



TRIGONOMETRY

Chapter 07 Sesión 2

4th
SECONDARY

Ángulos Verticales

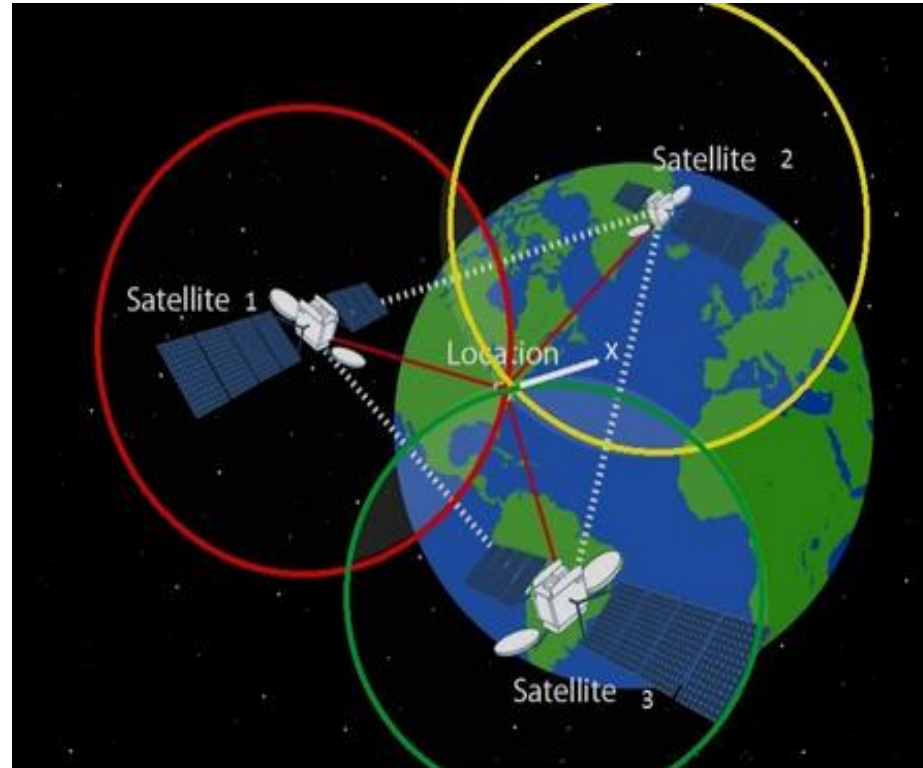


 **SACO OLIVEROS**

¿Sabías qué...? MOTIVATING STRATEGY

El Sistema de Posicionamiento Global (GPS; en inglés, *Global Positioning System*), es un sistema que permite determinar en toda la Tierra la posición de cualquier objeto con una precisión habitualmente en metros. El sistema es propiedad de la Fuerza Espacial de los Estados Unidos. Para determinar una posición, se utiliza cuatro o más satélites y se utiliza la trilateración.

El GPS funciona mediante una red de mínimo veinticuatro satélites en órbita sobre el planeta Tierra, a aproximadamente 20.000 km de altura, con órbitas distribuidas para que en todo momento haya al menos cuatro satélites visibles en cualquier punto de la Tierra.

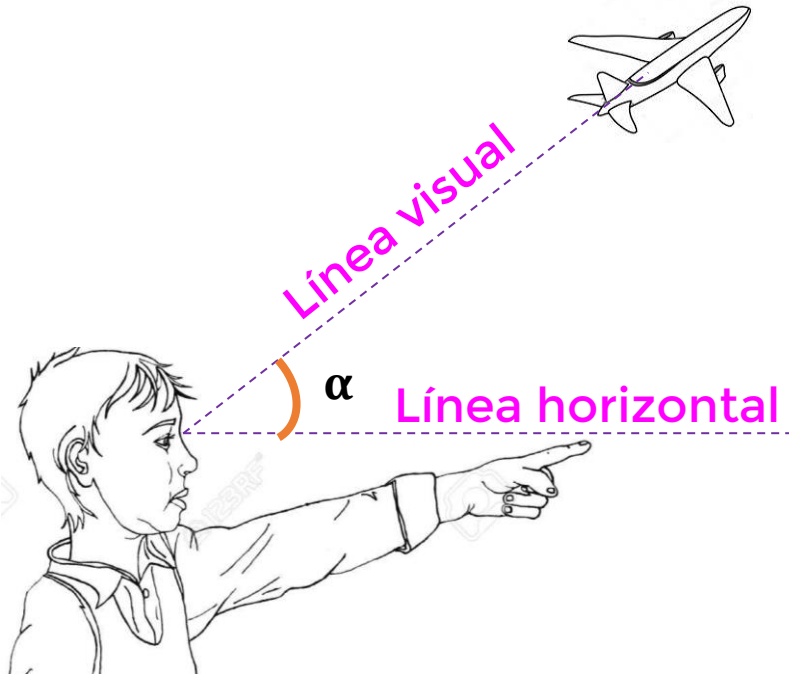


Método de trilateración en la ubicación por GPS.

