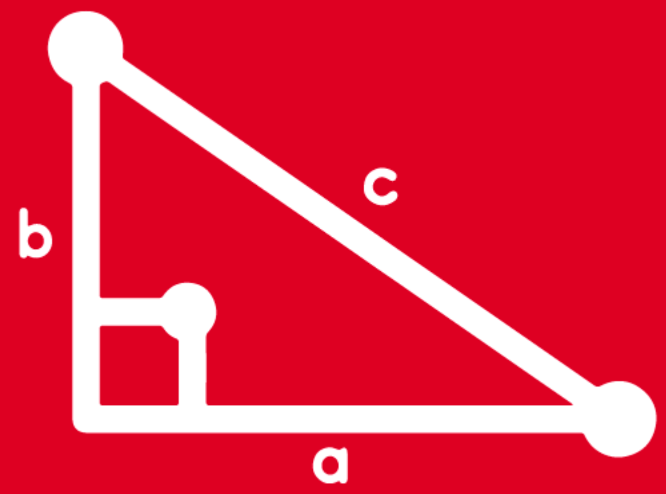
TRIGONOMETRY

Chapter 15

3rd
SECONDARY



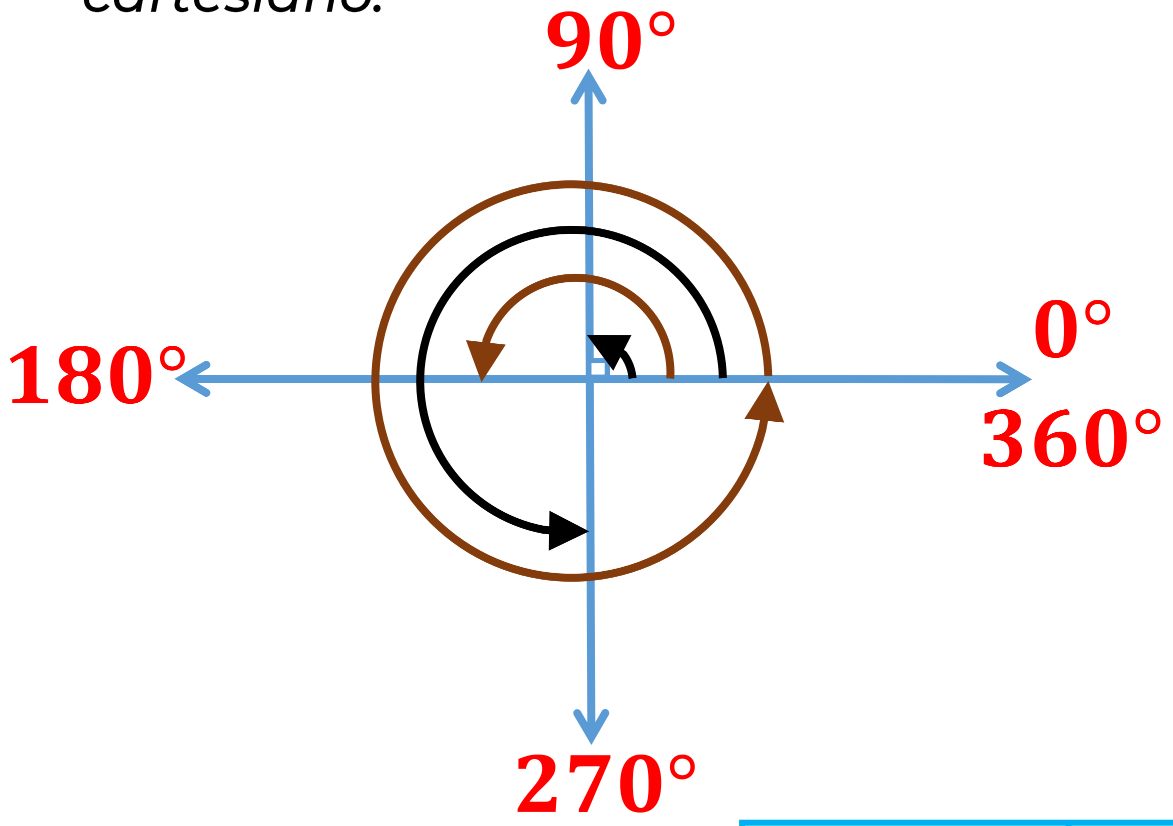
RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO EN POSICIÓN NORMAL III

SACO OLIVEROS

El **Canadarm 2** , es un brazo manipulador robótico de la *Estación Espacial Internacional*. Este manipulador es operado controlando los ángulos de sus articulaciones. Calcular la posición final del astronauta en el extremo del brazo requiere un uso repetido de las razones trigonométricas de esos ángulos que se forman por los varios movimientos que se realizan.

