

GEOMETRÍA

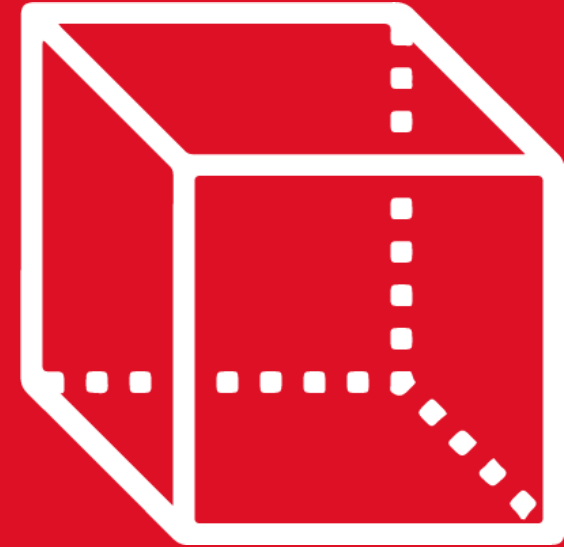
Chapter 11

Sesión 1

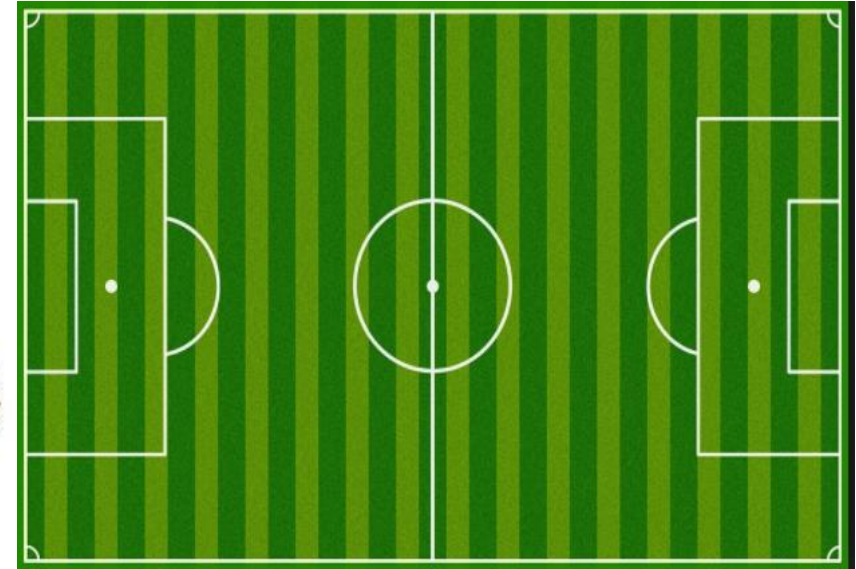
3th

SECONDARY

Cuadriláteros

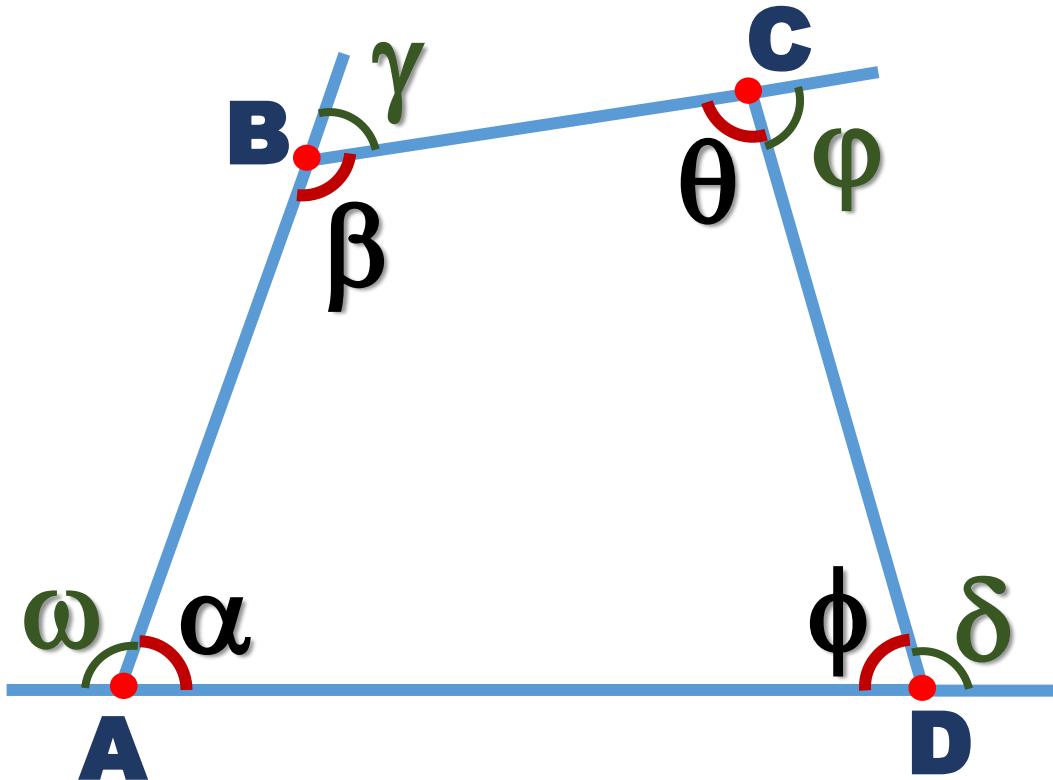


MOTIVATING | STRATEGY



CUADRILÁTEROS

Definición: Es aquella figura que resulta de la reunión de 4 segmentos de recta unidos en sus extremos de tal forma que cualquier par de ellas no es colineal.



