ARITHMETIC

Chapter 3
Sesion 2

1st
SECONDARY

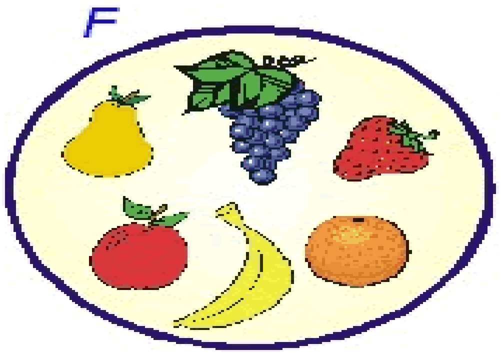
Teoría de conjuntos I

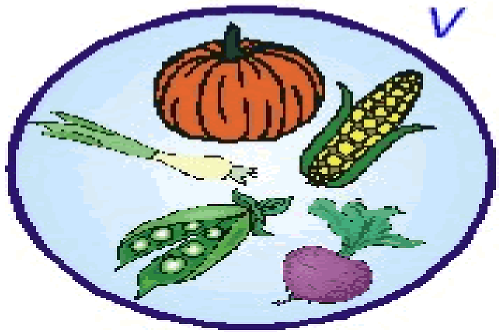
SACO OLIVEROS

MOTIVATING STRATEGY

La Teoría de Conjuntos fue estudiada por el Matemático Alemán **George Ferdinand Cantor** (1845 – 1918)

Otro matemático que contribuyó a la Teoría fue el Inglés **John Venn** (1834 – 1923) a quien se deben los diagramas que llevan su nombre.





HELICO THEORY

CONJUNTO

Ejemplo

$A = \{x \,/\, x \text{ es una vocal}\}$

$B = \{\text{fresa, pera, manzana,...}\}$

RELACIÓN DE PERTENENCIA $(\in)$

Ejemplo En el conjunto

$A = \{a;\ e;\ i;\ o;\ u\}$, se observa

✓ $a \in A$

✓ $5 \notin A$

CARDINAL DE UN CONJUNTO

Ejemplo

✓ $A = \{x \,/\, x \text{ es una vocal}\}$

→ $n(A) = 5$

DETERMINACION DE UN CONJUNTO

A **Por comprensión**

$M = \{x + 1 \,/\, x \in \mathbb{Z}^{+} \wedge 3 \leq x < 7\}$

B **Por extensión**

$M = \{4; 5; 6; 7\}$

RELACIONES ENTRE CONJUNTO

Inclusión o subconjunto

$A \subset B \leftrightarrow x \in A \rightarrow x \in B$

Simbólicamente

CONJUNTOS IGUALES

Simbólicamente

$$A = B \leftrightarrow A \subset B \wedge B \subset A$$

Ejemplo

Si los conjuntos A y B son iguales

$A = \{y + 3 \ ; 13\}$ $\quad$ $B = \{x - 5 \ ; 17\}$

Conjuntos disjuntos

Ejemplo $P = \{x \,/\, x \text{ es un felino}\}$

$Q = \{x \,/\, x \text{ es un ave}\}$

CONJUNTO ESPECIALES

CONJUNTO VACÍO (∅)

Notación: ∅, { }

CONJUNTO UNITARIO

Ejemplo:

✓ $A = \{m\}$

✓ $B = \{13 \ ; 13 \ ; 13\}$

CONJUNTO POTENCIA (P(A))

$$n[P(A)] = 2^{n(A)}$$

Ejemplo Si $A = \{1 \ ; 2 \ ; 3\}$

$n(A) = 3$

$n[P(A)] = 2^{n(A)} = 2^3 = 8$

Los cuales son

$P(A) = \{\{1\}; \{2\}; \{3\}; \{1; 2\}; \{1; 3\}; \{2; 3\}; \{1; 2; 3\}; \emptyset\}$

Subconjuntos propios: $2^{n(A)} - 1$

HELICO PRACTICE

1 Dado el conjunto unitario
$A = \{2x + 3; 17; y^2 + 1\}$
calcule xy si $y \in \mathbb{Z}^+$.

RESOLUCIÓN

$$2x + 3 = 17 = y^2 + 1$$

* $2x + 3 = 17$

$2x = 14$

$x = 7$

* $y^2 + 1 = 17$

$y^2 = 16$

$y = 4$

$x \cdot y = \quad 7 \cdot 4 =$

RPTA:	28

HELICO PRACTICE

2 Halle la cantidad de subconjuntos de
$A = \{3x \,/\, x \in \mathbb{Z}^+, x < 5\}$

RESOLUCIÓN

$x \in \mathbb{Z}^+, x < 5 \Rightarrow x : 1; 2 ; 3 ; 4$

$3x \Rightarrow A = \{3 ; 6 ; 9 ; 12\}$

$n(A) = 4$

N° de subconjuntos : $2^{n(A)} = 2^4 =$

RPTA: 16

3

En el conjunto

$C = \{2x \,/\, x \in \mathbb{Z},\ 6 \leq 3x < 21\}$

halle la cantidad de subconjuntos propios.

RESOLUCIÓN

$x \in \mathbb{Z},\ 6 \leq 3x < 21$

$2 \leq x < 7 \Rightarrow x: 2; 3; 4; 5; 6$

$2x \Rightarrow C = \{4; 6; 8; 10; 12\}$

$n(C) = 5$

N° de subconjuntos propios : $2^{n(C)} - 1 =$ $2^5 - 1 =$

RPTA: 31

HELICO PRACTICE

4 Sean los conjuntos A, B y C, tales que

n[P(A)] = 16

n[P(B)] = 64

n[P(C)] = 128

Calcule n(A) + n(C) – n(B).

