GEOMETRÍA

Capítulo 20

5th
SECONDARY

PLANO CARTESIANO

SACO OLIVEROS

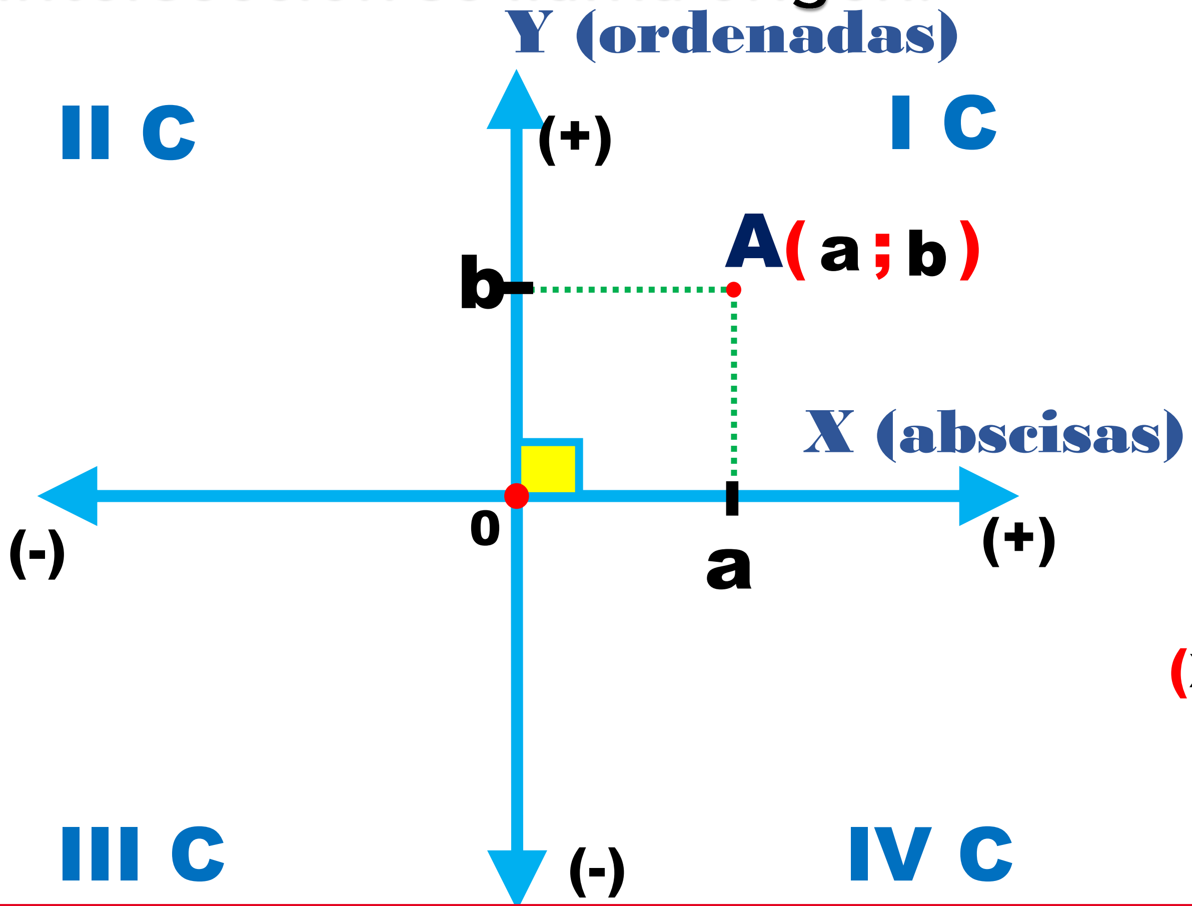
Helicomotivación

René Descartes nace el 31 de marzo de 1596 cerca de Poitiers.

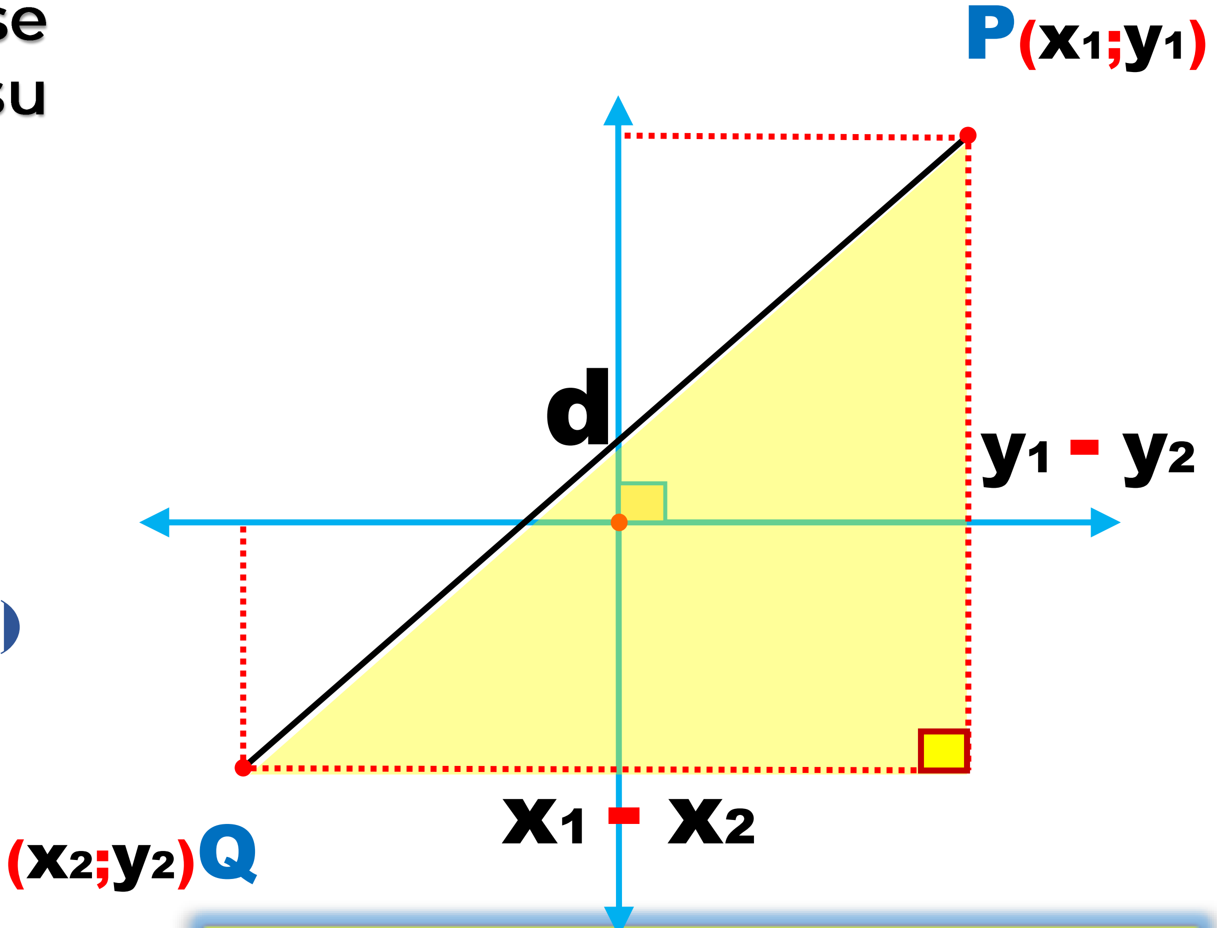
Fundamentó su pensamiento filosófico en la necesidad de tomar un "punto de partida" sobre el que edificar todo el conocimiento. En su faceta matemática que le lleva a crear la geometría analítica, también comienza tomando un punto de partida: dos rectas perpendiculares entre sí, que se cortan en un punto denominado "origen de coordenadas", ideando así las denominadas coordenadas cartesianas

