

ALGEBRA Chapter 16



<u>Sistema de Ecuaciones</u> Lineales





HELICO MOTIVATING





MOTIVATING STRATEGY

Si compro 3 pantalones y 2 camisas me cuestan S/210, pero si compro un pantalón y una camisa me cuesta S/80. ¿Cuánto es el costo de la camisa?

RPTA: S/30

https://www.youtube.com/watch?v=wbCdni-VuW4

HELICO THEORY CHAPTHER 16



SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES



FORMA GENERAL $a_1x + b_1y = c_1$ $a_2x + b_2y = c_2$

Donde:

x, y: Son las variables a calcular $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$: Son constantes



II) MÉTODOS DE SOLUCIÓN PARA UN SISTEMA

A) MÉTODO DE REDUCCIÓN

Trata de eliminar una de sus variables para calcular la otra variable.

Ejemplo:

Resuelva el sistema

Resolución

Sumando (I) y (II)

$$x = 3$$

Reemplazando "x" en (I)

$$\rightarrow$$
 5(3) + 2y = 19

$$5(3) + 2y = 19$$

$$y = 2 CS = \{(3; 2)\}$$



B) MÉTODO DE SUSTITUCIÓN

La idea es despejar una de las incógnitas y reemplazarla en la otra.

Ejemplo: Resuelva el sistema

Resolución

De (I) despejamos "x"

$$x = 5 - 2y \qquad \dots (\Delta)$$

Reemplazamos "x" en (II):

$$2(5-2y) + 3y = 7$$

$$\begin{cases} x + 2y = 5 & ... (1) \\ 2x + 3y = 7 & ... (II) \end{cases}$$

$$10 - 4y + 3y = 7$$

$$3-y=0$$

$$y = 3$$

Reemplazamos "y" en (Δ) :

$$x = 5 - 2()$$
 $x = -1$

$$CS = \{(-1; 3)\}$$



CLASIFICACIÓN DE LOS SISTEMAS LINEALES

Sea el siguiente sistema :

$$L_1$$
: $a_1x + b_1y = c_1$

 L_1 , L_2 : son rectas

$$L_2$$
: $a_2x + b_2y = c_2$

Éste sistema será:

1) COMPATIBLE DETERMINADA (Solución única)

Si cumple:

$$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$$

NOTA:

Se dice en este caso que las rectas L_1 , L_2 se intersectan en un solo punto.



2) **COMPATIBLE INDETERMINADA** (Infinitas soluciones)

Si cumple:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

Se dice que las rectas L_1 , L_2 están superpuestas, debido a esto hay infinitos cortes.

3) **INCOMPATIBLE** (No existe solución)

Si cumple:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$

Se dice que las rectas L_1 , L_2 son paralelas, por lo tanto no hay solución.

HELICO PRACTICE

CHAPTHER 16





PROBLEMA 1 Resuelva el sistema:

$$\begin{cases} 8x - 7y = 46 & (\alpha) \\ 9x - 5y = 69 & (\beta) \end{cases}$$
 Cacule: xy

Resolución

Eliminando "x":

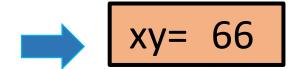
(x9)
$$\alpha$$
: $72x - 63y = 414$
(x8) β : $72x - 40y = 552$
(-)

$$y = 6$$

Reemplazando en "α":

$$8x - 7(6) = 46$$

$$8x = 88 \qquad \qquad x = 11$$





PROBLEMA 2 Resuelva:

$$2(x-5) = 4(y-4x)$$
 (a)

$$\begin{vmatrix} 2(x-5) = 4(y-4x) & (\alpha) \\ 10(y-x) = 11y-12x & (\beta) \end{vmatrix}$$

Indique el valor de xy.

De
$$\beta$$
: $10y - 10x = 11y - 12x$

$$2x = y$$

En "\alpha":
$$2(x-5) = 4(2x-4x)$$

$$2x-10=-8x$$

$$10x = 10$$

$$x = 1$$

$$y=2$$

$$\Rightarrow xy = 2$$

PROBLEMA 3 Al resolver:

Calcule: 5x+2y

$$\begin{cases} \frac{3}{x-1} + \frac{4}{y-3} = 23 & (\alpha) \\ \frac{4}{x-1} - \frac{5}{y-3} = 10 & (\beta) \end{cases}$$

x5a:
$$\frac{15}{x-1} + \frac{20}{y-3} = 115$$

×4β:
$$\frac{16}{x-1} - \frac{20}{y-3} = 40$$

$$\frac{31}{x-1} = 155^5$$

$$\frac{1}{5} = x - 1$$

$$\frac{6}{5} = x$$

$$En''\alpha'': \frac{3}{\frac{1}{5}} + \frac{4}{y-3} = 23$$

$$\frac{4}{y-3} = 23 - 15$$

$$\frac{x}{y-3} = 8^2$$
 $\frac{1}{2} = y - 3$

$$\frac{7}{2} = y$$

$$5x + 2y = 13$$



PROBLEMA 4

Siendo:
$$\begin{cases} x + y = 8 & \dots(\alpha) \\ y + z = 3 & \dots(\beta) \\ x + z = 9 & \dots(\theta) \end{cases}$$

Calcule:
$$(x - y)^{z+1}$$
 $\begin{cases} y + z - 3 & ... \\ x + z = 9 & ... \end{cases}$

Sumando
$$(\alpha) + (\beta) + (\theta)$$
:

$$x + y + z = 10$$

$$z=2$$

$$En(\beta)$$
: $y = 1$

$$En(\theta)$$
: $x = 7$

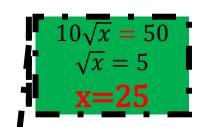
$$(7-1)^{2+1} = 216$$

¿ Cuánto gastó Pedro en dicha compra?

