ALGEBRA

2th

Session II

HELICO

ASESORÍA

SACO OLIVEROS

1. Si la ecuación en x, $(6n-18)x=7$ es incompatible, Halle el valor de n.

RESOLUCIÓN

Decimos que, por ser incompatible, no tendría solución.

$$(6n-18)x=7$$

$$\underbrace{(6n-18)}_{a=0}x\underbrace{-7}_{b\neq 0}=0$$

Forma general

$$\therefore\ 6n-18=0$$

$$\boxed{n=3}$$

2. Calcule los valores de x en

$$(5x+3)(5x-3)=3x^2+49x+6$$

RESOLUCIÓN

$$(5x+3)(5x-3)=3x^2+49x+6$$
$$(5x)^2-3^2=3x^2+49x+6$$
$$25x^2-9=3x^2+49x+6$$
$$22x^2-49x-15=0$$

AspaSimple

$$\begin{array}{lclcl} 11x & & 3 & \rightarrow & 6x \; + \\ 2x & & -5 & \rightarrow & \underline{-55x} \end{array}$$

$$(11x+3)(2x-5)=0$$

$$11x+3=0 \vee 2x-5=0$$

$$\boxed{x_1=-\frac{3}{11}\ ;\ x_2=\frac{5}{2}}$$

RECORDEMOS

Diferencia de cuadrados

$$\boxed{a^2-b^2=(a-b)(a+b)}$$

3. Si $\frac{3x-3}{2} \in \langle 3\,;6 \rangle$, Halle el intervalo al cuál pertenece $3+\frac{3}{x+1}$.

RESOLUCIÓN

$$3 < \frac{3x-3}{2} < 6 \quad \dots\dots\dots \times 2$$

$$6 < 3x-3 < 12 \quad \dots\dots\dots +3$$

$$9 < 3x < 15 \quad \dots\dots\dots \div 3$$

$$3 < x < 5$$

Ahora hallaremos el intervalo al que pertenece $3+\frac{3}{x+1}$.

$$3 < x < 5 \quad \dots\dots\dots +1$$

$$4 < x+1 < 6 \quad \dots\dots\dots \uparrow^{-1}$$

$$\frac{1}{6} < \frac{1}{x+1} < \frac{1}{4} \quad \dots\dots\dots \times 3$$

$$\frac{3}{6} < \frac{3}{x+1} < \frac{3}{4} \quad \dots\dots\dots +3$$

$$\frac{21}{6} < 3+\frac{3}{x+1} < \frac{15}{4} \rightarrow 3+\frac{3}{x+1} \in \boxed{\left\langle \frac{7}{2}\,;\frac{15}{4} \right\rangle}$$

4. Resuelva

$$\frac{x-1}{2}+\frac{x}{3}\geq 3$$

RESOLUCIÓN

mcm $(2\ ;\ 3) = 6$

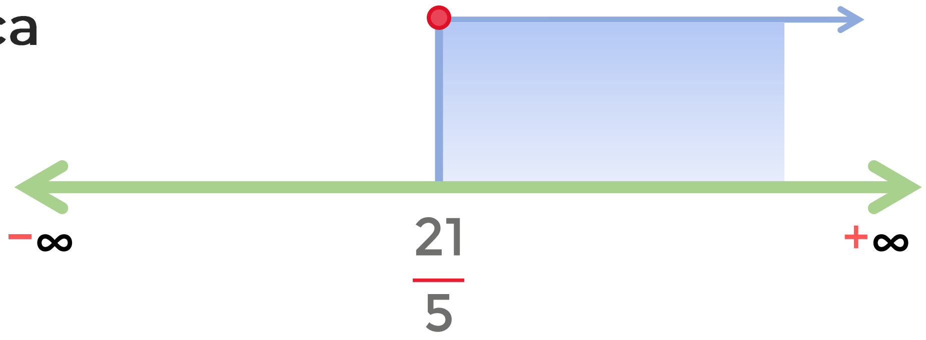
$$\overset{3}{(\cancel{6})}\frac{x-1}{\underset{1}{\cancel{2}}}+\overset{2}{(\cancel{6})}\frac{x}{\underset{1}{\cancel{3}}}\geq(6)\ 3$$

