ÁLGEBRA

Chapter 15

1st
SECONDARY

PRODUCTOS NOTABLES III

SACO OLIVEROS

HELICO MOTIVATING

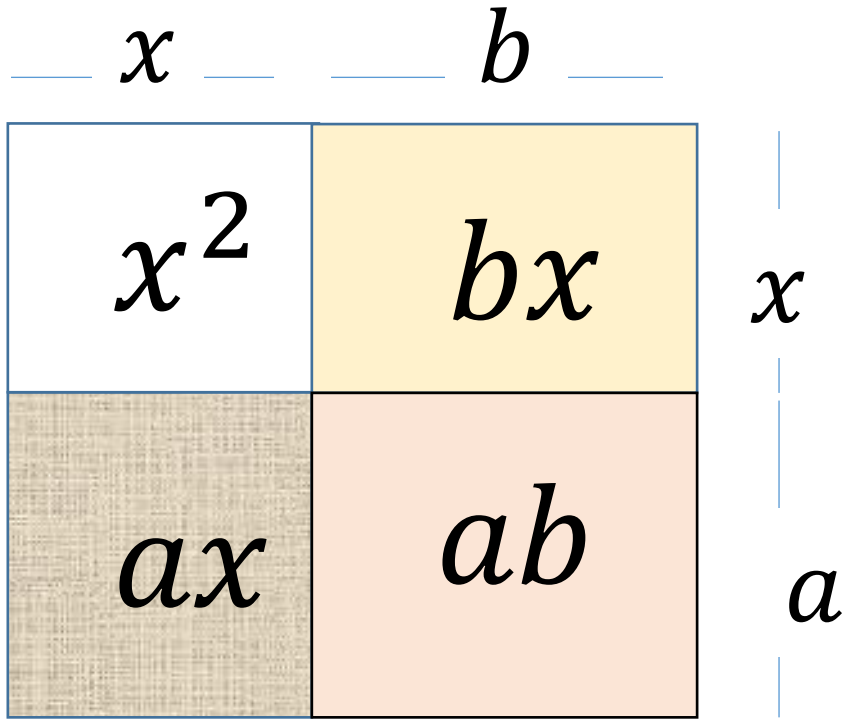
SAGO OLIVEROS

IDENTIDAD DE STEVIN

Consideramos el rectángulo de:

Base $= x + b$

Altura $= x + a$



Área Rectangulo $=$

$Base.Altura = (x + b)(x + a)$

$= x^2 + ax + bx + ab$

$$(x + b)(x + a) = x^2 + (a + b)x + ab$$

HELICO THEORY

CHAPTHER 15

SAGO OLIVEROS

PRODUCTOS NOTABLES III

1 Multiplicación de binomios con término común (Identidad de Stevin)

$$(x+a)(x+b) \equiv x^2+(a+b)x+ab$$

Ejemplos

Efectuar:

$$a)\ (x+2)(x+3) = x^2+(2+3)x+(2)(3)$$
$$= x^2+5x+6$$

$$b)\ (x+5)(x-2) = x^2+(5-2)x+(5)(-2)$$
$$= x^2+3x-10$$

2 IDENTIDAD DE CAUCHY

$$(a+b)^3 \equiv a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$$

$$(a-b)^3 \equiv a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$$

Ejemplo

Si $a+b=3$; $ab=2$. Hallar : a^3+b^3

Resolución

$$\underbrace{(a+b)}^{3} = a^3 + b^3 + 3\underbrace{ab}\underbrace{(a+b)}$$

$$3^3 = a^3 + b^3 + 3\,(2)\,(3)$$

$$a^3 + b^3 = 9$$

HELICO PRACTICE

CHAPTHER 15

SAGO OLIVEROS

PROBLEMA 1

Efectúe en cada caso.

RECORDAR(Identidad de Stevin)

$$(x+b)(x+a)=x^2+(a+b)x+ab$$

RESOLUCIÓN

a) $(x+4)(x+2)$

$=(x)^2+(4+2)x \quad (4)(2)$

$= x^2 + 6x + 8$

b) $(x+2)(x-3)$

$= (x)^2 + (2-3)x + (2)(-3)$

$= x^2 - x - 6$

c) $(m-7)(m-2)$

$= (m)^2 + (-7-2)m + (-7)(-2)$

$= m^2 - 9m + 14$

PROBLEMA 2

Simplifique: $E = (x+3)(x+7) - x^2 - 10x$

RECORDAR(Identidad de Stevin)

$(x+b)(x+a) = x^2 + (a+b)x + ab$

RESOLUCIÓN

$$E = \underbrace{(x+3)(x+7)} - x^2 - 10x$$

$$E = (x)^2 + (3+7)x + (3)(7) - x^2 - 10x$$

$$E = \cancel{x^2} + \cancel{10x} + 21 - \cancel{x^2} - \cancel{10x}$$

$$E = \boxed{21}$$

PROBLEMA 3

Reduzca $S = (m+2)(m+8) - (m+4)(m+6)$.