Ángulos cuadrantales

Son ángulos en posición normal cuyo lado final coincide con los semiejes del plano cartesiano.



R.T	0° ; 360°	90°	180°	270°
SEN	O	1	0	-1
COS	1	O	-1	0
TAN	0	N.D	0	N.D
COT	N.D	0	N.D	0
SEC	1	N.D	-1	N.D
CSC	N.D	1	N.D	-1

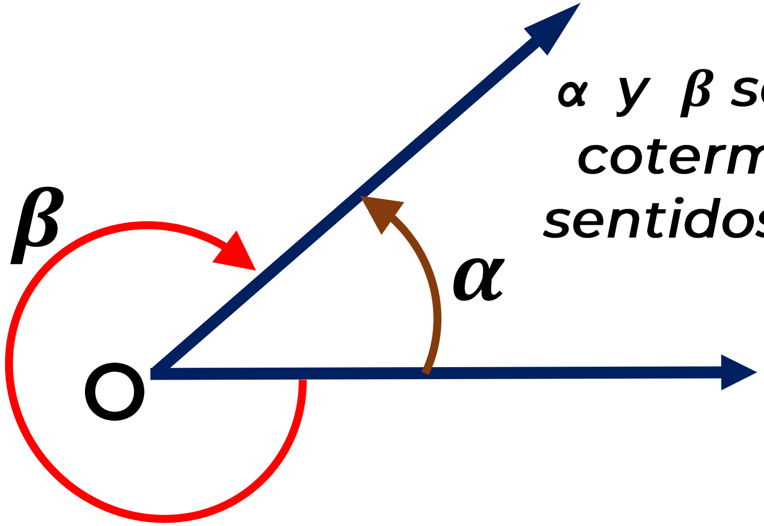
N.D : No Determinado

$90°n$	$\frac{\pi.n}{2}$rad

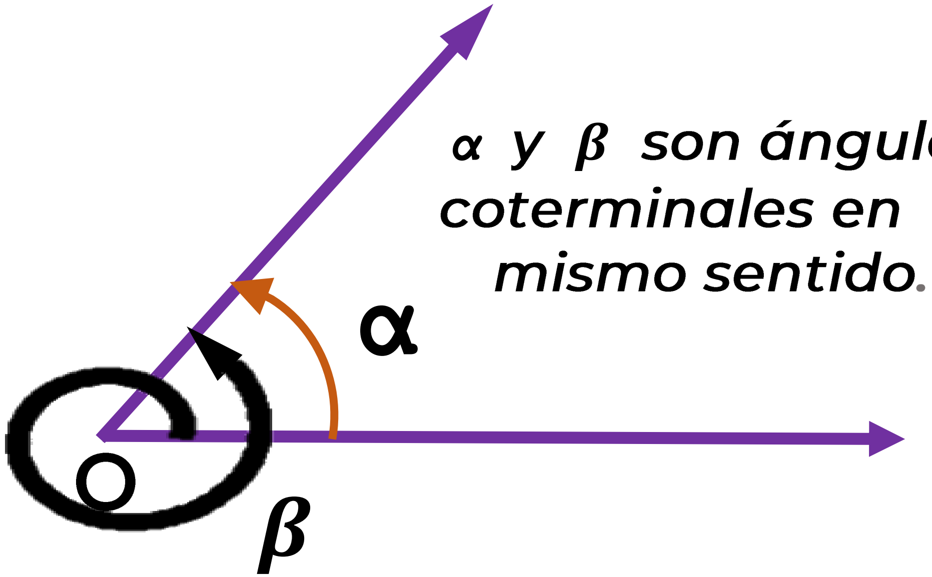
$n \in z$

Ángulos coterminales

Son aquellos ángulos trigonométricos que tienen el mismo lado inicial, lado final y vértice.