PLANO CARTESIANO

Es el plano determinado por dos rectas perpendiculares que se dividen en cuatro cuadrantes y su intersección se llama origen.



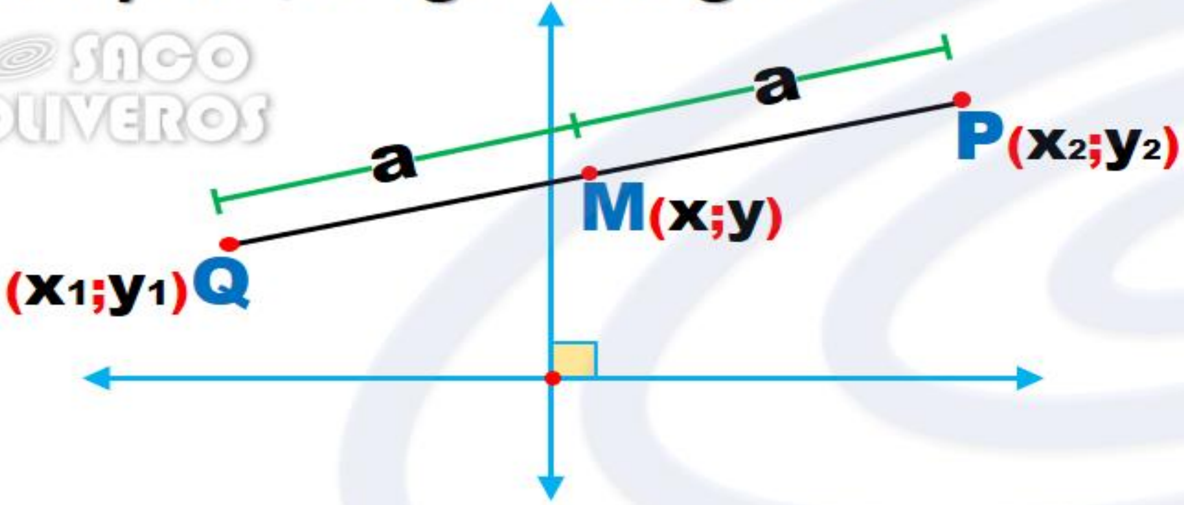
Distancia entre dos puntos



$$d^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2$$

Coordenada del punto medio de un segmento

El punto medio del $\overline{PQ}$ es el punto M(x,y) que divide en dos segmentos PM y MQ de igual longitud.

