GEOMETRÍA

Chapter 10

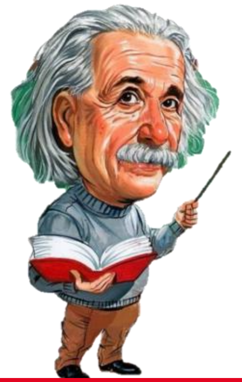
4th
SECONDARY

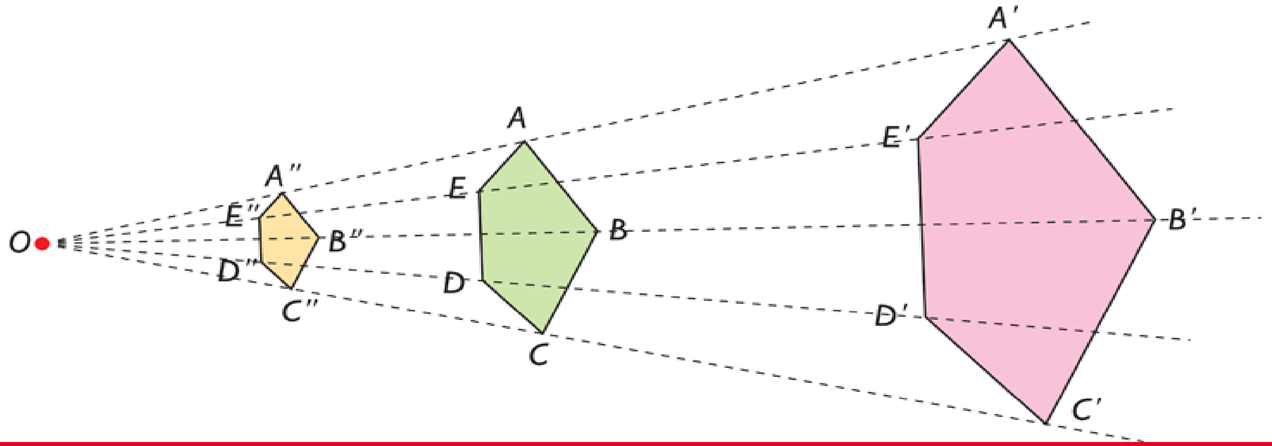
TRIÁNGULOS SEMEJANTES

SACO OLIVEROS

El dibujo a escala, una suerte de motivación para la introducción a la semejanza

¿Te has dado cuenta alguna vez que estamos rodeados de imágenes a escala del mundo real? Estas imágenes a escala están con nosotros desde la Edad de Piedra. En todos los casos se comparan objetos de la misma forma, pero en general de distinto tamaño de modo que uno es la imagen de otro, reducida o aumentada, a estas imágenes se les suele llamar semejantes. Una manera sistemática de generar “cascadas” de objetos semejantes a uno dado, es el dibujo en perspectiva. Esta técnica fue desarrollada en el renacentismo por el gran maestro León de Alberti (1404-1472) en Florencia, Italia, quien describió su método en su tratado titulado Tratado sobre la pintura. Aquí haremos notar que para dibujar en perspectiva es fundamental la idea del punto de fuga, lo que se ilustra en las figuras precedentes.