- VÉRTICES : A , B , C y D
- LADOS : \overline{AB} , \overline{BC} y \overline{CD} y \overline{AD}

TEOREMAS

$$\alpha + \beta + \theta + \phi = 360^\circ$$

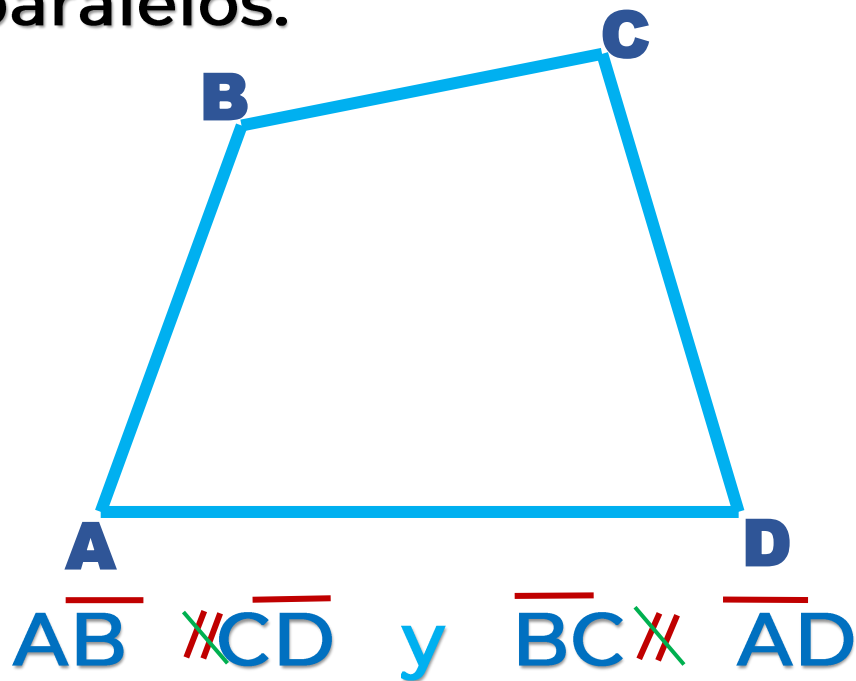
$$\omega + \gamma + \phi + \delta = 360^\circ$$

Clasificación de los cuadriláteros convexos

De acuerdo con el paralelismo de sus lados opuestos se clasifican en:

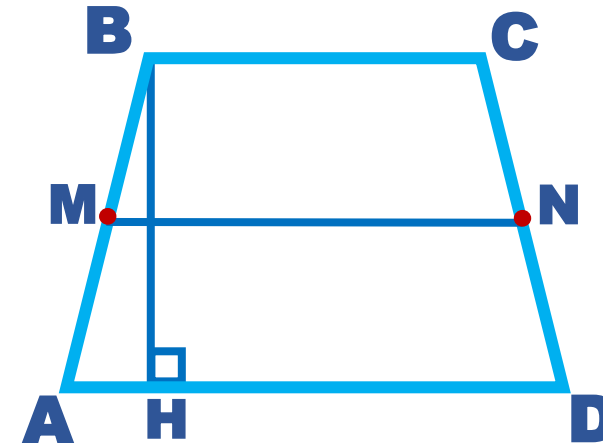
1. TRAPEZOIDE

Es aquel cuadrilátero convexo que no tiene lados opuestos paralelos.



2. TRAPECIO

Es aquel cuadrilátero convexo que solo tiene un par de lados opuestos paralelos, llamados bases.



$$\overline{BC} \parallel \overline{AD}$$

\overline{BC} y \overline{AD} : BASES

• \overline{BH} : Altura

• $AM = BM$

$CN = DN$

\overline{MN} : Base media

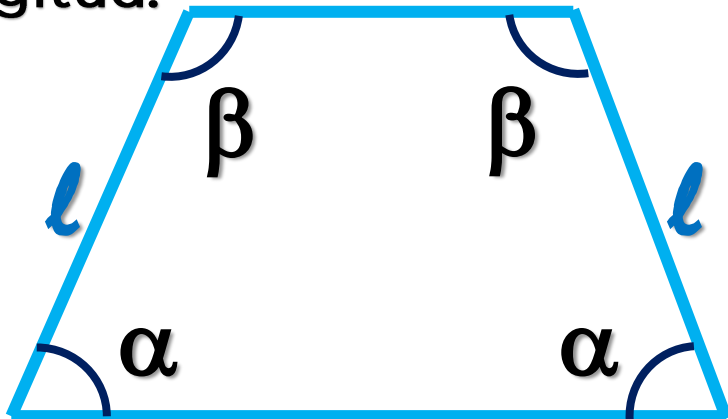
2.1.-Clasificación de trapezios

Los trapezios se clasifican de acuerdo a la longitud de sus lados no paralelos o laterales

TRAPECIO

ISÓSCELES

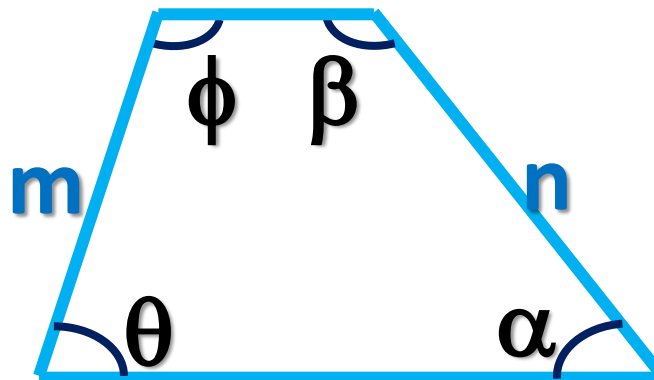
Es aquel trapezio cuyos lados laterales son de igual longitud.



$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

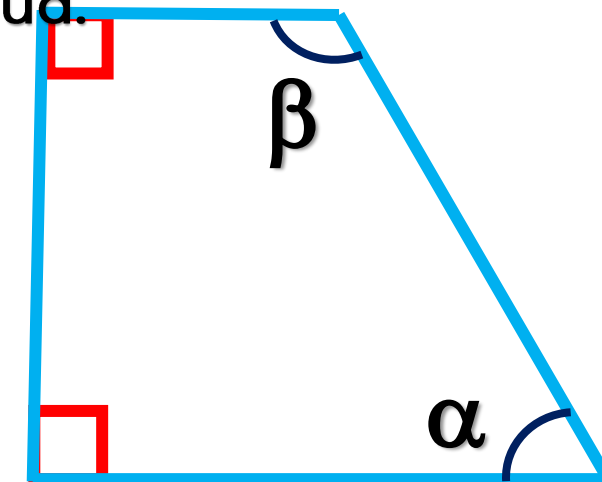
TRAPECIO ESCALENO

Es aquel trapezio cuyos lados laterales tienen diferente longitud.



