ARITHMETIC

Chapter 7

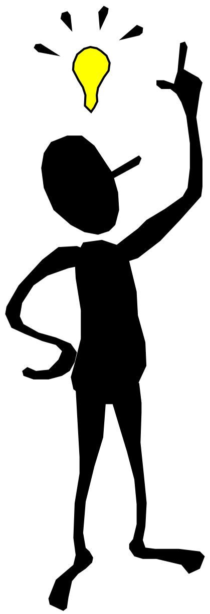
3th
SECONDARY

SERIE DE RAZONES GEOMÉTRICAS EQUIVALENTES

SACO OLIVEROS

En una panadería se observo lo siguiente:

Nº de Panes	10	15	20	25
Precio (S/)	2	3	4	5



$$\frac{10}{2} = \frac{15}{3} = \frac{20}{4} = \frac{25}{5} = 5$$

¡Esto es una serie de razones equivalentes!

SERIE DE RAZONES GEOMÉTRICAS EQUIVALENTES

Definición:

Es la igualdad que se establece entre dos o más razones geométricas que son equivalentes.

Ejemplo:

$$\frac{6}{2} = 3\ ; \quad \frac{15}{5} = 3\ ; \quad \frac{12}{4} = 3\ ; \quad \frac{21}{7} = 3$$

Igualamos:

ANTECEDENTES

$$\frac{6}{2} = \frac{15}{5} = \frac{12}{4} = \frac{21}{7} = 3$$

CONSECUENTES

CONSTANTE DE PROPORCIONALIDAD

PROPIEDADES

ANTECEDENTES

$$\frac{a_1}{c_1} = \frac{a_2}{c_2} = \frac{a_3}{c_3} = \cdots = \frac{a_n}{c_n} = k$$

CONSECUENTES

Principio fundamental:

$$a_i = c_i \times k$$

a_i = Antecedente

c_i = Consecuente

k = Constante de proporcionalidad

Entonces:

$$\begin{aligned} a_1 &= c_1 \cdot k \\ a_2 &= c_2 \cdot k \\ a_3 &= c_3 \cdot k \\ &\vdots \\ a_n &= c_n \cdot k \end{aligned}$$

1

$$\frac{\text{Suma de antecedentes}}{\text{Suma de consecuentes}} = k$$

$$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n}{c_1 + c_2 + c_3 + \cdots + c_n} = k$$

PROPIEDADES

Ejemplo:

$$\frac{6}{2} = \frac{15}{5} = \frac{12}{4} = \frac{21}{7} = \frac{6+15+12+21}{2+5+4+7} = \frac{\cancel{54}}{\cancel{18}} = 3$$

2 $\dfrac{\text{Producto de antecedentes}}{\text{Producto de consecuentes}} = k^n$; n = Número de razones consideradas

Ejemplo:

$$\frac{6}{2} = \frac{15}{5} = \frac{12}{4} = \frac{21}{7} = 3 \Rightarrow \frac{6 \cdot 15 \cdot 12 \cdot 21}{2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 7} = 3^4$$

PROPIEDADES

Serie continua

En general:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{a_2}{a_3} = \frac{a_3}{a_4} = \cdots = \frac{a_n}{a_{n+1}} = k$$

Propiedad

$$\frac{a_1}{a_{n+1}} = k^n$$

Ejemplo:

$$\frac{243}{81} = \frac{81}{27} = \frac{27}{9} = \frac{9}{3} = 3$$

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = \frac{d}{e} = k \quad \left\{ \begin{array}{l} d = ek \\ c = ek^2 \\ b = ek^3 \\ a = ek^4 \end{array} \right.$$

RESOLUCIÓN

1 Sabiendo que $\frac{A}{2} = \frac{B}{5} = \frac{C}{7}$, y además $A^2 + C^2 = 212$, calcule 3B.

Igualando a una constante de proporcionalidad tenemos:

$A = 2K \quad B = 5K \quad C = 7k$

Por dato:

$A^2 + C^2 = 4k^2 + 49K^2 = 212$

$53K^2 = 212$

$K = 2$

Nos piden: 3B

$\therefore 3(5.2) = 30$

RPTA:	30

RESOLUCIÓN

2 Si: $\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{7}$, además a.b.c = 2268. Halle el valor de a+b+c.

Entonces:

$a=3k \quad b=4k \quad c=7k$

Por dato:

$a.b.c = (3k)(4k)(7k) = 84k^3 = 2268$

$K = 3$

Nos piden: $a + b + c$

$\therefore 14(3) = 52$

RPTA:	52

RESOLUCIÓN

3 En la serie $\frac{a}{b}=\frac{b}{c}=\frac{c}{d}$, donde $\frac{a}{d}=\frac{27}{64}$, halle el valor de 1/K.

Por propiedad:

$$\frac{a}{\cancel{b}}\times\frac{\cancel{b}}{\cancel{c}}\times\frac{\cancel{c}}{d}=k^3$$

$$\frac{a}{d}=k^3=\frac{27}{64}$$

$$k=\frac{3}{4}$$

Nos piden:

$$\frac{1}{k}=\frac{4}{3}$$

RPTA:	4/3

RESOLUCIÓN

4 En la serie $\frac{J}{7} = \frac{I}{11} = \frac{M}{3} = \frac{Y}{13}$ Si (J + I) - (M + Y) = 14, calcule J + I + M + Y.

Entonces:

J = 7k, I = 11k, M = 3k, Y = 13k

Por dato:

(7k + 11k) - (3k + 13k) = 2k = 14

K = 7

Nos piden:

J + I + M + Y = 49 + 77 + 21 + 91

RPTA: 238

RESOLUCIÓN

5 Las edades de tres amigos forman una serie continua de razón 2. Si el mayor de ellos tiene 48, ¿cuál es la edad del menor?

Sean las edades: a , b, c

Entonces: $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = 2$

Expresando en función a una variable:

$$\frac{4x}{2x} = \frac{2x}{x} = 2$$

Por dato:

$4x = 48 \qquad x = 12$

Nos piden la edad menor:

$x = 12$

RPTA:	12

RESOLUCIÓN

6 Se tiene una serie de tres razones geométricas equivalentes continuas de razón 1/4 . Halle los menores antecedentes si la suma de los dos primeros consecuentes es 60.

Sea: $\frac{a}{b}=\frac{b}{c}=\frac{c}{d}=\frac{1}{4}$

Por propiedad:

$$\frac{x}{4x}=\frac{4x}{16x}=\frac{16x}{64x}=\frac{1}{4}$$

Por dato: $4x+16x=60$

$x=3$

Nos piden: $x=3$ y $4x=12$

RPTA:	3 y 12

RESOLUCIÓN

7 Si $\frac{a^2+25}{25}=\frac{b^2+49}{49}=\frac{c^2+81}{81}$, *además a + b + c = 63. Calcule a.c*

Del primer dato se tiene :

$\frac{a}{5}=\frac{b}{7}=\frac{c}{9}=k$

Entonces:

a=5k

b=7k

c=9k

También: a + b + c = 63

21k=63

k=3

Nos piden: *a.c*

$\therefore 15\times 27=405$

RPTA:	405

RESOLUCIÓN

8 Dada la serie continua $\frac{a}{b}=\frac{b}{c}=\frac{c}{d}=\frac{2}{3}$, *calcule a + b + c, si b + c + d = 51.*

Sea: $\frac{a}{b}=\frac{b}{c}=\frac{c}{d}=\frac{2}{3}$

Tenemos:

$$\frac{8x}{12x}=\frac{12x}{18x}=\frac{18x}{27x}=\frac{2}{3}$$

Por dato:

$$12x+18x+27x=51$$

$$57x=51$$

$$x=\frac{17}{18}$$

Nos piden:

$$8x+12x+18x= 38x= 34$$

RPTA:	34