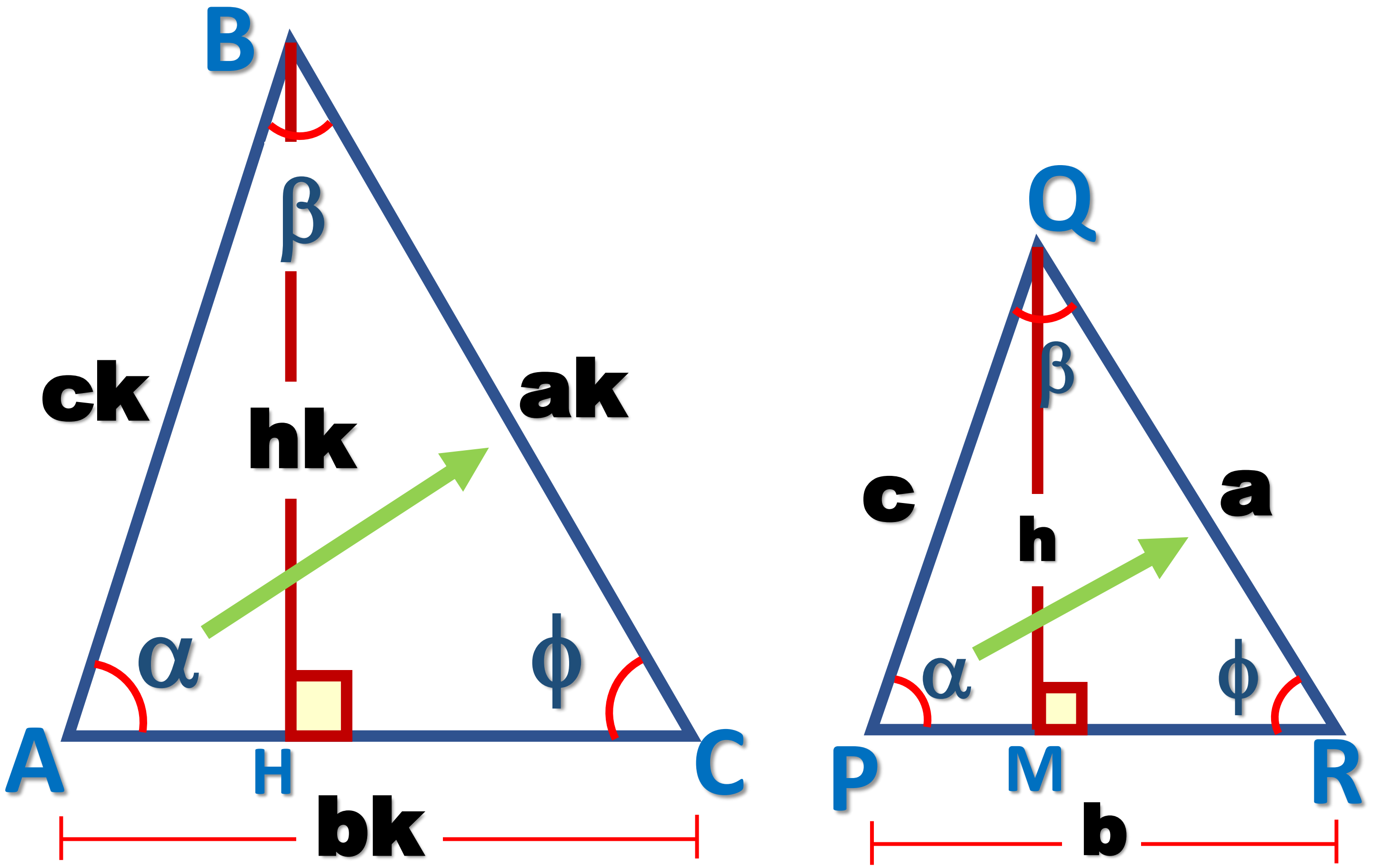
TRIÁNGULOS SEMEJANTES

Dos triángulos son semejantes si tienen tres pares de ángulos congruentes y sus lados homólogos respectivamente proporcionales.

- Si:

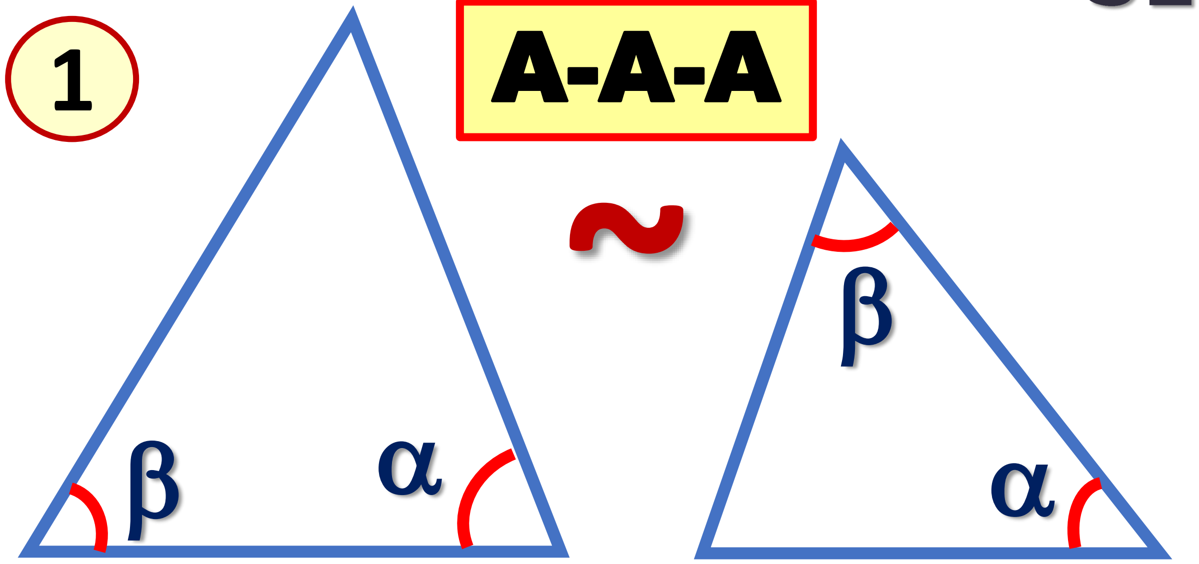
$\Delta ABC \sim \Delta PQR$

$$\frac{BC}{QR}=\frac{AC}{PR}=\frac{AB}{PQ}=\frac{BH}{QM}=k$$

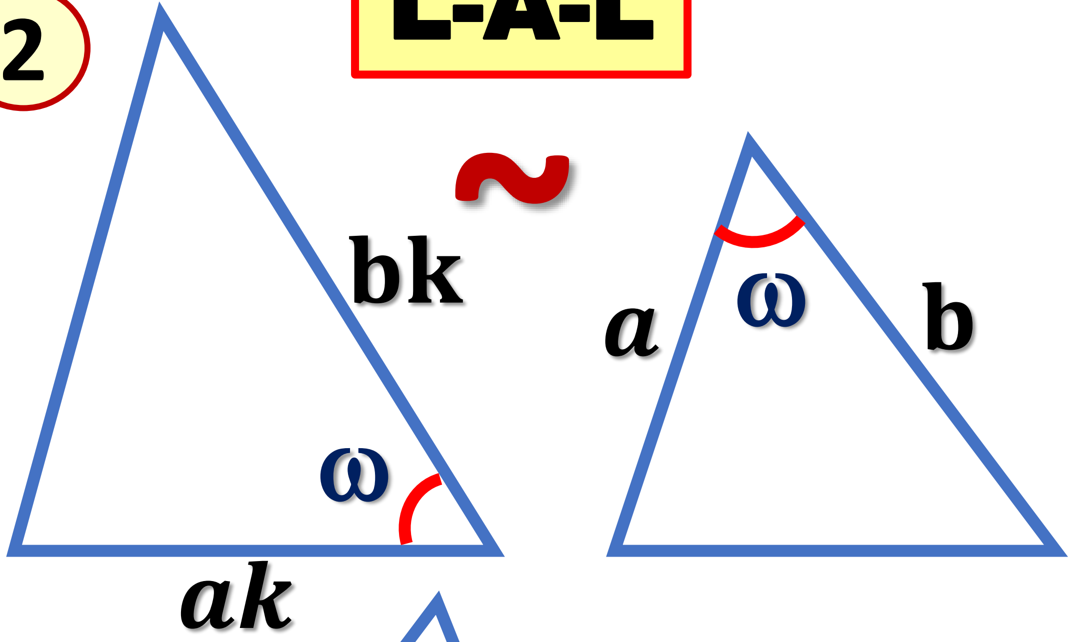


TEOREMAS FUNDAMENTALES DE SEMEJANZA

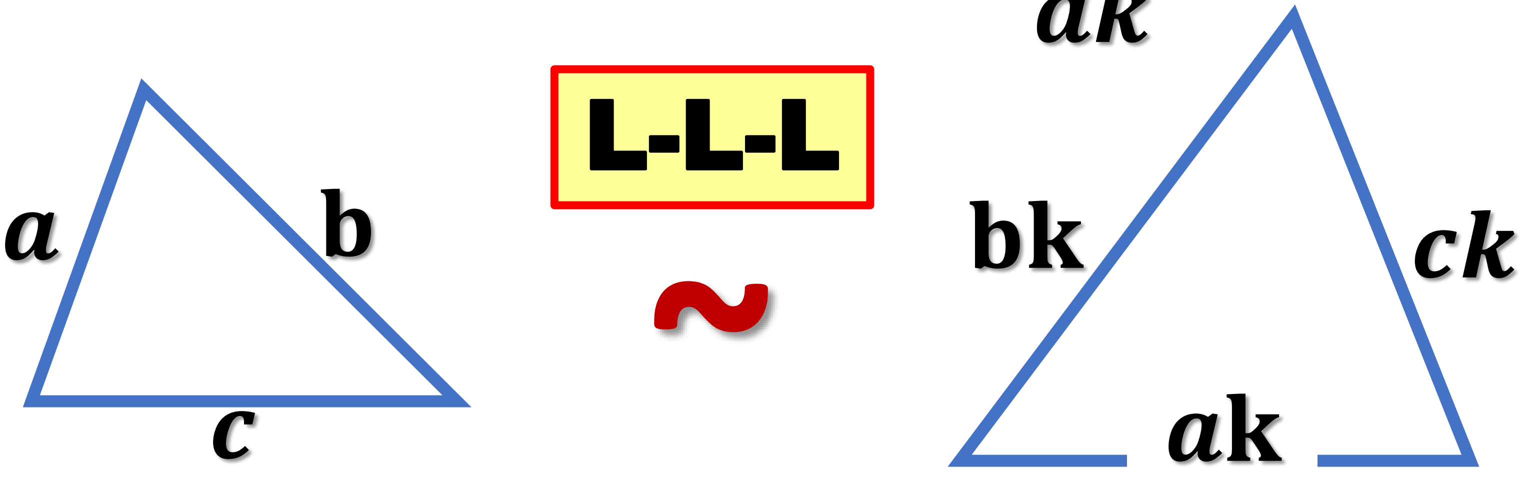
1 **A-A-A**



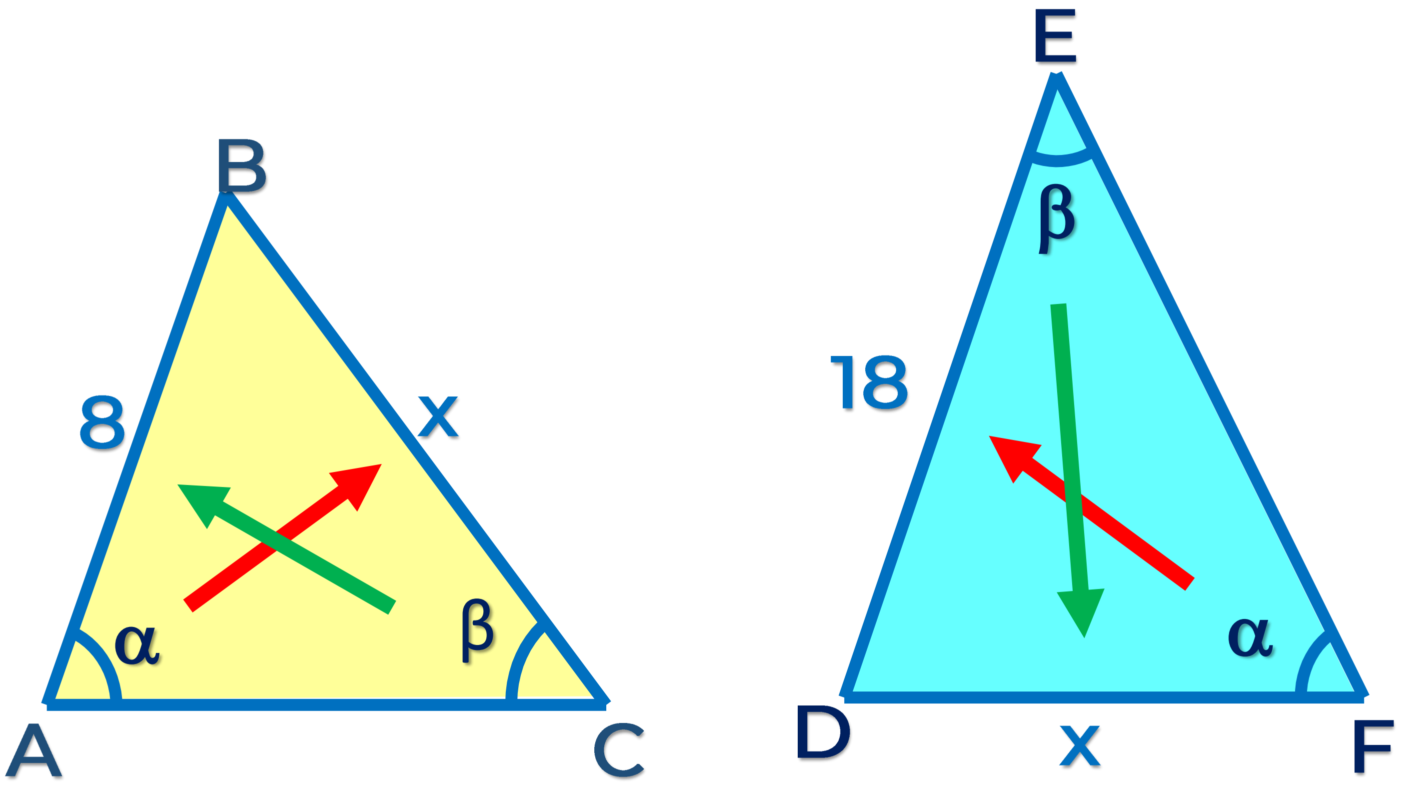
2 **L-A-L**



3 **L-L-L**



1. En la figura, halle el valor de x.



Resolución

- Piden: x
- Δ ABC $\sim \Delta$ FDE

