



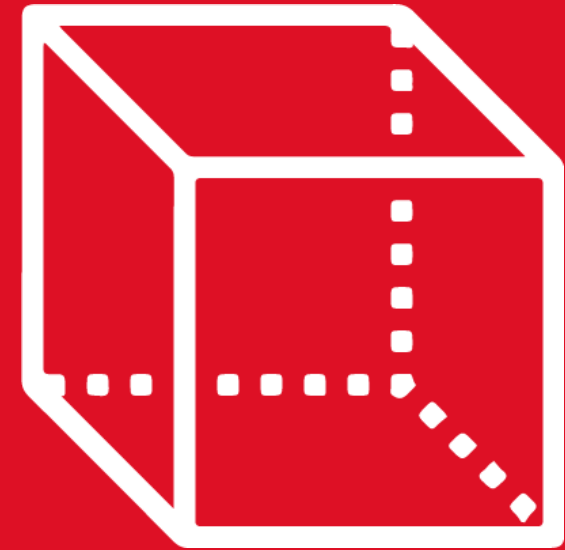
GEOMETRY

Chapter 12

4th

SECONDARY

**RELACIONES MÉTRICAS
EN LOS TRIÁNGULOS
RECTÁNGULOS**

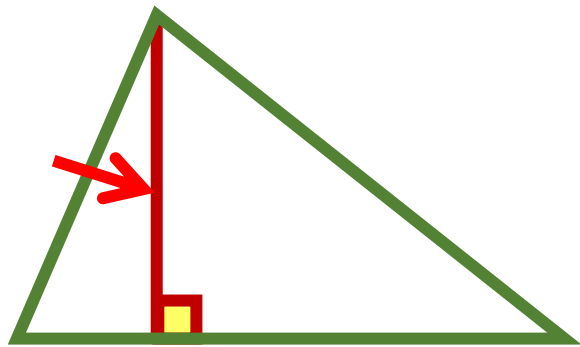


 **SACO OLIVEROS**

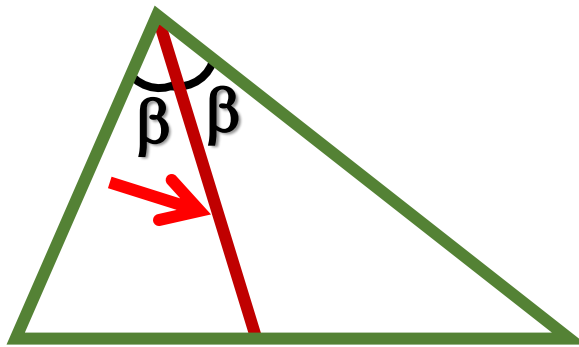
Continuando con el tema de relaciones métricas, en este capítulo aprenderemos a hallar las longitudes de las líneas notables más importantes como la altura, la mediana, el segmento de bisectriz, así como también la longitud de una ceviana interior, conociendo previamente las longitudes de los tres lados del triángulo.

Actividad

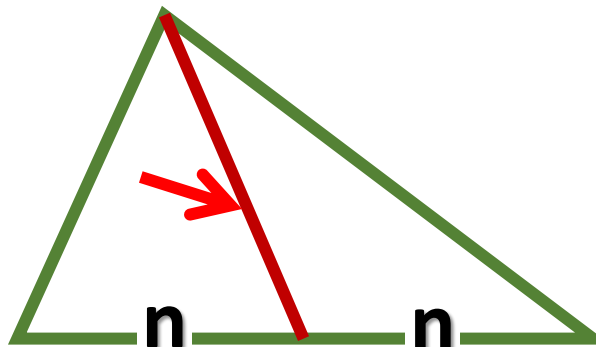
Complete los casilleros con los nombres de las líneas notables que hay en cada triángulo, señaladas con la flecha.