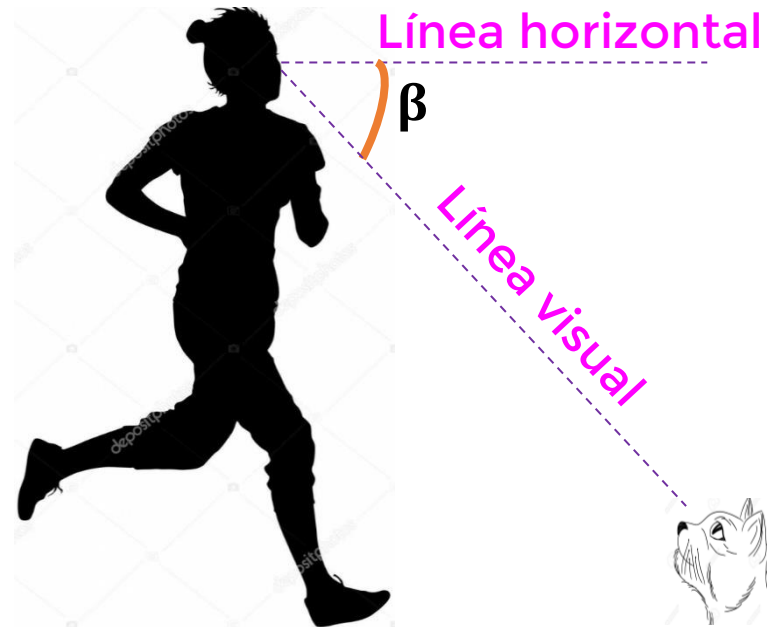


ÁNGULOS VERTICALES

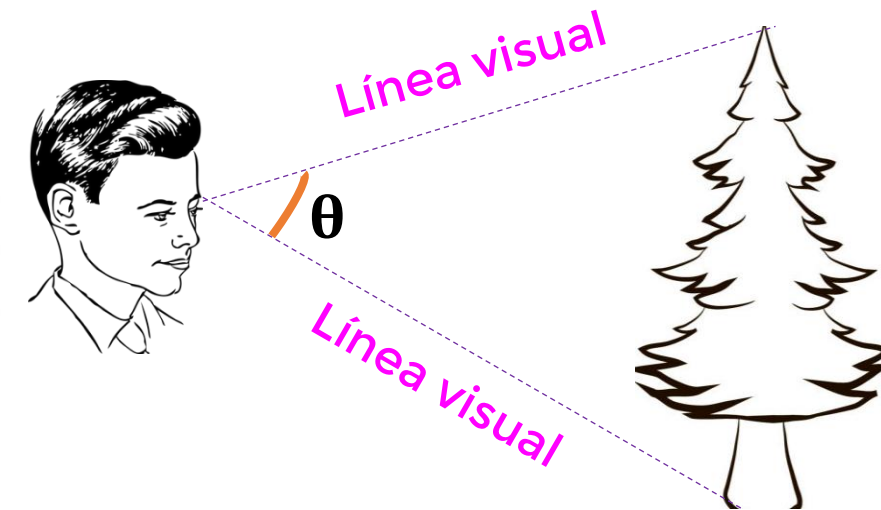
1. Ángulo de elevación



2. Ángulo de depresión



3. Ángulo de observación



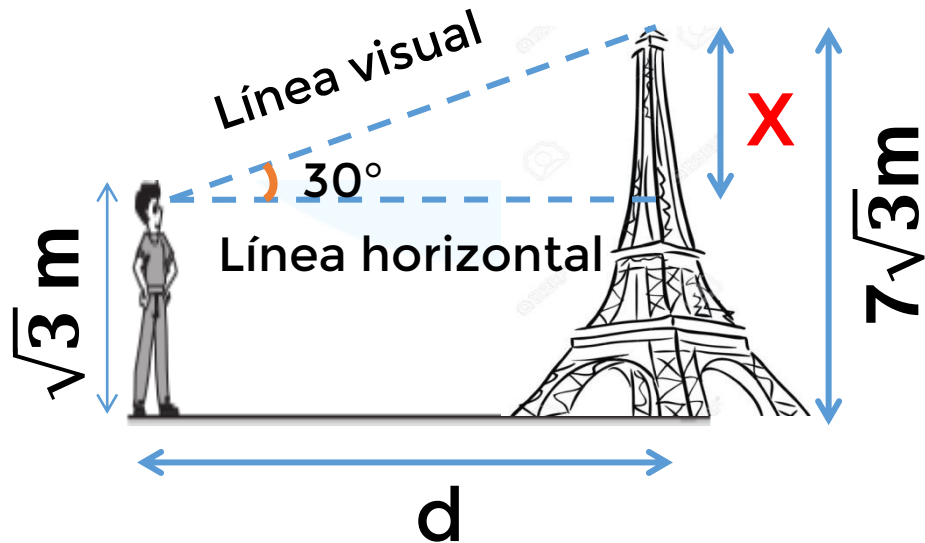
HELICO PRACTICE

PROBLEMA 1

Una persona de $\sqrt{3}$ m de estatura observa la parte superior de una torre de $7\sqrt{3}$ m de altura con un ángulo de elevación de 30° . Calcule la distancia de la persona a la base de la torre.

