ARITHMETIC

Chapter 14

4th
SECONDARY

MINIMO COMUN MULTIPLO

SACO OLIVEROS

MOTIVATING STRATEGY

¿En que actividades o situaciones observas la aplicación del mínimo común múltiplo?

¿En algunas de tus actividades diarias aplicas el MCM?

1 CONCEPTO

Dado un conjunto de números enteros positivos, su MCM es aquel número que cumple dos condiciones.

- Es múltiplo común de dichos números.
- Es el menor posible.

Ejm Sean los números 8 y 12

#	Múltiplos Z^+
8	8; 16; 24; 32; 40; 48; ...
12	12; 24; 36; 48; 60; 72...

Múltiplos comunes de 8 y 12

➡ 24; 48; 72; 96;120 ...

MCM(8; 12) = 24

5

2

MÉTODOS PARA DETERMINAR EL MCM

A Por descomposición canónica

El MCM es igual al producto de sus factores primos comunes y no comunes elevados a los mayores exponentes posibles.

Ejm Dados los números A, B y C

Si $A = 2^4 \times 3 \times 5^2$

$B = 2^2 \times 3^4 \times 5^3 \times 7^2$

$C = 2^3 \times 3^5 \times 5^2 \times 7$

$\mathrm{MCM(A,B,C)} = 2^4 \times 3^5 \times 5^3 \times 7^2$

B Por descomposición simultanea

Ejm Calcule el MCM de 35; 15 y 21

$$\begin{array}{ccc|c} 35 & 15 & 21 & 3 \\ 35 & 5 & 7 & 5 \\ 7 & 1 & 7 & 7 \\ 1 & 1 & 1 & \end{array}$$

MCM(35; 15; 21) $= 3x5x7 = 105$

Simbólicamente

3 PROPIEDADES

1. Dados A y B ∈ Z+ se cumple que :

※ Si $A = \overset{\circ}{B}$ (múltiplo de B)

$$\text{MCM}(A, B) = A$$

※ Si A y B son PESI

$$\text{MCM}(A, B) = A \times B$$

※ Si MCM(A, B) = m,

$$m = A\alpha = B\beta$$

Donde α y β son PESI

2. Dados A, B, C y D ∈ Z+

$$\text{MCM}(A, B, C, D) = \text{MCM}[\text{MCM}(A, C), \text{MCM}(B, D)]$$

$$= \text{MCM}[\text{MCM}(A, B), \text{MCM}(C, D)]$$

3. Si MCM(A, B, C) = m, entonces

$$\text{MCM}(An, Bn, Cn) = mn$$

$$\text{MCM}\left(\frac{A}{n}; \frac{B}{n}; \frac{C}{n}\right) = \frac{m}{n}$$; $n \in Z+$

Simbólicamente

HELICO PRACTICE

1 Calcule el MCM de 1200; 400; 600 y 2400.

Resolución :

Descomposición simultanea

1200 –	400 –	600 –	2400	$100 = 2^2 \times 5^2$
12 –	4 –	6 –	24	2
6 –	2 –	4 –	12	2
3 –	1 –	2 –	6	2
3 –	1 –	1 –	3	3
1 –	1 –	1 –	1	

$$MCM(1200;\ 400;\ 600;\ 2400) = 2^5 \times 3 \times 5^2$$
$$= 2400$$

observacion :

También se puede aplicar la propiedad al ser 2400 múltiplo de los otros números.

RPTA: 2400

2

El MCM de dos números consecutivos es 1640. Calcule la suma de los números.

$\mathrm{MCM}(A;\ A+1) = 1640$

$A \times (A+1) = 1640$

$A \times (A+1) = 40 \times 41$

$A = 40 \qquad (A+1) = 41$

Resolución

Dos números consecutivos son PESI, por lo tanto :

$$\begin{array}{r|l} 1640 & 10 \\ 164 & 2 \\ 82 & 2 \\ 41 & 41 \\ 1 & \end{array}$$

La suma de los números

$\therefore \quad 40 + 41 = 81$

RPTA: 81

HELICO PRACTICE

3

Juan agrupa las manzanas que tiene de 7 en 7, de 4 en 4 y de 5 en 5 y siempre le sobran 3 manzanas. ¿Cuántas manzanas como mínimo tiene?

