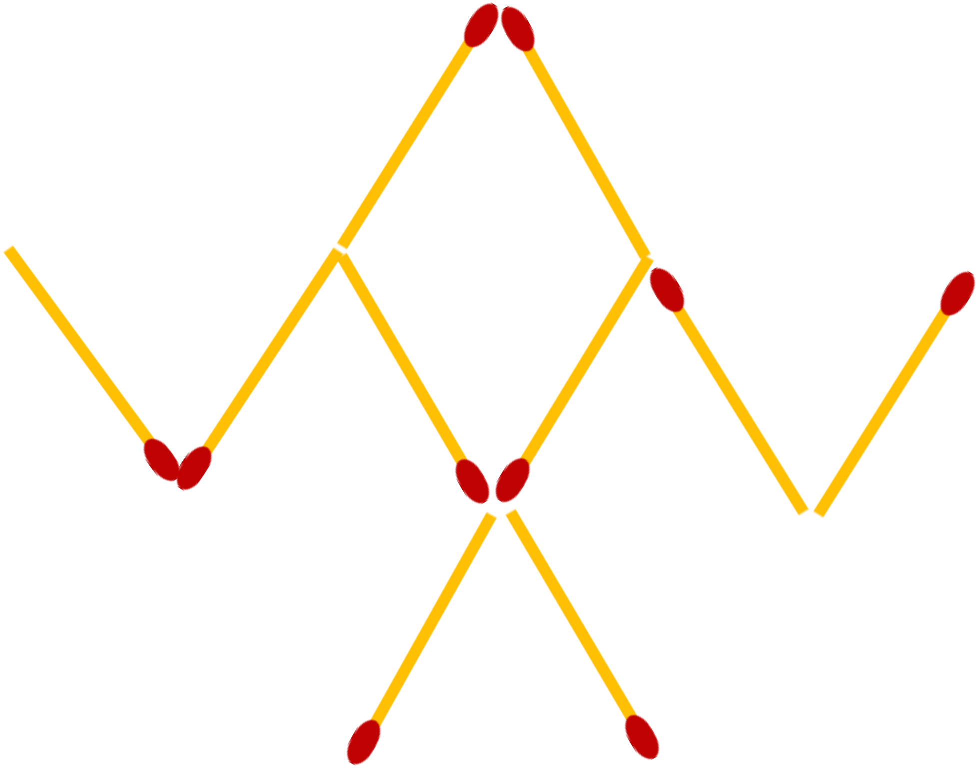
El máximo valor de un producto conociendo la suma constante de dichos valores, se obtiene cuando los números son iguales.

