



# TRIGONOMETRY

## Chapter 24

**3rd**  
SECONDARY

IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS  
AUXILIARES DEL ÁNGULO DOBLE



 **SACO OLIVEROS**



# HELICO-MOTIVACIÓN

¿ SE PUEDE VIVIR CÓMODO EN UNA PEQUEÑA CASA TRIANGULAR ?





# IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS AUXILIARES DEL ÁNGULO DOBLE

## I ) Identidades de Degradación :

$$2\text{sen}^2\alpha = 1 - \cos 2\alpha$$

$$2\cos^2\alpha = 1 + \cos 2\alpha$$

## II ) Otras Identidades Auxiliares :

$$(\text{sen}\alpha + \cos\alpha)^2 = 1 + \text{sen}2\alpha$$

$$\cot\alpha + \tan\alpha = 2 \csc 2\alpha$$

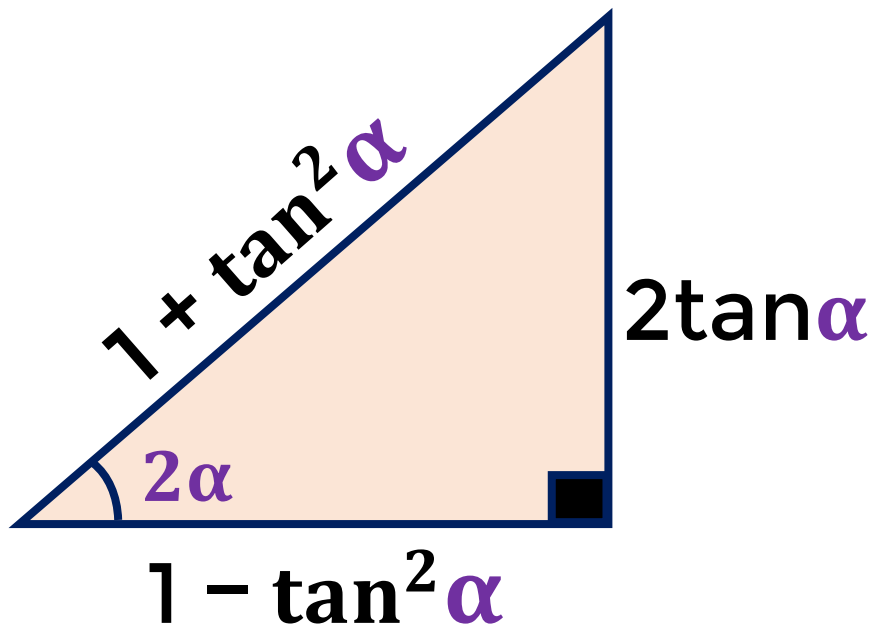
$$(\text{sen}\alpha - \cos\alpha)^2 = 1 - \text{sen}2\alpha$$

$$\cot\alpha - \tan\alpha = 2 \cot 2\alpha$$



## TRIÁNGULO PRÁCTICO DEL ÁNGULO DOBLE

Nos permite calcular las 6 razones trigonométricas del ángulo doble (  $2\alpha$  ), utilizando la tangente del ángulo unidad (  $\tan\alpha$  )



Se obtiene:

$$\text{sen} 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$$

$$\text{cos} 2\alpha = \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$$





# HELICO-PRACTICA

1) Reduzca  $E = \frac{1 + \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha}$

**Resolución:**

$$E = \frac{\cancel{2}\cos^2\alpha}{\cancel{2}\sin\alpha.\cos\alpha}$$

$$E = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

$$\therefore E = \cot\alpha$$

**Recordar**

$$2\cos^2\alpha = 1 + \cos 2\alpha$$





# HELICO-PRACTICE

2 ) Efectúe  $T = ( \cot 12^\circ + \tan 12^\circ ) \operatorname{sen} 24^\circ$

**Resolución:**

$$T = 2 \operatorname{csc} 2(12^\circ) \cdot \operatorname{sen} 24^\circ$$

$$T = 2 \underbrace{\operatorname{csc} 24^\circ \cdot \operatorname{sen} 24^\circ}_{(1)}$$

$$\Rightarrow T = 2(1)$$

$$\therefore T = 2$$

**Recordar**

$$\cot \alpha + \tan \alpha = 2 \operatorname{csc} 2\alpha$$





# HELICO-PRACTICE

3 ) Si  $\cot x - \tan x = \frac{8}{3}$  ; calcule  $E = 12 \tan 2x$

**Resolución:**

$$\cot x - \tan x = \frac{8}{3}$$

$$\cancel{2} \cot 2x = \cancel{\frac{8}{3}}$$

$$\cot 2x = \frac{4}{3}$$

**Recordar**

$$\cot \alpha - \tan \alpha = 2 \cot 2\alpha$$

**Piden:**

$$E = 12 \tan 2x$$

$$E = \cancel{12} \left( \frac{\cancel{3}}{\cancel{4}} \right)$$

$$\therefore E = 9$$





4 ) Si  $\cot\alpha + \tan\alpha = \sqrt{5}$  ; calcule  $L = \sqrt{5}\sin 2\alpha + 3$

**Resolución:**

$$\underbrace{\cot\alpha + \tan\alpha}_{2 \csc 2\alpha} = \sqrt{5}$$

$$2 \csc 2\alpha = \sqrt{5}$$

$$\csc 2\alpha = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\sin 2\alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

