MATHEMATICAL REASONING

BIMESTRE III

3rd
SECONDARY

ASESORÍA

SACO OLIVEROS

OPERACIONES MATEMÁTICAS

PROBLEMA 1

Si: $\textcircled{x} = 2x + 3$

además:

$\boxed{n-1} = n^2 - 2$

Calcular:

$\boxed{\textcircled{5} + \textcircled{0}}$

Resolución:

$\underbrace{\boxed{n-1}}_{+1} = \underbrace{n^2 - 2}_{-2}$

$(\ )^2$

NOS PIDEN:

$\boxed{\textcircled{5} + \textcircled{0}}$

13 3

$\underbrace{\boxed{16}}_{+1} = \underbrace{287}_{-2}$

$(\ )^2$

$\therefore \quad 287$

PROBLEMA 2

Si:

$\triangle\!\left(x+1\right) = 3x+2$

además:

$\triangle\!\left(\bigcirc(x-1)\right) = 9x+2$

Calcular:

$\bigcirc\!\left(\triangle(2)\right)$

Resolución:

$\triangle\!\left(\underbrace{x+1}\right) = \underbrace{3x+2}$

x3 -1

$\triangle\!\left(\bigcirc(x-1)\right) = 9x+2$

$3\,\bigcirc(x-1) - 1 = 9x+2$

$\cancel{3}\,\bigcirc(x-1) = \cancel{9}x + \cancel{3}$

$\bigcirc(\underbrace{x-1}) = \underbrace{3x+1}$

x3 $+4$

NOS PIDEN:

$\bigcirc\!\left(\triangle(2)\right)$

$\bigcirc(5)$

$\therefore$ S/.180 19

LEYES DE COMPOSICIÓN

PROBLEMA 3

Con los elementos del conjunto
A = {1; 2; 3; 4; 5}
se define la operación Δ

Δ	1	2	3	4	5
1	1	2	3	4	5
2	2	3	4	5	1
3	3	4	5	1	2
4	4	5	1	2	3
5	5	1	2	3	4

I. La operación es conmutativa.
II. El elemento neutro es 2.
III. La operación es cerrada.
IV. La operación es asociativa.
De las afirmaciones anteriores
¿Cuál(es) es (son) correcta(s)?

Resolución:

I. La operación es conmutativa. (V)

Δ	1	2	3	4	5
1	1	2	3	4	5
2	2	3	4	5	1
3	3	4	5	1	2
4	4	5	1	2	3
5	5	1	2	3	4

$e = 1$

Existe simetría

II. El elemento neutro es 2 (F)

III. La operación es cerrada. (V)

IV. La operación es asociativa. (V)

$\therefore\ V, F, V, V$

PROBLEMA 4

Dada la siguiente tabla:

Δ	1	2	3	4
1	3	4	1	2
2	4	1	2	3
3	1	2	3	4
4	2	3	4	1

Halle el valor de:

$$2^{-1} \Delta \left(3^{-1} \Delta 4^{-1}\right)$$

Observación:

a^{-1} es el elemento inverso de a.

Resolución:

De la tabla: $\boxed{e = 3}$

$$\boxed{a \Delta a^{-1} = e} \qquad \boxed{a^{-1} \Delta a = e}$$

CALCULANDO:

$2 \Delta 2^{-1} = 3 \longrightarrow 2^{-1} = 4$

$3 \Delta 3^{-1} = 3 \longrightarrow 3^{-1} = 3$

$4 \Delta 4^{-1} = 3 \longrightarrow 4^{-1} = 2$

ME PIDEN:

$$2^{-1} \Delta \left(3^{-1} \Delta 4^{-1}\right)$$

$$4 \Delta (3 \Delta 2)$$

$$4 \Delta 2 = \mathbf{3}$$

$\therefore$ **3**

SUCESIONES

PROBLEMA 5

Indica la cantidad de términos que terminan en 7 en la siguiente sucesión:

8; 17; 26; 35; 44; ..... ; 917

Resolución:

$$\begin{array}{ccccccccc} & 1° & 2° & 3° & 4° & 5° & \ldots & n° \\ -1 & 8; & 17; & 26; & 35; & 44; & \ldots; & 917 \\ & +9 & +9 & +9 & +9 & +9 & & \end{array}$$

$$\rightarrow \; t_n = 9n - 1$$

$$917 = 9n - 1$$

$$918 = 9n$$

$$102 = n$$

Piden:

$$t_n = 9n - 1 = \cdots 7$$

$$t_n = 9n = \cdots 8$$

$$\rightarrow \; n = \{\underbrace{2; 12; 22: \ldots; 102}_{\text{11 términos}}\}$$

$$\therefore \; 11$$

PROBLEMA 6

Halle el término que ocupa el vigésimo quinto término.

6; 15; 28; 45; …

Recuerda:

vigésimo quinto término $= t_{25}$

Resolución:

6; 15; 28; 45; …

$C = +1$

$A + B = +5$ $+9$ $+13$ $+17$

$2A = +4$ $+4$ $+4$

$$\rightarrow \ t_n = An^2 + Bn + C$$

$$t_n = 2n^2 + 3n + 1$$

$$t_{25} = 2(25)^2 + 3(25) + 1$$

$$t_{25} = 1250 + 75 + 1$$

$$t_{25} = 1326$$

$\therefore$ 1326

SERIES I

PROBLEMA 7

Halle el valor de la siguiente serie:

$$M = \underbrace{9 + 14 + 19 + 24 + \cdots}_{\text{40 términos}}$$

Resolución:

$$4 \quad \underset{+5}{} 9 \underset{+5}{+} 14 \underset{+5}{+} 19 \underset{+5}{+} 24 + \cdots$$

$$t_n = 5n + 4$$

$$t_{40} = 5(40) + 4$$

$$t_{40} = 204$$

Recordemos:

$$\boxed{S = \left(\frac{t_1 + t_n}{2}\right) n}$$

$$M = \left(\frac{9 + 204}{\cancel{2}}\right) \cancel{40}^{\,20}$$

$$M = (213)20$$

$$M = 4260$$

$$\therefore \quad M = 4260$$

PROBLEMA 8

Calcule: $S = \underbrace{3^2 - 1 + 4^2 - 3 + 5^2 - 5 + 6^2 - 7 + \cdots}_{36\ términos}$

Resolución:

$$S = (1^2 + 2^2 + \underbrace{3^2 + 4^2 + 5^2 + \cdots + 20^2}_{18\ términos}) - (\underbrace{1 + 3 + 5 + 7 \ldots}_{18\ términos})$$

RECORDEMOS:

$$\boxed{S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}}$$

$$S = \left(\frac{20(21)(41)}{6}\right) - 5 - (18)^2$$

RECORDEMOS:

$$\boxed{S = n^2}$$

$$S = 2870 - 5 - 324$$

$$S = 2870 - 329$$

$$\therefore \quad S = 2541$$

PROBLEMA 9

Si a los términos de la serie: $S = 2 + 5 + 8 + 11 + \cdots$

Se le agrega 1; 2; 3; 4; ... respectivamente, de tal manera que la suma de la nueva serie sea igual a 1830. ¿ Cuántos términos tiene la serie original?

