

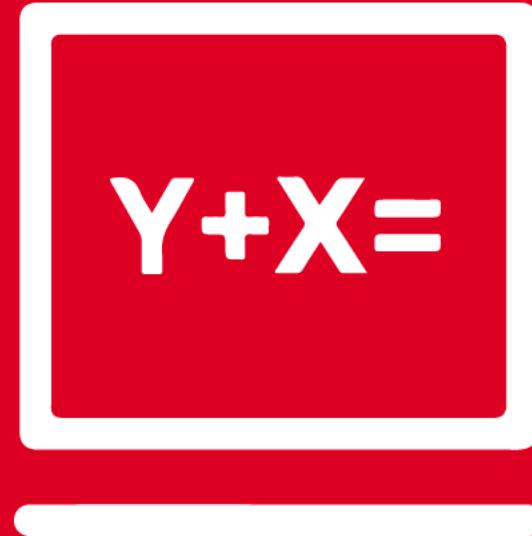


# ARITHMETIC

## Chapter 1

**5th**  
SECONDARY

Razones, proporciones y  
Series de razones geométricas



 SACO OLIVEROS

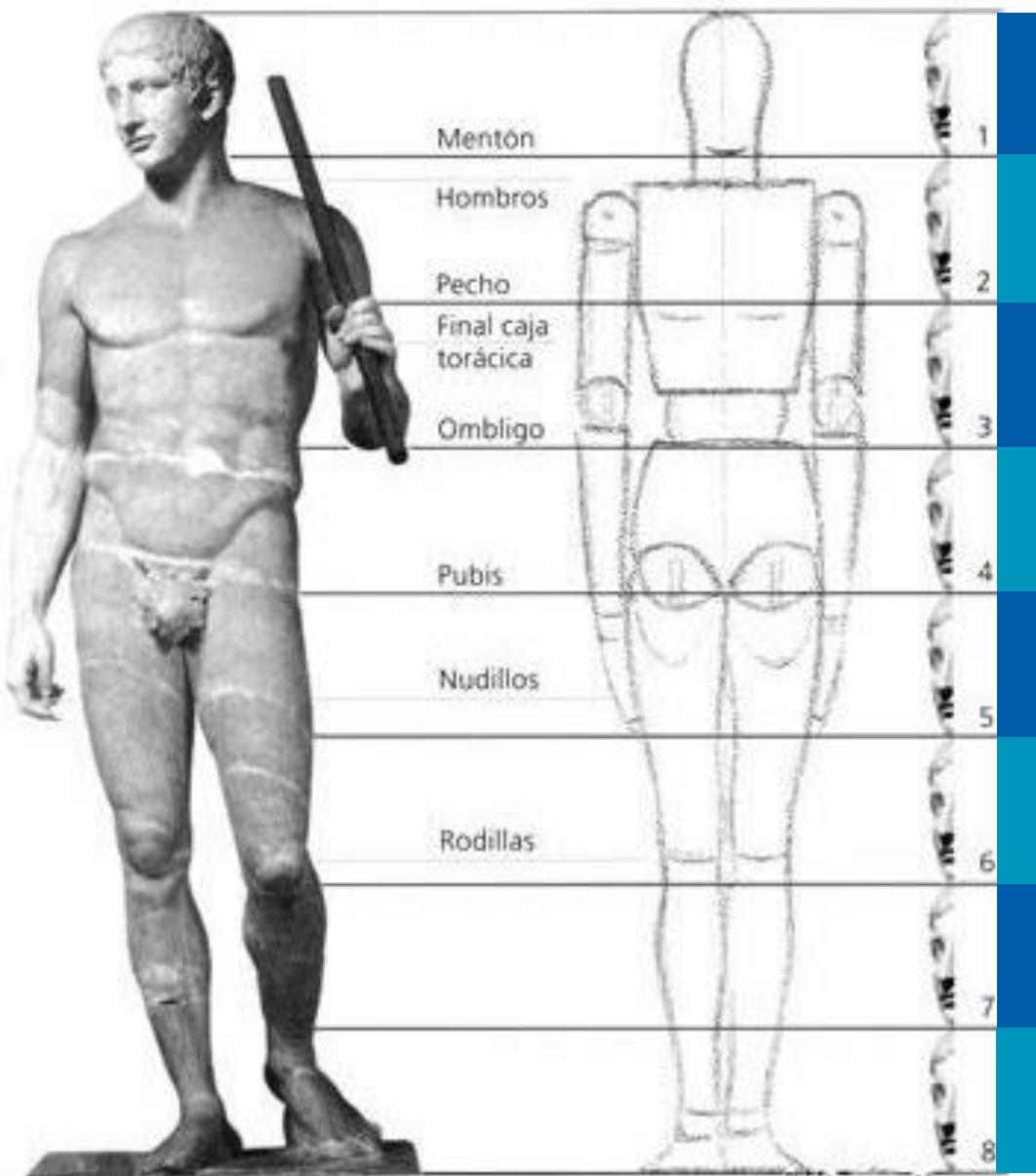


# PROPORCIONES DEL CUERPO HUMANO

En la antigüedad se buscó representar el cuerpo humano de la forma más bella posible