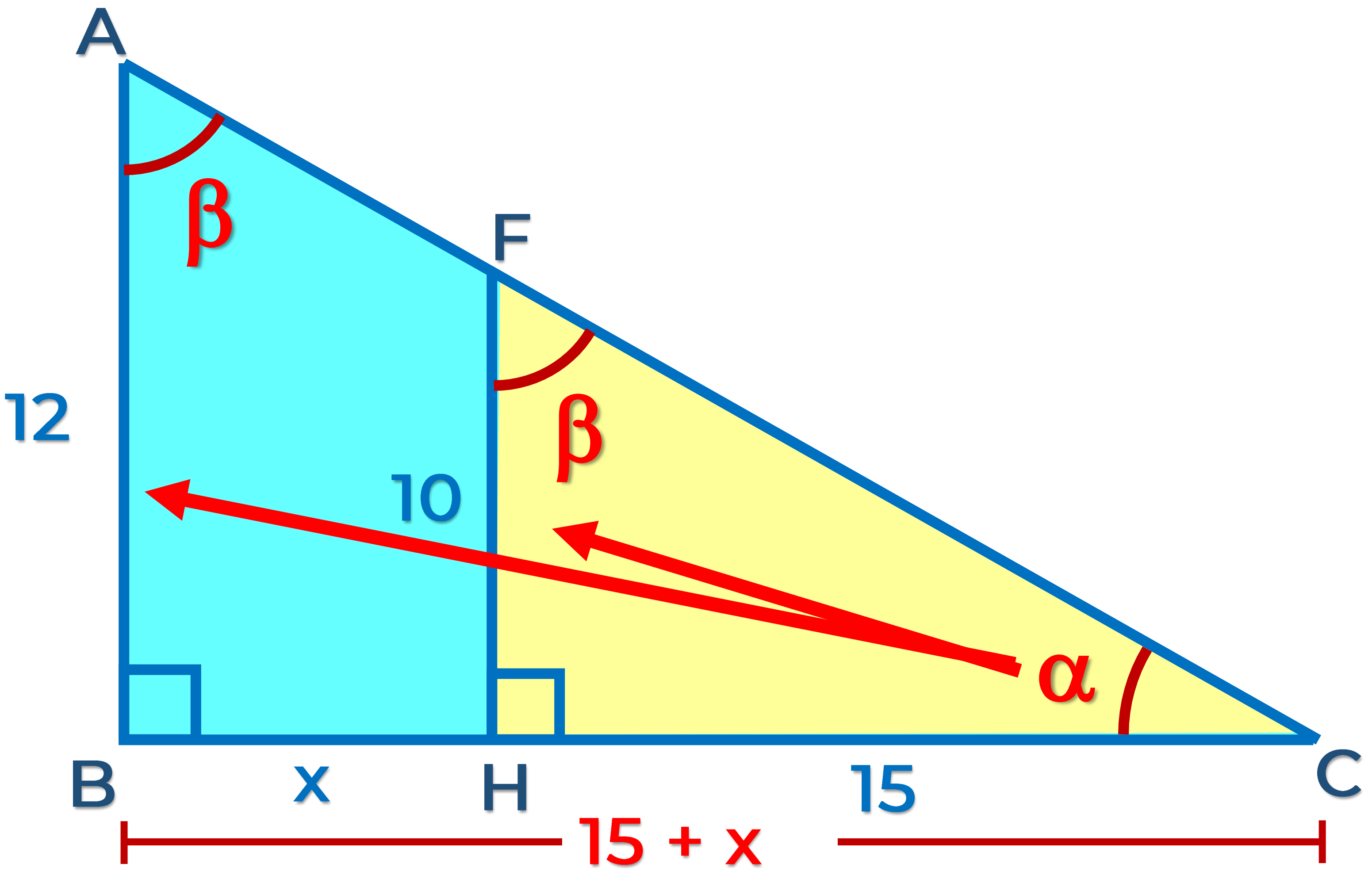
$$\frac{x}{18} = \frac{8}{x}$$

$$x^2 = (8)(18)$$

$$x^2 = 144$$

$$\boxed{x = 12}$$

2. En la figura, halle el valor de x.



Resolución

- Piden: x
- $\overline{AB} \parallel \overline{FH}$
- ⊿ FHC ∼ ⊿ ABC

$$\frac{\cancel{10}^{\,5}}{\cancel{12}_{\,6}} = \frac{15}{15 + x}$$

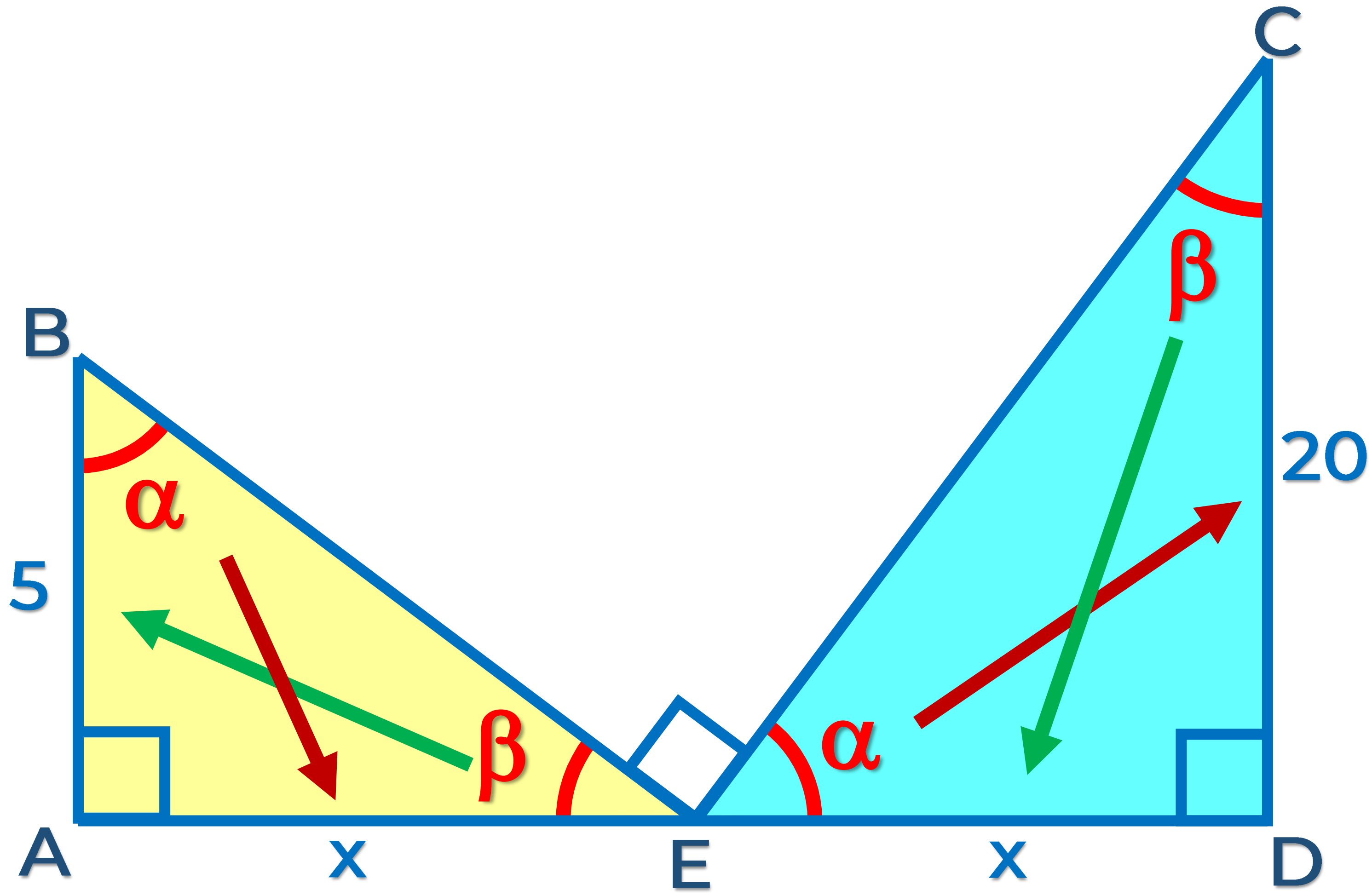
$$75 + 5x = (15)(6)$$

$$75 + 5x = 90$$

$$5x = 15$$

$$\boxed{x = 3}$$

