ARITHMETIC

CHAPTHER 19

1st

SECONDARY

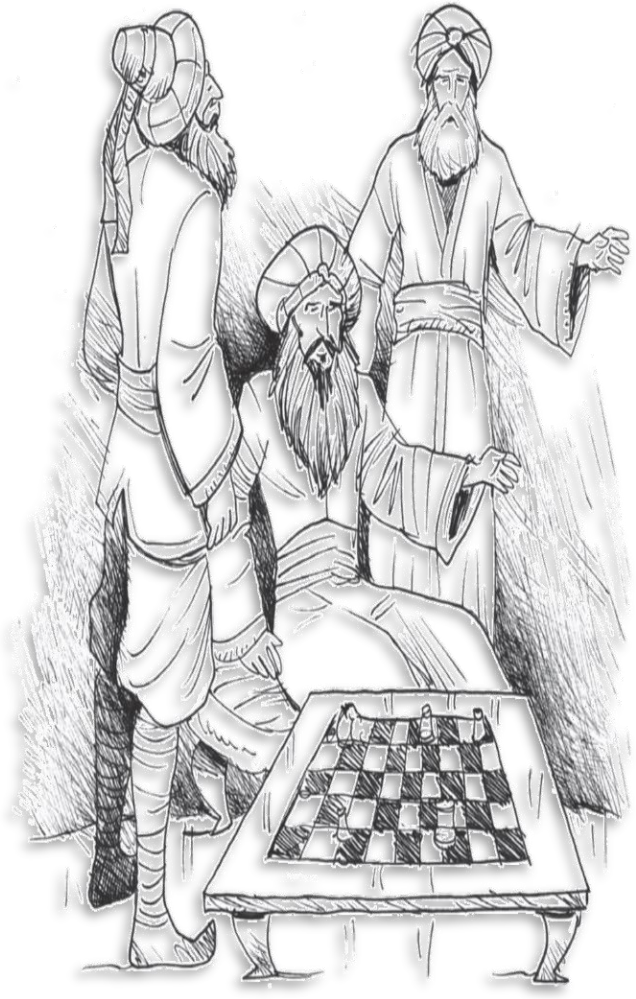
Sesión II

POTENCIACIÓN EN N

SACO OLIVEROS

MOTIVATING STRATEGY

Muy conocido es el premio que pidió al rey *Schram* el inventor del juego de ajedrez, *Sessa Ebn Daher*. Pidió al rey que se le dieran tantos granos de trigo resultantes de poner 1 grano en la primera casilla, 2 en la segunda, 4 en la tercera, etc. hasta llegar, doblando, a la casilla 64, última del tablero.



Sumando tenemos

$$2^0 + 2^1 + 2^2 + \cdots + 2^{63} = \frac{2^{64}-1}{2-1}$$

18 446 744 073 709 551 615, cantidad tan enorme.

HELICO THEORY

POTENCIACIÓN

Sea

$$P = \underbrace{k.k.k\ldots k}_{\text{"}n\text{" veces}} = k^n$$

$$\forall\, n \in \mathbb{Z}^+$$

Donde: $P: potencia$

$k: base$

$n: exponente$

Criterios de inclusión y exclusión

Por su descomposición canónica

Ejm

Cuadrado perfecto k^2	Cubo perfecto k^3
$14400 = 2^6.3^2.5^2$	$27000 = 2^3.3^3.5^3$
$765625 = 5^6.7^2$	$91125 = 3^6.5^3$

HELICO THEORY

Por su terminación en cifra 0

Ejm

Cuadrado perfecto k^2	Cubo perfecto k^3
$14400 = 2^6 . 3^2 . 5^2$ $\underbrace{144}_{n^2}\underbrace{00}_{2\beta\ ceros}$	$27000 = 2^3 . 3^3 . 5^3$ $\underbrace{27}_{n^3}\underbrace{000}_{3\beta\ ceros}$