Esto llevó a establecer unas reglas de proporciones que determinen qué es un cuerpo armónico

Uno de los cánones más usados es que la cabeza sea como 1 y el cuerpo como 8





# RAZÓN

Es la comparación entre dos cantidades, generalmente homogéneas (expresadas en las mismas unidades)



*Veamos las siguientes cantidades*



## RAZÓN ARITMÉTICA

Comparamos mediante la “*sustracción*”

$$32 \text{ años} - 20 \text{ años} = \\ \text{razón}$$

12 años  
*Valor de la razón*

En este caso afirmamos: “*La edad de José excede en 12 años la edad de María*”.

## RAZÓN GEOMÉTRICA

Comparamos mediante la “*división*”

*razón*  $\frac{32 \text{ años}}{20 \text{ años}} = \frac{8}{5}$  *Valor de la razón*

En este caso afirmamos: “*Las edades están en razón o relación de 8 a 5*”.



**GENERALIZANDO** Para las medidas “ $a$ ” y “ $b$ ” de una magnitud se tiene que:

## RAZÓN

### ARITMÉTICA

$$a - b = r$$

### GEOMÉTRICA

$$\frac{a}{b} = k$$

$a$  : antecedente

$b$  : consecuente

$r$  y  $k$  : valores de las razones

# PROPORCIÓN

Es la igualdad indicada y que se verifica en valor numérico de dos razones de la misma clase.

## PROPORCIÓN ARITMÉTICA

Se forma al igualar dos razones aritméticas

### EJEMPLO



Veamos los siguientes datos



AUTO	A	B	C	D
VELOCIDAD	20m / s	17m / s	18m / s	15m / s



Comparando mediante la sustracción

*PROPORCIÓN ARITMÉTICA*

$$20m / s - 17m / s = 18m / s - 15m / s = 3m / s$$

Términos medios

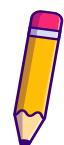
Términos extremos



**CLASIFICACIÓN**

## PROPORCIÓN ARITMÉTICA

DISCRETA	CONTINUA
$a - b = c - d$	$a - b = b - c$
$d$ : cuarta diferencial de $a$ ; $b$ y $c$	$b$ : media diferencial de $a$ y $c$ $c$ : tercera diferencial de $a$ y $b$

**EJEMPLO**


$$15 - 11 = 20 - 16$$

cuarta diferencial  
de 15, 11 y 20

“Los términos medios son diferentes”



media diferencial  
de 24 y 14

$$24 - 19 = 19 - 14$$

tercera diferencial  
de 24 y 19

“Los términos medios son iguales”



# PROPORCIÓN GEOMÉTRICA

Se forma al igualar dos razones geométricas



## EJEMPLO



Veamos los siguientes datos

PERSONAS	A	B	C	D
EDADES	18 años	12 años	15 años	10 años



Comparando mediante la división

### PROPORCIÓN GEOMÉTRICA

$$\frac{18 \text{ años}}{12 \text{ años}} = \frac{15 \text{ años}}{10 \text{ años}} = \frac{3}{2}$$

12 y 15 *Son términos medios*  
18 y 10 *Son términos extremos*



## CLASIFICACIÓN

# PROPORCIÓN GEOMÉTRICA

### DISCRETA

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

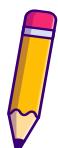
*d : cuarta proporcional de a; b y c*

### CONTINUA

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

*b : media proporcional de a y c  
c : tercera proporcional de a y b*

### EJEMPLO



$$\frac{15}{20} = \frac{12}{16}$$

*cuarta proporcional de 15, 20 y 12*

*“Los términos medios son diferentes”*



$$\frac{12}{18} = \frac{18}{27}$$

*media proporcional de 12 y 27  
tercera proporcional de 12 y 18*

*“Los términos medios son iguales”*



Dos números son entre sí como 7 es a 9; si el producto de dichos números es 1575; calcule su diferencia.

### Resolución:

Sea

$$\frac{a}{b} = \frac{7K}{9K}$$

Del dato:

$$a \times b = 1575$$

$$7K \times 9K = 1575$$

$$\cancel{63} \times K^2 = \cancel{1575}$$

$$K^2 = 25$$

$$K = 5$$

Piden "b - a"



$$9K - 7K = 2K$$

Reemplazando

$$2K = 2(5)$$

$$= 10$$

RPTA: 10



Las edades de Roberto y Carlos son 30 y 24 años, respectivamente. ¿Dentro de cuántos años la razón de sus edades será de 7 a 6?

### Resolución:

	presente	futuro
ROBERTO	30	$30 + x$
CARLOS	24	$24 + x$



Dato

$$\frac{30 + x}{24 + x} = \frac{7}{6}$$

Entonces

$$6(30 + x) = 7(24 + x)$$

$$180 + 6x = 168 + 7x$$

$$12 = x$$

RPTA: 12 años



Una bolsa contiene 180 bolas de las cuales 120 son negras y las restantes blancas. ¿Cuántas bolas blancas se deben retirar de la bolsa para que por cada bola blanca existan 4 negras?