**Piden:**

$$L = \sqrt{5} \underbrace{\sin 2\alpha}_{\frac{2}{\sqrt{5}}} + 3$$

$$L = \cancel{\sqrt{5}} \left( \frac{2}{\cancel{\sqrt{5}}} \right) + 3$$

$$L = 2 + 3$$

$$\therefore L = 5$$







5 ) Si  $\frac{\text{sen}x}{5} = \frac{\text{cos}x}{4}$  ; calcular  $\tan 2x$

**Resolución:**

$$\frac{\text{sen}x}{\text{cos}x} = \frac{5}{4}$$

$$\tan x = \frac{5}{4}$$

**Piden:**

$$\tan 2x = \frac{2\tan x}{1-\tan^2 x}$$

$$\Rightarrow \tan 2x = \frac{2\left(\frac{5}{4}\right)}{1-\left(\frac{5}{4}\right)^2} = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{-9}{25}} \Bigg]$$

$$\therefore \tan 2x = -\frac{125}{18}$$





- 6 ) Al copiar de la pizarra la expresión  $1 + \tan^2 26^\circ 30'$ , Walter cometió un error y escribió  $1 - \tan^2 26^\circ 30'$ . Determine la razón entre lo que estaba escrito en la pizarra y lo que escribió Walter.

### Resolución:

$$E = \frac{1 + \tan^2 26^\circ 30'}{1 - \tan^2 26^\circ 30'}$$

$$E = \sec 2(26^\circ 30')$$

$$E = \sec(53^\circ)$$

$$\therefore E = \frac{5}{3}$$



### Recordar

$$\sec 2x = \frac{1 + \tan^2 x}{1 - \tan^2 x}$$



7 ) Siendo  $\text{sen} x - \cos x = \sqrt{\frac{3}{5}}$  ; calcule  $\text{sen} 2x$ .

**Resolución:**

$$\underbrace{(\text{sen} x - \cos x)^2}_{1 - \text{sen} 2x} = \left( \sqrt{\frac{3}{5}} \right)^2$$

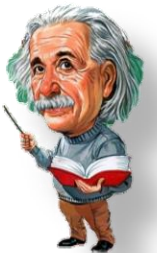
$$1 - \text{sen} 2x = \frac{3}{5}$$

$$1 - \frac{3}{5} = \text{sen} 2x$$

$$\therefore \text{sen} 2x = \frac{2}{5}$$

Recordar

$$(\text{sen} \alpha - \cos \alpha)^2 = 1 - \text{sen} 2\alpha$$

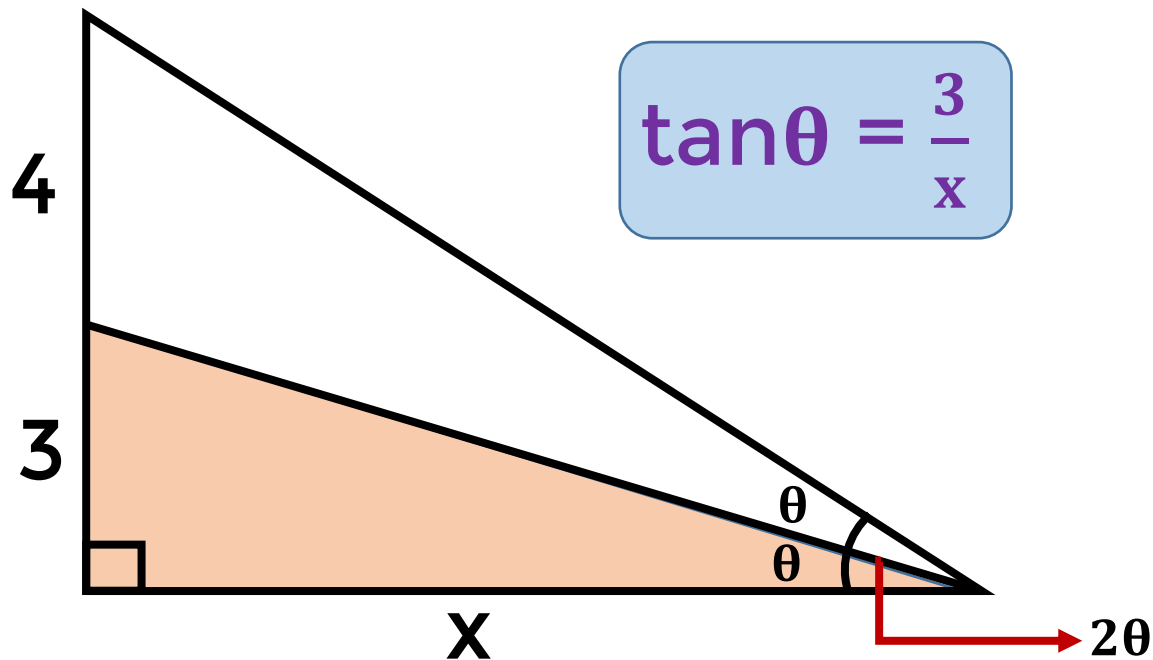




8 ) En el gráfico, halle el valor de x.

**Resolución:**

❖ Del gráfico podemos observar



$$\tan 2\theta = \frac{7}{x}$$

$$\frac{2\tan \theta}{1 - \tan^2 \theta} = \frac{7}{x} \Rightarrow \frac{2\left(\frac{3}{x}\right)}{1 - \left(\frac{3}{x}\right)^2} = \frac{7}{x}$$

$$\Rightarrow 6 = 7 - \frac{63}{x^2} \Rightarrow x^2 = 63$$

$$\therefore x = \sqrt{63}$$





**COLEGIOS**

 **SAGO OLIVEROS**  **APEIRON**  
**SISTEMA HELICOIDAL**

**MUCHAS GRACIAS POR  
TU ATENCIÓN**

Tu curso amigo  
**TRIGONOMETRÍA**