



TRIGONOMETRY

Chapter 17 Session I

4th
SECONDARY

Identidades Trigonométricas
Auxiliares



SACO OLIVEROS

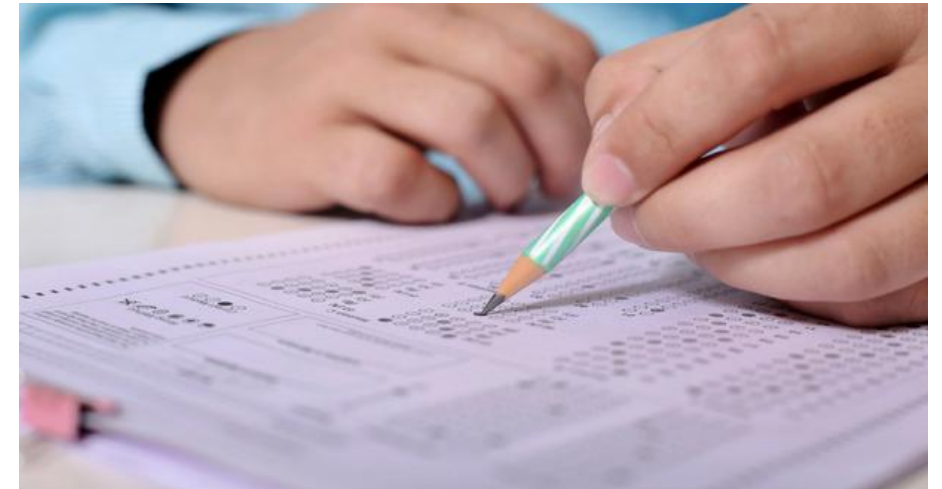


Ya hemos aprendido con éxito las **identidades trigonométricas fundamentales**.

Pero ... ¿Qué sucedería en un examen de admisión si nos encontramos con ejercicios mucho más complejos?

Un **Examen de Admisión** consta de 100 preguntas y el tiempo máximo para desarrollarlas es de tres horas, eso nos da un tiempo aproximado de un minuto y medio por pregunta resuelta.

Las **identidades trigonométricas auxiliares** sirven para abreviar el procedimiento y ahorrar bastante tiempo en la resolución.





IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS AUXILIARES

✓ $\tan x + \cot x = \sec x \cdot \csc x$

✓ $\sec^2 x + \csc^2 x = \sec^2 x \cdot \csc^2 x$

✓ $\sin^4 x + \cos^4 x = 1 - 2 \sin^2 x \cdot \cos^2 x$

✓ $\sin^6 x + \cos^6 x = 1 - 3 \sin^2 x \cdot \cos^2 x$



$$\checkmark (1 + \textit{sen}x + \textit{cos}x)^2 = 2 (1 + \textit{sen}x) (1 + \textit{cos}x)$$

$$\checkmark (1 - \textit{sen}x + \textit{cos}x)^2 = 2 (1 - \textit{sen}x) (1 + \textit{cos}x)$$

$$\checkmark (1 + \textit{sen}x - \textit{cos}x)^2 = 2 (1 + \textit{sen}x) (1 - \textit{cos}x)$$

$$\checkmark (1 - \textit{sen}x - \textit{cos}x)^2 = 2 (1 - \textit{sen}x) (1 - \textit{cos}x)$$

$$\frac{\textit{cos}x}{1 + \textit{sen}x} = \frac{1 - \textit{sen}x}{\textit{cos}x}$$

$$\frac{\textit{cos}x}{1 - \textit{sen}x} = \frac{1 + \textit{sen}x}{\textit{cos}x}$$

$$\frac{\textit{sen}x}{1 + \textit{cos}x} = \frac{1 - \textit{cos}x}{\textit{sen}x}$$

$$\frac{\textit{sen}x}{1 - \textit{cos}x} = \frac{1 + \textit{cos}x}{\textit{sen}x}$$