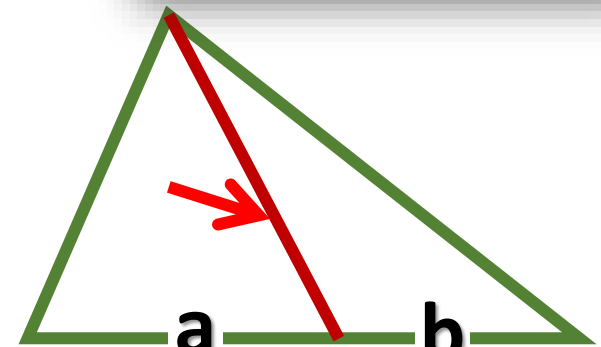
Altura



Bisectriz



Mediana



Ceviana

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$



Relaciones Métricas en el Triángulo Oblicuángulo

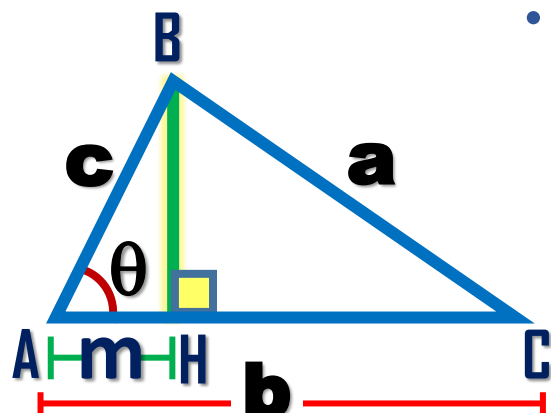
TEOREMA DE EUCLIDES

• Primer caso

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bm$$

\overline{BH} : Altura

$$\theta < 90^\circ$$

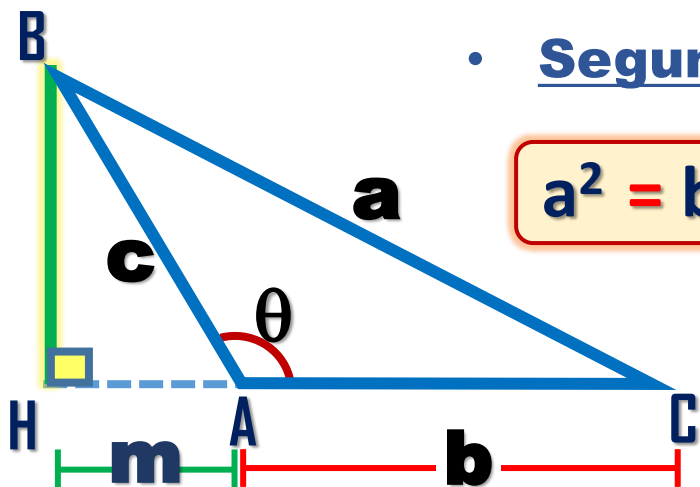


• Segundo caso

$$a^2 = b^2 + c^2 + 2bm$$

\overline{BH} : Altura

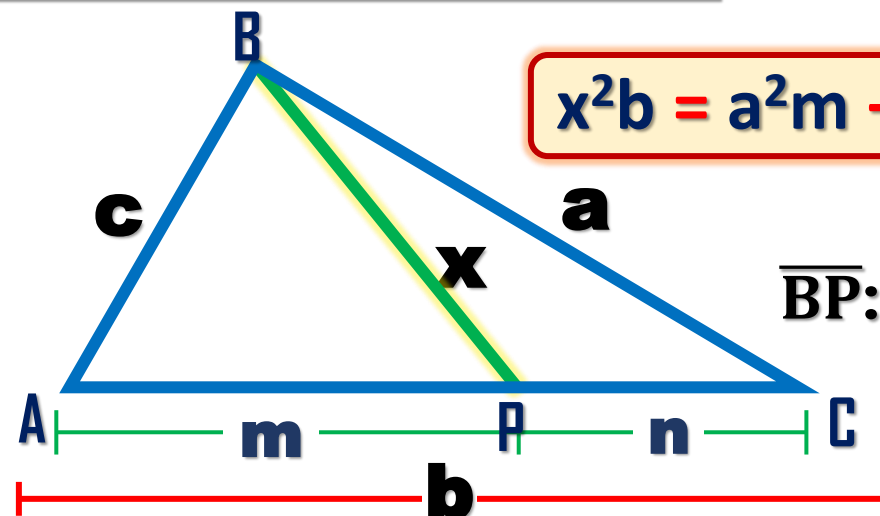
$$90^\circ < \theta$$



TEOREMA DE STEWART

$$x^2b = a^2m + c^2n - mnb$$

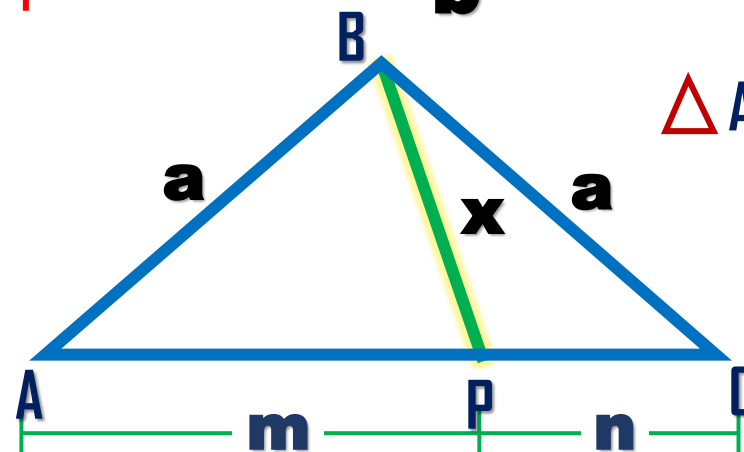
\overline{BP} : Ceviana



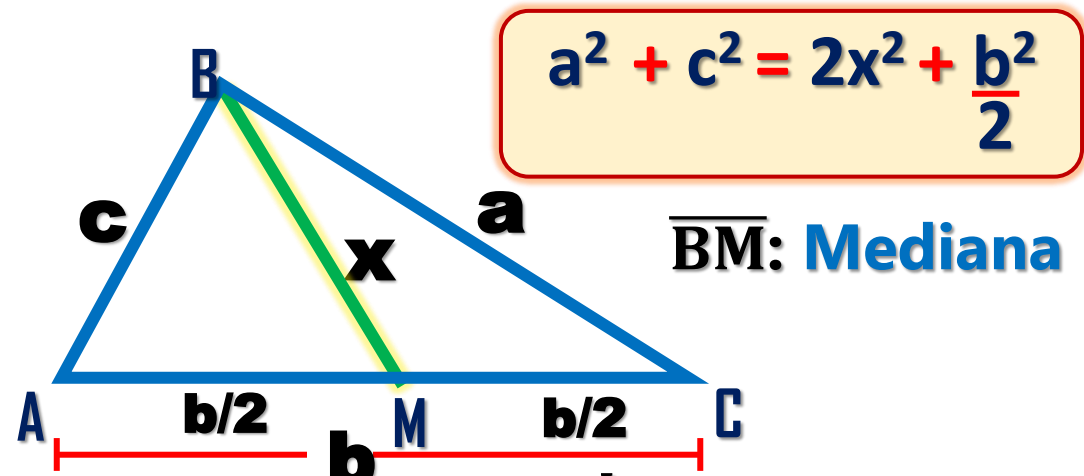
$\triangle ABC$: ISÓSCELES

$$x^2 = a^2 - mn$$

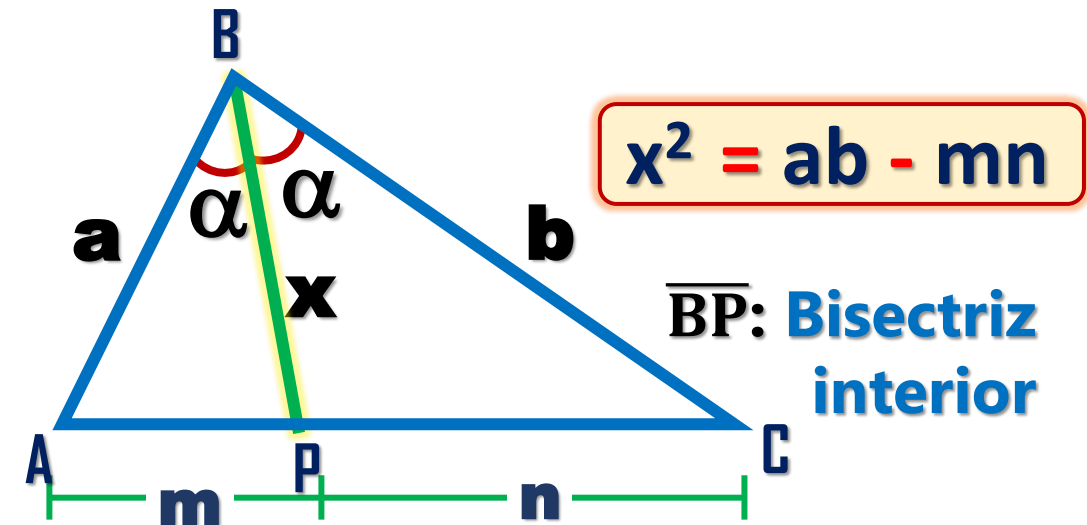
\overline{BP} : Ceviana



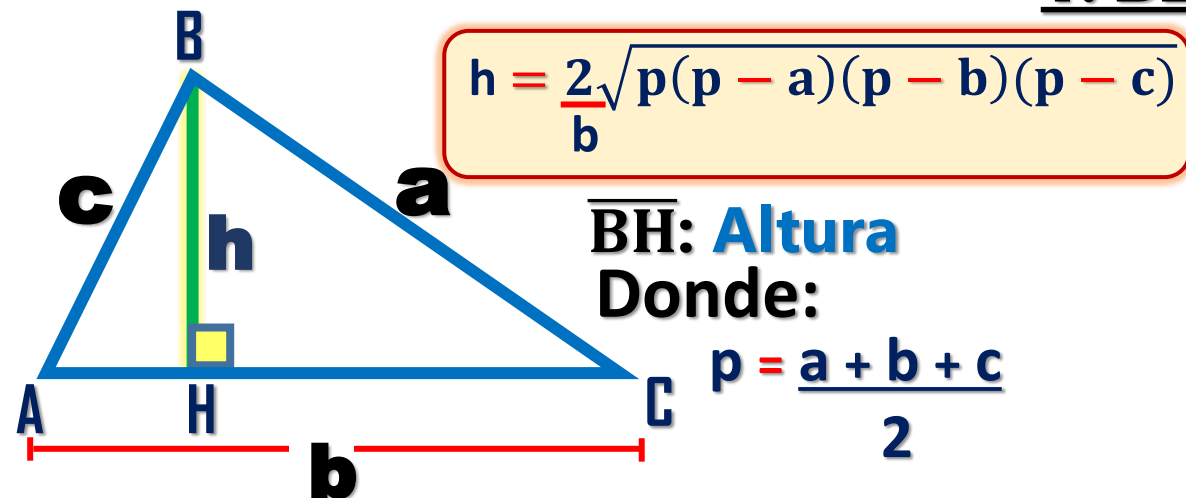
TEOREMA DE LA MEDIANA



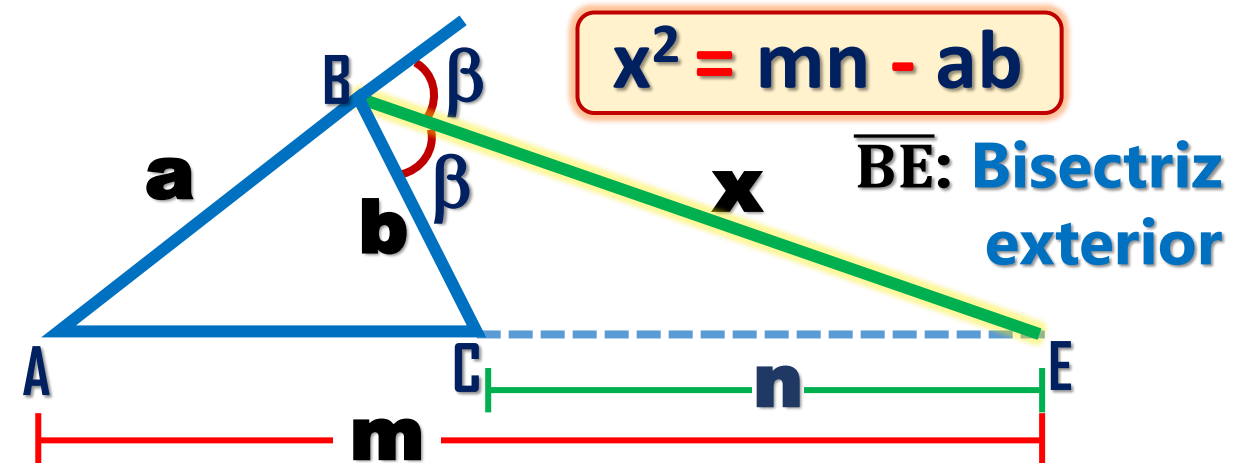
T. DE LA LONGITUD DE LA BISECTRIZ INTERIOR



