



TRIGONOMETRY

Chapter 02

Session 01

4th
SECONDARY

**Sistemas de medición
angular II**

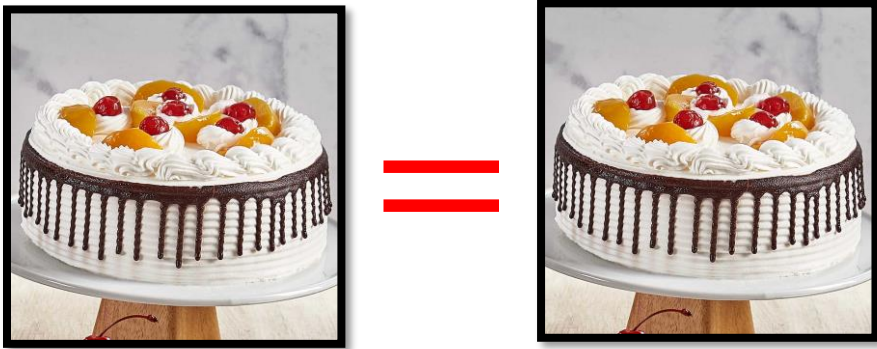


 **SACO OLIVEROS**

Helicomotivación

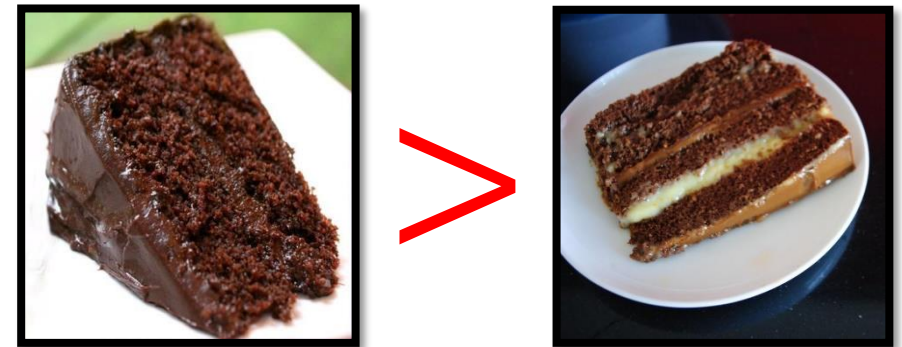
¿Cuál es mayor 1^0 o 1^g ?

Imaginemos que tenemos dos tortas del mismo tamaño:



A uno de ellos lo dividimos en 360 partes iguales y al otro lo dividimos en 400 partes iguales.

La porción de torta dividida en 360 partes es mayor que la porción de torta dividida en 400 partes.



Por ello:

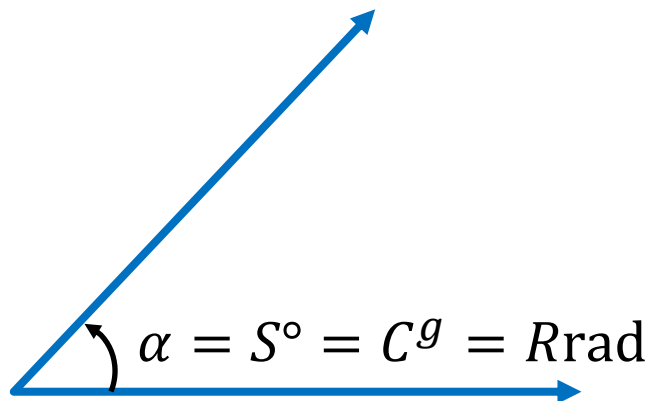
$$1^0 > 1^g$$



Helicoteoría

Relación numérica entre sistemas

Es la relación que existe entre los números de grados sexagesimales (S), grados centesimales (C), y el número de radianes (R) que contiene un ángulo trigonométrico. En el gráfico tenemos:



De la figura:

$$S^\circ = C^g = R\text{rad} \dots (*)$$

Además

$$180^\circ = 200^g = \pi\text{rad} \dots (**)$$

Dividiendo (*) y (**)

$$\frac{S}{180} = \frac{C}{200} = \frac{R}{\pi}$$

Donde:

S : número de grados sexagesimales de α

C : número de grados centesimales de α

R : número de radianes de α





1. Un profesor de matemática decide premiar a dos de sus mejores estudiantes, otorgándoles puntos extras para su promedio final; para esto les indica que la cantidad de puntos obtenidos será el resultado de sus tickets entregados respectivamente:

Juan:

$$\sqrt{\frac{C+S}{C-S} + \frac{20}{3} \cdot \frac{S}{C}} - 2$$

Elías:

$$\sqrt{\frac{3S-C}{C-S} - \frac{10}{9} \cdot \frac{S}{C}} - 2$$

Recordemos:

$$\begin{aligned} S &= 9n \\ C &= 10n \\ R &= \frac{\pi n}{20} \end{aligned}$$

RESOLUCIÓN

$$J = \sqrt{\frac{C+S}{C-S} + \frac{20}{3} \cdot \frac{S}{C}} - 2 = \sqrt{\frac{10n+9n}{10n-9n} + \frac{20}{3} \cdot \frac{9n}{10n}} - 2 = \sqrt{19+6} - 2 = 3$$

$$E = \sqrt{\frac{3S-C}{C-S} - \frac{10}{9} \cdot \frac{S}{C}} - 2 = \sqrt{\frac{3(9n)-10n}{10n-9n} - \frac{10}{9} \cdot \frac{9n}{10n}} - 2 = \sqrt{17-1} - 2 = 2$$

∴ Juan obtuvo 3 puntos y Elías obtuvo 2 puntos.





2. Siendo S y C lo convencional para un mismo ángulo que cumpla:
- $$3S - 2C = 49$$
- Determine la medida del ángulo en el sistema sexagesimal.

RESOLUCIÓN

● Recordemos:

$$\begin{aligned} S &= 9n \\ C &= 10n \\ R &= \frac{\pi n}{20} \end{aligned}$$

● Reemplazando:

$$\begin{aligned} 3S - 2C &= 49 \\ 3(9n) - 2(10n) &= 49 \\ 7n &= 49 \\ n &= 7 \end{aligned}$$

● Piden:

$$S = 9n = 9(7) = 63$$

∴ La medida del ángulo en el sistema sexagesimal es 63° .





3. Reduzca:

$$M = \frac{\frac{\pi C}{5} + 20R}{\frac{\pi S}{2} + 30R}$$

Siendo S , C y R lo convencional para un mismo ángulo.

RESOLUCIÓN

● Recordemos:

$$\begin{aligned} S &= 180k \\ C &= 200k \\ R &= \pi k \end{aligned}$$

● Reemplazando:

$$M = \frac{\frac{\pi C}{5} + 20R}{\frac{\pi S}{2} + 30R}$$

$$M = \frac{\frac{\pi(200k)}{5} + 20(\pi k)}{\frac{\pi(180k)}{2} + 30(\pi k)}$$

$$M = \frac{40\pi k + 20\pi k}{90\pi k + 30\pi k}$$

$$M = \frac{60\cancel{\pi k}}{120\cancel{\pi k}}$$

$$\therefore M = \frac{1}{2}$$





4. Determine la medida de un ángulo en el sistema radial si:

$$\frac{C - S}{3} + \frac{30R}{\pi} = 11$$

Siendo S , C y R lo convencional para un mismo ángulo.

RESOLUCIÓN

● Recordemos:

$$\begin{aligned} S &= 9n \\ C &= 10n \\ R &= \frac{\pi n}{20} \end{aligned}$$

● Reemplazando:

$$\frac{C - S}{3} + \frac{30R}{\pi} = 11$$

$$\frac{10n - 9n}{3} + \frac{30\left(\frac{\pi n}{20}\right)}{\pi} = 11$$

$$\frac{n}{3} + \frac{3n}{2} = 11$$

$$\frac{2n + 9n}{6} = 11$$

$$\frac{11n}{6} = 11$$

$$n = 6$$

● Piden:

$$R = \frac{\pi n}{20} = \frac{\pi(6)}{20} = \frac{3\pi}{10}$$

∴ La medida del ángulo en el sistema radial es $\frac{3\pi}{10} \text{ rad.}$





- 5.** Determine la medida de un ángulo en el sistema radial, siendo S , C y R lo convencional para un mismo ángulo que cumpla:

$$S = x^x - 2$$

$$C = x^x + 3$$

RESOLUCIÓN

● Recordemos:

$$\begin{aligned} S &= 9n \\ C &= 10n \\ R &= \frac{\pi n}{20} \end{aligned}$$

● Despejando:

$$S + 2 = x^x$$

$$C - 3 = x^x$$

● Igualando:

$$S + 2 = C - 3$$

● Reemplazando:

$$9n + 2 = 10n - 3$$

$$5 = n$$

● Piden:

$$R = \frac{\pi n}{20} = \frac{\pi(5)}{20} = \frac{\pi}{4}$$

∴ La medida del ángulo en el sistema radial es $\frac{\pi}{4} \text{ rad.}$





6. Si:

$$S = 7m - 2$$

$$C = 8m - 4$$

Siendo S , C y R lo convencional, determine la medida del ángulo en el sistema radial.

RESOLUCIÓN

• Recordemos:

$$\begin{aligned} S &= 9n \\ C &= 10n \\ R &= \frac{\pi n}{20} \end{aligned}$$

• Despejando:

$$\frac{S + 2}{7} = m$$

$$\frac{C + 4}{8} = m$$

• Igualando:

$$\frac{S + 2}{7} = \frac{C + 4}{8}$$

• Reemplazando:

$$\frac{9n + 2}{7} = \frac{10n + 4}{8}$$

$$72n + 16 = 70n + 28$$

$$2n = 12$$

$$n = 6$$

• Piden:

$$R = \frac{\pi n}{20} = \frac{\pi(6)}{20} = \frac{3\pi}{10}$$

∴ La medida del ángulo en el sistema radial es $\frac{3\pi}{10} \text{ rad.}$





7. Determine la medida del ángulo en sistema radial si:

$$\frac{S}{180} + \frac{C}{100} + \frac{R}{\pi} = \left(\frac{C - S}{5} \right)^2$$

Siendo S , C y R lo convencional para un mismo ángulo.

RESOLUCIÓN

● Recordemos:

$$\begin{aligned} S &= 180k \\ C &= 200k \\ R &= \pi k \end{aligned}$$

● Reemplazando:

$$\frac{S}{180} + \frac{C}{100} + \frac{R}{\pi} = \left(\frac{C - S}{5} \right)^2$$

$$\frac{\cancel{180}k}{\cancel{180}} + \frac{\cancel{200}k}{\cancel{100}} + \frac{\cancel{\pi}k}{\cancel{\pi}} = \left(\frac{200k - 180k}{5} \right)^2$$

$$k + 2k + k = (4k)^2 \Rightarrow \cancel{4k} = (\cancel{4k})(4k)$$

$$k = \frac{1}{4}$$

● Piden:

$$R = \pi k = \pi \left(\frac{1}{4} \right) = \frac{\pi}{4}$$

∴ La medida del ángulo en el sistema radial es $\frac{\pi}{4} rad$.





8. Siendo S , C y R lo convencional para un mismo ángulo, determine la medida del ángulo en el sistema sexagesimal.

$$S + C - R = 76 - \frac{\pi}{5}$$

RESOLUCIÓN

- Recordemos:

$$\begin{aligned} S &= 180k \\ C &= 200k \\ R &= \pi k \end{aligned}$$

- Reemplazando:

$$S + C - R = 76 - \frac{\pi}{5}$$

$$180k + 200k - \pi k = 76 - \frac{\pi}{5}$$

$$380k - \pi k = \frac{380 - \pi}{5}$$

$$k(380 - \pi) = \frac{380 - \pi}{5}$$

$$k = \frac{1}{5}$$

- Piden:

$$S = 180k = 180 \left(\frac{1}{5} \right) = 36$$

∴ La medida del ángulo en el sistema radial es 36° .