$$3(x-1)+2(x)\geq 18$$

$$3x-3+2x\geq 18$$

$$x\geq\frac{21}{5}$$

Representación Gráfica



$$C.S=\left[\frac{21}{5};+\infty\right\rangle$$

5. Resuelva

$$(4x-3)^2 \leq 81$$

RESOLUCIÓN

$$(4x+3)^2 \leq 81$$

$$(4x+3)^2 - 81 \leq 0$$

$$(4x+3+9)(4x+3-9) \leq 0$$

$$(4x+12)(4x-6) \leq 0$$

Puntos Críticos: $x = -3 \wedge x = \frac{3}{2}$

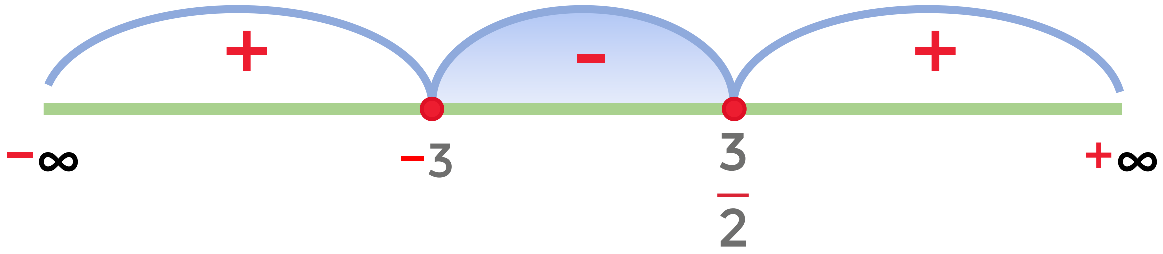
$$\boxed{C.S = \left[-3 ; \frac{3}{2}\right]}$$

RECORDEMOS

Diferencia de cuadrados

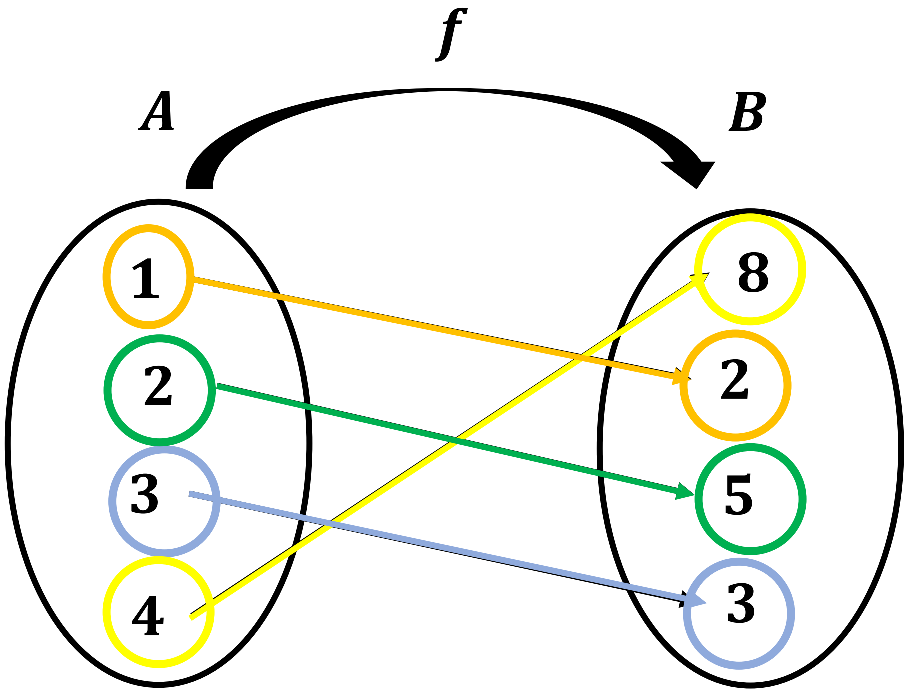
$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

Gráficamente



6. Dado el diagrama

$$M = \frac{[f(1)]^{f(3)} + [f(2)]^{f(1)} + [f(3)]^{f(1)}}{f(4) - f(1)}$$



RESOLUCIÓN

$$M = \frac{[f(1)]^{f(3)} + [f(2)]^{f(1)} + [f(3)]^{f(1)}}{f(4) - f(1)}$$

$f(1) = 2$

$f(2) = 5$

$f(3) = 3$

$f(4) = 8$

$$M = \frac{[2]^3 + [5]^2 + [3]^2}{8 - 2}$$

$$M = \frac{8 + 25 + 9}{6} = \frac{42}{6}$$

$$= \boxed{7}$$

7. Calcule la suma de las inversas de las raíces de la ecuación $2x^2 - 3x + 4 = 0$.

RESOLUCIÓN

$$\underbrace{2}x^2 \underbrace{-3}x \underbrace{+4} = 0$$

Suma de raíces

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{-(-3)}{2}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{3}{2}$$

Producto de raíces

$$x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$$

$$x_1 \times x_2 = \frac{4}{2}$$

$$x_1 \times x_2 = 2$$

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \rightarrow \frac{x_2 + x_1}{x_1 \times x_2} \quad \therefore \frac{\frac{3}{2}}{2} = \boxed{\frac{3}{4}}$$

RECORDEMOS

Forma General

$$ax^2 + bx + c = 0\,;\, a \neq 0$$

Propiedades	
Suma de raíces	$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$
Producto de raíces	$x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$

8. Al resolver

$$(3x+2)^2-(5x-3)^2 \geq -5$$

Se obtiene el CS=[a , b]. Sabiendo que a+8b representa la edad de Mafalda, ¿Cuál es esa edad?