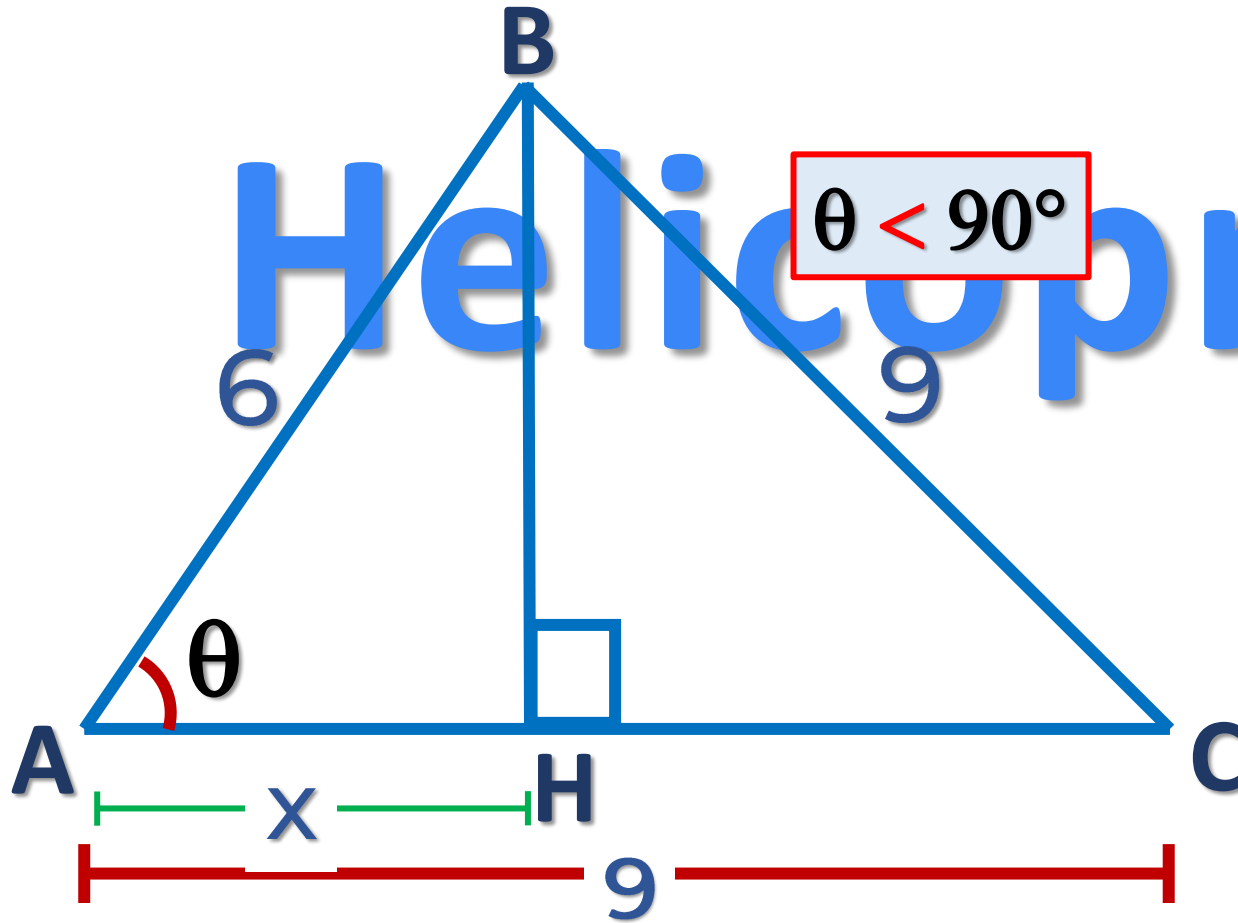
TEOREMA DE HERÓN



T. DE LA LONGITUD DE LA BISECTRIZ EXTERIOR



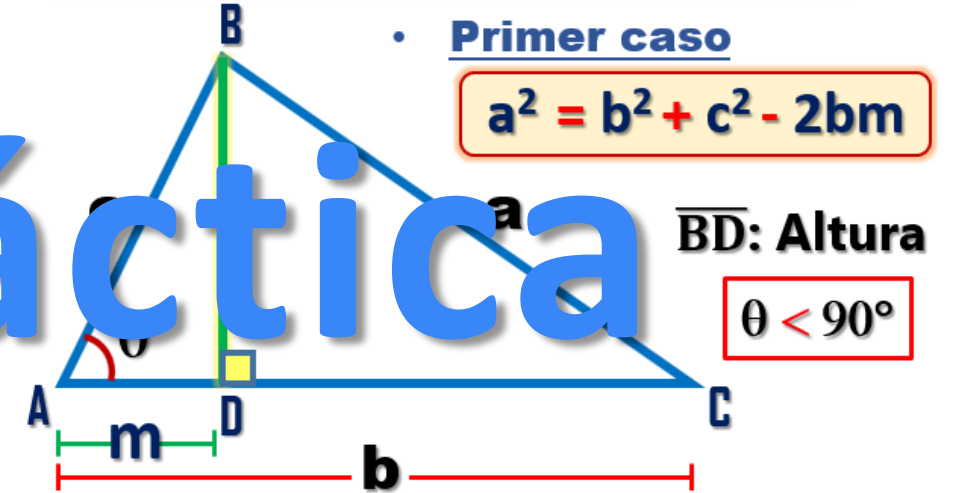
1. En la figura, halle la longitud de la proyección de \overline{AB} sobre \overline{AC} .



• **TEOREMA DE EUCLIDES**

• **Primer caso**

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bm$$



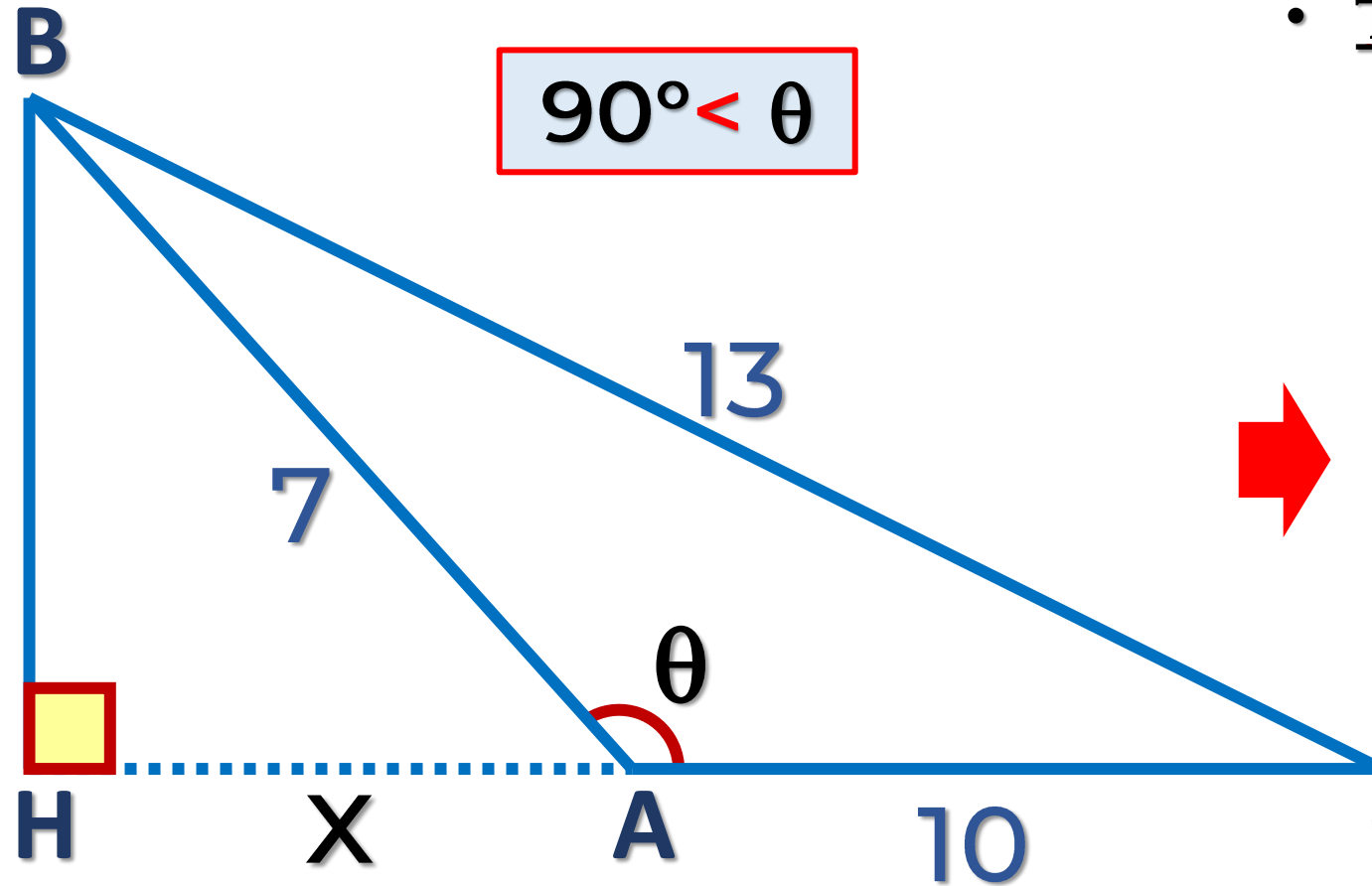
$$\Rightarrow 9^2 = 9^2 + 6^2 - 2 \cdot 9 \cdot x$$

