



ALGEBRA

ASESORIA

4th
SECONDARY

ASESORIA-TOMO 5



 **SACO OLIVEROS**

PROBLEMA 1

Calcule el valor de X en la ecuación: $2x - \sqrt{2x+5} = 1$

Resolución

$$\begin{aligned} \Rightarrow 2x - 1 &= \sqrt{2x+5} \\ (2x-1)^2 &= (\sqrt{2x+5})^2 \\ 4x^2 - 2(2x)(1) + 1 &= 2x + 5 \\ 4x^2 - 4x + 1 &= 2x + 5 \\ 4x^2 - 6x - 4 &= 0 \\ 2x^2 - 3x - 2 &= 0 \end{aligned}$$

2x	1
x	-2

$$\Rightarrow (2x+1)(x-2)=0$$

$$\Rightarrow x = -\frac{1}{2} \vee x = 2$$

REEMPLAZANDO EN LA ECUACIÓN

$$2x - \sqrt{2x+5} = 1$$

■ $x = 2 \rightarrow 1=1$ V

● $x = -\frac{1}{2} \rightarrow -3=1$ F

RPTA

$$x = 2$$

PROBLEMA 2

Sean x_1 y x_2 las raíces de la ecuación

$x^2 - 2(m - 1)x + 9 = 0$ ¿Cuál es la suma de los valores que puede tomar m para que satisfaga

la relación $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = 2$?

Resolución

$$\begin{array}{ccc} + & - & + \\ x^2 & - & 2(m-1)x + 9 = 0 \end{array}$$

$$\blacksquare x_1 + x_2 = +2(m-1)$$

$$\blacksquare x_1 \cdot x_2 = 9$$

por dato: $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = 2$

$$\Rightarrow x_1^2 + x_2^2 = 2x_1x_2$$

se sabe $(x_1 + x_2)^2 = x_1^2 + x_2^2 + 2x_1x_2$

$$(x_1 + x_2)^2 = 4x_1x_2$$

Remplazando $[2(m-1)]^2 = 4(9)$

$$4(m-1)^2 = 4(9)$$

$$\Rightarrow (m-1)^2 - 3^2 = 0$$

$$(m-1+3)(m-1-3) = 0$$

$$m = -2$$

$$m = 4$$

$$\text{suman} = 2$$

Determine el valor de m para que las raíces de la ecuación $x + \frac{2m}{x} = \frac{1}{3}$; $x \neq 0$

Resolución

tenemos raíces recíprocas
multiplicamos por $3x$

$$\Rightarrow 3x^2 + 6m = x$$

$$\Rightarrow \underbrace{3x^2}_a - \underbrace{x}_b + \underbrace{6m}_c = 0$$

\Rightarrow Como la ecuación *tiene raíces recíprocas* SE CUMPLE:

$$a = c$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 3 &= 6m \\ \frac{1}{2} &= m \end{aligned}$$

$$\text{Rpta } m = \frac{1}{2}$$

PROBLEMA 4

Si a , b y c son raíces de la ecuación

$$2x^3 - 6x^2 + 7x + 1 = 0$$

Determine el valor de $a^2 + b^2 + c^2$

Resolución

$$\overset{+}{2}x^3 - \overset{-}{6}x^2 + \overset{+}{7}x + \overset{-}{1} = 0$$

- $a + b + c = \frac{6}{2} = 3$
- $a \cdot b + bc + ca = \frac{7}{2}$
- $abc = -\frac{1}{2}$

Recuerda:

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$$

$$\Rightarrow 3^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2 \left(\frac{7}{2} \right)$$

$$9 = a^2 + b^2 + c^2 + 7$$

$$2 = a^2 + b^2 + c^2$$

Rpta = 2

PROBLEMA 5

Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & (y - 2) \\ 3 & (x + 1) \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ (x + 3) & 1 \end{pmatrix}$

Si $A = B$ calcula la suma de los elementos de la matriz A

Resolución

Como $A = B$

SE CUMPLE:

i) $y - 2 = 4$

→ $y = 6$

ii) $x + 1 = 1$

→ $x = 0$

Luego en "A" $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

→ la suma de sus elementos

$$2 + 4 + 1 + 3 = 10$$

RPTA: 10

PROBLEMA 6

Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

Calcula la Trazas $(AB + I)$

Resolución

Hallamos $A \cdot B$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Efectuando