$$\theta + \phi = 180^\circ$$

$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

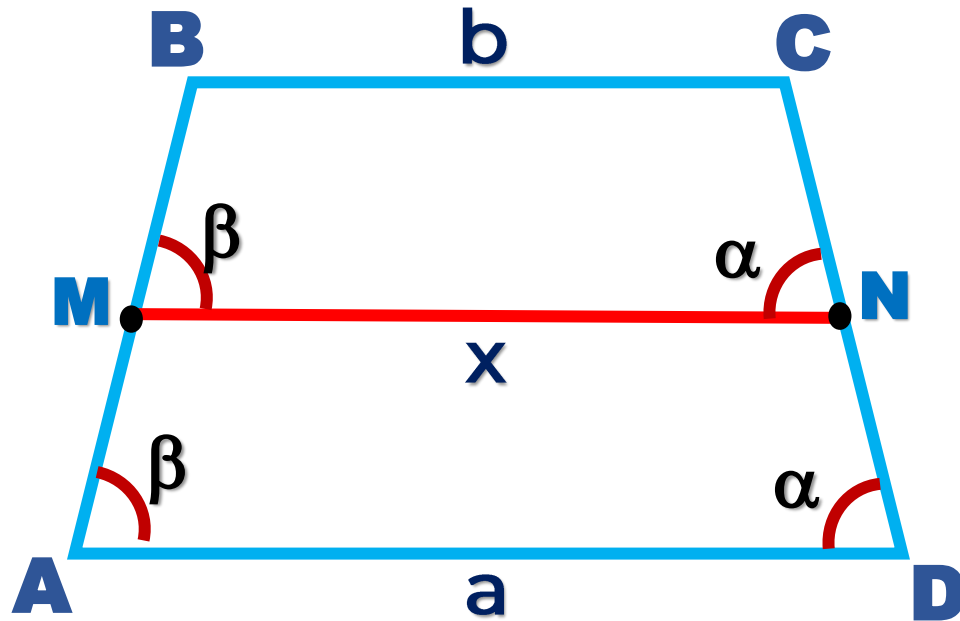


T. Rectángulo

$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

2.2.- Teoremas

$\triangle ABCD$: Trapecio

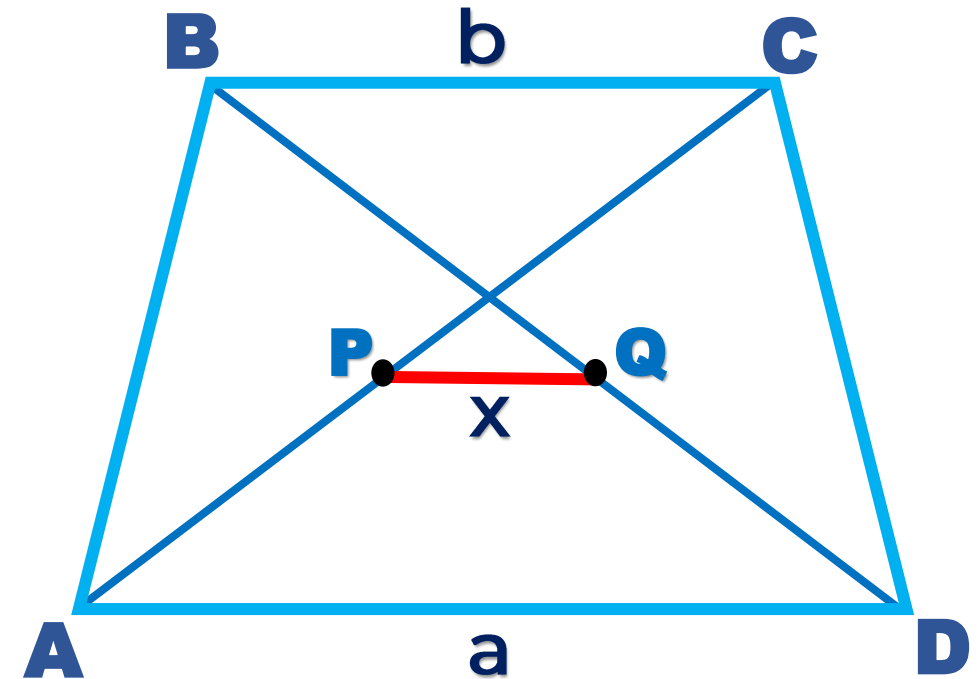


\overline{MN} : Base media $\overline{AD} \parallel \overline{BC} \parallel \overline{MN}$

$$AM = BM$$

$$CN = DN$$

$$x = \frac{a+b}{2}$$



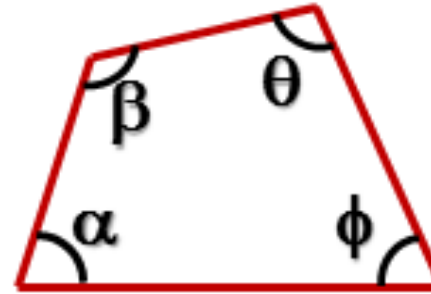
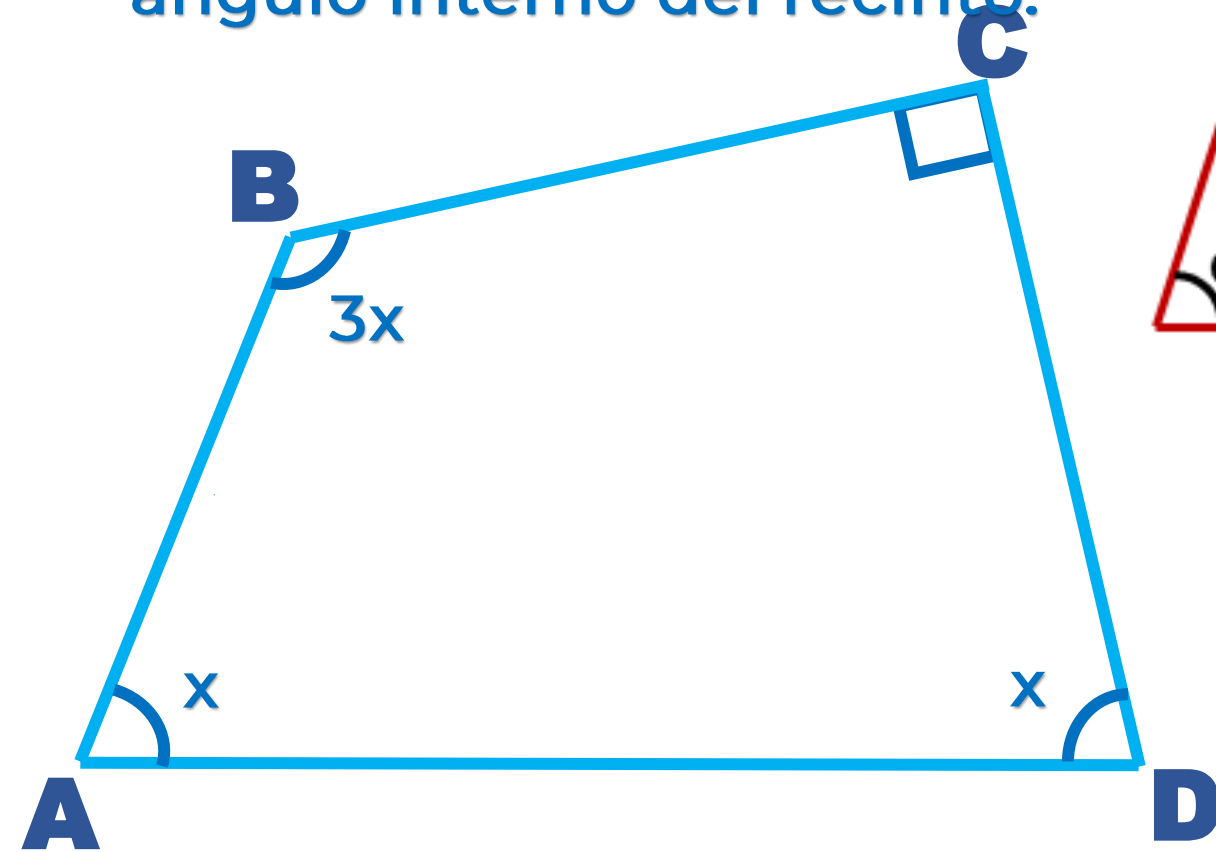
$$AP = PC$$