$$18x = 36$$

$$x = 2$$



2. En la figura, $AB = 7$, $BC = 13$ y $AC = 10$. Halle HA.



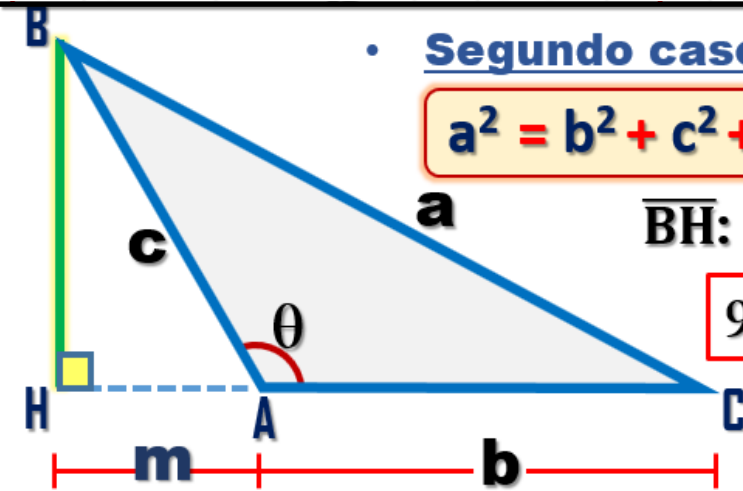
• TEOREMA DE EUCLIDES

• Segundo caso

$$a^2 = b^2 + c^2 + 2bm$$

\overline{BH} : Altura

$$90^\circ < \theta$$



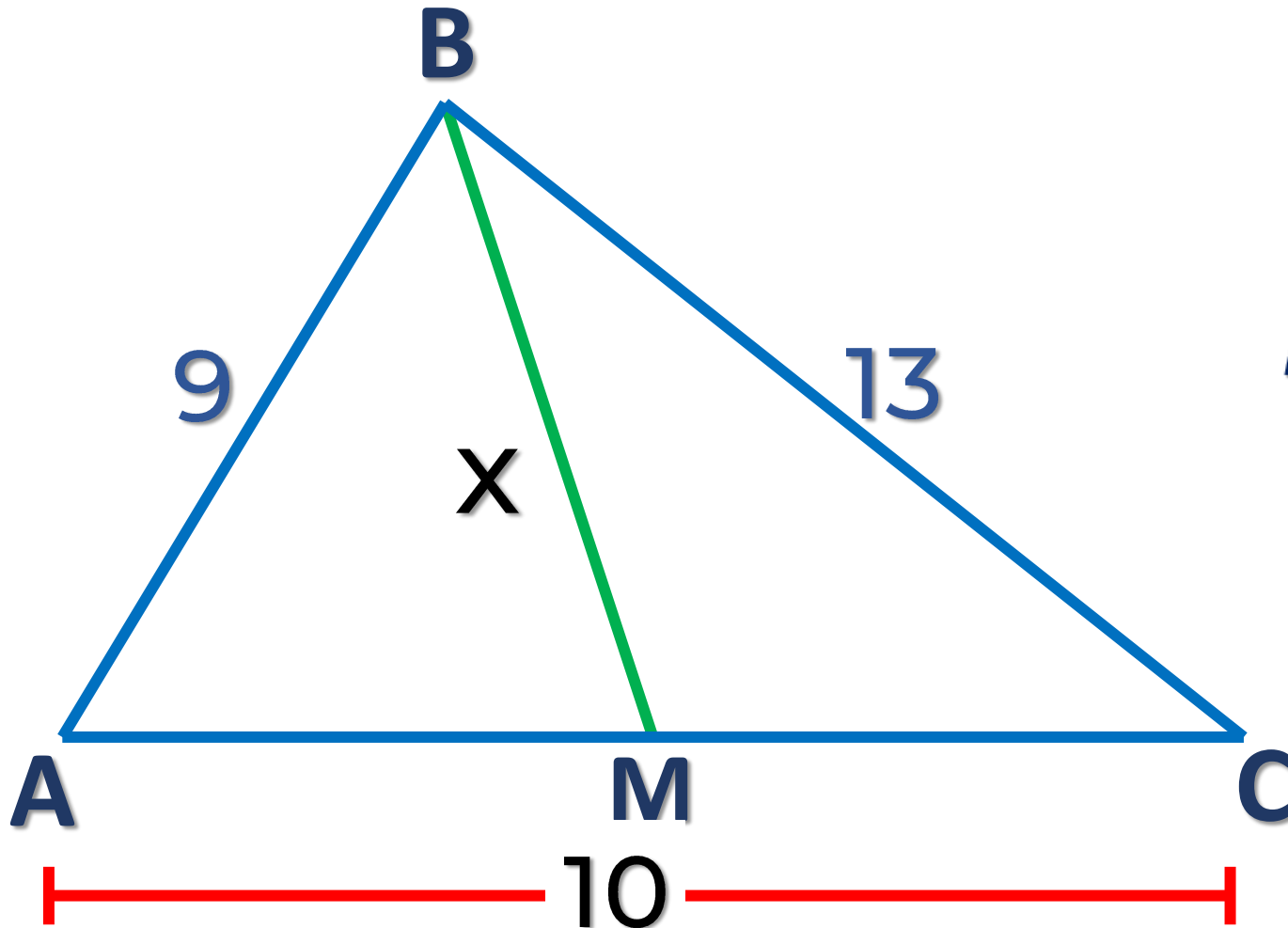
$$13^2 = 10^2 + 7^2 + 2 \cdot 10 \cdot x$$

