ALGEBRA

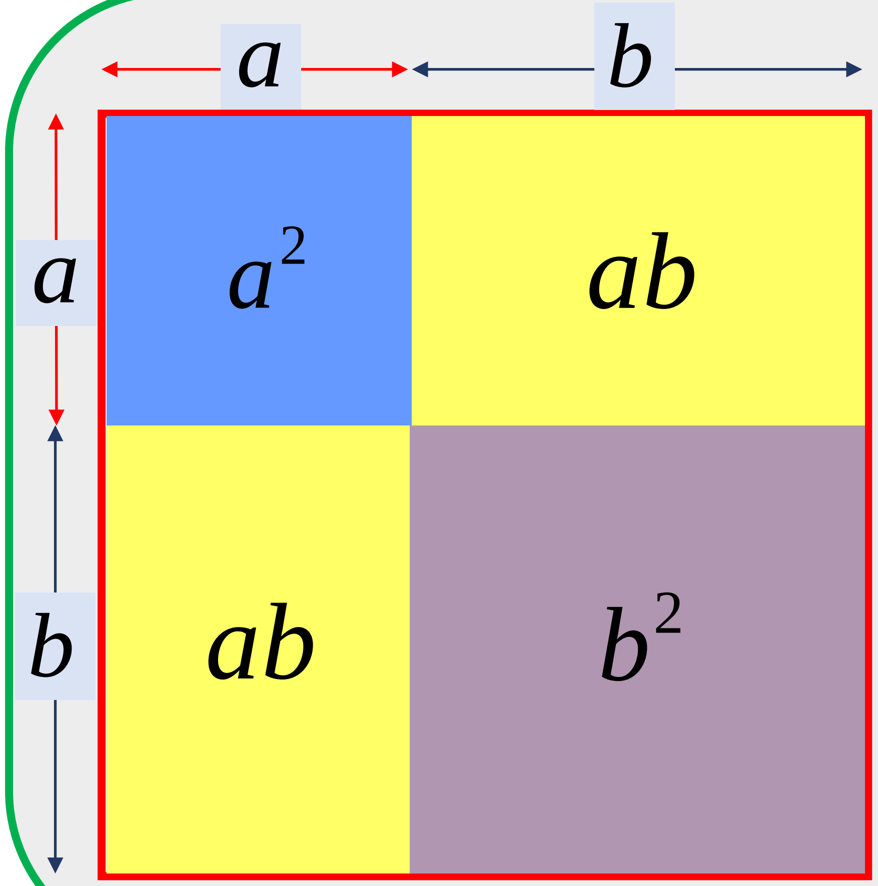
Capitulo 7

3th
SECONDARY

Productos Notables I

SACO OLIVEROS

MOTIVATING STRATEGY



$$\boxed{(a+b)^2} = a^2 + ab + ab + b^2$$

$$\boxed{(a+b)^2} = a^2 + 2ab + b^2$$

SACO OLIVEROS

HELICO THEORY

Son los resultados de ciertas multiplicaciones indicadas, que se obtienen en forma directa, sin efectuar la multiplicación.

SACO OLIVEROS

I DESARROLLO DEL BINOMIO AL CUADRADO: (Trinomio cuadrado perfecto)

$$(a+b)^2 \equiv a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 \equiv a^2 - 2ab + b^2$$

Ejemplo:

$$(x+2)^2 = \underbrace{(x)^2}_{} + \underbrace{2(x)(2)}_{} + \underbrace{(2)^2}_{}$$

$$(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$$

Ejemplo:

$$(x-3)^2 = \underbrace{(x)^2}_{} - \underbrace{2(x)(3)}_{} + \underbrace{(3)^2}_{}$$

$$(x-3)^2 = x^2 - 6x + 9$$

II IDENTIDAD DE LEGENDRE:

$$(a+b)^2+(a-b)^2 \equiv 2(a^2+b^2)$$

$$(a+b)^2-(a-b)^2 \equiv 4ab$$

Ejemplo:

$$(\underline{x}+\underline{3})^2+(\underline{x}-\underline{3})^2 = 2(x^2+3^2)$$

$$(x+3)^2+(x-3)^2 = 2(x^2+9)$$

Ejemplo:

$$(\underline{x}+\underline{3})^2-(\underline{x}-\underline{3})^2 = 4(x)(3)$$

$$(x+3)^2-(x-3)^2 = 12x$$

III DESARROLLO DEL BINOMIO AL CUBO:

$$(a+b)^3 \equiv a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^3 \equiv a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Ejemplo:

$$(x+2)^3 = \underbrace{(x)^3} + \underbrace{3(x)^2(2)} + \underbrace{3(x)(2)^2} + \underbrace{(2)^3}$$