$$BQ = DQ$$

$\overline{AD} \parallel \overline{BC} \parallel \overline{PQ}$

$$x = \frac{a-b}{2}$$

1. Las medidas de los ángulos internos que forman los bordes de un terreno cuadrangular son x , $3x$, 90° y x . Halle la medida del menor ángulo interno del recinto.



$$\alpha + \beta + \theta + \phi = 360^\circ$$

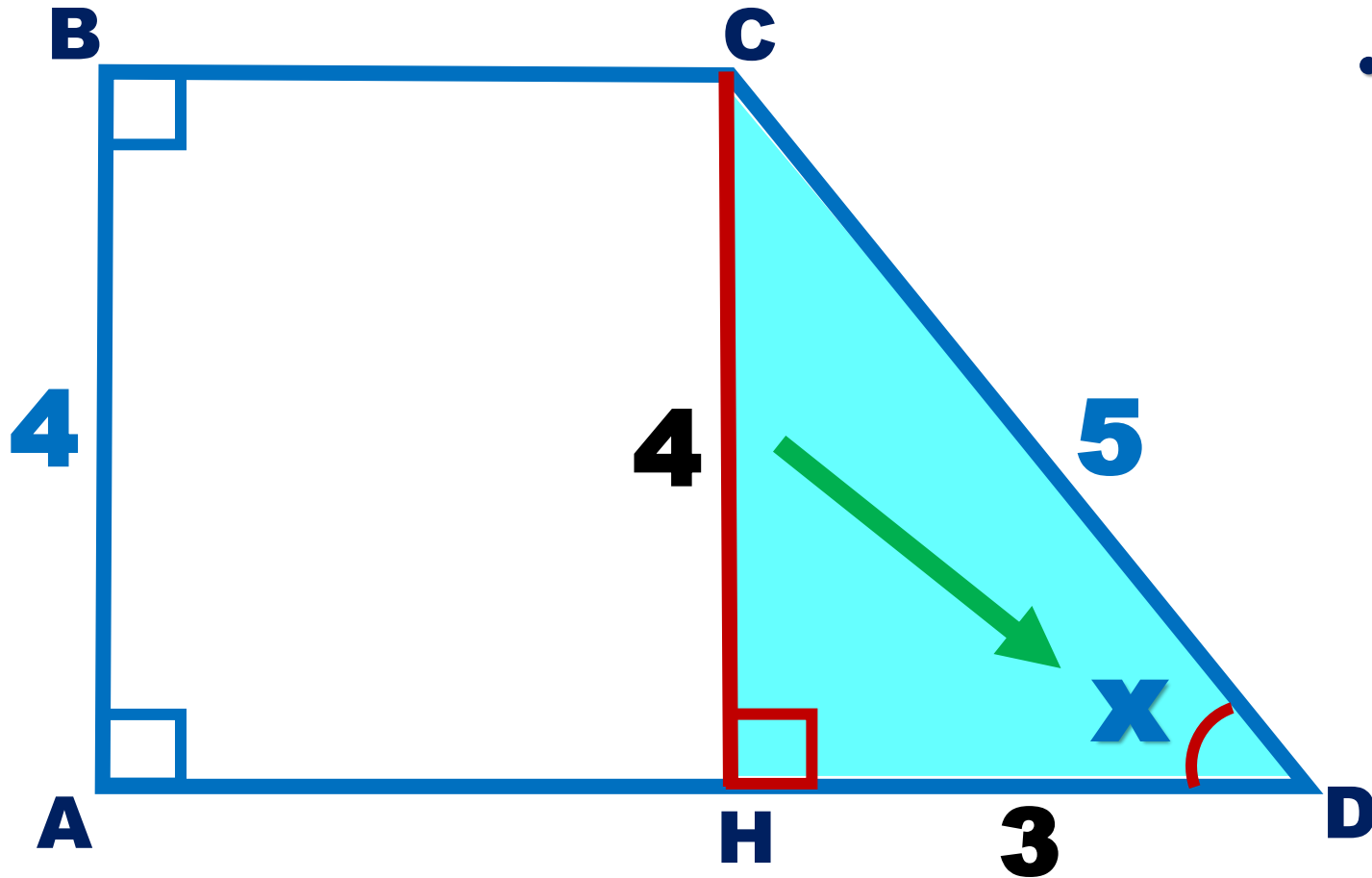
$$\Rightarrow x + 3x + 90^\circ + x = 360^\circ$$

$$5x + 90^\circ = 360^\circ$$

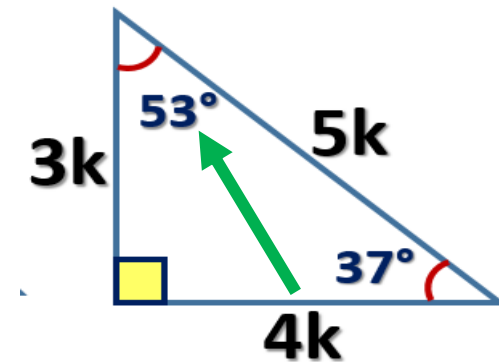
$$5x = 270^\circ$$

$$x = 54^\circ$$

2. La longitud de la altura de un trapezio rectángulo es 4m y un lado no paralelo tiene longitud 5m. ¿Cuánto mide el menor ángulo interno del trapezio?



