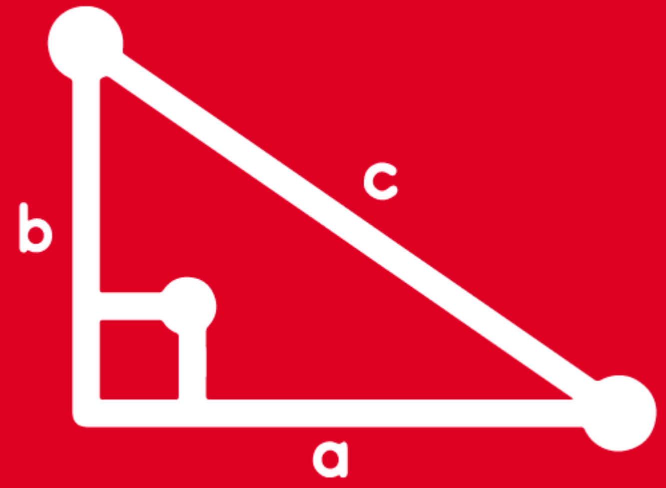
TRIGONOMETRY

Chapter 24



1st
SECONDARY

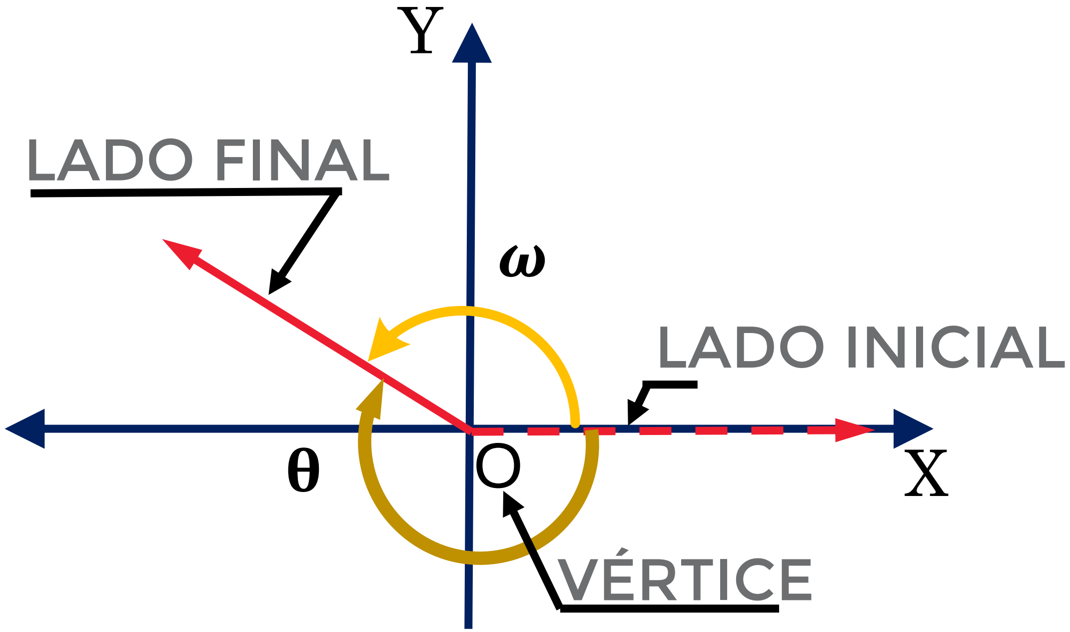
Ángulos coterminales

SACO OLIVEROS

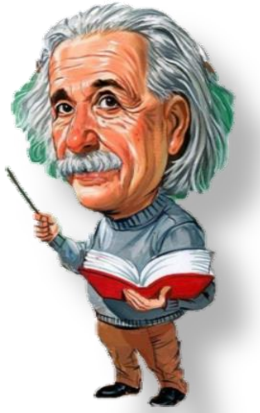
HELICO-MOTIVACIÓN

ÁNGULOS COTERMINALES

Son aquellos ángulos trigonométricos que tienen el mismo lado inicial, vértice y lado final (terminal). Solo se diferencian en su medida.

