ALGEBRA

Chapter 5

4th
SECONDARY

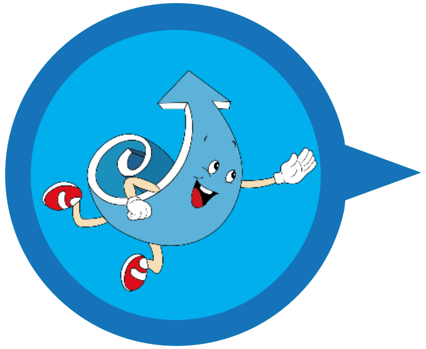
Teorema del Resto

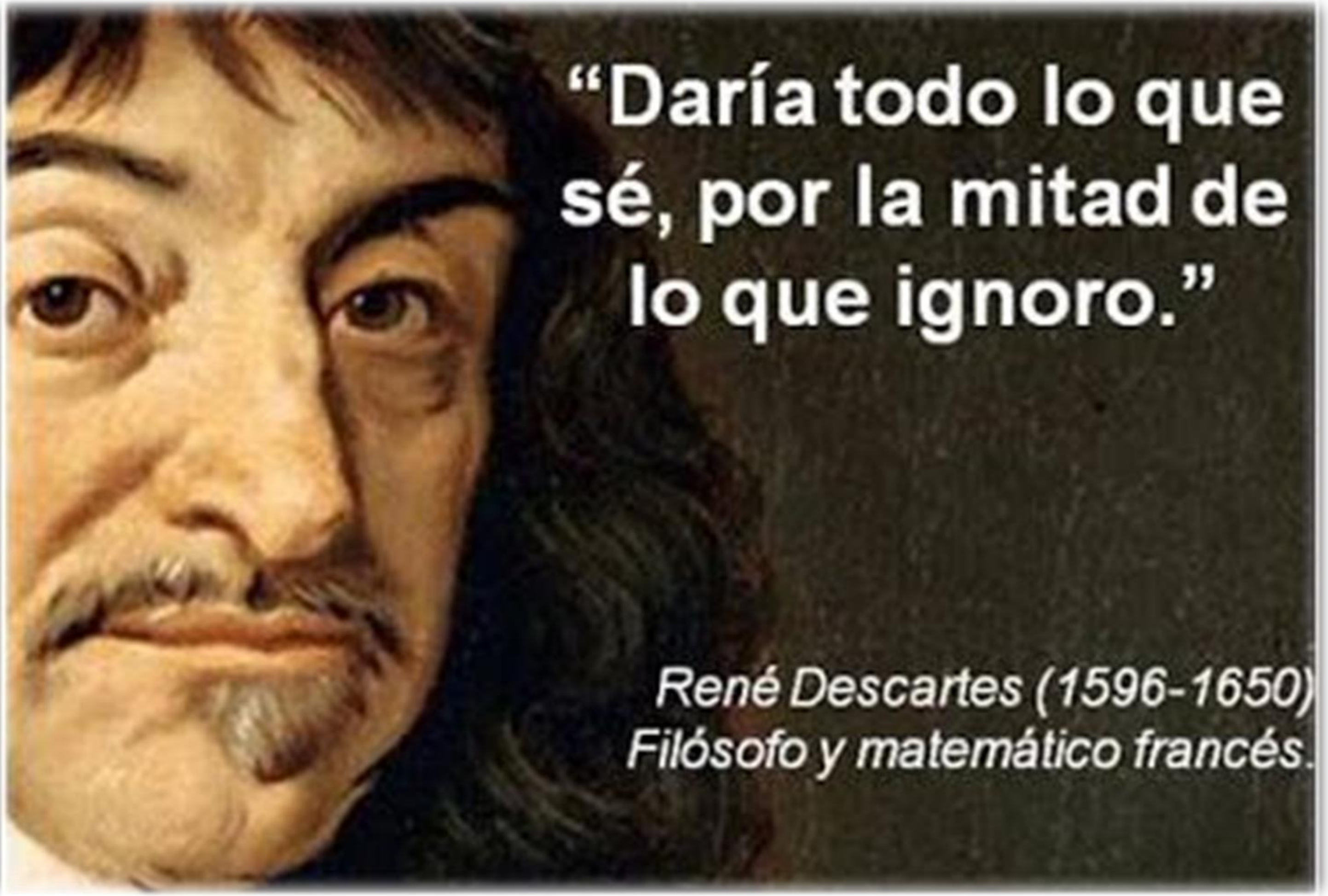
SACO OLIVEROS

HELICO

MOTIVATING

SACO OLIVEROS




"Daría todo lo que sé, por la mitad de lo que ignoro."
René Descartes (1596-1650)
Filósofo y matemático francés.

HELICO THEORY

CHAPTHER 05

SACO OLIVEROS

¿QUÉ ES EL TEOREMA DEL RESTO?

Es el proceso de calcular el residuo de manera directa sin necesidad de efectuar la división.

1 Teorema del resto.

El residuo de dividir $\frac{P(x)}{ax+b}$, se calcula al evaluar dicho polinomio P(x), cuando su variable "x" asume el valor de $\frac{-b}{a}$.

Ejemplo:

Calcular el resto en:

$$\frac{5x^4 - 3x^2 + 9x^3 - 10x - 15}{x - 1}$$

Resolución

$$x - 1 = 0$$
$$x = 1$$

$$R(x) = 5.1^4 - 3.1^2 + 9.1^3 - 10.1 - 15 = -14$$

$$R(x) = -14$$

HELICO PRACTICE

CHAPTHER 05

SACO OLIVEROS

1. Obtenga el residuo de:

$$\frac{x^5 - 7x^3 + 3x^4 - 5x^2 + 9x - 11}{x+3}$$

Resolución

$$x + 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = -3$$

Reemplazando en el Dividendo

$$(-3)^5 - 7(-3)^3 + 3(-3)^4 - 5(-3)^2 + 9(-3) - 11$$

