MATHEMATICAL REASONING

Chapter 19

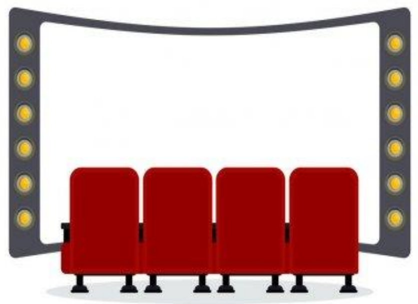
3rd
SECONDARY

Análisis combinatorio I

SACO OLIVEROS

HELICO MOTIVATION

A lo largo de nuestra vida realizamos actividades cotidianas como elegir el almuerzo ofertado en un restaurante, o ubicarnos en una fila del cine, formar grupos con nuestros estudiantes,..., etc. Para realizar el conteo de las diferentes maneras de realizarse dichas actividades es conveniente conocer ciertas técnicas que lo faciliten, estas técnicas o estrategias lo desarrollaremos en el presente capítulo.



HELICO THEORY

TÉCNICAS DE CONTEO I

PRINCIPIOS FUNDAMENTALES DEL CONTEO

❑ PRINCIPIO DE ADICIÓN

Si un evento A ocurre de m maneras diferentes y otro evento B ocurre de n maneras diferentes, la ocurrencia del evento A o B, pero no de ambos, estará dado por:

Nº de ocurrencias del evento (A o B) $= \boldsymbol{m} + \boldsymbol{n}$

Usualmente este principio se utiliza si los elementos son similares, sirven para lo mismo y que se toma una sola vez:

Distintas formas de viajar

Distintas formas de comprar

Distintas formas de cruzar un rio

Otros

HELICO THEORY

TÉCNICAS DE CONTEO I

❑ PRINCIPIO DE ADICIÓN

Ejemplo 1

Aldo viajará de Lima a Huancayo y tiene para elegir: la empresa A, que cuenta con 4 buses que realizan la ruta; la empresa B, que cuenta con 3 buses para la ruta y la empresa C, que dispone de 5 buses. Si Aldo quiere hacer el viaje en un solo bus, ¿de cuántas maneras diferentes podrá realizarlo?

Resolución

De los datos, Aldo elegirá un solo bus:

EMPRESA “A”

O

EMPRESA “B”

O

EMPRESA “C”

$$4 \quad + \quad 3 \quad + \quad 5$$

$$\therefore N° \; de \; maneras \; diferentes = \underline{\underline{12}}$$

HELICO THEORY

TÉCNICAS DE CONTEO I

❑ PRINCIPIO DE ADICIÓN

Ejemplo 2

Daniel desea comprar un televisor Samsung 4k para ver los partidos de Perú por las eliminatorias. Dicho televisor puede adquirirlo en 3 centros comerciales, el primero tiene 7 tiendas, el segundo 8 tiendas y el tercero 9 tiendas. ¿De cuántas maneras distintas puede adquirir su televisor

Resolución

De los datos, Daniel solo elegirá una tienda .

C.C. "A" o C.C. "B" o C.C "C"

$$7 + 8 + 9$$

$$\therefore N° \ de \ maneras \ diferentes = \underline{\underline{24}}$$

HELICO THEORY

TÉCNICAS DE CONTEO

PRINCIPIOS FUNDAMENTALES DEL CONTEO

PRINCIPIO DE MULTIPLICACIÓN

Si un evento A ocurre de m maneras diferentes y otro evento B ocurre de n maneras diferentes, la ocurrencia del evento A y B, en forma simultánea o consecutiva está dado por:

Nº de ocurrencias del evento (A y B) $= \boldsymbol{m} \times \boldsymbol{n}$

Usualmente este principio se utiliza si los elementos son distintos, se repiten o se toman varias veces.