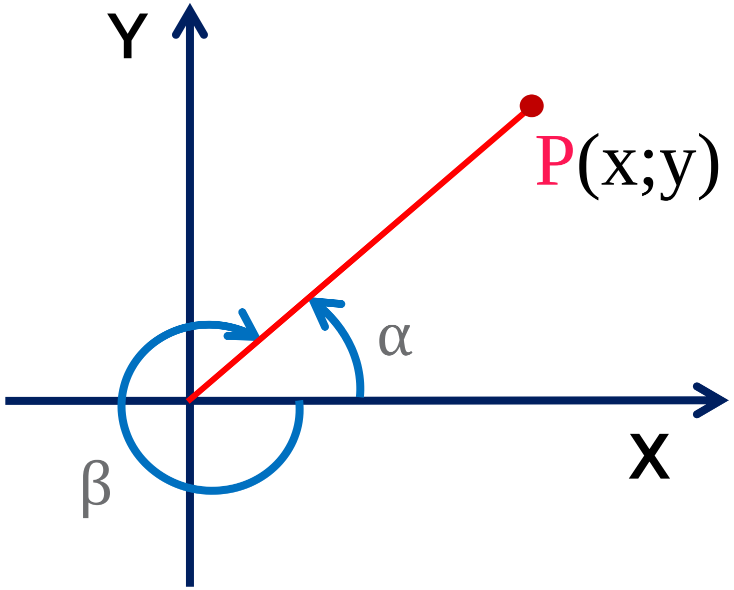


De la figura: θ y ω son las medidas de dos ángulos coterminales.



ÁNGULOS COTERMINALES

Siendo α y β las medidas de dos ángulos coterminales, se verifica lo siguiente:



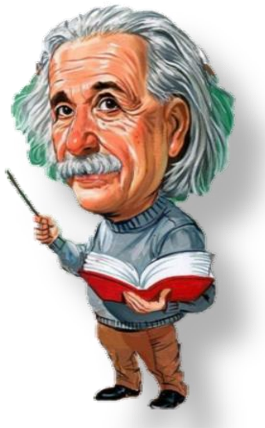
$$\alpha - \beta = 360^\circ n;\ \mathbf{n \in Z}$$

$$R.T.(\alpha) = R.T.(\beta)$$

Es decir:

$$\begin{cases} \operatorname{sen}\alpha = \operatorname{sen}\beta \\ \cos\alpha = \cos\beta \\ \tan\alpha = \tan\beta \\ \cot\alpha = \cot\beta \\ \sec\alpha = \sec\beta \\ \csc\alpha = \csc\beta \end{cases}$$

¡Muy bien!



HELICO-PRACTICE 1

Indique cuáles de los siguientes ángulos son coterminales.

I. 200° y 160°
II. 540° y –120°
III. 480° y –240°

Recuerda:

α y β son ángulos coterminales, entonces: $\alpha - \beta = 360° \; n; \; n \in \mathbb{Z}$

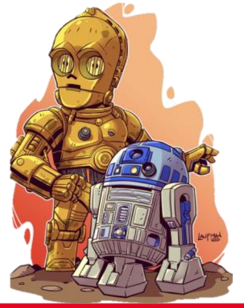
Resolución:

I $200° - 160° = 40°$ (no es múltiplo de 360°)

II $540° - (-120°) = 660°$ (no es múltiplo de 360°)

III $480° - (-240°) = 720°$(si es múltiplo de 360°)

Rpta: 480° y -240° ángulos coterminales



HELICO-PRACTICE 2

Calcule un ángulo coterminal del ángulo $-250°$

Resolución:

$\alpha - (-250°) = 360°(n)$

Si $n = 1$

$\alpha + 250° = 360°\ (1)$

$\alpha + 250° = 360°$

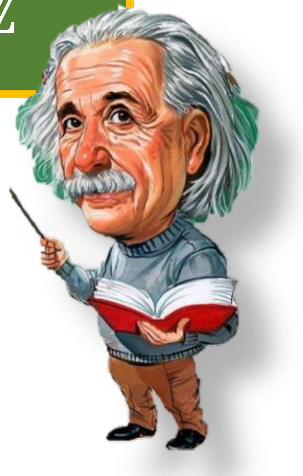
$\boxed{\alpha = 110°}$

$110°$ es un ángulo coterminal de $-250°$

Recuerda:

α y β son ángulos coterminales, entonces:

$$\alpha - \beta = 360°\ n;\ n \in \mathbb{Z}$$



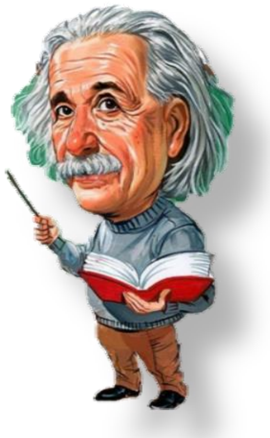
HELICO-PRACTICE 3

Renato compró un terreno en forma de rectángulo, tal como se muestra en la figura.