$$\rightarrow \quad A_{máxima} = 81u^2$$

HELICO PRACTICE

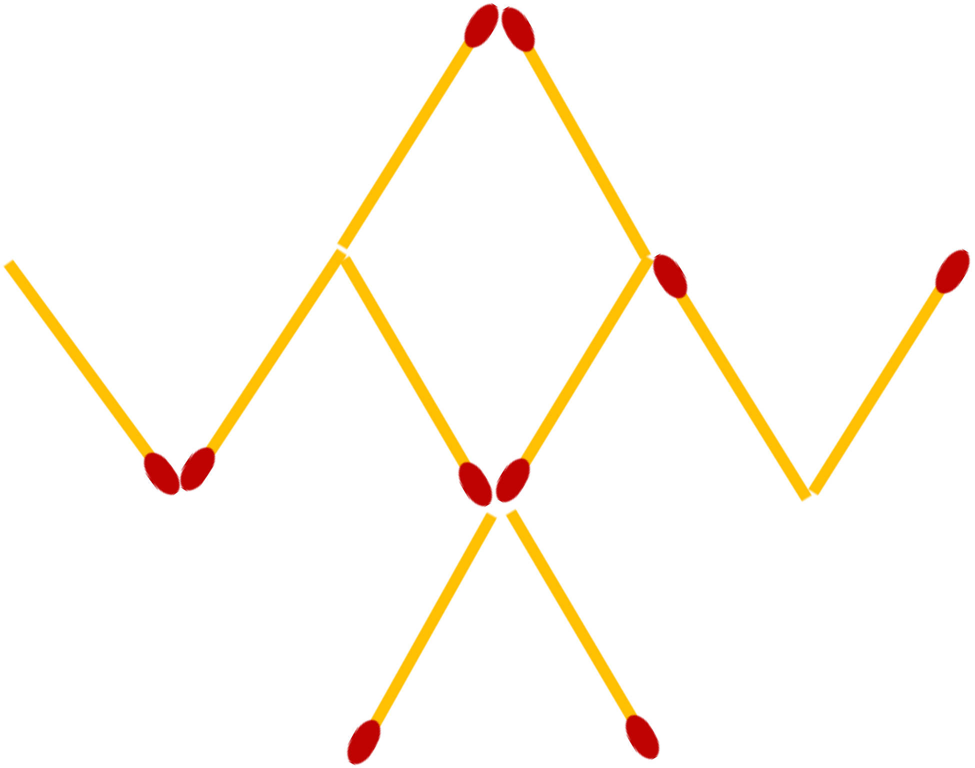
PROBLEMA 1

¿Cuántos palitos hay que cambiar de posición como mínimo para que la figura quede en sentido contrario?



Resolución:

Ubicando los cerillos convenientemente



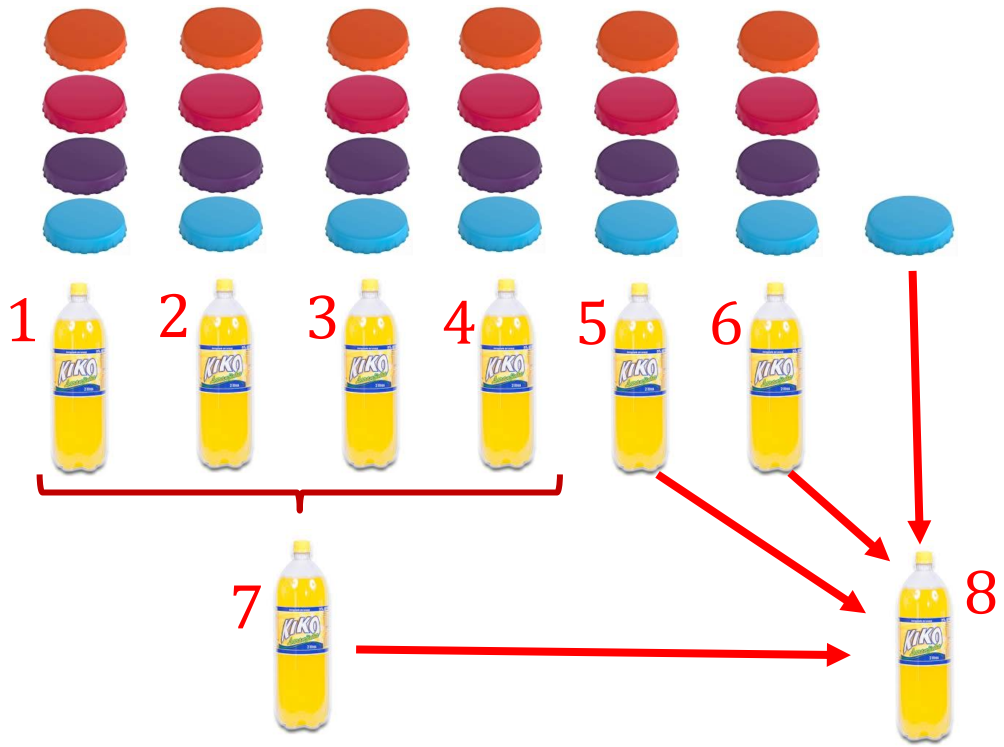
∴ $3\ palitos$

PROBLEMA 2

Si con 4 tapitas de Kiko (gaseosa de medio litro) puedo canjear una llena, ¿Cuántas canjearía como máximo con 25 tapitas

Resolución:

Con 4 tapitas de canjeamos una llena.



RECORDEMOS:

Cada botella canjeada nos brinda 1 tapa

$\therefore$ $8\ botellas$

PROBLEMA 3

Rosmery es una confeccionista de camisas del centro comercial Gamarra. Ella hizo un estudio de mercado y su precio de costo de producción por camisa esta definido por

$$P = -x^2 + 8x + 24$$

¿Cuál es el maximo costo de producción para una camisa?

NOTA:

Calculamos el máximo valor de P completando cuadrados.

