



TRIGONOMETRY

Tomo 8
Session II

4th
SECONDARY

Feedback



 **SACO OLIVEROS**

**PROBLEMA 1**

Determinar el rango de la función:

$$g(x) = \frac{7\cos 8x - 3}{2}$$

Resolución:

Tener en cuenta:

$$-1 \leq \cos x \leq 1$$

$$-1 \leq \cos 8x \leq 1$$

Sabemos:

$$-1 \leq \cos 8x \leq 1 \quad \dots \times (7)$$

$$-7 \leq 7\cos 8x \leq 7 \quad \dots - (3)$$

$$-10 \leq 7\cos 8x - 3 \leq 4 \quad \dots \div (2)$$

$$-5 \leq \frac{7\cos 8x - 3}{2} \leq 2$$

$$\therefore \text{Rang} = [-5; 2]$$



PROBLEMA 2

Determine el rango de la función: $f(x) = 2\cos^2 x + 4$

Resolución:

Recordar:

$$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$$



Tenemos:

$$f(x) = \underbrace{2\cos^2 x - 1}_{\cos 2x} + 5$$

$$f(x) = \cos 2x + 5$$

Sabemos: $-1 \leq \cos 2x \leq 1 \dots + (5)$

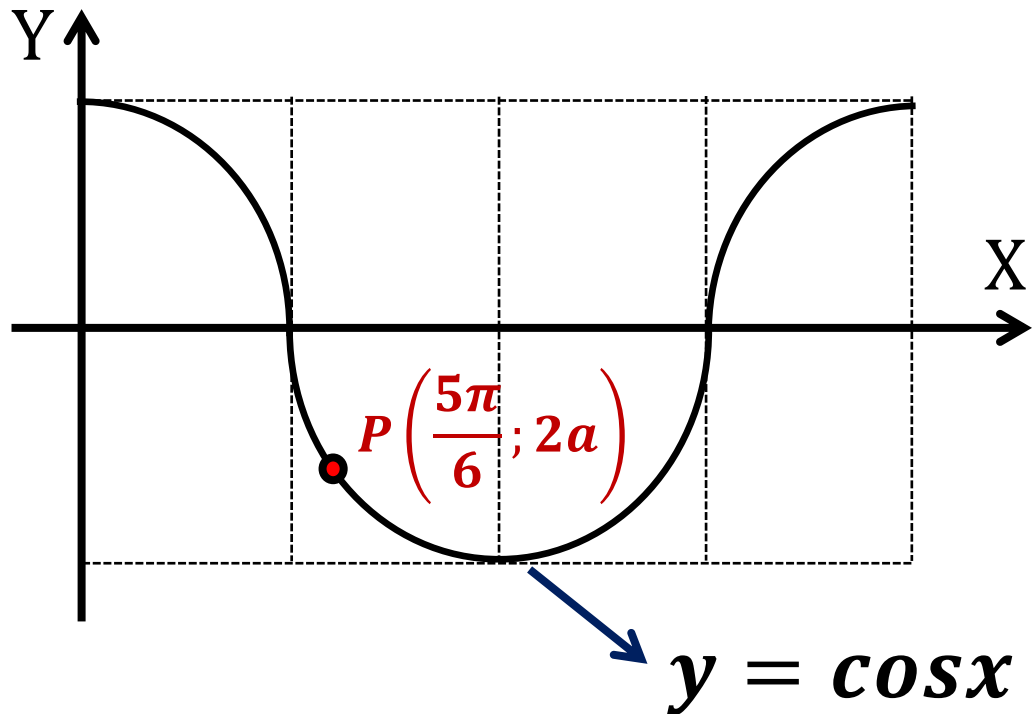
$$4 \leq \cos 2x + 5 \leq 6$$

$$\therefore \text{Ran} f = [4; 6]$$



PROBLEMA 3

Del gráfico, calcular el valor de a .



Resolución:

Del gráfico tenemos:

$$y = \cos x$$

$$2a = \cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) = \cos 150^\circ$$

$$2a = -\cos 30^\circ$$

$$2a = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \therefore \quad a = -\frac{\sqrt{3}}{4}$$

**PROBLEMA 4**

En un triángulo ABC, su perímetro es 20 m y la longitud de su circunradio es 5 m. Calcule

$$M = \text{sen}A + \text{sen}B + \text{sen}C$$

Resolución:**Recordar:**

$$\text{sen}A = \frac{a}{2R} \quad \text{sen}B = \frac{b}{2R}$$

$$\text{sen}C = \frac{c}{2R}$$

Datos: $a + b + c = 20m$

$$R = 5m$$

Nos piden:

$$M = \text{sen}A + \text{sen}B + \text{sen}C$$

Usando Ley de senos:

$$M = \frac{a}{2R} + \frac{b}{2R} + \frac{c}{2R} = \frac{a + b + c}{2R}$$

$$M = \frac{20}{2(5)}$$

$$\therefore \mathbf{M = 2}$$





PROBLEMA 5

En un triángulo ABC de lados a , b y c ; se cumple que

$$a^2 = b^2 + c^2 - \sqrt{2}bc$$

Determine la medida del ángulo A .

