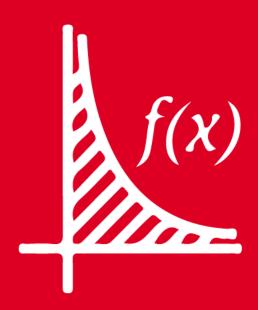


# ALGEBRA CHAPTER 6



**COCIENTES NOTABLES** 







### MOTIVATING STRATEGY

@ SACO OLIVEROS 1





Michael Francis Atiyah

#### Matemático del siglo XX

La Matemática no solo se desarrollo en el pasado, también se sigue desarrollando en la actualidad, siendo uno de esos autores:

Michael Francis Atiyah es un matemático británico nacido en 1929 que pasa por ser unos de los matemáticos más importantes del siglo XX y de lo que llevamos del XXI. Sus contribuciones se centran principalmente en Geometría y Topología, siendo las más importantes la creación, de la denominada en Topología teoría K y muy relacionado con el número de soluciones independientes en ecuaciones diferenciales.

## HELICO THEOR Y



#### COCIENTES NOTABLES

#### I) Definición

Son aquellos cocientes que se pueden obtener en formas directa sin la necesidad de efectuar la operación de división.

#### Forma general

$$\frac{x^n \pm y^n}{x \pm y}$$

n: Número de términos del C.N.

Además:  $n \in N, n \ge 2$ 

$$\frac{x^n - y^n}{x - y}$$

$$\frac{x^n + y^n}{x + y}$$

$$\frac{x^n - y^n}{x + y}$$

$$\frac{x^n + y^n}{x - v}$$



#### II) CASOS DE COCIENTES NOTABLES

(Si la división es exacta)

$$\frac{x^{n} - y^{n}}{x - y} = x^{n-1} + x^{n-2} \cdot y + x^{n-3} \cdot y^{2} + \dots + y^{n-1}$$

Para todo "n" entero positivo

$$\frac{x^n - y^n}{x + y} = x^{n-1} - x^{n-2} \cdot y + x^{n-3} \cdot y^2 - \dots - y^{n-1}$$

Para todo "n"
PAR

$$\frac{x^n + y^n}{x + y} = x^{n-1} - x^{n-2} \cdot y + x^{n-3} \cdot y^2 - \dots + y^{n-1}$$

Para todo "n" IMPAR



#### **PROPIEDAD**

Sea: 
$$\frac{x^a \pm y^b}{x^p \pm y^q}$$

#### Genera cociente notable si:

$$\frac{a}{p} = \frac{b}{q} = n \text{ ($\#$ términos del C.N)}$$

#### IV) TÉRMINO DE LUGAR $k:(t_k)$

$$\frac{\text{CASO 1:}}{x^p - y^q}$$



$$t_k = +(x^p)^{n-k} \cdot (y^q)^{k-1}$$

$$K = 1, 2, 3, ..., n$$

Término de lugar k o posición k



#### **CASO 2:**

$$\frac{x^a - y^b}{x^p + y^q}$$

#### **CASO 3:**

$$\frac{x^a + y^b}{x^p + y^q}$$

Para ambos casos:

Sea: 
$$\frac{x^n \pm y^n}{x \pm y}$$
  
Si n es impar Lugar(Tc)=  $K = \frac{n+1}{2}$ 

$$T_{c} = T_{\left(\frac{n+1}{2}\right)}$$

$$t_k = (signo)(x^p)^{n-k}.(y^q)^{k-1}$$

+ si k es IMPAR

- si k es PAR

# HELICO PRACTIC E



#### **PROBLEMA 1**

### Halle el noveno término en el desarrollo del cociente notable: $\frac{x^{75}+y^{30}}{x^5+y^2}$

#### Resolución

$$\mathbf{n} = \frac{75}{5} \qquad \qquad \mathbf{n} = 15$$

$$t_9 = ? \qquad k = 9$$

Estamos en el 3<sup>er</sup>caso de C.N



Como k es IMPAR



$$t_9 = +(x^5)^{15-9}(y^2)^{9-1}$$

$$t_9 = +x^{30}y^{16}$$

 $\therefore t_9 = +x^{30}y^{16}$ 



#### PROBLEMA 2

Indique el grado absoluto del término de lugar 18 en el cociente notable:

$$\frac{x^{40} - y^{200}}{x^2 + y^{10}}$$

#### **Resolución**

$$\mathbf{n} = \frac{40}{2} \qquad \qquad \mathbf{n} = 20$$

$$t_{18} = ?$$
  $k = 18$ 

Estamos en el 2<sup>do</sup>caso de C.N



Como **k** es **PAR** 



signo es –

$$t_{18} = -(x^2)^{20-18}(y^{10})^{18-1}$$

$$t_{18} = -x^4 y^{170}$$

Piden: G.A

 $\therefore G.A = 174$ 



## PROBLEMA 3 Indique el número de términos en el cociente notable: $\frac{x^{10n+4}-y^{13n+7}}{x^3+v^{n-1}}$

$$\frac{x^{10n+4} - y^{13n+7}}{x^3 + y^{n-1}}$$

#### **Resolución**

El 
$$n^{\circ}$$
 de términos = 
$$\frac{10n+4}{3} = \frac{13n+7}{n-1} \dots \alpha$$



$$10n^2 - 10n + 4n - 4 = 39n + 21$$



$$10n^2 - 45n - 25 = 0$$

$$2n^2 - 9n - 5 = 0$$

$$(2n+1)(n-5)=0$$

$$n = \frac{-1}{2} \quad \forall \quad n = 5$$

Reemplazando:  $n = \frac{-1}{2}$  en  $\alpha$ , no cumple

Reemplazando: n = 5 en  $\alpha$ , si cumple



$$n = 5$$



$$n^{\circ}$$
términos =  $\frac{54}{3}$ 



 $n^{o}$ términos = 18

 $n^{\circ}$  términos = 18



PROBLEMA 4 ¿Qué lugar ocupa en el desarrollo del cociente notable:  $\frac{x^{160}-y^{280}}{x^4-y^7}$  el término de grado absoluto 252 ?

