



# ALGEBRA

## Chapter 10

**3th**  
SECONDARY

**Teorema del Resto**

---



 **SACO OLIVEROS**



# MOTIVATING STRATEGY

*¿Puedes obtener el residuo de la siguiente división sin efectuarla en menos de un minuto?*



$$\begin{array}{r} x^{240} - 2x^{100} - 3 \\ \hline x - 1 \end{array}$$

*Rpta:*  $R = -4$



# *Helico theory*

# TEOREMA DEL RESTO



Sea la división:

$$\frac{P(x)}{ax + b}$$

El residuo se puede obtener sin efectuar la división evaluando a  $P(x)$  cuando  $x = -\frac{b}{a}$

$$I. \quad ax + b = 0 \quad \Rightarrow \quad x = -\frac{b}{a}$$

$$II. \quad R = P\left(-\frac{b}{a}\right)$$

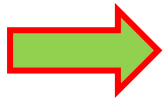


**Ejemplo:** Determine el residuo de la siguiente división:

$$\frac{6x^5 + 9x^4 + 4x^2 + 8x + 5}{2x + 3} \quad \leftarrow P(x)$$

***Resolución:***

***I.***  $2x + 3 = 0$

  $x = -\frac{3}{2}$

***II.***  $R = P\left(-\frac{3}{2}\right)$

$$R = 6\left(-\frac{3}{2}\right)^5 + 9\left(-\frac{3}{2}\right)^4 + 4\left(-\frac{3}{2}\right)^2 + 8\left(-\frac{3}{2}\right) + 5$$

$$R = -\frac{729}{16} + \frac{729}{16} + 9 - 12 + 5$$

$\therefore R = 2$



# GENERALIZACIÓN DEL TEOREMA DEL RESTO:

## IDENTIDAD FUNDAMENTAL

$$D(x) \equiv d(x) \cdot q(x) + R(x)$$

## MÁXIMO GRADO DEL RESIDUO

$$GA[R(x)] \leq GA[d(x)] - 1$$

### Ejemplo:

Determine el residuo de la siguiente división:

$$\frac{16x^7 - 24x^5 + 10x^6 - 7x^3 - 22x^4 - 9}{x^2 - 2}$$

### Resolución:

I.  $x^2 - 2 = 0 \Rightarrow x^2 = 2$

$$D(x) = 16x^7 - 24x^5 + 10x^6 - 7x^3 - 22x^4 - 9$$

$$D(x) = 16(x^2)^3 \cdot x - 24(x^2)^2 \cdot x + 10(x^2)^3 - 7(x^2) \cdot x - 22(x^2)^2 - 9$$

II.  $R = 16(2)^3 \cdot x - 24(2)^2 \cdot x + 10(2)^3 - 7(2) \cdot x - 22(2)^2 - 9$

$$R = 128x - 96x + 80 - 14x - 88 - 9$$

$$\therefore R = 18x - 17$$



# ***HELICO PRACTICE***



## Problema 1

Calcule el resto de dividir

$$\frac{2x^5 - x^6 + 3x^3 - 2x - 7}{x - 2}$$

## Resolución:



$$I. \quad \begin{aligned} x - 2 &= 0 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

$$II. \quad D(x) = 2x^5 - x^6 + 3x^3 - 2x - 7$$

$$R = 2(2)^5 - (2)^6 + 3(2)^3 - 2(2) - 7$$

$$R = \cancel{(2)^6} - \cancel{(2)^6} + 24 - 4 - 7$$

$$\therefore R = 13$$

**Respuesta:** 13



## Problema 2

**Obtenga el resto de**

$$\frac{(2x - 5)^{10} + (3x - 8)^7 + 2}{x - 3}$$

**Resolución:**

$$I. \quad x - 3 = 0$$

$$\Rightarrow x = 3$$

$$II. \quad D(x) = (2x - 5)^{10} + (3x - 8)^7 + 2$$

$$R = (2 \cdot 3 - 5)^{10} + (3 \cdot 3 - 8)^7 + 2$$

$$R = (1)^{10} + (1)^7 + 2$$

$$\therefore R = 4$$

**Respuesta:** 4

## Problema 3

Indique el resto de

$$\frac{27x^{27} - 81x^{26} + 9x^{12} - 3x^{13} + 5}{x - 3}$$

## Resolución:



$$I. \quad x - 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 3$$

$$II. \quad D(x) = 27x^{27} - 81x^{26} + 9x^{12} - 3x^{13} + 5$$

$$R = 27(3)^{27} - 81(3)^{26} + 9(3)^{12} - 3(3)^{13} + 5$$

$$R = 3^3(3)^{27} - 3^4(3)^{26} + 3^2(3)^{12} - 3(3)^{13} + 5$$

$$R = \cancel{3^{30}} - \cancel{3^{30}} + \cancel{3^{14}} - \cancel{3^{14}} + 5$$

