ALGEBRA

5th
SECONDARY

Retroalimentación

SACO OLIVEROS

1. ¿Cuál es el punto que maximiza a la función objetivo $z = 2x + 8y$ sujeto a las siguientes restricciones?

$$\begin{cases} 2x + 3y \leq 12 \\ x + 3y \leq 9 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

A) (6 ; 0)
B) (3 ; 2)
C) (0 ; 6)
D) (0 ; 3)
E) (2 ; 6)

Resolución

I. $2x + 3y = 12$

x	y
0	4
6	0

$0 \leq 12$
$(Verdad)$

II. $x + 3y = 9$

x	y
0	3
9	0

$0 \leq 9$
$(Verdad)$

III. 1er Cuadrante

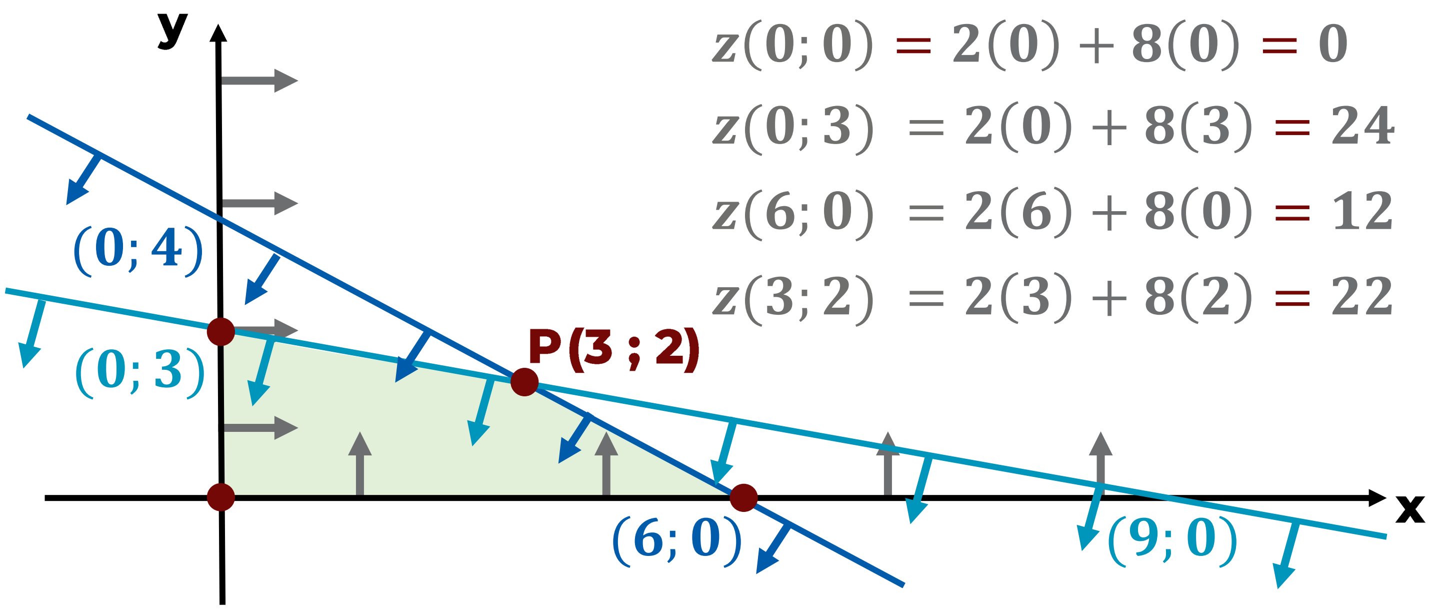
$x \geq 0$

$y \geq 0$

Hallando P:

$$2x + \cancel{3y} = 12$$
$$x + \cancel{3y} = 9$$
$$-$$

$x = 3 \qquad y = 2$



$z(0;0) = 2(0) + 8(0) = 0$

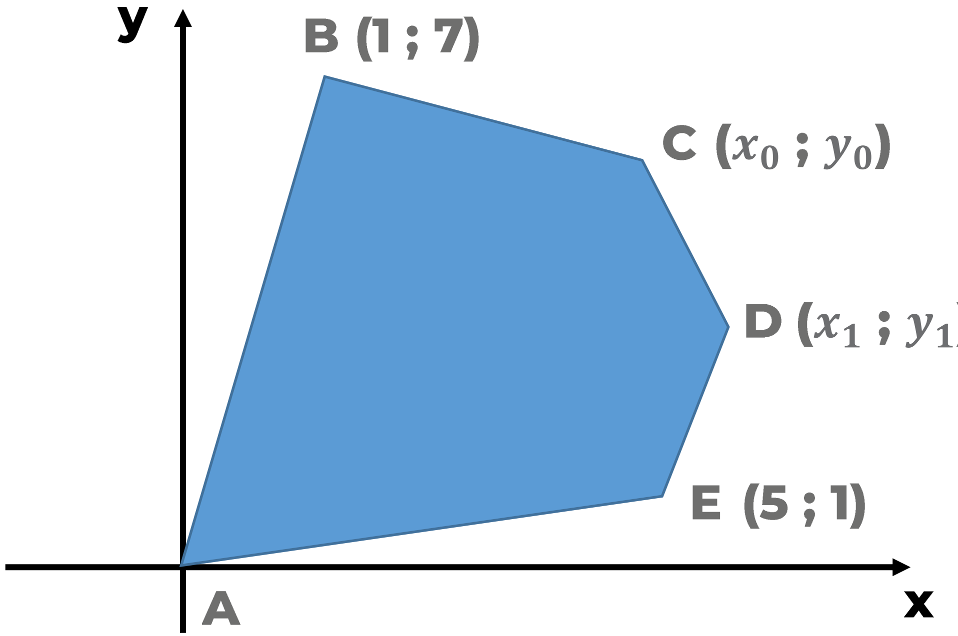
$z(0;3) = 2(0) + 8(3) = 24$

$z(6;0) = 2(6) + 8(0) = 12$

$z(3;2) = 2(3) + 8(2) = 22$

Rpta : $\boxed{(0 ; 3)}$

2. Si $f(x;y) = 4x + 3y$ se maximiza para infinitos puntos de la arista $\overline{CD}$



Calcule el valor de $M = \frac{(4x_1+y_0+3y_1)^2}{x_0^2+2x_0y_0+y_0^2}$

A) 16 D) 4/5

B) 4 E) 9/4

C) 25

Resolución

Como se maximiza en infinitos puntos en $\overline{CD}$

$$\Rightarrow \quad f(x_0; y_0) = f(x_1; y_1)$$

$$\boxed{4x_0 + 3y_0 = 4x_1 + 3y_1}$$

Reemplazando en M:

$$M = \frac{(4x_0 + y_0 + 3y_0)^2}{x_0^2 + 2x_0\,y_0 + y_0^2} = \frac{(4x_0 + 4y_0)^2}{x_0^2 + 2x_0\,y_0 + y_0^2}$$

$$M = \frac{16\cancel{(x_0 + y_0)^2}}{\cancel{(x_0 + y_0)^2}} = 16$$

Rpta : $\boxed{16}$

3. **Hallar el valor máximo de la función objetivo $z = 2x + y$ sujeta a las restricciones:**

3x + 4y ≥ 24 ; x ≤ 4

3x + 2y ≤ 24 ; x ≥ 0 ; y ≥ 0

Resolución

I. 3x + 4y = 24

x	y
0	6
8	0

$0 \geq 24$

$(falso)$

II. 3x + 2y = 24

x	y
0	12
8	0

$0 \leq 24$

$(Verdad)$

III. 1er Cuadrante

$x \geq 0$

$y \geq 0$

IV. x ≤ 4

Hallando P :

3(4) + 4y = 24

y = 3

Hallando Q :