#### **Resolución**

$$\mathbf{n} = \frac{160}{4} \boxed{n = 40}$$

$$t_k = (signo)(x^4)^{n-k}(y^7)^{k-1}$$

Estamos en el 1<sup>er</sup>caso de C.N

El **signo** siempre es +, así k sea **PAR** o **IMPAR** 

$$t_k = (x^4)^{40-k} (y^7)^{k-1}$$

$$t_k = (x)^{160-4k} (y)^{7k-7}$$

$$160 - 4k + 7k - 7 = 252 (Dato)$$

$$3k = 99$$

∴ Ocupa el lugar 33



#### PROBLEMA 5 El número de veces que postuló el alumno Rick a la UNI está dado por la

cantidad de términos que tiene el cociente de:

$$\frac{x^{68} + x^{66} + x^{64} + \dots + x^2 + 1}{x^{12} + x^{10} + x^8 \dots + x^2 + 1}$$

¿Cuántas veces postuló Rick?

#### **Resolución**

$$\frac{x^{68} + x^{66} + x^{64} + \dots + x^{2} + 1}{x^{12} + x^{10} + x^{8} \dots + x^{2} + 1} = \frac{\frac{x^{70} - 1}{x^{2} - 1}}{\frac{x^{14} - 1}{x^{2} - 1}} = \frac{x^{70} - 1}{x^{14} - 1} \Rightarrow N^{\circ} de \ t\acute{e}rminos = \frac{70}{14}$$

#### Recuerda

$$\frac{x^{20}-1}{x^4-1}=x^{16}+x^{12}+x^8+x^4+1$$

$$N^{\circ}de \ t\'erminos = \frac{20}{4} = 5$$

∴ Rick postuló 5 veces



#### **PROBLEMA 6** Halle el término central en el desarrollo del cociente notable:

$$\frac{5p+1-y^{5p-6}}{x^{p-1}-y^{p-2}}$$

#### **Resolución**

$$\frac{x^{5p+1}-y^{5p-6}}{x^{p-1}-y^{p-2}} = \frac{x^{21}-y^{14}}{x^3-y^2}$$

$$N^{\circ}de\ t\acute{e}rminos(n) = \frac{5p+1}{p-1} = \frac{5p-6}{p-2} = 7$$

$$(5p+1)(p-2) = (p-1)(5p-6)$$

$$p=4$$

Lugar(Tc)=
$$\frac{n+1}{2}$$
 sabemos  $n=7$   $k = Lugar(Tc) = 4$ 

$$T_k = (signo)(x^3)^{n-k}(y^2)^{k-1}$$

$$T_4 = +(x^3)^{7-4}(y^2)^{4-1}$$

$$T_4 = x^9y^6$$

$$T_C = x^9 y^6$$

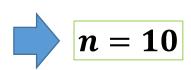
$$\therefore T_C = x^9 y^6$$



### PROBLEMA 7 En el cociente notable: $\frac{(x+1)^{20}-(x-1)^{20}}{4x}$ , determine el valor numérico del séptimo término para x=2

#### Resolución

$$\frac{(x+1)^{20} - (x-1)^{20}}{4x} = \frac{(x+1)^{20} - (x-1)^{20}}{(x+1)^2 - (x-1)^2}$$



#### recuerda:

$$(x+1)^2 - (x-1)^2 = 4x$$

(Identidad legendre)



$$T_k = (signo)[(x+1)^2]^{n-k}[(x-1)^2]^{k-1}$$
  $k = 7$ 



$$T_7 = (signo)[(x+1)^2]^{10-7}[(x-1)^2]^{7-1}$$

$$T_7 = (+)(x+1)^6(x-1)^{12}$$



V.N.para x = 2

$$V.N = (3)^6(1)^{12}$$

: V N = 729



#### PROBLEMA 8

#### Halle el valor numérico del término de lugar 29 en el cociente notable:

$$\frac{(x+3)^{36}-x^{36}}{2x+3}$$
 para  $x=-1$ 

#### **Resolución**

$$\frac{(x+3)^{36}-x^{36}}{2x+3} = \frac{(x+3)^{36}-x^{36}}{(x+3)+x}$$

$$T_k = (signo)(x+3)^{n-k}(x)^{k-1}$$

Estamos en el **2**<sup>do</sup>caso de C.N

Además: 
$$n = 36$$

$$k = 29$$

$$T_{29} = +(x+3)^{36-29}(x)^{29-1}$$

$$T_{29} = (x+3)^7 x^{28}$$

$$\bigvee V.N.para x = -1$$

$$V.N = (-1+3)^7(-1)^{28}$$
  
 $V.N = 128$ 

$$\therefore V.N = 128$$