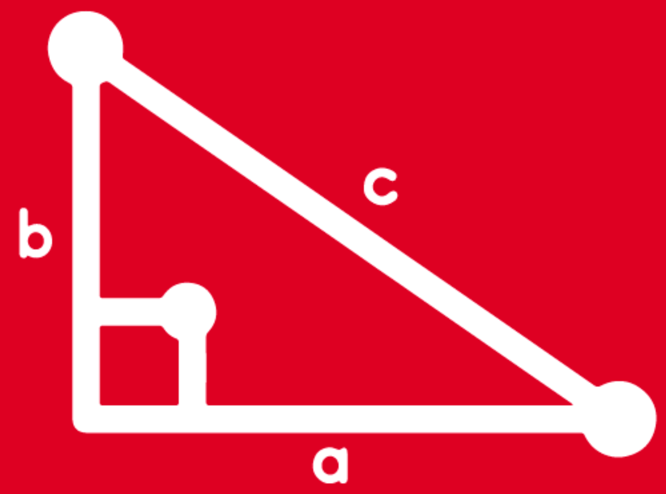
TRIGONOMETRY

Chapter 10
Session 1



4th
SECONDARY

Razones trigonométricas de un ángulo en posición normal II

SACO OLIVEROS

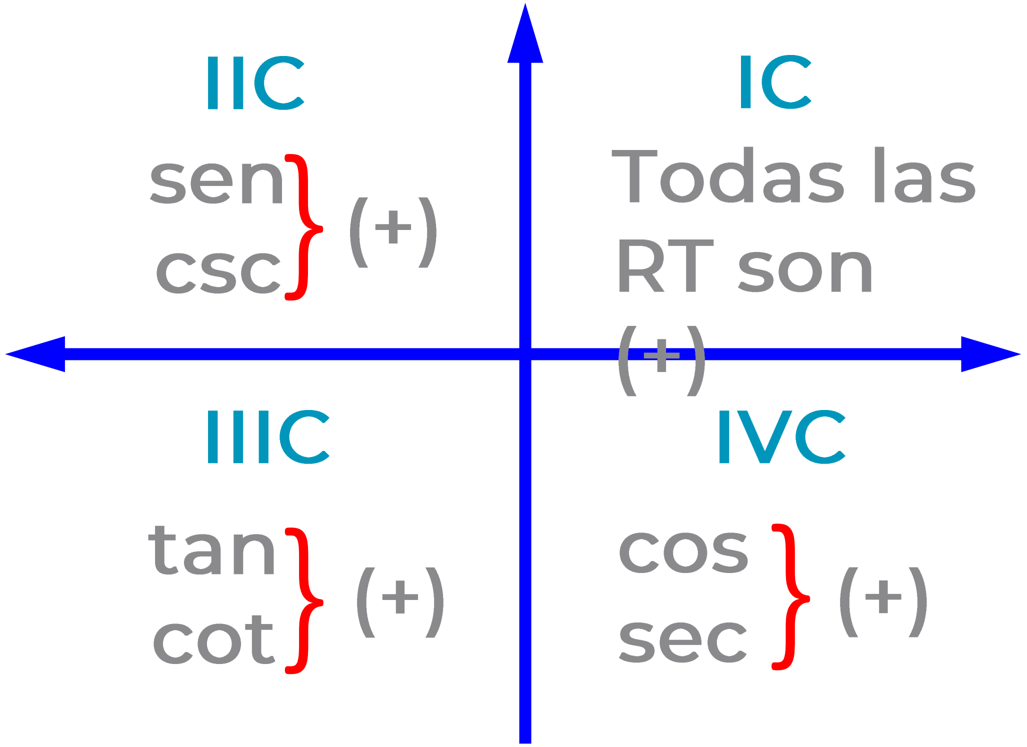
Canadarm 2

El Canadarm 2 , es un brazo manipulador robótico de la Estación Espacial Internacional. Este manipulador es operado controlando los ángulos de sus articulaciones.

Para obtener la posición final del astronauta en el extremo del brazo , se requiere un uso repetido de las razones trigonométricas de esos ángulos que se forman por los varios movimientos que se realizan.

