



# GEOMETRÍA

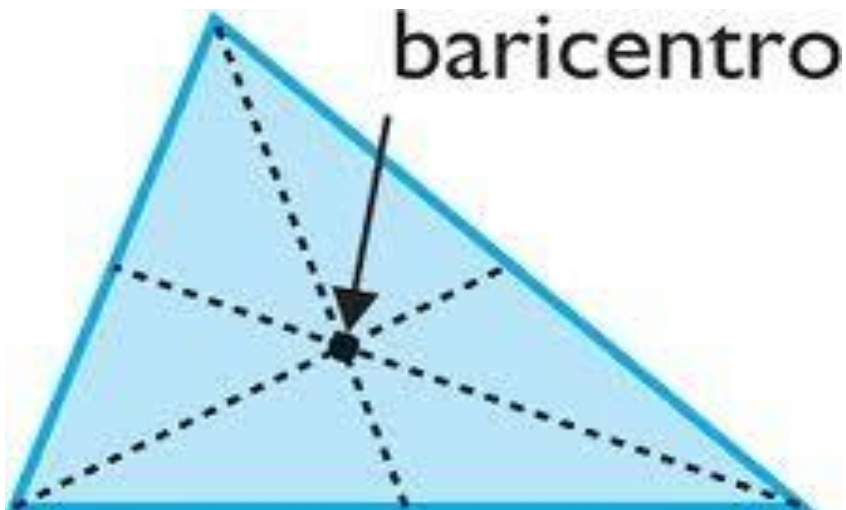
## Capítulo 8

**5th**  
SECONDARY

**PUNTOS NOTABLES  
ASOCIADOS AL  
TRIANGULO**

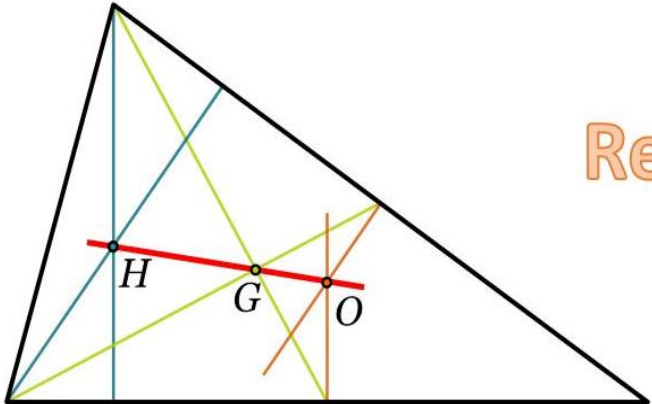


 **SACO OLIVEROS**



Rectas y puntos notables del triángulo			
<b>Circuncentro</b>  Punto donde se cortan las <b>mediatrices</b> .	<b>Incentro</b>  Punto donde se cortan las <b>bisectrices</b> .	<b>Baricentro</b>  Punto donde se cortan las <b>medianas</b> .	<b>Ortocentro</b>  Punto donde se cortan las <b>alturas</b> .

SACO OLIVEROS



Recta de Euler

alturas  
medianas  
mediatrices

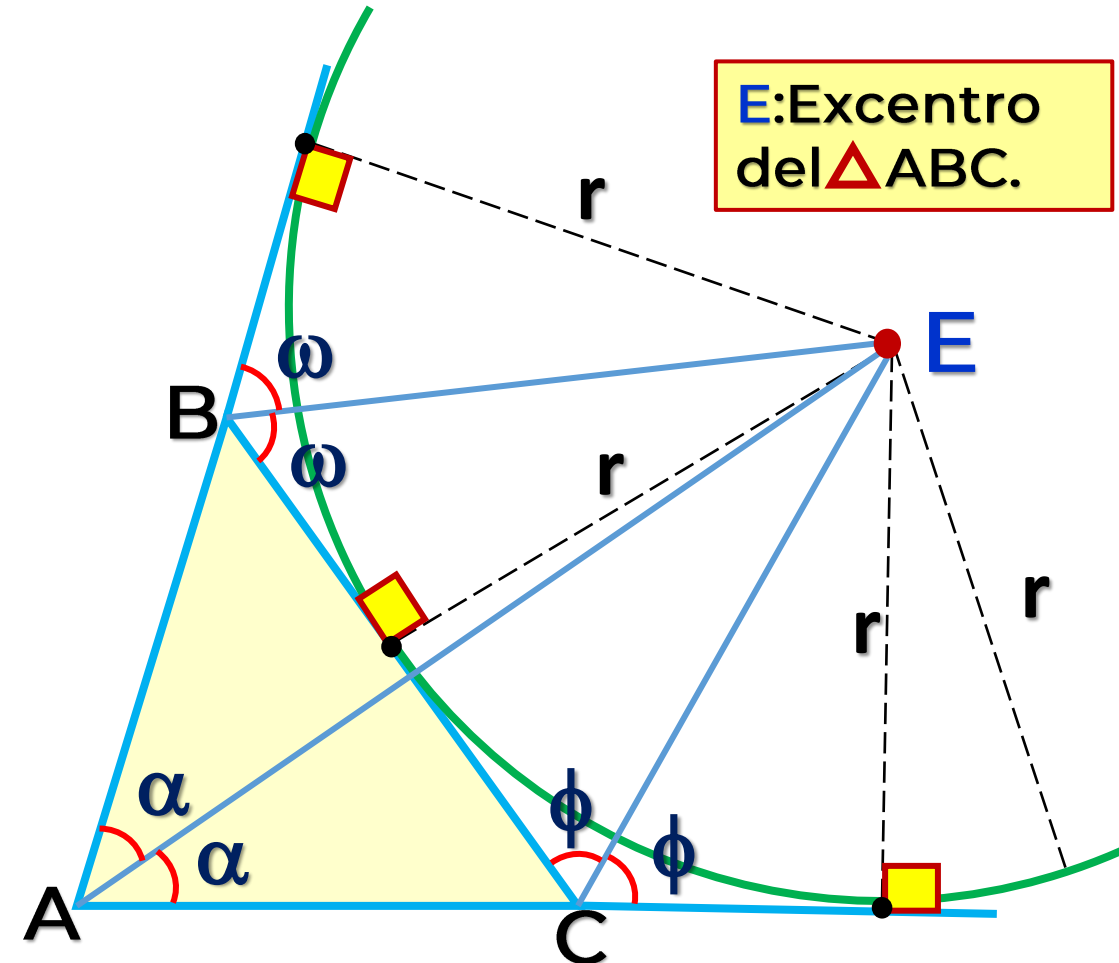
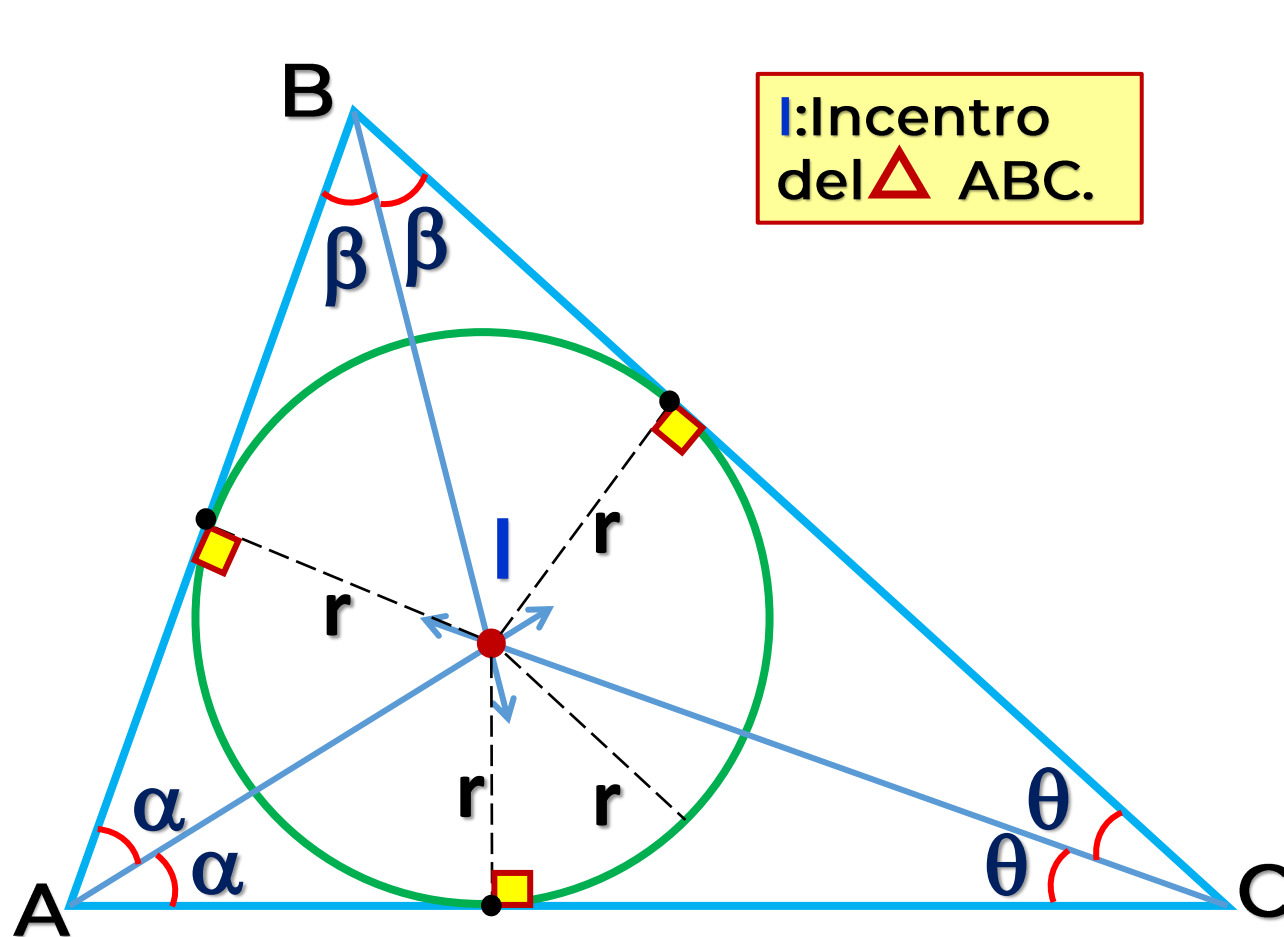
$H$  : ortocentro  
 $G$  : centroide  
 $O$  : circuncentro

