GEOMETRÍA

Capítulo 21

5th
SECONDARY

PLANO CARTESIANO

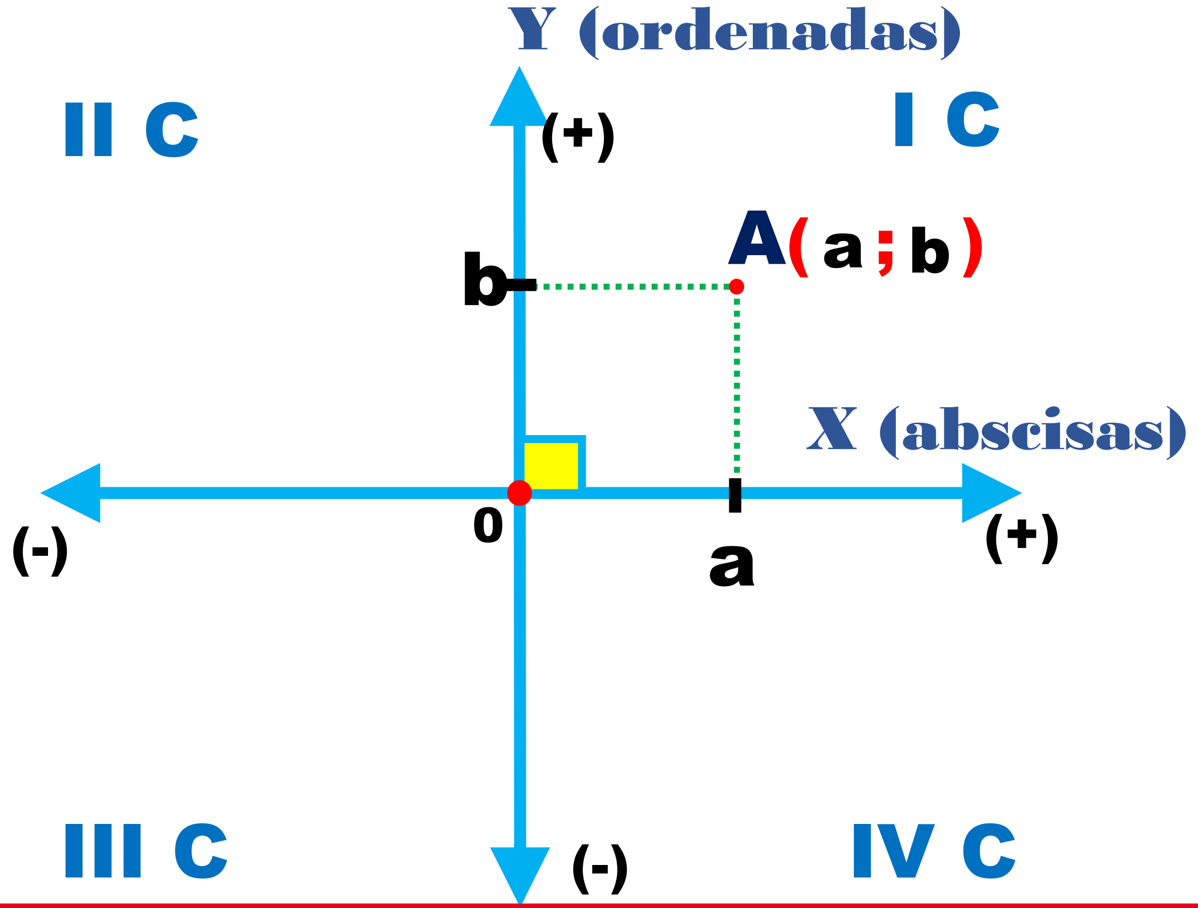
SACO OLIVEROS

René Descartes nace el 31 de marzo de 1596 cerca de Poitiers.

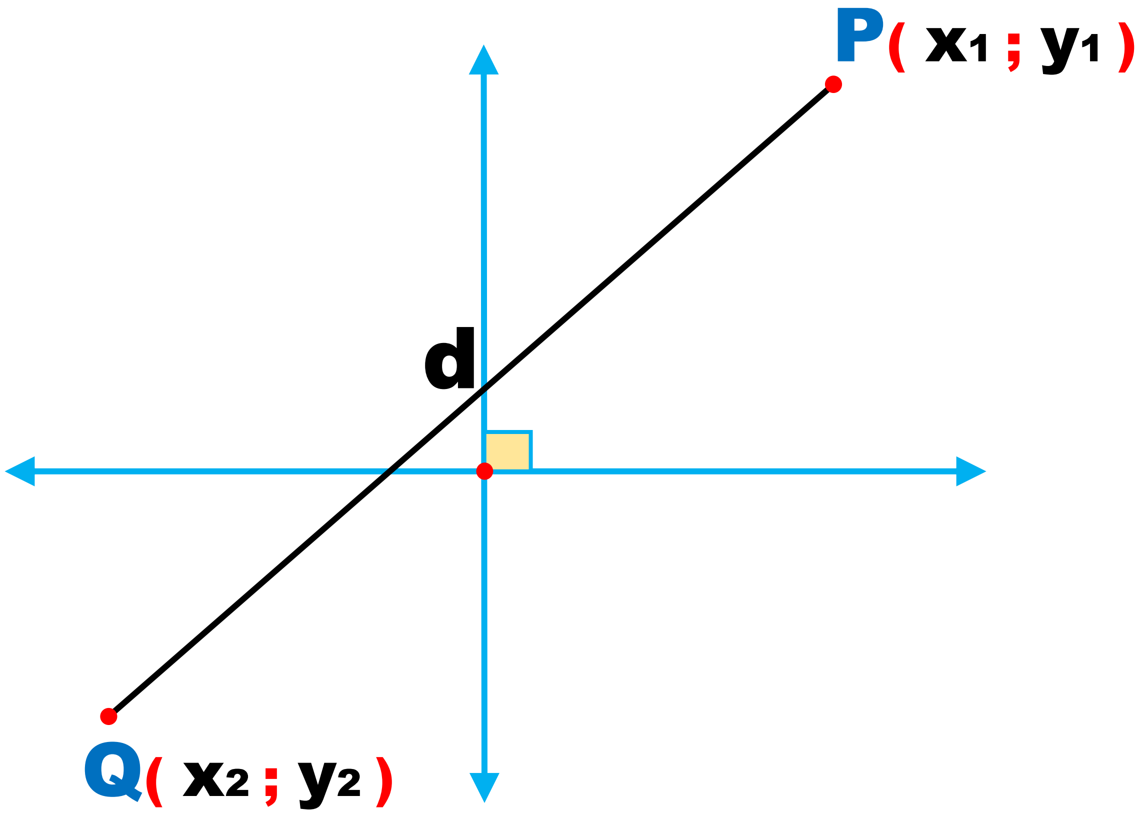
Fundamentó su pensamiento filosófico en la necesidad de tomar un "punto de partida" sobre el que edificar todo el conocimiento. En su faceta matemática que le lleva a crear la geometría analítica, también comienza tomando un punto de partida: dos rectas perpendiculares entre sí, que se cortan en un punto denominado "origen de coordenadas", ideando así las denominadas coordenadas cartesianas

