



ALGEBRA

Chapter 20

2th
SECONDARY
Session II

Ecuaciones de
Segundo Grado

$$ax^2 + bx + c = 0$$

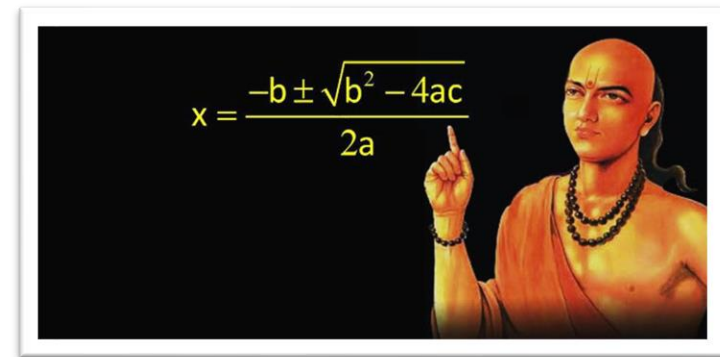
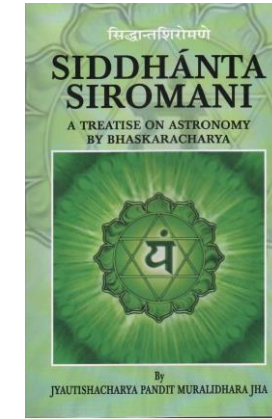
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

 **SACO OLIVEROS**



BHASKARA II (1114-1185)

Conocido también como Bhaskara Acharya, fue un matemático y astrónomo hindú conocido por escribir su tratado principal Siddhānta Shiromani el cual está dividido en cuatro partes, Livavati(Aritmética), Goladhyaya(globo celestial), Grahaganita(matemáticas de los planetas) y finalmente Bijaganita (Álgebra), este último dividido en 6 partes, contiene 213 versos dedicados al álgebra. Se presume que Bhaskara II escribió basándose en muchos matemáticos antiguos como Diofanto de Alejandría entre otros, deduciendo y formulando por primera vez la **Fórmula General de una ecuación cuadrática**.



Bhaskara Acharya (1114-1185)



ECUACIÓN DE SEGUNDO GRADO

Llamada también **ecuación cuadrática**.

Forma General

$$ax^2 + bx + c = 0 ; a \neq 0$$

Donde x es la incógnita y a, b y c son coeficientes reales.

Esta ecuación tiene dos soluciones :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \wedge \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Además $\Delta = b^2 - 4ac$ es llamado discriminante de la ecuación de segundo grado.

se cumple qué:

Propiedades	
Suma de raíces	$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$
Producto de raíces	$x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$

HELICO PRACTICE



1. Resuelva e indique la menor solución

$$(x - 1)^2 + 2(x + 3) = 32$$

RESOLUCIÓN

$$\begin{aligned}
 &(x - 1)^2 + 2(x + 3) = 32 \\
 &x^2 - \cancel{2x} + 1 + \cancel{2x} + 6 = 32 \\
 &x^2 + 7 - 32 = 0 \\
 &x^2 - 25 = 0 \\
 &(x - 5)(x + 5) = 0 \\
 &x - 5 = 0 \vee x + 5 = 0 \\
 &C.S = \{-5; 5\}
 \end{aligned}$$

-5

RECORDEMOS

Binomio al cuadrado

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Diferencia de cuadrados

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$



2. Calcule los valores de x en

$$(2x + 1)(2x - 1) = 3x$$

RESOLUCIÓN

$$(2x + 1)(2x - 1) = 3x$$

$$(2x)^2 - 1^2 = 3x$$

$$4x^2 - 1 = 3x$$

$$4x^2 - 3x - 1 = 0$$

$$\begin{array}{l} \boxed{4x} \xrightarrow{\text{AspaSimple}} x + \\ \boxed{x} \xrightarrow{\text{AspaSimple}} -4x - 1 \end{array}$$

$$(4x + 1)(x - 1) = 0$$

$$4x + 1 = 0 \vee x - 1 = 0$$

$$x_1 = -\frac{1}{4} ; x_2 = 1$$

RECORDEMOS

Diferencia de cuadrados

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$



3. Determine la suma y el producto de raíces de

$$5x^2 - 10x + 15 = 0$$

RESOLUCIÓN

$$5x^2 - 10x + 15 = 0$$

Suma de raíces

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= -\frac{b}{a} \\ x_1 + x_2 &= \frac{-(-10)}{5} \\ x_1 + x_2 &= \frac{10}{5} = 2 \end{aligned}$$