# PUNTOS NOTABLES ASOCIADAS AL TRIÁNGULO

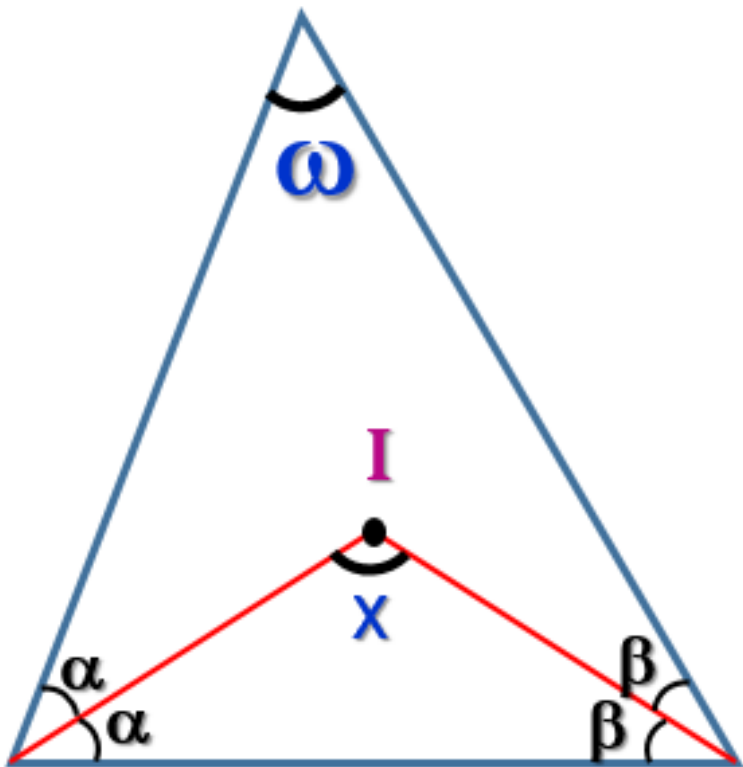


Son aquellos puntos donde concurren líneas notables de una misma naturaleza.

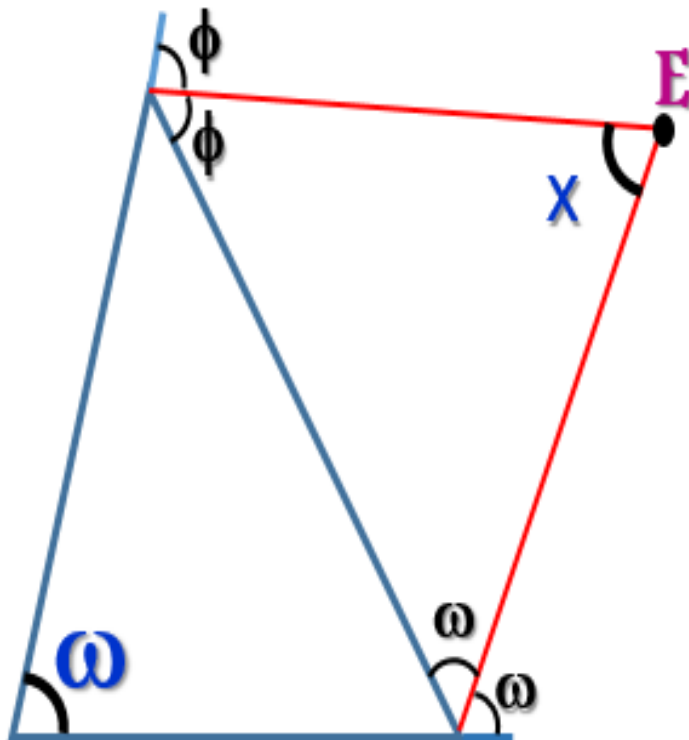
1) Incentro. Es el punto de concurrencia de la bisectrices interiores.  
2) Excentro. Es el punto de concurrencia de la bisectrices exteriores.



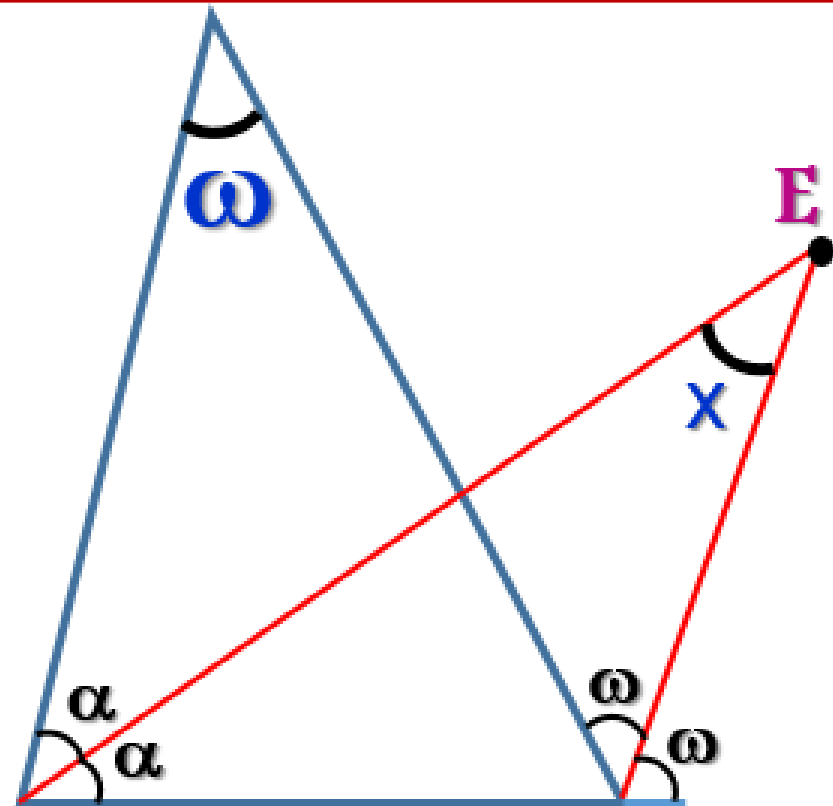
# TEOREMAS



$$x = 90^\circ + \frac{\omega}{2}$$



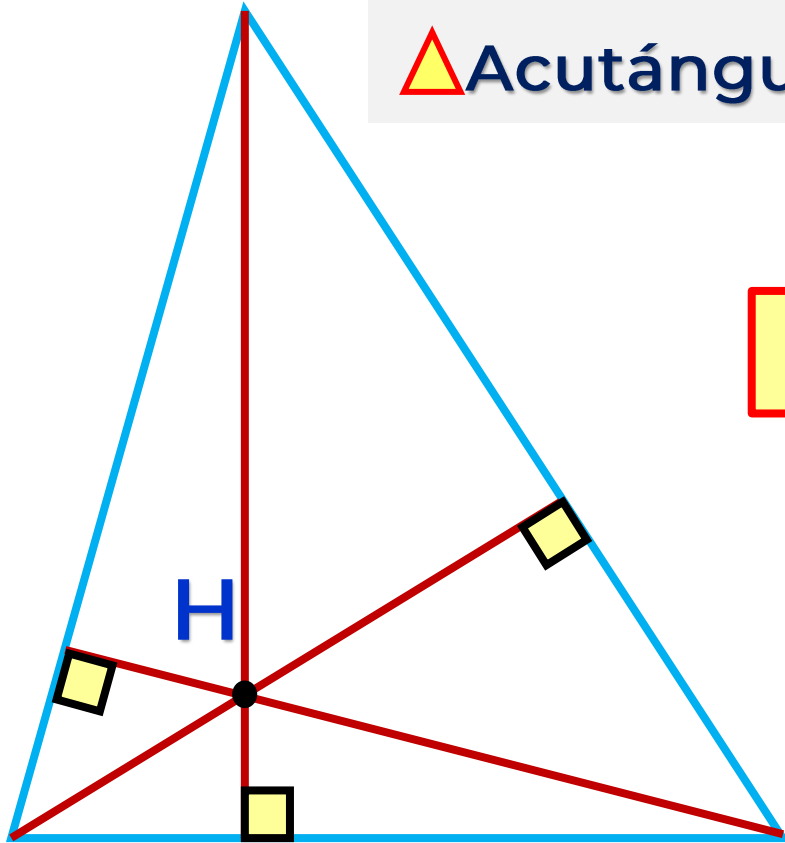
$$x = 90^\circ - \frac{\omega}{2}$$



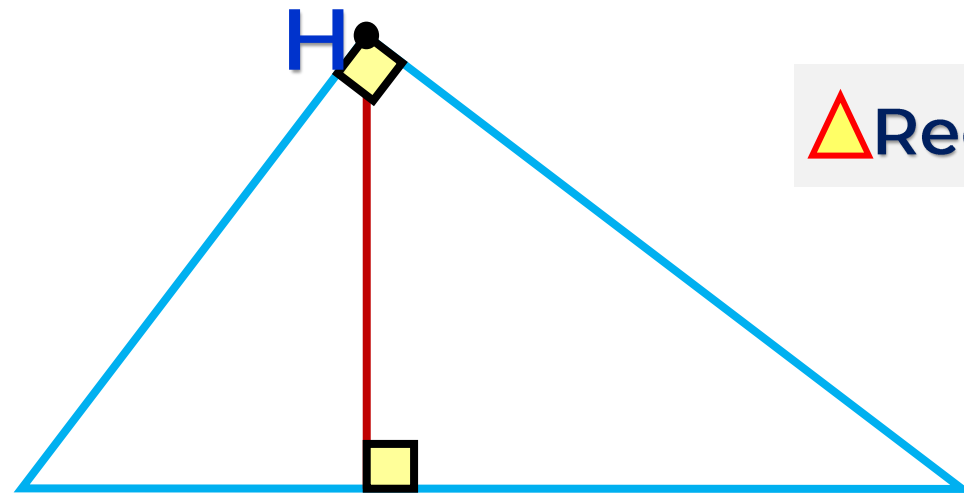
$$x = \frac{\omega}{2}$$

3) Ortocentro. Es el punto de concurrencia de las alturas.