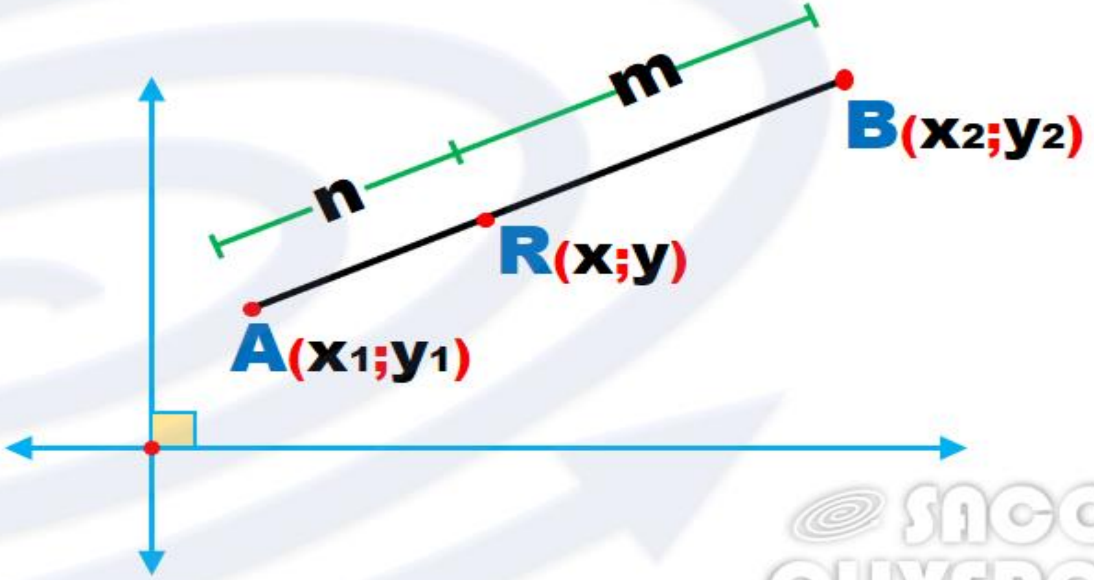


$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

División de un segmento

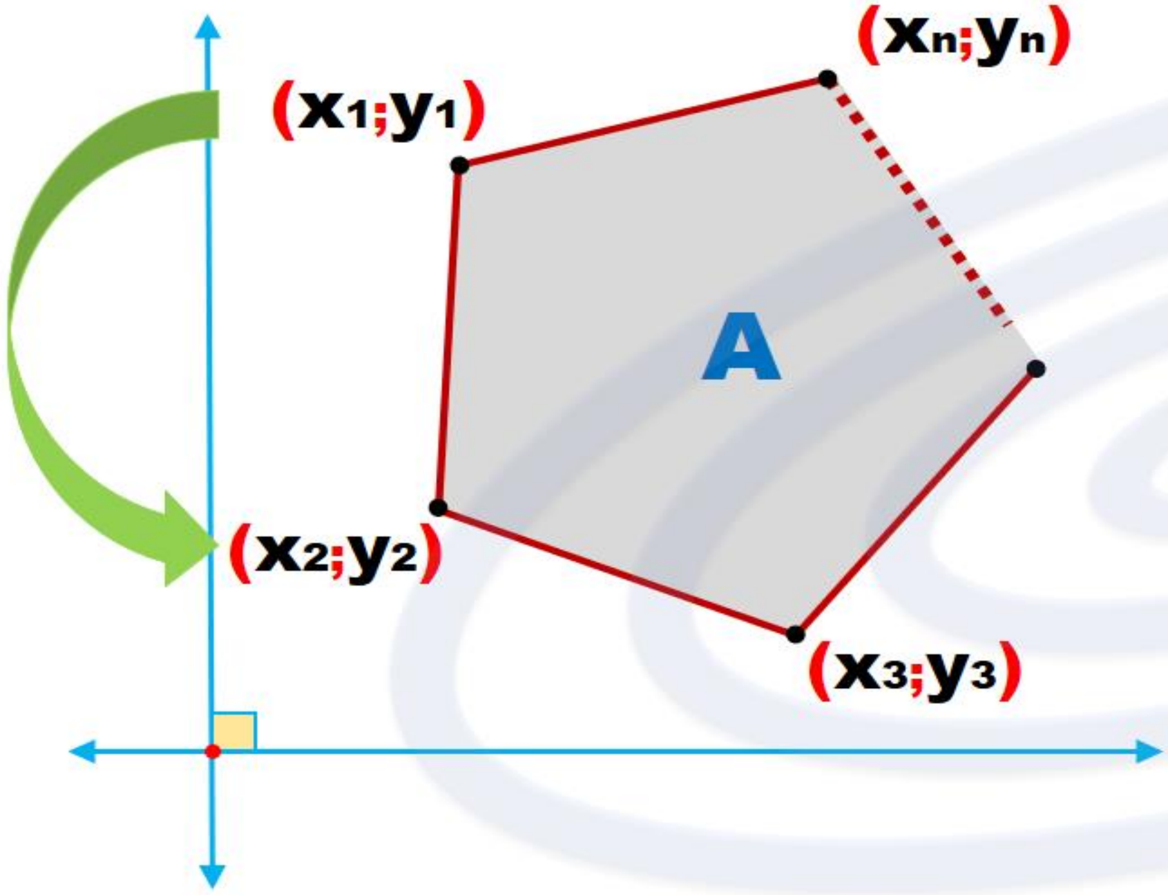
Sean A(x_1,y_1) y B(x_2,y_2) los extremos de $\overline{PQ}$, las coordenadas del punto R(x, y)