3(4) + 2y = 24

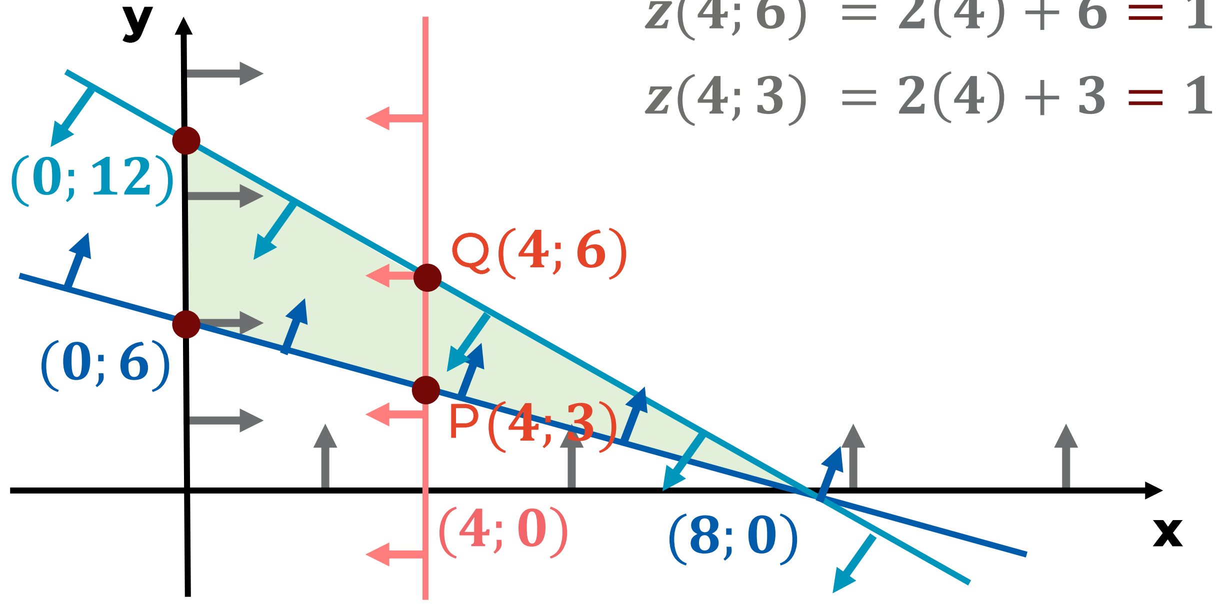
y = 6

$z(0;12) = 2(0) + 12 = 12$

$z(0;6) = 2(0) + 6 = 6$

$z(4;6) = 2(4) + 6 = 14$

$z(4;3) = 2(4) + 3 = 11$



Rpta : $\boxed{14}$

4. **Calcular** n **en la función** $F=\{(5;9),(3;6),(n;1),(5;n^2)\}$
Siendo: $E=F(F(2-n)+2n)$

A) 3
B) 4
C) 6
D) -3
E) 0

Resolución

Siendo: $(5;9)=(5;n^2)$

$$n^2=9$$

$\Rightarrow$ $n=3$ (no, porque el dominio no debe repetirse)

$$\boxed{n=-3}$$

Reemplazando en E:

$$E=F(F(2-(-3))+2(-3))$$

$$E=F(\underline{F(5)}-6)$$

$$E=F(9-6)$$

$$E=F(3)$$

$$E=6$$

Rpta : $\boxed{6}$

5. Dados los conjuntos: $A = \{1;3;8\}$ **,** $B = \{2;3;9\}$ **Halle el número de elementos de:**

$$R = \{(x;y)\epsilon\, \mathrm{AxB}\ /x + y\ es\ un\ número\ par\}$$

Resolución

Hallando el Producto Cartesiano $A \times B$

$$A \times B = \{\underbrace{(1;2)}_{\substack{3\\ \text{no}}}, \underbrace{(1;3)}_{\substack{4\\ \text{si}}}, \underbrace{(1;9)}_{\substack{10\\ \text{si}}}, \underbrace{(3;2)}_{\substack{5\\ \text{no}}}, \underbrace{(3;3)}_{\substack{6\\ \text{si}}}, \underbrace{(3;9)}_{\substack{12\\ \text{si}}}, \underbrace{(8;2)}_{\substack{10\\ \text{si}}}, \underbrace{(8;3)}_{\substack{11\\ \text{no}}}, \underbrace{(8;9)}_{\substack{17\\ \text{no}}}\}$$