△Acutángulo

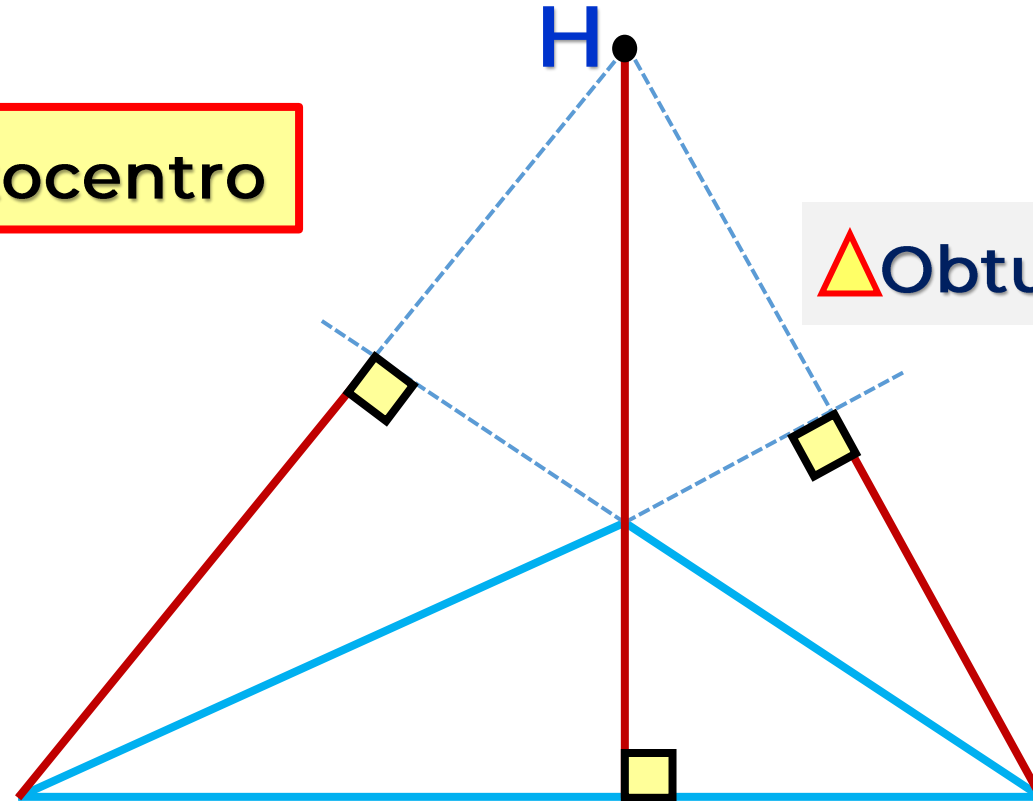


△Rectángulo

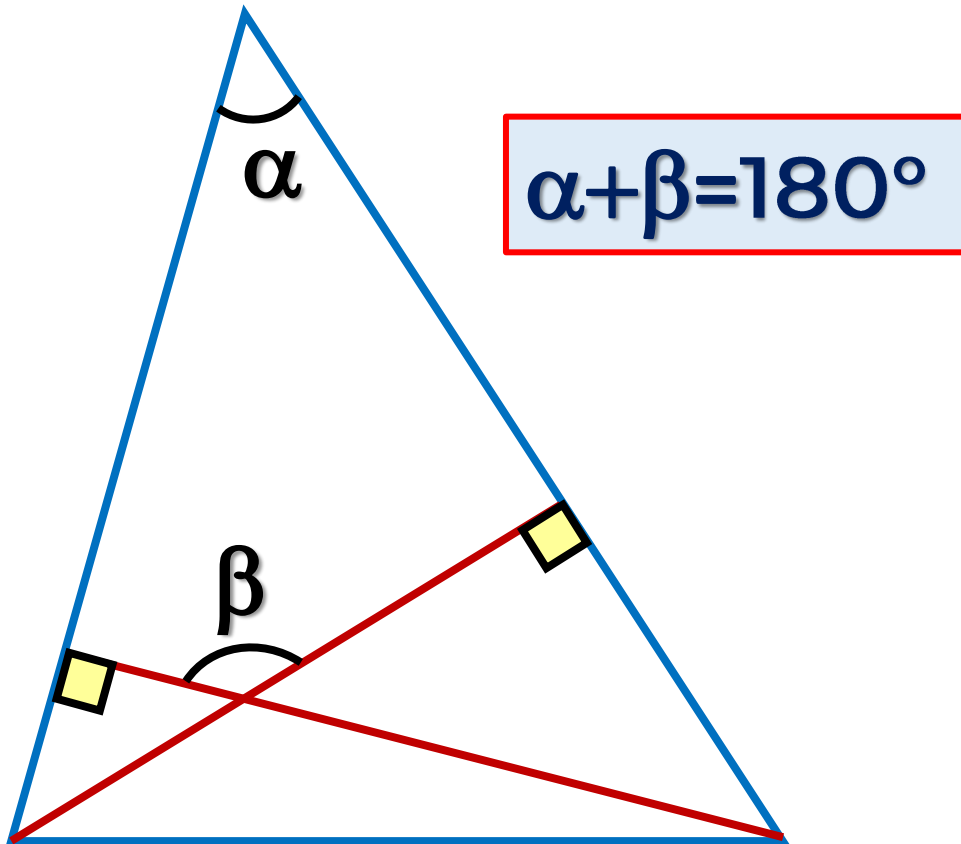


H:Ortocentro

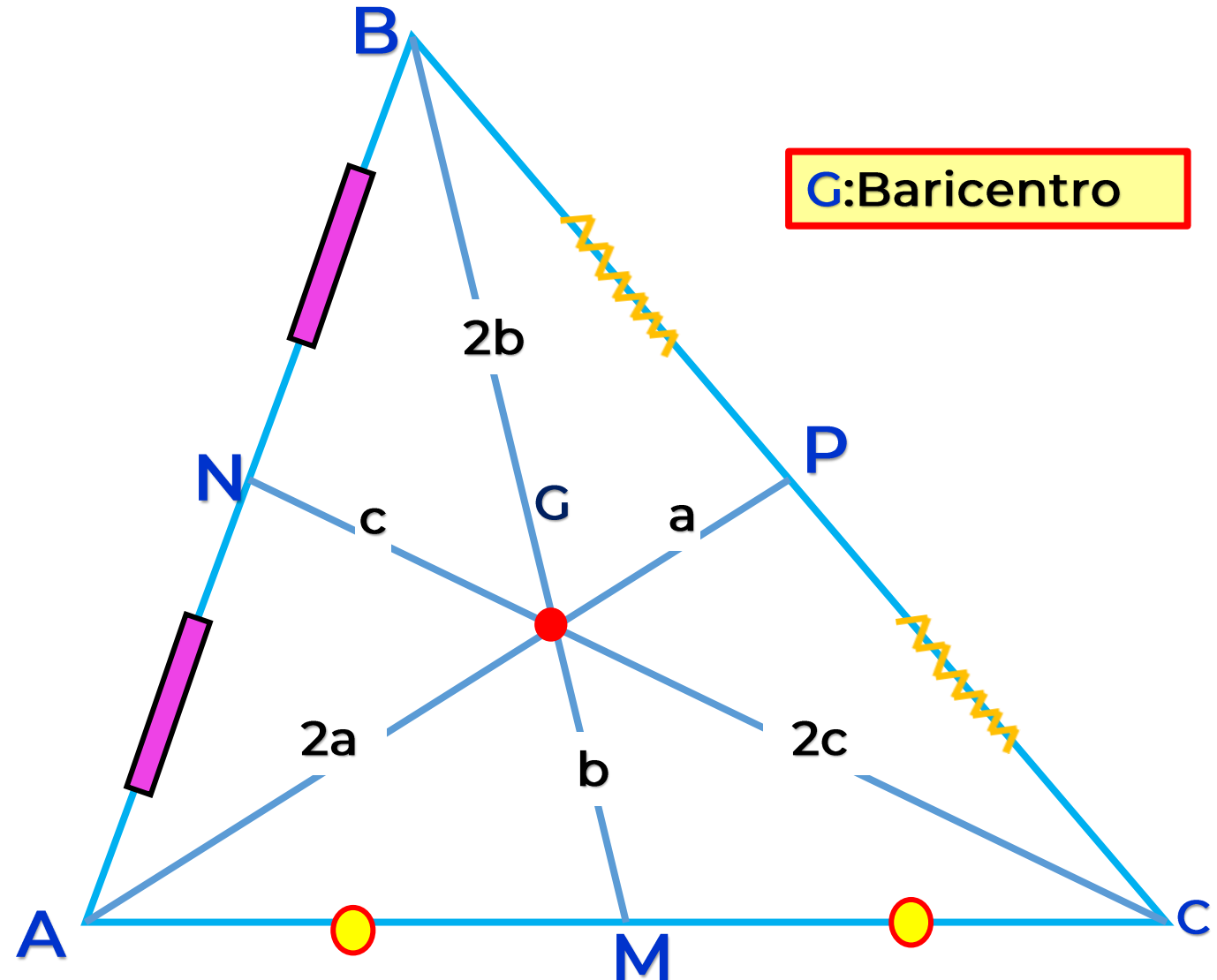
△Obtusángulo



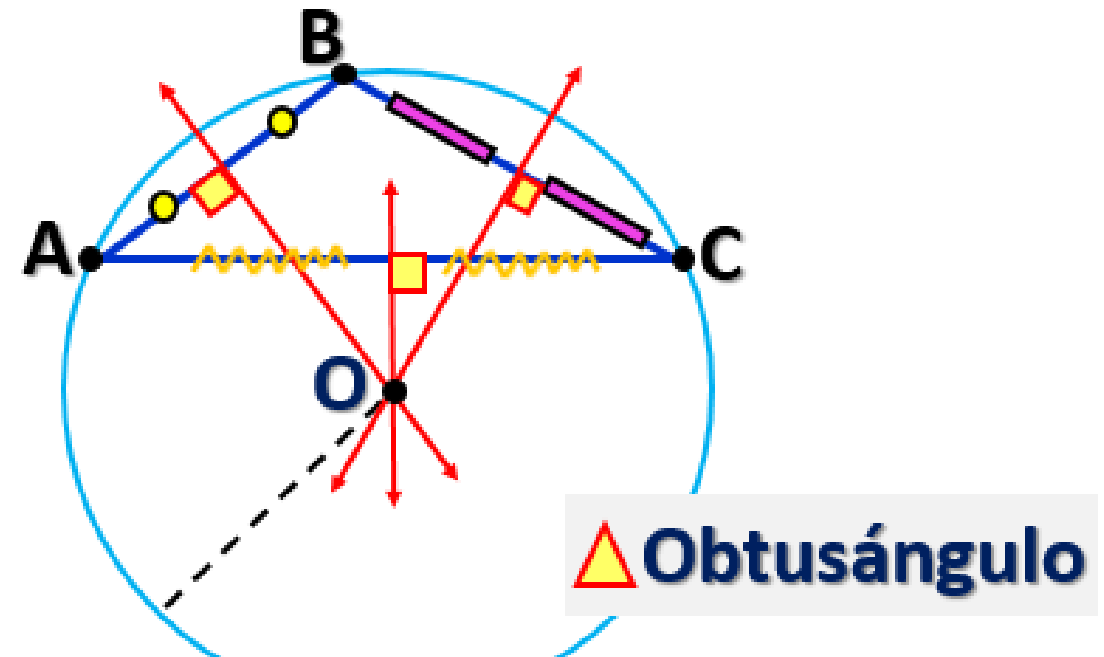
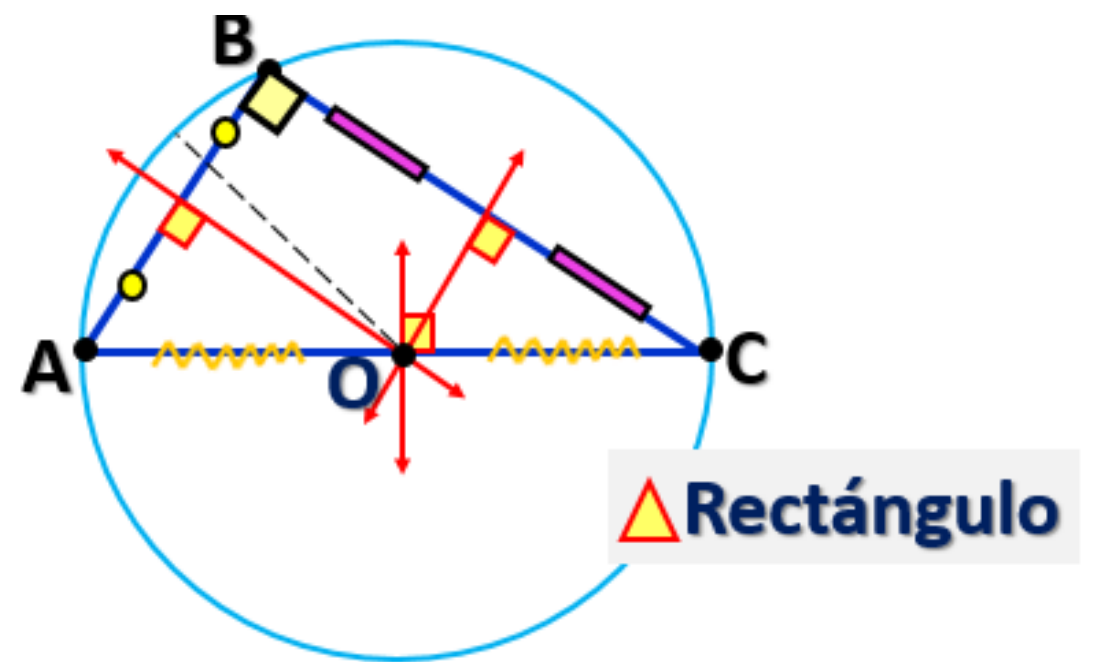