1. Reduzca : $G = \frac{1}{3}(\sin^6 \theta + \cos^6 \theta) - \frac{1}{2}(\sin^4 \theta + \cos^4 \theta)$

RESOLUCIÓN

$$\sin^6 x + \cos^6 x = 1 - 3 \sin^2 x \cos^2 x$$

$$\sin^4 x + \cos^4 x = 1 - 2 \sin^2 x \cos^2 x$$

$$G = \frac{1}{3}(\underbrace{\sin^6 \theta + \cos^6 \theta}_{}) - \frac{1}{2}(\underbrace{\sin^4 \theta + \cos^4 \theta}_{})$$

$$G = \frac{1}{3}(1 - 3 \sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta) - \frac{1}{2}(1 - 2 \sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta)$$

$$G = \frac{1}{3} - \cancel{\sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta} - \frac{1}{2} + \cancel{\sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta} = \frac{1}{3} - \frac{1}{2}$$

$$\therefore G = -\frac{1}{6}$$



2. Simplifique: $E = \frac{(\sec^2 x + \csc^2 x) \cos x}{\tan x + \cot x}$

RESOLUCIÓN

$$E = \frac{(\sec^2 x + \csc^2 x) \cos x}{\tan x + \cot x}$$

$$E = \frac{(\cancel{\sec^2 x} \cdot \cancel{\csc^2 x}) \cos x}{\cancel{\sec x} \cdot \cancel{\csc x}}$$

$$E = \frac{\underbrace{\sec x \cdot \csc x}_{1}}{\underbrace{\sec x \cdot \csc x}_{1}} \cos x$$

$$\sec^2 x + \csc^2 x = \sec^2 x \cdot \csc^2 x$$

$$\tan x + \cot x = \sec x \cdot \csc x$$

$$\cos x \cdot \sec x = 1$$

$$\therefore E = \csc x$$



3. Reduzca: $A = \frac{\sec x \cdot \csc x - \tan x}{\sec x \cdot \csc x - \cot x} - \cot^2 x$

RESOLUCIÓN

$$A = \frac{\sec x \cdot \csc x - \tan x}{\sec x \cdot \csc x - \cot x} - \cot^2 x$$

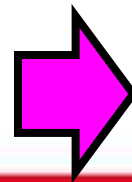
$$\sec x \cdot \csc x = \tan x + \cot x$$

$$\frac{1}{\tan x} = \cot x$$

$$A = \frac{\cancel{\tan x} + \cot x - \cancel{\tan x}}{\tan x + \cancel{\cot x} - \cancel{\cot x}} - \cot^2 x$$

$$A = \frac{\cot x}{\tan x} - \cot^2 x = \cot x \cdot \frac{1}{\tan x} - \cot^2 x = \cot x \cdot \cot x - \cot^2 x$$

$$\Rightarrow A = \cot^2 x - \cot^2 x$$



$$\therefore A = 0$$



4. Reduzca: $G = \frac{(1 + \text{sen}x - \text{cos}x)^2}{3(1 - \text{cos}x)} - \frac{2 \text{sen}x}{3}$

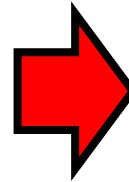
RESOLUCIÓN

$$G = \frac{(1 + \text{sen}x - \text{cos}x)^2}{3(1 - \text{cos}x)} - \frac{2 \text{sen}x}{3}$$

$$(1 + \text{sen}x - \text{cos}x)^2 = 2(1 + \text{sen}x)(1 - \text{cos}x)$$

$$G = \frac{2(1 + \text{sen}x) \cancel{(1 - \text{cos}x)}}{3 \cancel{(1 - \text{cos}x)}} - \frac{2 \text{sen}x}{3} = \frac{2(1 + \text{sen}x) - 2 \text{sen}x}{3}$$

$$G = \frac{2 + \cancel{2 \text{sen}x} - \cancel{2 \text{sen}x}}{3}$$



$$\therefore G = \frac{2}{3}$$



5. Si: $\tan\theta + \cot\theta = \sqrt{7}$, efectúe: $P = \sec^2\theta + \csc^2\theta$

RESOLUCIÓN

Del dato :

$$\underbrace{\tan\theta + \cot\theta}_{\sec\theta \cdot \csc\theta} = \sqrt{7}$$

$$\sec\theta \cdot \csc\theta = \sqrt{7}$$

Elevamos al cuadrado :

$$\underbrace{\sec^2\theta \cdot \csc^2\theta}_{\sec^2\theta + \csc^2\theta} = 7$$

$$\underbrace{\sec^2\theta + \csc^2\theta}_P = 7$$

P

$$\tan x + \cot x = \sec x \cdot \csc x$$

$$\sec^2 x \cdot \csc^2 x = \sec^2 x + \csc^2 x$$



$$\therefore P = 7$$



6. Si $\sec^2 x + \csc^2 x = 7$; reduzca $E = (\sec^2 x + \tan^2 x)(\csc^2 x + \cot^2 x)$

RESOLUCIÓN

Del dato: $\underbrace{\sec^2 x}_{1 + \tan^2 x} + \underbrace{\csc^2 x}_{1 + \cot^2 x} = 7 \rightarrow \tan^2 x + \cot^2 x = 5$