- $3(2) + (-5)(1) = 1$
- $3(5) + (-5)(3) = 0$

- $1(2) + (-2)(1) = 0$

- $(1)(5) - (2)(3) = -1$

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Rpta: 2

Trazas
 $2+0=2$

PROBLEMA 7

Sea la matriz que cumple: $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & b \\ c & 3 & 2 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$ cuya traza es 7 y el producto de los elementos de la diagonal secundaria es -3, además su determinante es 10. Calcular: $2(a+b+c)$

Resolución

- Traza (A) = $2 + 3 + a$

$$7 = 5 + a \quad \boxed{a = 2}$$

producto diagonal secundaria = -3

$$(1)(3)(b) = -3 \quad \boxed{b = -1}$$

- Luego $|A| = 10$

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ c & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 10$$

- - - + + +

$$(12 + 2 - c) - (-3 + 4 + 2c) = 10$$

$$14 - c - 1 - 2c = 10$$

$$3 = 3c$$

$$\boxed{c = 1}$$

Piden: $2(a + b + c)$

$$\boxed{2(2 - 1 + 1) = 4}$$

Rpta: 4

HELICO | ASESORIA
PROBLEMA 8

Si a , b y c son raíces de la ecuación $x^3 + 3x + 1 = 0$, determine el valor de

$k = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{a^2 + b^2 + c^2}$
RESOLUCIÓN

$$\overset{+}{x^3} + \overset{-}{0x^2} + \overset{+}{3x} + \overset{-}{1} = 0$$

→ $a + b + c = 0$

→ $ab + bc + ca = 3$

→ $abc = -1$

Recuerda: Si $a + b + c = 0$

Se cumple: $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

$$a^2 + b^2 + c^2 = -2(ab + bc + ca)$$

Remplazando en k

$$k = \frac{3abc}{-2(ab + bc + ca)} = \frac{3(-1)}{-2(3)} = \frac{-3}{-6}$$

$$k = \frac{1}{2}$$

rpta : $\frac{1}{2}$

PROBLEMA 9

Sabiendo que las raíces de la ecuación $x^3 + mx^2 + nx + m = 0$

son proporcionales a 2, 3 y 4 halle el valor de n

Resolución

$$\begin{array}{cccc} + & - & + & - \\ x^3 & + & mx^2 & + & nx & + & m & = & 0 \end{array}$$

$$\diamond x_1 + x_2 + x_3 = -m$$

$$\diamond x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_1 x_3 = n$$

$$\diamond x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -m$$

Del dato

$$\frac{x_1}{2} = \frac{x_2}{3} = \frac{x_3}{4} = c$$

- $x_1 = 2c$
- $x_2 = 3c$
- $x_3 = 4c$

$$\Rightarrow \diamond x_1 + x_2 + x_3 = 9c = -m$$

$$\diamond x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = 24c^3 = -m$$

igualando $9c = 24c^3$

$$3 = 8c^2 \Rightarrow c^2 = \frac{3}{8}$$

Remplazando c^2

$$x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_1 x_3 = n$$

$$6c^2 + 12c^2 + 8c^2 = n$$

$$26c^2 = n$$

$$26 \left(\frac{3}{8} \right) = n$$

$$\text{Rpta: } n = \frac{39}{4}$$

PROBLEMA 10

Al resolver la ecuación $\begin{vmatrix} x & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & 4 & 6 \end{vmatrix} = 18$

Se encuentra la edad de Walter en años. Si su hermana Angélica es dos años menor ¿Cuántos años tendrá Angélica dentro de 6 años?

RESOLUCIÓN

$$\begin{vmatrix} x & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \\ -4 & 4 & 6 \end{vmatrix} = 18$$

Diagrama de desarrollo del determinante con flechas verdes y magenta indicando la expansión por la primera fila.

$$(12x - 8 + 0) - (0 + 8x + 18) = 18$$

$$\begin{aligned} 12x - 8 - 8x - 18 &= 18 \\ 4x &= 36 \end{aligned}$$

$$x = 11$$

walter tiene 11 años

Calculando la edad de Angélica (2 años menor):

Angélica tiene 9 años

Dentro de 6 años: $9 + 6 = 15$ años

Rpta 15 años