Signos de las razones trigonométricas

Regla práctica:



OBSERVACIÓN

Si $0° < \alpha < 90°$ ➡ $\alpha \in$ IC

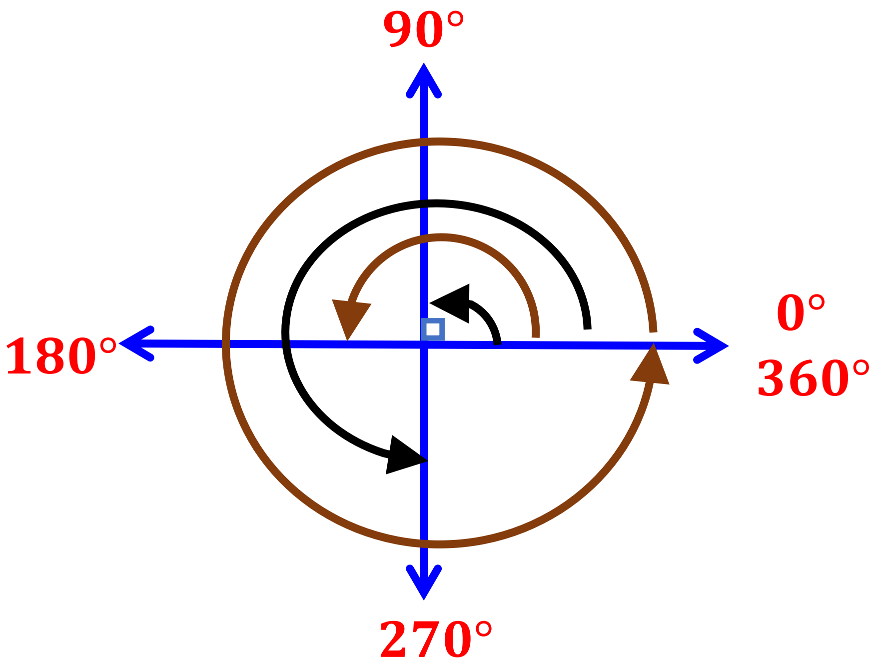
Si $90° < \alpha < 180°$ ➡ $\alpha \in$ IIC

Si $180° < \alpha < 270°$ ➡ $\alpha \in$ IIIC

Si $270° < \alpha < 360°$ ➡ $\alpha \in$ IVC

Ángulos cuadrantales

Son ángulos en posición normal cuyo lado final coincide con los semiejes del plano cartesiano.



R.T	0° ; 360°	90°	180°	270°
SEN	O	1	0	-1
COS	1	O	-1	0
TAN	0	N.D	0	N.D
COT	N.D	0	N.D	0
SEC	1	N.D	-1	N.D
CSC	N.D	1	N.D	-1

$90°n$	$\frac{\pi . n}{2}$ rad

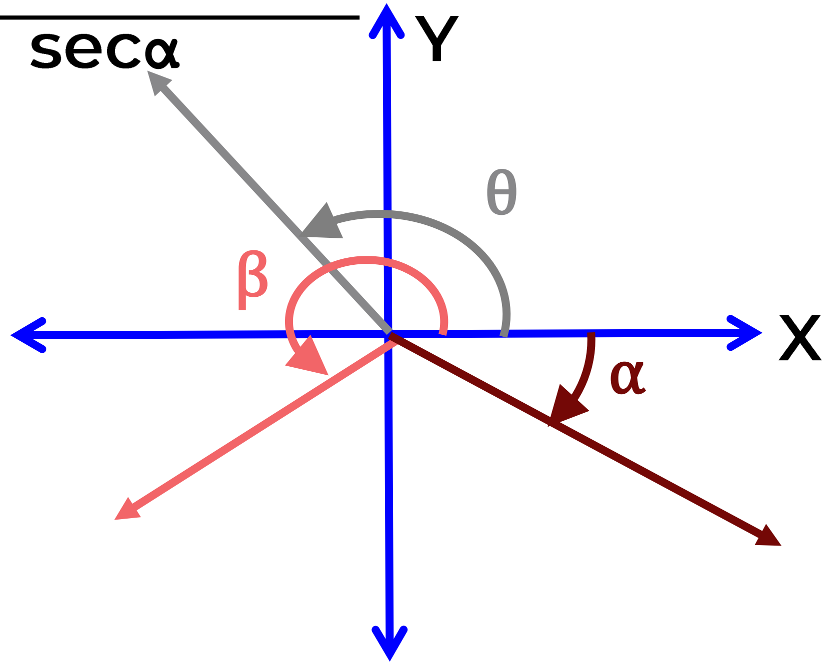
$n \in z$

N.D : No Determinado

PROBLEMA 1

Del gráfico, determine el signo de las expresiones:

$$P = \frac{\tan\theta + \operatorname{sen}\alpha}{\cot\beta - \cos\theta} \quad ; \quad Q = \frac{\operatorname{sen}\beta . \cot\alpha + \csc\theta}{\sec\alpha}$$



Resolución:

Del gráfico tenemos:

$\theta \in IIC$ $\beta \in IIIC$ $\alpha \in IVC$

Piden :

$$P = \frac{(-) + (-)}{(+) - (-)} = \frac{(-)}{(+)} = \boxed{(-)}$$

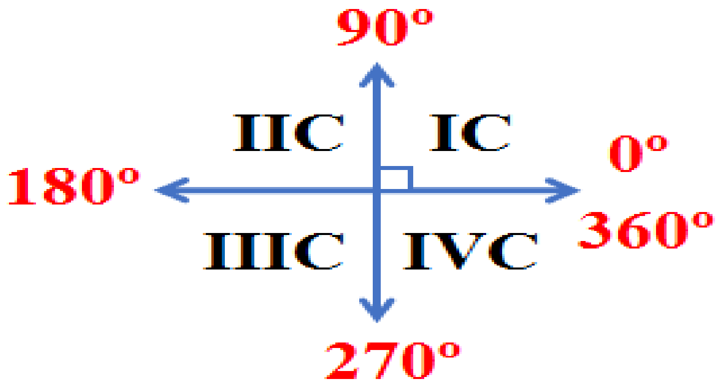
$$Q = \frac{(-).(-) + (+)}{(+)}$$

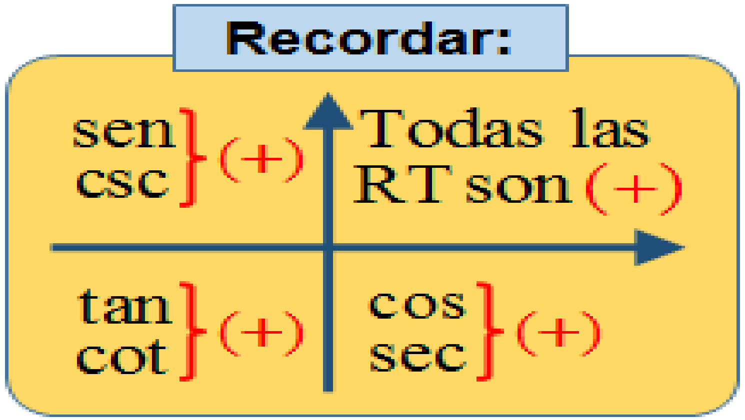
$$Q = \frac{(+) + (+)}{(+)} = \frac{(+)}{(+)} = \boxed{(+)}$$

PROBLEMA 2

Determine el signo de las expresiones:

$$N = (\tan 142° + \operatorname{sen} 232°).\cos^2 121°$$
$$M = (\sec 342° - \csc 220°).\cot 190°$$





Resolución:

- $N = (\underbrace{\tan 142°}_{IIC} + \underbrace{\operatorname{sen} 232°}_{IIIC}).\underbrace{\cos^2 121°}_{IIC}$

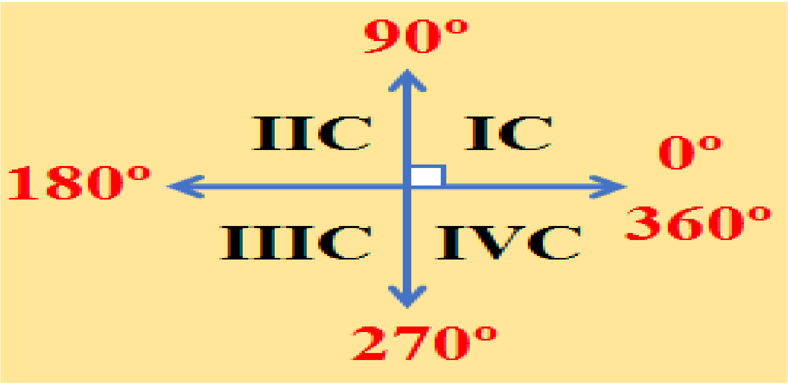
$$N = \{(-) + (-)\}.(-)^2 = (-).(+) \Rightarrow \boxed{N = (-)}$$