PLANO CARTESIANO

Es el plano determinado por dos rectas perpendiculares que se dividen en cuatro cuadrantes y su intersección se llama origen.



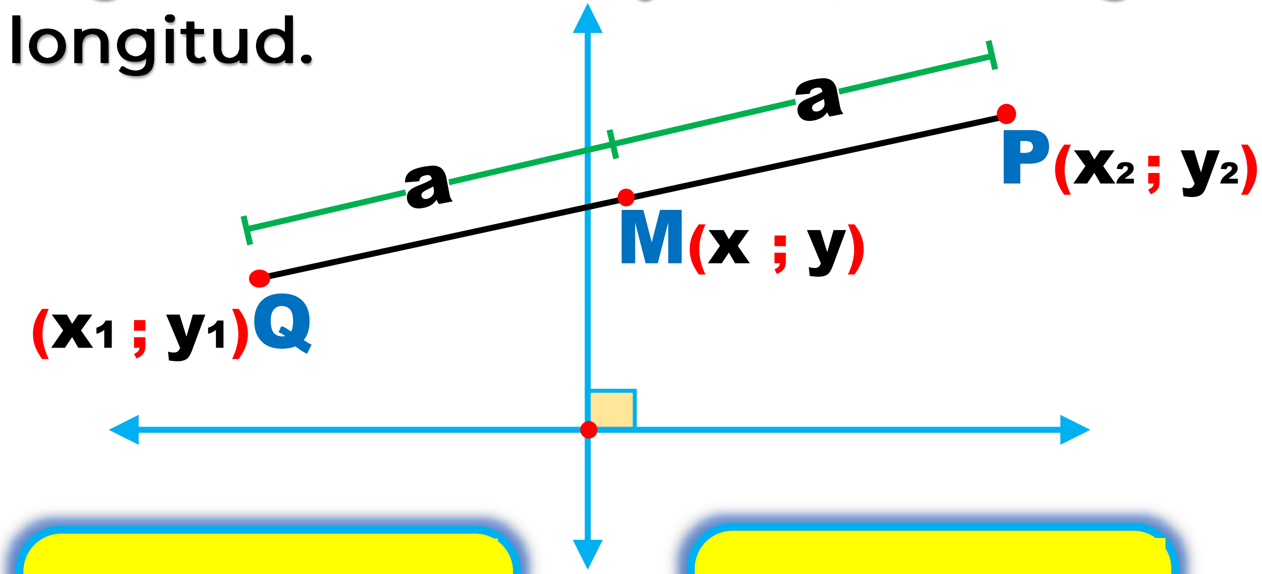
Distancia entre dos puntos



$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

Coordenada del punto medio de un segmento

El punto medio del $\overline{PQ}$ es el punto M(x ; y) que divide en dos segmentos $\overline{PM}$ y $\overline{MQ}$ de igual longitud.

