



ARITHMETIC

Chapter 12

4th

SECONDARY

ESTUDIO DE LOS
ENTEROS POSITIVOS II



 **SACO OLIVEROS**

MOTIVATING STRATEGY



El estudio de los números primos ha despertado la curiosidad de muchos estudiosos por saber cuál es el más grande número primo. A continuación algunos descubrimientos.

➤ Lucas en 1877 publicó el número $2^{177} - 1$ que tiene 39 cifras.

➤ Robinson en 1958 publicó los números
 $81 \times 2^{324} + 1$; $63 \times 2^{326} + 1$; $35 \times 2^{327} + 1$

Cada uno de ellos son números con 100 cifras.

➤ La Universidad de Illinois (EE. UU.) en 1963 publicó el número $2^{11213} - 1$, que tiene 3376 cifras.

➤ En 1971, en New York (EE. UU.), se publicó el número primo $2^{19937} - 1$, que tiene 6002 cifras, que fueran calculadas en una computadora.



DESCOMPOSICION CANONICA

2

Suma de divisores

Ejm

$$60 = \underbrace{2^2}_{\substack{2^0 \\ 2^1 \\ 2^2}} \times \underbrace{3^1}_{\substack{3^0 \\ 3^1}} \times \underbrace{5^1}_{\substack{5^0 \\ 5^1}}$$

$$SD_{60} = (1 + 2^1 + 2^2)(1 + 3^1)(1 + 5^1)$$

$$SD_{60} = \left(\frac{2^3 - 1}{2 - 1} \right) \left(\frac{3^2 - 1}{3 - 1} \right) \left(\frac{5^2 - 1}{5 - 1} \right) = 168$$

En general:

$$SD_N = \left(\frac{a^{\alpha+1} - 1}{a - 1} \right) \left(\frac{b^{\beta+1} - 1}{b - 1} \right) \left(\frac{c^{\theta+1} - 1}{c - 1} \right)$$

Recordemos :

$$\text{Sea } N = a^\alpha \cdot b^\beta \cdot c^\theta \dots (DC)$$

Donde : $a \neq b \neq c$, primos
 $\alpha, \beta, \theta \in \mathbb{Z}^+$

1

Cantidad de

En divisores

general:

$$CD_N = (\alpha + 1)(\beta + 1)(\theta + 1)$$

HELICO THEORY



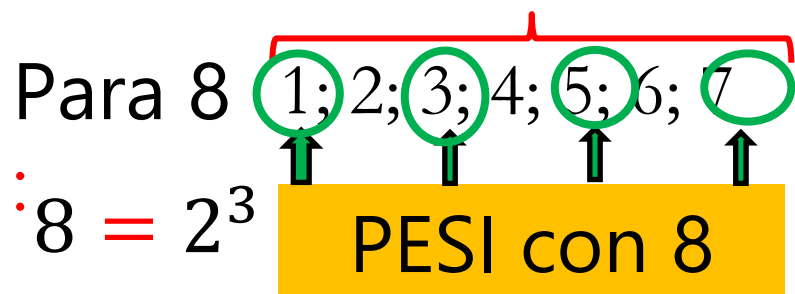
3

Indicador de Euler o función de Euler [$\phi(N)$]



Se denomina indicador de un entero positivo, a la cantidad de números menores que el entero positivo que son PESI con él.

Ejm 1 Números menores a 8

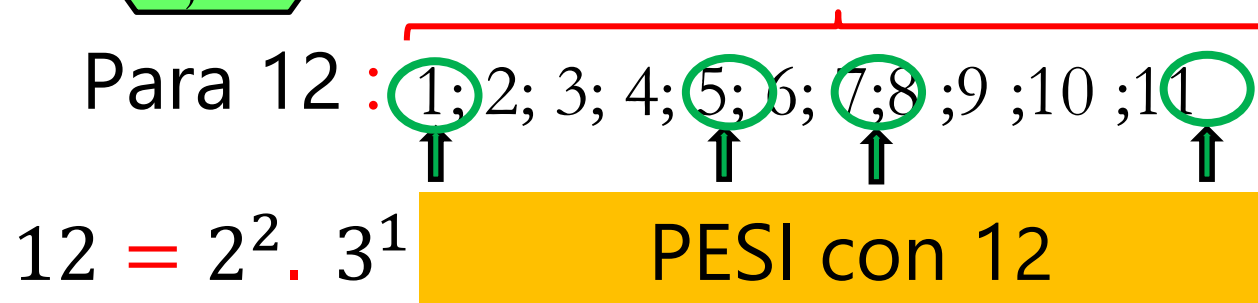


$$\rightarrow \phi(8) = 4 = 2^{3-1}(2-1)$$

En general:

$$\phi(N) = a^{\alpha-1}(a-1)b^{\beta-1}(b-1)c^{\theta-1}(c-1) \dots$$

Ejm 2 Números menores a 12



$$\rightarrow \phi(12) = 4 = 2^{2-1}(2-1) 3^{1-1}(3-1)$$



1

Halle la cantidad de divisores del número 19 600.

Resolución :

19600	100 = 2 ² x 5 ²
196	2
98	2
49	7
7	7
1	

$$19600 = 2^4 \times 5^2 \times 7^2$$

$$CD_{19600} = (4 + 1)(2 + 1)(2 + 1)$$

$$CD_{19600} = 5 \times 3 \times 3$$

$$CD_{19600} = 45$$

RPTA:

45



2 ¿Cuántos divisores compuestos tiene el número 33 075?