Resolución:

De los datos:

$$\begin{array}{ccccccccccc} & 1° & & 2° & & 3° & & 4° & & \ldots & n° \\ S = & 2 & + & 5 & + & 8 & + & 11 & + & \cdots & \\ N = & 1 & + & 2 & + & 3 & + & 4 & + & \cdots & \\ \hline P = & 3 & + & 7 & + & 11 & + & 15 & + & \cdots & \end{array} \quad \downarrow +$$

$$\begin{array}{cccccccccc} & 1° & & 2° & & 3° & & 4° & \ldots & n° \\ P = & 3 & + & 7 & + & 11 & + & 15 & + \cdots & +(4n-1) \end{array}$$

$$3 \xrightarrow{+4} 7 \xrightarrow{+4} 11 \xrightarrow{+4} 15$$

$$\left(\frac{3 + 4n - 1}{2}\right) n = 1830$$

$$\left(\frac{4n + 2}{2}\right) n = 1830$$

$$(2n + 1)n = 1830$$

$$2n^2 + n = 1830$$

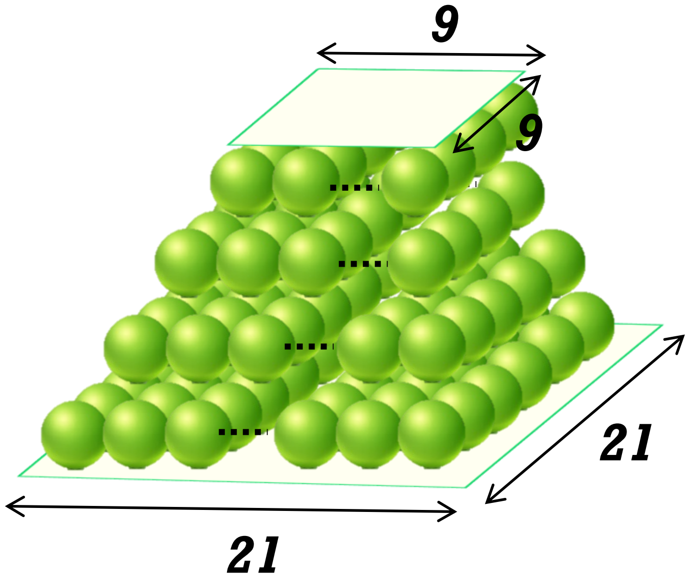
$$\therefore \quad n = 30$$

PROBLEMA 10

Se tiene un tronco de pirámide de base cuadrada que ha sido formada con esferitas. Si en la base inferior y superior se cuentan 81 y 441 esferitas; respectivamente, ¿Cuántas esferitas se cuentan entre las dos bases?

Resolución:

$$S = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + 9^2 + \; 10^2 + 11^2 + 12^2 + 13^2 + \cdots + 20^2$$



$$S = \frac{\overset{10}{\cancel{20}}(\overset{7}{\cancel{21}})(41)}{\underset{2}{\cancel{\cancel{6}}}} - \frac{\overset{3}{\cancel{9}}(\overset{5}{\cancel{10}})(19)}{\underset{2}{\cancel{\cancel{6}}}}$$

Recordemos:

$$S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$S = 2870 - 285$$

$$S = 2585$$

$\therefore$ $\underline{\underline{2585}}$

SERIES II

PROBLEMA 11

Halle el valor de M

$$M = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{2016}$$

Resolución:

$$M = \underbrace{2^0 + 2^1}_{x2} + \underbrace{2^2}_{x2} + \underbrace{2^3}_{x2} + \underbrace{2^4}_{x2} + \dots + 2^{2016} \longrightarrow n = 2017$$

RECORDEMOS:

$$\boxed{S = \frac{t_1(q^n - 1)}{q - 1}}$$

Remplazando

$$M = \frac{1(2^{2017} - 1)}{2 - 1} \longrightarrow M = 1(2^{2017} - 1)$$

$$\therefore \ (2^{2017} - 1)$$

PROBLEMA 12

Hallar el valor de N.

$$N = 24 - 8 + \frac{8}{3} - \frac{8}{9} + \frac{8}{27} - \cdots \infty$$

RECORDEMOS:

$$\boxed{S_{límite} = \frac{t_1}{1 - q}}$$

Resolución:

$$S = 24 - 8 + \frac{8}{3} - \frac{8}{9} + \frac{8}{27} - \cdots \infty$$

$$\text{x}\left(-\frac{1}{3}\right) \quad \text{x}\left(-\frac{1}{3}\right) \quad \text{x}\left(-\frac{1}{3}\right) \quad \text{x}\left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$S_{límite} = \frac{24}{1 - \left(-\frac{1}{3}\right)} \longrightarrow S_{límite} = \frac{24}{1 + \frac{1}{3}}$$