Resolución:

Recordar:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

Tenemos: $a^2 = b^2 + c^2 - \sqrt{2}bc$



$$\cancel{b^2} + \cancel{c^2} - 2bc \cdot \cos A = \cancel{b^2} + \cancel{c^2} - \sqrt{2}bc$$

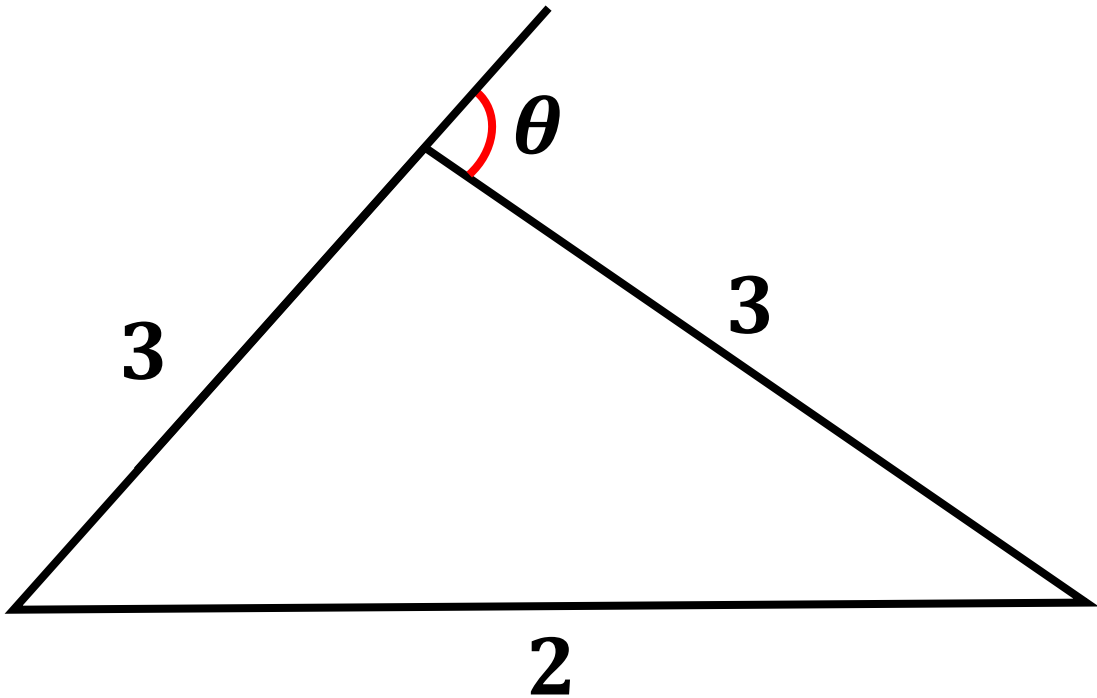
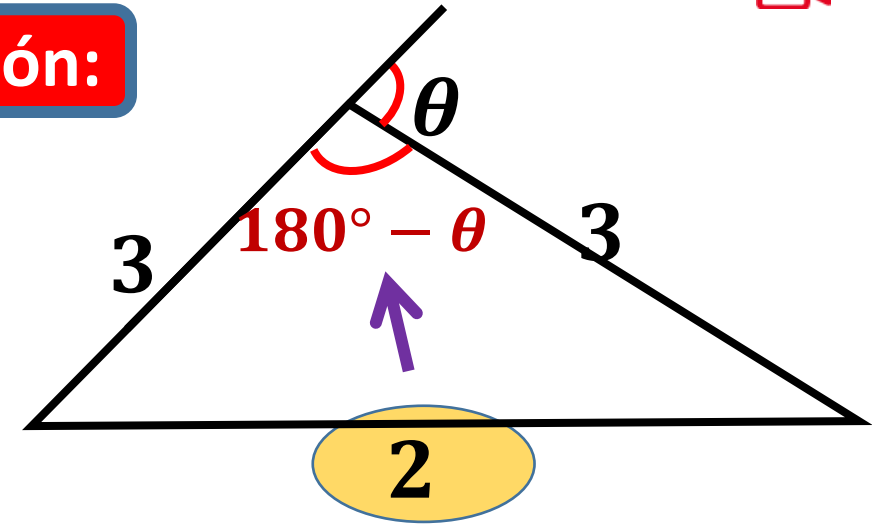
$$-2bc \cdot \cos A = -\sqrt{2}bc$$

$$2\cos A = \sqrt{2}$$

$$\cos A = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\therefore A = 45^\circ$$