Distintas formas de vestir

Distintas formas de alimentarse

Distintas formas de ir por caminos

Otros

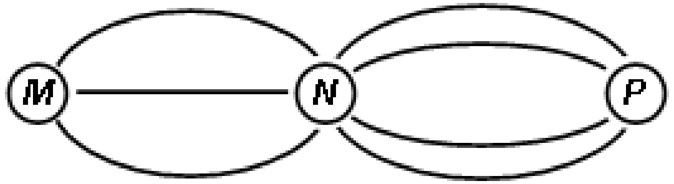
HELICO THEORY

TÉCNICAS DE CONTEO

PRINCIPIO DE MULTIPLICACIÓN

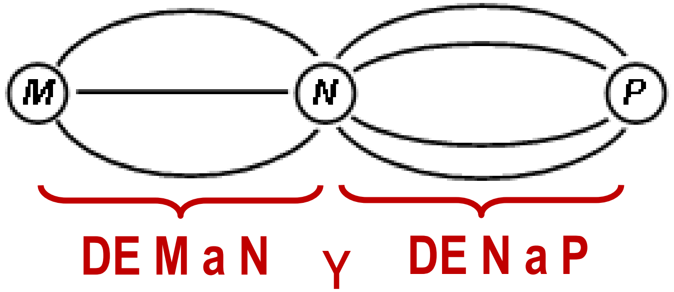
Ejemplo 1

El gráfico muestra un circuito de caminos entre tres ciudades distintas: M, N y P. Si una persona quiere ir de la ciudad M a la ciudad P, ¿de cuántas maneras distintas podrá hacerlo?



Resolución

Del gráfico se observa que:



$$3 \times 4$$

$\therefore$ $N° \; de \; maneras \; diferentes = 12$

HELICO THEORY

TÉCNICAS DE CONTEO I

PRINCIPIO DE MULTIPLICACIÓN

Ejemplo 2

Robertito lanza una moneda y dos dados en forma simultanea. ¿Cuántos resultados distintos puede obtener?

Recordemos:

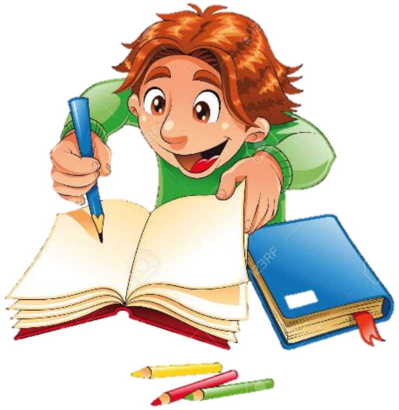
Al lanzar una moneda podemos obtener dos resultados distintos, mientras que al lanzar un dado se obtienen 6 resultados distintos

Resolución

Cara/sello	y	1,2,3,4,5,6	y	1,2,3,4,5,6
2	$\times$	6	$\times$	6

$$2 \text{ x } 6 \text{ x } 6 = 72$$

$\therefore$ $N° \; de \; maneras \; diferentes: \; \underline{\underline{72}}$



RESOLUCIÓN DE LA PRÁCTICA

PROBLEMA 1

Roberto tiene en su ropero 5 polos, 8 pantalones y 2 pares de zapatillas, todas de diferente color. Como Roberto quiere impresionar a su amiga Juanita, decide probarse todas sus prendas y elegir la que mejor le quede. ¿De cuántas formas distintas se podrá vestir?

Resolución:

Piden de cuantas formas distintas se puede vestir.

POLOS Y PANTALONES Y ZAPATILLAS

$$5 \times 8 \times 2 = 80$$

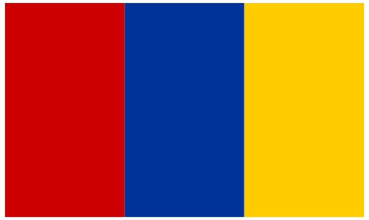
$$\therefore \ Formas\ distintas\ de\ vestir = 80$$

PROBLEMA 2

¿Cuántas banderas tricolores distintas podemos formar usando los colores del arco iris?