$$x = \frac{m.x_1 + n.x_2}{m + n}$$

$$y = \frac{m.y_1 + n.y_2}{m + n}$$

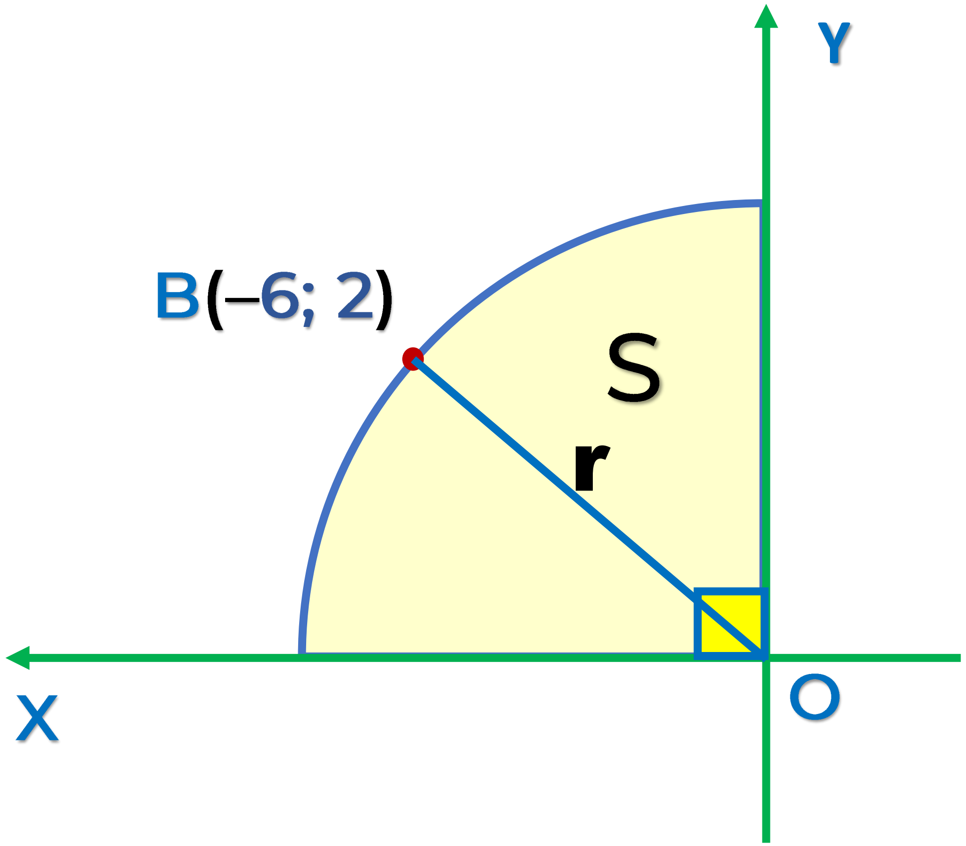
Cálculo de áreas en el plano cartesiano



$$(+)\quad \begin{array}{c|cc|c}
 & x_1 & y_1 & \\
x_2\cdot y_1 & x_2 & y_2 & x_1\cdot y_2\\
x_3\cdot y_2 & x_3 & y_3 & x_2\cdot y_3\\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\
 & x_n & y_n & \\
x_1\cdot y_n & x_1 & y_1 & x_n\cdot y_1\\
\hline
R & & & S
\end{array}\quad (+)$$

$$A=\frac{|R-S|}{2}$$

1. En la figura, calcule el área del cuarto de círculo.



Resolución

- Piden: S

$$S = \frac{\pi(r)^2}{4} \quad \text{... (1)}$$

- Por teorema:

$$r = \sqrt{(-6)^2 + (2)^2}$$

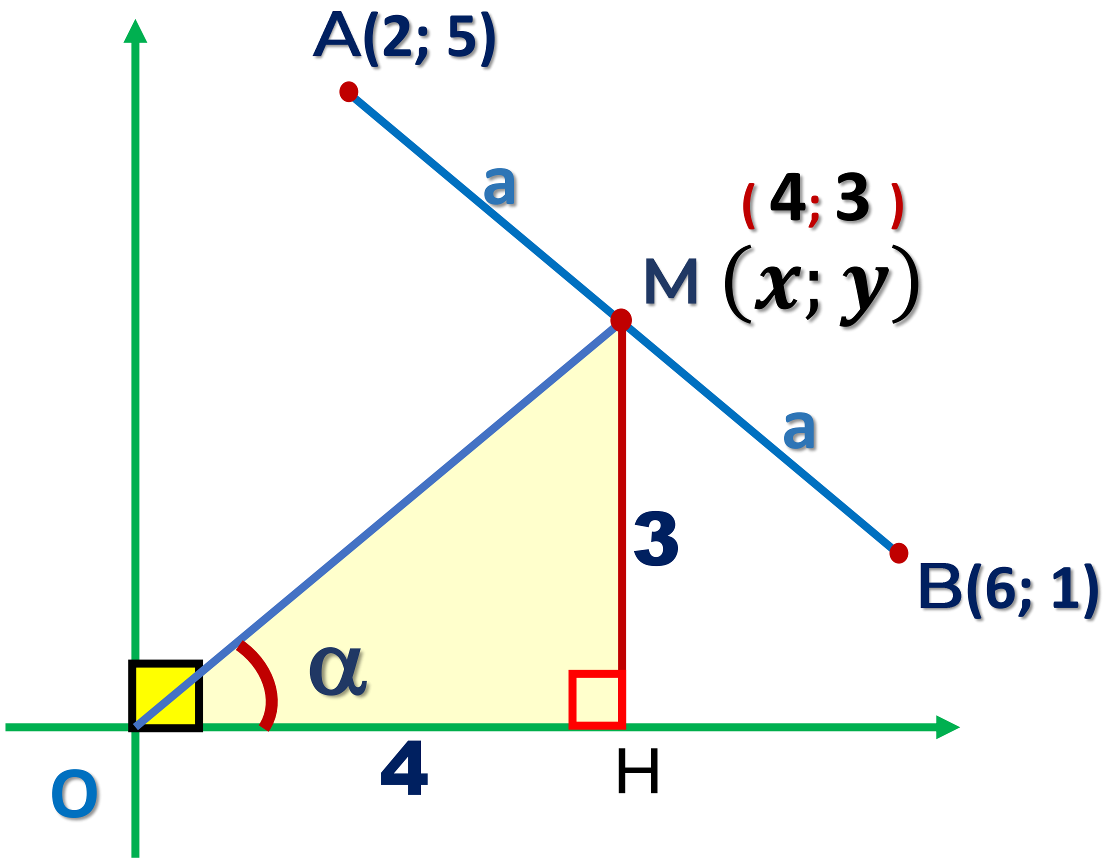
$$r = \sqrt{40} \quad \text{... (2)}$$

- Reemplazando 2 en 1.