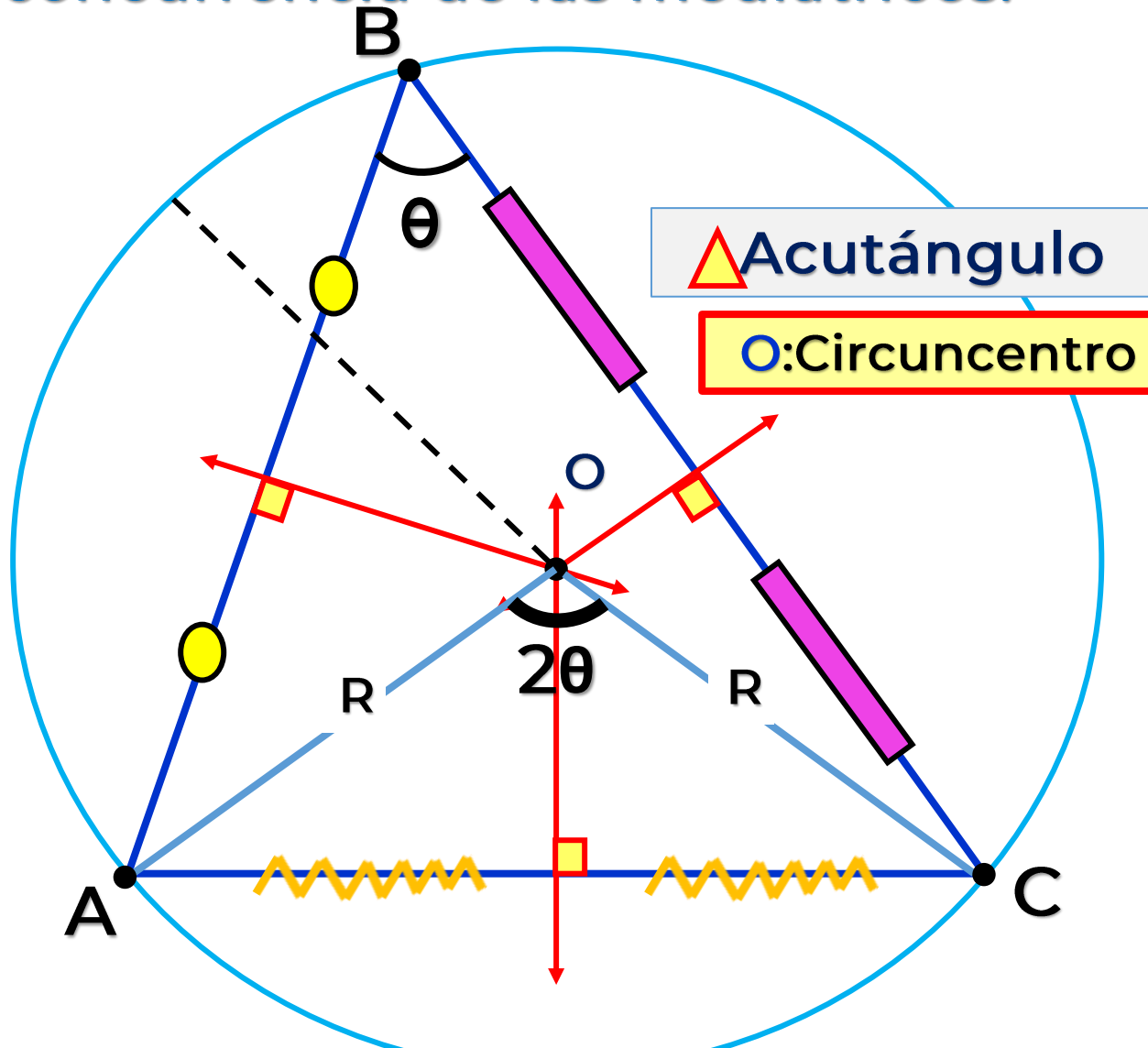
## TEOREMAS



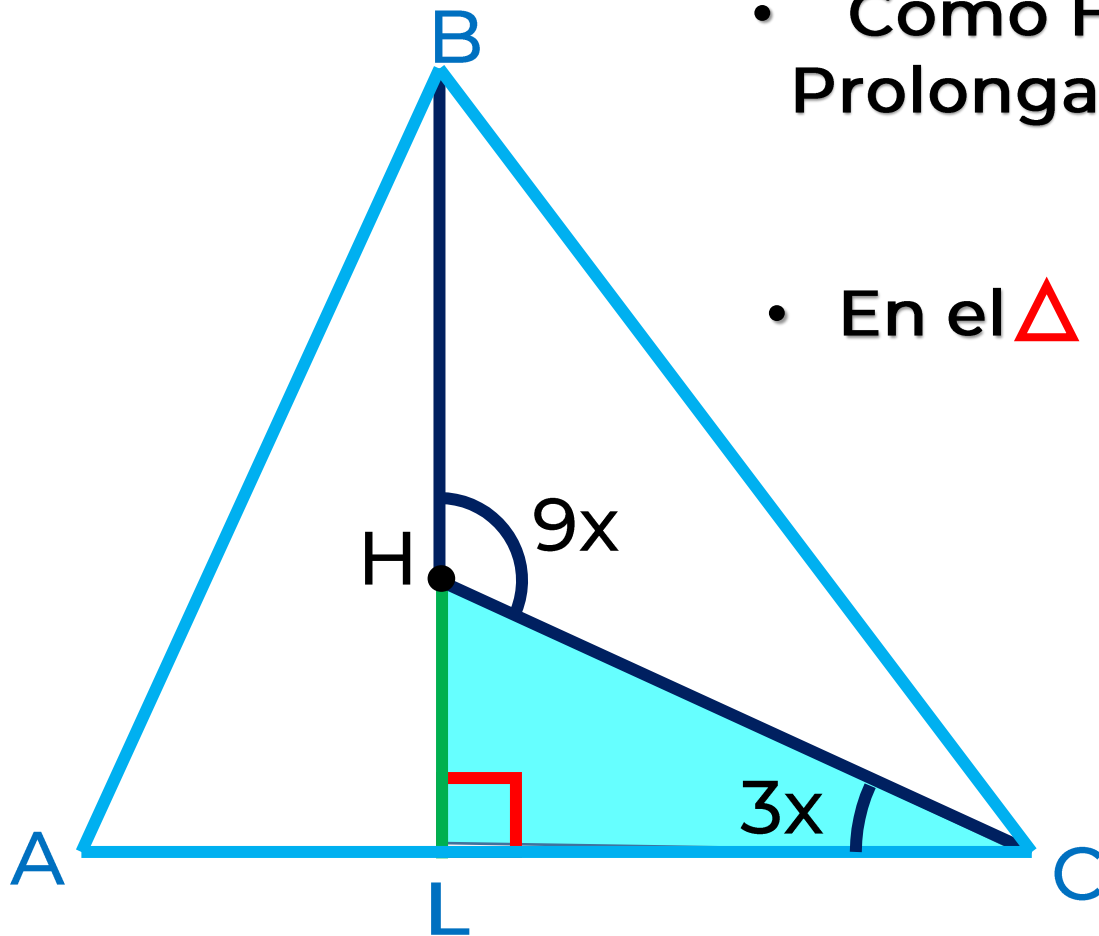
4) Baricentro. Es el punto de concurrencia de las medianas.



5) Circuncentro. Es el punto de concurrencia de las mediatrices.