PROBLEMA 6Del gráfico, calcule $\cos\theta$.**Resolución:***Ley de cosenos:*

$$2^2 = 3^2 + 3^2 - 2 \cdot 3 \cdot 3 \cos(180^\circ - \theta)$$

$$4 = 18 - 18(-\cos\theta)$$

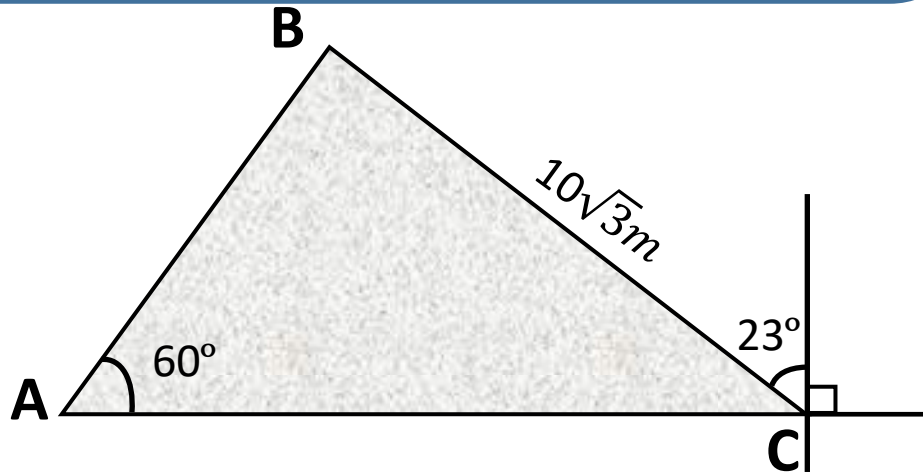
$$-14 = 18\cos\theta$$

$$-\frac{14}{18} = \cos\theta$$

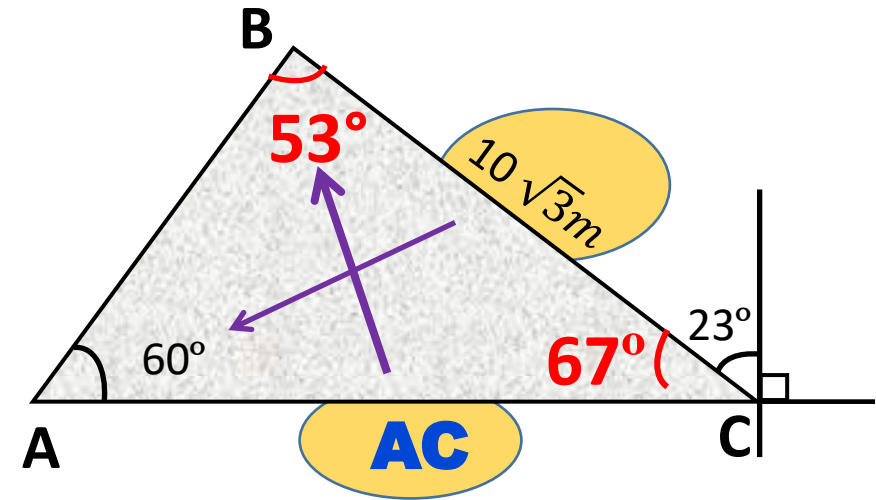
$$\therefore \cos\theta = -\frac{7}{9}$$

PROBLEMA 7

De la figura, calcule AC

**Resolución:****Recordar:**

$$\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{b}{\operatorname{sen} B}$$



Ley de senos: $\frac{AC}{\operatorname{sen} 53^\circ} = \frac{10\sqrt{3}}{\operatorname{sen} 60^\circ}$

$$AC = \frac{10\sqrt{3} \operatorname{sen} 53^\circ}{\operatorname{sen} 60^\circ} = \frac{10\sqrt{3} \left(\frac{4}{5}\right)}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}$$

$$AC = \frac{2 \cdot 10 \cdot 4 \cdot 2}{5}$$

$$\therefore AC = 16m$$



PROBLEMA 8

En un triángulo ABC , se cumple que $B + C = 90^\circ$,
 $B - C = 74^\circ$ y $c = 3$;
 Determine el valor de b