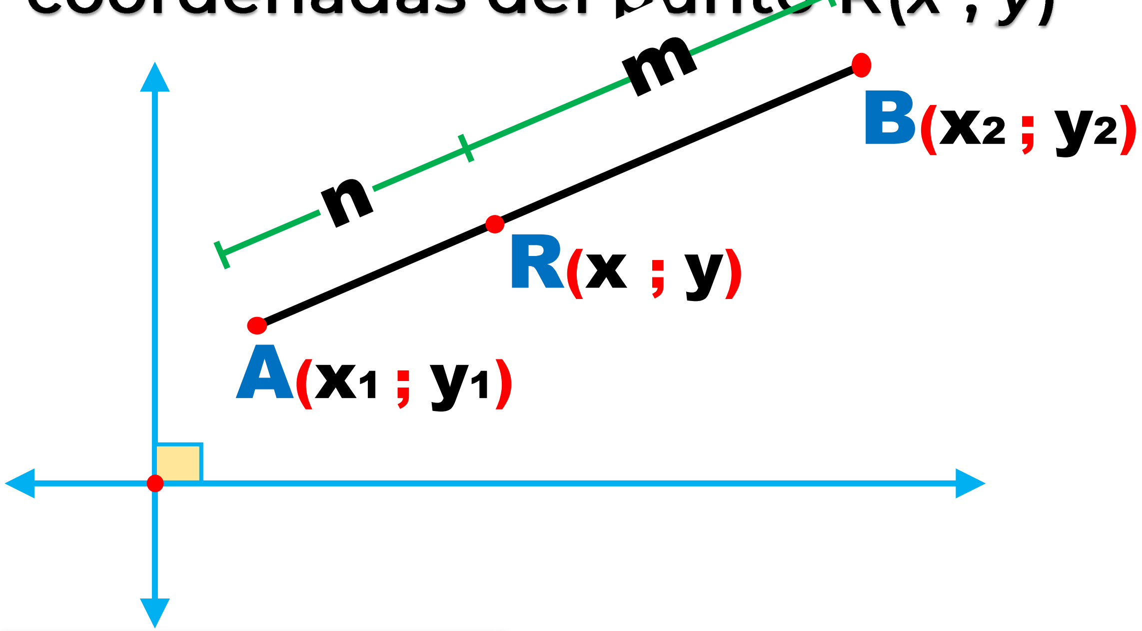


$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

División de un segmento

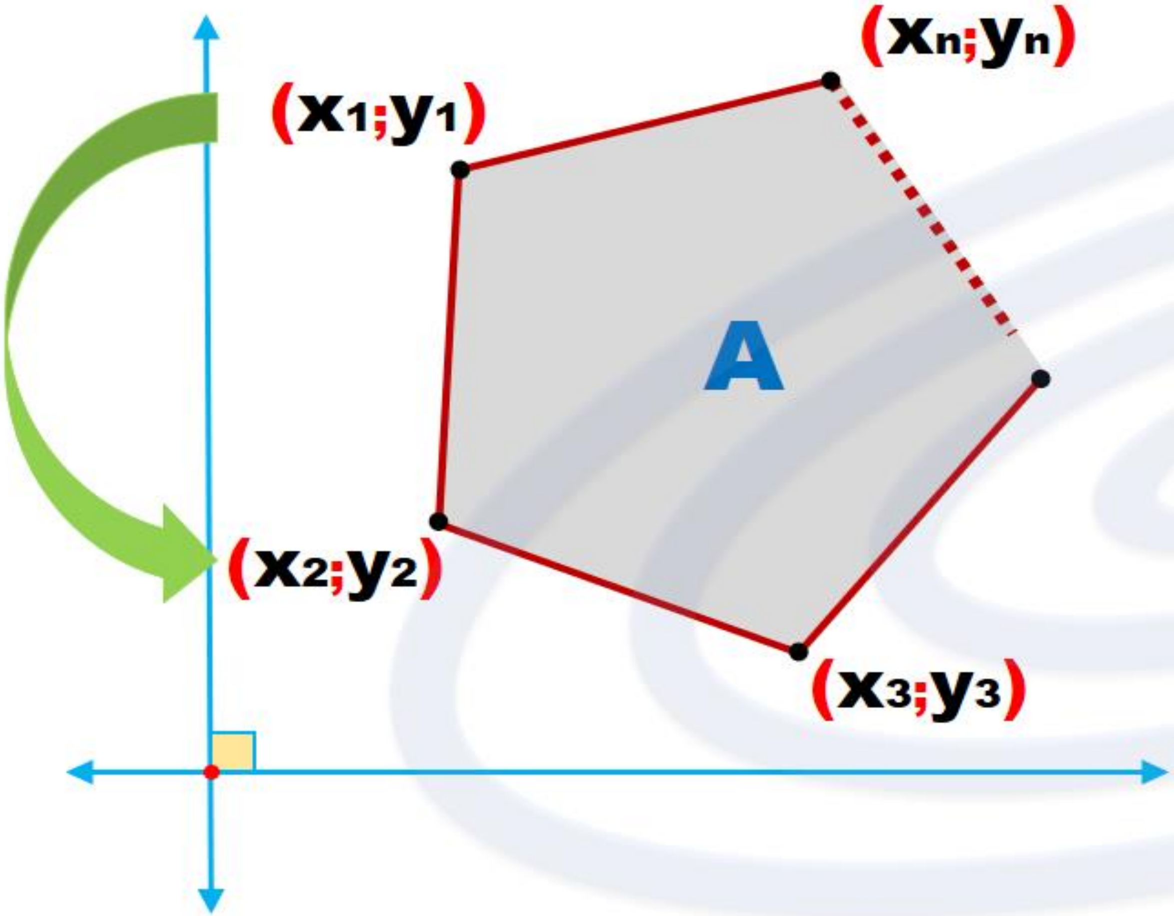
Sean A(x_1 ; y_1) y B(x_2 ; y_2) los extremos de $\overline{PQ}$, las coordenadas del punto R(x ; y)



$$x = \frac{m.x_1 + n.x_2}{m + n}$$

$$y = \frac{m.y_1 + n.y_2}{m + n}$$

Cálculo de áreas en el plano cartesiano

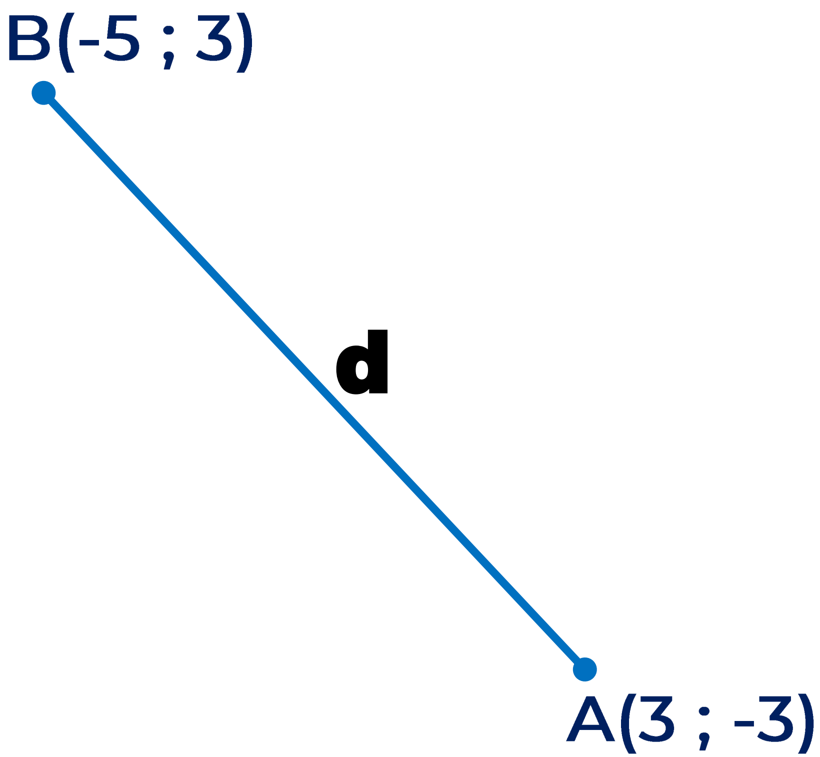


$$
\begin{array}{c|cc|c}
 & x_1 & y_1 & \\
x_2 \cdot y_1 & x_2 & y_2 & x_1 \cdot y_2 \\
x_3 \cdot y_2 & x_3 & y_3 & x_2 \cdot y_3 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 & x_n & y_n & \\
x_1 \cdot y_n & x_1 & y_1 & x_n \cdot y_1 \\
\hline
R & & & S
\end{array}
$$