$h = (3\sqrt{3}\tan\alpha)$ m

$b = (20\cos\alpha)$ m

Si α y 60° son ángulos coterminales, ¿cuál es el área de dicho terreno?



Resolución

Por propiedad de ángulos coterminales RT(α)= RT (β)

Entonces:

$$\cos\alpha = \cos 60° = 1/2$$

$$\tan\alpha = \tan 60° = \sqrt{3}$$

Reemplazar:

$b = 20\cos\alpha$

$b = 20(1/2)$

$b = 10$m

$h = 3\sqrt{3}\tan\alpha$

$h = 3\sqrt{3}.\sqrt{3}$

$h = 9$ m

$S = (10 \text{ m})(9 \text{ m})$

$S = 90 \text{ m}^2$

HELICO-PRACTICE 4

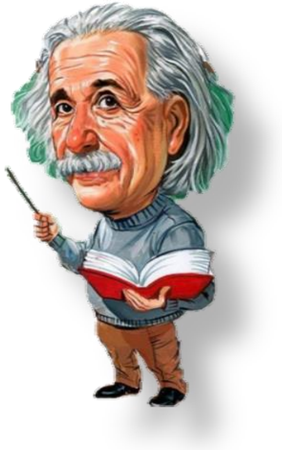
Siendo θ y $30°$ ángulos coterminales, efectúe

$$E = \csc^2\theta + \tan^2\theta$$

Resolución:

$$\csc\theta = \csc 30° = 2$$

$$\tan\theta = \tan 30° = \frac{\sqrt{3}}{3}$$



Reemplazar en E:

$$E = \csc^2\theta + \tan^2\theta$$

$$E = 2^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2$$

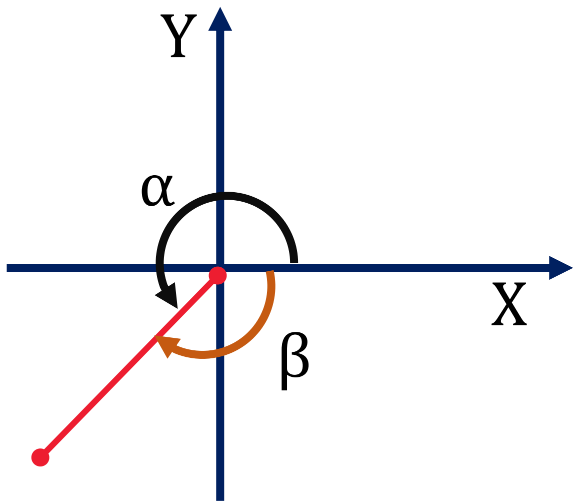
$$E = 4 + \frac{3}{9} \Rightarrow E = 4 + \frac{1}{3}$$

$$E = \frac{12+1}{3}$$

$$\boxed{E = \frac{13}{3}}$$

HELICO-PRACTICE 5

Del gráfico



Reduzca

$$M = \frac{5\csc\beta}{\csc\alpha} - \frac{2\tan\alpha}{\tan\beta}$$

Resolución:

$$M = \frac{5\csc\beta}{\csc\alpha} - \frac{2\tan\alpha}{\tan\beta}$$

Recuerda:

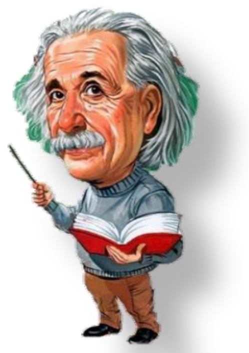
$$\csc\alpha = \csc\beta$$

$$\tan\alpha = \tan\beta$$

Reemplazamos

$$M = \frac{5\cancel{\csc\beta}}{\cancel{\csc\beta}} - \frac{2\cancel{\tan\alpha}}{\cancel{\tan\alpha}}$$

¡Muy bien!