α y β son ángulos coterminales en sentidos opuestos.



α y β son ángulos coterminales en el mismo sentido.

Propiedades:

- $\alpha - \beta = 360°k \,, \forall\, k \in \mathbb{Z} - \{0\}$
- $RT(\alpha) = RT(\beta)$

1 Efectúe

$$A = \frac{4sen90° - 3cos180°}{csc90° + cot270°}$$

Recordar:

sen90° = 1 csc90° = 1

cos180° = -1 cot270° = 0

Resolución:

$$A = \frac{4sen90° - 3cos180°}{csc90° + cot270°}$$

$$A = \frac{4(1) - 3(-1)}{(1) + (0)}$$

$$A = \frac{4 + 3}{1}$$

$$\therefore A = 7$$

2 Efectúe

$$K = \frac{\sec^2 360° - \cos^3 180° + \operatorname{sen}^4 90°}{\cot 270° - \sec 180°}$$

Recordar:

sen90° = 1 cos180° = -1

sec180° = -1 cot270° = 0

sec360° = 1

Resolución:

$$K = \frac{\sec^2 360° - \cos^3 180° + \operatorname{sen}^4 90°}{\cot 270° - \sec 180°}$$

$$K = \frac{(1)^2 - (-1)^3 + (1)^4}{(0) - (-1)}$$

$$K = \frac{1+1+1}{1}$$

$\therefore K = 3$

3

Thomas tiene una memoria USB en la que almacena música y fotos, la memoria USB tiene una capacidad de 32GB. El siguiente gráfico muestra la distribución actual de la memoria USB.

A : Carpeta de música (GB)
B : Carpeta de fotos (GB)
C : Espacio disponible (GB)

Donde:

$A = 5\text{sen}90° - 4\cos180° + \tan180°$

$B = 7\cos360° + 9\csc90° - \text{sen}270°$

¿Cuál es el espacio disponible de la memoria USB de Thomas?

Resolución:

$A = 5\text{sen}90° - 4\cos180° + \tan180°$

$A = 5(1) - 4(-1) + (0)$

$A = 5 + 4 \Rightarrow A = 9GB$

$B = 7\cos360° + 9\csc90° - \text{sen}270°$

$B = 7(1) + 9(1) - (-1)$

$B = 7 + 9 + 1 \Rightarrow B = 17GB$

Piden: $C = 6GB$

4 Siendo α y θ ángulos cuadrantales positivos menores a una vuelta. Además senα = 1 y tanθ = 0

Calcule:

$$K = 4\text{sen}\left(\frac{\alpha}{3}\right) + \tan\left(\frac{\theta}{4}\right)$$

Recordar:

sen90° = 1 tan180° = 0

Resolución:

$\text{sen}\alpha = 1 \rightarrow \alpha = 90°$

$\tan\theta = 0 \rightarrow \theta = 180°$

Piden:

$$K = 4\text{sen}\left(\frac{\alpha}{3}\right) + \tan\left(\frac{\theta}{4}\right)$$

$$K = 4\text{sen}\left(\frac{90°}{3}\right) + \tan\left(\frac{180°}{4}\right)$$

$$K = 4\text{sen}30° + \tan45°$$

$$K = 4\left(\frac{1}{2}\right) + (1)$$

$\therefore K = 3$

5 Indique cuál de los siguientes ángulos son coterminales.

a. 510° y -150°

b. 640° y 280°

c. 240° y 120°

Recordar:

$$\alpha - \beta = 360°k \,, \forall\, k \in \mathbb{Z} - \{0\}$$

Resolución:

a. 510° y -150°

510° - (-150°) = 660° (No son ángulos coterminales)