Producto de raíces

$$\begin{aligned} x_1 \times x_2 &= \frac{c}{a} \\ x_1 \times x_2 &= \frac{15}{5} \\ x_1 \times x_2 &= 3 \end{aligned}$$

Suma de raíces = 2
Producto de raíces = 3

RECORDEMOS

Forma General

$$ax^2 + bx + c = 0 ; a \neq 0$$

Propiedades	
Suma de raíces	$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$
Producto de raíces	$x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$



4. Sea $x^2 - 5x + 3 = 0$ donde x_1 y x_2 son raíces.
Calcule $x_1 + x_2 + x_1 \cdot x_2$

RESOLUCIÓN

$$1x^2 - 5x + 3 = 0$$

Suma de raíces

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{-(-5)}{1}$$

$$x_1 + x_2 = 5$$

Producto de raíces

$$x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$$

$$x_1 \times x_2 = \frac{3}{1}$$

$$x_1 \times x_2 = 3$$

$$x_1 + x_2 + x_1 \cdot x_2 = 5 + 3 =$$

8

RECORDEMOS

Forma General

$$ax^2 + bx + c = 0 ; a \neq 0$$

Propiedades	
Suma de raíces	$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$
Producto de raíces	$x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$



5. Sea $2x^2 - 5x + 7 = 0$ de raíces x_1 y x_2 .

Calcule $\frac{x_1 \cdot x_2}{x_1 + x_2}$.

RESOLUCIÓN

$$2x^2 - 5x + 7 = 0$$

Suma de raíces

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{-(-5)}{2}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{5}{2}$$

Producto de raíces

$$x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$$

$$x_1 \times x_2 = \frac{7}{2}$$

$$\frac{x_1 \cdot x_2}{x_1 + x_2} = \frac{5}{2} \div \frac{7}{2} = \frac{5}{2} \times \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$$

RECORDEMOS

Forma General

$$ax^2 + bx + c = 0 ; a \neq 0$$

Propiedades	
Suma de raíces	$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$
Producto de raíces	$x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$



6. Sea la ecuación

$x^2 - mx + 3 = 0$ de raíces $x_1 \wedge x_2$

Calcule el valor de m si $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 8$.

RESOLUCIÓN

$1x^2 - mx + 3 = 0$

Suma de raíces

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$
$$x_1 + x_2 = \frac{-(-m)}{1}$$
$$x_1 + x_2 = m$$

Producto de raíces

$$x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$$
$$x_1 \times x_2 = \frac{3}{1}$$
$$x_1 \times x_2 = 3$$

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 8 \rightarrow \frac{x_2 + x_1}{x_1 \times x_2} = 8 \therefore \frac{m}{3} = 8$$

m = 24

RECORDEMOS

Forma General

$ax^2 + bx + c = 0 ; a \neq 0$

Propiedades	
Suma de raíces	$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$
Producto de raíces	$x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$



7. Sea $x^2 - 4x + 1 = 0$ de raíces x_1 y x_2 .

Calcule T

$x_1^2 + x_2^2$
RESOLUCIÓN

$$\underbrace{1}_{a}x^2 - \underbrace{4}_{b}x + \underbrace{1}_{c} = 0$$

Suma de raíces

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{-(-4)}{1}$$

$$x_1 + x_2 = 4$$

Producto de raíces

$$x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$$

$$x_1 \times x_2 = 1$$

RECORDEMOS

Binomio al cuadrado

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Entonces

$$(x_1 + x_2)^2 = x_1^2 + 2x_1 \cdot x_2 + x_2^2$$

$$(\quad)^2 = x_1^2 + 2(\quad) + x_2^2$$

$$16 = x_1^2 + 2 + x_2^2$$

$$14 = x_1^2 + x_2^2$$

$$\boxed{T = 14}$$



8. El número de estudiantes ajedrecistas de un local está dado por el valor de E sabiendo que

$$x^2 - 2x - 4 = 0$$

De raíces a y b, calcule $E = a^2 + b^2$. ¿Cuántos son los estudiantes?

