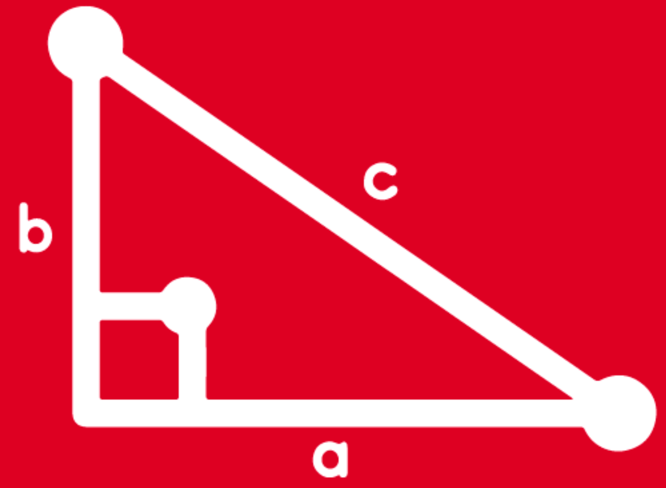
TRIGONOMETRY

Tomo 08
Session I

4th
SECONDARY



Feedback

SACO OLIVEROS

1. Determine el rango de la función:

$$f(x) = 13sen5x - 9$$

Resolución:

1. Recordemos que:

$$\boxed{\forall x \in \mathbb{R}: -1 \leq sen5x \leq 1}$$

2. Determinemos el rango:

x 13

$$-1 \leq sen5x \leq 1$$

$$-13 \leq 13sen5x \leq 13$$

- 9

$$-13 \leq 13sen5x \leq 13$$

$$-22 \leq \underbrace{13sen5x - 9}_{} \leq 4$$

$$-22 \leq \boldsymbol{f(x)} \leq 4$$

$$\boxed{\therefore \boldsymbol{Ranf = [-22; 4]}}$$

2. Halle el rango de la función:

$$g(x) = \frac{7cos5x + 8}{2}$$

Resolución:

1. Recordemos que:

$$\boxed{\forall x \in \mathbb{R}: -1 \leq cos5x \leq 1}$$

2. Determinemos el rango:

$$-1 \leq cos5x \leq 1$$

x 7

$$-7 \leq 7cos5x \leq 7$$

+8

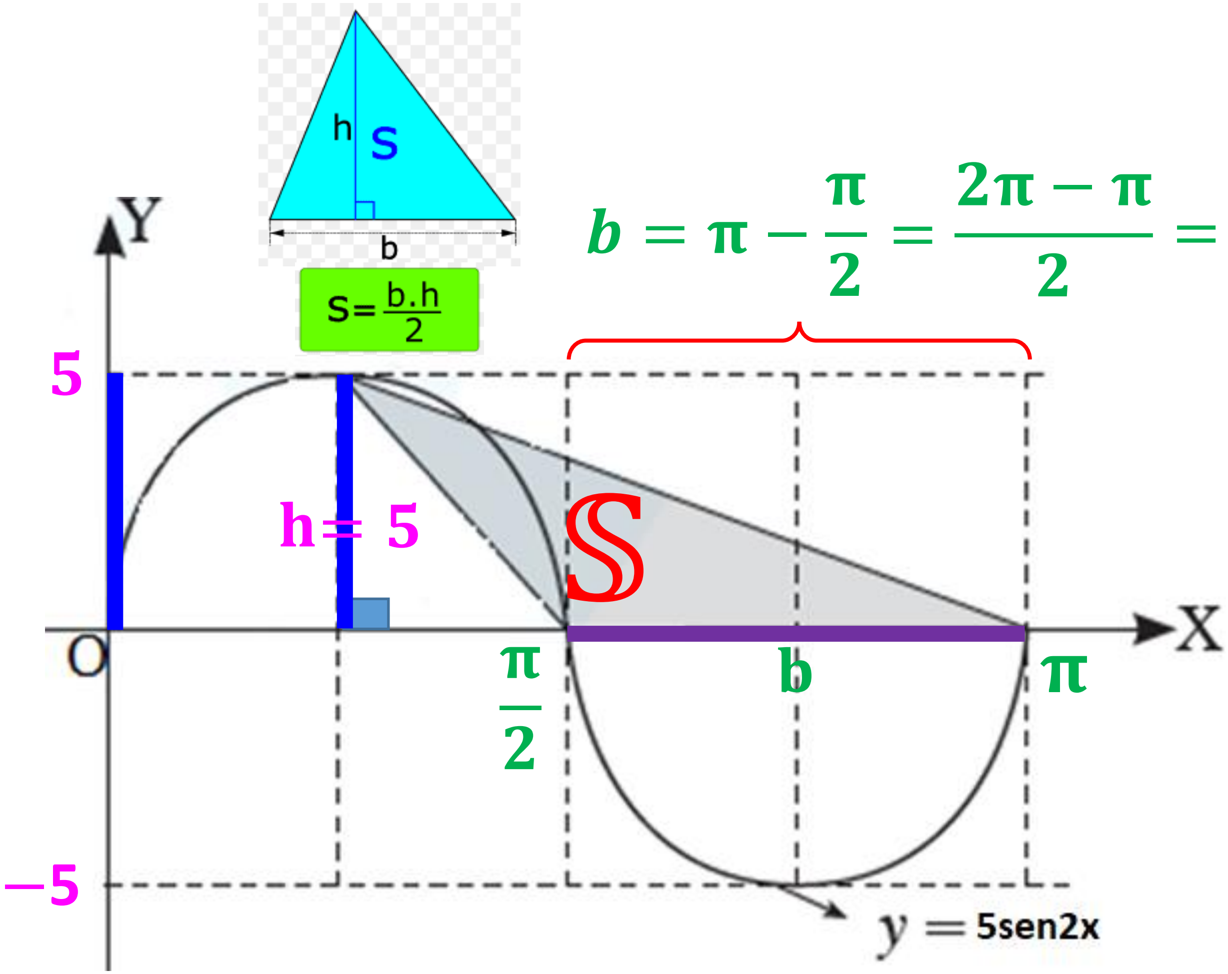
$$1 \leq 7cos5x + 8 \leq 15$$

÷ 2

$$\frac{1}{2} \leq \underbrace{\frac{7cos5x + 8}{2}}_{g(x)} \leq \frac{15}{2}$$

$$\boxed{\therefore \boldsymbol{Rang} = \left[\frac{1}{2}; \frac{15}{2}\right]}$$

3. El siguiente gráfico muestra las ondas emitidas por un teléfono móvil. Calcule el área de la región triangular sombreada.



$$b=\pi-\frac{\pi}{2}=\frac{2\pi-\pi}{2}=\frac{\pi}{2}$$

Resolución:

Dato: $f(x)=y=5\text{sen}2x=A\text{sen}Bx$

$\Rightarrow$ $A=5$ $\quad B=2$

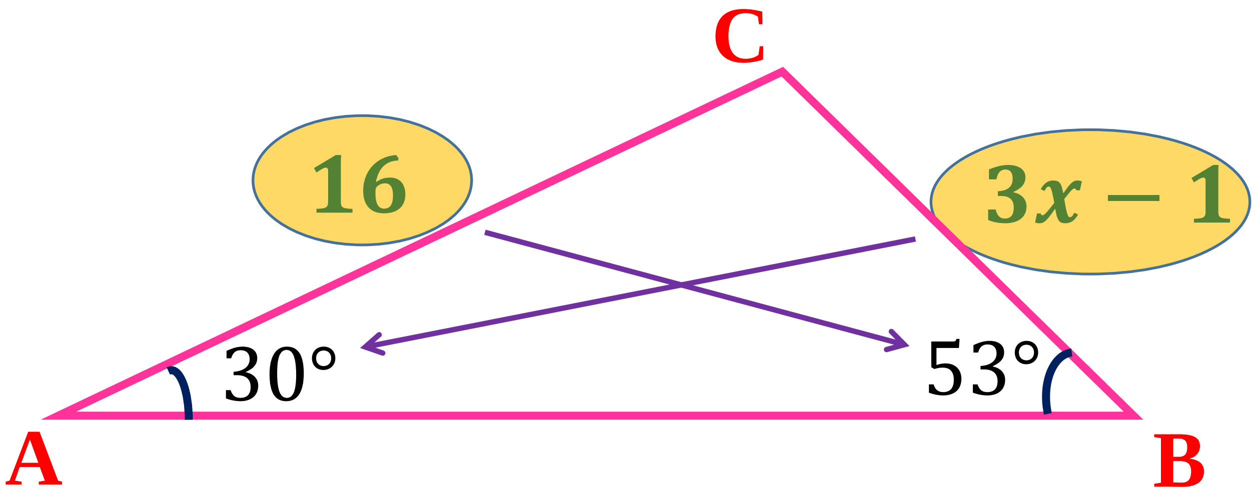
El periodo: $T=\dfrac{2\pi}{B}=\dfrac{2\pi}{2}=\pi$

Área $\mathbb{S}$ pedida:

$$\mathbb{S}=\frac{bh}{2}=\frac{\left(\frac{\pi}{2}\right)(5)}{2}=\left(\frac{\pi}{2}\right)\frac{(5)}{2}=\frac{5\pi}{4}$$

$$\boxed{\therefore\ \mathbb{S}=\frac{5\pi}{4}u^2}$$

4. Del gráfico, halle el valor de $3x$.



Resolución:

Teorema de senos:

$$\boxed{\frac{a}{senA} = \frac{b}{senB}} \Rightarrow \frac{3x-1}{\text{sen}30°} = \frac{16}{\text{sen}53°}$$