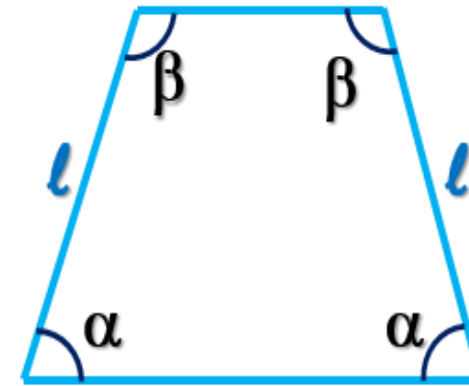
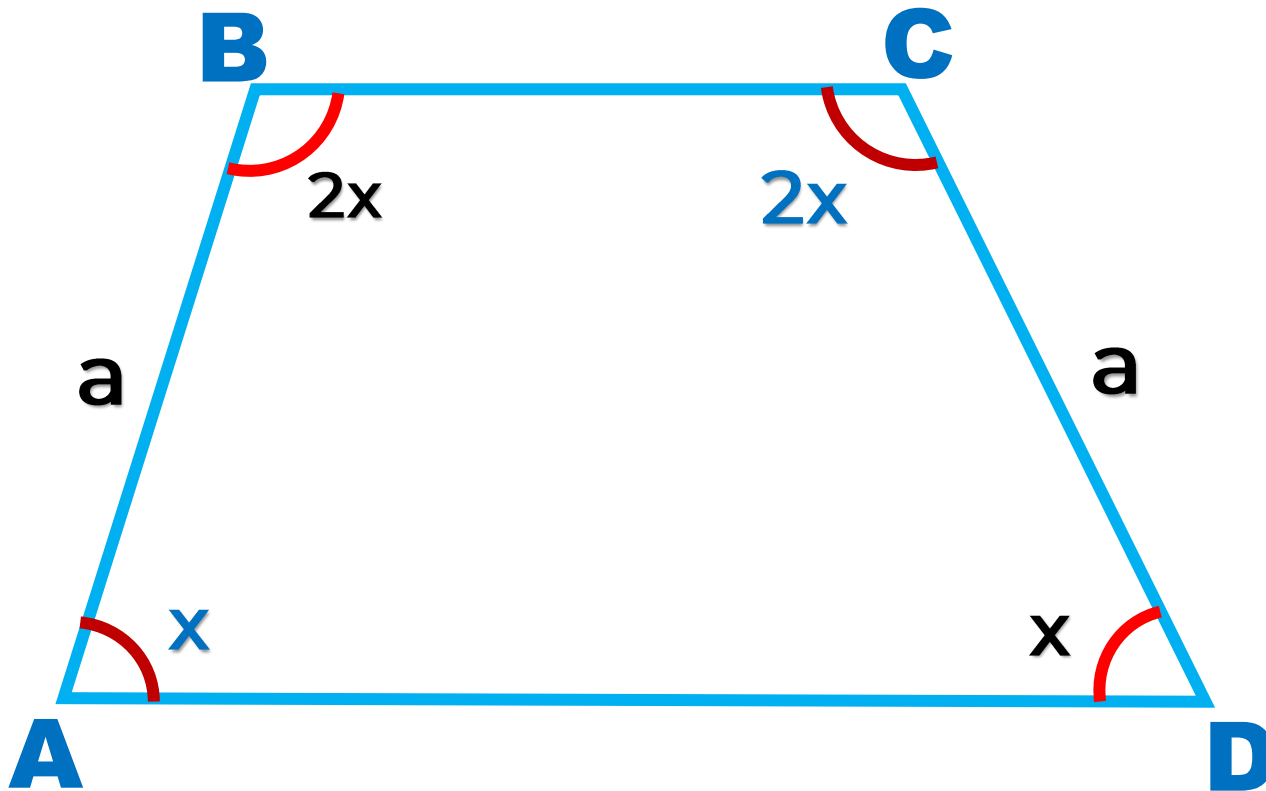
- $\square ABCD$ Trapecio Rectángulo
- Trazamos la altura \overline{CH} .