ADEMAS:

Una bandera tricolor consta de 3 colores distintos



Resolución:

RECORDEMOS:

El arcoíris consta de 7 colores

7	6	5

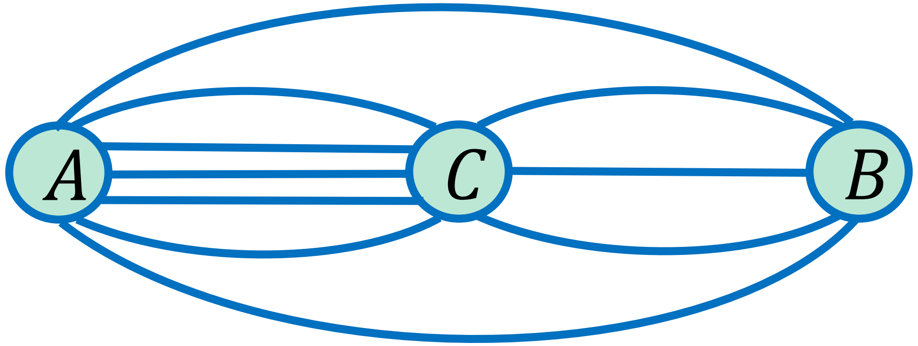
$$Total = 7 \times 6 \times 5$$

$$Total = 210$$

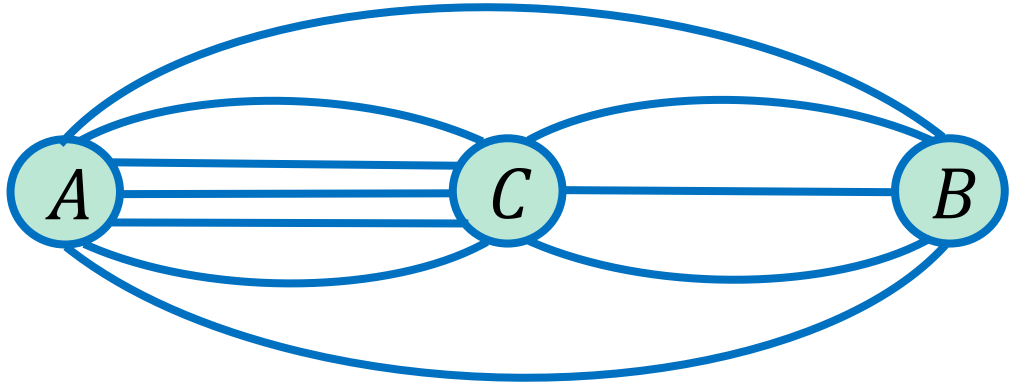
$$\therefore \underline{\underline{210}}$$

PROBLEMA 3

El esquema corresponde a calles de una pequeña ciudad del planeta “Sacooliverandia”. ¿De cuántas maneras podemos ir de A hacia B, sin regresar en ningún caso de C hacia A?



Resolución:



De A a C: ⟶ 5 caminos:

De C a B: ⟶ 3 caminos:

De A a B: ⟶ 2 caminos:

$$(5 \times 3) + 2 = 17$$

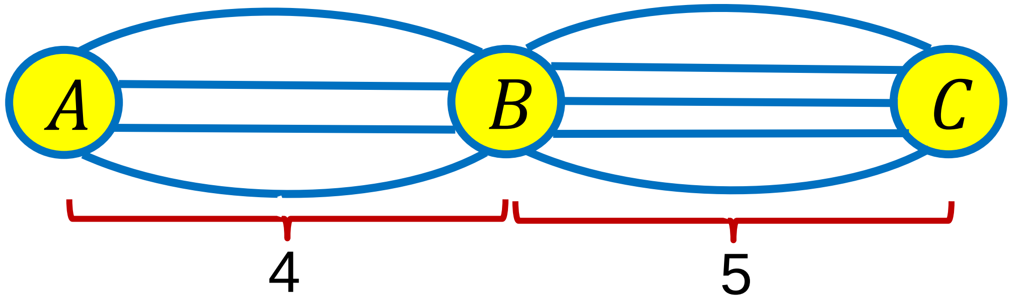
$\therefore$ $N° \ de \ maneras \ diferentes$: $\underline{\underline{17}}$

PROBLEMA 4

Una persona puede ir de una ciudad A a una ciudad B de 4 formas distintas y de B a C de 5 formas distintas. ¿De cuántas formas distintas puede ir esa persona de A a C y regresar de C a A pero por tramos diferentes?