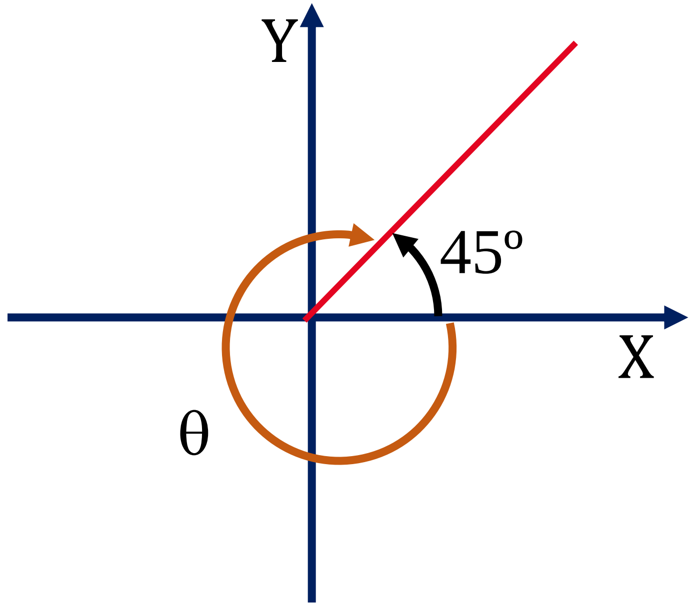
$$M = 5(1) - 2(1)$$

$$M = 5 - 2$$

$$\boxed{M = 3}$$

HELICO-PRACTICE 6

Del gráfico



Efectúe

$$P = \sqrt{2}\csc\theta + 3\tan\theta$$

Resolución:

$$P = \sqrt{2}\csc\theta + 3\tan\theta$$

Recuerda:

$$\csc\theta = \csc 45°$$

$$\tan\theta = \tan 45°$$

Reemplazamos:

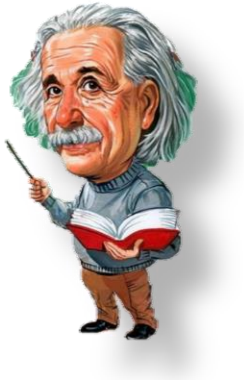
$$P = \sqrt{2}\csc 45° + 3\tan 45°$$

$$P = \sqrt{2}\,(\sqrt{2}) + 3\,(1)$$

$$P = 2 + 3$$

$$\boxed{P = 5}$$

¡Muy bien!



HELICO-PRACTICE 7

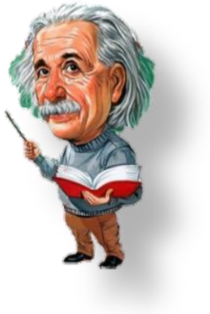
Si α y θ son ángulos coterminales, tal que $\tan\alpha = 4$; efectúe

$$N = 3\tan\alpha - \frac{\tan\theta}{2}$$

Recuerda:

$$\tan\alpha = \tan\theta = 4$$

¡Muy bien!



Resolución:

$$N = 3\tan\alpha - \frac{\tan\theta}{2}$$

$$N = 3\tan\alpha - \frac{\tan\alpha}{2}$$

$$N = 3(\mathbf{4}) - \frac{(\mathbf{4})}{2}$$

$$N = 12 - 2$$

$$\mathbf{N = 10}$$

HELICO-PRACTICE 8

Siendo α y β ángulos coterminales, tal que

$\cot\alpha + \cot\beta = -6 \wedge \beta \in$ IIC

Calcule: $9\tan\alpha$

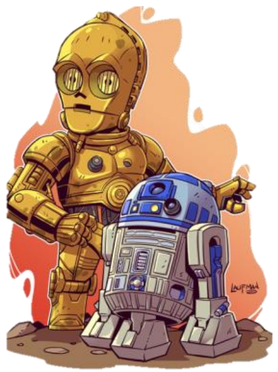
Recuerda:

$$\cot\alpha = \cot\beta$$

Propiedad recíproca

$$\boxed{\tan\alpha = \frac{1}{\cot\alpha}}$$

Resolución:



$$\cot\alpha + \cot\beta = -6$$

$$\cot\alpha + \boldsymbol{\cot\alpha} = -6$$

$$\cancel{2}\cot\alpha = -\cancel{6}$$

$$\cot\alpha = -3 \longrightarrow \tan\alpha = -\frac{1}{3}$$

Piden:

$$9\tan\alpha = \cancel{9}\left(-\frac{1}{\cancel{3}}\right)$$

$$\boxed{9\tan\alpha = -3}$$

MUCHAS GRACIAS POR TU ATENCIÓN

Tu curso amigo

TRIGONOMETRÍA