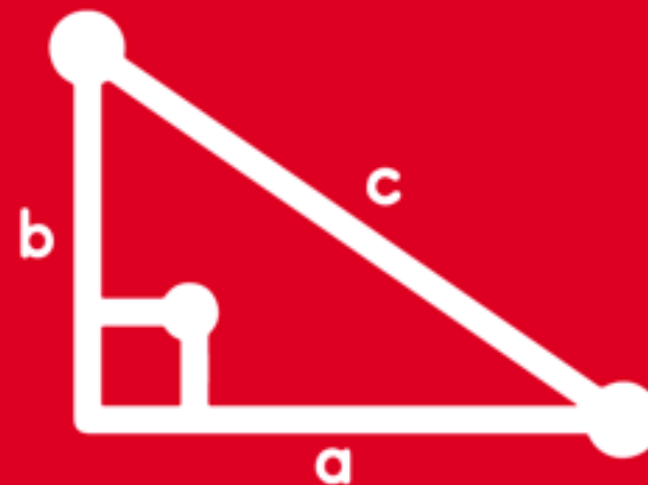




# TRIGONOMETRY

## Chapter 16

**5th**  
SECONDARY



IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS  
AUXILIARES DEL ÁNGULO DOBLE

 **SACO OLIVEROS**

# HISTORIA DE LA TRIGONOMETRÍA

- El padre de la trigonometría es hiparco: nació en Nicea de bithynia actualmente iznik, al noroeste de Turquía nació alrededor del año 190 A.C. efectuó sus primeras observaciones astronómicas en su ciudad natal y más tarde se marchó a la isla de Rodas en la zona suroeste del Mar Egeo, fue aquí donde realizó sus principales trabajos, algunos historiadores lo sitúan como un astrónomo visitante en Alejandría y también fue ahí donde realizó otros importantes trabajos, Este genio de la antigüedad vivió en el periodo conocido como Hellenismo.

