



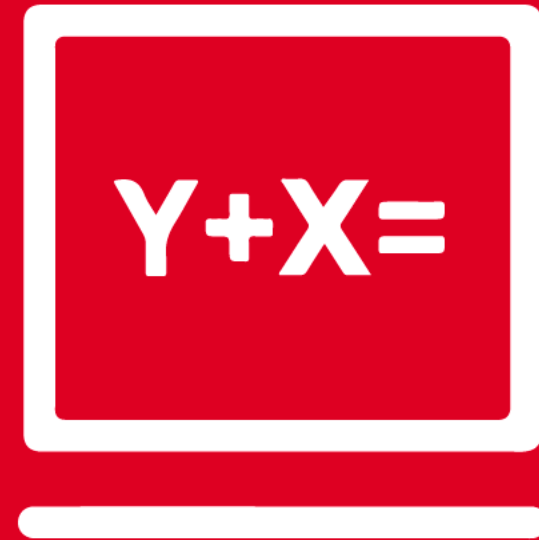
ARITHMETIC

CAPITULO XXIII

SECONDARY

5th

Análisis Combinatorio



 **SACO OLIVEROS**

MOTIVATING STRATEGY

permutaciones

diagramas de árbol

¿Cuántas maneras diferentes se podrá efectuar la compra de una lavadora, una batidora y un TV, si hay 8 modelos de lavadoras, 5 modelos diferentes de batidoras y 7 modelos de TV?

combinaciones

Existen algunas técnicas de conteo para diferentes problemas.

principio aditivo y el multiplicativo

HELICO THEORY

Principios fundamentales del análisis combinatorio

1 Principio de adición

Ejm

Evento

A

o

Evento

B

Mutuamente excluyentes

“n”

“m”

maneras maneras

Se podrá ejecutar de

$(n + m)$
maneras

A y B no se dan uno a continuación del otro sino cada uno por separado

¿De cuántas maneras se puede elegir una película entre 3 de acción y 5 de comedia?



Nº de maneras = $3 + 5 = 8$

HELICO THEORY

2

Principio de multiplicación

Evento

A

y

Evento

B

"n"

"m"

No
mutuamente
excluyentes

maneras maneras

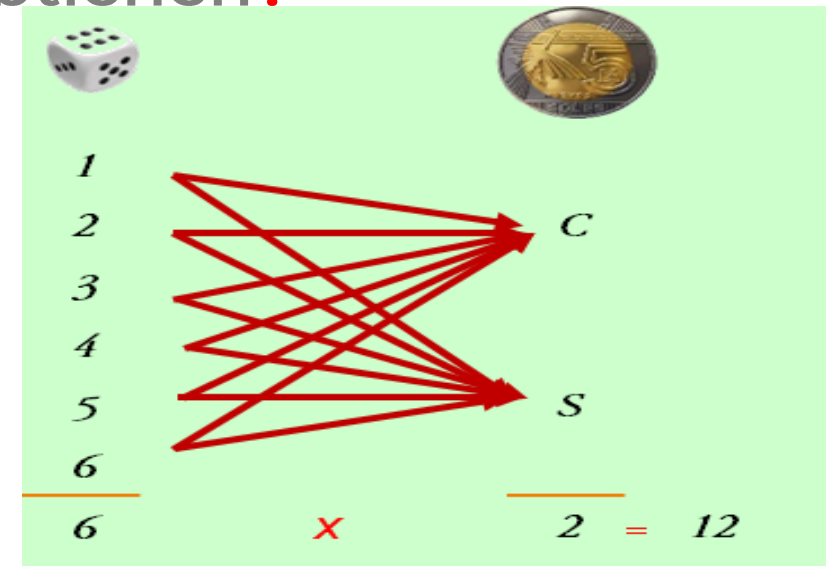
Se podrán realizar
de

$(n \times m)$
maneras

A y B se dan simultáneamente, es decir, uno a continuación del otro

Ejm

Si se lanza un dado y una moneda simultáneamente, ¿cuántos resultados diferentes se obtienen?