$$S = \frac{\pi\left(\sqrt{40}\right)^2}{4}$$

$$\boxed{S = 10\,\pi\,u^2}$$

2. En la figura, halle el valor de α.



Resolución

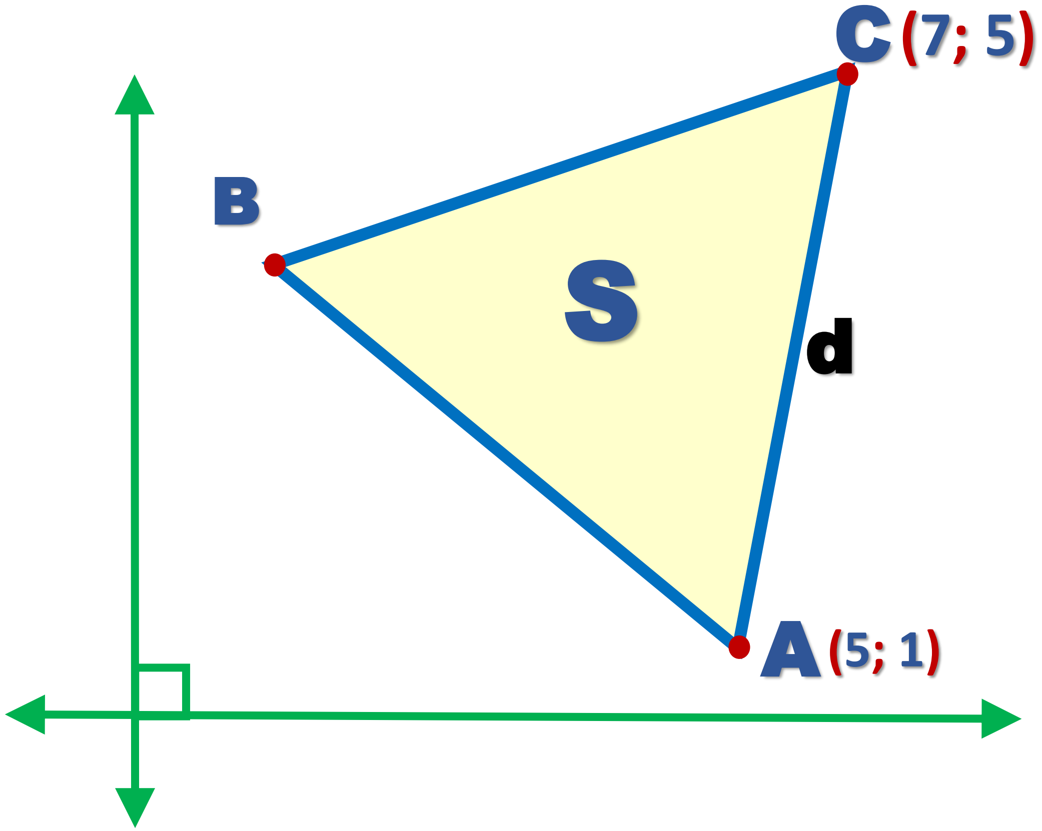
- Piden: α
- Por Coordenada del Punto Medio

$$x = \frac{6+2}{2} = 4 \qquad y = \frac{1+5}{2} = 3$$

- Se traza la altura $\overline{\mathbf{MH}}$.
- ⊿OHM : Notable de 37° y 53°

$$\boxed{\alpha = 37°}$$

3. En el plano cartesiano, se tiene una región triangular equilátera ABC, tal que A(5; 1) y C(7; 5). Calcule su área.



Resolución

- Piden: S
- Por distancia entre dos puntos:

$$d = \sqrt{(7-5)^2 + (5-1)^2}$$

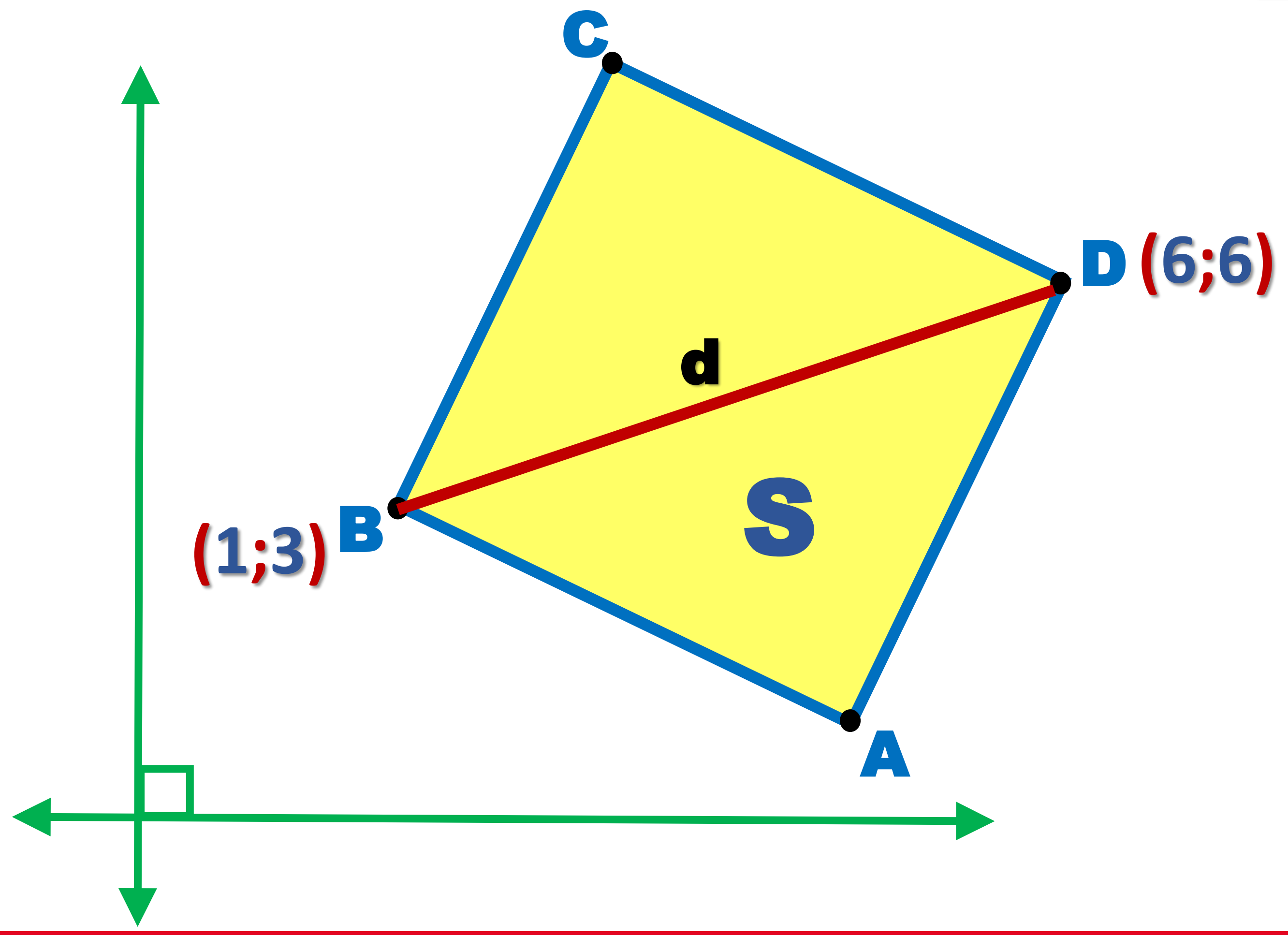
$$d = \sqrt{20}$$

- Por teorema.

