



TRIGONOMETRY

Session 2

4th
SECONDARY

REVIEW





1. Si: $csc\alpha + cot\alpha = 4$,
calcule $E = 34sen\alpha$

Resolución:

Tenemos:

$$\begin{array}{rcl} csc\alpha + cot\alpha & = & 4 \\ csc\alpha - cot\alpha & = & \frac{1}{4} \end{array} \quad \downarrow \oplus$$

$$2csc\alpha = \frac{17}{4}$$

$$csc\alpha = \frac{17}{8} \quad \rightarrow \quad sen\alpha = \frac{8}{17}$$

Recordar:

Si: $csc x + cot x = a$

Entones:

$$csc x - cot x = \frac{1}{a}$$



Piden: $E = 34sen\alpha$

$$E = \overset{2}{\cancel{34}} \left(\frac{8}{\cancel{17}} \right)$$

$$E = 16$$





2. Si: $\operatorname{sen}\phi + \cos\phi = 1,5$
 Reduzca: $E = \operatorname{sen}\phi \cdot \cos\phi + \frac{35}{8}$

Resolución:

Del dato: $\operatorname{sen}\phi + \cos\phi = 1,5 = \frac{3}{2}$

ELEVAMOS AL CUADRADO

$$\operatorname{sen}^2\phi + \cos^2\phi + 2\operatorname{sen}\phi \cdot \cos\phi = \frac{9}{4}$$

$$1 + 2\operatorname{sen}\phi \cdot \cos\phi = \frac{9}{4}$$

$$\operatorname{sen}^2x + \cos^2x = 1$$

$$2\operatorname{sen}\phi \cdot \cos\phi = \frac{5}{4}$$

$$\operatorname{sen}\phi \cdot \cos\phi = \frac{5}{8}$$



Piden: $E = \operatorname{sen}\phi \cdot \cos\phi + \frac{35}{8}$

$$E = \frac{5}{8} + \frac{35}{8} = \frac{40}{8}$$

$$\boxed{E = 5}$$



3. Elimine x de las siguientes ecuaciones:

$$\operatorname{sen} x = \frac{1}{a-b}; \quad \tan x = \frac{1}{a+b}$$

Resolución:

Del dato tenemos:

$$\operatorname{sen} x = \frac{1}{a-b}$$

$$\tan x = \frac{1}{a+b}$$

$$\operatorname{csc} x = a - b$$

$$\cot x = a + b$$

Recordar:



Por identidad pitagórica:
 $1 + \cot^2 x = \operatorname{csc}^2 x$

$$1 + \cot^2 x = \operatorname{csc}^2 x$$

$$1 + (a + b)^2 = (a - b)^2$$

$$1 = (a - b)^2 - (a + b)^2$$

$$1 = a^2 + b^2 - 2ab - (a^2 + b^2 + 2ab)$$

$$1 = \cancel{a^2} + \cancel{b^2} - 2ab - \cancel{a^2} - \cancel{b^2} - 2ab$$

$$1 = -4ab$$



4. Si: $\tan \alpha + \cot \alpha = 5$,
reduzca:

$$K = \sec^2 \alpha + \csc^2 \alpha + 5$$

Resolución:

$$\tan \alpha + \cot \alpha = \sec \alpha \cdot \csc \alpha$$

$$\sec^2 \alpha + \csc^2 \alpha = \sec^2 \alpha \cdot \csc^2 \alpha$$



Por condición tenemos:

Por identidad: $\sec \alpha \cdot \csc \alpha = 5$

Al cuadrado: $\sec^2 \alpha \cdot \csc^2 \alpha = 25$

Por identidad: $\sec^2 \alpha + \csc^2 \alpha = 25$

Nos piden: $K = \underbrace{\sec^2 \alpha + \csc^2 \alpha}_{25} + 5$

$$K = 25 + 5$$

$$K = 30$$





5. Si: $\text{sen}\phi + \text{cos}\phi = \sqrt{\frac{5}{3}}$

Reduzca: $E = \text{tan}\phi + \text{cot}\phi$

Resolución:

Por condición tenemos:

$$\text{sen}\phi + \text{cos}\phi = \sqrt{\frac{5}{3}}$$

Al cuadrado:

$$\underbrace{\text{sen}^2\phi + \text{cos}^2\phi}_1 + 2\text{sen}\phi.\text{cos}\phi = \frac{5}{3}$$

$$1 + 2\text{sen}\phi.\text{cos}\phi = \frac{5}{3}$$

$$2\text{sen}\phi.\text{cos}\phi = \frac{2}{3}$$

$$\text{sen}\phi.\text{cos}\phi = \frac{1}{3} \rightarrow \text{sec}\phi.\text{csc}\phi = 3$$

Nos piden: $E = \text{tan}\phi + \text{cot}\phi$

Por identidad: $E = \underline{\text{sec}\phi.\text{csc}\phi}$

3

$$E = 3$$





6. Si: $\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha = \frac{1}{4}$,

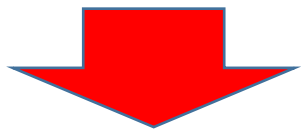
reduzca:

$$E = (1 - \sin^2 \alpha)(1 - \cos^2 \alpha)$$

Resolución:

Por condición tenemos:

$$\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha = \frac{1}{4}$$



Por identidad:

$$1 - 3\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = \frac{1}{4}$$

$$\frac{3}{4} = 3\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$$

$$\frac{1}{4} = \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha$$

Nos piden:

$$E = (1 - \sin^2 \alpha)(1 - \cos^2 \alpha)$$

$$E = 1 - \sin^2 \alpha + \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha - \cos^2 \alpha$$

$$E = 1 - \underbrace{(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)}_1 + \underbrace{\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha}_{\frac{1}{4}}$$

$$E = \cancel{1} - \cancel{1} + \frac{1}{4}$$

$$E = \frac{1}{4}$$



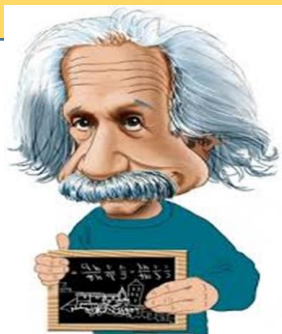
7. Reduzca:

$$M = \text{sen}(53^\circ + x) \cdot \text{sen}(53^\circ - x) - \cos^2 x$$

Resolución:

Recordar:

$$\text{sen}(x + y) \cdot \text{sen}(x - y) = \text{sen}^2 x - \text{sen}^2 y$$



Nos piden reducir:

$$M = \text{sen}(53^\circ + x) \cdot \text{sen}(53^\circ - x) - \cos^2 x$$

Por identidad auxiliar para dos ángulos:

$$M = \text{sen}^2 53^\circ - \text{sen}^2 x - \cos^2 x$$

$$M = \left(\frac{4}{5}\right)^2 - \underbrace{(\text{sen}^2 x + \cos^2 x)}_1$$

$$M = \frac{16}{25} - 1$$

$$M = \frac{16 - 25}{25} \rightarrow$$

$$M = -\frac{9}{25}$$



8. En el triángulo ABC se cumple que $\tan B = \frac{3}{4}$ y $\tan C = 2$, calcular $\tan A$

Resolución:

Como ABC es un triángulo, entonces:

$$A + B + C = 180^\circ$$

Recordar:

Si: $A + B + C = 180^\circ$

$$\tan A + \tan B + \tan C = \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C$$



Se cumple:

$$\tan A + \tan B + \tan C = \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C$$