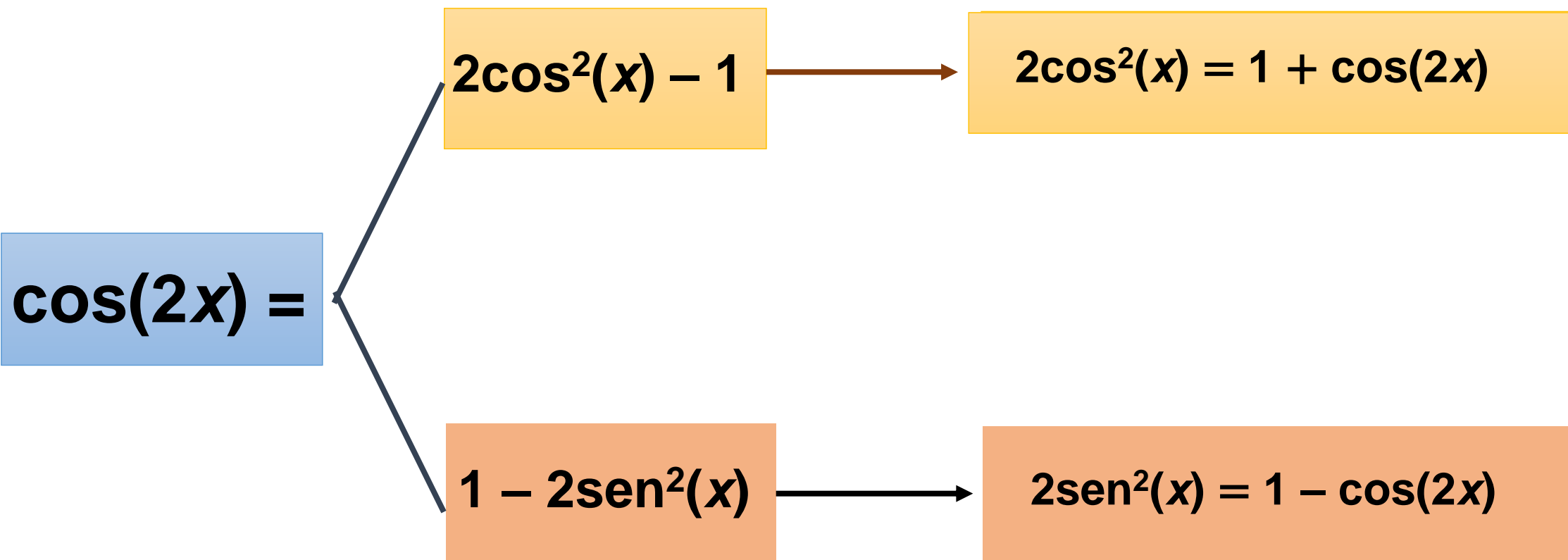






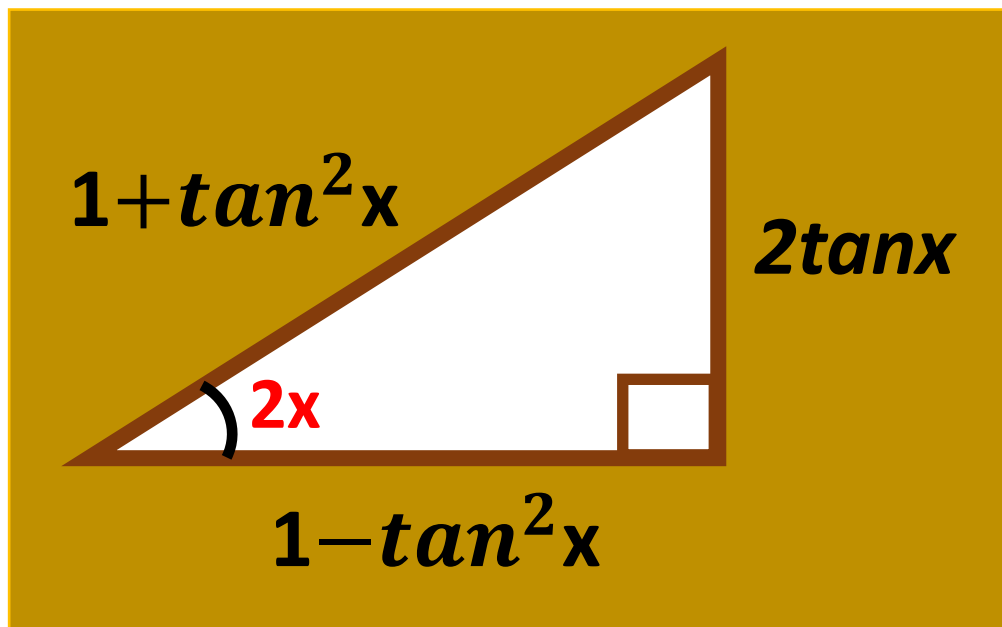
# IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS AUXILIARES DEL ÁNGULO DOBLE

## I. IDENTIDADES DE DEGRADACIÓN





## II. TRIÁNGULO DEL ÁNGULO DOBLE



$$\text{sen}2x = \frac{2\tan x}{1+\tan^2 x}$$

$$\text{cos}2x = \frac{1-\tan^2 x}{1+\tan^2 x}$$

## III. IDENTIDADES AUXILIARES

$$\cot x - \tan x = 2\cot(2x)$$

$$\cot x + \tan x = 2\csc(2x)$$





1.

+

**RESOLUCIÓN****Recordar:**

$$\cot x + \tan x = 2\csc(2x)$$



$$E = \underbrace{(\cot x + \tan x)}_{2\csc 2x} \sen 2x$$

$$E = 2 \underbrace{\csc 2x}_{1} \cdot \sen 2x$$

$$\therefore E = 2$$





2.

**RESOLUCIÓN****Recordar:**

$$\cot x - \tan x = 2 \cot(2x)$$



$$\cot x - \tan x = 16$$

$$2 \cot 2x = 16$$

$$\cot 2x = 8$$

$$\therefore \tan 2x = \frac{1}{8}$$

3.

$$\frac{-}{+} \frac{\theta +}{\theta +} \frac{\theta}{\theta} = - \frac{\theta}{\theta}$$

## RESOLUCIÓN

$$\frac{\overbrace{1 - \cos 2\theta}^{2\sin^2\theta} + \overbrace{\sin 2\theta}^{2\sin\theta\cos\theta}}{\underbrace{1 + \cos 2\theta}_{2\cos^2\theta} + \underbrace{\sin 2\theta}_{2\sin\theta\cos\theta}} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{\cancel{2}\sin\theta(\cancel{\sin\theta} + \cos\theta)}{\cancel{2}\cos\theta(\cancel{\cos\theta} + \sin\theta)} = \frac{1}{5}$$

$$\tan\theta = \frac{1}{5}$$

Calculamos:  $\sin 2\theta$ 

$$\sin 2\theta = \frac{2\left(\frac{1}{5}\right)}{1 + \left(\frac{1}{5}\right)^2} = \frac{1\left(\frac{\cancel{2}}{\cancel{5}}\right)^1}{5\left(\frac{\cancel{26}}{\cancel{25}}\right)^{13}}$$

$$\therefore \sin 2\theta = \frac{5}{13}$$

Recordar:

$$\sin 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1 + \tan^2\theta}$$





4.