3. En la figura, halle el valor de x.



Resolución

- Piden: x
- $\alpha + \beta = 90°$
- Δ ABE ~ Δ DEC

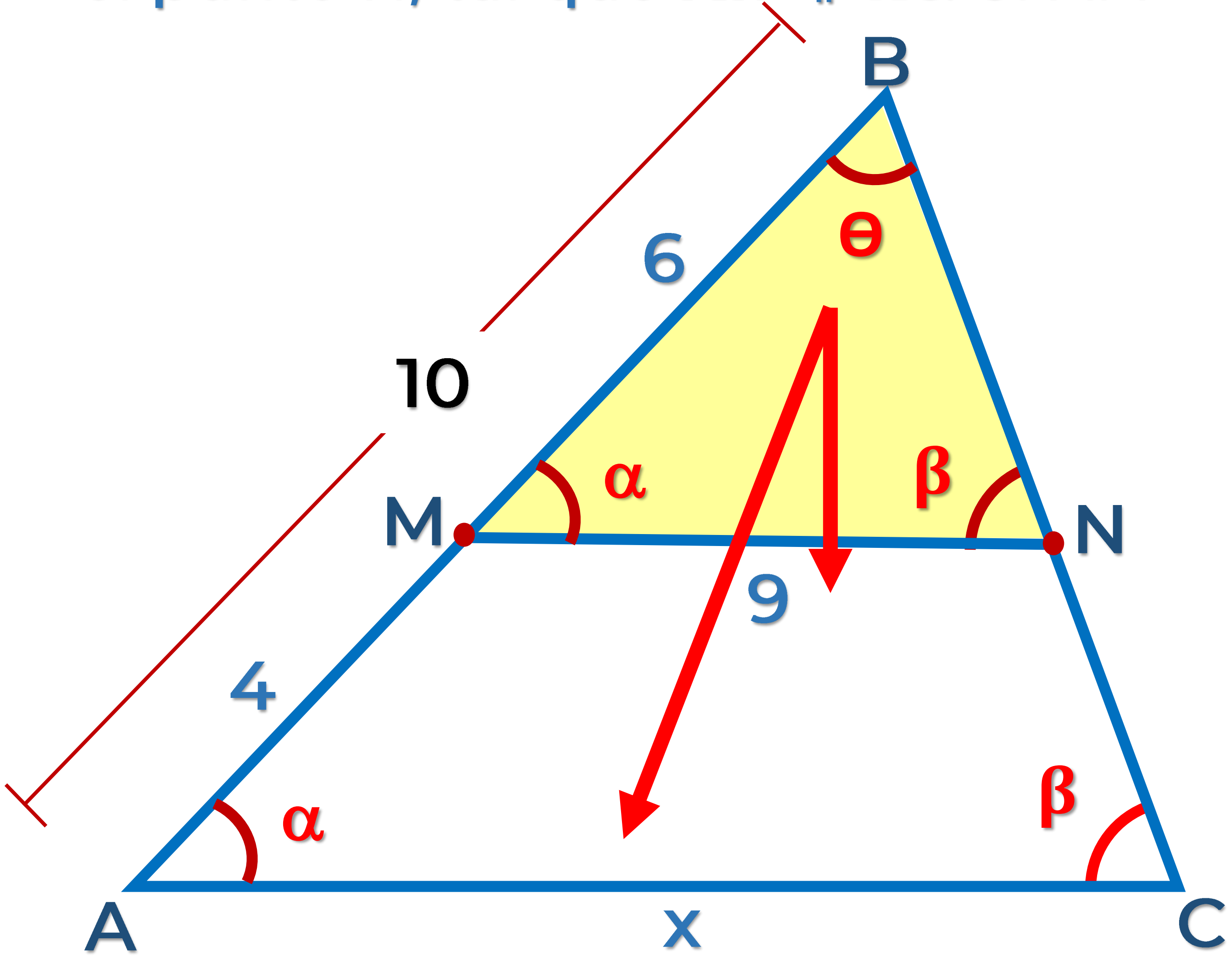
$$\frac{5}{x} = \frac{x}{20}$$

$$x^2 = (5)(20)$$

$$x^2 = 100$$

$$\boxed{x = 10}$$

4. En un triángulo ABC, en $\overline{AB}$ se ubica el punto M y en $\overline{BC}$ se ubica el punto N, tal que $\overline{MN} \parallel \overline{AC}$. Si AM = 4, MB = 6 y MN = 9; halle AC.