RESOLUCIÓN

* $\underbrace{n[\mathrm{P(A)}]}_{2^{n(\mathrm{A})}} = \underbrace{16}_{2^4}$
  $n(\mathrm{A}) = \mathbf{4}$

* $\underbrace{n[\mathrm{P(B)}]}_{2^{n(\mathrm{B})}} = \underbrace{64}_{2^6}$
  $n(\mathrm{B}) = \mathbf{6}$

* $\underbrace{n[\mathrm{P(C)}]}_{2^{n(\mathrm{C})}} = \underbrace{128}_{2^7}$
  $n(\mathrm{C}) = \mathbf{7}$

$$n(\mathrm{A}) + n(\mathrm{C}) - n(\mathrm{B}) = 4 + 7 - 6 =$$

RPTA: **5**

HELICO PRACTICE

5

Sea $I = \left\{\left(\frac{x-3}{2}\right) \in \mathbb{Z} \,/\, x \in \mathbb{Z}^{+}, x < 10\right\}$.

¿Cuántos subconjuntos propios tiene el conjunto I?

RESOLUCIÓN

$x \in \mathbb{Z}^{+}, x < 10$

$X : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9$

$\left(\frac{X-3}{2}\right) \in \mathbb{Z} \Rightarrow I = \{-1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3\}$

$N° \ de \ subconjuntos \ propios:$ $2^{n(I)} - 1 =$

$2^{5} - 1 =$

RPTA: 31

HELICO PRACTICE

6 Si los conjuntos A, B y C son unitarios

A = $\{a;\ b^2 - 1\}$

B = $\{3c;\ a - 2\}$

C = $\{2b;\ 6\}$

calcule $a^2 + c - b$.

RESOLUCIÓN

Conjunto C $\Rightarrow$ $2b = 6$

$b = 3$

Conjunto A $\Rightarrow$ $a = b^2 - 1$

$a = 3^2 - 1$

$a = 8$

Conjunto B $\Rightarrow$ $3c = a - 2$

$3c = 6$

$c = 2$

Piden: $a^2 + c - b = 8^2 + 2 - 3 =$

RPTA:	63

HELICO PRACTICE

7 Si
n[P(A)] + n[P(B)] = 40
calcule n(A) + n(B).

RESOLUCIÓN

$\underbrace{n[P(A)]} + n[P(B)] = 40$

$2^{n(A)} + 2^{n(B)} = 40$

$2^5 + 2^3 = 40$

n(A) = 5   n(B) = 3

Piden: n(A) + n(B) = 5 + 3 =

RPTA:	8

HELICO PRACTICE

8

Irma promete a José, por ser el mes de su aniversario de matrimonio, prepararle un jugo de frutas todos los días pero de un sabor diferente cada día. Solo dispone de 5 frutas que son las preferidas por José. ¿Podrá cumplir su promesa si se casaron un 15 de julio?

RPTA:	$Si\ cumple\ su\ promesa$

RESOLUCIÓN

Sean el conjunto de las frutas:

F = $\{a\ ;\ b\ ;\ c\ ;\ d\ ;\ e\}$

Para preparar un sabor diferente de jugo se podrá agrupar de 1 en 1, 2 en 2 en 2, 3 en 3, 4 en 4, 5 en 5.

N° de subconjuntos: $2^{n(F)} = 2^5 = 32$

$31\ dias(Julio) + 1\ dia = 1ero\ de\ Agosto$

HELICO WORKSHOP

1 *Resolución*

$$2x + 3 = 17 = y^2 + 1$$

$* \; 2x + 3 = 17$ $\quad$ $* \; y^2 + 1 = 17$

$2x = 14$ $\quad$ $y^2 = 16$

$x = 7$ $\quad$ $y = 4$

$x \cdot y = 7 \cdot 4 =$ RPTA: **28**

3 *Resolución*

$x \in \mathbb{Z}, 6 \leq 3x < 21$

$2 \leq x < 7 \Rightarrow x : 2; 3; 4; 5; 6$

$2x \Rightarrow C = \{4; 6; 8; 10; 12\}$

$n(C) = 5$

N° de subconjuntos propios : $2^{n(C)} - 1$

$2^5 - 1 =$ RPTA: **31**

2 *Resolución*

$x \in \mathbb{Z}^+, x < 5 \Rightarrow x : 1; 2; 3; 4$

$3x \Rightarrow A = \{3; 6; 9; 12\}$

$n(A) = 4$

N° de subconjuntos : $2^{n(A)} = 2^4 =$

RPTA: **16**

4 *Resolución*

$* \; \underbrace{n[P(A)]}_{2^{n(A)}} = \underbrace{16}_{2^4}$ $\quad$ $* \; \underbrace{n[P(B)]}_{2^{n(B)}} = \underbrace{64}_{2^6}$ $\quad$ $* \; \underbrace{n[P(C)]}_{2^{n(C)}} = \underbrace{128}_{2^7}$

$2^{n(A)} = 2^4$ $\quad$ $2^{n(B)} = 2^6$ $\quad$ $2^{n(C)} = 2^7$

$n(A) = 4$ $\quad$ $n(B) = 6$ $\quad$ $n(C) = 7$

$n(A) + n(C) - n(B) = 4 + 7 - 6 =$ RPTA: **5**