Por su terminación en cifra 5

Ejm

Cuadrado perfecto k^2
$15625 = 5^6$ $\underbrace{156}_{n.(n+1)}\underbrace{25}_{5^2}$

HELICO PRACTICE

1. Si $\overline{4ab0}$ es un cuadrado perfecto, calcule a^b.

RESOLUCIÓN

$\overline{4ab0} = k^2$

$n^2 2\beta$ ceros

$\overline{4a} = 49$

$\overline{b0} = 00$

4900 $= k^2$

$\therefore \quad a^b = 9^0 =$

RPTA: 1

HELICO PRACTICE

2. Si $\overline{5ab5}$ es un cuadrado perfecto, calcule a+b.

RESOLUCIÓN

$$\overline{\underbrace{5a}\underbrace{b5}} = k^2$$

$$n(n+1)\ 5^2$$

$\overline{5a} = 56$

$\overline{b5} = 25$

$$5625 = k^2$$

$\therefore$ $a + b = 6 + 2 =$

RPTA: 8

3. Sea $\overline{3a00}$ un cuadrado perfecto. Calcule $(a+1)^2$.

RESOLUCIÓN

$\overline{3a00} = k^2$

n^2 2β ceros

$\overline{3a} = 36$

$3600 = k^2$

$\therefore$ $(a+1)^2 = (6+1)^2 =$

RPTA: 49

4. Calcule $a \cdot b$ si $\overline{1ab000}$ es un cubo perfecto.

RESOLUCIÓN

$$\overline{1ab000} = k^3$$

n^3 3β ceros

$\overline{1ab} = 125$

$$\boxed{125000} = k^3$$

$\therefore$ $a \times b = 2 \times 5$

$=$

RPTA: 10

5. Si $\overline{a6b5}$ es un cuadrado perfecto, calcule $(a+b)_{min}$.

RESOLUCIÓN

$\overline{a6b5} = k^2$

$\overline{a6} = 56$

$n(n+1)\ 5^2$

$\overline{b5} = 25$

$5625 = k^2$

$\therefore \quad (a+b)_{min} = 5 + 2 =$

RPTA: 7

6. Calcule
$(a+b)(c+d)$
Si $35^2+45^2=\overline{abcd}$.

RESOLUCIÓN

$$35^2+45^2=\overline{abcd}$$

x4 x5

$$1225+2025=\overline{abcd}$$

$$3250=\overline{abcd}$$

$$a=3;\ b=2;\ c=5;\ d=0$$

$\therefore$ $(a+b)(c+d)$ = (3 + 2)(5 + 0) =

RPTA: 25

7. **Si** $\overline{2b(a-3)000}$ **es un cuadrado perfecto, calcule** $a+b$.

RESOLUCIÓN

$\overline{2b(a-3)000} = k^2$

n^2 4β **ceros**

$\overline{2b} = 25$

$a - 3 = 0$

$a = 3$

250000 = k^2

$\therefore$ $a + b = 3 + 5 =$

RPTA: 8

HELICO PRACTICE

8. Se tiene 291 cubos pequeños de igual tamaño y se quiere formar con ellos, apilándolos de forma ordenada, el mayor cubo posible, con el resto de cubos se repite la operación todas las veces necesarias. ¿Cuántos cubos se forman y cuantos sobran al final?

RESOLUCIÓN

Del dato:

Buscamos el mayor cubo que se puede fo los cubos restantes, entonces:

1er cubo: $k^3 \leq 291$ ➡ $k = 6$ ➡ $k^3 = 216$

Sobra: $291 - 216 = 75$

2do cubo: $k^3 \leq 75$ ➡ $k = 4$ ➡ $k^3 = 64$

Sobra: $75 - 64 = 11$

3er cubo: $k^3 \leq 11$ ➡ $k = 2$ ➡ $k^3 = 8$

Sobra: $11 - 8 = 3$

RPTA: 3 y 3