Resolución

- Piden: x
- $\overline{MN} \parallel \overline{AC}$
- Δ MBN ~ Δ ABC

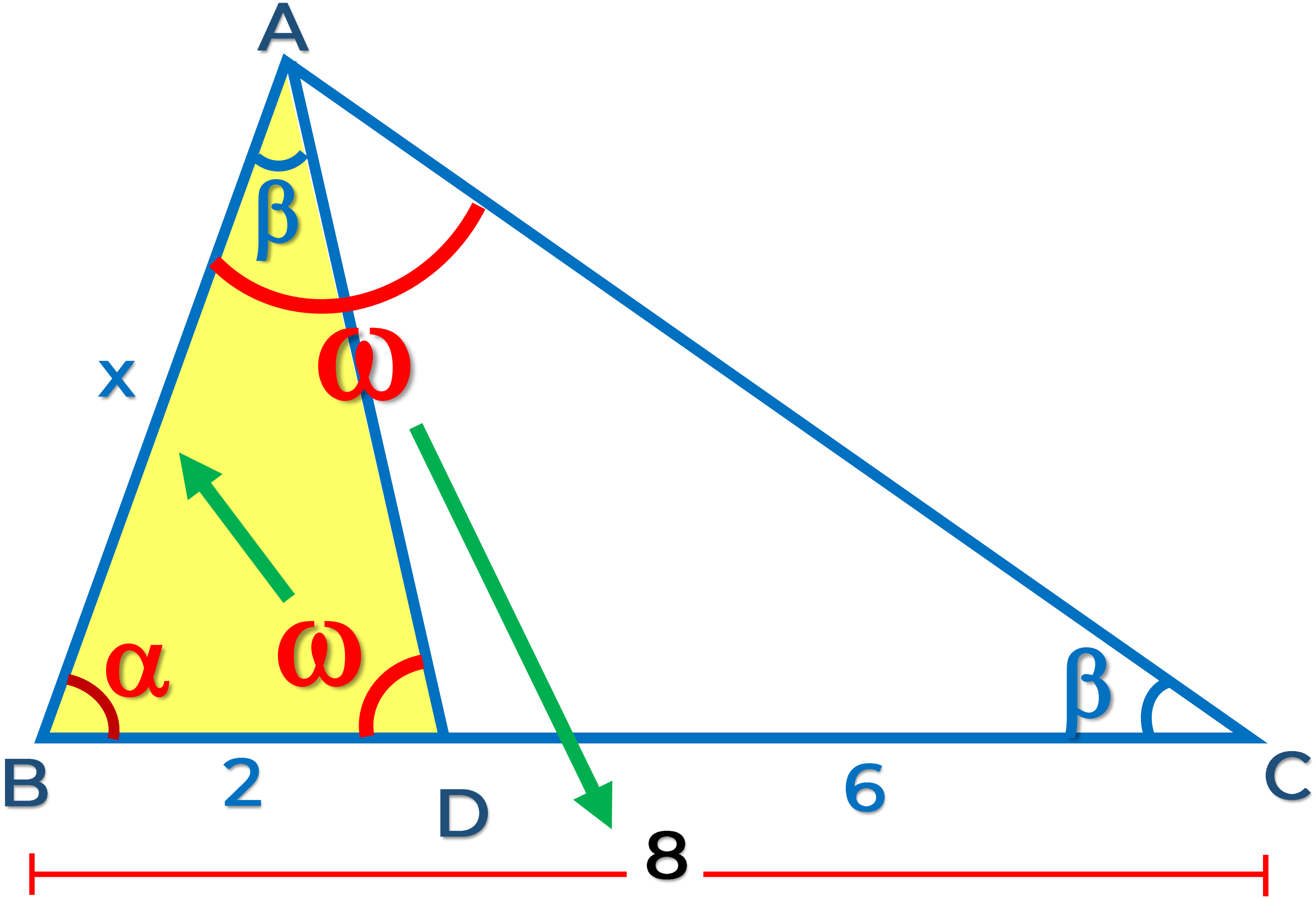
$$\frac{9}{x} = \frac{\cancel{6}^{\,3}}{\cancel{10}_{\,5}}$$

$$3x = (9)(5)$$

$$3x = 45$$

$$\boxed{x = 15}$$

5. En un triángulo ABC, se traza la ceviana interior $\overline{AD}$, tal que m ∡ BAD = m ∡ DCA, BD = 2 y DC = 6. Halle AB.