(+) (+)

$$A = \frac{|R-S|}{2}$$

1. Halle la distancia entre los puntos A(3 ;– 3) y B(– 5; 3).



Resolución

- Piden: d
- Distancia entre dos puntos

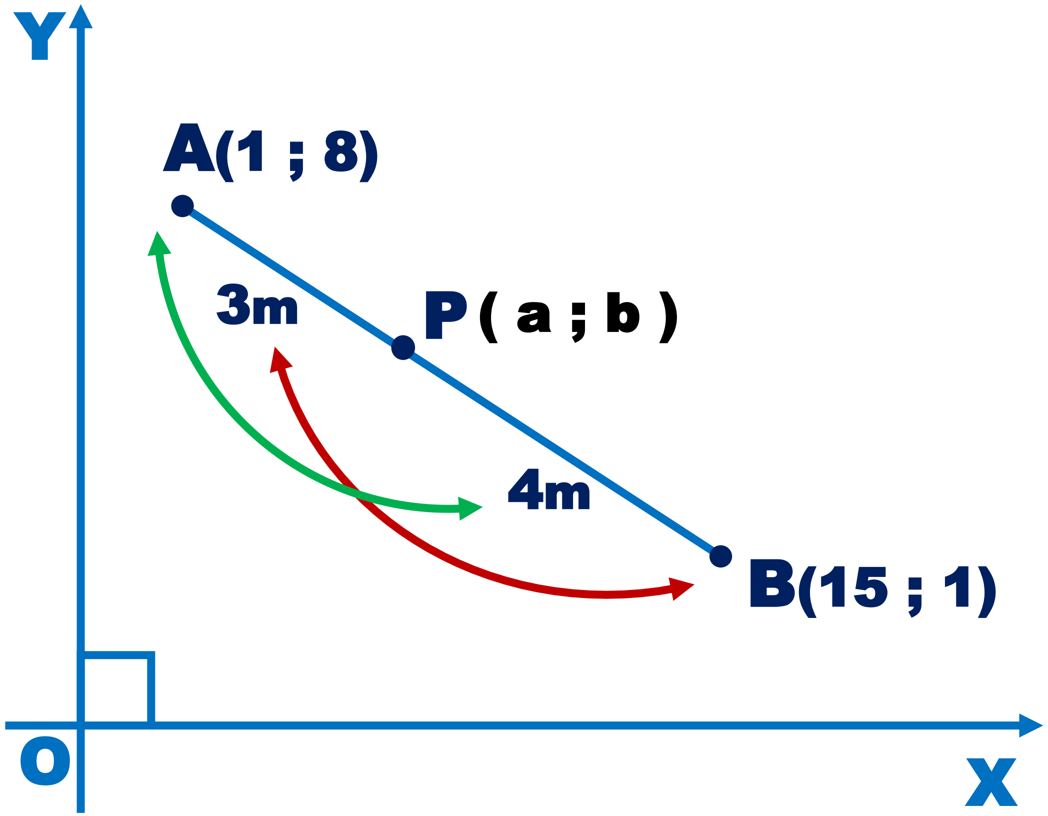
$$\mathbf{d} = \sqrt{(-5-3)^2 + (3-(-3))^2}$$

$$\mathbf{d} = \sqrt{(-8)^2 + (6)^2}$$

$$\mathbf{d} = \sqrt{100}$$

$$\boxed{\mathbf{d} = 10}$$

2. Determine las coordenadas del punto P.



Resolución

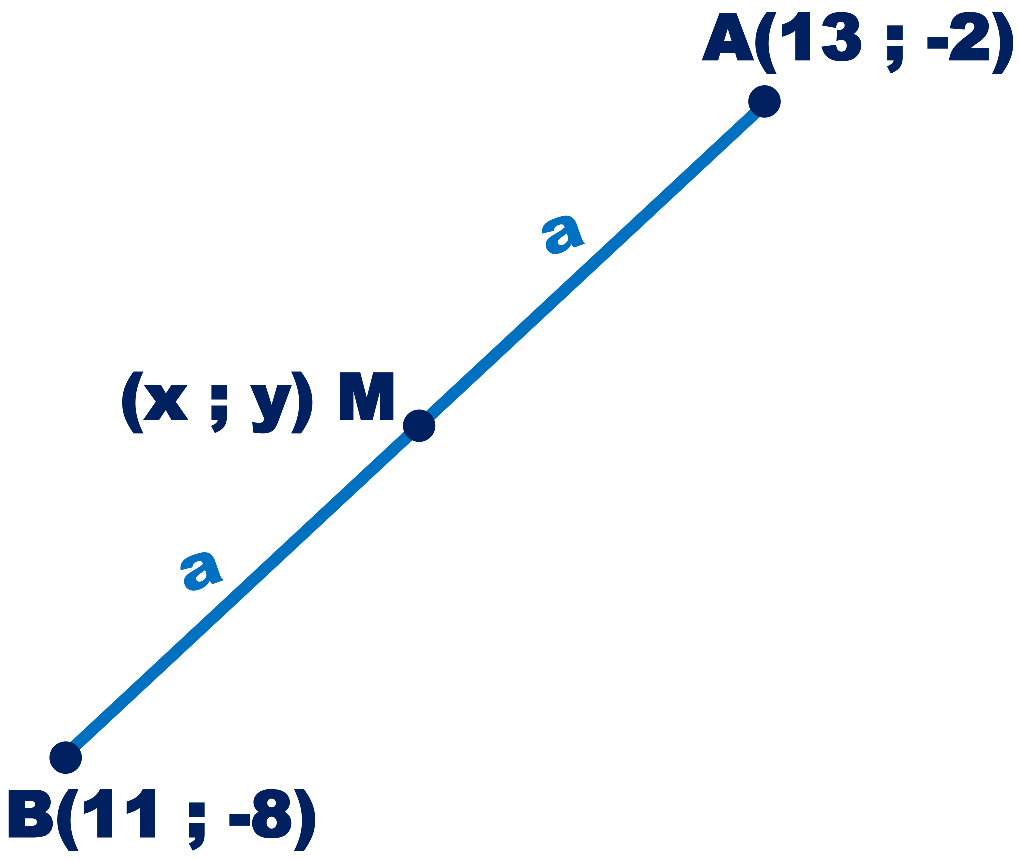
- Piden: P (a ; b)
- Por teorema:

$$a = \frac{4(1) + 3(15)}{3 + 4} = \frac{49}{7} = 7$$

$$b = \frac{4(8) + 3(1)}{3 + 4} = \frac{35}{7} = 5$$

$$\boxed{P(\,7\,;5\,)}$$

3. Determine las coordenadas del punto medio del segmento que tiene por extremos los puntos A (13; – 2) y B (11; – 8).



Resolución

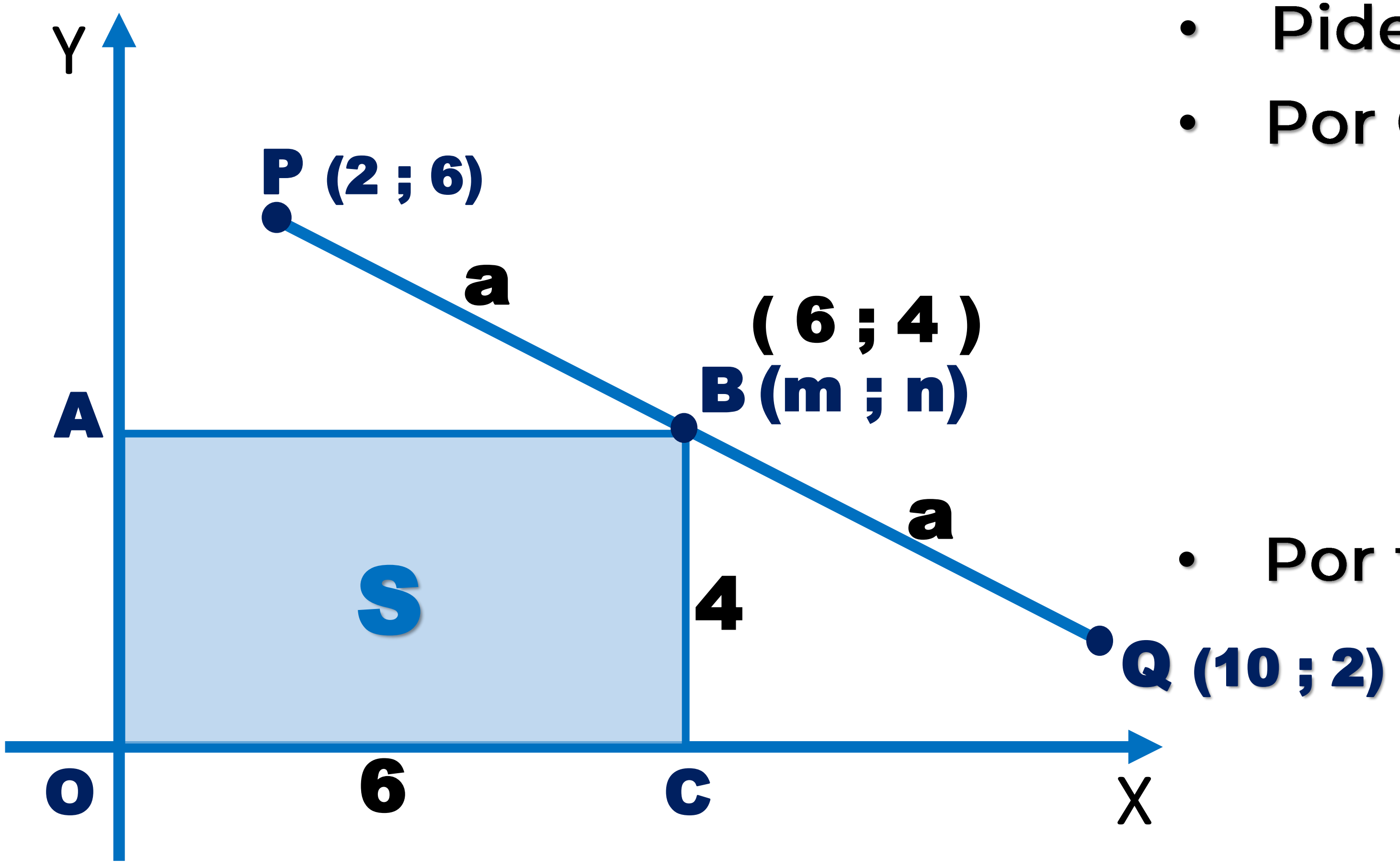
- Piden: M (x ; y)
- Por Coordenada del Punto Medio