$$\therefore R = 5$$

**Respuesta:** 5

## Problema 4

**Halle el resto de dividir**

$$\frac{2x^{25} + 4x^{20} + 3x^{10} + 2x^5 - 2}{x^5 + 1}$$

**Resolución:**

$$I. \quad x^5 + 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x^5 = -1$$

$$II. \quad D(x) = 2x^{25} + 4x^{20} + 3x^{10} + 2x^5 - 2$$

$$D(x) = 2(x^5)^5 + 4(x^5)^4 + 3(x^5)^2 + 2x^5 - 2$$

$$R = 2(-1)^5 + 4(-1)^4 + 3(-1)^2 + 2(-1) - 2$$

$$R = -2 + 4 + 3 - 2 - 2$$

$$\therefore R = 1$$

**Respuesta:** 1

## Problema 5

El valor del resto representa el costo de 3 Kg de arroz.

$$\frac{(x+2)(x+3)(x+4)(x+1)+2}{x^2+5x+5}$$

¿Cuánto será el costo de 12 Kg de arroz?

Recordemos:

IDENTIDAD DE STEVIN:

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

**Resolución:**

$$I. \quad x^2 + 5x + 5 = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 + 5x = -5$$

$$II. \quad D(x) = \underbrace{(x+2)(x+3)}_{\text{green}} \underbrace{(x+4)(x+1)}_{\text{purple}} + 2$$

$$D(x) = (\underbrace{x^2 + 5x}_{\text{yellow}} + 6)(\underbrace{x^2 + 5x}_{\text{yellow}} + 4) + 2$$

$$R = (-5 + 6)(-5 + 4) + 2$$

$$R = (+1)(-1) + 2$$

$$R = 1$$

$\Rightarrow$  3 Kg de arroz cuestan S/. 1

$\therefore$  12 Kg de arroz cuestan S/. 4

**Respuesta:** S/. 4

## Problema 6

**Determine el resto en**

$$\frac{(x-y+1)^4 - (x-y+2)^2 - (x-y)^3}{x-y-2}$$

**Resolución:**

$$I. \quad x - y - 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x - y = 2$$

$$II. \quad D(x) = (x - y + 1)^4 - (x - y + 2)^2 - (x - y)^3$$

$$R = (2 + 1)^4 - (2 + 2)^2 - (2)^3$$

$$R = (3)^4 - (4)^2 - 8$$

$$R = 81 - 16 - 8$$

$$\therefore R = 57$$

**Respuesta:** 57

## Problema 7

Indique el residuo de la división

$$\frac{2x^6 - x^5 + 3x^4 + 2x^2 + 5x + 10}{x^2 + 1}$$

## Resolución:



$$I. \quad x^2 + 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 = -1$$

$$II. \quad D(x) = 2x^6 - x^5 + 3x^4 + 2x^2 + 5x + 10$$

$$D(x) = 2(x^2)^3 - (x^2)^2 \cdot x + 3(x^2)^2 + 2x^2 + 5x + 10$$

$$R = 2(-1)^3 - (-1)^2 \cdot x + 3(-1)^2 + 2(-1) + 5x + 10$$

$$R = \underline{-2} - \underline{x} + \underline{3} - \underline{2} + \underline{5x} + \underline{10}$$

$$\therefore R = 4x + 9$$

**Respuesta:**  $4x + 9$

## Problema 8

Obtenga el resto de

$$\frac{(x+a)^5 - x^5 - a^5}{x+2a}$$

**Resolución:**

$$I. \quad x + 2a = 0$$



$$x = -2a$$

$$II. \quad D(x) = (x+a)^5 - x^5 - a^5$$

$$R = (-2a + a)^5 - (-2a)^5 - a^5$$

$$R = (-a)^5 - (-32a^5) - a^5$$

$$R = -a^5 + 32a^5 - a^5$$

$$\therefore R = 30a^5$$

**Respuesta:**  $30a^5$