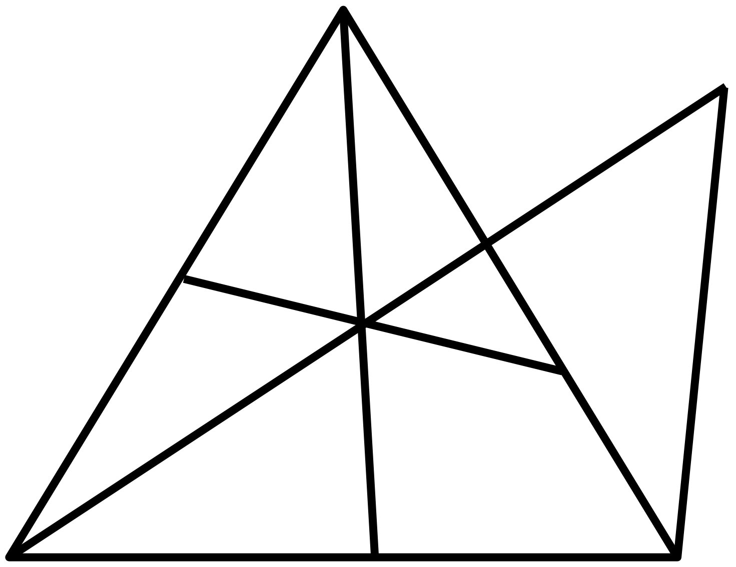
$$S_{límite} = \frac{24}{\frac{4}{3}} \qquad S_{límite} = \frac{72}{4}$$

$$\therefore \ 18$$

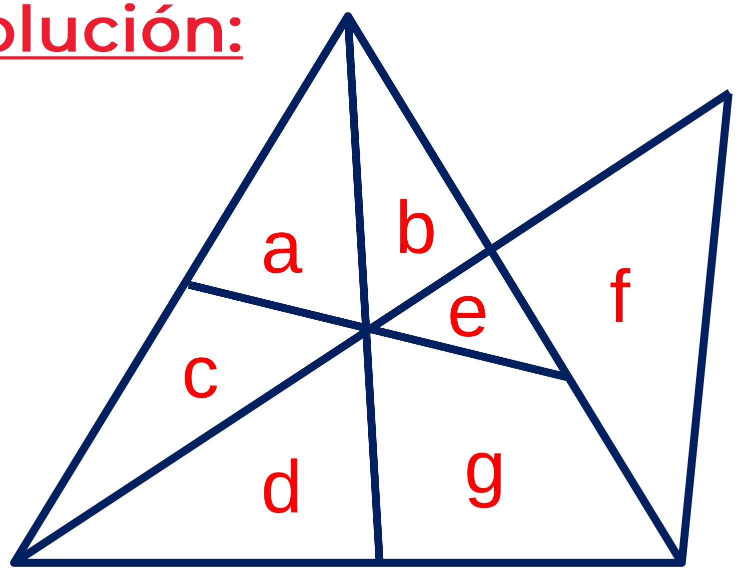
CONTEO DE FIGURAS

PROBLEMA 13

Hallar el número total de triángulos en la figura.