$$= x^3 + 6x^2 + 12x + 8$$

Ejemplo:

$$(x-3)^3 = \underbrace{(x)^3} - \underbrace{3(x)^2(3)} + \underbrace{3(x)(3)^2} - \underbrace{(3)^3}$$

$$(x-3)^3 = x^3 - 9x^2 + 27x - 27$$

IV IDENTIDAD DE CAUCHY:

$$(a+b)^3 \equiv a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$$

$$(a-b)^3 \equiv a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$$

Ejemplo:

$$(x+2)^3 = \underbrace{(x)^3}_{} + \underbrace{(2)^3}_{} + \underbrace{3(x)(2)}_{}\underbrace{(x+2)}_{}$$

$$(x+2)^3 = x^3 + 8 + 6x(x+2)$$

Ejemplo:

$$(x-3)^3 = \underbrace{(x)^3}_{} - \underbrace{(3)^3}_{} - \underbrace{3(x)(3)}_{}\underbrace{(x-3)}_{}$$

$$(x-3)^3 = x^3 - 27 - 9x(x-3)$$

V DIFERENCIA DE CUADRADOS:

$$(a+b)(a-b) \equiv a^2 - b^2$$

Ejemplos:

1. Reduzca:

$$P = \underbrace{(x+3)(x-3)} - \underbrace{(x+5)(x-5)}$$

$$P = (x^2 - 3^2) - (x^2 - 5^2)$$

$$P = \cancel{x^2} - 9 - \cancel{x^2} + 25$$

$$\boxed{P = 16}$$

2. Efectúe:

$$R = \underbrace{(\sqrt{11}+\sqrt{5})(\sqrt{11}-\sqrt{5})} - \underbrace{(\sqrt{7}+\sqrt{3})(\sqrt{7}-\sqrt{3})}$$

$$R = \left(\sqrt{11}^2 - \sqrt{5}^2\right) - \left(\sqrt{7}^2 - \sqrt{3}^2\right)$$

$$R = 11 - 5 - 7 + 3$$

$$\boxed{R = 2}$$

Problema 1

Reduz

$F = ($

HELICO PRACTICE

Resolución:

$$F = (x)^2 + 2(x)(2) + (2)^2 + (x)^2 + 2(x)(3) + (3)^2 - 2x^2 - 10x$$

$$F = \cancel{x^2} \quad \cancel{+4x} \quad +4 \quad + \cancel{x^2} \quad \cancel{+6x} \quad +9 \quad \cancel{-2x^2} \cancel{-10x}$$

$$\boxed{\therefore \quad F = 13}$$

Recordemos:

TRINOMIO CUADRADO PERFECTO (Binomio al cuadrado):

$$\boxed{(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2}$$

Respuesta: 13

Problema 2

Si $a + b = 5 \quad ...(1)$

$ab = 3 \quad ...(2)$

Calcule $a^4 + b^4$.

Recordemos:

TRINOMIO CUADRADO PERFECTO (Binomio al cuadrado):

$$\boxed{(a \pm b)^2 = a^2 + b^2 \pm 2ab}$$

Resolución:

HELICO PRACTICE

Elevando (1) al cuadrado:

$$(a+b)^2 = (5)^2$$

$$a^2 + b^2 + 2\underbrace{ab} = 25$$

$$a^2 + b^2 + 2(3) = 25$$

$$a^2 + b^2 + 6 = 25$$

$$\boxed{a^2 + b^2 = 19}$$

Nuevamente elevando al cuadrado:

$$(a^2 + b^2)^2 = (19)^2$$

$$a^4 + b^4 + 2a^2b^2 = 361$$

$$a^4 + b^4 + 2(\underbrace{ab})^2 = 361$$

$$a^4 + b^4 + 2(3)^2 = 361$$

$$a^4 + b^4 + 18 = 361$$

$$\boxed{\therefore \quad a^4 + b^4 = 343}$$

Respuesta: 343

Problema 3

Sabiendo que $x + x^{-1} = 6$, calcule $x^2 + x^{-2}$.