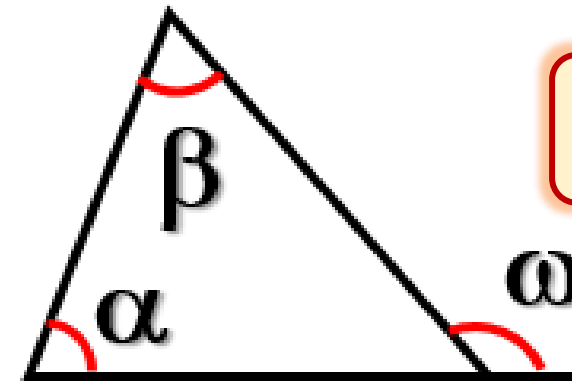


1. Se tiene un triángulo acutángulo ABC, de ortocentro H. Si la  $m\angle BHC = 9x$  y  $m\angle HCA = 3x$ , halle el valor de  $x$ .

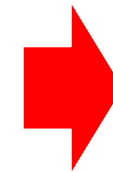


- Como H es el ortocentro  
Prolongamos  $\overline{BH}$  hasta L.

- En el  $\triangle CLH$ :



$$\omega = \alpha + \beta$$



$$9x = 90^\circ + 3x$$

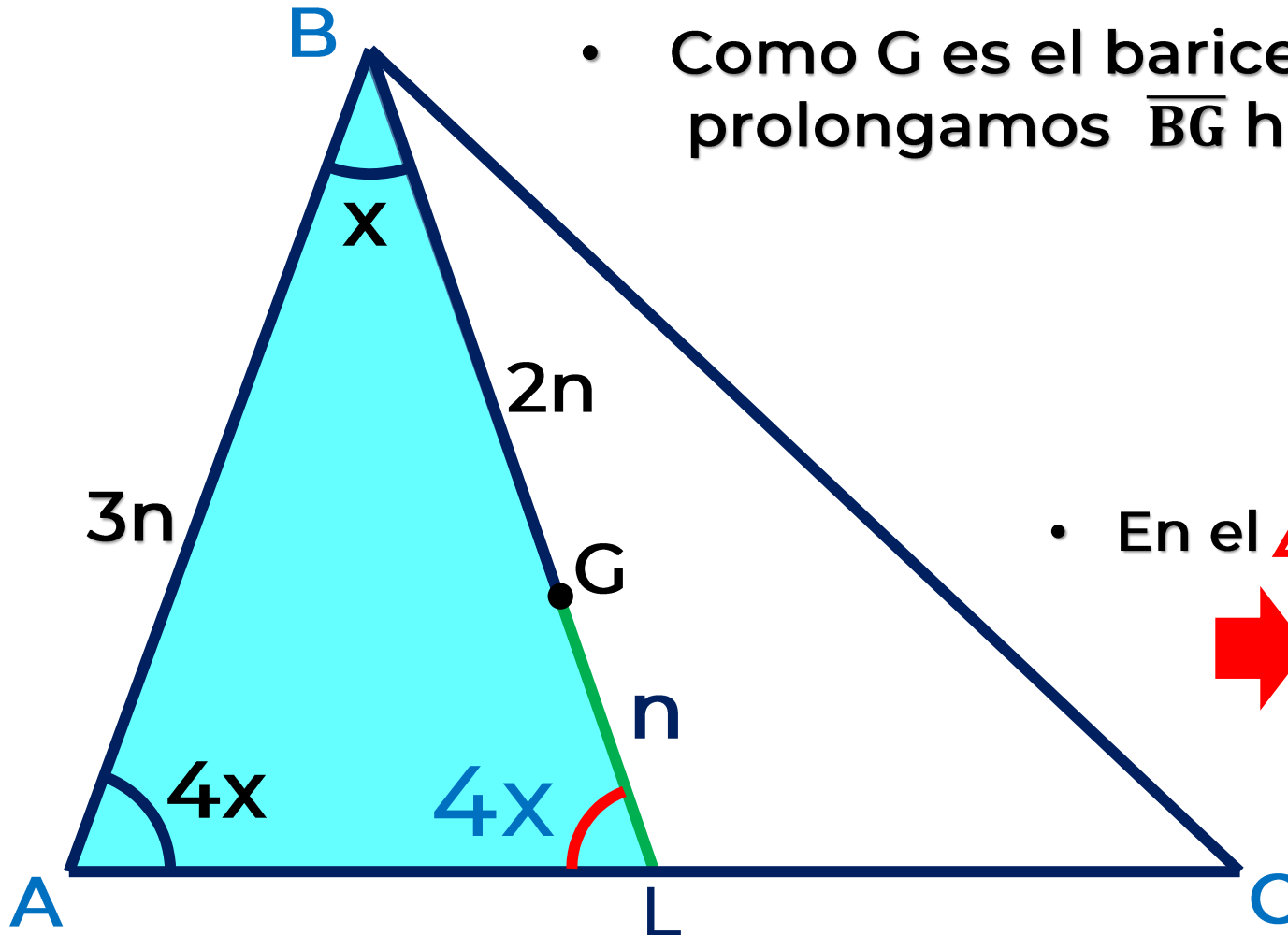
$$6x = 90^\circ$$

$$x =$$

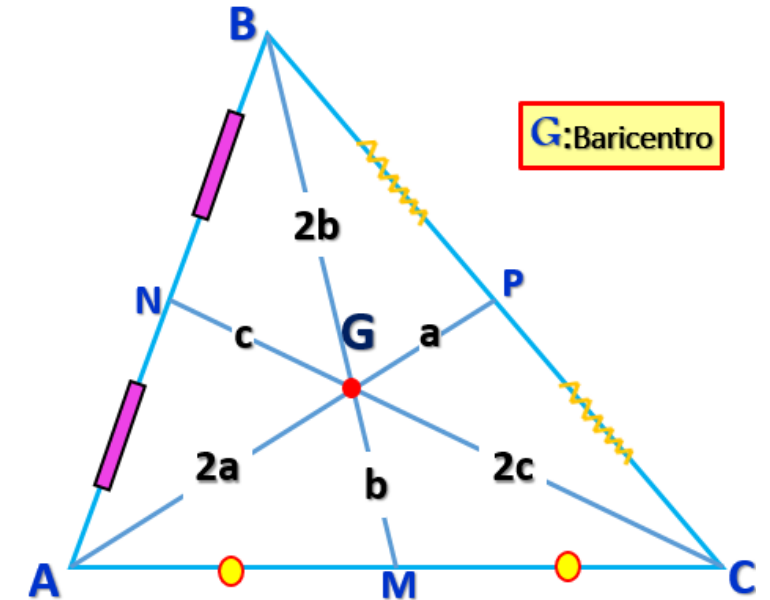
$$15^\circ$$



2. En la región triangular ABC mostrada, G es baricentro. Halle el valor de x.



- Como G es el baricentro prolongamos  $\overline{BG}$  hasta L.