Resolución :

$$\text{Manzanas} \begin{cases} = \overset{\circ}{7} + 3 \\ = \overset{\circ}{5} + 3 \\ = \overset{\circ}{4} + 3 \end{cases}$$

$$\text{MCM}(\overset{\circ}{7}; \overset{\circ}{4}; \overset{\circ}{5}) = 7 \times 4 \times 5$$

$$= \overset{\circ}{140}$$

Sea M El Numero De Manzanas

$$M = \overset{\circ}{140} + 3$$

$$M = 140K + 3$$

$$M = 140(1) + 3 = 143$$

RPTA: 143

4

Si $A = 2^4 \times 3^5 \times 5^2$

$B = 2^3 \times 3^4 \times 5^3 \times 7^2$

$C = 2^2 \times 3^3 \times 5^2 \times 7$

¿cuántos divisores tiene el MCM de A, B y C?

Resolución :

Aplicamos el método de descomposición canónica:

$$MCM(A, B, C) = 2^4 \times 3^5 \times 5^3 \times 7^2$$

Nos piden : $CD\left(_{MCM(A,B,C)}\right)$

$$CD\left(_{MCM(A,B,C)}\right) = (4+1)(5+1)(3+1)(2+1)$$

$$= 5 \times 6 \times 4 \times 3$$

$$= 360$$

RPTA: 360

5

Si $\mathrm{MCM}(20k, 12k, 10k) = 4200$, calcule $k^2 + 1$.

Resolución :

Descomposición simultanea

$$\begin{array}{ccccc|c} 20k & - & 12k & - & 10k & k \\ 20 & - & 12 & - & 10 & 2 \\ 10 & - & 6 & - & 5 & 2 \\ 5 & - & 3 & - & 5 & 3 \\ 5 & - & 1 & - & 5 & 5 \\ 1 & - & 1 & - & 1 & \end{array} \quad \left.\begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}\right\} 60k$$

$$\mathrm{MCM}(20k, 12k, 10k) = 4200$$

$$60k = 4200$$

$$k = 70$$

Piden:

$$k^2 + 1 = 70^2 + 1$$

$$= 4901$$

RPTA: 4901

6

Dos números son entre sí como 7 es a 11. Si la suma del MCM con el MCD de ellos es 4836, halle el número mayor.

Resolución :

$A = 7K$

$B = 11K$

MCD = ?

$$\begin{array}{cc|c} 7k & -\ 11k & k \\ 7 & -\ 11 & \end{array}$$

pesi

$\Rightarrow MCD(7k, 11k) = K$

MCM = ?

$$\begin{array}{cc|c} 7k & -\ 11k & k \\ 7 & -\ 11 & 7 \\ 1 & -\ 11 & 11 \\ 1 & -\ 1 & \end{array}$$