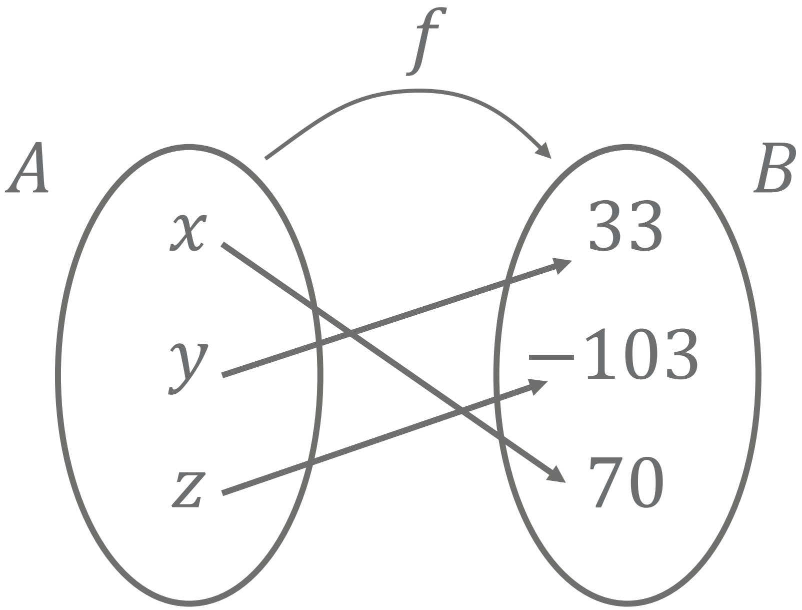
La relación $\boldsymbol{R}$ **:**

$$R = \{(1;3), (1;9), (3;3), (3;9), (8;2), \}$$

$$n(R) = 5$$

Rpta : $\boxed{5}$

6. Dada la función de A en B representada por el siguiente gráfico:



Efectúe $T=\dfrac{f^3_{(x)}+f^3_{(y)}+f^3_{(z)}}{f(x)\cdot f(y)\cdot f(z)}$

Resolución

Del Diagrama:

$$f(x)=70$$
$$f(y)=33$$
$$f(z)=-103$$

Sumando: $\boxed{f(x)+f(y)+f(z)=0}$

Por Identidad condicional

$$\Rightarrow f^3_{(x)}+f^3_{(y)}+f^3_{(z)}=3f(x).f(y).f(z)$$

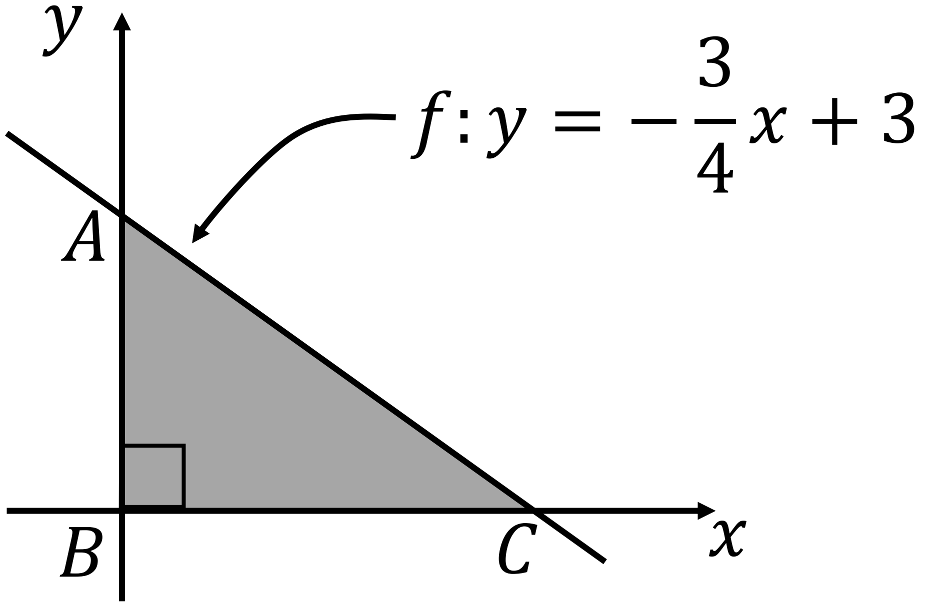
Reemp. en T:

$$T=\frac{3\cancel{f(x).f(y).f(z)}}{\cancel{f(x)\cdot f(y)\cdot f(z)}}$$

$$\rightarrow T=3$$

Rpta : $\boxed{3}$

7. Calcule el área de la figura sombreada.



A) $6\ u^2$ C) $4\ u^2$

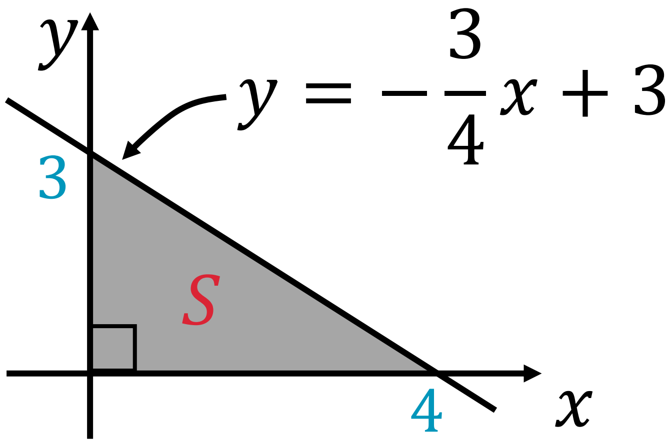
B) $5\ u^2$ D) $12\ u^2$

Resolución De la gráfica: Corte en y

$$x = 0 \Rightarrow y = -\frac{3}{4}(0) + 3 \Rightarrow \boxed{y = 3}$$

En x $\Rightarrow y = 0 \Rightarrow 0 = -\frac{3}{4}x + 3$

$$\Rightarrow \frac{3}{4}x = 3 \Rightarrow \boxed{x = 4}$$

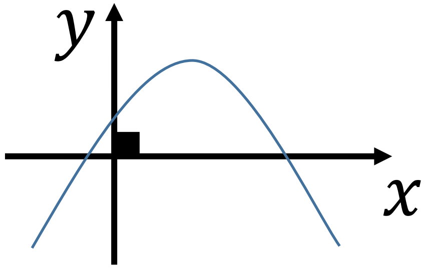


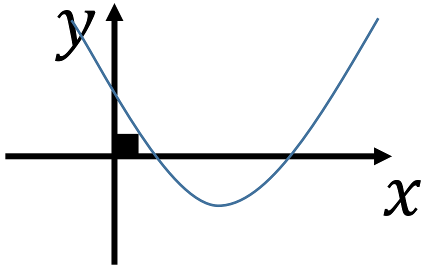
$$S = \frac{3.\cancel{4}^{\,2}}{\cancel{2}}$$

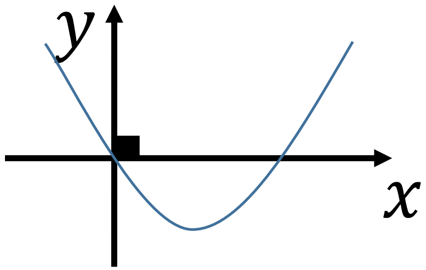
$$S = 6\ u^2$$

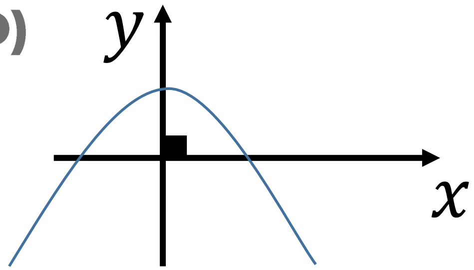
Rpta : $\boxed{6\ u^2}$

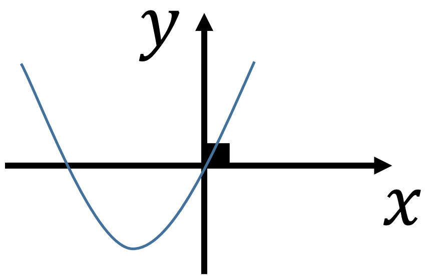
8. **Graficar :** $F(x) = 3x^2 - 6x + 1$

A)


B)


C)


D)


E)