- En el  $\triangle ABL$ : ISÓSCELES

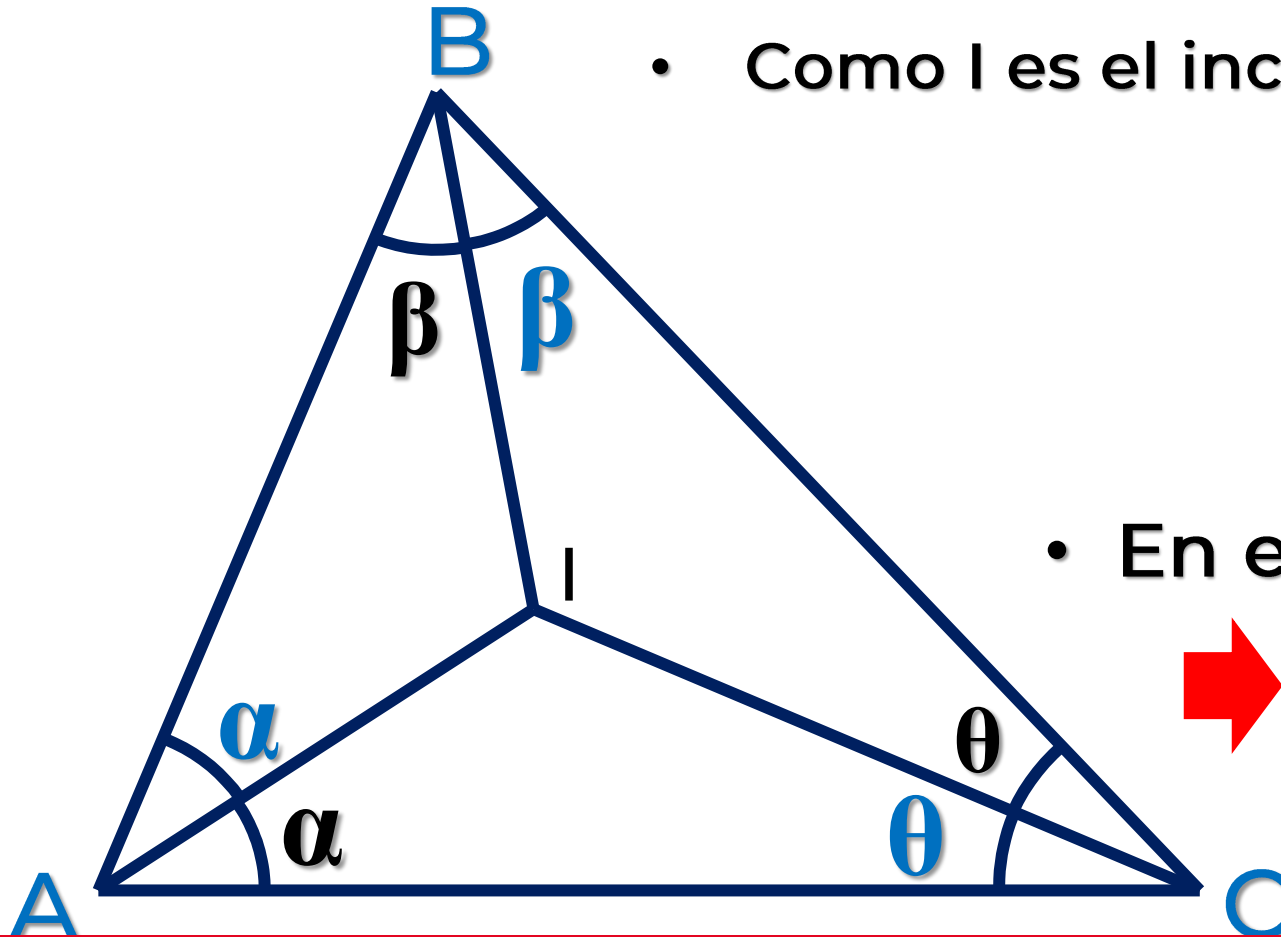


$$4x + x + 4x = 180^\circ$$

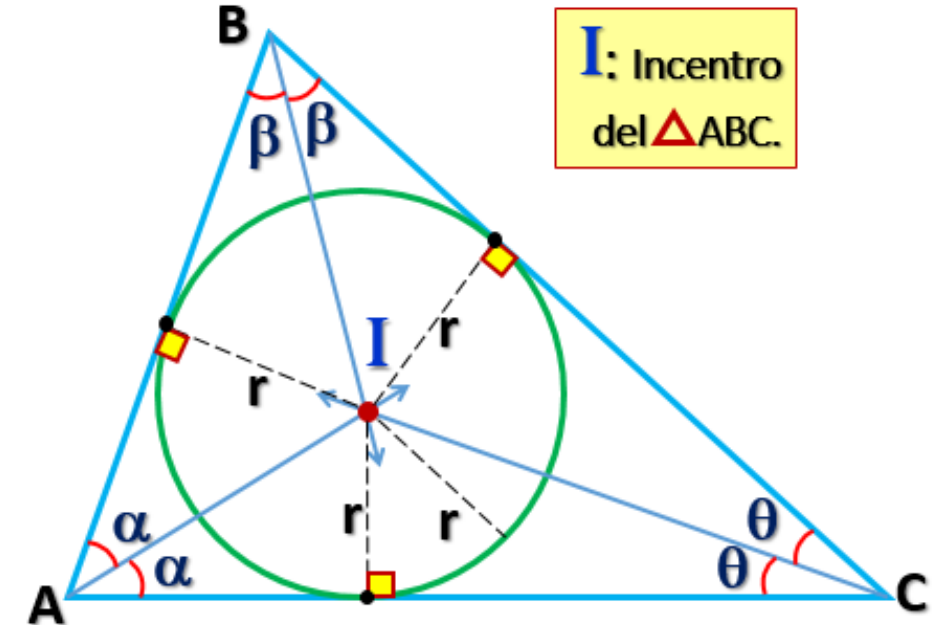
$$9x = 180^\circ$$

$$x = 20^\circ$$

3. En la figura, calcule  $\alpha + \beta + \theta$  si I es incentro del triángulo ABC.



- Como I es el incentro.



- En el  $\triangle ABC$

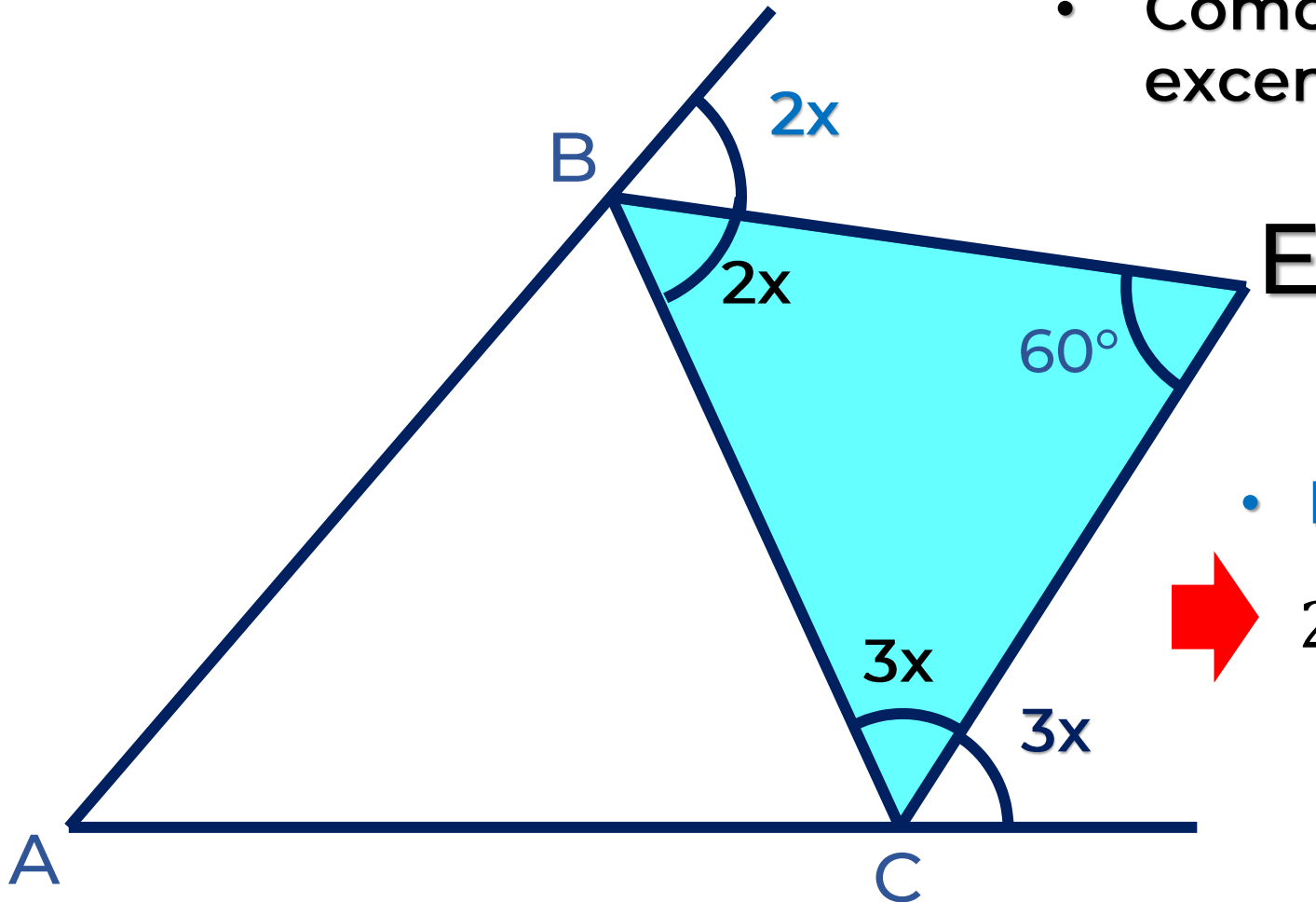


$$2\alpha + 2\beta + 2\theta = 180^0$$

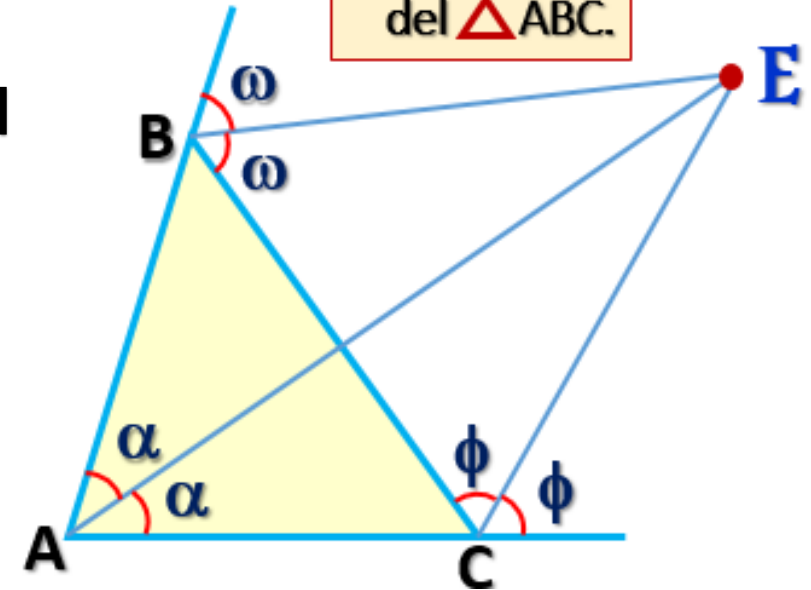
$$\alpha + \beta + \theta = 90^0$$

4. Halle el valor de  $x$  si  $E$  es excentro del triángulo  $ABC$ .

**E:** Excentro  
del  $\triangle ABC$ .



- Como  $E$  es el excentro.