Resolución:

Recordar:

$$\frac{\tan\left(\frac{B - C}{2}\right)}{\tan\left(\frac{B + C}{2}\right)} = \frac{b - c}{b + c}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow \frac{\tan\left(\frac{74^\circ}{2}\right)}{\tan\left(\frac{90^\circ}{2}\right)} &= \frac{b - 3}{b + 3} \\ \frac{\tan 37^\circ}{\tan 45^\circ} &= \frac{b - 3}{b + 3} \\ 1 \cdot \frac{3}{4} &= \frac{b - 3}{b + 3} \\ 3b + 9 &= 4b - 12 \\ 21 &= b \end{aligned}$$

$$\therefore \mathbf{b = 21}$$

PROBLEMA 9

En un triángulo ABC, de lados a, b y c ; simplifique:

$$K = \frac{\cos C (c - a \cdot \cos B)}{\sin A (a - c \cdot \cos B)}$$

Resolución:

Recordar:

$$c = a \cdot \cos B + b \cdot \cos A$$

$$a = b \cdot \cos C + c \cdot \cos B$$

Tenemos:

$$K = \frac{\cos C (c - a \cdot \cos B)}{\sin A (a - c \cdot \cos B)}$$

$$K = \frac{\cos C (\cancel{a \cdot \cos B} + b \cdot \cos A - \cancel{a \cdot \cos B})}{\sin A (\cancel{b \cdot \cos C} + c \cdot \cos B - \cancel{c \cdot \cos B})}$$

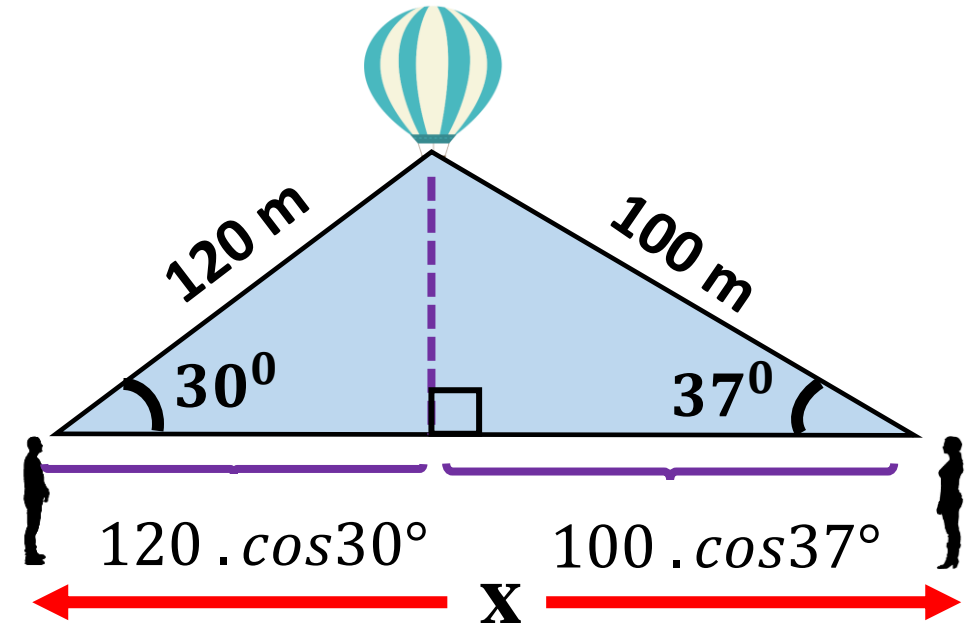
$$K = \frac{\cancel{\cos C} (b \cdot \cos A)}{\sin A (\cancel{b \cdot \cos C})}$$

$$\therefore \boxed{K = \cot A}$$

PROBLEMA 10

Dos amigos observan un globo aerostático en el cielo con ángulos de elevación de 30° y 37° . Si las líneas visuales miden 120m y 100m respectivamente. Calcule las distancias que separa a los observadores, si ellos tienen la misma estatura (los amigos y el globo aerostático se encuentran en un mismo plano vertical). DATO: $\sqrt{3} = 1,73$

$$+ 100 \cdot \cos 37^\circ$$

 $x =$
**Resolución:**

$$x = 120 \cdot \cos 30^\circ + 100 \cdot \cos 37^\circ$$

$$x = 120 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) + 100 \left(\frac{4}{5} \right)$$

$$x = 60\sqrt{3} + 80$$

$$x = 60(1,73) + 80 \quad \therefore \quad x = 183,8m$$