



# ARITHMETIC

## Chapter 13

**5th**  
SECONDARY

Multiplicación y División



 **SACO OLIVEROS**



¿Qué tan rápido  
eres multiplicando? Veamos si  
es cierto...

$$1001 \times 999 = 999999$$

$$455 \times 999 = 454545$$

$$30303 \times 101 = 3060603$$

**1**

# MULTIPLICACIÓN

$$\mathbf{M \times m = P}$$

Productos parciales

$$\begin{array}{r}
 4 \ 6 \ 8 \ 3 \ X \\
 2 \ 6 \ 4 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$4 \ 6 \ 8 \ 3 \times 4 = 1 \ 8 \ 7 \ 3 \ 2 \rightarrow \text{1er Producto parcial}$$

$$4 \ 6 \ 8 \ 3 \times 6 = 2 \ 8 \ 0 \ 9 \ 8 \rightarrow \text{2do Producto parcial}$$

$$4 \ 6 \ 8 \ 3 \times 2 = 9 \ 3 \ 6 \ 6 \rightarrow \text{3er Producto parcial}$$

$$\begin{array}{r}
 1 \ 8 \ 7 \ 3 \ 2 \\
 2 \ 8 \ 0 \ 9 \ 8 \\
 9 \ 3 \ 6 \ 6 \\
 \hline
 1 \ 2 \ 3 \ 6 \ 3 \ 1 \ 2 \rightarrow \text{Producto total}
 \end{array}$$



2

# DIVISIÓN

## Algoritmo de una división entera

$$\begin{array}{r} D \\ r \end{array} \begin{array}{l} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \begin{array}{l} d \\ q \end{array} \Rightarrow D = (d)(q) + r$$

Donde:

D: Dividendo

d: divisor

q: cociente

r: residuo

## CLASES DE DIVISIÓN

### DIVISIÓN ENTERA EXACTA

$$\begin{array}{r} D \\ 0 \end{array} \begin{array}{l} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \begin{array}{l} d \\ q \end{array}$$

$$D = (d) \cdot (q)$$



## DIVISIÓN ENTERA INEXACTA

### POR DEFECTO

Ejemplo:

$$\begin{array}{r} 51 \\ 3 \overline{) 8} \end{array} \Rightarrow 51 = (8)(6) + 3$$

En general:

$$\begin{array}{r} D \\ r_d \overline{) d} \end{array} \Rightarrow D = (d)(q_d) + r_d$$

$$(0 < r < d)$$

### POR EXCESO

Ejemplo:

$$\begin{array}{r} 51 \\ 5 \overline{) 8} \end{array} \Rightarrow 51 = (8)(7) - 5$$

En general:

$$\begin{array}{r} D \\ r_e \overline{) d} \end{array} \Rightarrow D = (d)(q_e) - r_e$$



# Propiedades

- Suma de residuos

$$r_d + r_e = d$$

- Del resto:

$$0 < r < d$$

$$(r_d, r_e)_{\min} = 1$$

$$(r_d, r_e)_{\max} = d - 1$$

- Sabemos

$$D = dq + r$$

$$D \times n = (d \times n)q + r \times n$$

$$\frac{D}{n} = \frac{d}{n}q + \frac{r}{n}$$



1. El producto de tres números enteros consecutivos es 990. Calcule la suma de los números.

Descomposición  
simultanea

$$\begin{array}{r|l} 990 & 10 \\ 99 & 9 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

### RESOLUCIÓN

Del dato tenemos:

$$n \cdot (n+1) \cdot (n+2) = 990$$

Donde:

$$n \cdot (n+1) \cdot (n+2) = 9 \cdot 10 \cdot 11$$

Los números consecutivos son:

9; 10 y 11

NOS PIDEN

Suma de los números :

$$\therefore 9 + 10 + 11 = 30$$

30



**2.** Se desea conocer las edades de los docentes de aritmética Raúl y Jorge, que laboran en el colegio Apeirón. Sabiendo que el producto de sus edades es 1333, pero si a la edad del mayor se le aumenta 12 unidades el nuevo producto sería 1705. Determine dichas edades.

### RESOLUCIÓN

Raúl:  $M$  años  
Jorge:  $m$  años

Sabemos:  $M \times m = P$

Reemplazando

$$M \cdot m = 1333 \quad \dots(I)$$

$$y \quad (M+12) \cdot m = 1705$$

$$\text{de...}(I) \quad \cancel{M \cdot m} + 12m = \cancel{1333} + 372$$

$$\Rightarrow 12m = 372$$

$$m = 31$$

Donde:

$$\text{en...}(I) \quad M \cdot 31 = 1333 \quad M = 43$$

NOS PIDEN Las edades 31 y 43

31 y 43

años @ SAGO OLIVEROS





**3.** Si:  $\overline{abc} \times 23$  termina en 389. Halle el valor de  $a + b + c$ .

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 \hline
 \overline{abc} \times \\
 23 \\
 \hline
 529 \\
 86 \\
 \hline
 \dots 389
 \end{array}$$

### RESOLUCIÓN

Del dato tenemos:

$$* \text{ orden 1 } \quad c \cdot 3 = \dots 9 \quad c = 3$$

$$* \text{ orden 2 } \quad b \cdot 3 = \dots 2 = 12 \quad b = 4$$

$$* \text{ orden 3 } \quad a \cdot 3 + 1 = \dots 5 \quad a = 8$$

NOS PIDEN

$$a + b + c$$

$$\therefore 8 + 4 + 3 = 15$$

15



4. En una división inexacta, el divisor es 24 y el residuo 5. ¿Cuántas unidades se le deben añadir como máximo al dividendo, para que el cociente aumente en 3 unidades?