Resolución:

$$CD_{total} = CD_{simples} + CD_{compuestos}$$

33075	3
11025	3
3675	3
1225	5
245	5
49	7
7	7
1	

$$33075 = 3^3 \times 5^2 \times 7^2$$

$$CD_{33075} = (3 + 1)(2 + 1)(2 + 1)$$

$$CD_{33075} = 4 \times 3 \times 3$$

$$CD_{33075} = 36$$

$$CD_{simple} = 4$$

$$CD_{compuestos} = CD_{total} - CD_{simples}$$

$$CD_{compuesto} = 36 - 4$$

$$CD_{compuesto} = 32$$

RPTA:

32



3

Del número 3000, halle:

A: cantidad de divisores múltiplos de 20

B: cantidad de divisores múltiplos de 75

Dé como respuesta el valor de $A + B$.

Resolución:

$$3000 = 2^3 \times 3 \times 5^3 \dots \quad (\text{D.C})$$

Hallar A

$$3000 = 2^2 \times 5^1 (2^1 \times 3^1 \times 5^2)$$

$$A = CD_{3000_{20}} = (1 + 1)(1 + 1)(2 + 1)$$

$$A = 12$$

Hallar B

$$3000 = 5^2 \times 3^1 (2^3 \times 5^1)$$

$$B = CD_{3000_{75}} = (3 + 1)(1 + 1)$$

$$B = 8$$

$$\therefore A + B = 20$$

RPTA:

20



4 **Calcule la suma de divisores del número 980.**

Resolución:

$$SD_N = \left(\frac{a^{\alpha+1}-1}{a-1} \right) \left(\frac{b^{\beta+1}-1}{b-1} \right) \left(\frac{c^{\theta+1}-1}{c-1} \right)$$

$$980 = 98 \times 10$$

$$980 = 2 \times 7^2 \times 2 \times 5$$

$$980 = 2^2 \times 5^1 \times 7^2$$

$$SD_{980} = \left(\frac{2^{2+1}-1}{2-1} \right) \left(\frac{5^{1+1}-1}{5-1} \right) \left(\frac{7^{2+1}-1}{7-1} \right)$$

$$SD_{980} = 7 \times 6 \times 57$$

$$SD_{980} = 2394$$

RPTA:

2394



5

Halle el menor número que posee 55 divisores. Dé como respuesta la cifra de mayor orden.

$$a = 3, b = 9 \longrightarrow N = 2^4 \times 3^{10} = 944784$$

$$a = 9, b = 3 \longrightarrow N = 2^4 \times 3^{10} = \boxed{82944}$$

Resolución :

Sea el menor número:

$$N = 2^a \times 3^b \quad \dots \text{D.C}$$

$$CD_{(N)} = (a + 1)(b + 1) = 55$$

↓	↓
4	10
10	4

∴ Cifra de mayor orden es 8

RPTA:

8



6 Si 686^n tiene 96 divisores, halle el valor de n .

Resolución :

$$686^n = (2^1 \cdot 7^3)^n$$

$$686^n = 2^{n_x} 7^{3n} \dots \text{D.C}$$

$$\therefore n = 5$$

$$CD(686^n) = (n+1)(3n+1) = 96$$

$$(n+1)(3n+1) = (5+1)(3 \cdot 5+1)$$

RPTA:

5



7

Si $15^n \times 55^{n+1}$ tiene 500 divisores compuestos, halle el valor de n .

Resolución:

$$N = 15^n \cdot 55^{n+1}$$

$$N = (3^1 \cdot 5^1)^n (5^1 \cdot 11^1)^{n+1}$$

$$N = 3^n \times 5^n \times 5^{n+1} \times 11^{n+1}$$

$$N = 3^n \times 5^{2n+1} \times 11^{n+1} \dots \text{D.C}$$

$$CD_{\text{totales}} = CD_{\text{simples}} + CD_{\text{compuestos}}$$

$$(n+1)(2n+2)(n+2) = 4 + 500$$

$$(n+1)(2)(n+1)(n+2) = 504$$

$$(2)(n+1)^2(n+2) = 504$$

$$(n+1)^2(n+2) = 252$$

$$(n+1)^2(n+2) = (5+1)^2(5+2)$$

$$\therefore n = 5$$

RPTA:

5



8

En el último Concurso Nacional de Matemáticas una de las preguntas de la evaluación; era conocer si al aumentar una cierta cantidad de ceros a un número, este se modificaba en cuánto a su cantidad de divisores siendo la pregunta: ¿Cuántos ceros son necesarios colocar a la derecha del número 9 para que el resultado tenga 239 divisores compuestos?

Resolución :

Sea el número:

$$N = 900 \dots 000$$

"n" ceros

$$N = 9 \times 10^n$$

$$= 3^2 \times (2^1 \cdot 5^1)^n$$

$$N = 2^n \times 3^2 \times 5^n \quad \dots \text{D.C}$$

$$CD_{\text{totales}} = CD_{\text{simples}} + CD_{\text{compuestos}}$$

$$(n+1)(2+1)(n+1) = 4 + 239$$

$$(3) \quad (n+1)^2 = 243$$

$$(n+1)^2 = 81$$

$$(n+1) = 9$$

$$n = 8$$

∴

RPTA:

8 ceros