



ALGEBRA

Chapter 19

3rd
SECONDARY

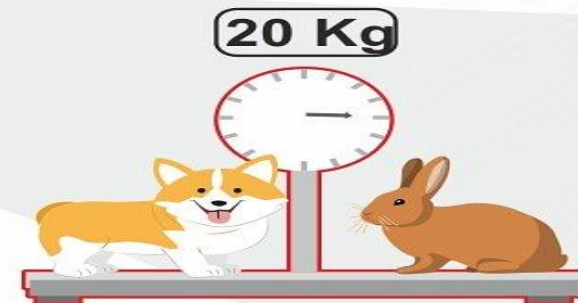
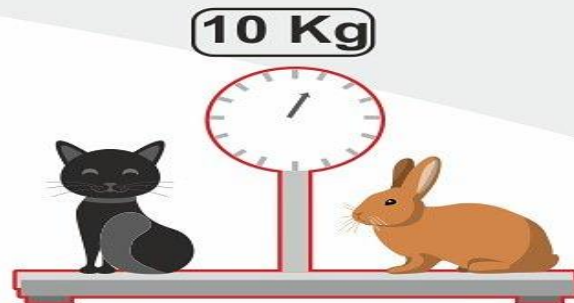
Sistema de Ecuaciones



 **SACO OLIVEROS**



¿Cuánto pesan juntos el gato, el conejo y el perro?





¿QUÉ ES UN SISTEMA DE ECUACIONES?

Es aquel conjunto de ecuaciones para dos o más variables que se verifican para los mismos valores de sus incógnitas.

Ejemplo:

$$\begin{cases} 3x + 5y = 13 \\ 7x - 2y = 3 \end{cases}$$

se verifican para:

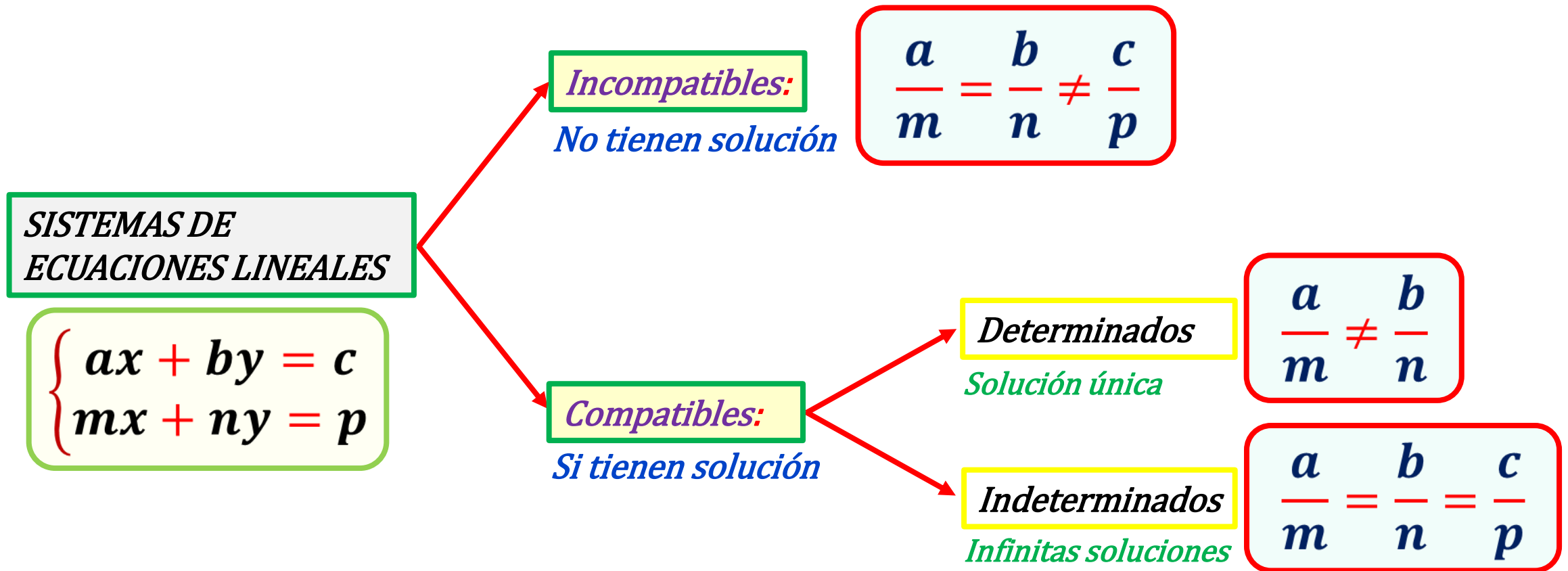
$$x = 1 \wedge y = 2$$

$$\Rightarrow cs = \{(1; 2)\}$$



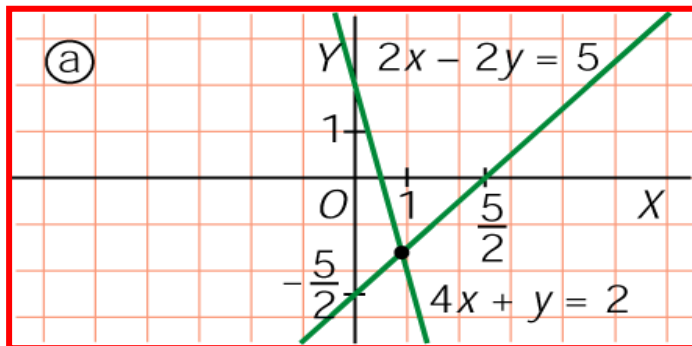


CLASIFICACIÓN DE UN SISTEMA DE ECUACIONES SEGÚN EL NÚMERO DE SOLUCIONES

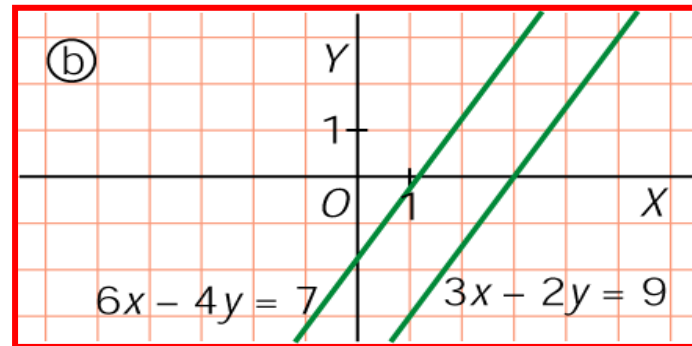




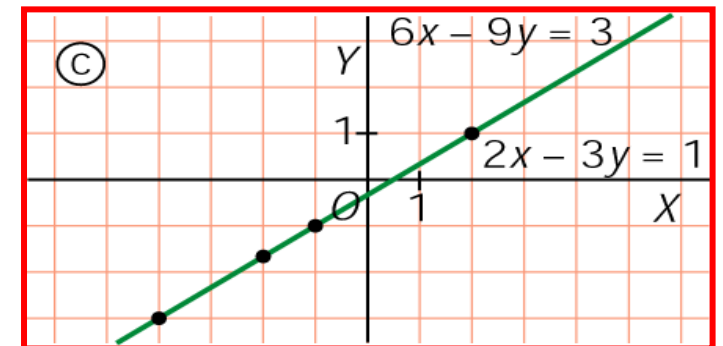
INTERPRETACIÓN GEOMÉTRICA DE UN SISTEMA DE ECUACIONES CON DOS INCÓGNITAS



*Las dos rectas sólo tienen un punto en común. El sistema es **compatible determinado**.*



*Las dos rectas no tienen puntos en común. El sistema es **incompatible**.*



*Las dos rectas tienen infinitos puntos en común. El sistema es **compatible indeterminado**.*



Problema 1

Resuelva el sistema

$$\begin{cases} 5x + 3y = 19 \dots (1) \\ 4x - y = 5 \dots (2) \end{cases}$$

Resolución:

$$\begin{aligned} \left[\begin{aligned} (5x + 3y = 19) \times 1 &\Rightarrow 5x + 3y = 19 \\ (4x - y = 5) \times 3 &\Rightarrow 12x - 3y = 15 \end{aligned} \right. \Rightarrow \begin{array}{r} 5x + 3y = 19 \\ 12x - 3y = 15 \\ \hline 17x = 34 \end{array} \end{aligned}$$

+

$$x = 2$$

$$y = 3$$

$$\therefore CS = \{(2; 3)\}$$



Problema 2

Halle el valor de $x + y$
luego de resolver el
sistema

$$\begin{cases} 3x - 2y = 16 & \dots (I) \\ 5x + 3y = -5 & \dots (II) \end{cases}$$

Resolución:

$$\begin{cases} (3x - 2y = 16) \times 3 \Rightarrow 9x - 6y = 48 \\ (5x + 3y = -5) \times 2 \Rightarrow 10x + 6y = -10 \end{cases} \quad \begin{array}{c} \nearrow + \\ \searrow \end{array}$$

$$19x = 38$$

$$x = 2$$

$$y = -5$$

$$\therefore x + y = -3$$



Problema 3

Calcule el valor de y

$$\begin{cases} 5(x - 2) + y = 7 & \dots (I) \\ 3x + 3(y - 1) = 0 & \dots (II) \end{cases}$$

Resolución:

$$\begin{cases} 5(x - 2) + y = 7 \Rightarrow 5x - 10 + y = 7 \\ 3x + 3(y - 1) = 0 \Rightarrow x + y - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 5x + y = 17 \\ x + y = 1 \\ \hline 4x = 16 \end{array}$$

$$x = 4$$

$$\therefore y = -3$$



Problema 4

Determine el valor de xy .