$$x = 53^\circ$$



3. Si el trapezio ABCD es isósceles, halle el valor de x .



TRAPECIO ISÓSCELES

$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

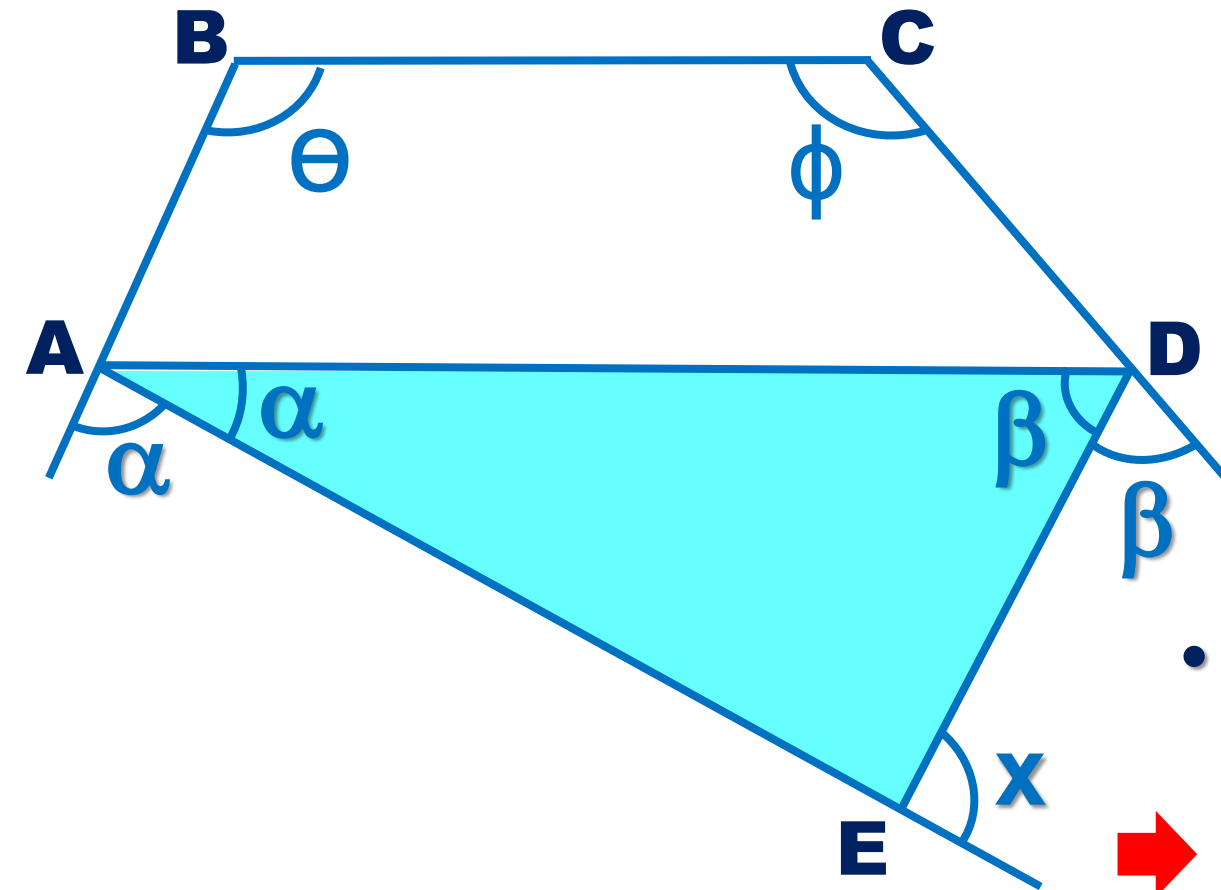
➔ $x + 2x = 180^\circ$

$$3x = 180^\circ$$

$$x = 60^\circ$$



4. Halle el valor de x , si $\theta + \phi = 200^\circ$.

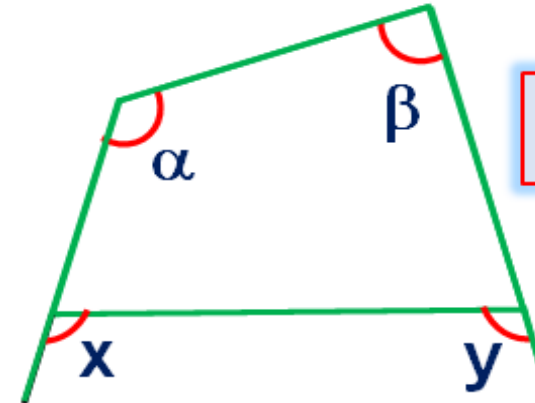


• $\square ABCD$:

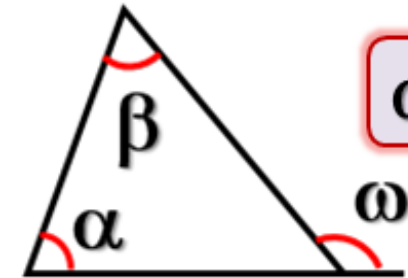
$$2\alpha + 2\beta = \theta + \phi$$

$$\cancel{2\alpha} + \cancel{2\beta} = \underline{200^\circ}$$

$$\alpha + \beta = 100^\circ$$



$$x + y = \alpha + \beta$$



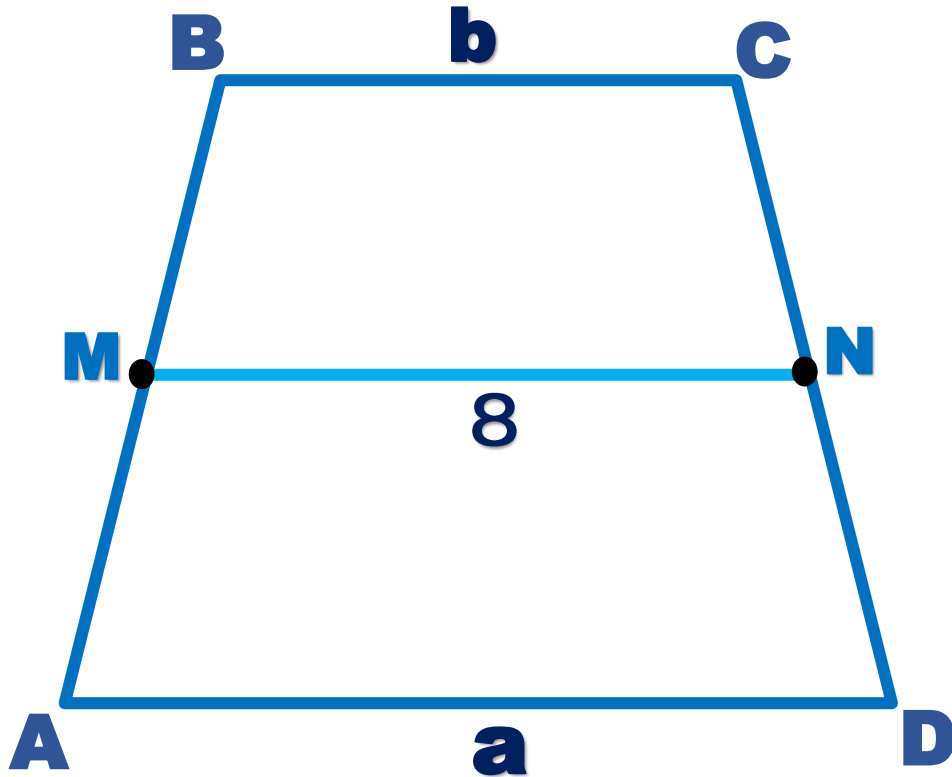
$$\omega = \alpha + \beta$$

• $\triangle ADE$:

$$x = \underbrace{\alpha + \beta}_{100^\circ}$$

$$x = 100^\circ$$

5. Las bases de un trapezio se diferencian en 6 y la mediana mide 8. Halle la longitud de la base menor.



- Por dato
 $a - b = 6$
 $a = 6 + b \dots (1)$
- \overline{MN} : Mediana
 $AM = BM$
 $CN = DN$
- Por Teorema de la mediana
 $8 = \frac{a + b}{2}$
 $16 = a + b \dots (2)$