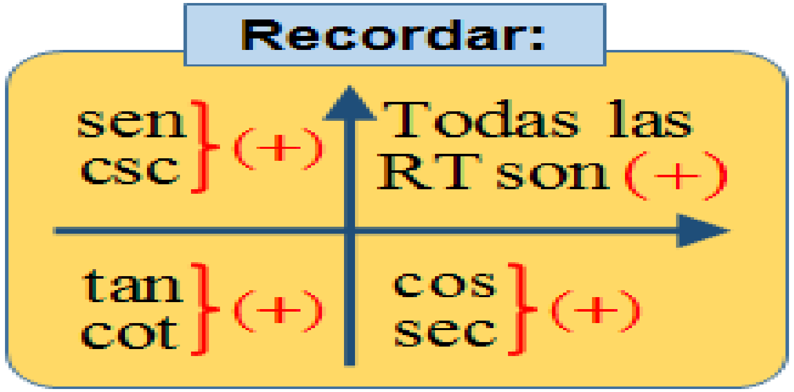
- $M = (\underbrace{\sec 342°}_{IVC} - \underbrace{\csc 220°}_{IIIC}).\underbrace{\cot 190°}_{IIIC}$

$$M = (+).(+) \Rightarrow \boxed{M = (+)}$$

PROBLEMA 3

Halle el cuadrante en el que pertenece en ángulo α, para que cumpla las siguientes condiciones: $sen132°.\tan\alpha < 0$ y $\cos 225°.\cos\alpha > 0$





Resolución:

- $\underbrace{\overbrace{sen132°}^{IIC}}_{(+)} \;.\; \underbrace{\tan\alpha}_{(-)} < 0 \Rightarrow \tan\alpha < 0 \left\{ \begin{array}{l} \boxed{\alpha \in IIC} \\ \alpha \in IVC \end{array} \right.$

- $\underbrace{\overbrace{\cos 225°}^{IIIC}}_{(-)} . \underbrace{\cos\alpha}_{(-)} > 0 \Rightarrow \cos\alpha < 0 \left\{ \begin{array}{l} \boxed{\alpha \in IIC} \\ \alpha \in IIIC \end{array} \right.$

$\therefore\ \alpha \in IIC$

PROBLEMA 4

Si $\tan\alpha = -\dfrac{4}{5}$, donde α∈IIC efectúe:

$$R = \sqrt{41}.\csc\alpha + \cot\alpha$$

Resolución:

$$\tan\alpha = -\frac{4}{5} = \frac{y}{x}$$

Como α ∈ IIC se tiene que: x < 0 ; y > 0

Entonces x = – 5   y = 4

Calculando el radio vector:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-5)^2 + 4^2} \Rightarrow \boxed{r = \sqrt{41}}$$

Piden : $R = \sqrt{41}.\csc\alpha + \cot\alpha$

$$R = \sqrt{41}.\left(\frac{\sqrt{41}}{4}\right) + \frac{-5}{4}$$

$$R = \frac{41}{4} - \frac{5}{4} = \frac{36}{4}$$

$$\therefore R = 9$$

PROBLEMA 5

Si $\cos\beta = \dfrac{4}{5}$, donde $\beta \in$ IVC , efectúe:

$$M = \tan\beta - \sec\beta$$

$\tan\beta = \dfrac{y}{x}$

$\sec\beta = \dfrac{r}{x}$

Resolución:

$$\cos\beta = \frac{4}{5} = \frac{x}{r}$$

Como α ∈ IVC se tiene que: $x > 0$; $y < 0$

Entonces $x = 4$ $r = 5$

Calculando la ordenada $r = \sqrt{x^2 + y^2}$

$5 = \sqrt{4^2 + y^2}$ ➡ $y^2 = 9$ ➡ $\boxed{y = -3}$

Piden : $M = \tan\beta - \sec\beta$

$$M = \frac{-3}{4} - \frac{5}{4}$$

$$M = -\frac{8}{4}$$

$\therefore$ $M = -2$

PROBLEMA 6

Si $\cos 4\alpha = -1$ y $\operatorname{sen} 6\theta = 1$ donde 4α y 6θ son ángulos cuadrantales (positivos) menores a una vuelta, efectúe:

$$P = 2\tan\alpha + \tan^2 4\theta$$

Resolución:

$\cos 180° = -1$

$\operatorname{sen} 90° = 1$

Del dato:

$\cos 4\alpha = -1$

$\Rightarrow 4\alpha = 180°$

$\boxed{\alpha = 45°}$

Del dato:

$\operatorname{sen} 6\theta = 1$

$\Rightarrow 6\theta = 90°$

$\boxed{\theta = 15°}$

Piden : $P = 2\tan\alpha + \tan^2 4\theta$

$P = 2\tan 45° + \tan^2 4(15°)$

$P = 2\tan 45° + \tan^2 60°$

$P = 2\,(1) + (\sqrt{3})^2$

$P = 2 + 3$

$\therefore P = 5$

PROBLEMA 7

Siendo α y θ ángulos cuadrantales positivos y menores a una vuelta, además: $\operatorname{sen}\alpha + \tan\theta = -1$ Calcule: $E = \csc\left(\frac{\alpha}{9}\right) + \cos^2\left(\frac{\theta}{4}\right)$

Resolución:

- Del dato:

$$0° < \alpha , \theta < 360°$$

- Además:

$$\underbrace{\operatorname{sen}\alpha}_{-1} + \underbrace{\tan\theta}_{0} = -1$$

$\boxed{\alpha = 270°}$ $\boxed{\theta = 180°}$

Piden: $E = \csc\left(\frac{\alpha}{9}\right) + \cos^2\left(\frac{\theta}{4}\right)$

$$E = \csc\left(\frac{270°}{9}\right) + \cos^2\left(\frac{180°}{4}\right)$$

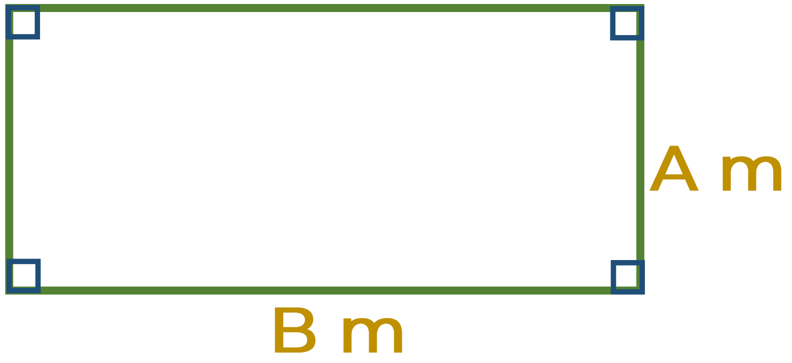
$$E = \csc 30° + \cos^2 45°$$

$$E = 2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = 2 + \frac{1}{2}$$

$$\therefore E = \frac{5}{2}$$

PROBLEMA 8

Javier desea invertir sus ahorros en la compra de un terreno. Si las dimensiones del terreno son las siguientes y el costo por m^2 es de \$900, ¿ Cuanto tendrá que invertir en su compra?



$A = 5\text{sen}90° - 4\sec180°$

$B = 7\cos360° - 5\csc270°$

Resolución:

$A = 5(1) - 4(-1) = 5 + 4 \Rightarrow \boxed{A = 9\text{ m}}$

$B = 7(1) - 5(-1) = 7 + 5 \Rightarrow \boxed{B = 12\text{ m}}$

Calculando el área del terreno:

$\text{Área} = A.B = (9\text{ m})(12\text{ m})$

$\text{Área} = 108\text{ m}^2$

Calculando el costo total del terreno

$\text{Costo T.} = (108\text{ m}^2)(\$900)$

$= \boxed{\$\ 97\ 200}$