

ALGEBRA

Chapter 24

2th

Sessio
n II

FUNCIONES



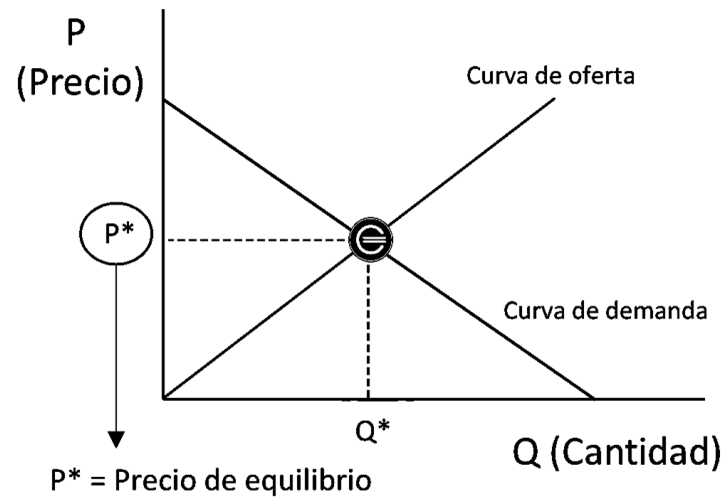
HELICO

MOTIVATING

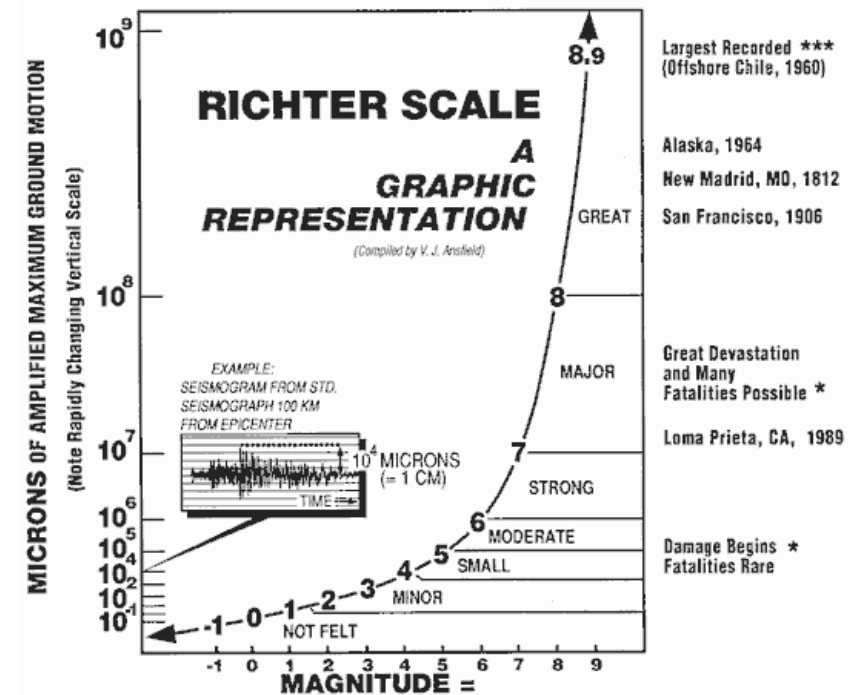


FUNCIONES

➤ Economía - Oferta y Demanda.



➤ Sismología - Escalas de Richter.



HELICO THEORY

CHAPTER
R 24

PAR ORDENADO

Se llama par ordenado a un conjunto formado por dos elementos a y b con un orden determinado. Se simboliza de la siguiente forma: $(a ; b)$.

Donde: $a \longrightarrow$ primera componente

$b \longrightarrow$ segunda componente

Pares ordenados iguales:

Si: $(a ; b) = (c ; d) \Rightarrow a = c \wedge b = d$

Ejemplo:

Hallar p y q si se cumple que

$$(3p-1 ; q+3) = (5 ; 4)$$



$$\rightarrow 3p - 1 = 5$$

$$3p = 6$$

$$p = 2$$

$$\rightarrow q + 3 = 4$$

$$q = 1$$

$$p = 2 \wedge q = 1$$

PRODUCTO CARTESIANO

Dados dos conjuntos A y B no vacíos, se define el producto cartesiano como:

$$A \times B = \{(a ; b) / a \in A \wedge b \in B\}$$

Ejemplo: Sean $A = \{1 ; 3\}$ y $B = \{6 ; 7 ; 8\}$


$$A \times B = \{(1;6) , (1;7) , (1;8) , (3;6) , (3;7) , (3;8)\}$$

Recuerda:

1. $A \times B \neq B \times A$

2. $n(A \times B) = n(A) \cdot n(B)$

3. $A^2 = A \times A$

RELACIÓN

Sean **A** y **B** dos conjuntos no vacíos se llama relación de A en B a todo subconjunto del producto cartesiano **AxB**.

$$R: A \rightarrow B \Leftrightarrow R \subset A \times B$$

Ejemplo:

Sean $A = \{1 ; 2\}$ y $B = \{3 ; 4 ; 5\}$

hallar $T = \{(x, y) \in A \times B / x + y > 5\}$

$$A \times B = \{(1 ; 3), (1 ; 4), (1 ; 5), (2 ; 3), (2 ; 4), (2 ; 5)\}$$


Cumplen con la regla de correspondencia $x + y > 5$

$$\rightarrow T = \{(1 ; 5), (2 ; 4), (2 ; 5)\}$$

Dominio:

Conjunto de las primeras componentes de una relación.

$$\text{Dom}(T) = \{1 ; 2\}$$

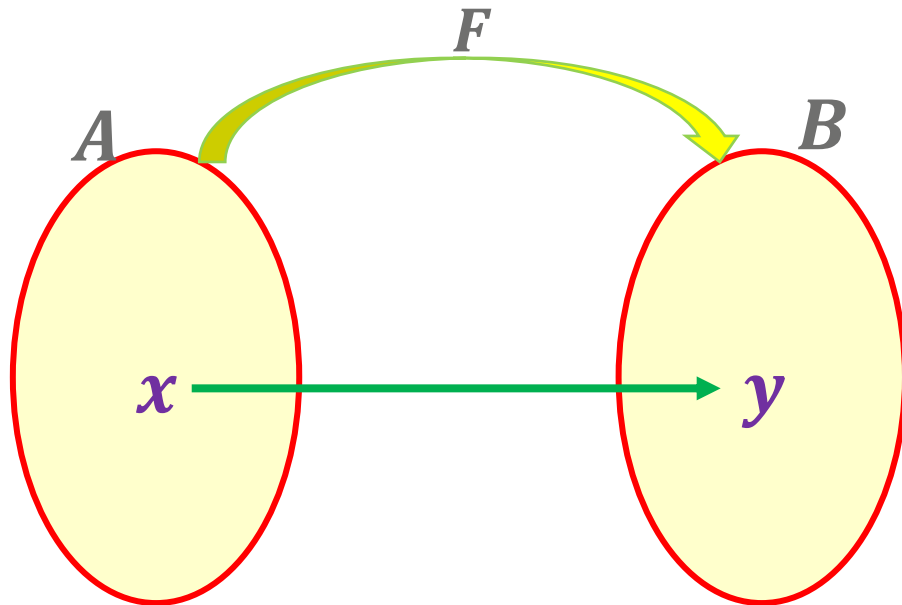
Rango:

Conjunto de las segundas componentes de una relación.

$$\text{Ran}(T) = \{4 ; 5\}$$

FUNCIÓN

Sean dos conjuntos A y B no vacíos, una función F es aquella correspondencia $F: A \rightarrow B$ que asigna a cada elemento $x \in A$, a lo más, un elemento $y \in B$.



Se tiene lo siguiente:

$$\text{IMAGEN } y = F(x)$$

Si $\exists (a; b) \wedge (a; c) \in F$
 y F es función \rightarrow b

Ejemplo:

Si R es una función

$$R = \{ \underbrace{(2; 7), (3; 8)}_{\rightarrow 7 = n - 1}, \underbrace{(2; n-1)}_{n} \} \quad \text{halle}$$

$$\rightarrow 7 = n - 1$$

$$n = 8$$

HELICO

PRACTICE

CHAPTER
R 24

HELICO | PRACTICE

1. Dada la función

$$F = \{ (2 ; 4), (-1 ; 4), (3 ; 2), (5 ; 3) \}$$

Calcule la suma de elementos del dominio y rango de F.