Resolución

Hallando el vértice : $(h;k)$

Recordar: $\boxed{h = -\frac{b}{2a}}$ $\boxed{k = F(h)}$

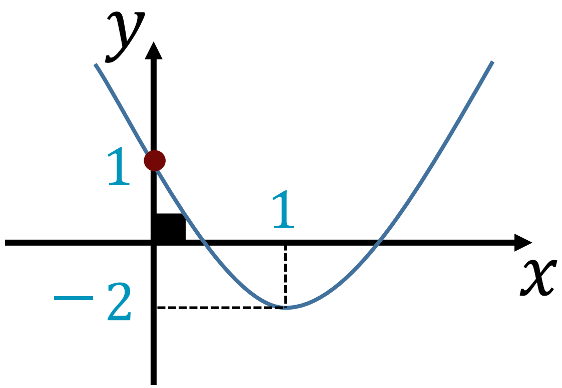
$a = 3$; $b = -6$; $c = 1$

$$h = -\frac{(-6)}{2(3)} = 1$$

$$k = F(1) = 3(1)^2 - 6(1) + 1 = -2$$

Si x = 0 : $F(0) = 1$

Graficando:



Rpta : $\boxed{\text{B}}$

9. Por una oferta, el precio de una laptop es de 10T soles, donde T coincide con el producto de valores enteros del dominio en la función:

$$F(x) = \sqrt{3x-6} - x^2\sqrt{10-2x}$$

¿Cuánto se pago por esta laptop?

Resolución

Hallando el dominio de F(x)

$$3x - 6 \geq 0 \quad \wedge \quad 10 - 2x \geq 0$$

$$x \geq 2 \quad \wedge \quad 5 \geq x$$

$$5 \geq x \geq 2$$

Valores enteros de x : $2; 3; 4; 5$

Calculando el valor de T:

$$T = (2)(3)(4)(5) = 120$$

Pago por la Laptop $10T = 1\,200$ soles

Rpta : $\boxed{\text{1 200 soles}}$

10. **La edad de Sofía Victoria hace 10 años está dada por la suma de los elementos enteros del conjunto $T = \mathrm{Ran}(f) \cap \mathrm{Ran}(g)$, siendo**

$$f(x) = 1 + \frac{5}{x-2}$$

donde $3 \leq x \leq 8 \wedge g(x) = \sqrt{1-x}$ Si $-15 \leq x \leq -3$, ¿Cual es la edad de Sofía actualmente?

Resolución

Hallando el rango de f

$3 \leq x \leq 8 \longleftarrow -2$

$1 \leq x-2 \leq 6 \longleftarrow$ *invirtiendo*

$\frac{1}{6} \leq \frac{1}{x-2} \leq 1 \longleftarrow \times 5$

$\frac{5}{6} \leq \frac{5}{x-2} \leq 5 \longleftarrow +1$

$\frac{11}{6} \leq 1 + \frac{5}{x-2} \leq 6$

$\mathrm{Ran}(f) = \left[\frac{11}{6}; 6\right]$

Hallando el rango de g

$-15 \leq x \leq -3 \longleftarrow \times(-1)$

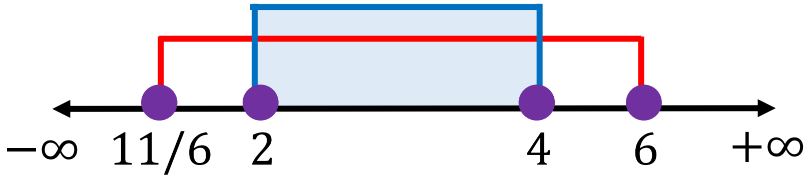
$3 \leq -x \leq 15 \longleftarrow +1$

$4 \leq 1-x \leq 16 \longleftarrow \sqrt{\ }$

$2 \leq \sqrt{1-x} \leq 4$

$\mathrm{Ran}(g) = [2; 4]$

Graficando:



$\mathrm{Ran}(f) \cap \mathrm{Ran}(g) = [2; 4]$

Los elementos enteros de T:

$\{2; 3; 4\}$

Edad de Sofía hace 10 años:

$2 + 3 + 4 = 9\ años$

Edad actual de Sofía:

$9 + 10 = 19\ años$

Rpta : $\boxed{\text{19 años}}$