$$\frac{3x-1}{\frac{1}{2}} = \frac{16}{\frac{4}{5}}$$

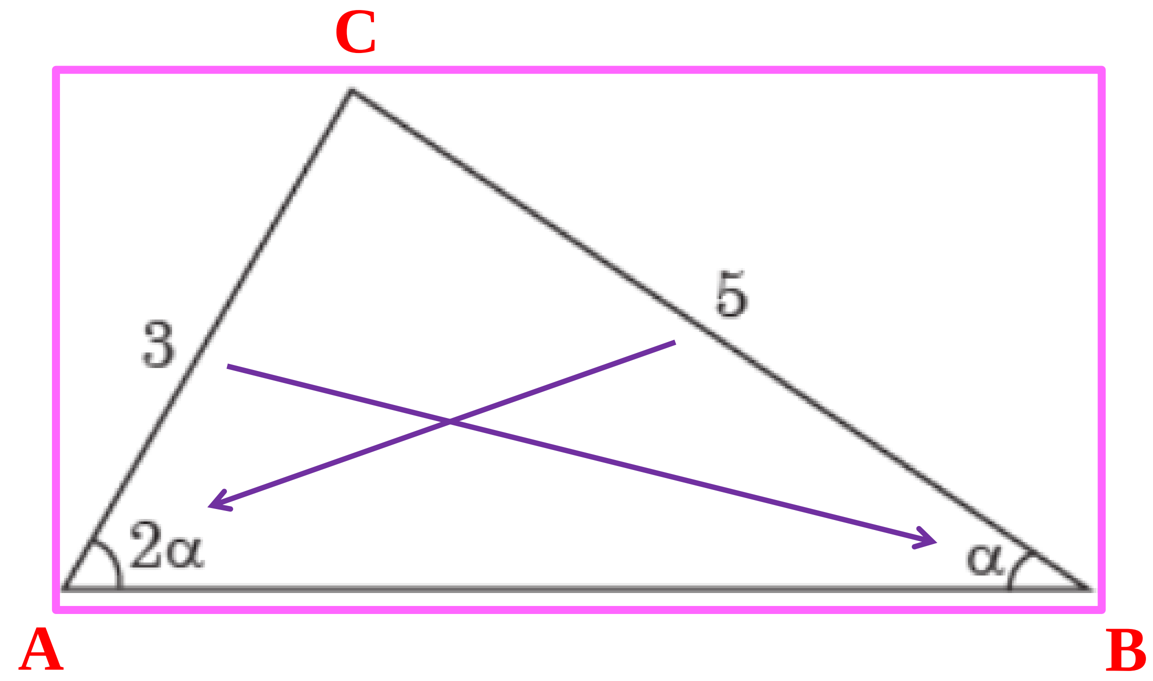
Así: $2(3x-1) = 20$

Luego: $6x - 2 = 20$

$$\Rightarrow \underset{3}{\cancel{6}}x = \underset{11}{\cancel{22}}$$

$$\boxed{\therefore 3x = 11}$$

5. Del gráfico, calcule cosα



Resolución:

Teorema de senos:

$$\boxed{\frac{a}{senA} = \frac{b}{senB}} \Rightarrow \frac{5}{sen2\alpha} = \frac{3}{sen\alpha}$$

Así tenemos: $5sen\alpha = 3sen2\alpha$

Recordar: $\boxed{sen2x = 2senxcosx}$

Reemplazando:

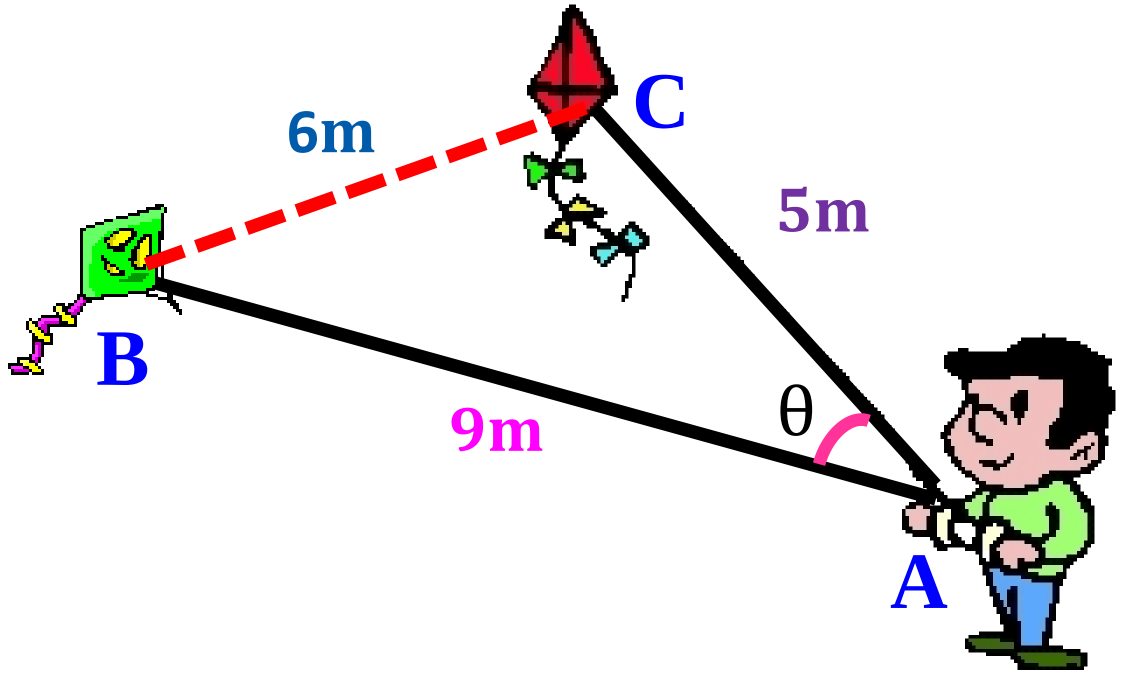
$$\Rightarrow 5\cancel{sen\alpha} = 3(2\cancel{sen\alpha}cos\alpha)$$