Recordemos:

TRINOMIO CUADRADO PERFECTO (Binomio al cuadrado):

$$(a \pm b)^2 = a^2 + b^2 \pm 2ab$$

HELICO PRACTICE

Resolución:

Elevando al cuadrado:

$$\left(x + x^{-1}\right)^2 = (6)^2$$

$$(x)^2 + \left(x^{-1}\right)^2 + 2\underbrace{(x)\left(x^{-1}\right)} = 36$$

$$x^2 + x^{-2} + 2(1) = 36$$

$$x^2 + x^{-2} + 2 = 36$$

$$\boxed{\therefore \quad x^2 + x^{-2} = 34}$$

Respuesta: 34

Problema 4

Obtenga el resultado de

$$F=\frac{(5x+3y)^2-(5x-3y)^2}{(2x+4y)^2-(2x-4y)^2}$$

Recordemos:

IDENTIDAD DE LEGENDRE:

$$\boxed{(a+b)^2+(a-b)^2=2\left(a^2+b^2\right)}$$

$$\boxed{(a+b)^2-(a-b)^2=4ab}$$

Resolución:

$$F=\frac{(\underline{5x}+\underline{3y})^2-(\underline{5x}-\underline{3y})^2}{(\underline{2x}+\underline{4y})^2-(\underline{2x}-\underline{4y})^2}$$

$$F=\frac{\cancel{4}(5\cancel{x})(3\cancel{y})}{\cancel{4}(2\cancel{x})(4\cancel{y})}$$

$$F=\frac{(5)(3)}{(2)(4)}$$

$$\boxed{\therefore\quad F=\frac{15}{8}}$$

Respuesta: $\frac{15}{8}$

Problema 5

Si $a+b=3$ y $a^2+b^2=8$, calcule $a-b$.

Recordemos:

IDENTIDAD DE LEGENDRE:

$$(a+b)^2+(a-b)^2=2(a^2+b^2)$$

$$(a+b)^2-(a-b)^2=4ab$$

Resolución:

Reemplazando en:

$$\underbrace{(a+b)}^2+(a-b)^2=2\underbrace{(a^2+b^2)}$$

$$(3)^2+(a-b)^2=2(8)$$

$$9+(a-b)^2=16$$

$$(a-b)^2=7$$

$$\boxed{\therefore\quad (a-b)=\sqrt{7}}$$

Respuesta: $\sqrt{7}$

Problema 6

Obtenga el resultado de

$$M=(a+1)(a-1)(a^2+1)(a^4+1)(a^8+1)-a^{16}$$

Recordemos:

DIFERENCIA DE CUADRADOS:

$$\boxed{(a+b)(a-b)=a^2-b^2}$$

Resolución:

$$M=\underbrace{(a+1)(a-1)}(a^2+1)(a^4+1)(a^8+1)-a^{16}$$

$$M=\underbrace{(a^2-1)(a^2+1)}(a^4+1)(a^8+1)-a^{16}$$

$$M=\underbrace{(a^4-1)(a^4+1)}(a^8+1)-a^{16}$$

$$M=\underbrace{(a^8-1)(a^8+1)}-a^{16}$$

$$M=(a^{16}-1)-a^{16}$$

$$M=\cancel{a^{16}}-1-\cancel{a^{16}}$$

$$\boxed{\therefore\quad M=-1}$$

Respuesta: -1

Problema 7

Si $a+b=2$ ... (I)

$ab=3$ ... (II)

Calcule a^3+b^3.

Recordemos:

IDENTIDAD DE CAUCHY:

$$(a+b)^3=a^3+b^3+3ab(a+b)$$

$$(a-b)^3=a^3-b^3-3ab(a-b)$$

Resolución:

Reemplazando en:

$$\underbrace{(a+b)}^3=a^3+b^3+3\underbrace{ab}\underbrace{(a+b)}$$

$$(2)^3 = a^3+b^3+3(3)(2)$$

$$8=a^3+b^3+18$$

$$\boxed{\therefore \quad a^3+b^3=-10}$$

Respuesta: -10

Problema 8

HELICO PRACTICE

El valor reducido de

$$P=\sqrt[4]{(3)(5)(17)(257)+1}$$

representa la edad de Catalina y aumentado en 2 numéricamente es la nota de su examen de Álgebra. ¿Cuál es su nota?

Recordemos:

DIFERENCIA DE CUADRADOS:

$$\boxed{(a+b)(a-b)=a^2-b^2}$$

Resolución:

$$P=\sqrt[4]{(3)(5)(17)(257)+1}$$

$$P=\sqrt[4]{\underline{(4-1)(4+1)}(17)(257)+1}$$

$$P=\sqrt[4]{\underline{(16-1)(16+1)}(257)+1}$$

$$P=\sqrt[4]{(256-1)(256+1)+1}$$

$$P=\sqrt[4]{\underline{(2^8-1)(2^8+1)}+1}$$

$$P=\sqrt[4]{2^{16}\cancel{-1}\cancel{+1}}=\sqrt[\cancel{4}]{2^{\cancel{16}}}=2^4$$

$$\boxed{P=16} \leftarrow \boxed{\textit{Edad de Catalina}}$$

$\therefore$ *Nota de Catalina en Álgebra:* **18**

Respuesta: 18

GRACIAS POR SU ATENCIÓN!!