$$-243 - 7(-27) + 3(81) - 5(9) - 27 - 11$$

$$-\cancel{243} + 189 + \cancel{243} - 45 - 27 - 11$$

$$189 - 83 = 106$$

$$\boxed{R(x) = 106}$$

2. Obtenga el residuo de:

$$\frac{x^{40}-(2x)^{20}-x^{13}+8x^{10}+9}{x-2}$$

Resolución

$$x-2=0 \Rightarrow x=2$$

$$(2)^{40}-(2.2)^{20}-(2)^{13}+8(2)^{10}+9$$

$$(2)^{40}-\left(2^2\right)^{20}-(2)^{13}+2^3(2)^{10}+9$$

$$\cancel{(2)^{40}}-\cancel{(2)^{40}}-\cancel{(2)^{13}}+\cancel{(2)^{13}}+9$$

$$\boxed{R(x)=9}$$

3. Obtenga el residuo de:

$$\frac{(x+3)(x+4)(x+2)(x+5)+1}{x^2+7x-8}$$

Resolución

$$\frac{(x^2+7x+12)(x^2+7x+10)+1}{x^2+7x-8}$$

$$x^2+7x-8=0 \quad \Rightarrow \quad x^2+7x=8$$

$$(8+12)(8+10)+1$$

$$(20)(18)+1$$

$$360+1$$

$$\boxed{R(x)=361}$$

4. Obtenga el residuo de:

$$\frac{x^5 + 2x^4 + 3x^3 + x^2 + 1}{x^3 - 3}$$

Resolución

$$x^3 - 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad x^3 = 3$$

$$\frac{x^3 . x^2 + 2x^3 . x + 3x^3 + x^2 + 1}{x^3 - 3}$$

$$R(x) = 3 . x^2 + 2 . 3 . x + 3 . 3 + x^2 + 1$$

$$R(x) = 4x^2 + 6x + 10$$

$$\boxed{R(x) = 4x^2 + 6x + 10}$$

5. Obtenga el residuo de:

$$\frac{(x-2)^5+(x-1)^4+6}{(x-2)(x-1)}$$

Observación:

Como el divisor es de segundo grado, entonces el residuo a lo más puede ser de primer grado

Resolución

Aplicando el Algoritmo de la división $\boxed{D(x)=d(x)q(x)+R(x)}$ $\quad \mathrm{R}(x)=ax+b$

$$(x-2)^5+(x-1)^4+6=(x-2)(x-1)q(x)+ax+b$$

Evaluamos para $x=2\rightarrow \cancel{\underbrace{(2-2)}_{0}{}^5}+\underbrace{(2-1)}_{1}{}^4+6=\cancel{\underbrace{(2-2)}_{0}(2-1)q(2)}+a(2)+b \rightarrow 7=2a+b\ldots(\alpha)$

$$x=1\rightarrow \cancel{\underbrace{(1-2)}_{-1}{}^5}+\underbrace{(1-1)}_{0}{}^4+6=\cancel{(1-2)\underbrace{(1-1)}_{0}q(1)}+a(1)+b \rightarrow 5=a+b\ldots(\beta)$$

Restando (α) y (β) $\quad 7-5=2a-a \rightarrow \boxed{a=2}$

Reemplazando en (β) $\quad 5=2+b \rightarrow \boxed{b=3}$ $\quad \therefore\ \mathrm{R}(x)=2x+3$

Rpta $\boxed{2x+3}$

6. Calcule el residuo de:

$$\frac{x^{100}+2}{x^2+x+1}$$

Resolución

Por Restos Especiales

Multiplicamos $(x-1)$

$$\frac{(x^{100}+2)(x-1)}{(x^2+x+1)(x-1)} = \frac{x^{101}+x^{100}+2x-2}{x^3-1}$$

Por Teorema del Resto

I. $x^3-1=0 \rightarrow \boxed{x^3=1}$

II. $\mathrm{D}(x)=(x^3)^{33}x^2-(x^3)^{33}x+2x-2$

Reemplazando el valor de x^3

$$R=(1)^{33}x^2-(1)^{33}x+2x-2$$

$$R=x^2-x+2x-2 = x^2+x-2$$

Al final se divide por $(x-1)$

$$R=\frac{x^2+x-2}{(x-1)}=\frac{(x+2)\cancel{(x-1)}}{\cancel{(x-1)}}$$

$$\therefore R=x+2$$

Rpta $\boxed{x+2}$

7. Indique el residuo de:

$$\frac{2x^{119}+1}{x^2-x+1}$$

Resolución

Por teorema del Resto

I. $x^2-x+1=0$

$(x+1)(x^2-x+1)=(x+1)0$

$x^3+1=0 \quad \rightarrow \quad \boxed{x^3=1}$

II. $\mathrm{D}(x)=2\left(x^3\right)^{39}x^2+1$

Reemplazando el valor de x^3

$R=2(-1)^{39}x^2+1$

$R=-2x^2+1 \quad \ldots(\alpha)$

De (I)

$x^2-x+1=0$

$\boxed{x^2=x-1}$

Reemplazando en (α)

$R=-2(x-1)+1$

$R=-2x+2+1$

$R=-2x+3$

Rpta $\boxed{-2x+3}$

8. En la siguiente división:

$$\frac{(2k-1)x^{21}+8kx^{18}+(k+5)x^5+7x^2+3k}{x+1}$$

el valor de *k* representa el número de hermanos de Lucero . Si la división tiene residuo 27. ¿Cuántos hermanos tiene Lucero?

Resolución

Por teorema del Resto

I. $x+1=0 \quad \rightarrow \quad \boxed{x=-1}$

Reemplazando el valor de *x*

$$R=(2k-1)(-1)^{21}+8k(-1)^{18}+(k+5)(-1)^5+7(-1)^2+3k$$

$$R=-(2k-1)+8k-(k+5)+7+3k$$

$$R=\cancel{-2k}+1+8k\cancel{-k}-5+7\cancel{+3k}$$

$$R=8k+3$$

Residuo es 27

$$\rightarrow \quad 8k+3=27$$

$$k=3$$

Rpta: Lucero tiene 3 hermanos