Resolución:

1. Con los datos formamos nuestro gráfico:

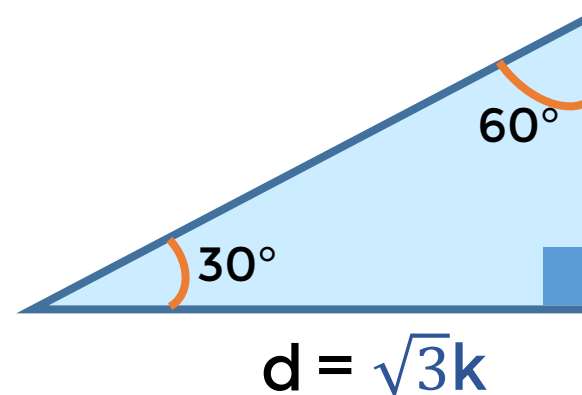


2. Determinamos “x”: $\Rightarrow x = 7\sqrt{3} \text{ m} - \sqrt{3} \text{ m}$

$$x = 6\sqrt{3} \text{ m}$$

3. Determinamos “d”: $\Rightarrow 6\sqrt{3} = x = k$

Reemplazamos k :



$$x = k \Rightarrow d = \sqrt{3}k$$

$$d = \sqrt{3}(6\sqrt{3} \text{ m})$$

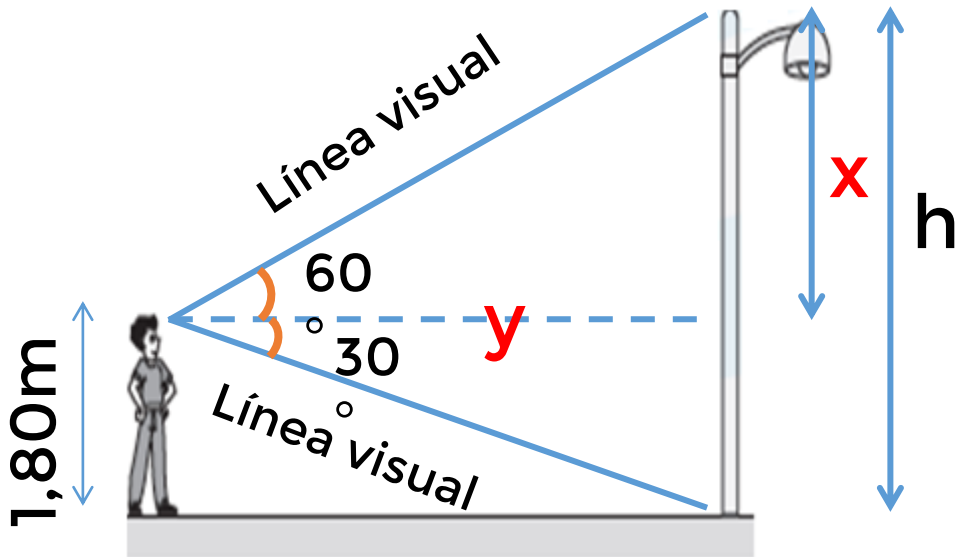
$$\therefore d = 18 \text{ m}$$

PROBLEMA 2 HELICO PRACTICE

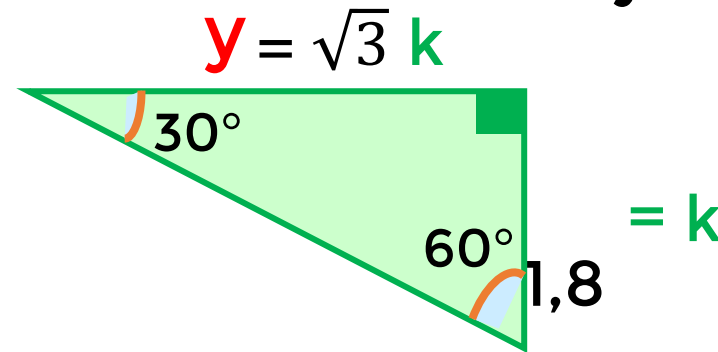
Una persona de 1,80 m de estatura observa la base de un poste de luz con un ángulo de depresión de 30° y la parte superior con un ángulo de elevación de 60° . Calcular la altura del poste.

