ALGEBRA

Volume 1 - 2

4th
SECONDARY

Asesoría

SACO OLIVEROS

1.

Si: $P(x) = 8x - 9$

$P(F(x)) = 16x + 15$

Calcular: $F(3)$

Recordar

Valor Numérico

$$P(x) = 3x - 10$$

$$\boxed{x = F(x)}$$

$$P(F(x)) = 3(F(x)) - 10$$

Resolución:

$$P(x) = 8x - 9$$

Valor Numérico $\boxed{x = F(x)}$

$$P(F(x)) = 8(F(x)) - 9$$

$$16x + 15 = 8F(x) - 9$$

$$16x + 24 = 8F(x)$$

$$\boxed{2x + 3 = F(x)}$$

Nos piden: $F(3)$

$$2(3) + 3 = F(3)$$

$$\boxed{F(3) = 9}$$

2. Si: $m + m^{-1} = 3$

Calcular el valor de:

$$m^3 + m^{-3}$$

Recordar

Identidad de Cauchy

$$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab\ (a+b)$$

Resolución:

$$m + m^{-1} = 3$$

Elevamos al cubo

$$(m + m^{-1})^3 = (3)^3$$

Aplicando Cauchy

$$(m)^3 + (m^{-1})^3 + 3\underbrace{(m)(m^{-1})}_{1}\underbrace{(m + m^{-1})}_{3} = 27$$

$$m^3 + m^{-3} + 9 = 27$$

$$\boxed{\therefore m^3 + m^{-3} = 18}$$

3. Si : $x^2 + 5x = 1$,
Calcular

$$M = (x+1)(x+2)(x+3)(x+4) - 5x(x+5)$$

Recordar

Steven

$$\boxed{(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + a.b}$$

Resolución:

Acomodando factores

$$M = (x+1)(x+4)(x+2)(x+3) - 5x(x+5)$$

Aplicando Steven

$$M = (\underbrace{x^2+5x}_{1}+4)(\underbrace{x^2+5x}_{1}+6) - 5(\underbrace{x^2+5x}_{1})$$

$$M = (1+4)(1+6) - 5(1)$$

$$M = (5)(7) - 5$$

$$\boxed{\therefore M = 30}$$

4. Si la división

$$\frac{12x^4+11x^3+19x^2+Ax+B}{4x^2-3x+2}$$

es exacta, Calcule A+B

Recordar

1° Dividir
2° Multiplicar
3° Sumar

Resolución:

4	12	11	19	A	B
3		9	− 6		
-2		20	15	-10	
			28	21	−14
	3	5	7	0	0

$$A+(-10)+21=0$$

$$A=-11$$

$$B+(-14)=0$$

$$B=14$$

$\therefore\ 3$

5. Obtenga el residuo de:

$$\frac{x^{40}-(5x)^{20}-x^{13}+125x^{10}+9}{x-5}$$

Recordar

Teorema del Resto

$$\boxed{d(x)=0}$$

Resolución:

Por el Teorema del Resto

$$\boxed{x-5=0} \Rightarrow \boxed{x=5}$$

$$(5)^{40}-(5.5)^{20}-(5)^{13}+125(5)^{10}+9$$

$$(5)^{40}-\left(5^{2}\right)^{20}-(5)^{13}+5^{3}(5)^{10}+9$$

$$\cancel{(5)^{40}}-\cancel{(5)^{40}}-\cancel{(5)^{13}}+\cancel{(5)^{13}}+9$$

$$\boxed{r(x)=9}$$

6. El número de alumnos de ajedrez en el colegio Saco Oliveros es la cantidad de Factores primos del polinomio

$$P(x, y) = x^4 + xy^3 + x^3y + y^4$$

Indique cuántos son los alumnos de ajedrez

Recordar

$$\underbrace{(A^m + B^n)(A^{2m} - A^m B^n + B^{2n})}$$

$$(A^{3m} + B^{3n})$$

Resolución:

Agrupando

$$P(x, y) = x^4 + xy^3 + x^3y + y^4$$

Factor común en cada grupo

$$P(x, y) = x(x^3 + y^3) + y(x^3 + y^3)$$

Factor polinomio común

$$P(x, y) = \underbrace{(x^3 + y^3)}_{\text{Suma de cubos}}(x + y)$$

$$P(x, y) = (x + y)(x^2 - xy + y^2)(x + y)$$

$$\Rightarrow P(x, y) = (x + y)^2(x^2 - xy + y^2)$$

$\therefore$ **2 alumnos de ajedrez**

7. Si: $a + b + c = 0$

Calcular el valor de:

$$\frac{a^2}{bc} + \frac{b^2}{ac} + \frac{c^2}{ab}$$

Recordar

Condicionales

Si: $x + y + z = 0$

$$\boxed{x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz}$$

Resolución:

Aplicando fracción equivalente

$$\frac{a^2}{bc}\cdot\frac{a}{a} + \frac{b^2}{ac}\cdot\frac{b}{b} + \frac{c^2}{ab}\cdot\frac{c}{c}$$

Efectuando

$$\frac{a^3}{abc} + \frac{b^3}{abc} + \frac{c^3}{abc}$$

Luego

$$\frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc}$$

$$\Rightarrow \frac{3\cancel{abc}}{\cancel{abc}}$$

$$\boxed{\therefore\ 3}$$

8. Que valor debe tomar “$m + 2n$”, en la
siguiente división exacta

$$\frac{mx^5 + nx^4 + 3x^2 - 6x^3 + 4x - 4}{3x^2 + x - 2}$$

Recordar

Si la División es exacta cumple Horner invertido

Resolución:

Aplicando Horner Invertido

÷ -2	-4	4	3	-6	n	m
-1		-2	-6			
			1	3		
-3				-1	-3	
					-2	-6
x	2	-1	1	2	0	0

$n - 3 - 2 = 0$ → $n = 5$

$m - 6 = 0$ → $m = 6$

$\therefore m + 2n = 16$

9. Obtenga el residuo de:

$$\frac{x^5 + 2x^4 + 3x^3 + x^2 + 1}{x^3 - 3}$$

Recordar

Teorema del Resto

$$\boxed{d(x) = 0}$$

Resolución:

$$\frac{x^5 + 2x^4 + 3x^3 + x^2 + 1}{x^3 - 3}$$

$$\boxed{x^3 - 3 = 0} \Rightarrow \boxed{x^3 = 3}$$

Dando forma al Dividendo

$$x^3.x^2 + 2x^3.x + 3x^3 + x^2 + 1$$

Reemplazando

$$R(x) = 3.x^2 + 2.3.x + 3.3 + x^2 + 1$$

$$R(x) = 3x^2 + 6x + 9 + x^2 + 1$$

$$\boxed{R(x) = 4x^2 + 6x + 10}$$

10. Factorice:

$$P(x) = (x+1)(x+2)(x+3)(x+4)+1$$

Recordar

Steven

$$\boxed{(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + a.b}$$

Resolución:

Ordenando factores

$$P(x) = (x+1)(x+4)(x+2)(x+3)+1$$

Aplicando Steven

$$P(x) = \left(x^2+5x+4\right)\left(x^2+5x+6\right)+1$$

Cambio de variable $\boxed{x^2+5x=m}$

$$P(x) = (m+4)(m+6)+1$$

Aplicando Steven

$$P(x) = (m^2+10m+24)+1$$

$$P(x) = (m+5)^2$$

Reemplazando
La variable original

$$P(x) = (x^2+5x+5)^2$$

$$\boxed{(x^2+5x+5)^2}$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

Problema 11

En la division algebraica, el termino independiente del cociente es 7. Calcule el grado del dividendo

$$\frac{x^{n-1}-(4-n)x+n+1}{x-1}$$

Problema 12

Que valor debe tomar "m.n" en la siguiente división de modo que su resto sea idéntico a 3x + 4 :

$$\frac{x^4+mx+n}{x^2+x+1}$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

Problema 13

Si el número de goles que logro el profesor Christian en el campeonato de Saco Oliveros, es representado por el término independiente del cociente en la siguiente división.

¿Cuántos goles logro anotar el profesor Christian?

Problema 14

Calcule m+n*si la división deja por residuo* $3x+4$

$$\frac{mx^5+nx^4-6x^3+4x^2+10x-8}{3x^2+x-4}$$