$$169 = 149 + 20x$$

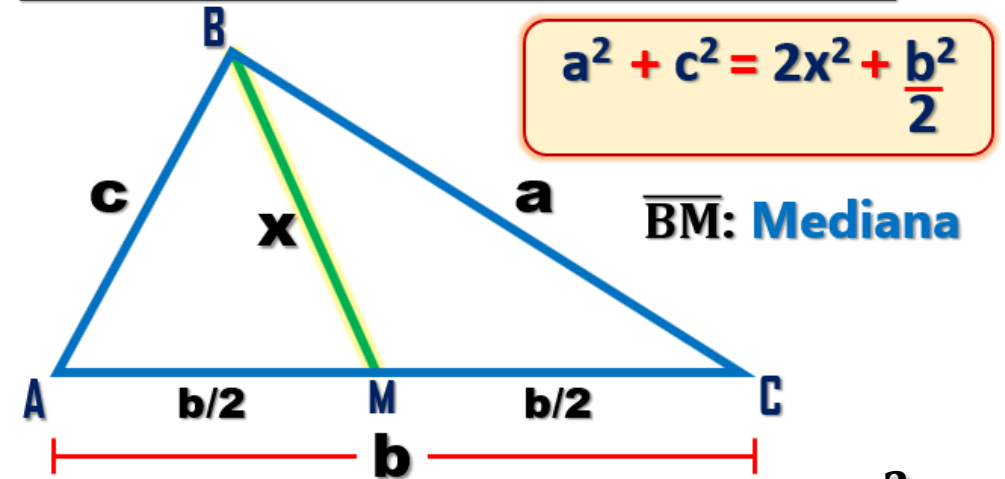
$$20 = 20x$$

$$1 = x$$

3. En un triángulo ABC, $AB = 9$, $BC = 13$ y $AC = 10$. Halle la longitud de la mediana \overline{BM} .



TEOREMA DE LA MEDIANA



$$a^2 + c^2 = 2x^2 + \frac{b^2}{2}$$

\overline{BM} : Mediana



$$9^2 + 13^2 = 2x^2 + \frac{10^2}{2}$$

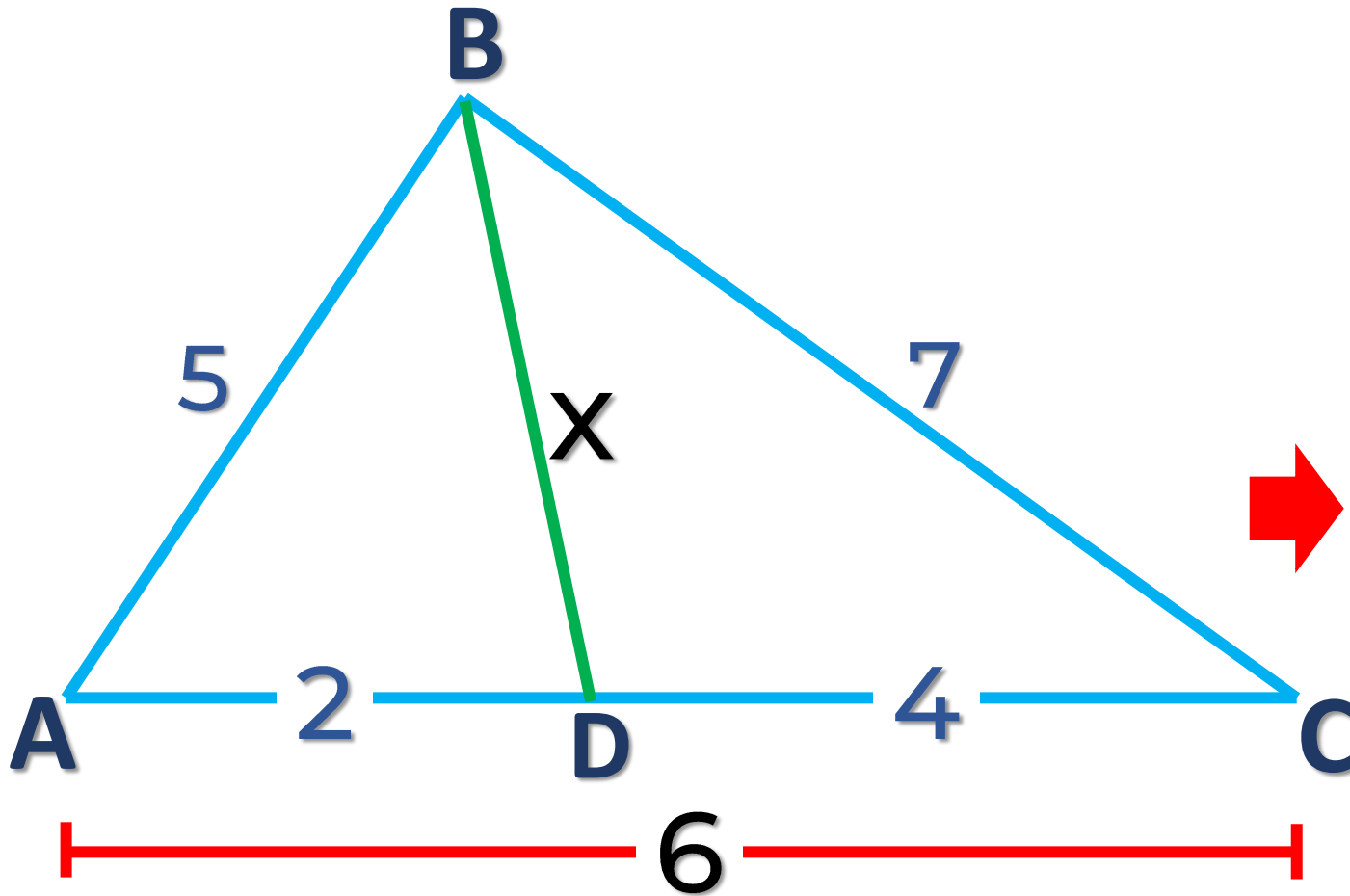
$$250 = 2x^2 + 50$$

$$100 = x^2$$

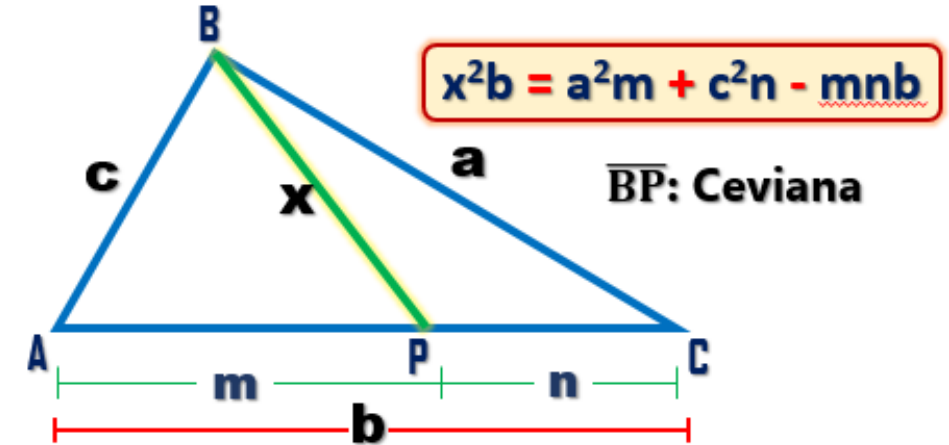
$$10 = x$$



4. En un triángulo ABC, $AB = 5$ y $BC = 7$. Luego se traza la ceviana interior \overline{BD} , tal que $AD = 2$ y $DC = 4$. Halle BD.