- En el  $\triangle BEC$

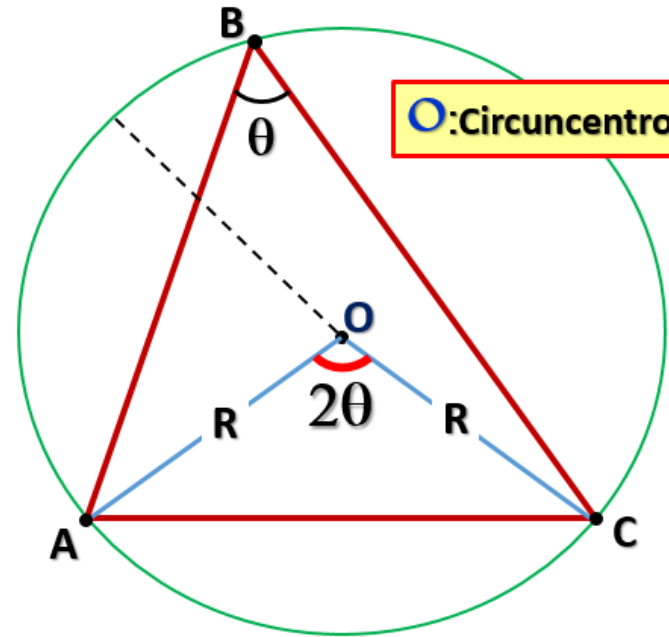
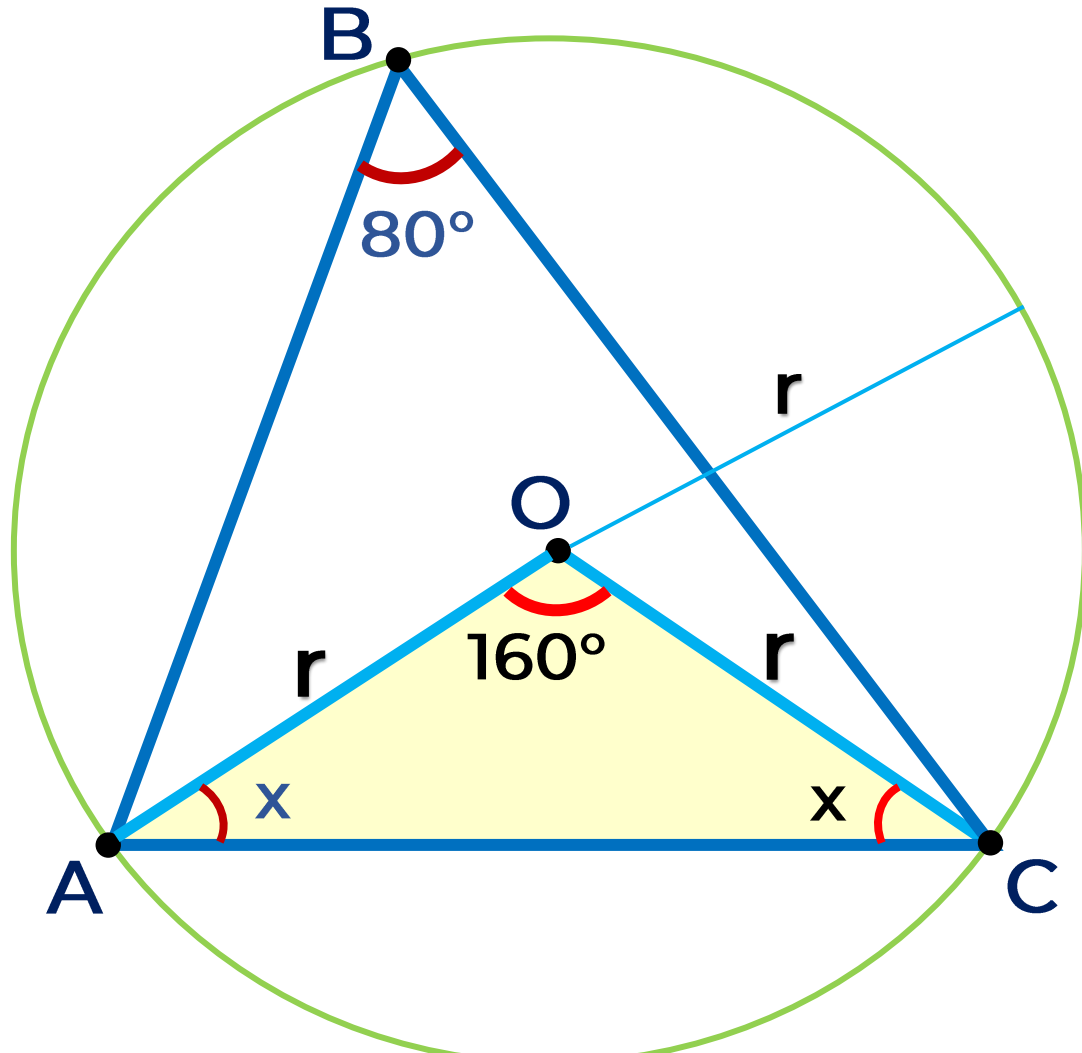


$$2x + 3x + 60^\circ = 180^\circ$$

$$5x = 120^\circ$$

$$x = 24^\circ$$

5. En un triángulo acutángulo ABC, de circuncentro O, la  $m\angle ABC = 80^\circ$ , halle  $m\angle OAC$ .



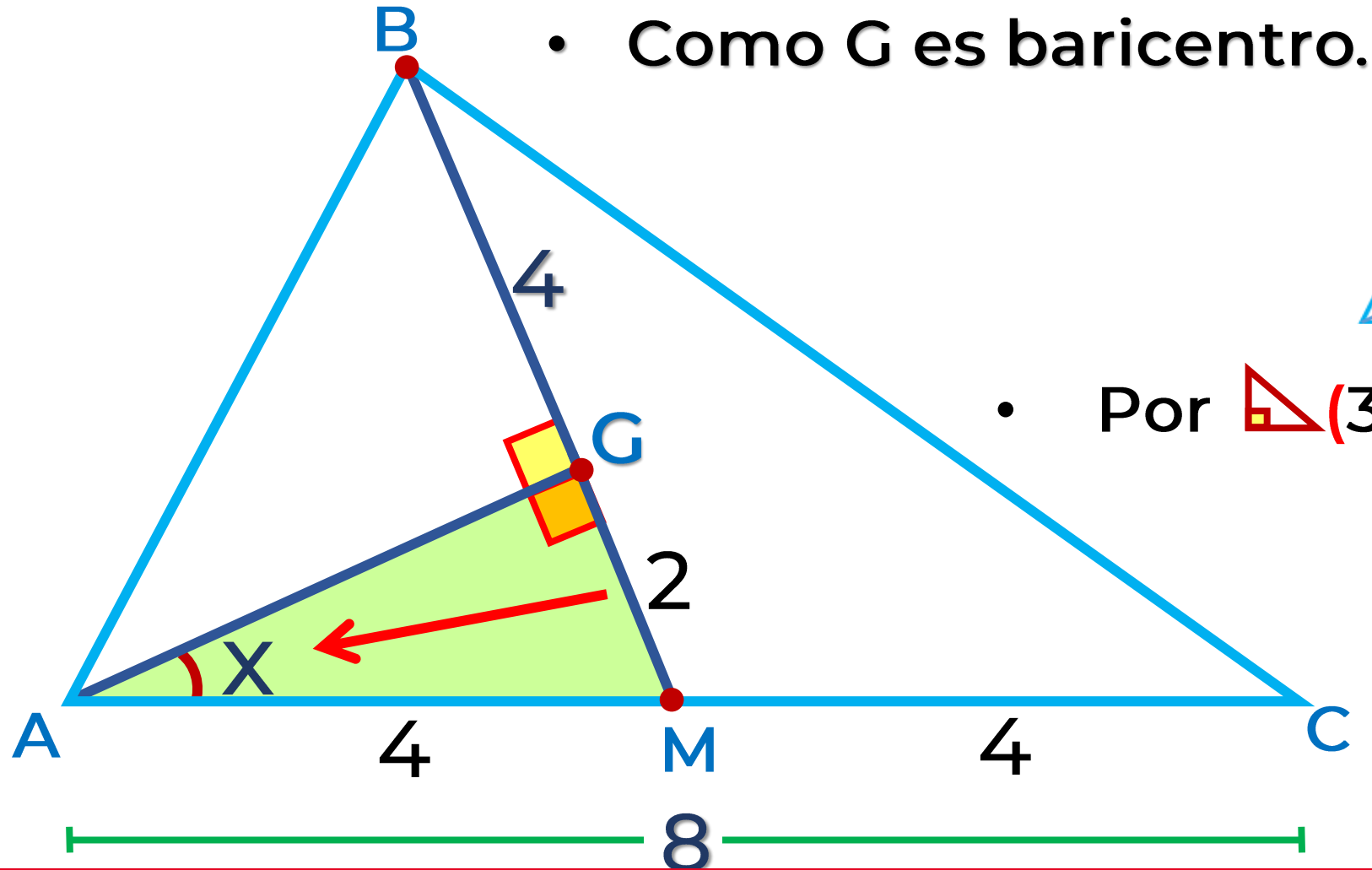
$$\begin{aligned} m\angle AOC &= 2(80^\circ) \\ m\angle AOC &= 160^\circ \end{aligned}$$

•  $\triangle AOC$  : Isósceles

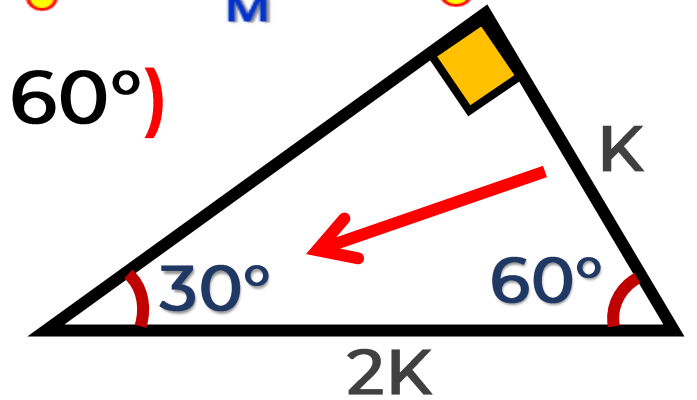
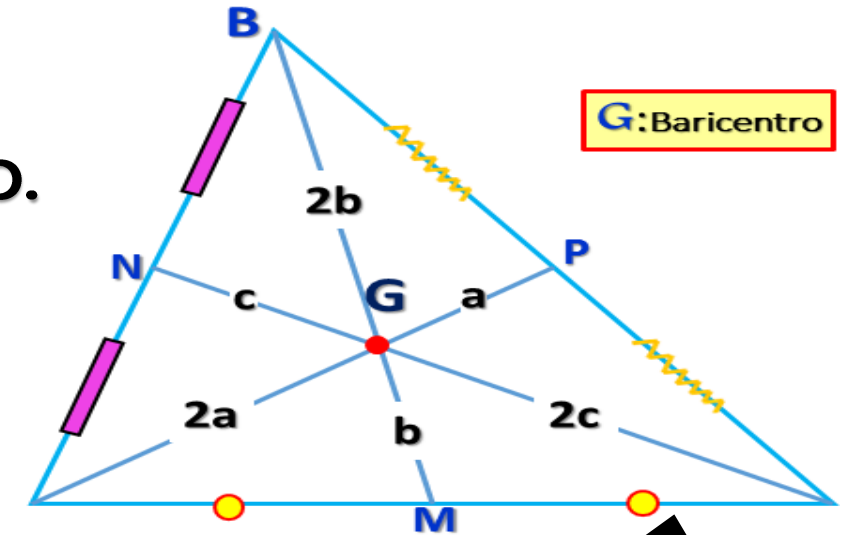
$$\begin{aligned} \Rightarrow x + x + 160^\circ &= 180^\circ \\ 2x &= 20^\circ \end{aligned}$$

$$x = 10^\circ$$

6. En una región triangular ABC, de baricentro G,  $AC = 8$ ,  $BG = 4$  y  $m\angle AGB = 90^\circ$ , halle  $m\angle GAC$ .