### Resolución:

#### Dato

Total: 180 bolas

120 negras  
60 blancas



Vamos a retirar “ $x$ ” bolas blancas

$$\frac{60 - x}{120} = \frac{1}{4}$$

$$4(60 - x) = 120$$

$$240 - 4x = 120$$

$$120 = 4x$$

RPTA: 30 bolas



Halle el valor de:

$$S + A + C + O$$

si

S : es la media diferencial de 53 y 17.

A : es la tercera proporcional de 4 y 8.

C : es la cuarta proporcional de 2; 8 y 6.

O : es la cuarta diferencial S; A y C.

### Resolución:

S : es la media diferencial de 53 y 17

$$53 - S = S - 17 \rightarrow 70 = 2S$$

$$\rightarrow 35 = S$$

A : es la tercera proporcional de 4 y 8

$$\frac{4}{8} = \frac{8}{A} \rightarrow 4A = 64 \rightarrow A = 16$$

C : es la cuarta proporcional de 2; 8 y 6

$$\frac{2}{8} = \frac{6}{C} \rightarrow 2C = 48 \rightarrow C = 24$$

O : es la cuarta diferencial de S; A y C

$$35 - 16 = 24 - O \rightarrow O = 5$$

Piden "S+A+C+O"

$$35 + 16 + 24 + 5 = 80$$

RPTA: 80



La suma, la diferencia y el producto de dos números están en la misma relación que los números 5; 1 y 30. Determine el número mayor.

### Resolución:

Sean los números:  $A$  y  $B$   
donde  $A > B$

$$\rightarrow A + B = 5k$$

$$\rightarrow A - B = k$$

$$\rightarrow A \times B = 30k$$



Veamos la suma y diferencia

$$\begin{array}{r} A + B = 5k \\ A - B = k \\ \hline 2A = 6k \end{array} \quad \begin{array}{l} \downarrow \\ A = 3k \end{array} \quad \begin{array}{l} \downarrow \\ B = 2k \end{array}$$



Del producto, tenemos que:

$$\begin{array}{c} A \times B = 30k \\ \downarrow \qquad \downarrow \end{array}$$

$$3k \times 2k = 30k$$

$$6k = 30$$

$$k = 5$$



Piden “A”  $\rightarrow A = 3k = 3(5) = 15$

RPTA: 15



En una serie de tres razones geométricas equivalentes se conoce que el producto de antecedentes es 1280 y la suma de consecuentes es 78. Calcule la suma de antecedentes si el producto de consecuentes es 4320.

### Resolución:

Sean las razones:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} \rightarrow a \times c \times e = 1280$$

$$b \times d \times f = 4320 \quad ^{\wedge}$$

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k \rightarrow \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} \times \frac{e}{f} = k^3$

$$\frac{a \times c \times e}{b \times d \times f} = k^3 \rightarrow \frac{1280}{4320} = k^3$$

$$\frac{8}{27} = k^3 \rightarrow \frac{2}{3} = k$$

Para la suma tenemos

$$\frac{a+c+e}{b+d+f} = k \rightarrow \frac{78}{b+d+f} = \frac{2}{3}$$

$$\rightarrow 117 = b+d+f$$

RPTA: 117



Se tienen 3 toneles de vino cuyos volúmenes son proporcionales a 5, 7 y 12. Si del tonel que tiene más vino se saca 16 litros y se distribuye en los otros dos, resulta que al final los 3 contienen la misma cantidad de vino, ¿cuántos litros de vino hay en total?

### Resolución:

Sean los toneles:


 $5k$ 

 $7k$ 

 $12k$ 

E~~n~~tonces debemos  
repartir el vino de tal  
manera que todos  
tengan la misma  
cantidad

$$12k - 4k = 8k$$



Recordar que hemos sacado 16 L

$$16 = 4k$$

$$4 = k$$



Nos piden el total

$$8k + 8k + 8k = 24k$$

$$= 24(4)$$

$$= 96$$

RPTA: 96 L



Alfonso ahorra S/. 200 diarios. Si lo que cobra y lo que gasta diariamente esta en la relación de 11 a 7; determine en cuanto debe disminuir sus gastos diarios para que la relación entre lo que cobra y gasta sea de 5 a 2.

### Resolución:

Del dato



$$\begin{aligned}
 &\text{Ahorra} \\
 &11k - 7k \\
 &4k = 200 \\
 &k = 50
 \end{aligned}$$



Veamos cuento debemos reducir

$$\frac{11k}{7k - x} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{11(50)}{7(50) - x} = \frac{5}{2} \rightarrow \frac{550}{350 - x} = \frac{5}{2}$$

$$1100 = 1750 - 5x$$

$$5x = 650$$

$$x = 130$$

RPTA: s/.130