Resolución

De (1):
$$(5\sqrt{x})^2 - (2\sqrt{y})^2 = 589$$

 $(5\sqrt{x} + 2\sqrt{y})(5\sqrt{x} - 2\sqrt{y}) = 589$
 $31(5\sqrt{x} - 2\sqrt{y}) = 589$
 $(5\sqrt{x} - 2\sqrt{y}) = 19 \dots (3)$
 $5\sqrt{x} + 2\sqrt{y} = 31 \dots (2)$
 $(5\sqrt{x} - 2\sqrt{y}) = 19 \dots (3)$



remplazando en (2)

$$5(5) + 2\sqrt{y} = 31$$
$$2\sqrt{y} = 6 \qquad y = 9$$

piden cuánto gasto **x. y**

$$(25)(9) = 225$$

Rpta 225

PROBLEMA 6 Si el sistema:

$$(m + 1)x + 3y = 5$$

 $2x + (m + 2)y = n - 2$

Es compatible indeterminado. Calcule "m+n", si m>0

Resolución como el sistema es comp. indet. se debe cumplir

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_2}{c_2}$$

se cumple:
$$\frac{m+1}{2} = \frac{3}{m+2} = \frac{5}{n-2}$$



De 1:
$$(m+1)(m+2) = 6$$

$$m^2 + 3m + 2 = 6$$
$$m^2 + 3m - 4 = 0$$

$$m^2 + 3m - 4 = 0$$

 $(m-1)(m+4) = 0$

De 2:
$$\frac{3}{3} = \frac{5}{n-2}$$

$$1 = \frac{5}{n-2}$$

piden
$$m + n$$
: $1 + 7 = 8$

Rpta: 8

PROBLEMA 7 Si el sistema:

$$\begin{cases} 3x + (k-1)y = 12 \\ (k+6)x + 6y = k \end{cases}$$

Es incompatible. Halle el valor de k

Resolución si el sistema es incomp. se debe cumplir

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$



$$\frac{3}{k+6} = \frac{k-1}{6} \neq \frac{12}{k}$$

$$18 = (k+6)(k-1)$$

$$18 = k^2 + 5k - 6$$

$$k^{2} + 5k - 24 = 0$$

 $(k+8)(k-3) = 0$ **k=-8 v k=3**

$$\Rightarrow$$
 k=-8 v k=3

remplazando

$$\mathbf{k} = -\mathbf{8}$$

$$-\frac{3}{2} \neq \frac{12}{-8}$$

$$-\frac{3}{2} \neq \frac{-3}{2} \dots \dots \mathbf{F}$$



$$k = 3$$

PROBLEMA 8 De el valor de "a-b" si el sistema:

01

$$(a + b)x + (a - b)y = 15$$

 $(2a - 3b)x - (2a - 5b)y = 12$

Tiene como solución: x=3; y=2

SEA EL SISTEMA

$$\begin{cases} (a+b)x + (a-b)y = 15 \dots (\alpha) \\ (2a-3b)x - (2a-5b)y = 12 \dots (\beta) \end{cases}$$

remplazando en α

$$x = 3$$

$$y = 2$$

$$3a + 3b + 2a - 2b = 15$$

$$5a + b = 15 \dots 1$$

remplazando en β x = 3

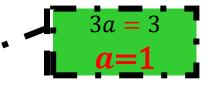
$$x = 3$$

$$y = 2$$

$$6a - 9b - 4a + 10b = 12$$

$$2a + b = 12 \dots 2$$

$$\begin{bmatrix}
5a + b = 15 \\
2a + b = 12
\end{bmatrix}$$



$$remplazando\ en\ 1: 2+b=12\ b=10$$

$$a-b=-9$$

PROBLEMA 1



Resolución

Eliminando "x":

(x9)
$$\alpha$$
: $72x - 63y = 414$
(x8) β : $72x - 40y = 552$

$$23y = 138$$

$$y = 6$$

Reemplazando en "α":

$$8x - 7(6) = 46$$

$$8x = 88 \implies x = 11$$

PROBLEMA 2

De
$$\beta$$
: $10y - 10x = 11y - 12x$

$$\Rightarrow$$
 $2x = y$

En "\a":
$$2(x-5) = 4(2x-4x)$$

$$\Rightarrow 2x - 10 = -8x$$

$$10x = 10$$

$$\rightarrow$$
 $x = 1$

$$y = 2$$

$$\Rightarrow xy = 2$$

PROBLEMA 3



x5a:
$$\frac{15}{x-1} + \frac{20}{y-3} = 115$$
 (+

$$\frac{31}{x-1} = 155^5$$

$$\frac{1}{5} = x - 1 \longrightarrow \frac{6}{5} = x$$

$$En \text{ "} \alpha \text{ ": } \frac{3}{\frac{1}{5}} + \frac{4}{y-3} = 23$$

$$\frac{4}{v-3} = 23 - 15$$

$$\frac{\cancel{x}}{\cancel{y-3}} = \cancel{8} \longrightarrow \frac{1}{2} = y - 3$$

PROBLEMA 4

Sumando
$$(\alpha) + (\beta) + (\theta)$$
: $En(\beta)$: $y = 1$

$$x + y + z = 10$$

$$\Rightarrow$$
 8 + $z = 10$

$$z = 2$$

$$En(\beta)$$
: $y = 1$

$$En(\theta)$$
: $x = 7$

$$(7-1)^{2+1}=216$$