RESOLUCIÓN

$$F = \{ (2 ; 4), (-1 ; 4), (3 ; 2), (5 ; 3) \}$$

$$\text{Dominio: } \text{Dom}(F) = \{ -1 ; 2 ; 3 ; 5 \}$$

$$\text{Suma} = -1 + 2 + 3 + 5 = 9$$

$$\text{Rango: } \text{Ran}(F) = \{ 2 ; 3 ; 4 \}$$

$$\text{Suma} = 2 + 3 + 4 = 9$$

$$\text{Suma de elementos} = 18$$

2. Si F es una función

$$F = \{ (2; 5), (3; 8), (2; b-1), (7; 6), (3; a+7) \}$$

Halle el valor de $a^2 + b^2$

RESOLUCIÓN

$$F = \{ \underline{(2; 5)}, \underline{(3; 8)}, \underline{(2; b-1)}, \underline{(7; 6)}, (3; a+7) \}$$

F es función:

$$(2; 5) = (2; b-1)$$



$$\rightarrow 5 = b - 1$$

$$b = 6$$

$$(3; 8) = (3; a+7)$$



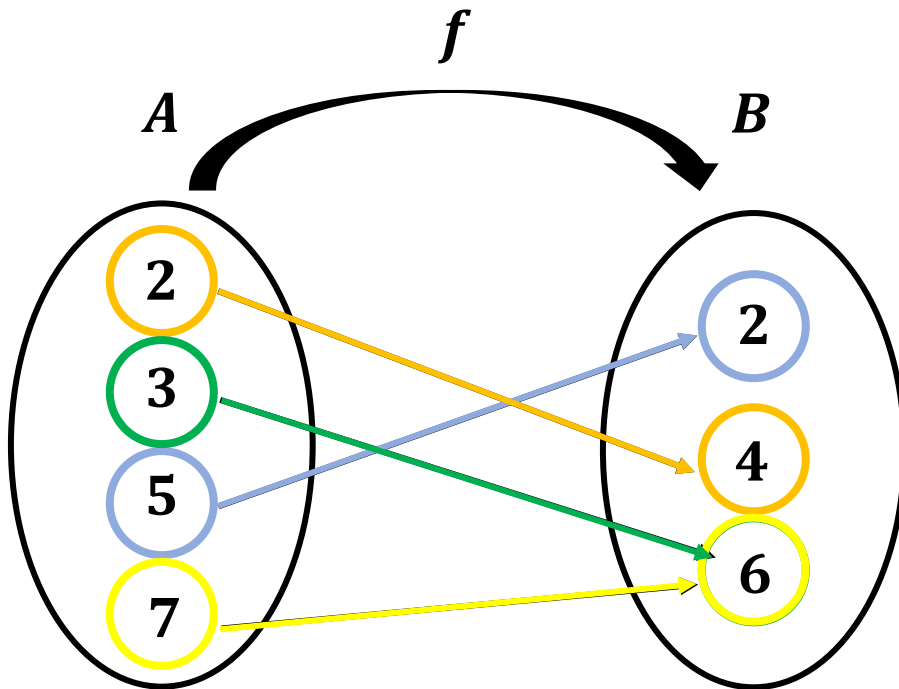
$$\rightarrow 8 = a + 7$$

$$a = 1$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 1^2 + 6^2 = \boxed{37}$$

3. En el diagrama, efectúe

$$M = \frac{[f(5)]^{f(2)} + [f(3)]^{f(5)} + [f(2)]^{f(5)}}{f(7) - f(2) + f(5)}$$



RESOLUCIÓN

$$M = \frac{[f(5)]^{f(2)} + [f(3)]^{f(5)} + [f(2)]^{f(5)}}{f(7) - f(2) + f(5)}$$

$$f(5) = 2$$

$$f(2) = 4$$

$$f(3) = 6$$

$$f(7) = 6$$

$$M = \frac{[2]^4 + [6]^2 + [4]^2}{6 - 4 + 2}$$

$$M = \frac{16 + 36 + 16}{4} = 4 + 9 + 4 = 17$$

4. Sean las funciones

$$F=\{(2;4),(5;2),(3;8),(4;2)\}$$

$$G=\{(4;3),(3;5),(6;3),(8;3)\}$$

Evalué:

$$T = \frac{F(2)+F(G(4))+G(6)}{F(G(3))+G(8)}$$

RESOLUCIÓN

$$F=\{(2;4),(5;2),(3;8),(4;2)\}$$

$$G=\{(4;3),(3;5),(6;3),(8;3)\}$$

$$\checkmark F(2)=4$$

$$\checkmark F(G(4))=F(3)=8$$

$$\checkmark G(4)=3$$

$$\checkmark F(3)=8$$

$$\checkmark G(6)=3$$

$$\checkmark F(G(3))=F(5)=2$$

$$\checkmark G(3)=5$$

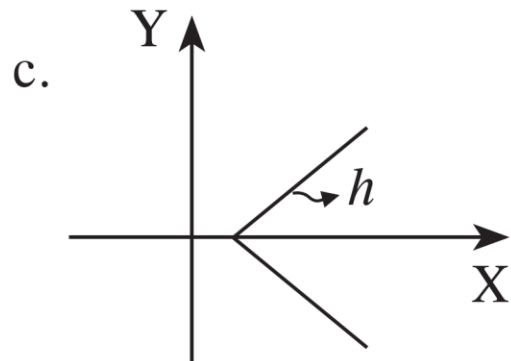
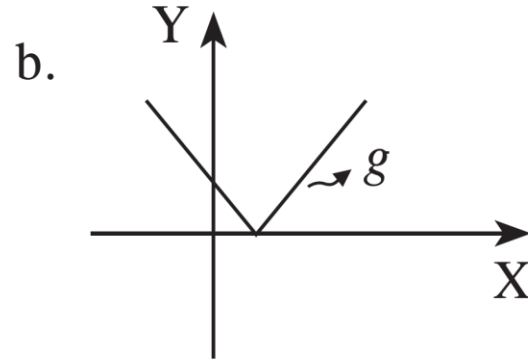
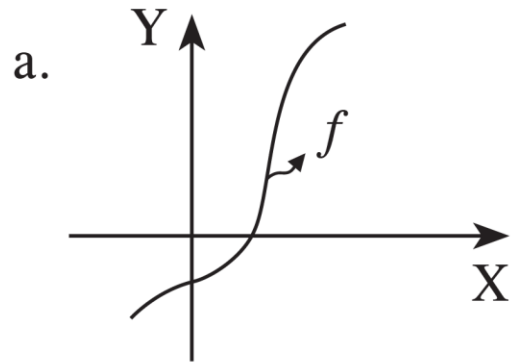
$$\checkmark F(5)=2$$

$$\checkmark G(8)=3$$

$$T = \frac{4 + 8 + 3}{2 + 3} = \frac{15}{5} = 3$$

HELICO | PRACTICE

5. Indique cuál de los siguientes gráficos representa una función. Justifique su respuesta en cada caso.

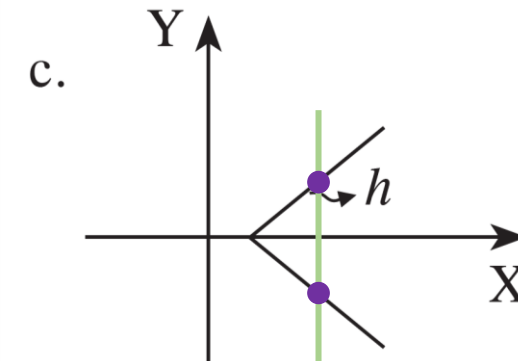
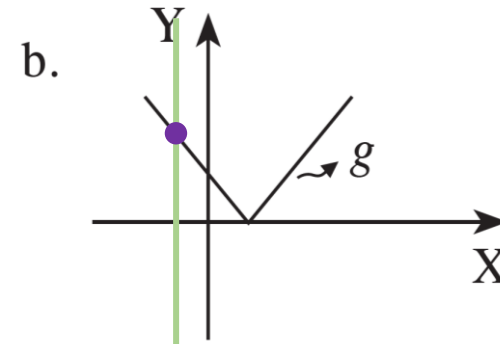
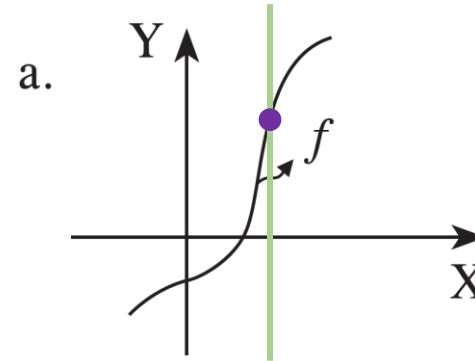


RECORDEMOS

Si trazamos una recta paralela al eje Y

1) Si corta la gráfica en un solo punto **SI** es función.