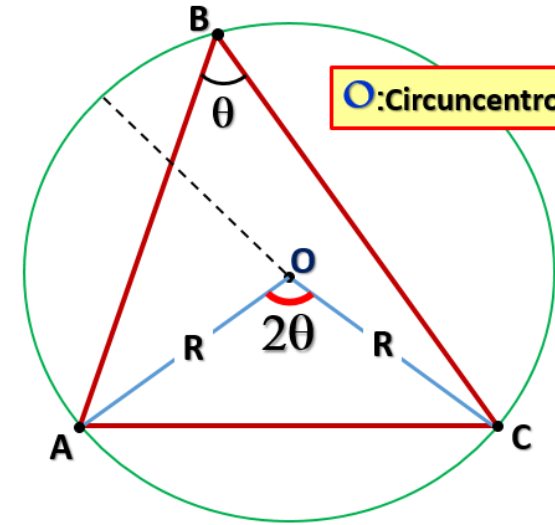
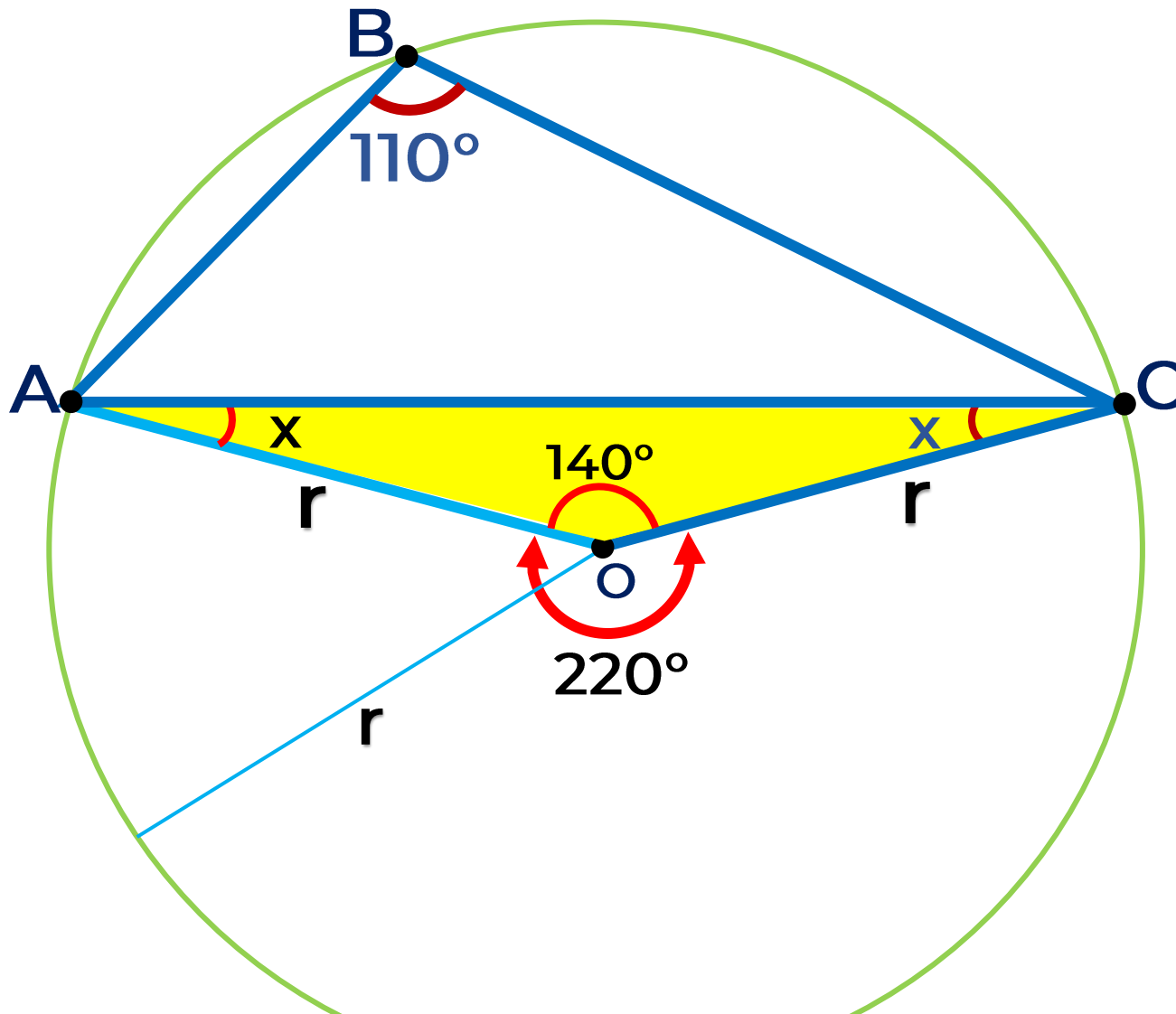


• Por  $\triangle (30^\circ - 60^\circ)$



$x = 30^\circ$

7. En la figura, halle el valor de  $x$  si  $O$  es circuncentro del triángulo  $ABC$ .



$$m\angle AOC = 140^\circ$$

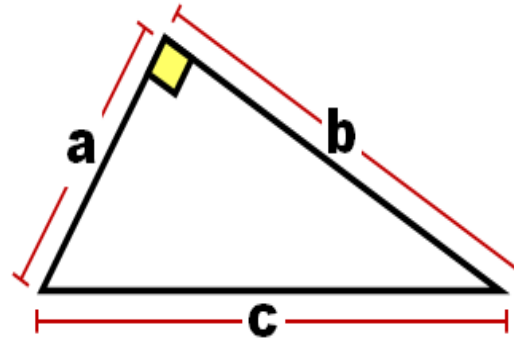
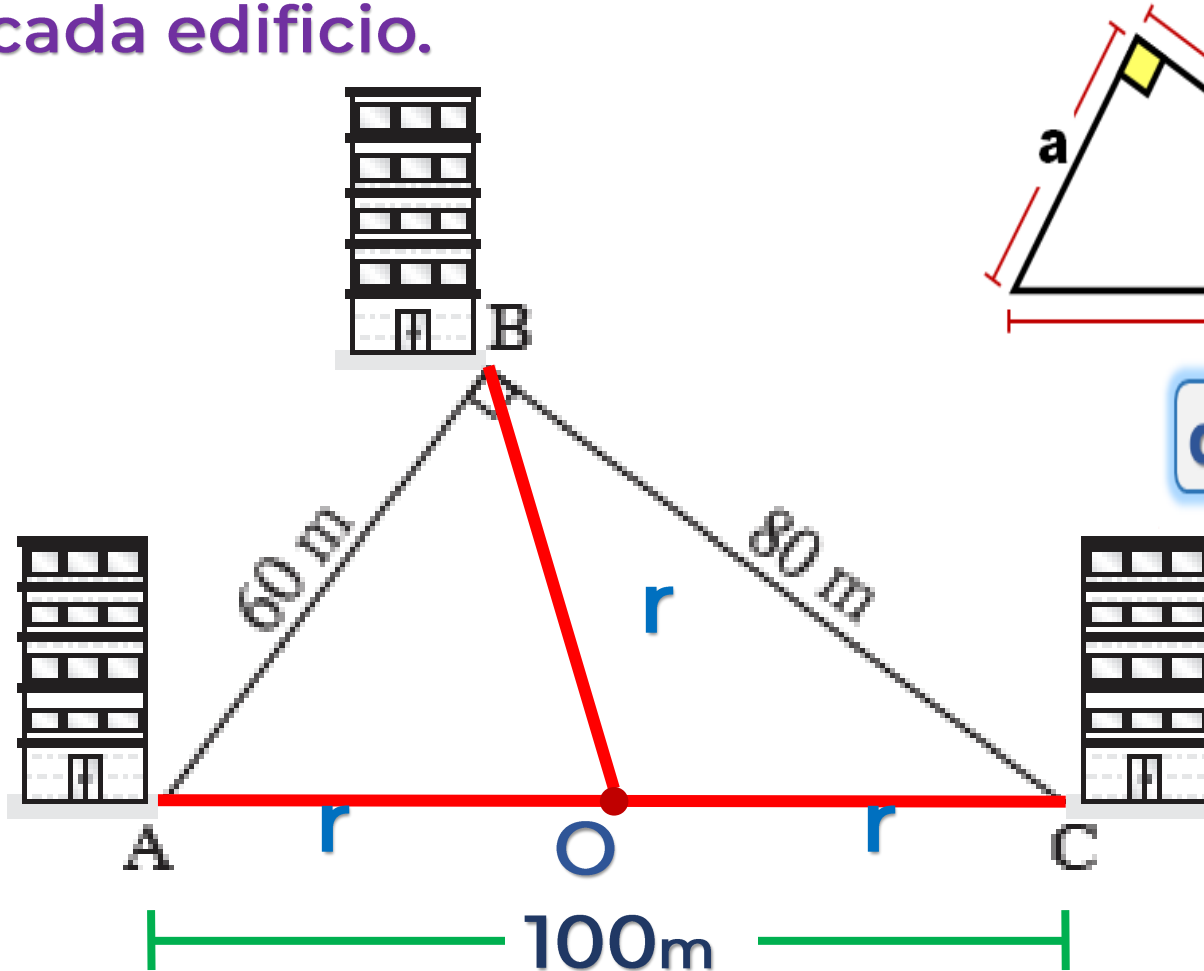
•  $\triangle AOC$  : Isósceles

$$\Rightarrow x + x + 140^\circ = 180^\circ$$

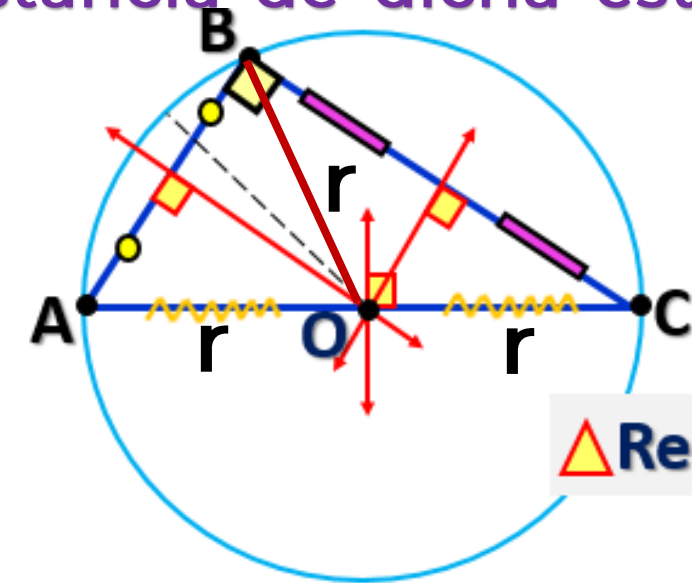
$$2x = 40^\circ$$

$$x = 20^\circ$$

8. En la figura se muestran tres edificios ubicados en los puntos A, B y C. Se desea ubicar una estación de bomberos tal que se encuentre a igual distancia de los tres edificios. Calcule la distancia de dicha estación a cada edificio.



$$c^2 = a^2 + b^2$$



△ Rectángulo

$$\begin{aligned} AC^2 &= 60^2 + 80^2 \\ AC &= 100 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} r + r &= 100 \\ 2r &= 100 \end{aligned}$$

$$r = 50$$