$$x = \frac{11 + 13}{2} = \frac{24}{2} = 12$$

$$y = \frac{(-8) + (-2)}{2} = \frac{-10}{2} = -5$$

$$\boxed{M(12 ; -5)}$$

4. Calcule el área de la región rectangular OABC.



Resolución

- Piden: S
- Por Coordenada del Punto Medio

$$m = \frac{10 + 2}{2} = 6$$

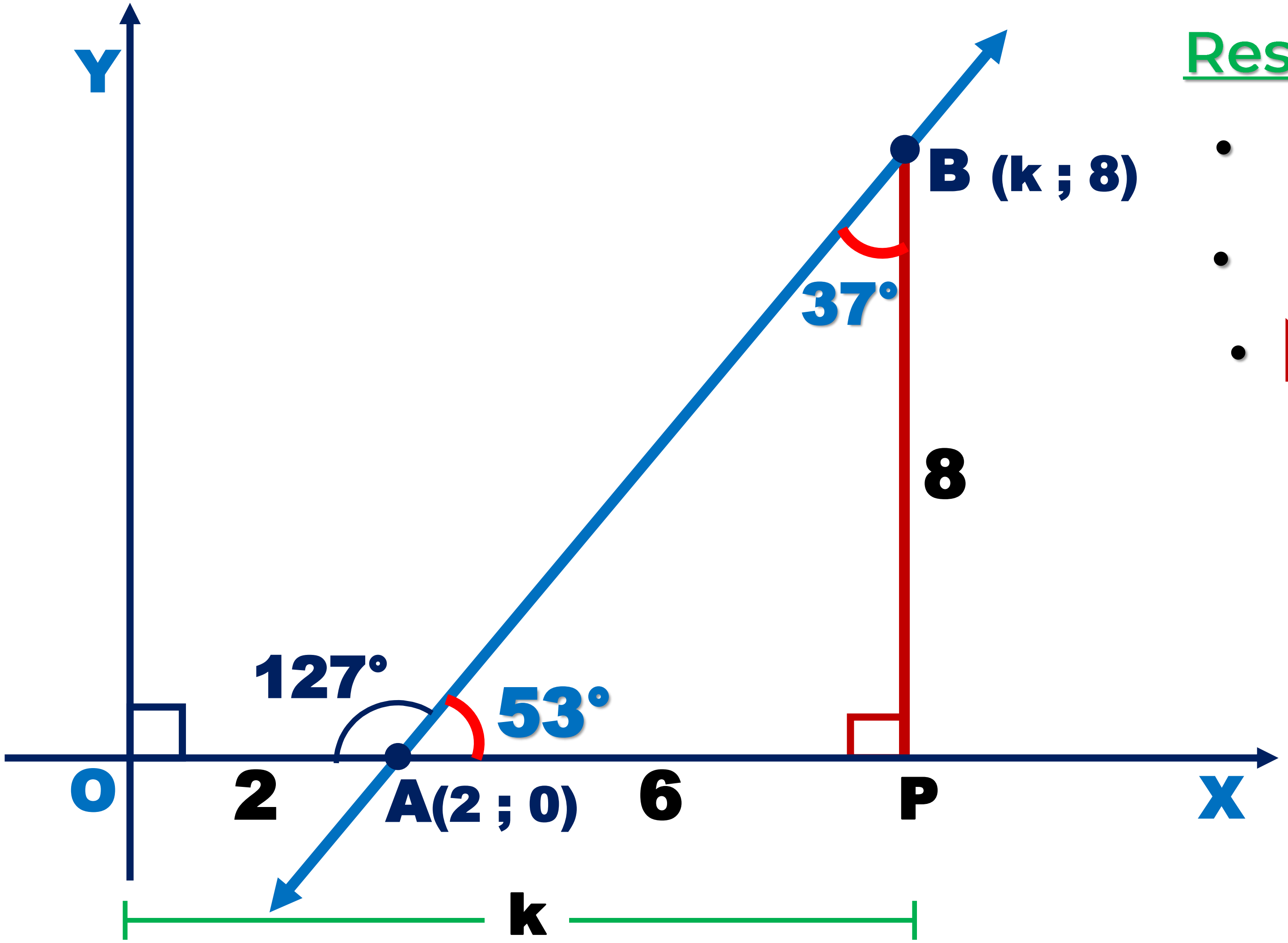
$$n = \frac{2 + 6}{2} = 4$$

- Por teorema:

$$S = (6)(4)$$

$$\boxed{S = 24\ u^2}$$

5. En la figura, halle el valor de k.



Resolución

- Piden: k
- Se traza $\overline{BP} \perp \overleftrightarrow{X}$
- ◺APB: Notable de 37° y 53°