Resolución

- Piden: x
- Δ DBA ~ Δ ABC

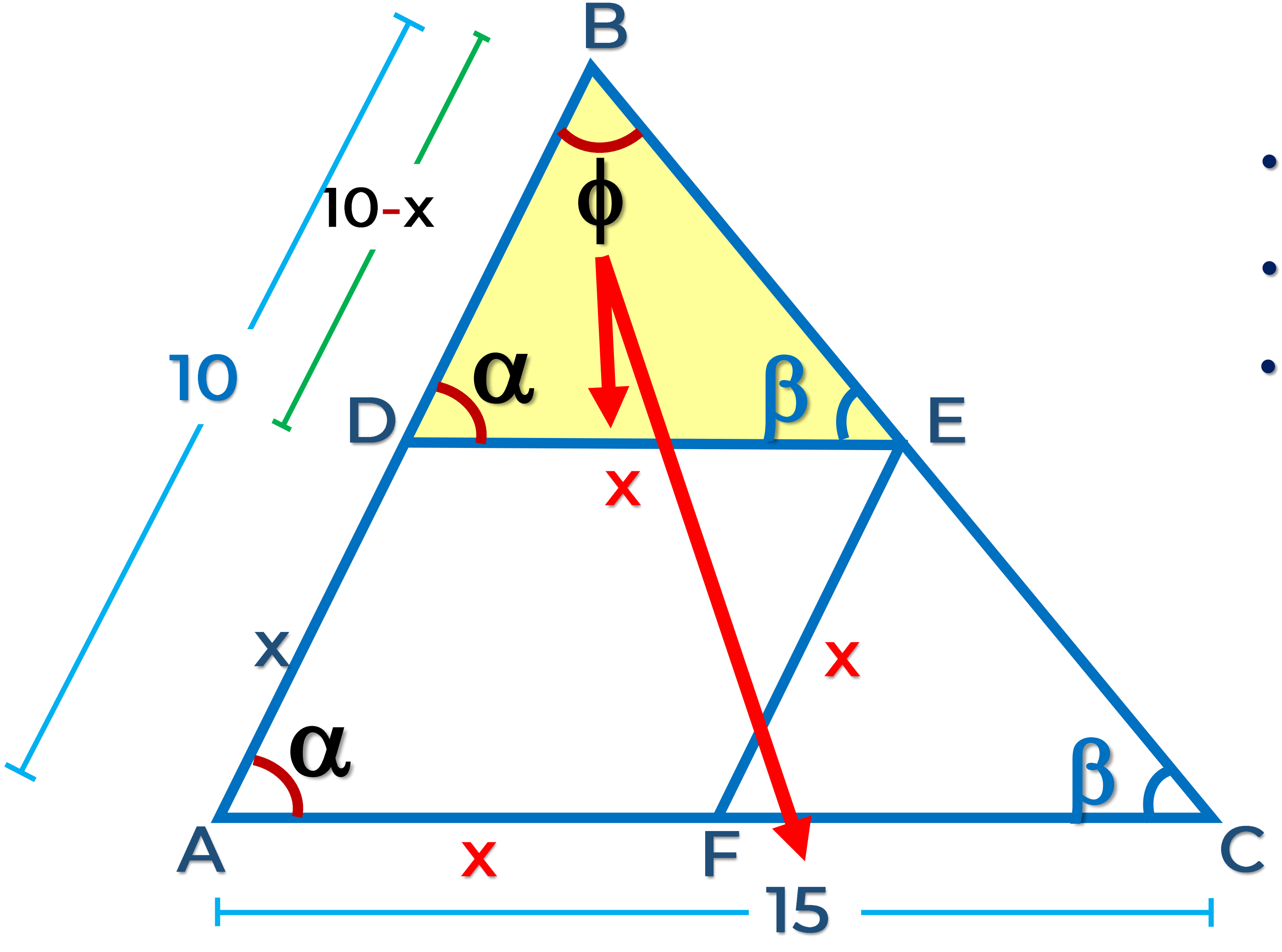
$$\frac{x}{8} = \frac{2}{x}$$

$$x^2 = (2)(8)$$

$$x^2 = 16$$

$$\boxed{x = 4}$$

6. Halle la longitud del lado del rombo ADEF, si AB = 10 y AC = 15.



Resolución

- Piden: x
- $\overline{DE} \parallel \overline{AF}$
- Δ DBE ∼ Δ ABC

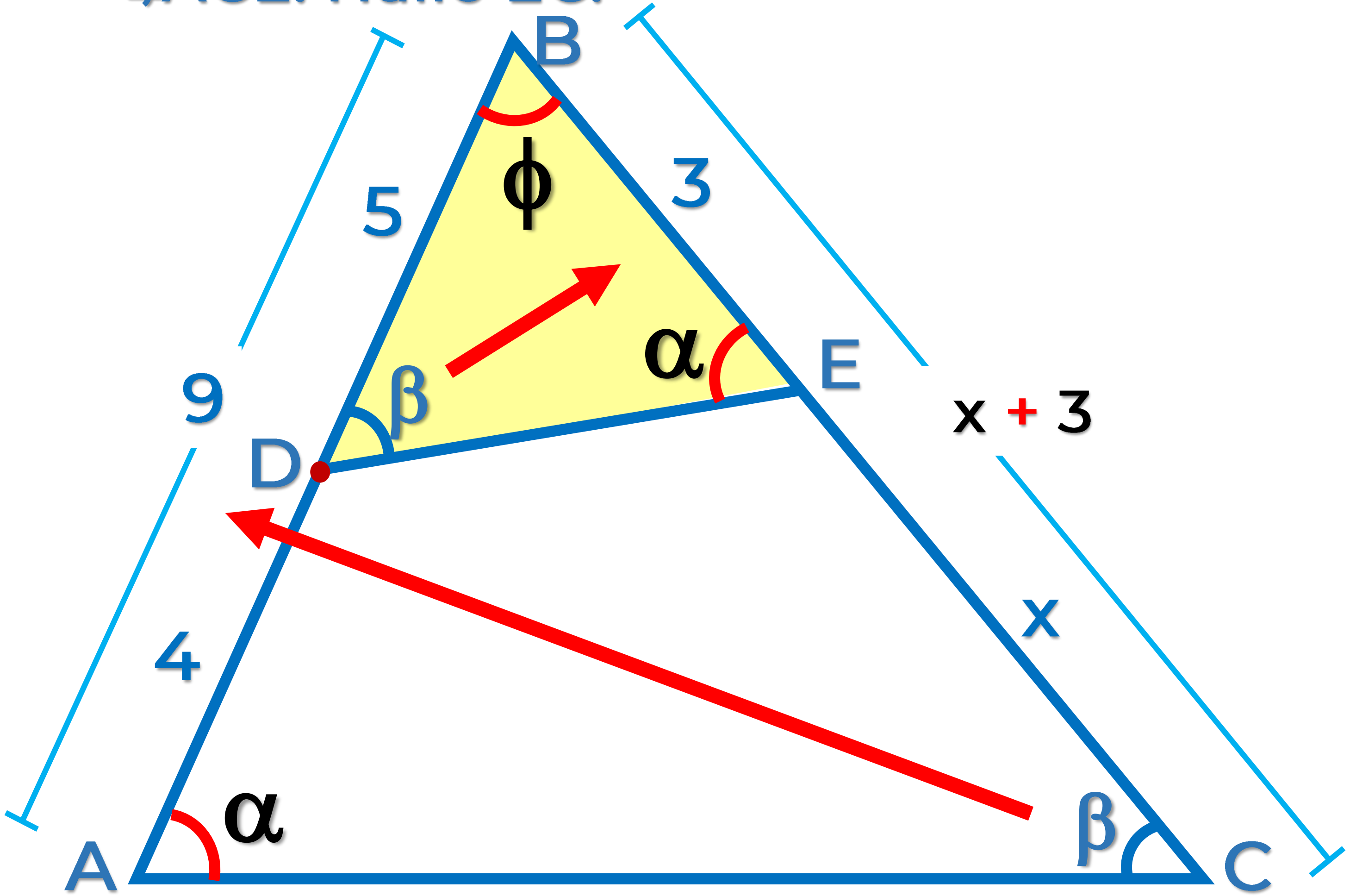
$$\frac{x}{\cancel{15}_{3}} = \frac{10 - x}{\cancel{10}_{2}}$$