RESOLUCIÓN

$$\underbrace{1}_{a}x^2 - \underbrace{2x}_{b} - \underbrace{4}_{c} = 0$$

Suma de raíces

$$a + b = -\frac{b}{a}$$

$$a + b = \frac{-(-2)}{1}$$

$$a + b = 2$$

Producto de raíces

$$a \times b = \frac{-4}{1}$$

$$a \times b = -4$$

RECORDEMOS

Binomio al cuadrado

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Entonces

$$\therefore (a + b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

$$(\quad)^2 = a^2 + 2(\quad) + b^2$$

$$16 = x_1^2 + 4 + x_2^2$$

$$12 = x_1^2 + x_2^2$$

$$E = 12$$

El número de estudiantes ajedrecistas son **12**



1. Resuelva e indique la menor solución

$$(x-1)^2 + 2(x+3) = 32$$

RESOLUCIÓN

$$\begin{aligned} (x-1)^2 + 2(x+3) &= 32 \\ x^2 - 2x + 1 + 2x + 6 &= 32 \\ x^2 + 7 - 32 &= 0 \\ x^2 - 25 &= 0 \\ (x-5)(x+5) &= 0 \\ x-5 = 0 \vee x+5 = 0 \\ C.S = \{-5; 5\} \end{aligned}$$

-5

2. Calcule los valores de x en

$$(2x+1)(2x-1) = 3x$$

RESOLUCIÓN

$$\begin{aligned} (2x+1)(2x-1) &= 3x \\ (2x)^2 - 1^2 &= 3x \\ 4x^2 - 1 &= 3x \\ 4x^2 - 3x - 1 &= 0 \\ \begin{array}{l} 4x \quad -1 \\ x \quad -1 \end{array} &\rightarrow \begin{array}{l} x \\ -4x \end{array} \\ (4x+1)(x-1) &= 0 \\ 4x+1 = 0 \vee x-1 = 0 \end{aligned}$$

$x_1 = -\frac{1}{4}$; $x_2 = 1$

5. Sea $2x^2 - 5x + 7 = 0$ de raíces x_1 y x_2 . Calcule $\frac{x_1 \cdot x_2}{x_1 + x_2}$

RESOLUCIÓN

$$2x^2 - 5x + 7 = 0$$

<p>Suma de raíces</p> $\begin{aligned} x_1 + x_2 &= -\frac{b}{a} \\ x_1 + x_2 &= \frac{-(-5)}{2} \\ x_1 + x_2 &= \frac{5}{2} \end{aligned}$	<p>Producto de raíces</p> $\begin{aligned} x_1 \times x_2 &= \frac{c}{a} \\ x_1 \times x_2 &= \frac{7}{2} \end{aligned}$
--	---

$$\frac{x_1 \cdot x_2}{x_1 + x_2} = \frac{5}{2} \div \frac{7}{2} = \frac{5}{2} \times \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$$

$\frac{5}{7}$

7. Sea $x^2 - 4x + 1 = 0$ de raíces x_1 y x_2 . Calcule $T = x_1^2 + x_2^2$.

RESOLUCIÓN

$$x^2 - 4x + 1 = 0$$

<p>Suma de raíces</p> $\begin{aligned} x_1 + x_2 &= -\frac{b}{a} \\ x_1 + x_2 &= \frac{-(-4)}{1} \\ x_1 + x_2 &= 4 \end{aligned}$	<p>Producto de raíces</p> $\begin{aligned} x_1 \times x_2 &= \frac{c}{a} \\ x_1 \times x_2 &= \frac{1}{1} \\ x_1 \times x_2 &= 1 \end{aligned}$
--	--

8. El número de estudiantes ajedrecistas de un local está dado por el valor de E sabiendo que $x^2 - 2x - 4 = 0$. De raíces a y b, calcule $E = a^2 + b^2$. ¿Cuántos son los estudiantes?

RESOLUCIÓN

$$x^2 - 2x - 4 = 0$$

<p>Suma de raíces</p> $\begin{aligned} a + b &= -\frac{b}{a} \\ a + b &= \frac{-(-2)}{1} \\ a + b &= 2 \end{aligned}$	<p>Producto de raíces</p> $\begin{aligned} a \times b &= \frac{c}{a} \\ a \times b &= \frac{-4}{1} \\ a \times b &= -4 \end{aligned}$
--	--

RECORDEMOS

Binomio al cuadrado

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Entonces:

$$(x_1 + x_2)^2 = x_1^2 + 2x_1 \cdot x_2 + x_2^2$$

$$(\quad)^2 = x_1^2 + 2(\quad) + x_2^2$$

$$16 = x_1^2 + 2 + x_2^2$$

$$14 = x_1^2 + x_2^2$$

T = 14

RECORDEMOS

Binomio al cuadrado

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Entonces:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

$$(\quad)^2 = a^2 + 2(\quad) + b^2$$

$$16 = x_1^2 + 4 + x_2^2$$

$$12 = x_1^2 + x_2^2$$

E = 12

El número de estudiantes ajedrecistas son 12