## RESOLUCIÓN

Recordar:

$$2\cos^2(x) = 1 + \cos(2x)$$



Debió escribir

escribió



$$\cancel{2}\cos^{\cancel{2}}40^\circ$$

$$1 + \cos 80^\circ$$

$$\text{sen} 80^\circ$$

$$\cancel{2}\text{sen}40^\circ\cancel{\cos}40^\circ$$



$$\frac{\cos 40^\circ}{\text{sen} 40^\circ}$$

∴

$$\cot 40^\circ$$







5.

$$= \frac{-}{-} \frac{\theta}{\theta} + \frac{-}{+} \frac{\theta}{\theta}$$

$$2\cos^2(x) = 1 + \cos(2x)$$

$$2\sin^2(x) = 1 - \cos(2x)$$

## RESOLUCIÓN

$$P = \frac{1 - \cos 4\theta}{1 - \cos 2\theta} + \frac{1 - \cos 4\theta}{1 + \cos 2\theta}$$

$$P = \frac{2\sin^2 2\theta}{2\sin^2 \theta} + \frac{2\sin^2 2\theta}{2\cos^2 \theta}$$

$$P = \frac{(\sin 2\theta)^2}{\sin^2 \theta} + \frac{(\sin 2\theta)^2}{\cos^2 \theta}$$

$$P = \frac{(2\sin\theta\cos\theta)^2}{\sin^2\theta} + \frac{(2\sin\theta\cos\theta)^2}{\cos^2\theta}$$

$$P = \frac{4\cancel{\sin^2\theta}\cos^2\theta}{\cancel{\sin^2\theta}} + \frac{4\cancel{\sin^2\theta}\cos^2\theta}{\cancel{\cos^2\theta}}$$

$$P = 4\cos^2\theta + 4\sin^2\theta \Rightarrow P = 4(\underbrace{\cos^2\theta + \sin^2\theta}_1)$$

$$\therefore P = 4$$





6.

## RESOLUCIÓN

$$E = \frac{\cot\left(\frac{\pi}{12}\right) + \tan\left(\frac{\pi}{12}\right)}{\cot\left(\frac{\pi}{8}\right) - \tan\left(\frac{\pi}{8}\right)}$$

$$E = \frac{\cancel{2}\csc\left(\frac{\pi}{6}\right)}{\cancel{2}\cot\left(\frac{\pi}{4}\right)}$$

$$= \frac{\left(\frac{\pi}{-}\right) + \left(\frac{\pi}{-}\right)}{\left(\frac{\pi}{-}\right) - \left(\frac{\pi}{-}\right)}$$

$$E = \frac{\csc 30^\circ}{\cot 45^\circ}$$

$$E = \frac{2}{1}$$

$$\therefore E = 2$$

$$\cot x + \tan x = 2\csc(2x)$$

$$\cot x - \tan x = 2\cot(2x)$$



7.

$$= \frac{\pi}{-}$$

$$= \frac{+}{+} + \frac{+}{-}$$

## RESOLUCIÓN

$$M = \frac{2\tan x}{1 + \tan^2 x} + \frac{1 + \tan^2 x}{1 - \tan^2 x}$$

$$M = \text{sen} 2x + \sec 2x$$

$$M = \cancel{\text{sen} 2} \left( \frac{\pi}{\cancel{8}} \right) + \cancel{\sec 2} \left( \frac{\pi}{\cancel{8}} \right)$$

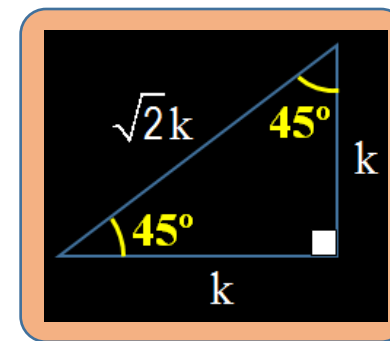
$$M = \text{sen} \left( \frac{\pi}{4} \right) + \sec \left( \frac{\pi}{4} \right)$$

$$M = \text{sen} 45^\circ + \sec 45^\circ$$

$$M = \frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{2}$$

$$\text{sen}(2x) = \frac{2\tan x}{1 + \tan^2 x}$$

$$\cos(2x) = \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x}$$



$$\therefore M = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$



8.

## RESOLUCIÓN

$$A = \sqrt{2 - \sqrt{2 + 2\cos 4x}}$$

$$A = \sqrt{2 - \sqrt{2(1 + \cos 4x)}}$$

$$A = \sqrt{2 - \sqrt{2(2\cos^2 2x)}}$$

$$A = \sqrt{2 - \sqrt{4\cos^2 2x}}$$

$$= \sqrt{\quad - \sqrt{\quad} + \quad} \in$$

$$A = \sqrt{2 - 2\cos 2x}$$

$$A = \sqrt{2(1 - \cos 2x)}$$

$$A = \sqrt{2(2\sin^2 x)}$$

$$A = \sqrt{4\sin^2 x}$$

$$2\cos^2(\alpha) = 1 + \cos(2\alpha)$$

$$2\sin^2(\alpha) = 1 - \cos(2\alpha)$$

$$\therefore A = 2\sin x$$