RESOLUCIÓN

RECORDAR(Identidad de Stevin)

$$(x+b)(x+a) = x^2 + (a+b)x + ab$$

$$S = \underbrace{(m+2)(m+8)} - \underbrace{(m+4)(m+6)}$$

$$S = (m)^2 + (2+8)m + (2)(8) - ((m)^2 + (4+6)m + (4)(6))$$

$$S = \cancel{m^2} + \cancel{10m} + 16 - \cancel{m^2} - \cancel{10m} - 24$$

$$S = \boxed{-8}$$

PROBLEMA 4

Efectúe: $M = (x+3)^2 - (x+4)(x+2).$

RESOLUCIÓN

RECORDAR (Binomio al cuadrado)

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

RECORDAR(Identidad de Stevin)

$(x+b)(x+a) = x^2 + (a+b)x + ab$

$$M = \underbrace{(x+3)^2}_{} - \underbrace{(x+4)(x+2)}_{}$$

$$M = (x)^2 + 2(x)(3) + (3)^2 - ((x)^2 + (4+2)x + (4)(2))$$

$$M = \cancel{x^2} + \cancel{6x} + 9 - \cancel{x^2} - \cancel{6x} - 8$$

$$M = \boxed{1}$$

PROBLEMA 5

Siendo $x^2 + 5x = 3$;
halle el valor de $E = (x+3)(x+2) + (x+4)(x+1)$.

RECORDAR(Identidad de Stevin)

$$(x+b)(x+a) = x^2 + (a+b)x + ab$$

RESOLUCIÓN

$$E = \underbrace{(x+3)(x+2)}_{} + \underbrace{(x+4)(x+1)}_{}$$

$$E = (x)^2 + (3+2)x + (3)(2) + (x)^2 + (4+1)x + (4)(1)$$

$$E = \underbrace{x^2 + 5x}_{} + 6 + \underbrace{x^2 + 5x}_{} + 4$$

$$E = 3 + 6 + 3 + 4$$

$$E = \boxed{16}$$

PROBLEMA 6

Sea $a+b=2$; $ab=2$

Determine: a^3+b^3.

RECORDAR(Identidad de Cauchy)

$$(a+b)^3=a^3+b^3+3ab(a+b)$$

RESOLUCIÓN Usamos el dato

$$a+b=2 \quad \text{(Elevaremos al cubo)}$$

$$(a+b)^3=(2)^3$$

$$a^3+b^3+3\,ab\,(a+b)=8 \quad \text{(Reemplazamos)}$$

$$a^3+b^3+3\,(2)\,(2)=8$$

$$a^3+b^3+12=8$$

$$\Rightarrow \quad a^3+b^3=\boxed{-4}$$

PROBLEMA 7

RECORDAR(Identidad de Cauchy)

$$(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$$

Martín compra cemento y alambres en la ferretería.
Si gasta lo equivalente al valor de F, en soles, y se sabe que

$$a - b = 5;\ ab = 1 \text{ y } F = a^3 - b^3$$

¿Cuánto gasto Martín?

RESOLUCIÓN Usamos el dato

$$a - b = 5 \quad \text{(Elevaremos al cubo)}$$

$$(a-b)^3 = (5)^3$$

$$a^3 - b^3 - 3\,ab(a-b) = 125 \quad \text{(Reemplazamos)}$$

$$a^3 - b^3 - 3\,(1)\,(5) = 125$$

$$a^3 - b^3 - 15 = 125$$

$$\Rightarrow \quad F = a^3 - b^3 = 140$$

Martín gastó 140 soles

PROBLEMA 8

Reduzca: $$A = \frac{6(m+n)^3}{m^3+n^3+3mn(m+n)} + \frac{2(m-n)^3}{m^3-n^3-3mn(m-n)}$$

RESOLUCIÓN

$$A = \frac{(6)(m^3+n^3+3mn(m+n))}{(m^3+n^3+3mn(m+n))} + \frac{(2)(m^3-n^3-3mn(m-n))}{(m^3-n^3-3mn(m-n))}$$

$$A = 6 + 2$$

$$A = \boxed{8}$$

RECORDAR(Identidad de Cauchy)

$$(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$$

RECORDAR(Identidad de Cauchy)

$$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$$