RESOLUCIÓN

$$(3x+2)^2-(5x-3)^2 \geq -5$$

$$(3x+2+5x-3)\,(3x+2-(5x-3)) \geq -5$$

$$(8x-1)\,(3x+2-5x+3) \geq -5$$

$$(8x-1)\,(5-2x) \geq -5$$

$$-16x^2+40x-\cancel{5}+2x \geq \cancel{-5}$$

$$-16x^2+42x \geq 0$$

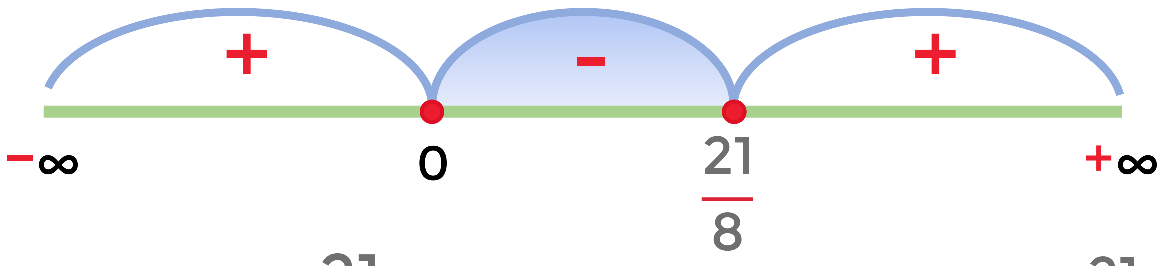
$$-16x^2+42x \geq 0 \;\ldots\ldots \times(-1)$$

$$16x^2-42x \leq 0$$

$$(x)(16x-42) \leq 0$$

Puntos Críticos: $x=0 \;\wedge\; x=\dfrac{21}{8}$

Gráficamente



$$C.S=\left[0\,;\frac{21}{8}\right]=[a\,;b] \rightarrow a=0 \wedge b=\frac{21}{8}$$

Edad: Mafalda $a+8b = 0+\cancel{8}.\dfrac{21}{\cancel{8}} = \boxed{21 \text{ años}}$

9. Resuelva

$$a[(x+2)^2+(x-2)^2] \geq 58a$$

sabiendo que $a<0$

RESOLUCIÓN

$a[(x+2)^2+(x-2)^2] \geq 58a$ … … … $\div$ a(negativo)

$[(x+2)^2+(x-2)^2] \leq 58$

$2(x^2+2^2) \leq 58$ … … … $\div 2$

$x^2+2^2 \leq 29$

$x^2+4-29 \leq 0$

$x^2-25 \leq 0$

$(x-5)(x+5) \leq 0$

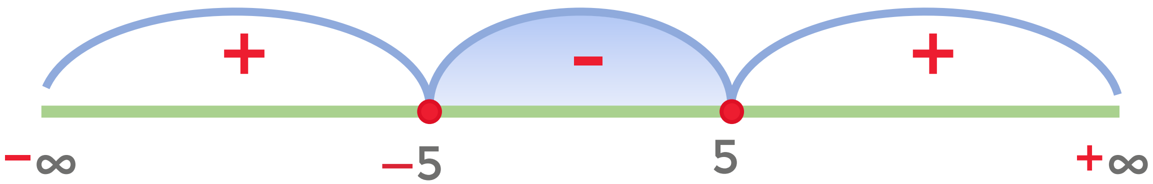
Puntos Críticos: $x=5 \wedge x=-5$

RECORDEMOS

Identidad de Legendre

$$\boxed{(a+b)^2+(a-b)^2=2(a^2+b^2)}$$

Gráficamente



$$\boxed{C.S=[-5\,;\,5]}$$

10. Calcule los valores de x en

$$a^2(x-a)+b^2(x-b)=abx$$

RESOLUCIÓN

$$a^2(x-a)+b^2(x-b)=abx$$

$$a^2x-a^3+b^2x-b^3=abx$$

$$a^2x+b^2x-abx=a^3+b^3$$

$$x(a^2+b^2-ab)=a^3+b^3$$

$$x\cancel{(a^2+b^2-ab)}(a+b)\cancel{(a^2+b^2-ab)}$$

$$\boxed{x=a+b}$$

RECORDEMOS

Suma de cubos

$$\boxed{a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)}$$