TEOREMA DE STEWART



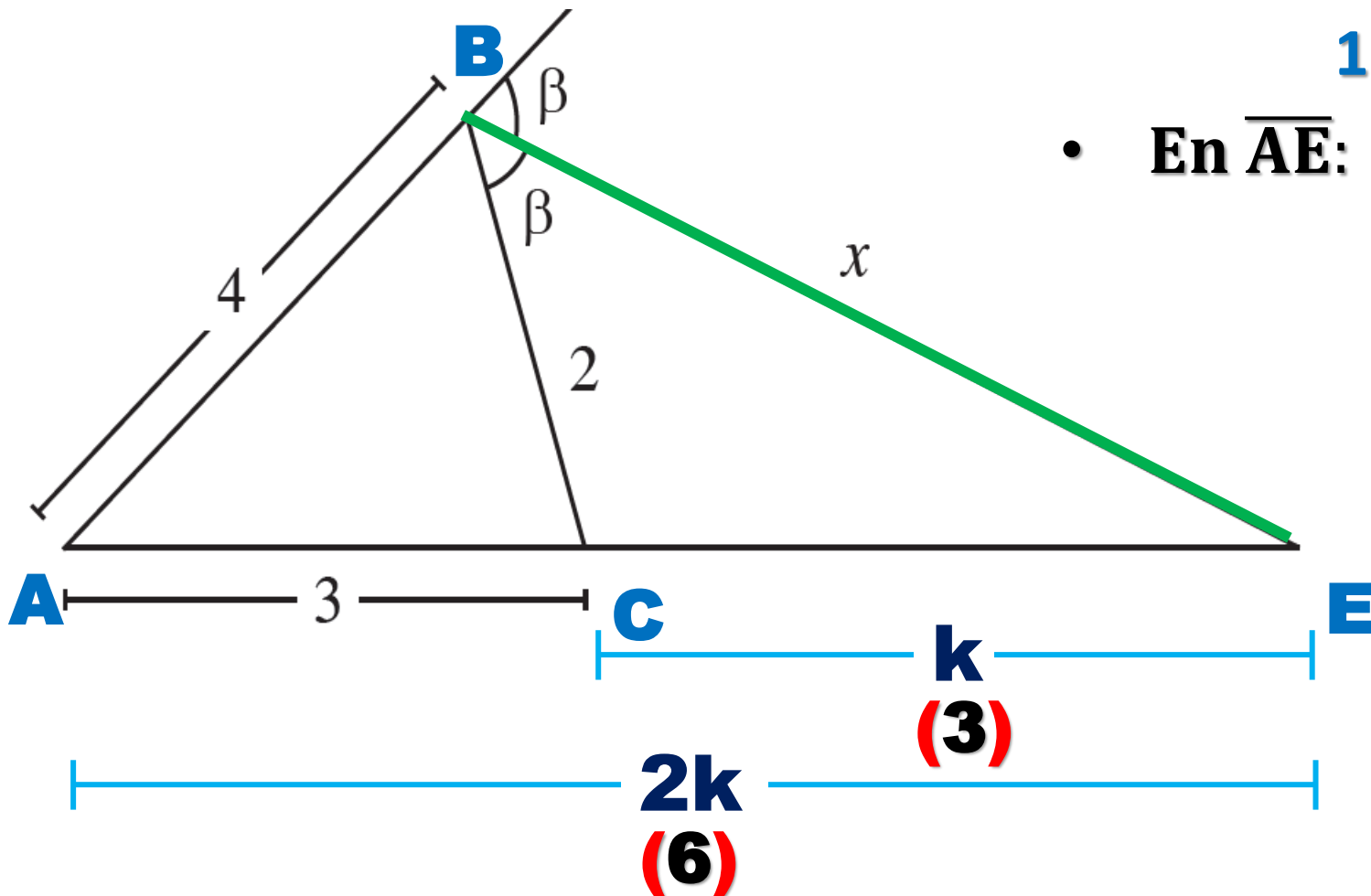
$$\begin{aligned} x^2(6) &= 7^2(2) + 5^2(4) - 2 \cdot 4 \cdot 6 \\ x^2(6) &= 198 - 48 \\ 6x^2 &= 150 \\ x^2 &= 25 \end{aligned}$$

$$x = 5$$



5. En la figura, calcule x.

- \overline{BE} : bisectriz exterior.

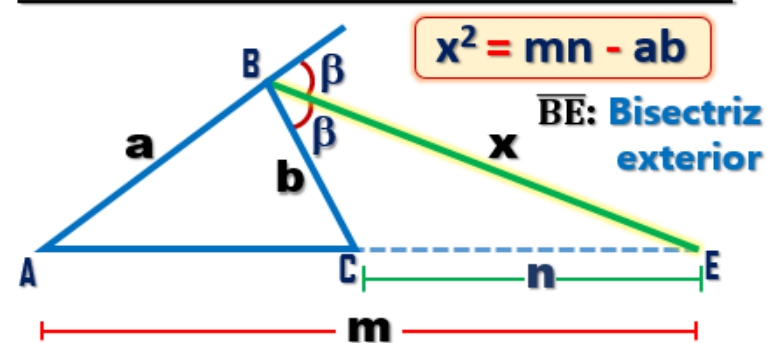


- T de la bisectriz exterior (Proporcionalidad)

$$\frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \frac{AE}{CE} \quad \left| \quad \begin{array}{l} AE = 2k \\ CE = k \end{array} \right.$$

- En \overline{AE} : $3 + k = 2k$
 $3 = k$

T. DE LA BISECTRIZ EXTERIOR



$$x^2 = 6.3 - 4.2$$

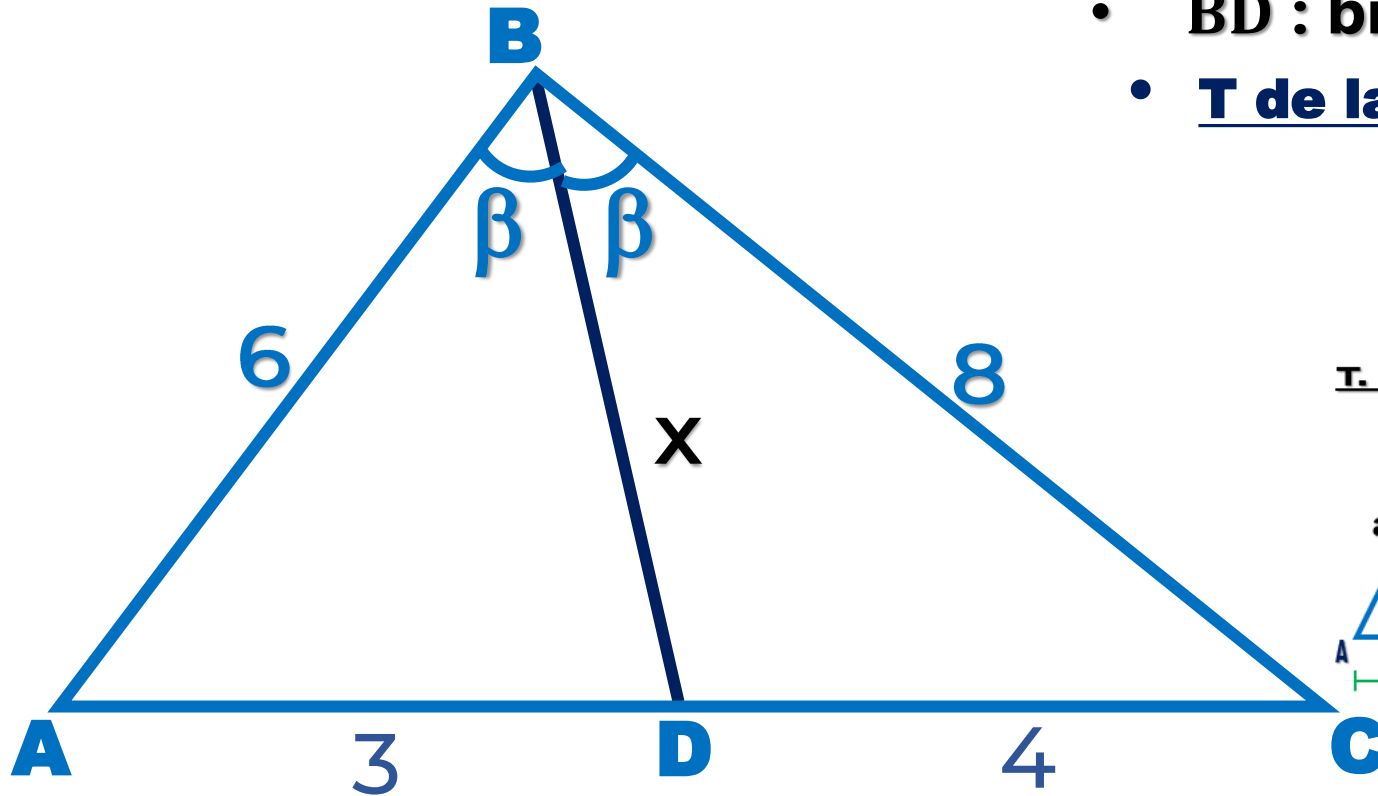
$$x^2 = 18 - 8$$

$$x^2 = 10$$

$$x = \sqrt{10}$$



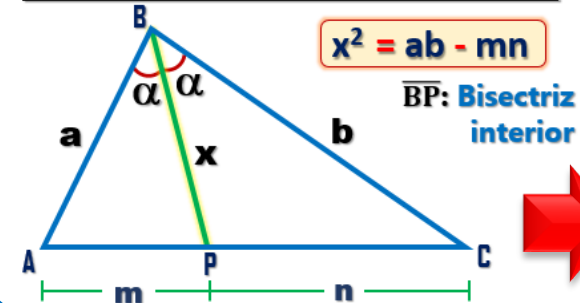
6. En un triángulo ABC, se traza la bisectriz interior \overline{BD} . Si $AB = 6$, $BC = 8$ y $DC = 4$. Halle BD.