$$2x = 30 - 3x$$

$$5x = 30$$

$$\boxed{x = 6}$$

7. En un triángulo ABC, en $\overline{AB}$ se ubica el punto D y en $\overline{BC}$ se ubica el punto E, tal que AD = 4, DB = 5, BE = 3 y m ∡BDE = m ∡ACE. Halle EC.



Resolución

- Piden: x
- Δ DBE ~ Δ CBA

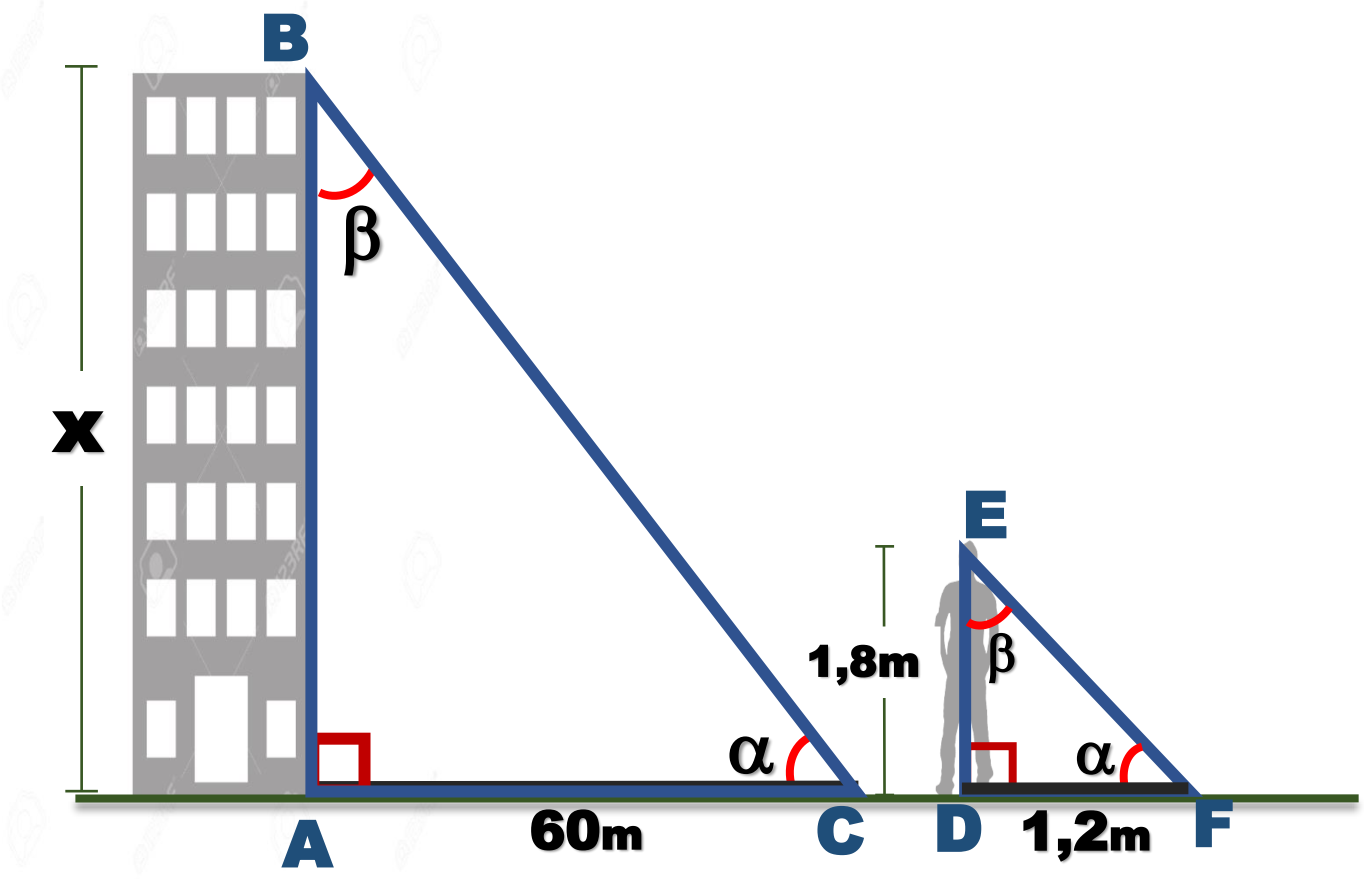
$$\frac{\cancel{3}^{\,1}}{\cancel{9}_{\,3}} = \frac{5}{x+3}$$

$$x + 3 = (5)(3)$$

$$x + 3 = 15$$

$$\boxed{x = 12}$$

8. En un día de verano se observa que una persona de estatura 1,8m, proyecta una sombra de 1,2m. Halle la altura de un edificio si se sabe que en ese mismo instante la sombra que proyecta es de 60 m.



Resolución

- Piden: x
- ⊿ ABC ~ ⊿ DEF

$$\frac{x}{60} = \frac{\cancel{1,8}^{\,3}}{\cancel{1,2}_{\,2}}$$

$$2x = (3)(60)$$

$$2x = 180$$

$$\boxed{x = 90\ m}$$

SACO
OLIVEROS