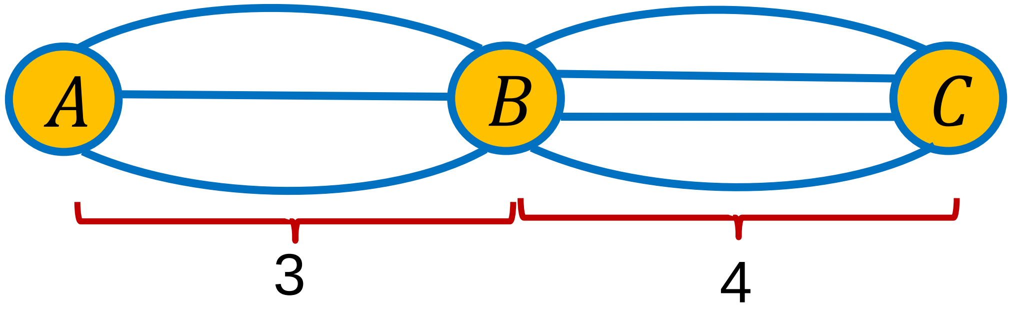
Resolución:

Viaje de ida:



$$4 \times 5 = 20$$

Viaje de vuelta



$$4 \times 3 = 12$$

Total:

$$20 \times 12 = 240$$

$\therefore$ 240

PROBLEMA 5

¿Cuántos números de 4 cifras diferentes se podrá formar con los dígitos 0; 1; 2; 3; 4 y 5?

DEL DATO:

Los números no se pueden repetir

Resolución:

$\overline{a\ b\ c\ d}$

a	b	c	d
1	0	0	0
2	1	1	3
3	2	3	5
4	3	5	
5	5		

Asumamos que tomamos este número

$$Total:\ 5 \times 5 \times 4 \times 3 = 300$$

$\therefore\ 300$

PROBLEMA 6

El tutor del salón convoca a una reunión de padres de familia, para poder escoger al presidente, vicepresidente y tesorero de la promoción. Si a dicha reunión solo asistieron 9 padres de familia, ¿de cuántas formas se podrá elegir al presidente, vicepresidente y el tesorero?

Resolución:

TOTAL DE PADRES DE FAMILIA: **9**

Presidente
9

Vicepresidente
8

Tesorero
7

$$Total = 9 \times 8 \times 7$$

$$Total = 504$$

$$\therefore \underline{\underline{504}}$$

PROBLEMA 7

Ana propone a Beto ir de viaje juntos, Beto dice: “Podemos ir en camión o en ómnibus”. Ana dice: “Si pero también podemos ir en avión o en yate”. Si al lugar al que viajarán hay 5 rutas para el camión, 2 compañías aéreas, 3 yates y 3 carreteras para el ómnibus, de la compañía B y la compañía A, ¿de cuántas maneras distintas pueden llegar a su destino?

Obs.: Cada compañía aérea tiene un solo avión.

Resolución:

Según los datos:

POR TIERRA				POR AIRE		POR MAR
						
CAMION	O	OMNIBUS A O B	O	AVIÓN	O	YATES
5	+	3 + 3	+	2	+	3

$$Total = 5 + 3 + 3 + 3 + 2$$

$$Total = 16$$

$\therefore$ 16

PROBLEMA 8

¿Cuántos números de la siguiente forma existen?

$$\overline{(3a)(b+2)\left(\frac{c}{4}\right)a}$$

Resolución:

$$\overline{(3a)\underbrace{(b+2)}\left(\frac{c}{4}\right)a}$$

$$\begin{array}{ccc} \boxed{\begin{array}{c}1\\2\\3\end{array}} & \boxed{\begin{array}{c}0\\1\\2\\\vdots\\9\end{array}} & \boxed{\begin{array}{c}0\\1\\2\\\vdots\\9\end{array}} \end{array}$$

$$Total:\ 3 \times 10 \times 10 = 300$$

$$\therefore\ 300$$