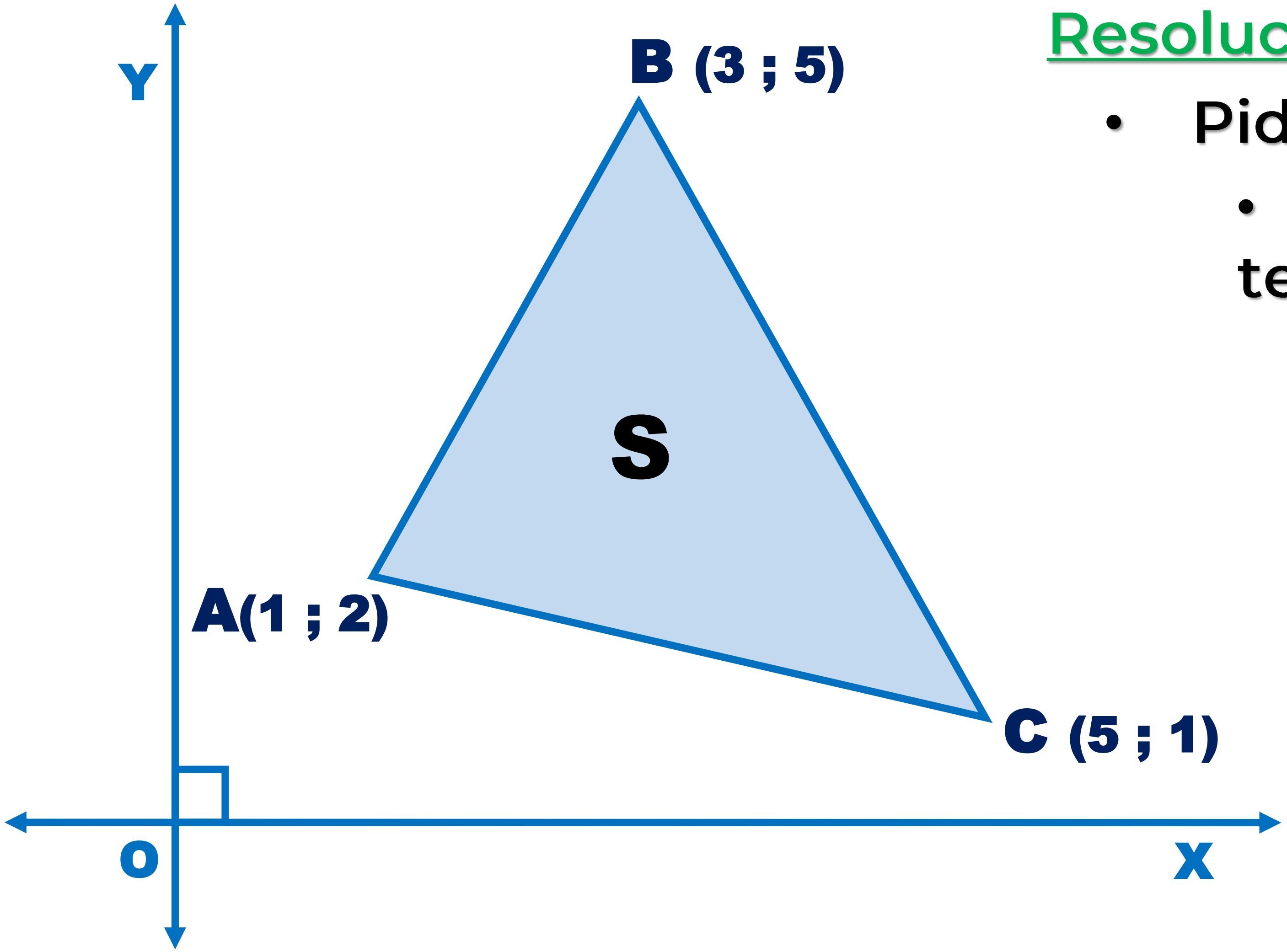
AP = 6

- Del gráfico:

k = 2 + 6

$\boxed{k = 8}$

6. Calcule el área de la región triangular ABC.



Resolución

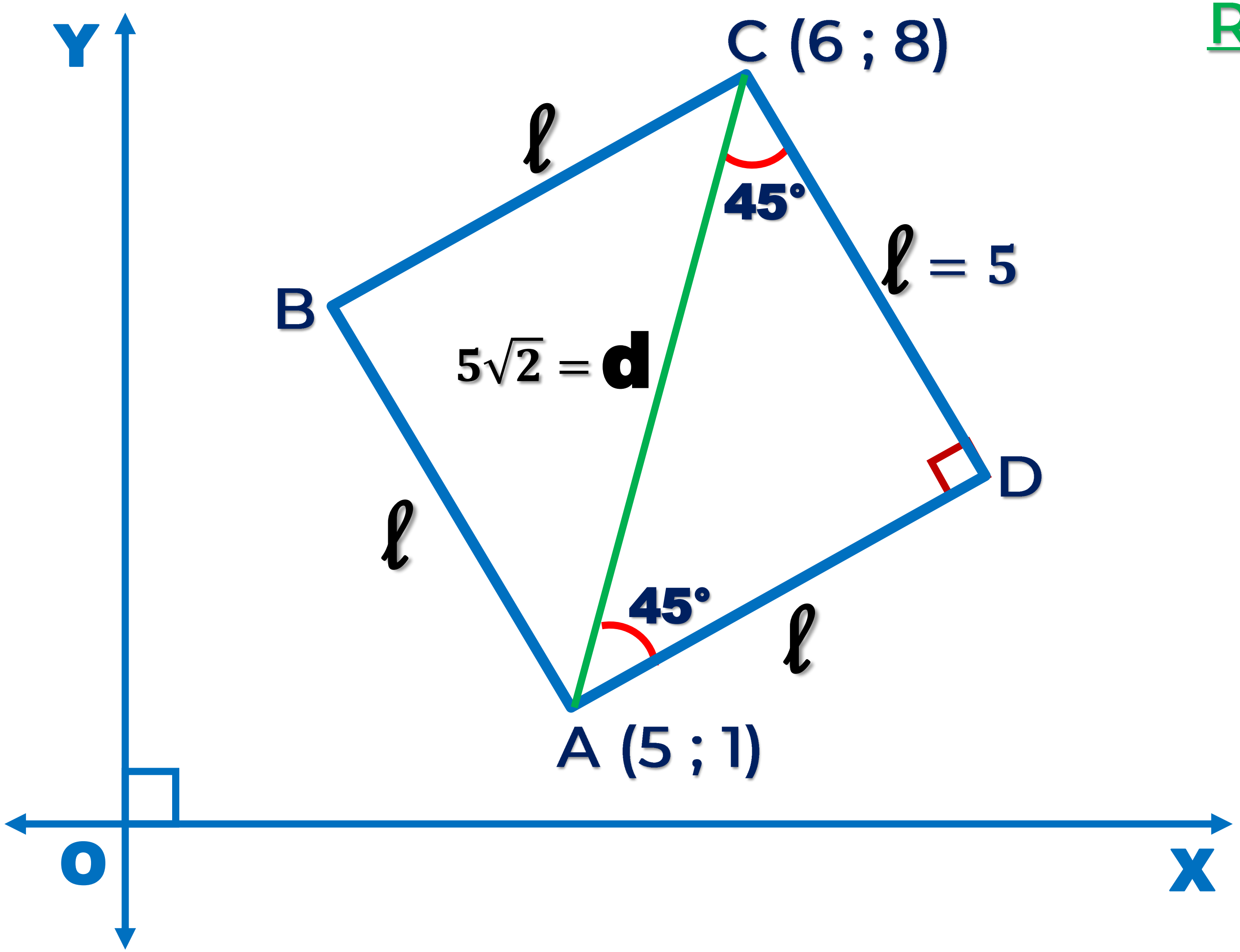
- Piden: S
  - Por teorema:

	1	2	
10	5	1	1
3	3	5	25
5	1	2	6
18			32

$$S = \frac{|18 - 32|}{2} = \frac{14}{2}$$

$$\boxed{S = 7\ u^2}$$

7. Calcule el perímetro de la región cuadrada ABCD.



Resolución

- Piden: $2p_{ABCD}$

  $2p_{ABCD} = 4l$ ... (1)

- Se traza $\overline{AC}$

  $d = \sqrt{(6-5)^2 + (8-1)^2}$

  $d = \sqrt{(1)^2 + (7)^2}$

  $d = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

- ◺ADC : Notable de 45° y 45°

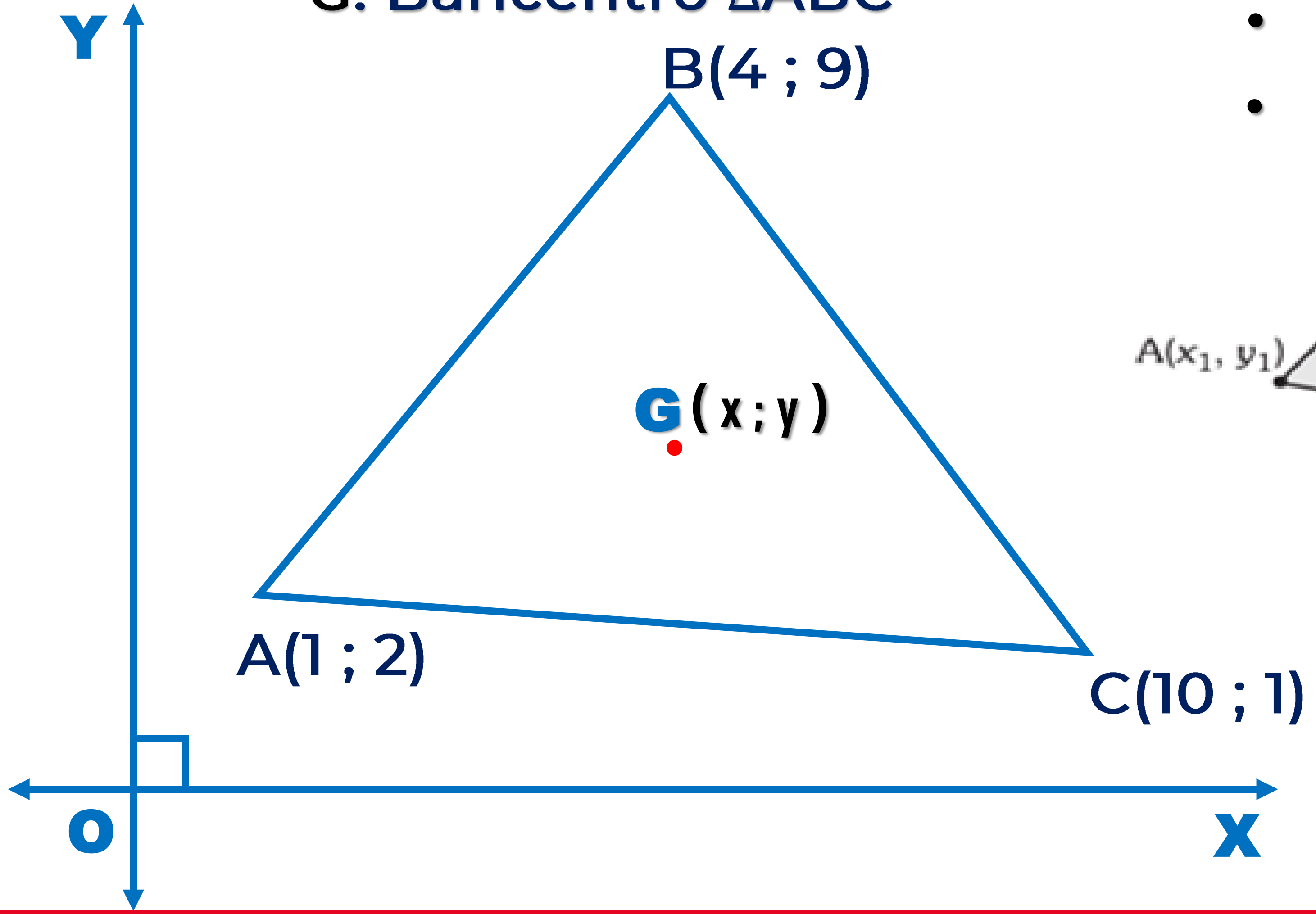
  $l = 5$ ... (2)

- Reemplazando 2 en 1.

  $2p_{ABCD} = 4(5)$ $\boxed{2p_{ABCD} = 20\ u}$

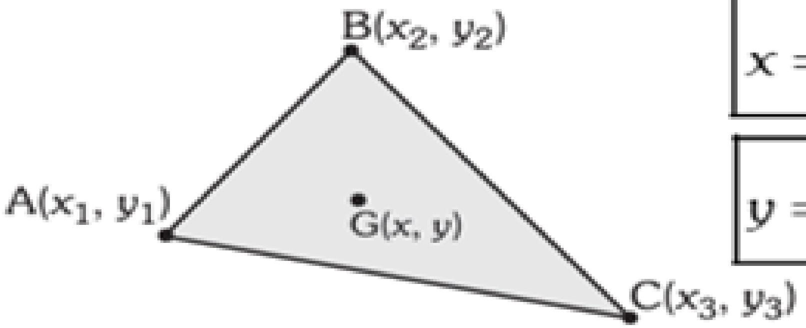
8. Determine las coordenadas del baricentro de la región triangular ABC.

G: Baricentro ΔABC



Resolución

- Piden: G (x ; y)
- Por teorema:



$$\boxed{x = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}}$$

$$\boxed{y = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}}$$

$$x = \frac{1 + 4 + 10}{3} = \frac{15}{3} = 5$$

$$y = \frac{2 + 9 + 1}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

$$\boxed{G(5 ; 4)}$$