$$\tan A + \frac{3}{4} + 2 = \tan A \cdot \frac{3}{4} \cdot 2$$

$$\tan A + \frac{11}{4} = \frac{6}{4} \tan A$$

Multiplicar por 4

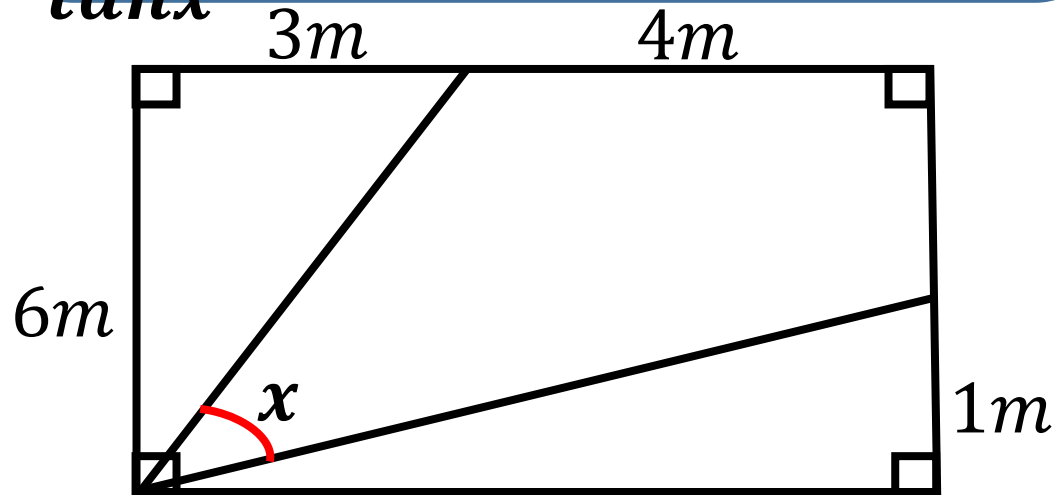
$$4 \tan A + 11 = 6 \tan A$$

$$11 = 2 \tan A$$

$$\tan A = \frac{11}{2}$$



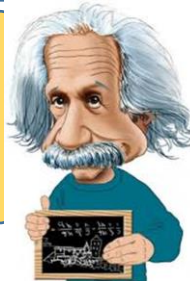
9. A partir del gráfico, determine el valor de $\tan x$



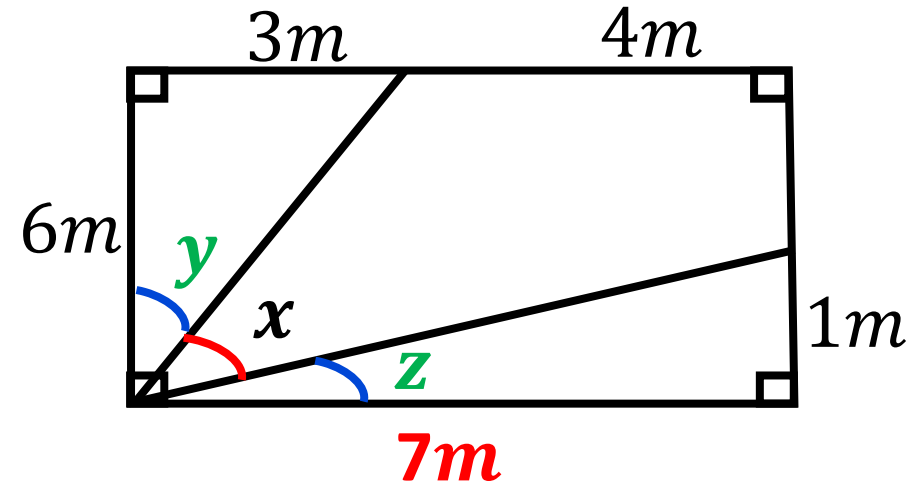
Recordar:

Si: $x + y + z = 90^\circ$

$$\cot x + \cot y + \cot z = \cot x \cdot \cot y \cdot \cot z$$



Resolución:

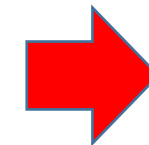


$$\cot x + \cot y + \cot z = \cot x \cdot \cot y \cdot \cot z$$

$$\cot x + \frac{6}{3} + \frac{7}{1} = \cot x \cdot \frac{6}{3} \cdot \frac{7}{1}$$

$$\cot x + 9 = 14\cot x$$

$$\frac{9}{13} = \cot x$$



$$\tan x = \frac{13}{9}$$



10. Si la ganancia de un campesino es S/ 10A diarios. Determinar cuánto ganó al mes si trabajó los 30 días.

$$A = (1 + \operatorname{sen} \alpha)(1 - \operatorname{cos} \alpha)$$

Dato: $\operatorname{sen} \alpha - \operatorname{cos} \alpha = \sqrt{5} - 1$

Resolución:

Tenemos:

$$A = (1 + \operatorname{sen} \alpha)(1 - \operatorname{cos} \alpha)$$

$$2A = 2(1 + \operatorname{sen} \alpha)(1 - \operatorname{cos} \alpha)$$

Por identidad:

$$2A = (1 + \operatorname{sen} \alpha - \operatorname{cos} \alpha)^2$$

Por dato:

$$2A = (1 + \sqrt{5} - 1)^2$$

$$2A = 5 \quad \rightarrow \quad 10A = 25$$

Nos piden lo que ganó en un mes: $30(10A) = 30(25)$

Ganancia mensual: S/ 750