$$5 = 6cos\alpha$$

$$\boxed{\therefore cos\alpha = \frac{5}{6}}$$

6. Jean Paul está haciendo volar dos cometas simultáneamente, una de ellas tiene 9m de pabilo y la otra 5m. Si el ángulo que forman ambos pabilos es θ, determine cosθ sabiendo que la distancia entre ambas cometas es 6m.

Resolución:



Teorema de cosenos:

$$\boxed{a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A}$$

$$6^2 = 5^2 + 9^2 - 2(5)(9)\cos\theta$$

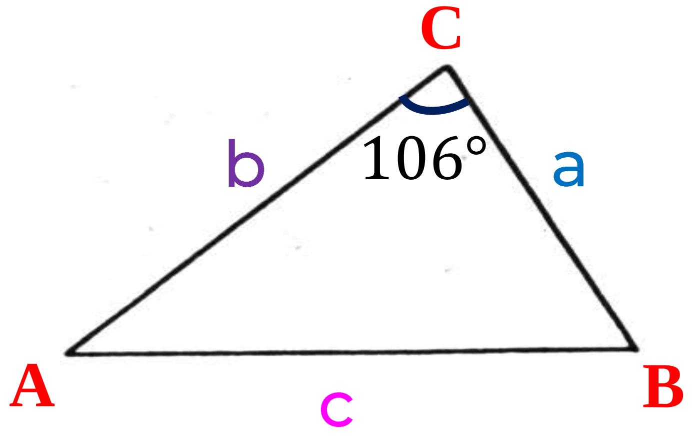
$$90\cos\theta = 25 + 81 - 36$$

$$9\cancel{0}\cos\theta = 7\cancel{0}$$

$$\boxed{\therefore \cos\theta = \frac{7}{9}}$$

7. En un triángulo ABC, se cumple $m\measuredangle C = 106°$ y $a = 2b$. Calcule el valor de: $\tan\left(\dfrac{A-B}{2}\right)$

Resolución:



Teorema de tangentes

$$\frac{a-b}{a+b} = \frac{\tan\left(\frac{A-B}{2}\right)}{\tan\left(\frac{A+B}{2}\right)}$$

Del triángulo: $A + B + \underbrace{C}_{106°} = 180° \Rightarrow A + B = 74°$

Del dato: $\boxed{a = 2b}$

Reemplazando valores:

$$\frac{2b-b}{2b+b} = \frac{\tan\left(\frac{A-B}{2}\right)}{\tan\left(\frac{74°}{2}\right)}$$

$$\Rightarrow \frac{\cancel{b}}{3\cancel{b}} = \frac{\tan\left(\frac{A-B}{2}\right)}{\tan 37°} \quad \Rightarrow \frac{1}{3}\tan(37°) = \tan\left(\frac{A-B}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\cancel{3}}\cdot\frac{\cancel{3}}{4} = \tan\left(\frac{A-B}{2}\right)$$

$$\boxed{\therefore \tan\left(\frac{A-B}{2}\right) = \frac{1}{4}}$$

8. En un Δ ABC, calcule su perímetro si:

$$a.\cos^2\left(\frac{B}{2}\right) + b.\cos^2\left(\frac{A}{2}\right) = 10$$

Resolución:

Recordar las identidades:

$$\boxed{\cos^2 x = \frac{1+\cos 2x}{2}} \quad \ldots (*)$$

a = b cos C + c cos B
b = a cos C + c cos A
c = a cos B + b cos A

Utilizando (*) en la condición:

$$a.\frac{1+\cos B}{2} + b.\frac{1+\cos A}{2} = 10$$

x 2

$$a + a.\cos B + b + b.\cos A = 20$$

Usar el teorema de proyecciones:

$$a + b + \underbrace{a.\cos B + b.\cos A}_{c} = 20$$

$$\boxed{\therefore\ \textit{Perímetro del } \Delta\, ABC = 20}$$

9. En un triángulo ABC, reduzca: $E = \dfrac{b.\operatorname{sen}(B+C)}{c - a.\cos B}$

Resolución:

Sabemos que:

$\boxed{\Delta ABC: A+B+C=180°}$

$\Rightarrow B+C=180°-A$

Teorema de proyecciones:

$$\boxed{c = b.\cos A + a.\cos B}$$

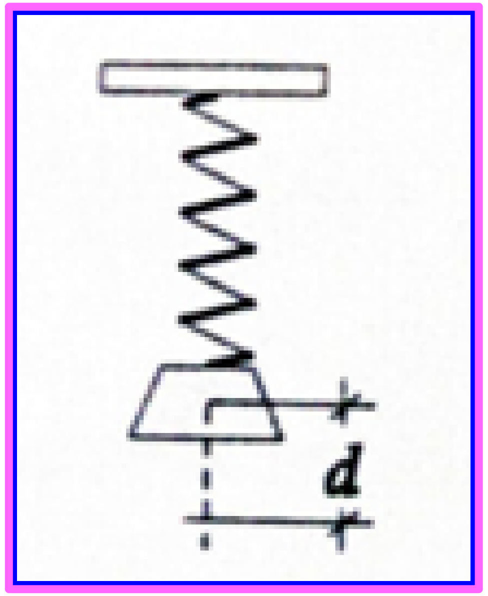
Reemplazando en E:

$$E = \frac{b.\operatorname{sen}(180° - A)}{b.\cos A + \cancel{a.\cos B} - \cancel{a.\cos B}}$$

$$\Rightarrow \quad E = \frac{\cancel{b}.\operatorname{sen}A}{\cancel{b}.\cos A}$$

$$\boxed{\therefore E = \tan A}$$

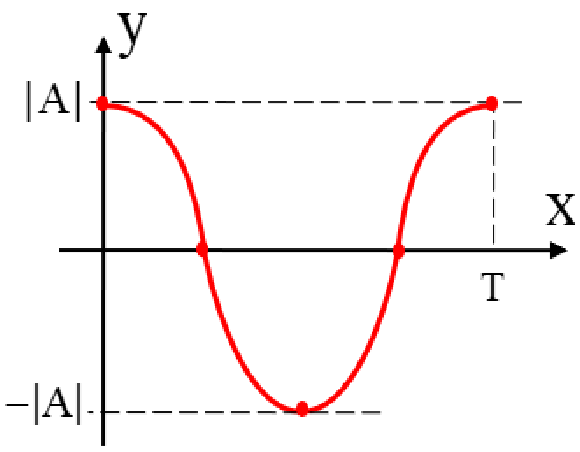
10. La oscilación de una pesa que se muestra en la figura, está dada por $d=10\cos\left(\frac{\pi t}{6}\right)$; con t medido en segundos y d en centímetros. Calcule su amplitud y periodo.



Resolución:

Sea la función : $y = A.\cos Bx$

Amplitud : $|A|$; Período : $T = \frac{2\pi}{|B|}$



Dato: $d = 10\cos\left(\frac{\pi t}{6}\right) = A\cos Bx$

$A = 10 \qquad B = \frac{\pi}{6}$

El periodo: $T = \frac{2\pi}{B} = \frac{2\cancel{\pi}}{\frac{\cancel{\pi}}{6}} = \mathbf{12}$

$$\boxed{\begin{array}{l} A = 10 \\ T = 12 \end{array}}$$