$MCM(7k, 11k) = 77K$

$MCD(7K, 11k) + MCM(7K, 11K) = 4836$

$K + 77K = 4836$

$K = 62$

NUMERO MAYOR : $11K = 682$

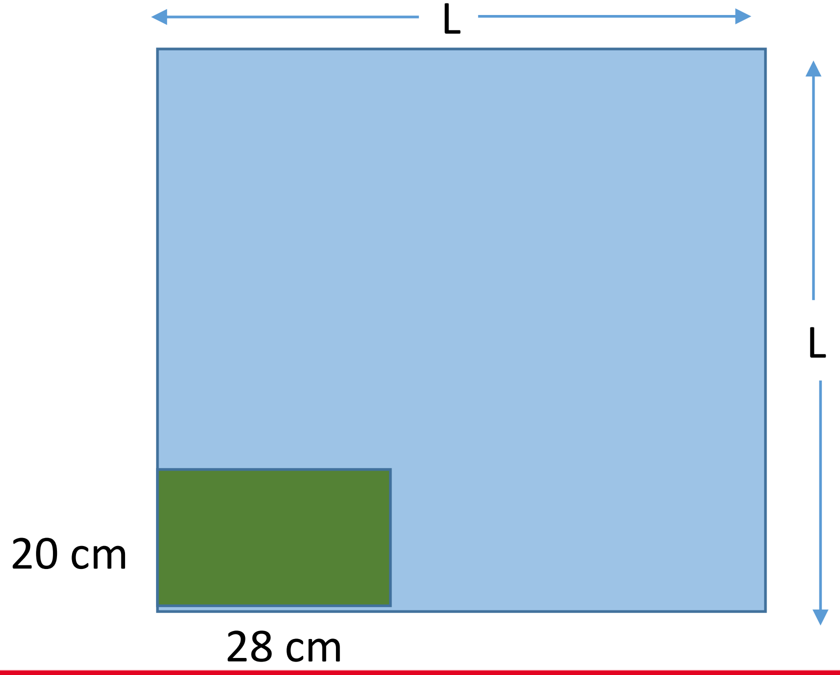
RPTA: 682

HELICO PRACTICE

7

Rubén vive en la residencial San Felipe y desea enlosar el patio cuadrado de su casa con losetas de 20 cm de ancho y 28 cm de largo. ¿Cuántas losetas como mínimo necesitará Rubén?

Resolución :



$L = \text{MCM}\,(\,20\text{cm}\,;\,28\text{cm}\,)$

$L = 140\text{cm}$

Piden:

N° Losetas mínimo = CANT. LOSETAS HORIZONTAL X CANT. LOSETAS VERTICAL

$$= \frac{140}{20} \times \frac{140}{28}$$

$$= 7 \times 5$$

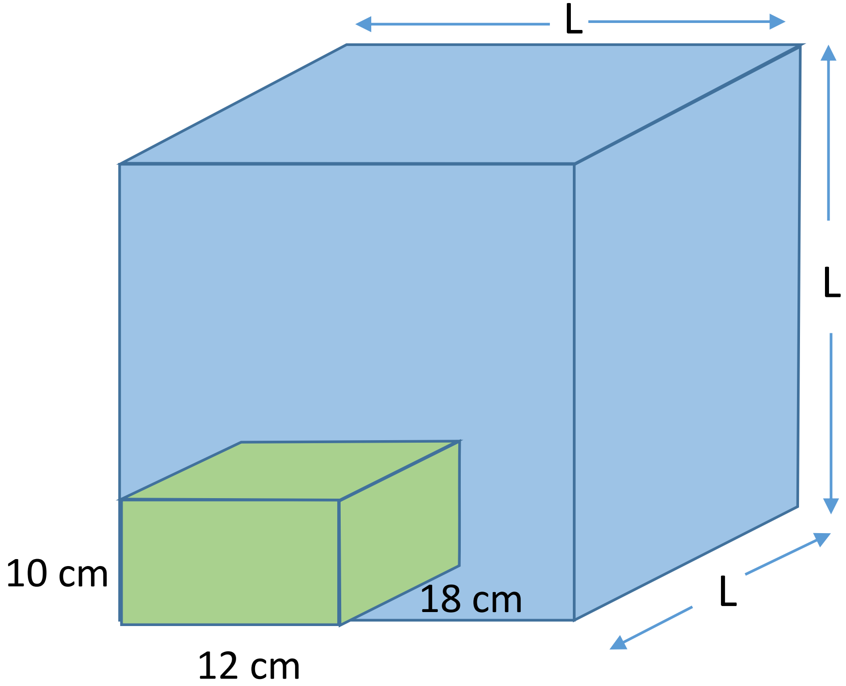
$$= 35$$

RPTA: 35 losetas

8

Se dispone de ladrillos de dimensiones 10 cm; 12 cm y 18 cm. ¿Cuántos ladrillos necesitamos para formar el menor cubo compacto posible?

Resolución :



L = MCM (10cm;12cm;18cm)

L = 180cm

Piden:

$$N^{\circ}\ Ladrillos_{mínimo} = \frac{180}{10} \times \frac{180}{12} \times \frac{180}{18}$$

$$= 18 \times 15 \times 10$$

$$= 2700$$

RPTA:	2700 ladrillos