$$S = \frac{\left(\sqrt{20}\right)^2\sqrt{3}}{4}$$

$$\boxed{S = 5\sqrt{3}\ \mathrm{u}^2}$$

4. En el plano cartesiano se tiene una región cuadrada ABCD, tal que B(1; 3) y D(6; 6) Calcule su área.



Resolución

- Piden: S
- Distancia entre dos puntos

$$d = \sqrt{(6-1)^2 + (6-3)^2}$$

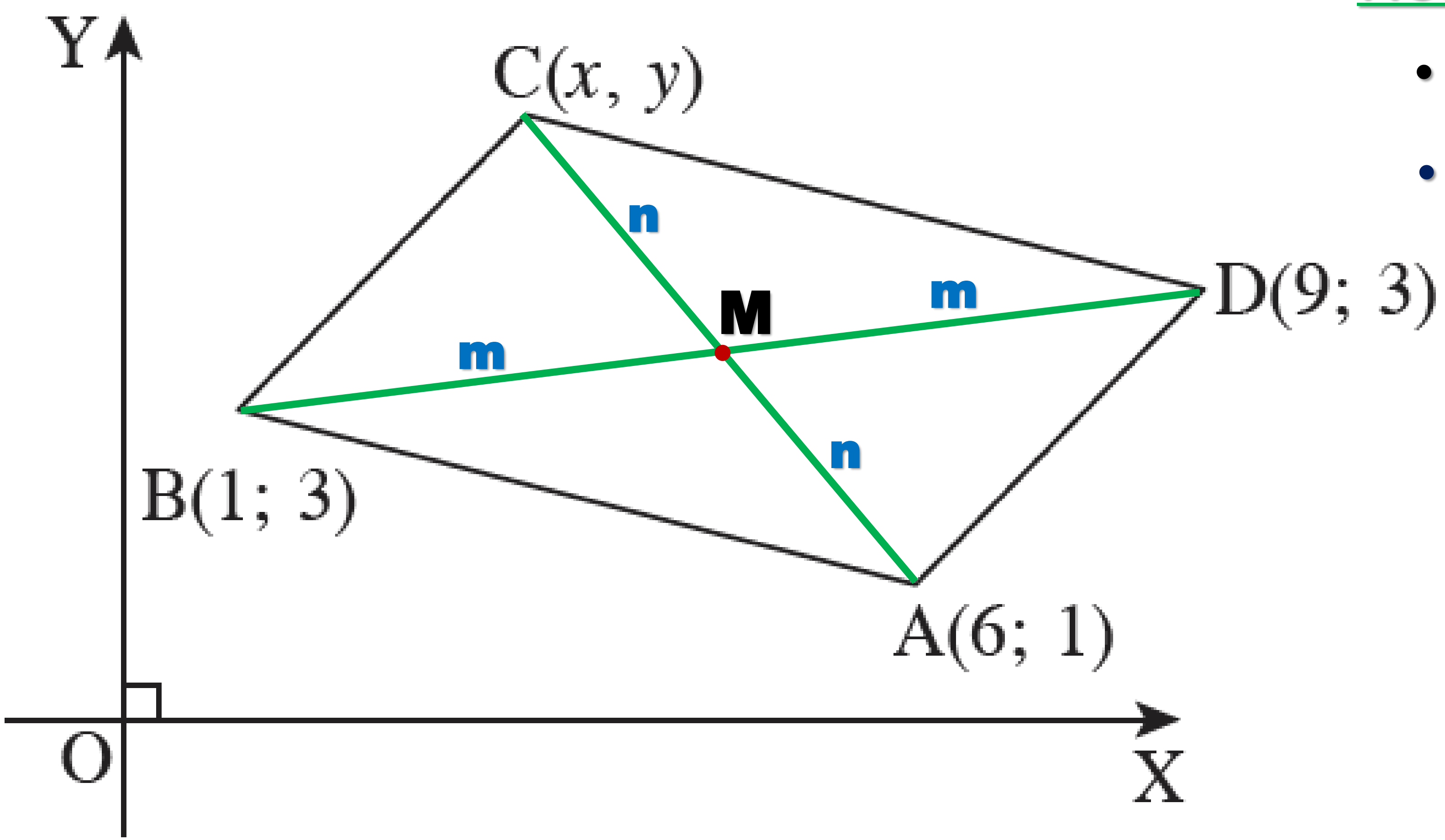
$$d = \sqrt{34}$$

- Por teorema.

$$S = \frac{\left(\sqrt{34}\right)^2}{2}$$

$$\boxed{S = 17\ \text{u}^2}$$

5. En la figura, determine las coordenadas del vértice C del romboide ABCD.



Resolución

- Piden: C (x ; y)
- Por coordenada del punto medio se cumple:

➢ $x + 6 = 1 + 9$

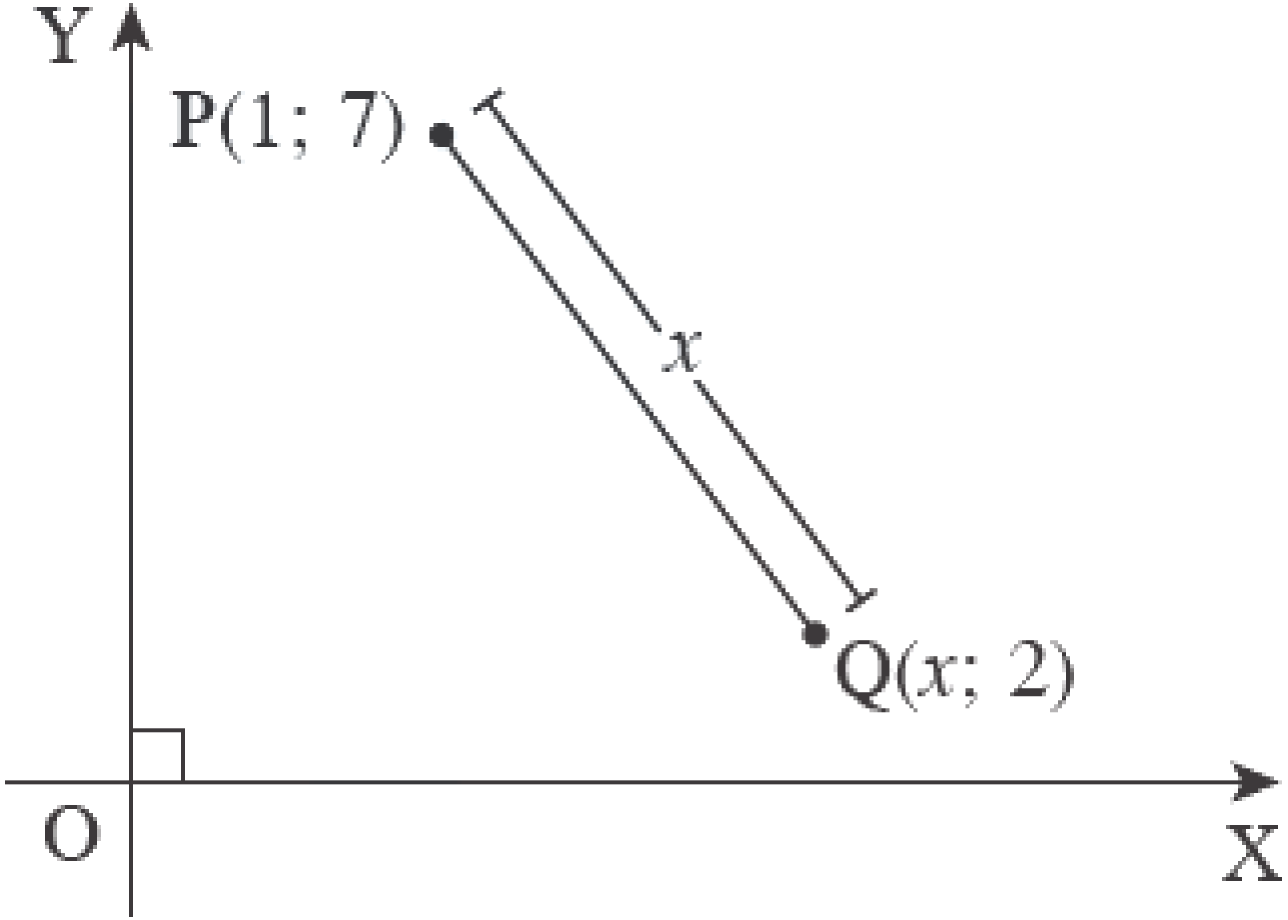
$x = 4$

➢ $y + 1 = 3 + 3$

$y = 5$

$\boxed{C(4;5)}$

6. En el plano cartesiano mostrado, halle el valor de x.



Resolución

- Piden: x
- Distancia entre dos puntos

$$x = \sqrt{(x-1)^2 + (2-7)^2}$$

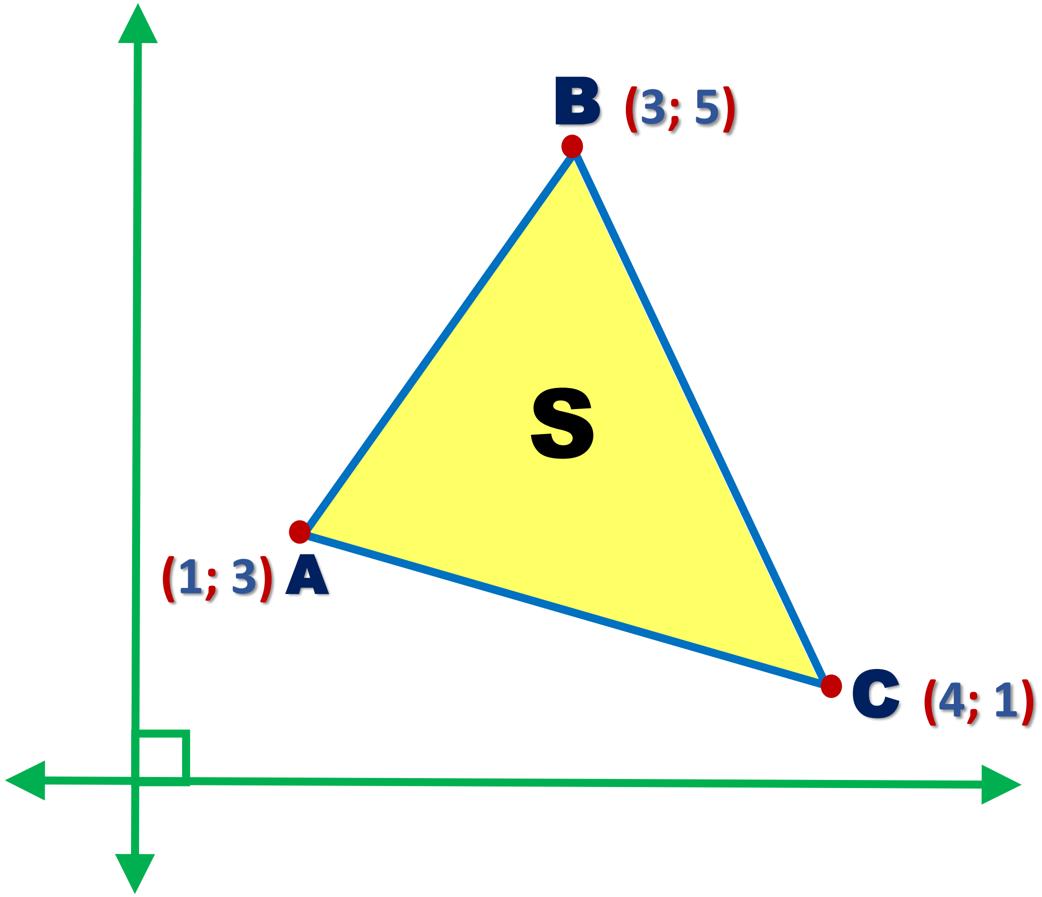
$$x^2 = (x-1)^2 + 25$$

$$\cancel{x^2} = \cancel{x^2} - 2x + 1 + 25$$

$$2x = 26$$

$$\boxed{x = 13}$$

7. Calcule el área de una región triangular ABC, si A (1; 3), B(3; 5) y C (4; 1).



Resolución

- Piden: S
- Por teorema:

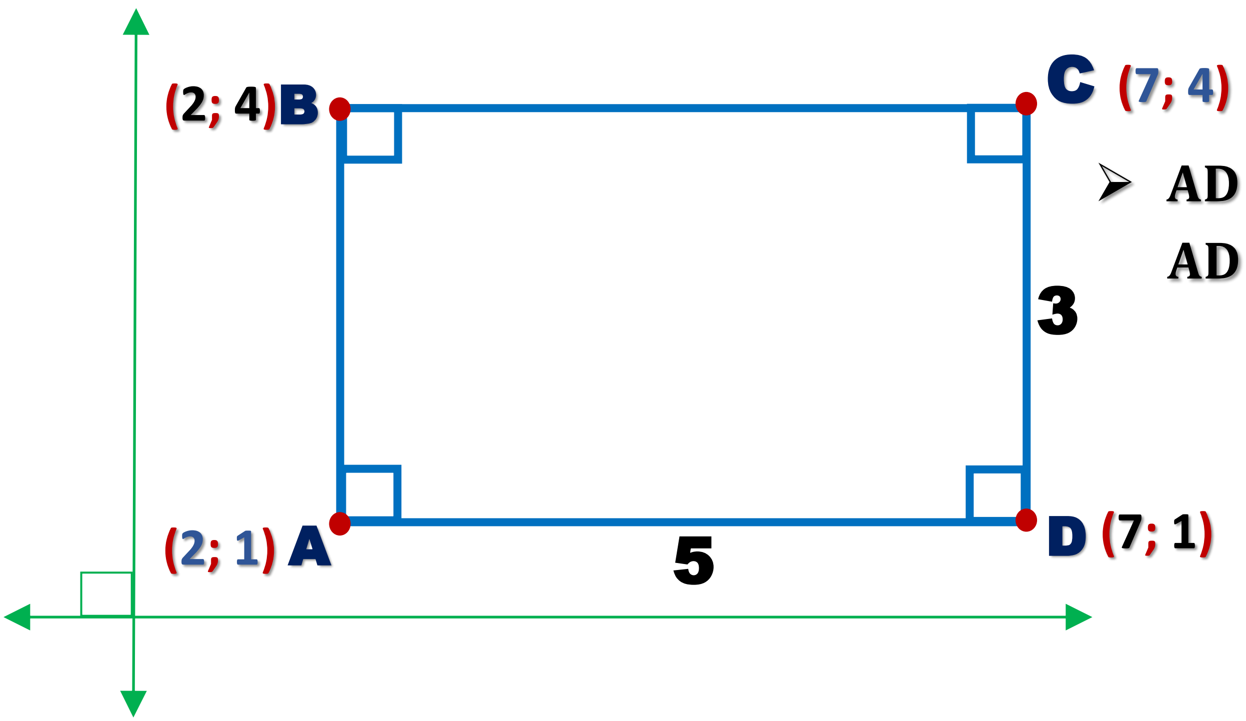
$$\begin{array}{r|cc|l} & 1 & 3 & \\ 12 & 4 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 5 & 20 \\ 5 & 1 & 3 & 9 \\ \hline 20 & & & 30 \end{array}$$