- \overline{BD} : bisectriz interior.
- T de la bisectriz interior (Proporcionalidad)

$$\frac{3}{4} = \frac{AD}{4} \quad | \quad AD = 3$$

T. DE LA BISECTRIZ INTERIOR

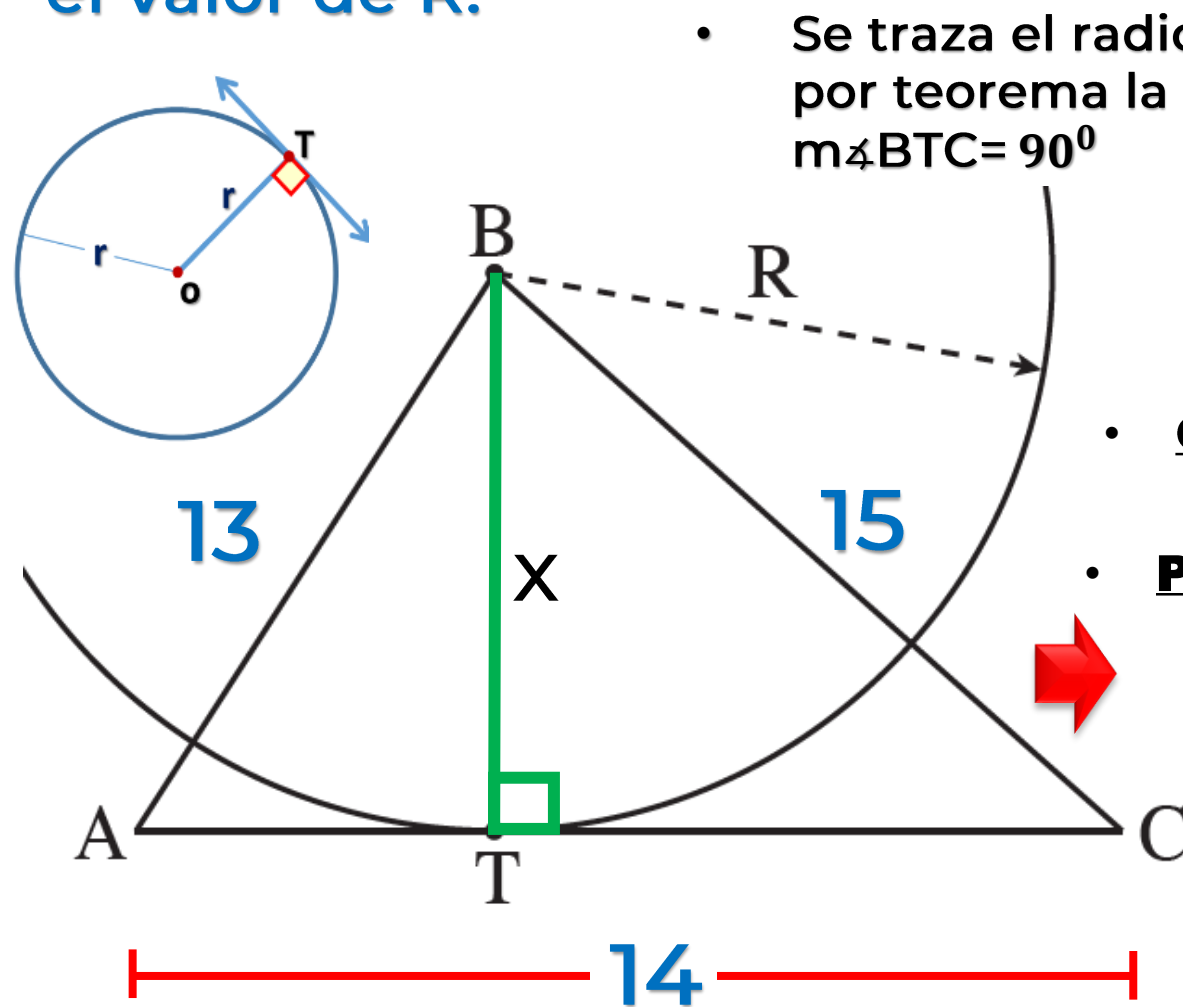


$$\begin{aligned} x^2 &= 6 \cdot 8 - 3 \cdot 4 \\ x^2 &= 48 - 12 \\ x^2 &= 36 \end{aligned}$$

$$x = 6$$

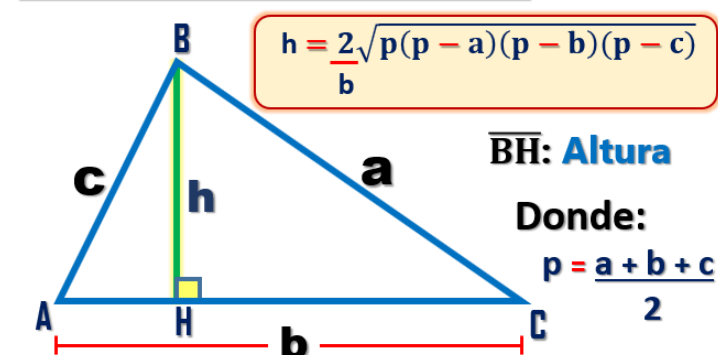


7. En la figura, T es punto de tangencia y $AB = 13$, $BC = 15$ y $AC = 14$. Halle el valor de R.



- Se traza el radio \overline{BT} y por teorema la $m\angle BTC = 90^\circ$

TEOREMA DE HERÓN



- Calculamos el semiperímetro $p = \frac{13 + 15 + 14}{2}$
 $p = 21$
- Por teorema de Herón

$$R = \frac{2}{14} \sqrt{21(21-15)(21-14)(21-13)}$$

$$R = \frac{1}{7} \sqrt{21(6)(7)(8)}$$

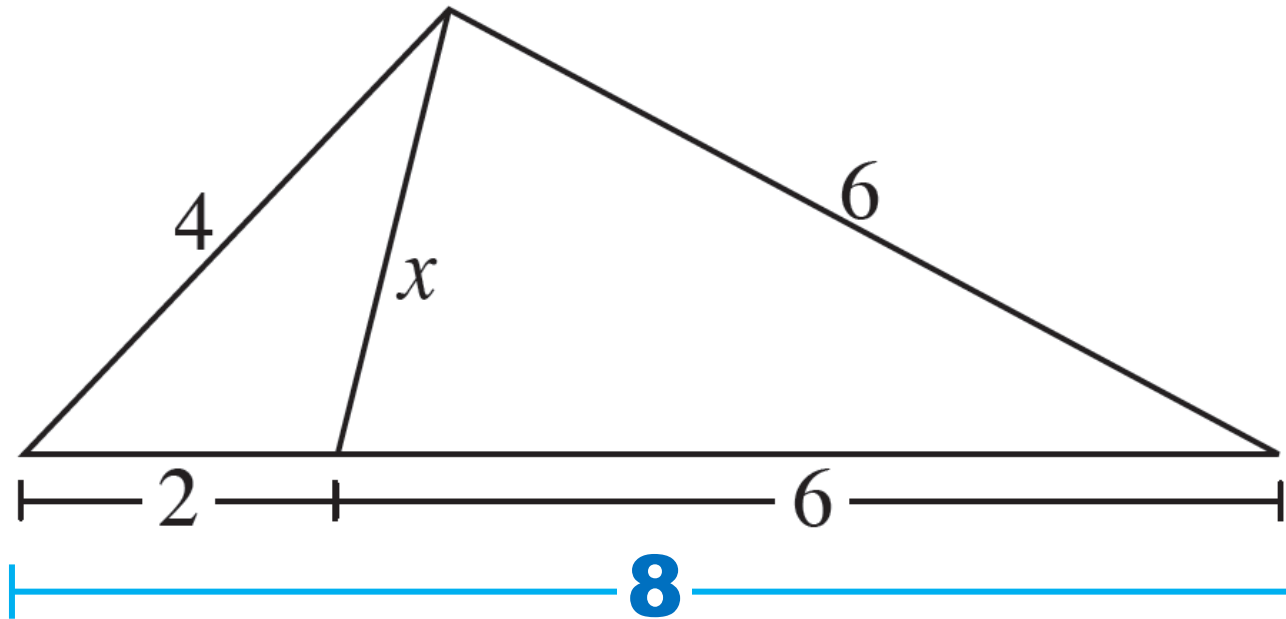
$$R = \frac{1}{7} \sqrt{(7 \cdot 3)(3 \cdot 2)(7)(8)}$$