Resolución:



△s de 1 letra: a,b,c,d,e,f → 6

△s de 2 letras: ac,be → 2

△s de 3 letras: abc,abe,acd,deg,beg → 5

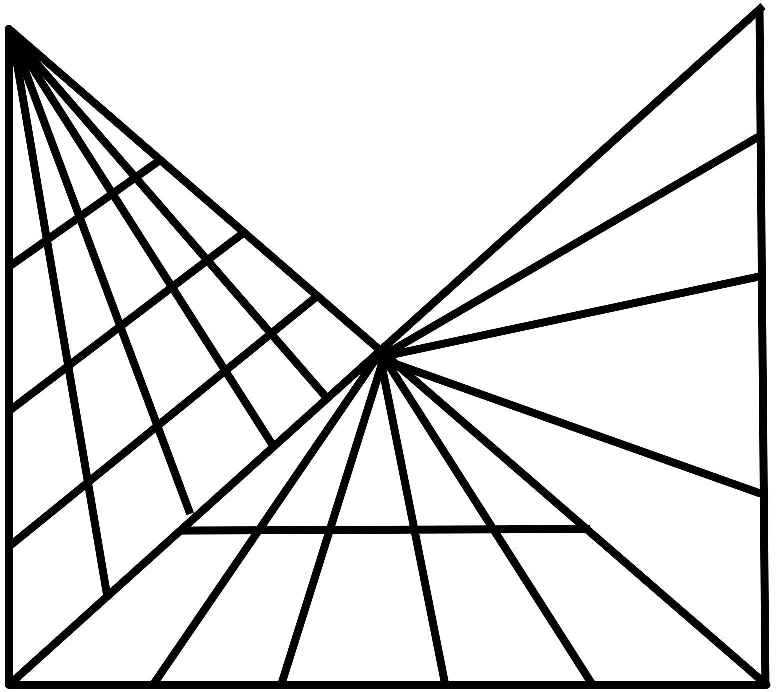
△s de 4 letras: defg → 1

△s de 6 letras: abcdeg → 1

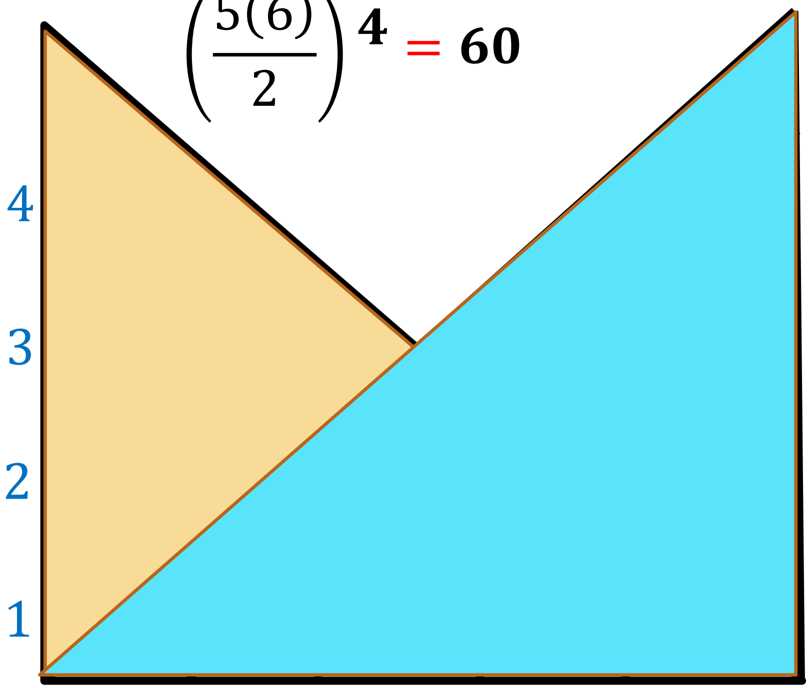
$\therefore$ TOTAL 15

PROBLEMA 14

Calcula el total de triángulos



Resolución:



$$\left(\frac{5(6)}{2}\right)\mathbf{4} = \mathbf{60}$$

$$\left(\frac{4(5)}{2}\right) = \mathbf{10}$$

$$\left(\frac{5(6)}{2}\right)\mathbf{2} = \mathbf{30}$$

Total de triángulos: $60 + 10 + 30 + 2 = \mathbf{102}$

$\therefore$ TOTAL $\underline{102}$