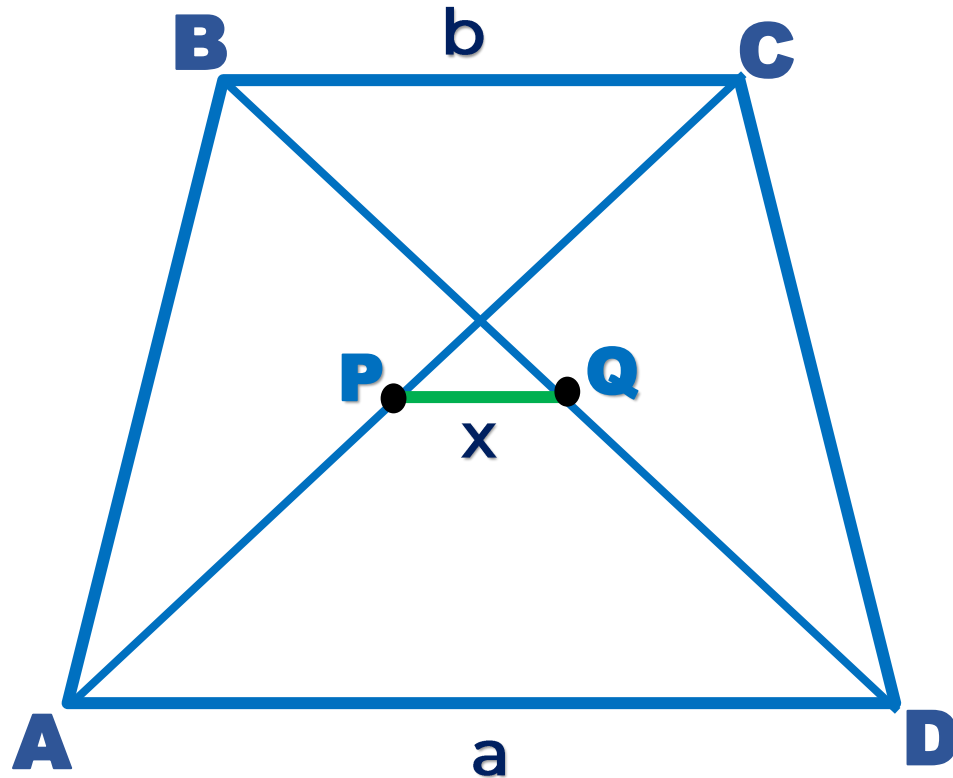
- Reemplazando 1 y 2

$$\begin{aligned} &\rightarrow a + b = 16 \\ &\quad \underbrace{6 + b}_{a} + b = 16 \\ &6 + b + b = 16 \\ &2b = 10 \end{aligned}$$