Del dato tenemos:

$$\begin{array}{r} \text{D} \overline{) 24} \\ 5 \quad q \end{array}$$

$$D = d \cdot q + r$$

$$D = 24 \cdot q + 5$$

### RESOLUCIÓN

sea “x” máximo a aumentar al dividendo

$$r_{\text{máx}} = d - 1 \quad r_{\text{nuevo}} = 23$$

Reemplazando:

$$D + x = 24 \cdot (q + 3) + 23$$

$$D + x = 24 \cdot q + 72 + 23$$

Donde:

$$\cancel{D + x} = \cancel{24 \cdot q + 5} + 90$$

NOS PIDEN  $\therefore x = 90$

90



- 5.** Al dividir  $\overline{abc}$  entre  $\overline{bc}$  se obtuvo 11 de cociente. Calcule la suma de cifras del dividendo si el residuo obtenido es igual al complemento aritmético de 20.

Del dato tenemos:

$$\overline{abc} \overline{bc}$$

$$C.A(20) = 80 \quad 11$$

Pero:  $\overline{bc} > 80$

$$[b = 8]; 9$$

### RESOLUCIÓN

$$\Rightarrow \overline{abc} = (\overline{bc})(11) + 80$$

$$100a + \overline{bc} = 11(\overline{bc}) + 80$$

$$100a = 10(\overline{bc}) + 80$$

$$10a = \overline{bc} + 8$$

Pero:  $\dots 0 = \dots c + 8 \Rightarrow [c = 2]$

Reemplazando:

$$10a = \overline{b2} + 8 \Rightarrow [a = 9]$$

NOS PIDEN  $a + b + c$

$$\therefore 9 + 8 + 2 = 19$$

19



6. En una división inexacta, le falta 15 unidades al residuo para ser máximo y sería mínimo al restarle 18 unidades. Determine el dividendo si el cociente es el doble del residuo por exceso.

Propiedad:

$$r_{\text{máx}} = d - 1$$

Reemplazando:

$$19 + 15 = d - 1 \Rightarrow [d = 35]$$

Propiedad

$$r_{\text{min}} = 1$$

Reemplazando:

$$r_d - 18 = 1 \Rightarrow [r_d = 19]$$

## RESOLUCIÓN

Además:

$$r_d + r_e = d$$

Reemplazando:  $r_e = 16$

$$q = 2(r_e) \quad q = 2(16) \Rightarrow [q = 32]$$

Sabemos

$$D = (d)(q) + r_d$$

Reemplazando:

$$D = (35)(32) + 19$$

$$\therefore D = 1139$$

NOS PIDEN

1139



**7.** Si:  $\overline{abc} \cdot a = 3672$   
 $\overline{abc} \cdot b = 612$   
 $\overline{abc} \cdot c = 1224$

Calcule  $(\overline{abc})^2$  y dé como respuesta la suma de cifras.

---

Sabemos:

$$(\overline{abc})^2 = (\overline{abc}) \times (\overline{abc})$$

### RESOLUCIÓN

Del dato tenemos:

$$\begin{array}{r} \overline{abc} \\ \overline{abc} \\ \hline 1224 \\ 612 \\ 3672 \\ \hline \end{array} \begin{array}{l} \times \\ \\ \overline{abc} \cdot c \\ \overline{abc} \cdot b \\ \overline{abc} \cdot a \end{array}$$

Donde:  $(\overline{abc})^2 = 374544$

NOS PIDEN Suma de cifras

$$\therefore 3 + 7 + 4 + 5 + 4 + 4 = 27$$

27



8. Calcule la suma de cifras de un número entero que al ser dividido entre 82 deja como resto por defecto el doble del cociente por exceso y como resto por exceso el triple del cociente por defecto.

Del dato tenemos:

Defecto

$$\begin{array}{r} D \overline{) 82} \\ 2(q+1) \quad q \end{array}$$

Exceso

$$\begin{array}{r} D \overline{) 82} \\ 3q \quad (q+1) \end{array}$$

### RESOLUCIÓN

Pero:  $r_d + r_e = d$

$$\Rightarrow 2(q+1) + 3q = 82$$

$$5q = 80$$

$$q = 16$$

$$r_d = 2 \cdot (16 + 1) \Rightarrow r_d = 34$$

$$D = (82) \cdot 16 + 34 \quad D = 1346$$

NOS PIDEN

$\therefore$  Suma de cifras de  $D = 14$

14