$$S = \frac{|20 - 30|}{2} = \frac{10}{2}$$

$$\boxed{S = 5\ u^2}$$

8. Los puntos A(2; 1) y C(7; 4) son dos vértices opuestos de una región rectangular ABCD, cuyos lados son paralelos a los ejes X e Y. Calcule el volumen del sólido de revolución que genera dicha región, al girar alrededor de su mayor lado.

Resolución



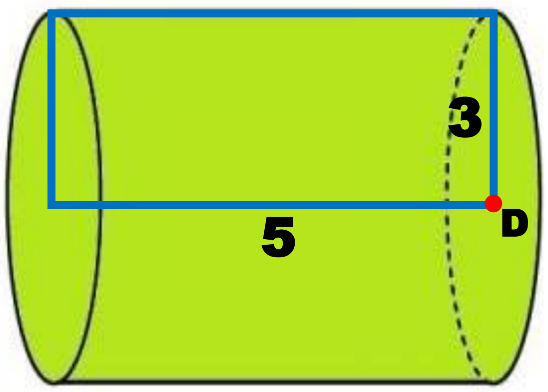
- Piden: V(SG)
- Distancia entre dos puntos

➢ $AD = \sqrt{(7-2)^2 + (1-1)^2}$

$AD = \sqrt{(5)^2} = 5$

➢ $CD = \sqrt{(7-7)^2 + (4-1)^2}$

$CD = \sqrt{(3)^2} = 3$



- Por teorema:

$V_{(SG)} = \pi . r^2 . h$

$V_{(SG)} = \pi . 3^2 . 5$

$\boxed{V_{(SG)} = 45\pi\ u^3}$