$$b = 5$$



6. Las bases de un trapezio se diferencian en 4. Halle la distancia entre los puntos medios de las diagonales.



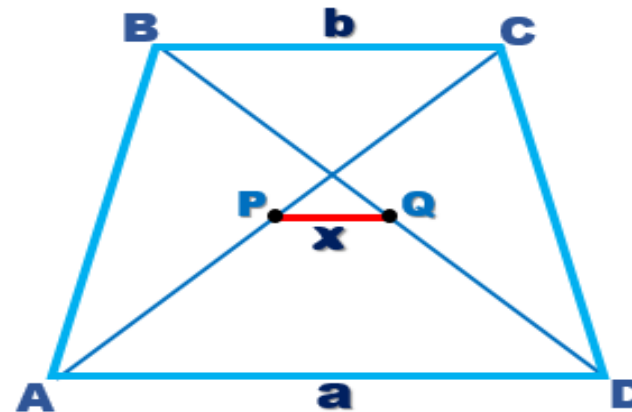
$$AP = PC$$

$$BQ = DQ$$

• Por dato

$$a - b = 4$$

• Por



$$\begin{aligned} AP &= PC \\ BQ &= DQ \end{aligned}$$

$$x = \frac{a-b}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{a-b}{2}$$

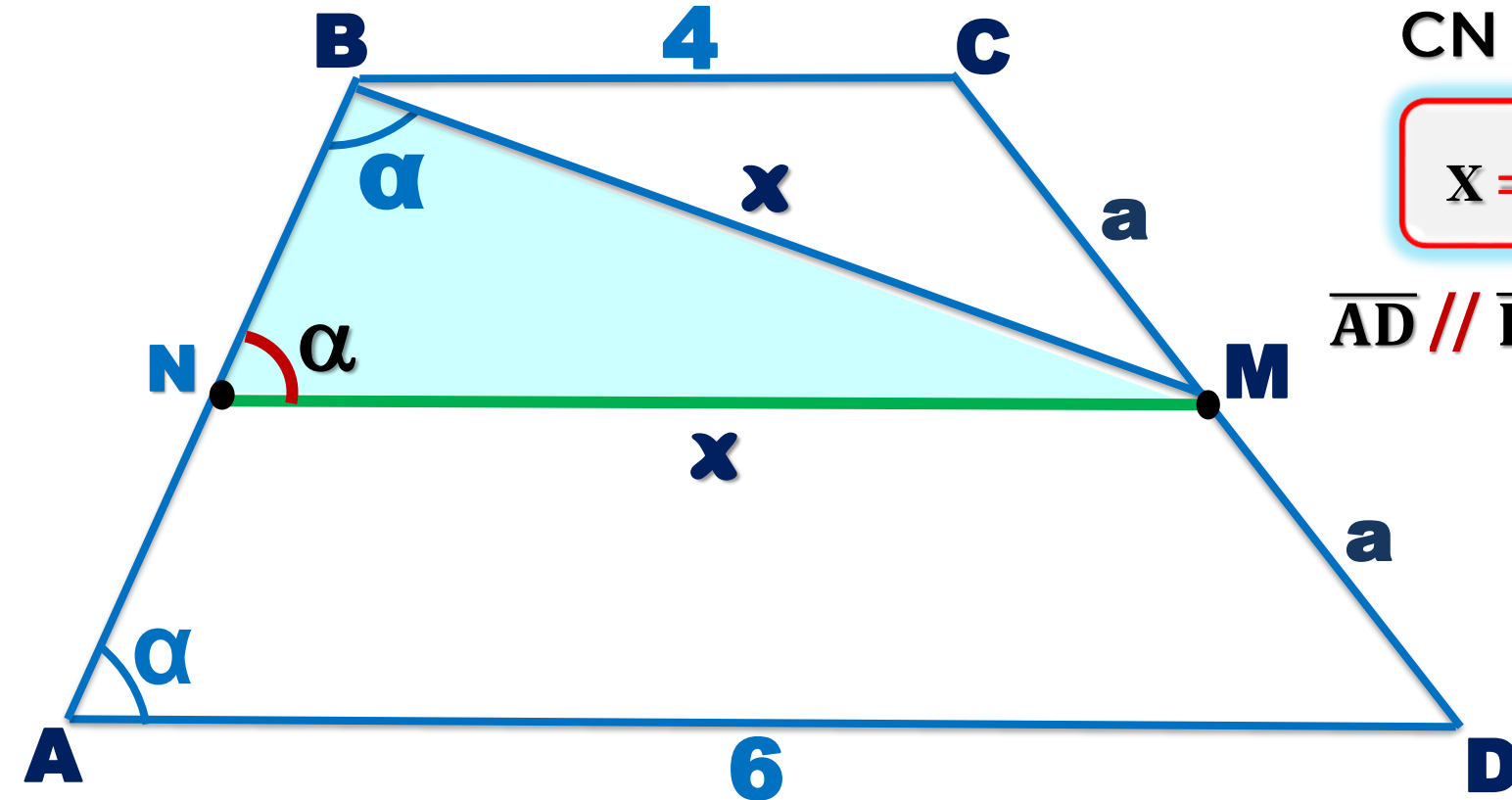
$$x = \frac{4}{2}$$

Reemplazand

$$x = 2$$



7. Si $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$ y $CM = MD$, halle BM.

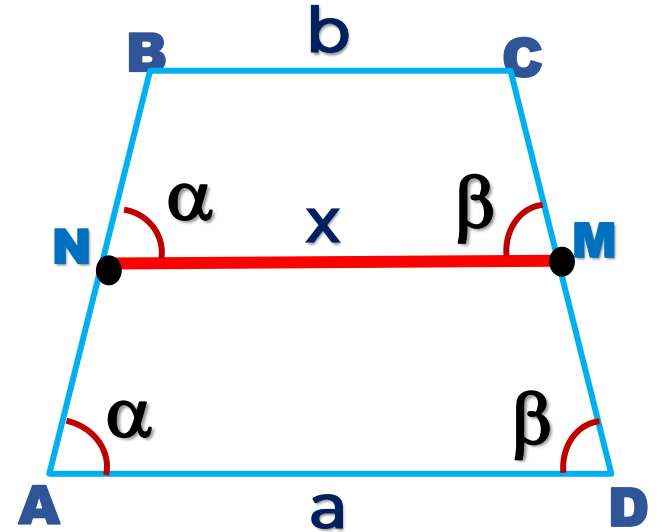


$$AM = BM$$

$$CN = DN$$

$$x = \frac{a+b}{2}$$

$$\overline{AD} \parallel \overline{BC} \parallel \overline{MN}$$



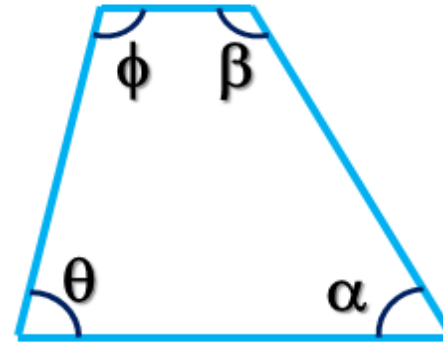
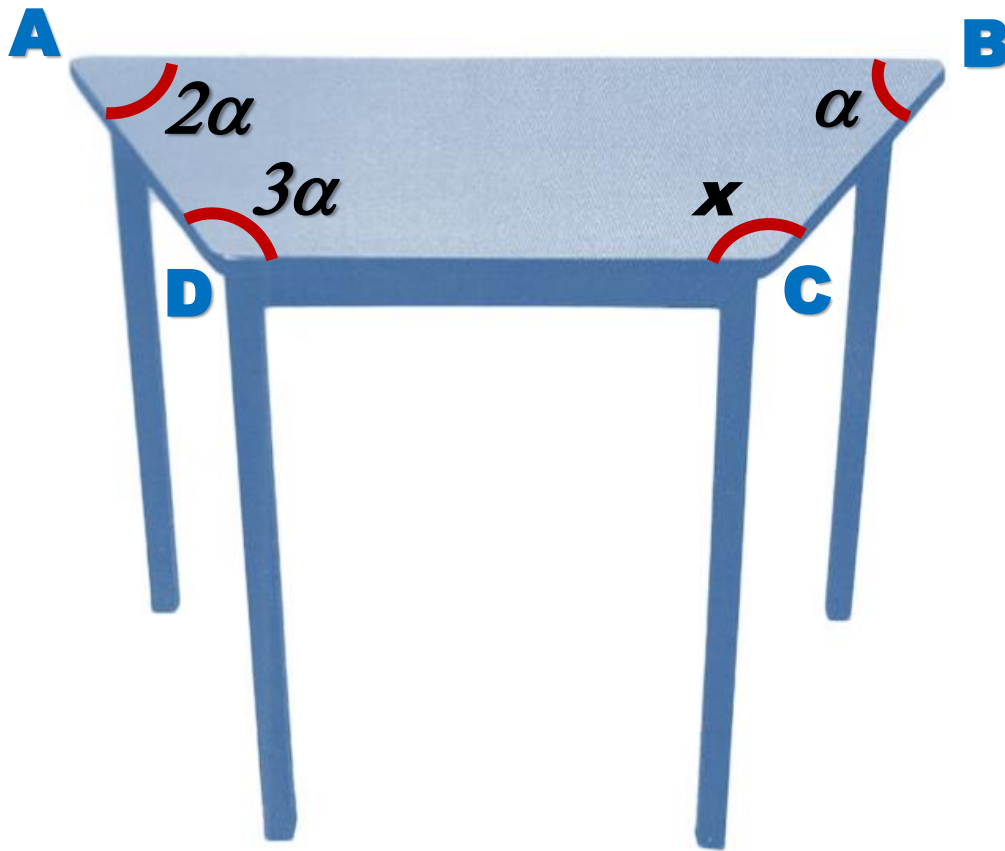
- Trazamos \overline{MN} paralela a \overline{AD}
- \overline{MN} : Base media
- $\triangle NBM$: Isósceles

$$BM = MN = x$$

• Por teorema $\Rightarrow x = \frac{6+4}{2}$

$$x = 5$$

8. Se muestra una mesa en forma trapecial \overline{ABCD} ($\overline{AB} \parallel \overline{CD}$). Si las medidas de los ángulos internos A y D son 2α y 3α además $m\angle B = \alpha$, halle la $m\angle DCB$.



$$\theta + \phi = 180^\circ$$

$$\alpha + \beta = 180^\circ$$



$$\bullet \quad 2\alpha + 3\alpha = 180^\circ$$

$$5\alpha = 180^\circ$$

$$\alpha = 36^\circ$$

$$\bullet \quad \alpha + x = 180^\circ$$

$$\underbrace{\alpha}_{36^\circ} + x = 180^\circ$$

$$x = 144^\circ$$