Luego: $E = (\underbrace{\sec^2 x}_{1 + \tan^2 x} + \tan^2 x)(\underbrace{\csc^2 x}_{1 + \cot^2 x} + \cot^2 x)$

$$E = (1 + \tan^2 x + \tan^2 x)(1 + \cot^2 x + \cot^2 x)$$

$$E = (1 + 2 \tan^2 x)(1 + 2 \cot^2 x)$$

$$E = 1 + 2 \tan^2 x + 2 \cot^2 x + 4 \tan^2 x \cdot \cot^2 x$$

$$E = 1 + 2(\underbrace{\tan^2 x + \cot^2 x}_5) + 4(1)$$

5

$$\therefore E = 15$$

$$\sec^2 x = 1 + \tan^2 x$$

$$\csc^2 x = 1 + \cot^2 x$$

$$\tan^2 x \cdot \cot^2 x = 1$$



7. Si $\text{sen} x \cdot \cos x = \frac{\sqrt{2}}{4}$; reduzca:

$$P = \text{sen}^2 x (1 + \text{sen}^2 x) + \cos^2 x (1 + \cos^2 x)$$

RESOLUCIÓN

Del dato: $\text{sen} x \cdot \cos x = \frac{\sqrt{2}}{4}$

Elevamos al cuadrado:

$$\text{sen}^2 x \cdot \cos^2 x = \frac{\cancel{2}}{\cancel{16}} = \frac{1}{8}$$

$$\text{sen}^4 x + \cos^4 x = 1 - 2 \text{sen}^2 x \cos^2 x$$

$$\text{sen}^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$P = \text{sen}^2 x (1 + \text{sen}^2 x) + \cos^2 x (1 + \cos^2 x)$$

$$P = \text{sen}^2 x + \text{sen}^4 x + \cos^2 x + \cos^4 x$$

$$P = \frac{\text{sen}^4 x + \cos^4 x}{} + \frac{\text{sen}^2 x + \cos^2 x}{}$$

$$P = 1 - 2 \cdot \text{sen}^2 x \cdot \cos^2 x + 1$$

$$P = 2 - \cancel{2} \cdot \left(\frac{\cancel{1}}{\cancel{8}} \right)$$

$$P = 2 - \frac{1}{4}$$

$$\therefore P = \frac{7}{4}$$



8. El gasto diario de Kelly en pasajes es de S/.($6A \tan x$). Si se sabe que $A = \frac{\text{sen}x}{1 - \text{cos}x} - \text{csc}x$. ¿Cuál será su gasto total de la semana?

RESOLUCIÓN

$$A = \frac{\text{sen}x}{1 - \text{cos}x} - \text{csc}x$$

$$A = \frac{1 + \text{cos}x}{\text{sen}x} - \frac{1}{\text{sen}x}$$

$$A = \frac{\cancel{1} + \text{cos}x - \cancel{1}}{\text{sen}x} \Rightarrow A = \text{cot}x$$

$$\frac{\text{sen}x}{1 - \text{cos}x} = \frac{1 + \text{cos}x}{\text{sen}x}$$

$$\tan x \cdot \cot x = 1$$

$$\text{csc}x = \frac{1}{\text{sen}x}$$

$$\frac{\text{cos}x}{\text{sen}x} = \cot x$$

Lo que gasta kelly a diario es:

$$6 \cdot A \cdot \tan x = 6 \cdot \frac{\cot x \cdot \tan x}{1} = 6$$

**Kelly gasta en pasajes
S/.42 a la semana**



HAY UNA FUERZA
MOTRIZ
MÁS PODEROSA
QUE EL VAPOR,
LA ELECTRICIDAD Y
LA ENERGÍA ATÓMICA
LA VOLUNTA

Albert Einstein