2) Si corta en más de 1 punto **NO ES FUNCIÓN**



RESOLUCIÓN

→ **SI** es función

→ **SI** es función

→ **NO** es función

6. Dada la función

$$R = \{(5 ; m-n), (7 ; m+3n), (4 ; 8), (7 ; 10)\}$$

Donde $R(5) = 6$, calcule $m + n$

RESOLUCIÓN

$$R = \{(5 ; m - n), (7 ; m + 3n), (4 ; 8), (7 ; 10)\}$$

R es función:

$$\begin{array}{l|l} (7 ; m + 3n) = (7 ; 10) & R(5) = 6 \\ \hline \rightarrow m + 3n = 10 & \rightarrow m - n = 6 \end{array}$$

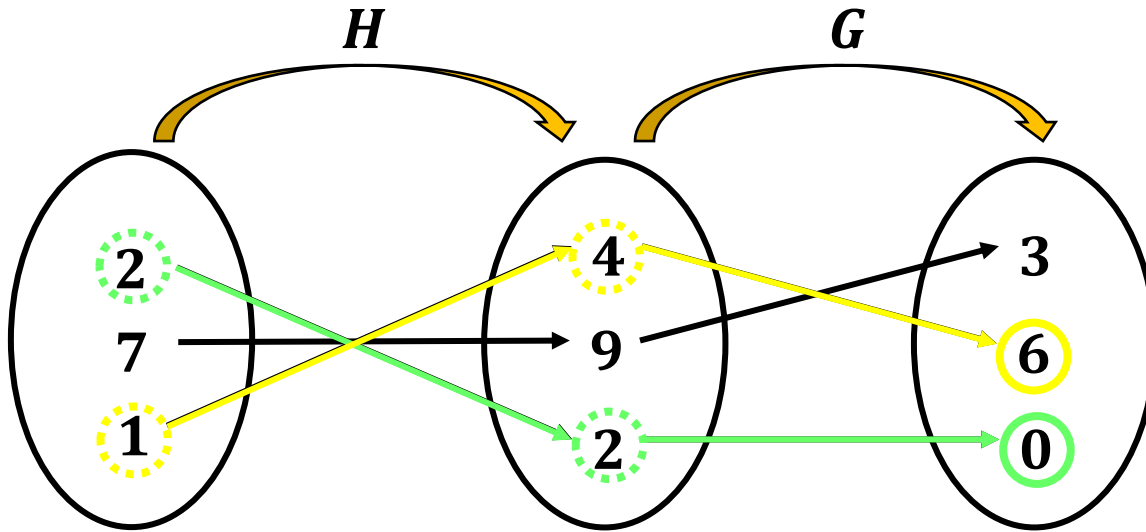
Resolviendo las ecuaciones.

$$\begin{array}{rcl} m + 3n = 10 & & \\ m - n = 6 \dots \times (-1) & \rightarrow & \begin{array}{r} m + 3n = 10 \\ -m + n = -6 \\ \hline 4n = 4 \end{array} \end{array}$$

$$\therefore m + n = 8$$

$$m = 7 \wedge n = 1$$

7. Si



calcule $G(H(2)) + G(H(1))$

RESOLUCIÓN

$$G(H(2)) + G(H(1))$$

✓ $G(H(2)) = G(2) = 0$	✓ $G(H(1)) = G(4) = 6$
✓ $H(2) = 2$	✓ $H(1) = 4$
✓ $G(2) = 0$	✓ $G(4) = 6$

$$\rightarrow G(H(2)) + G(H(1)) = 0 + 6 = \boxed{6}$$

8. Sea

$$M(x) = \begin{cases} 2x + 5, & x \geq 3 \\ 5x - 4, & x < 3 \end{cases}$$

Determine el valor de $M(8) + M(-2)$, sabiendo que representa la edad de Julio, ¿Cuál es su edad?

RESOLUCIÓN

$$M(x) = \begin{cases} 2x + 5, & x \geq 3 \\ 5x - 4, & x < 3 \end{cases}$$

✓ Si $x \geq 3$

$$\rightarrow M(8) = 2x + 5$$

$$= 2(8) + \quad =$$

✓ Si $x < 3$ 21

$$\rightarrow M(-2) = 5x - 4$$

$$= 5(-2) - \quad = -14$$

$$\rightarrow M(8) + M(-2) = 21 - 14 = 7$$

Edad de Julio =

años