$$\begin{cases} \frac{5}{x} + \frac{3}{y} = 3 & \dots (1) \\ \frac{7}{x} + \frac{1}{y} = 17 & \dots (2) \end{cases}$$

Resolución:

$$\left[\begin{aligned} \left(\frac{5}{x} + \frac{3}{y} = 3 \right) \times 1 &\Rightarrow \frac{5}{x} + \frac{3}{y} = 3 \\ \left(\frac{7}{x} + \frac{1}{y} = 17 \right) \times 3 &\Rightarrow \frac{21}{x} + \frac{3}{y} = 51 \end{aligned} \right. \quad \begin{array}{c} \xrightarrow{\text{Yellow arrow}} \\ \xrightarrow{\text{Green arrow}} \end{array}$$

$$\frac{16}{x} = 48$$

$$\boxed{x = \frac{1}{3}} \quad \wedge \quad \boxed{y = -\frac{1}{4}}$$

$$\therefore xy = -\frac{1}{12}$$



Problema 5

Resuelva el sistema

$$\begin{cases} \frac{2x - 3y}{3x - 4y} = \frac{3}{5} \dots (\alpha) \\ \frac{x - 2}{y + 2} = \frac{1}{3} \dots (\beta) \end{cases}$$

Resolución:

De (α) :

$$\frac{2x - 3y}{3x - 4y} = \frac{3}{5}$$

$$10x - 15y = 9x - 12y$$

$$x - 3y = 0$$

De (β) :

$$\frac{x - 2}{y + 2} = \frac{1}{3}$$

$$3x - 6 = y + 2$$

$$3x - y = 8$$



$$\begin{cases} (x - 3y = 0) \times 1 \Rightarrow x - 3y = 0 \\ (3x - y = 8) \times 3 \Rightarrow 9x - 3y = 24 \end{cases}$$

$$8x = 24$$

$$x = 3$$

\wedge

$$y = 1$$

$$\therefore CS = \{(3; 1)\}$$



Problema 6

Si el sistema

$$\begin{cases} ax + 3y = 5 \\ 15x + 5y = 7 \end{cases}$$

es incompatible, halle el valor de a sabiendo que el duplo de dicho valor representa la nota del examen mensual de álgebra de Arturo. ¿Cuál es la nota de Arturo?

Recordemos:

Sea: $\begin{cases} ax + by = c \\ mx + ny = p \end{cases}$

El sistema es incompatible



$$\frac{a}{m} = \frac{b}{n} \neq \frac{c}{p}$$

Resolución:

$$\begin{cases} ax + 3y = 5 \\ 15x + 5y = 7 \end{cases}$$

El sistema es incompatible

$$\Rightarrow \frac{a}{15} = \frac{3}{5} \neq \frac{5}{7}$$

$$\boxed{a = 9}$$

\therefore La nota de Arturo es 18.



Problema 7

Si el sistema

$$\begin{cases} (a - 3)x + (b + 5)y = 8 \\ 4x + 3y = 4 \end{cases}$$

es compatible indeterminado,
calcule $a + b$

Recordemos:

Sea: $\begin{cases} ax + by = c \\ mx + ny = p \end{cases}$

El sistema es
compatible
indeterminado



$$\frac{a}{m} = \frac{b}{n} = \frac{c}{p}$$

Resolución:

$$\begin{cases} (a - 3)x + (b + 5)y = 8 \\ 4x + 3y = 4 \end{cases}$$

El sistema es compatible indeterminado

$$\Rightarrow \frac{a - 3}{4} = \frac{b + 5}{3} = \frac{8}{4} = 2$$

$$\begin{cases} \frac{a - 3}{4} = 2 \Rightarrow a = 11 \\ \frac{b + 5}{3} = 2 \Rightarrow b = 1 \end{cases}$$

$$\therefore a + b = 12$$



Problema 8

Resuelva

$$\begin{cases} \frac{10}{x-2} + \frac{3}{y-5} = 3 & \dots (1) \\ \frac{4}{x-2} - \frac{9}{y-5} = -\frac{11}{5} & \dots (2) \end{cases}$$

Resolución:

$$\begin{aligned} & \left[\left(\frac{10}{x-2} + \frac{3}{y-5} = 3 \right) \times 3 \right] \Rightarrow \frac{30}{x-2} + \frac{9}{y-5} = 9 \\ & \left[\left(\frac{4}{x-2} - \frac{9}{y-5} = -\frac{11}{5} \right) \times 1 \right] \Rightarrow \frac{4}{x-2} - \frac{9}{y-5} = -\frac{11}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} \frac{30}{x-2} + \frac{9}{y-5} = 9 \\ \frac{4}{x-2} - \frac{9}{y-5} = -\frac{11}{5} \\ \hline \frac{34}{x-2} = \frac{34}{5} \end{array}$$

$x = 7$

$y = 8$

$$\therefore CS = \{(7; 8)\}$$