

ALGEBRA Chapter 15



Matrices y
determinantes





HELICO MOTIVATING





La edad de Pedro es 5T años; donde T esta dado por el resultado de hallar la determinante de:

¿Cuál será la edad de Carla dentro de 3 años?

RPTA: 18 años

HELICO THEORY CHAPTHER 15



HELIC

MATRICES DETERMINANTES

I) MATRICES

Es un arreglo rectangular de elementos distribuidos en filas y Columnas cuya forma general es:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2m} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nm} \end{pmatrix}$$
Columnas(vertical)

Filas(horizontal)

El orden de la matriz A es nm

EJEMPLOS



$$A = \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 3 & 2 \\ 9 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{c} 3x2 \\ \text{filas} \\ \text{columnas} \end{array}$$

$$a_{11} = 6$$
 $a_{12} = 0$ $a_{21} = 3$ $a_{22} = 2$ $a_{31} = 9$ $a_{32} = 1$

La matriz A es de orden: $3x^2$

$$B = (-9 \quad 1 \quad 3)_{1x3}$$
filas columnas

$$a_{11} = -9$$
 $a_{12} = 1$ $a_{13} = 3$

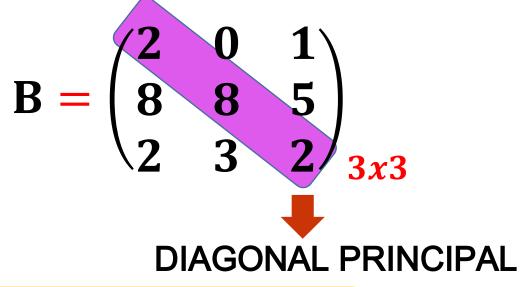
La matriz B es de orden: 1x3

II) MATRICES CUADRADAS

◎1

Son aquellas matrices que tienen el mismo número de filas y columnas.

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 9 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}_{2x2}$$
DIAGONAL PRINCIPAL



III) TRAZA DE UNA MATRIZ CUADRADA

ES LA SUMA DE LOS ELEMENTOS DE LA DIAGONAL PRINCIPAL

$$TRAZ(A) = 13$$

$$TRAZ(B) = 12$$

IV IGUALDAD DE MATRICES

PODEMOS IGUALAR MATRICES DEL MISMO ORDEN

EJEMPLO

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{10} & \mathbf{9} \\ \mathbf{3} & \mathbf{8} \end{pmatrix}_{2x2}$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \mathbf{a} + \mathbf{2} & 3\mathbf{b} \\ \mathbf{c} - \mathbf{1} & 4\mathbf{d} \end{pmatrix}_{2x2}$$

Si A=B ,entonces:

V) OPERACIONES CON MATRICES

*SUMAS Y RESTAS DE MATRICES

DEBEN SER MATRICES DEL MISMO ORDEN

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{5} & \mathbf{6} \\ \mathbf{7} & \mathbf{1} \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} \mathbf{3} & \mathbf{5} \\ \mathbf{8} & \mathbf{4} \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad A + B = \begin{pmatrix} \mathbf{8} & \mathbf{11} \\ \mathbf{15} & \mathbf{5} \end{pmatrix}$$

*PRODUCTOS DE MATRICES

Sea
$$A=(a_{ij})_{mxn}$$
 y $B=(b_{ij})_{nxp}$ \Rightarrow $AB=(c_{ij})_{mxp}$

VI) DETERMINANTES



Se pueden calcular solamente para matrices cuadradas:

Para orden 2x2

Sea:
$$A = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$$

$$|A| = \left| \frac{5}{7} \right| \frac{6}{1}$$

$$|A| = 5-42 = -37$$

Para orden 3x3

Sea:
$$A = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$$
 Sea: $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$

$$|A| = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \end{vmatrix} = (12+4+4) - (2+12+8)$$

$$|A| = -2$$

HELICO PRACTICE

CHAPTHER 15



HELICO | PRACTICE PROBLEMA 1

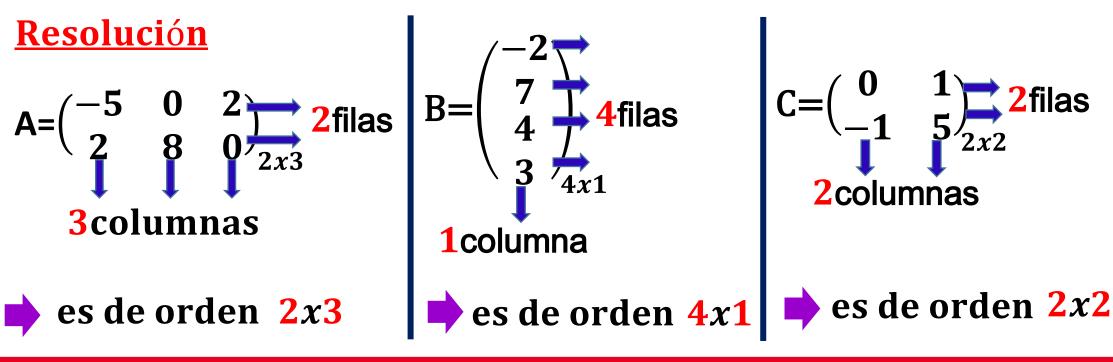
Calcule el orden de las matrices:

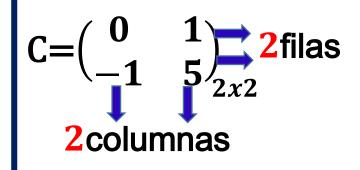
$$A = \begin{pmatrix} -5 & 0 & 2 \\ 2 & 8 & 0 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} -2 \\ 7 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$$

Resolución

$$A = \begin{pmatrix} -5 & 0 & 2 \\ 2 & 8 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{2x3} 2 \text{ filas}$$
3 columnas

es de orden 2x3





PROBLEMA 2

Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} x + 3y & 7 \\ 2z - 1 & x - y \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 20 & 7 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$$

Resolución CAI = B+y+z

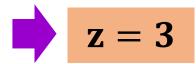
$$\begin{pmatrix} x+3y & 7 \\ 2z-1 & x-y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 & 7 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$$

$$x + 3y = 20$$

 $x - y = 4$ (-)
 $4y = 16$

además:

$$2z-1=5$$



luego:
$$x + y + z = 15$$

HELICO | PRACTICE

PROBLEMA 3

Sean las matrices:
$$P = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$$
 $Q = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 12 \\ 3 & -6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -15 & 10 \\ 25 & 35 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} -6 & 22 \\ 28 & 29 \end{pmatrix}$$
 \rightarrow Traz(A) = -6 + 29 = 23

HELICO | PRACTICE

PROBLEMA 4

Sean las matrices:
$$A = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$
 $B =$

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow AB = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow AB = \begin{pmatrix} 1 & 17 \\ -8 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow$$
 Traz(AB) = 1+4 = 5

Efectuando:

$$5x2-3x3=1$$
 $5x4-3x1=17$

$$2x2-4x3=-8$$
 $2x4-4x1=4$

PROBLEMA 5

Efectúe:
$$\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 7 & 6 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 8 & 4 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}$$

Resolución

$$= 5(6) - 7(3) + 3(2) - 5(-1) + 8(-2) - 4(1)$$

$$= 30 - 21 + 6 + 5 - 16 - 4$$

= $9 + 11 - 20$
= 0

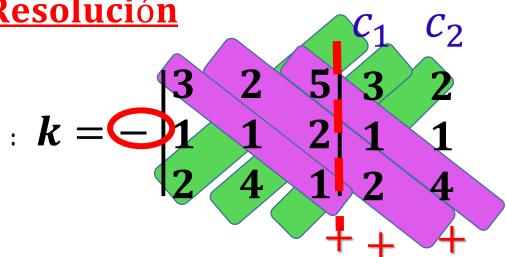


HELICO | PRACTICE PROBLEMA 6

El profesor GARCIA va al gimnasio k veces al mes para aumentar su masa muscular, en vista de malos resultados su entrenador personal le recomienda ir (2k+2) veces al mes, donde k es el resultado de: k =

- 1 1 2 ¿ Cuántas veces fue al gimnasio al tercer mes de la

recomendación? Resolución



$$K = -[3(1)(1) + 2(2)(2) + 5(1)(4) - 2(1)(5) - 4(2)(3) - 2(1)(1)]$$

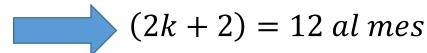
$$K = -[3 + 8 + 20 - (10 + 24 + 2)]$$

$$K = -[31 - (36)]$$

$$K = -[-5]$$

$$K = 5$$

Luego



Rpta: 3meses= 36

HELICO | PRACTICE

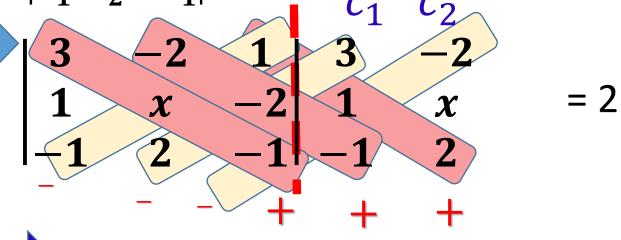
PROBLEMA 7

Halle el valor de x:

$$\begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & x & -2 \\ -1 & 2 & -1 \end{vmatrix} = 2$$

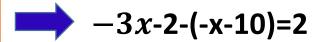
Resolución

$$\begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & x & -2 \\ -1 & 2 & -1 \end{vmatrix} = 2$$



$$3(x)(-1) + (-2)(-2)(-1) + (1)(1)(2)-((-1)(x)(1)+2(-2)(3)+(-1)(1)-2)=2$$

$$-3x-4+2-(-x-12+2)=2$$



$$-3x-2+x+10=2$$

$$-2x + 8 = 2$$

$$x=3$$

Rpta: 3

PROBLEMA 8 Halle el valor de

$$\begin{array}{c|cccc}
\mathsf{P} = \frac{a+c}{8b} : \\
\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ a & b & c \\
 & & & & & \\
\mathsf{esolución7} & & & & \\
\end{array} = \mathbf{0}$$

$$\begin{vmatrix}
2 & 3 & 4 & 2 & 3 \\
a & b & c & a & b \\
5 & 6 & 7 & 5 & 6
\end{vmatrix} = 0$$

$$14b + 15c + 24a - (20b + 12c + 21a) = 0$$

$$-6b + 3c + 3a = 0 \longrightarrow 3c + 3a = 6b$$

$$3c + 3a = 6b$$

$$3(c+a)=6b$$

$$a + c = 2b$$

 $\underline{\text{piden:}} \text{ el valor de P} = \frac{a+c}{8b}$

remplazando;
$$p = \frac{2b}{8b}$$

El valor de P es $=\frac{1}{4}$