Resolución:

$$P = -x^2 + 8x + 24$$

Factorizamos el valor negativo

$$P = -(x^2 - 8x) + 24$$

$$P_{max} = -(\underbrace{x^2 - 2x(4) + (4)^2}) - (4)^2) + 24$$

$$P_{max} = -((x-4)^2 - 4^2) + 24$$

$$P_{max} = -\underbrace{(x-4)^2}_{0} + 16 + 24$$

$$P_{max} = 16 + 24$$

$$\therefore \quad 40$$

PROBLEMA 4

Calcule el mínimo valor de A

$$A = \sqrt{2x^2 - 8x + 33}$$

NOTA:
Calculamos el mínimo valor de R completando cuadrados.

Resolución:

$$A = \sqrt{\underbrace{2x^2 - 8x + 33}_{R}}$$

Hallamos el valor mínimo de R

$$R = 2x^2 - 8x + 33$$

Factorizamos el número 2

$$R_{min} = 2(x^2 - 4x) + 33$$

$$R_{min} = 2(\underbrace{x^2 - 2x(2) + (2)^2}_{} - (2)^2) + 33$$

$$R_{min} = 2((x-2)^2 - 4) + 33$$

$$R_{min} = 2\underbrace{(x-2)}_{0}{}^2 - 8 + 33$$

$$R_{min} = 25$$

Piden:

$$A_{min} = \sqrt{25}$$

$\therefore$ 5

OTRA FORMA:

Calcule el mínimo valor de A

$$A = \sqrt{2x^2 - 8x + 33}$$

NOTA:
Calculamos el mínimo valor de A completando cuadrados.

Resolución:

$$A = \sqrt{2x^2 - 8x + 33}$$

$$A = \sqrt{2x^2 - 8x + 8 + 25}$$

Factorizamos el número 2

$$A_{min} = \sqrt{2(x^2 - 4x + 4) + 25}$$

$$A_{min} = \sqrt{2\underbrace{(x - 2)^2}_{0} + 25}$$

$$A_{min} = \sqrt{2(0) + 25}$$

$$A_{min} = \sqrt{25}$$

$\therefore$ $\underline{\underline{5}}$

PROBLEMA 5

Calcule la suma del mínimo valor y el máximo valor entero que puede tomar x

$$-16 < 2x + 6 \leq 26$$

Resolución:

$$-16 < 2x + 6 \leq 26$$

Para su mínimo valor:

$$-16 < 2x + 6$$
$$-22 < 2x$$
$$-11 < x$$
$$x_{min} = -10$$

Para su máximo valor:

$$2x + 6 \leq 26$$
$$2x \leq 20$$
$$x \leq 10$$
$$x_{max} = 10$$

Piden:

$$x_{min} + x_{max}$$
$$-10 + 10 = 0$$

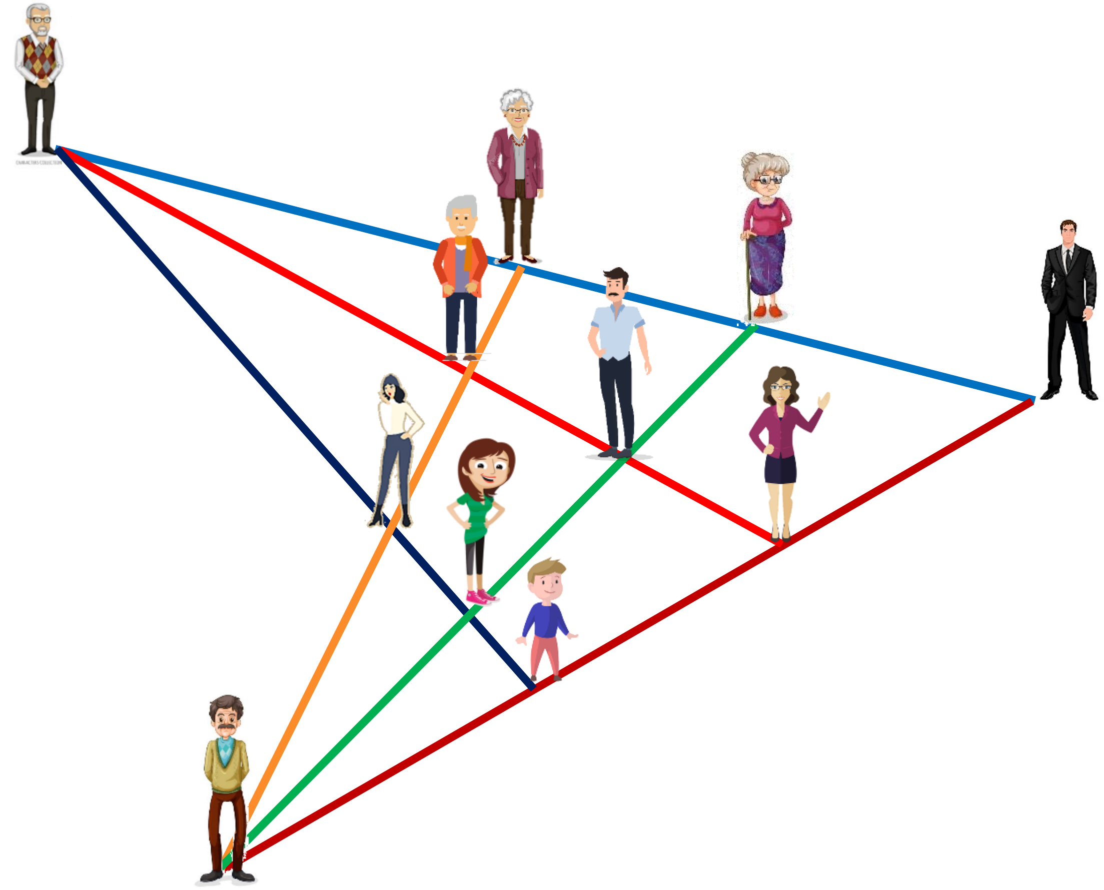
$$\therefore \ 0$$

PROBLEMA 6

¿Cuántas personas se necesitan como mínimo para poder formar 6 filas o alineaciones de 4 personas cada fila?

Resolución:

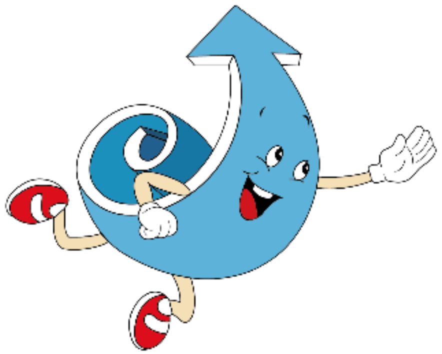
Ubicando a las personas convenientemente



∴ Se necesitan: $11\ personas$

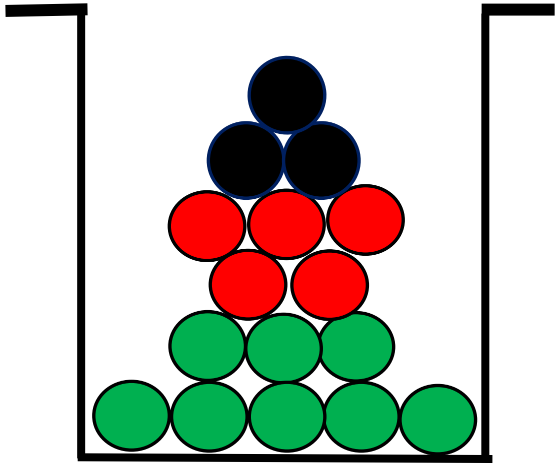
PROBLEMA 7

En una caja se tienen 3 bolas de color negro, 5 de color rojo y 8 de color verde. ¿Cuántas se tendrán que extraer al azar y como mínimo para tener la certeza de que haya una de color negro?



Resolución:

Se quiere obtener una de color negro.



Como ya fueron extraídas las canicas que no son de color negro, al extraer una más, necesariamente será del color pedido (negro).

+

$$8 + 5 + 1 = \underline{\underline{14}}$$

PROBLEMA 8

Rosita está dando su examen de admisión a la Universidad Nacional Mayor de San Marcos y tiene dificultad en este problema:

Si:

$$a + b + c + d = 6$$

Calcule el máximo valor de:

$$E = (ac + ad + bc + bd)^2$$

Resolución:

$$E = (ac + ad + bc + bd)^2$$

Factorizando:

$$E = (a(c + d) + b(c + d))^2$$

$$E = ((c + d)(a + b))^2$$

$$E = (c + d)^2(a + b)^2$$

NOTA:

$$\underbrace{a + b}_{3} + \underbrace{c + d}_{3} = 6$$

máximo valor

Reemplazando:

$$E = (3)^2(3)^2$$

$$E = (9)(9)$$

$$E = 81$$

$\therefore$ 81

HELICO WORKSHOP

Muchas gracias