Resolución:

1. Con los datos formamos nuestro gráfico:



2. Determinamos «y»:

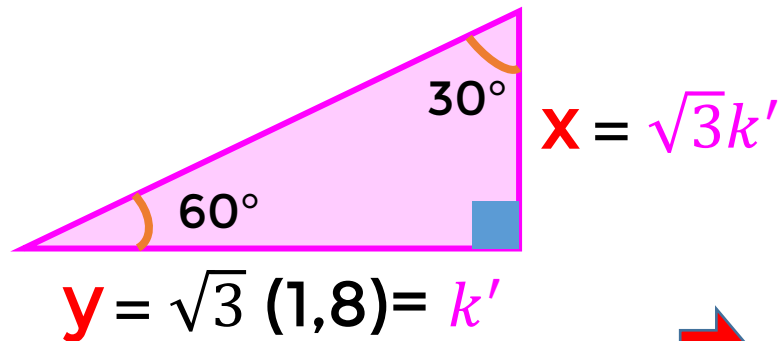


$$\Rightarrow y = \sqrt{3} k$$

Reemplazamos k :

$$y = \sqrt{3} (1,8)$$

3. Determinamos «x»:



$$\Rightarrow y = \sqrt{3} (1,8) = k'$$

Reemplazamos k' :

$$x = \sqrt{3} \sqrt{3} (1,8)$$

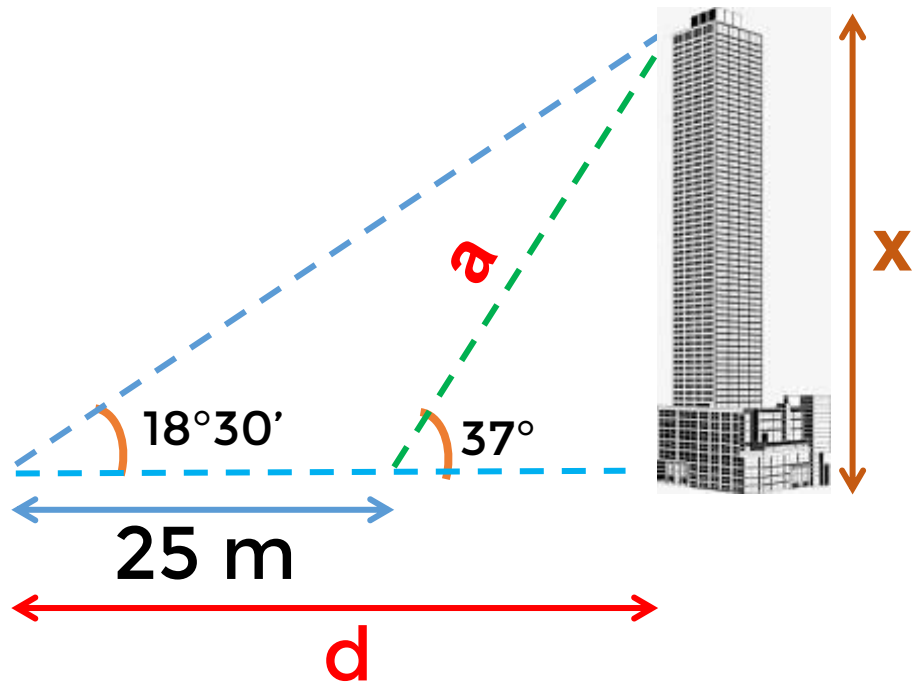
$$x = 5,4$$

$$\Rightarrow h = 5,4 + 1,8 = 7,2 \text{ m}$$

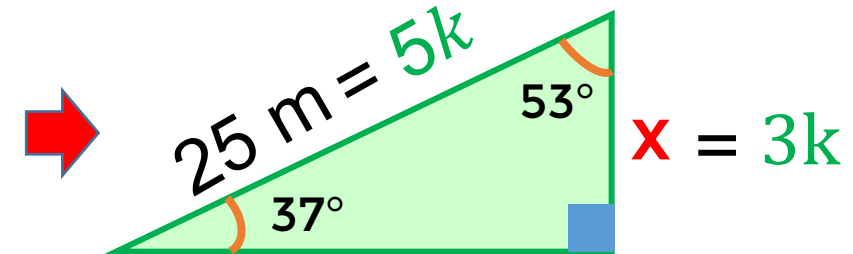
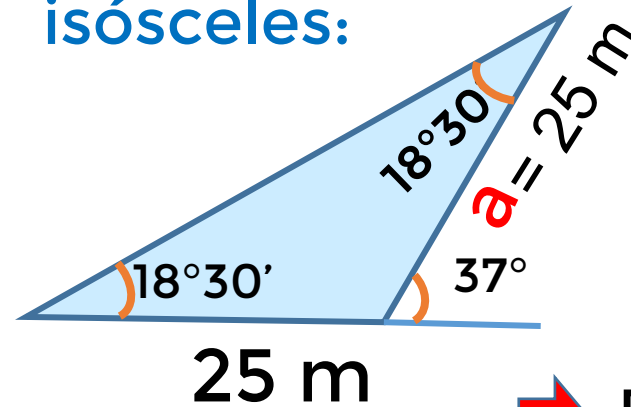
PROBLEMA 3 HELICO PRACTICE