$$R = \frac{1}{7} (7)(3)(4)$$

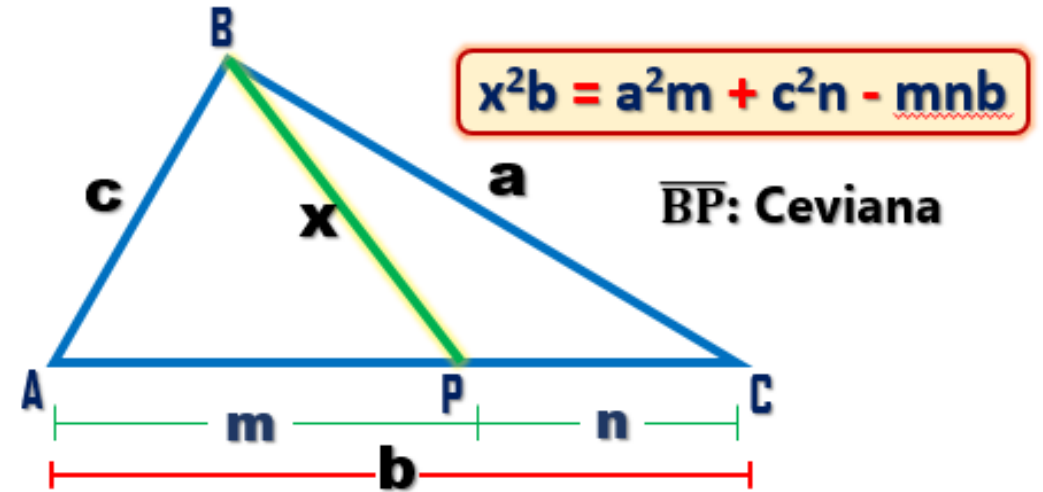
$$R = 12$$



8. Halle el valor de x .



TEOREMA DE STEWART



$$\rightarrow x^2 \cdot 8 = 4^2 \cdot 6 + 6^2 \cdot 2 - 2 \cdot 6 \cdot 8$$

$$8 \cdot x^2 = \cancel{96} + 72 - \cancel{96}$$

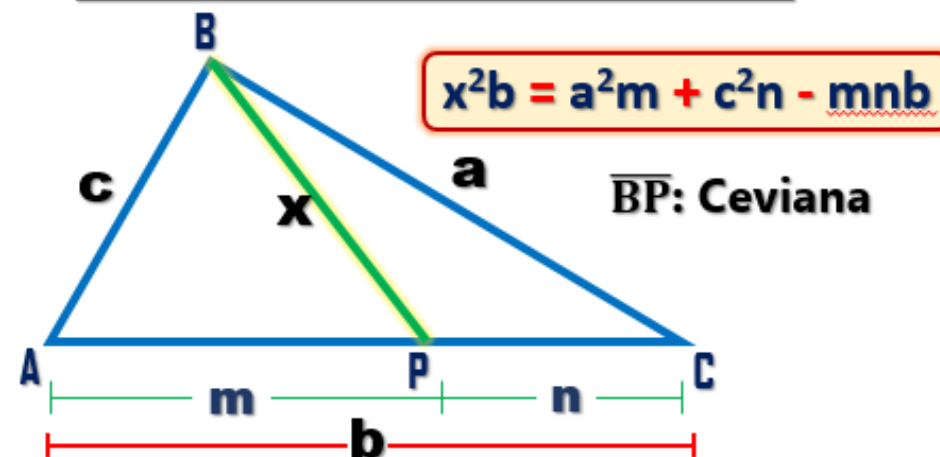
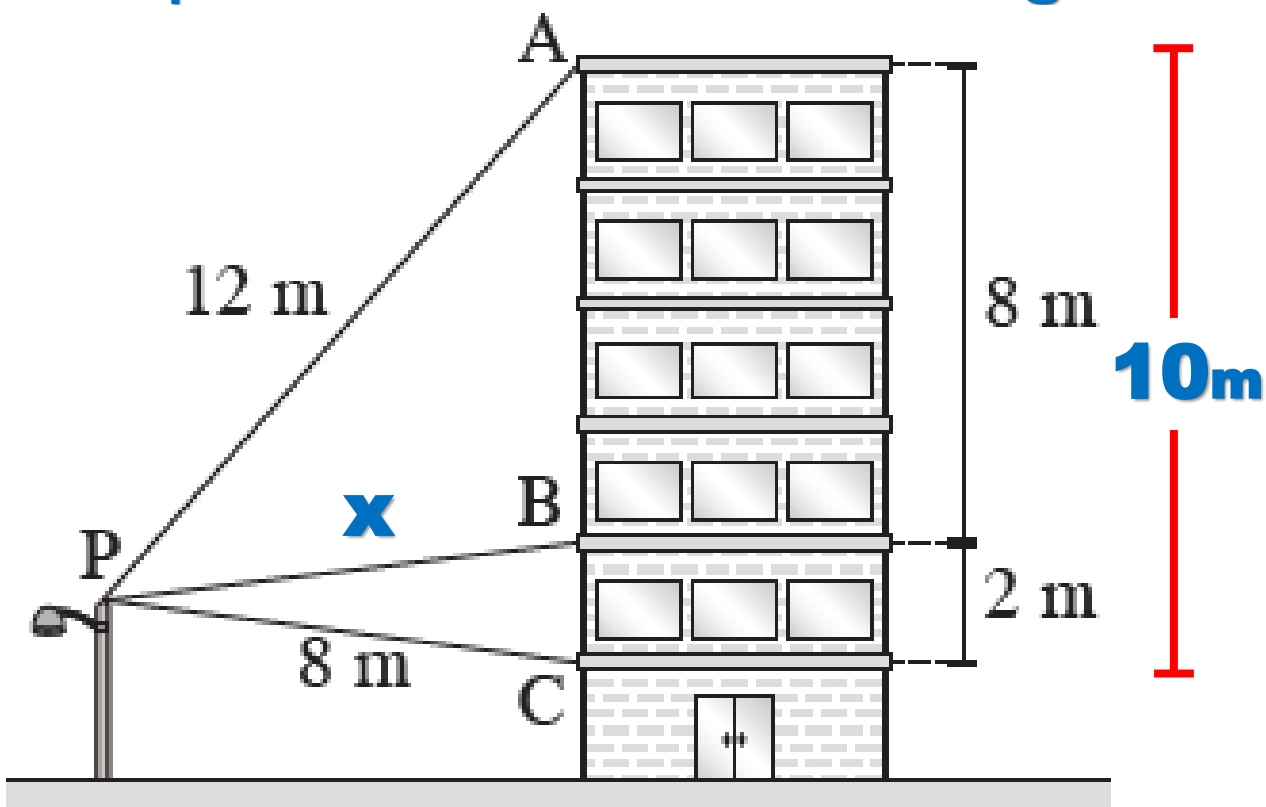
$$8 \cdot x^2 = 72$$

$$x^2 = 9$$

$$x = 3$$

9. En la figura se muestra un poste y un edificio. PA, PB y PC son los cables de telefonía del punto P hacia tres departamentos donde en los puntos A, B y C se encuentran las entradas a dichos departamentos. Halle la longitud del

TEOREMA DE STEWART



$$\begin{aligned} \Rightarrow x^2 \cdot 10 &= 12^2 \cdot 2 + 8^2 \cdot 8 - 2 \cdot 8 \cdot 10 \\ 10 \cdot x^2 &= 288 + 512 - 160 \\ 10x^2 &= 640 \\ x^2 &= 64 \end{aligned}$$

$$x = 8$$