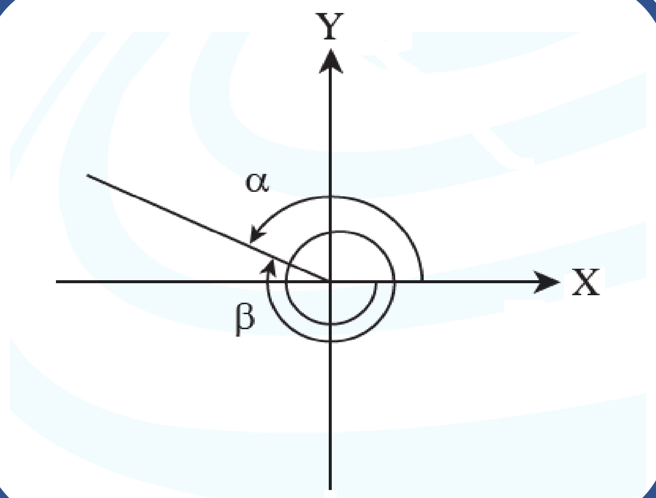
b. 640° y 280°

640° - (280°) = 360° (Si son ángulos coterminales)

c. 240° y 120°

240° - (120°) = 120° (No son ángulos coterminales)

6 Del gráfico, reduzca $E = \dfrac{\tan\alpha}{\tan\beta} + 2\,\text{sen}\alpha.\csc\beta$



Recordar:

$\alpha - \beta = 360°k\,, \forall\, k \in \mathbb{Z} - \{0\}$

$RT(\alpha) = RT(\beta)$

Resolución:

$\tan\alpha = \tan\beta \qquad \csc\alpha = \csc\beta$

$$E = \frac{\tan\alpha}{\tan\beta} + 2\,\text{sen}\alpha.\csc\beta$$

$$E = \frac{\tan\alpha}{\tan\alpha} + 2\,\underbrace{\text{sen}\alpha.\csc\alpha}_{1}$$

$E = 1 + 2$

$\therefore\ E = 3$

7 Si los ángulos θ y β son coterminales, reduzca.

$$P = (2\tan\theta + \tan\beta)(3\cot\theta - \cot\beta)$$

Recordar:

$$\alpha - \beta = 360°k, \forall k \in \mathbb{Z} - \{0\}$$

$$RT(\alpha) = RT(\beta)$$

Resolución:

$$P = (2\tan\theta + \tan\beta)(3\cot\theta - \cot\beta)$$

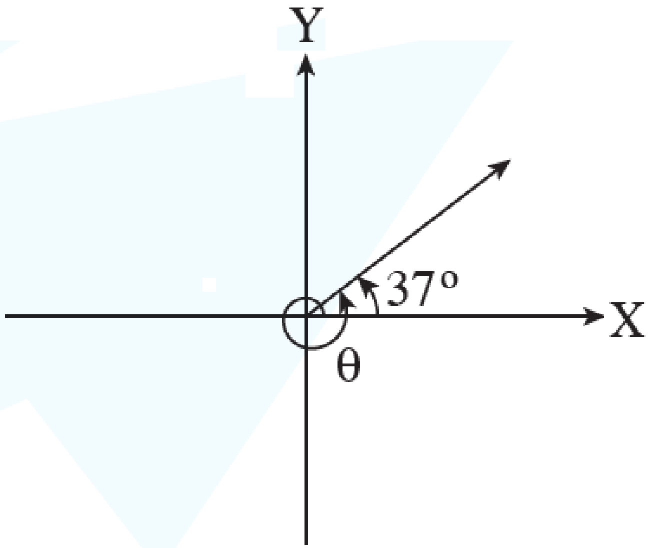
$$P = (2\tan\theta + \tan\theta)(3\cot\theta - \cot\theta)$$

$$P = (3\tan\theta)(2\cot\theta)$$

$$P = (3)(2)(1)$$

$$\therefore P = 6$$

8 Del gráfico, efectúe $M = 4\tan\theta + 5\cos\theta$



Recordar:

$\alpha - \beta = 360°k\,,\ \forall\, k \in \mathbb{Z} - \{0\}$

$RT(\alpha) = RT(\beta)$

Resolución:

$\tan\theta = \tan 37°$; $\cos\theta = \cos 37°$

$M = 4\tan\theta + 5\cos\theta$

$M = 4\tan 37° + 5\cos 37°$

$M = 4\left(\frac{3}{4}\right) + 5\left(\frac{4}{5}\right)$

$\therefore M = 7$