HELICO THEORY

3 Permutaciones

1 Lineal

Si $r < n$

$$P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Si $r = n$

$$P_r^n = n!$$

Ejm

Un torneo donde compiten 8 participantes, ¿de cuántas maneras se podrá conformar el podio final?

$$P_3^8 = \frac{8!}{5!} = \frac{5! \times 6 \times 7 \times 8}{5!} = 336$$

2 Circular

$$P_C(n) = (n-1)!$$

Ejm

¿De cuántas maneras se podrán sentar alrededor de una mesa una familia compuesta por un padre, una madre y 3 hijos?

$$P_C(5) = (5-1)! = 4! = 24$$

3

Permutación con repetición

$$P^n_{(n_1; n_2; \dots; n_k)} = \frac{n!}{n_1! \times n_2! \times \dots \times n_k!}$$

HELICO THEORY

4 Combinaciones

$$C_r^n = \frac{n!}{(n-r)! \times r!}$$

$$0 \leq r \leq n$$

Ejm

De un grupo de 7 alumnos, se desea formar comisiones de tres personas. ¿De cuántas maneras se podrá lograr este objetivo?

$$C_3^7 = \frac{7!}{4! \times 3!} = \frac{7 \times 6 \times 5}{1 \times 2 \times 3} = 35$$

Combinaciones con

$$CR_n^m = C_n^{(n+m-1)}$$

Ejm

¿Cuántas son las soluciones enteras no negativas de $a + b + c + d = 6$?

$$CR_6^4 = C_6^{(6+4-1)} = \frac{9!}{6! \times 3!} = 84$$

HELICO PRACTICE

1.

¿Cuántas palabras con sentido o no, se pueden formar con todas las letras de la palabra AMARRADA?

Resolución

n

Permutación con repetición

$$\begin{aligned} P_{4;2}^8 &= \frac{8!}{4! \times 2!} \\ &= \frac{4! \times 5 \times 6 \times 7 \times 8}{4! \times 2} \\ &= 840 \end{aligned}$$

RPTA:

840

HELICO PRACTICE

2.

¿Cuántos números de 5 cifras existen, tales que el producto de sus cifras sea un valor impar?

Resolución

$$\begin{array}{c} \hline abcde \\ \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \\ 11111 \\ 33333 \\ 55555 \\ 77777 \\ 99999 \\ \hline 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 3125 \end{array}$$

RPTA: 3125

HELICO PRACTICE

3.

¿Cuántos comités de 6 personas se pueden formar con un grupo de 9 personas?

Resolución

como no
interesa el
orden
aplicamos
combinaciones

$$C_k^n = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$$

$$\begin{aligned} C_6^9 &= \frac{9!}{6! \times 3!} \\ &= \frac{6! \times 7 \times 8 \times 9}{6! \times 6} \\ &= 84 \end{aligned}$$

La cantidad de comités es:

RPTA:

84

HELICO PRACTICE

4.

A una reunión de amigos acuden 5 parejas de esposos. ¿De cuántas maneras pueden sentarse alrededor de una mesa redonda de modo que los esposos siempre se sienten juntos?

Resolución

PERMUTACIÓN CIRCULAR
5 parejas de esposos
(se sientan juntas) :

$$P_C(5) = 4! = 24$$

cada pareja :

$$(2!)^5 = 32$$

$$\therefore 24 \times 32 =$$

RPTA:

768

HELICO PRACTICE

5. En una reunión hay 12 hombres y 7 mujeres, se desea formar grupos de 3 personas. ¿De cuántas maneras podrán hacerlo si deben de haber, por lo menos, 2 mujeres en el grupo?