Desde un punto del suelo se observa la parte superior de una torre con un ángulo de elevación de $18^\circ 30'$; acercándose 25m hacia la torre, el nuevo ángulo de elevación es el doble del anterior. Calcule la altura de la torre.

Resolución:



2. Vemos que se forma un triángulo isósceles:



$$5k = 25m$$

$$k = 5m$$

Piden: $x = 3k$

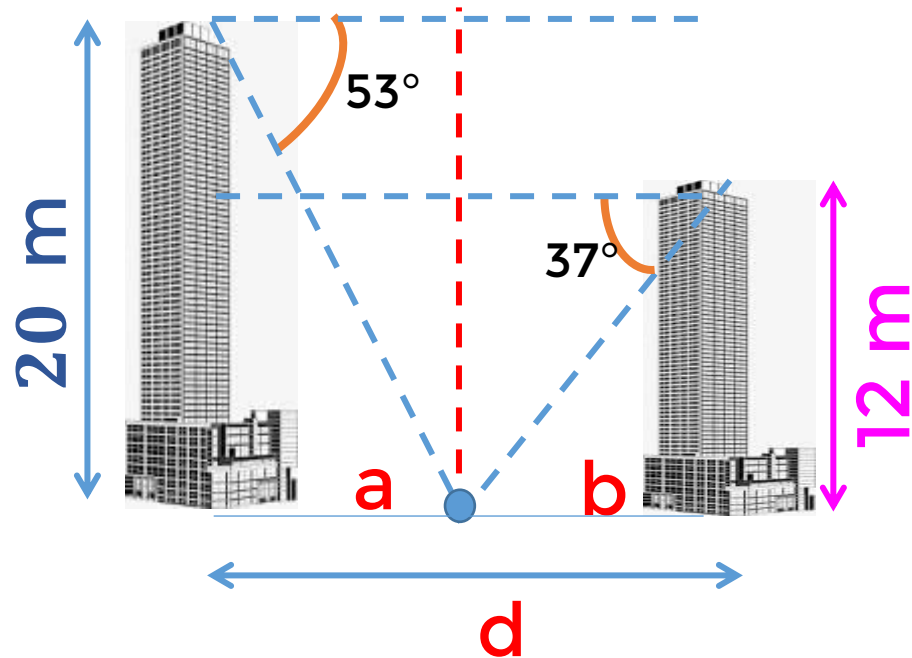
$$\therefore x = 15m$$

PROBLEMA 4 HELICO PRACTICE

Desde las azoteas de dos edificios de 20m y 12m de altura se observa un punto en el suelo, ubicado entre ambos edificios con ángulos de depresión de 53° y 37° , respectivamente. Halle la distancia entre ambos edificios.

Resolución:

1. Con los datos formamos nuestro gráfico:



2. Utilizaremos el triángulo rectángulo de 53° y 37°

$a = 3k = 15 \text{ m}$
 53°
 $20\text{m} = 4k$
 $4k = 20 \text{ m}$
 $k = 5 \text{ m}$

