MATHEMATICAL REASONING

4th
SECONDARY

Retroalimentación

Tomo VI

SACO OLIVEROS

PROBLEMA 1

Edgar se compró una radiograbadora para pagarla en 36 cuotas. Si la primera cuota es de 18 soles, la segunda es de 23 soles, la tercera de 28 soles y así sucesivamente, ¿podría usted decir cuánto pagó en la última cuota?

Resolución

Nos piden calcular el costo de la cuota 36.

1°   2°   3°   4°   5°   …

$$13 \quad 18; \quad 23; \quad 28; \quad 33; \quad 38; \ldots$$

$$+5 \quad +5 \quad +5 \quad +5 \quad +5$$

$$t_n = 5n + 13$$

$$t_{36} = 5(36) + 13$$

$$t_{36} = 193$$

$\therefore$ **193 soles**

PROBLEMA 2

Daniela es la cajera de una restaurante. Un domingo donde habían muchos clientes empezaron a pagar sus cuentas de la siguiente manera: El primer cliente pagó 24 soles, el segundo 31 soles, el tercero 38 soles, el cuarto 45 soles y así sucesivamente. Si hubieron n clientes, halle el valor de n, si el último cliente pago 717 soles.

Resolución

Nos piden calcular el valor de n .

	1°	2°	3°	4°	...	n°
17	24;	31;	38;			

$$17 \xrightarrow{+7} 24 \xrightarrow{+7} 31 \xrightarrow{+7} 38 \xrightarrow{+7}$$

$$t_n = 7n + 17$$

$$7n + 17 = 717$$

$$n = 100$$

$\therefore$ **100**

PROBLEMA 3

Un nuevo grupo de estudio matemático virtual tuvo 12 alumnos el primer día de clases, el segundo día ya eran 26 alumnos; 46 el tercer día, 72 en el cuarto día; y así sucesivamente. Si los dueños del grupo notaron luego que el crecimiento del número de alumnos fue secuencial.

¿Cuántos alumnos se contaron el vigésimo día de clases?

Resolución

	1°	2°	3°	4° ...	20°
$C = 4$	$12;$	$26;$	$46;$		t_{20}
$A + B = +8$	$+14$	$+20$	$+26$	$+32$	
$2A = +6$	$+6$	$+6$	$+6$		

$$\boxed{\rightarrow\ t_n = An^2 + Bn + C}$$

$$t_n = 3n^2 + 5n + 4$$

$$t_{20} = 3(20)^2 + 5(20) + 4$$

$$t_{20} = 1200 + 100 + 4$$

$$t_{20} = 1304$$

$$\therefore\ 1304$$

PROBLEMA 4

Durante el mes de febrero de 2020, una florista vendió 18 rosas el primer día del mes; 26 rosas el segundo día; el tercer día, 2 rosas menos que el doble de lo que vendió el primer día; y así sucesivamente. Si las ventas siguieron así durante todo el mes, ¿Cuántas rosas vendió el último día del mes?

Resolución:

Piden la cantidad de rosas que vendió el último día del mes.

2020 → **Año Bisiesto**

Del enunciado:

	1°	2°	3°	4°	…	29°
10	18;	26;	34;			t_{29}
+8	+8	+8	+8	+8		

$$\rightarrow t_n = 8n + 10$$

$$\rightarrow t_{29} = 8(29) + 10$$

$$\rightarrow t_{29} = 232 + 10$$

$\therefore$ **242 rosas**

PROBLEMA 5

Felipe comió caramelos de limón durante todo el mes de marzo; así el primer día comió 1 caramelo, el segundo día 4 caramelos, el tercer día 7 caramelos y así sucesivamente. ¿Cuántos caramelos comió Felipe en el periodo mencionado?

Resolución

$$-2 \quad \overbrace{1 + 4 + 7 + 10 + \cdots}^{\text{31 sumandos}}$$

$$-2 \xrightarrow{+3} 1 \xrightarrow{+3} 4 \xrightarrow{+3} 7 \xrightarrow{+3} 10$$

$$t_n = 3n - 2$$

$$t_{31} = 3(31) - 2$$

$$t_{31} = 91$$

$$S = \left(\frac{1 + 91}{2}\right)31$$

$$S = (46)31$$

$$S = 1426$$

$\therefore$ **1246 caramelos**

PROBLEMA 6

Calcule $S=\underbrace{3^2-1+4^2-3+5^2-5+6^2-7+\cdots}_{36\text{ términos}}$

Resolución

$$S=\underbrace{(3^2+4^2+5^2+\cdots+20^2)}_{18\text{ términos}}-\underbrace{(1+3+5+7\ldots)}_{18\text{ términos}}$$

$$S=\left(\frac{20(21)(41)}{6}\right)-5-(18)^2$$

$$S=2870-5-324$$

$$S=2870-329$$

$$\therefore\ S=2541$$

PROBLEMA 7

Halle el valor de la siguiente serie:

$$S = \underbrace{3 + 12 + 33 + 72 + 135 \ldots}_{15 \text{ términos}}$$

Resolución

Dándole forma convenientemente:

$3 \longrightarrow 1^3 + 2$

$12 \longrightarrow 2^3 + 4$

$33 \longrightarrow 3^3 + 6$

$72 \longrightarrow 4^3 + 8$

$135 \longrightarrow 5^3 + 10$

$$tn = n^3 + 2n$$

$$S_n = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2 + 2\,\frac{n(n+1)}{2}$$

$$S_{15} = \left(\frac{15(\overset{8}{\cancel{16}})}{\cancel{2}}\right)^2 + 2\,\frac{15(16)}{2}$$

$$S_{15} = 120^2 + 240$$

$$S_{15} = 14400 + 240$$

$$S_{15} = 14640$$

$$\therefore \; 14640$$

PROBLEMA 8

Calcula el valor de la serie M.

$$M = \frac{1}{5\times 8}+\frac{1}{8\times 11}+\frac{1}{11\times 14}+\cdots+\frac{1}{62\times 65}$$

Resolución

$$M = \frac{1}{5\times 8}+\frac{1}{8\times 11}+\frac{1}{11\times 14}+\cdots+\frac{1}{62\times 65}$$

Multiplicamos por 3 a ambos términos (numerador y denominador):

$$M = \frac{3}{3}\left(\frac{1}{5\times 8}+\frac{1}{8\times 11}+\frac{1}{11\times 14}+\cdots\right.$$

$$M = \frac{1}{3}\left(\frac{3}{5\times 8}+\frac{3}{8\times 11}+\frac{3}{11\times 14}+\cdots+\frac{3}{62\times 65}\right)$$

$$M = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{5}-\cancel{\frac{1}{8}}+\cancel{\frac{1}{8}}-\cancel{\frac{1}{11}}+\cancel{\frac{1}{11}}-\cancel{\frac{1}{14}}+\cdots+\cancel{\frac{1}{62}}\right.$$

$$M = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{65}\right)$$

$$M = \frac{1}{\cancel{3}}\left(\frac{\cancel{60}^{\,20}}{5\times 65}\right)$$

$$\therefore M = \frac{4}{65}$$

PROBLEMA 9

Calcule el valor de la siguiente serie:

$$M = \frac{7}{1\times 2\times 3} + \frac{7}{2\times 3\times 4} + \frac{7}{3\times 4\times 5} + \cdots + \frac{7}{10\times 11\times 12}$$

Resolución

$$M = 7\left(\frac{1}{1\times 2\times 3} + \frac{1}{2\times 3\times 4} + \frac{1}{3\times 4\times 5} + \cdots + \frac{1}{10\times 11\times 12}\right)$$

RECUERDA

$$S_n = \frac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)}$$

$$M = 7\left(\frac{10\times 13}{4\times 11\times 12}\right)$$

$$\therefore M = \frac{455}{264}$$

PROBLEMA 10

Para un examen de selección de alumnos para formar un círculo de estudios se propone la siguiente pregunta de series:

Halle el valor de la suma límite de la siguiente serie geométrica decreciente:

$$S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \frac{1}{16} - \frac{1}{32} + \cdots \infty$$

¿Qué respuesta dieron los alumnos?

Hallando la razón geométrica:

$$q = \frac{-\frac{1}{8}}{\frac{1}{4}} \rightarrow q = -\frac{4}{8} \rightarrow q = -\frac{1}{2}$$

$$S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \frac{1}{16} - \frac{1}{32} + \cdots \infty$$

$$\text{x}\left(-\frac{1}{2}\right) \quad \text{x}\left(-\frac{1}{2}\right) \quad \text{x}\left(-\frac{1}{2}\right) \quad \text{x}\left(-\frac{1}{2}\right) \quad \text{x}\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$S_{límite} = \frac{1}{1-\left(-\frac{1}{2}\right)} \rightarrow S_{límite} = \frac{1}{1+\frac{1}{2}}$$

$$S_{límite} = \frac{1}{\frac{3}{2}}$$

$$\therefore \frac{2}{3}$$