Resolución

ⁿ
como no interesa el orden
aplicamos combinaciones

Del dato tenemos:

Al menos dos mujeres

$$\begin{aligned} & \text{✱ } C_2^7 \times C_1^{12} \\ & \frac{7!}{(7-2)!2!} \times \frac{12!}{(12-1)!1!} \end{aligned}$$

$$\frac{7 \cdot \cancel{6} \cdot \cancel{5}!}{\cancel{2} \cdot \cancel{5}!} \times \frac{12 \cdot \cancel{11}!}{1 \cdot \cancel{11}!} = 252$$

$$\text{✱ además: } C_3^7 \times C_0^{12}$$

$$\frac{7!}{(7-3)!3!} \times \frac{12!}{(12-0)!0!}$$

$$\frac{7 \cdot \cancel{6} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{4}!}{\cancel{3}! \cdot \cancel{4}!} \times \frac{12!}{1 \cdot \cancel{12}!} = 35$$

∴ piden:
número de
maneras

$$252 + 35$$

RPTA: 28

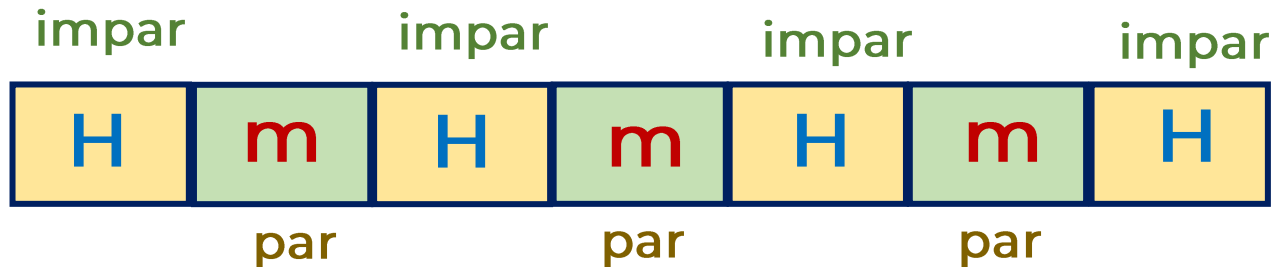
HELICO PRACTICE

6. 4 hombres y 3 mujeres deben sentarse en una fila de 7 asientos de modo que ningún hombre ocupe sitio par. ¿De cuántas maneras diferentes podrán sentarse?

Resolución

Del dato tenemos:

fila de 7 asientos



aplicando permutación lineal

➡ # maneras = $4! \times 3!$

Donde:

maneras = 24×6

Piden: # maneras diferentes

∴ Total = 144 maneras

RPTA:

144

HELICO PRACTICE

- 7.** Se tiene un estante con capacidad para 9 libros. Si en él se quiere ordenar 4 libros de Física, 3 libros de Química y 2 de Aritmética, ¿de cuántas maneras se podrá utilizar esto si los de Aritmética siempre se ubican a los extremos?

Resolución

Del dato tenemos:

estante para 9 libros



Aritmét. 1

Aritmét. 2

Donde: Total = 4 física + 3 química

Total = 7 libros

aplicando
permutación lineal
 $7! = 5040$

Piden: # maneras
diferentes

Total = 504 × 2!

∴ 10080 maneras

RPTA:

10080

HELICO PRACTICE

8. Carlota tiene 8 amigas de confianza y desea hacer una reunión. ¿De cuántas maneras diferentes puede invitar a 5 de ellas si dos de ellas no se llevan bien y no asisten juntas?

Resolución

Del dato tenemos:

De 8 Personas debe invitar a 5;
pero las amigas A y B no pueden
asistir juntas

aplicando
combinación

Donde:

X = Total de
casos

$$C_k^n = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$$

Casos no
deseados
(A y B asisten

$$\begin{aligned} \Rightarrow X &= C_5^8 - C_3^6 \\ X &= \frac{8!}{(8-5)!5!} - \frac{6!}{(6-3)!3!} \\ X &= \frac{8 \cdot 7 \cdot \cancel{6} \cdot \cancel{5}!}{\cancel{3}!} - \frac{\cancel{6} \cdot 5 \cdot 4 \cdot \cancel{3}!}{\cancel{3}!} \\ \text{Piden: } X &= 56 - 20 \\ \therefore X &= 36 \end{aligned}$$

RPTA:

36