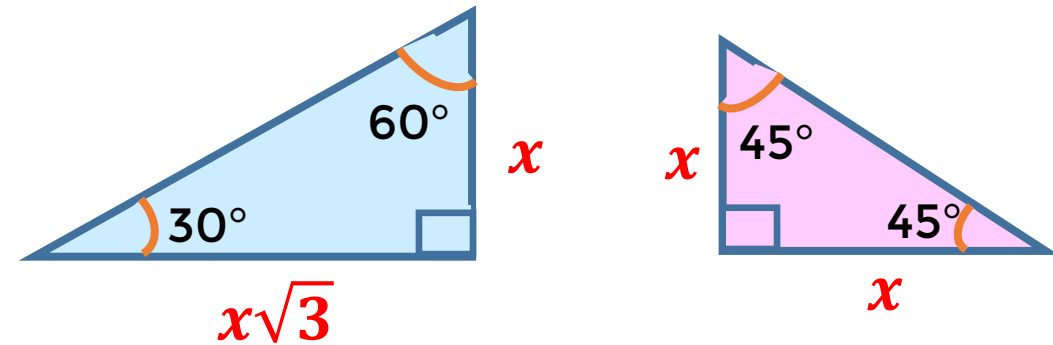
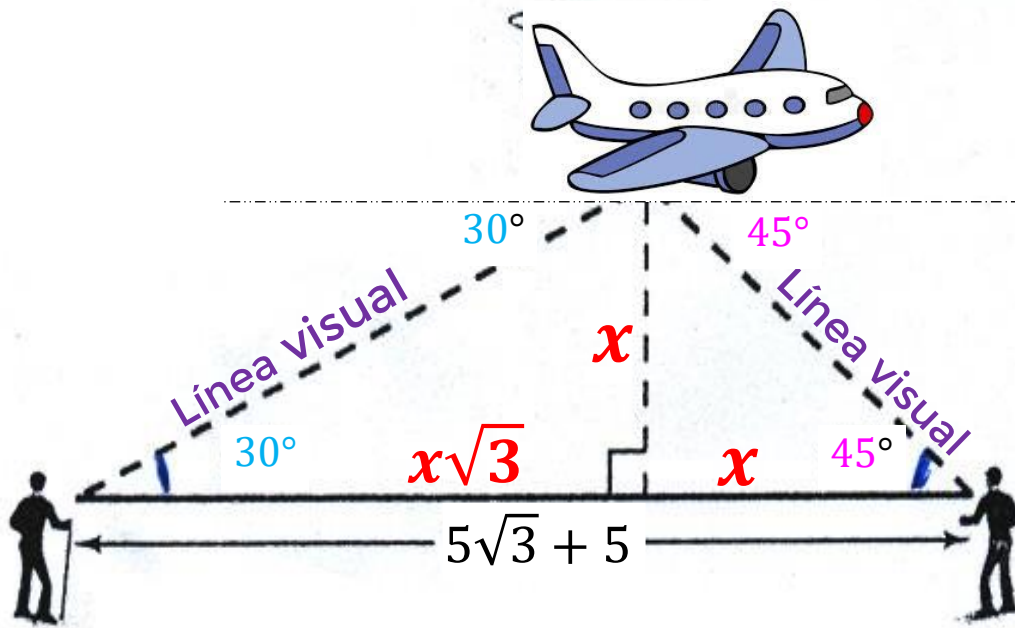
$b = 4k' = 16 \text{ m}$
 37°
 $12 \text{ m} = 3k'$
 $3k' = 12 \text{ m}$
 $k' = 4 \text{ m}$

Piden: $d = a + b = 15 \text{ m} + 16\text{m} = 31 \text{ m}$

PROBLEMA 5 HELICO PRACTICE

Dos pueblos, A y B, se encuentran separados por un camino recto que mide $(5\sqrt{3}+5)$ km. Desde un avión que vuela sobre el camino que separa ambos pueblos se les observa con ángulos de depresión de 30° y 45° , respectivamente ¿A qué altura está volando el avión?

Resolución:



➔ **Determinamos «X»:**

$$x\sqrt{3} + x = 5\sqrt{3} + 5$$

$$x(\sqrt{3} + 1) =$$

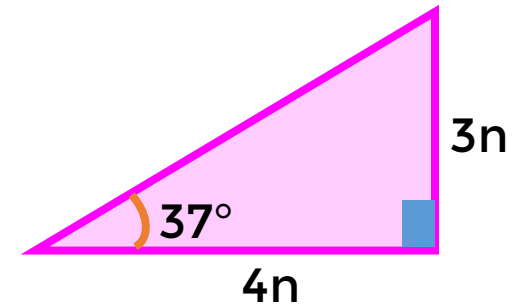
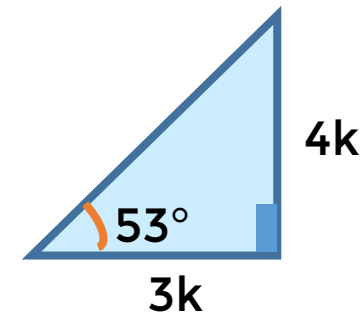
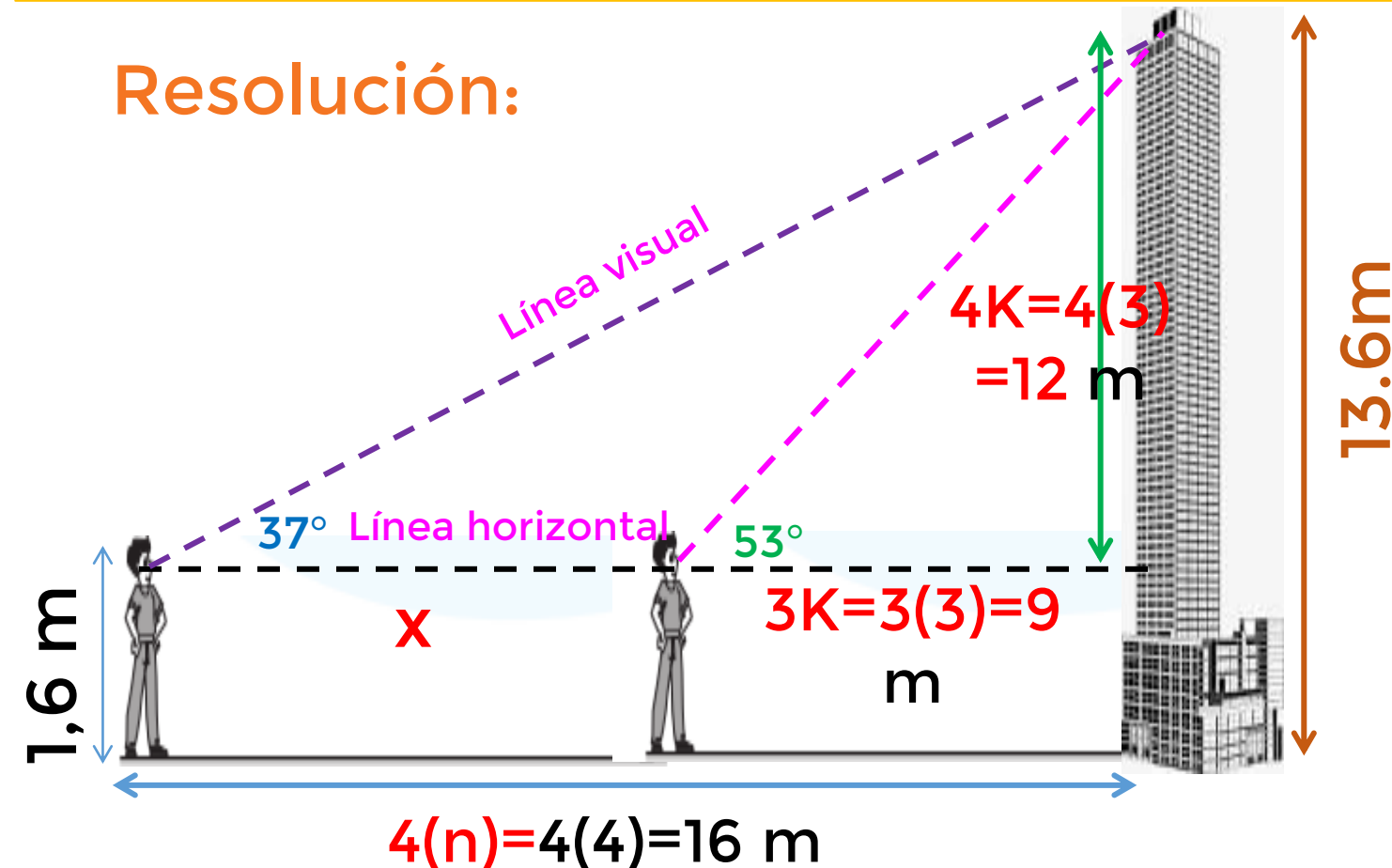
$$5(\sqrt{3} + 1)$$

∴ **$x = 5 \text{ km}$**

PROBLEMA 6 HELICO PRACTICE

Una persona de 1,60 m de estatura observa la parte superior de una torre de 13,6 m de altura con un ángulo de elevación de 53° ¿Cuánto tendrá que retroceder para que el nuevo ángulo de elevación sea 37° ?

Resolución:



Determinamos

«X»: $x = 16\text{ m} - 9\text{ m}$

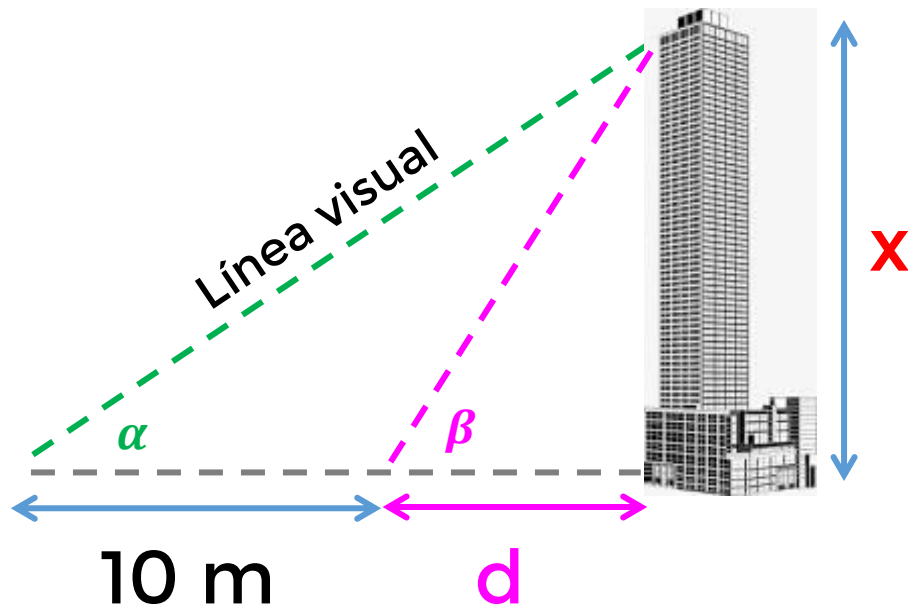
$\therefore x = 7\text{ m}$

HELICO PRACTICE

PROBLEMA 7

Desde un punto en tierra se divisa lo alto de una torre con un ángulo de elevación α . Si el observador se acerca 10 m, el nuevo ángulo de elevación sería β . Halle la altura de la torre si además se sabe que $\cot\alpha - \cot\beta = 0,25$.

Resolución:



Determinamos « x »:

$$\cot\alpha - \cot\beta = 0,25.$$

$$\frac{10 + d}{x} - \frac{d}{x} = \frac{1}{4}$$

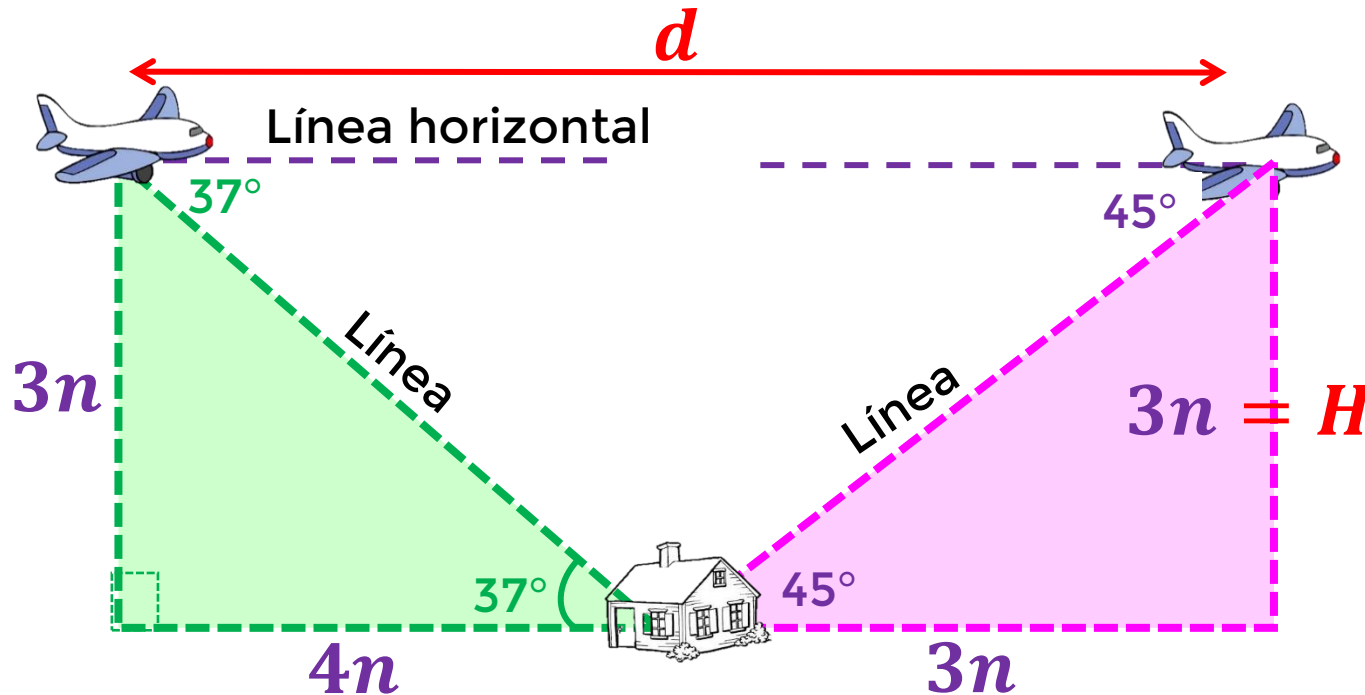
$$\rightarrow \frac{10}{x} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore x = 40 \text{ m}$$

PROBLEMA 8 HELICO PRACTICE

Un avión vuela en línea horizontal paralela al suelo. En cierto instante el piloto observa en tierra una ciudad con un ángulo de depresión de 37° y luego de 3 minutos observa nuevamente dicha ciudad con un ángulo de depresión de 45° . ¿A qué altura vuela el avión si viaja a 14 Km/min?

Resolución:



Determinamos «d»:

$$d = v \cdot t \Rightarrow d = (14 \text{ km/min}) \cdot (3 \text{ min})$$

$$d = 42 \text{ km}$$

$$\Rightarrow d = 4n + 3n = 42$$

$$7n = 42$$

$$n = 6$$

$$\therefore H = 18 \text{ km}$$

