

MATHEMATICAL REASONING

Chapter 10

5th
SECONDARY

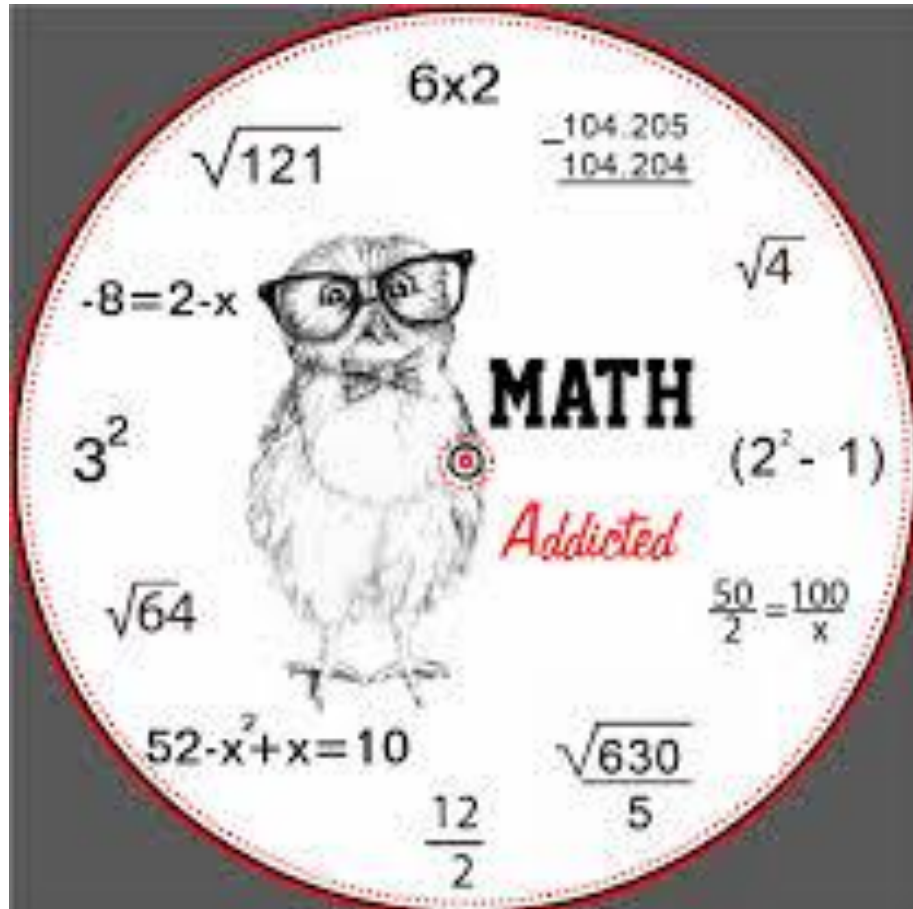
LEYES DE COMPOSICIÓN



 **SACO OLIVEROS**

HELICO MOTIVATING

RELOJES MATEMÁTICOS





HELICO THEORY

¿QUÉ ES UNA LEY DE COMPOSICIÓN INTERNA

Es una operación matemática definida en un determinado conjunto. También se le puede llamar operación binaria, y puede tener una presentación algebraica o una presentación tabular.

$$a * b = a + b - 12$$

Columna
de
entrada

Fila de entrada

	1	2	3	4
1	4	6	8	10
2	8	10	12	14
3	12	14	16	18
4	16	18	20	22

Cuerpo o matriz de resultados



HELICO THEORY

PROPIEDADES



CUMPLE LAS PROPIEDADES:

- CLAUSURA
- CONMUTATIVA
- ELEMENTO NEUTRO
- ELEMENTO INVERSO



HELICO THEORY

Se refiere a que todos los elementos, tanto los de partida como los resultados, sean elementos de un mismo conjunto dado.

Ejemplo:

Sea: $A = \{1; 2; 3; 4\}$

*	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	3	4	1
3	3	4	1	2
4	4	1	2	3

OBSERVACIÓN

SE OBSERVA QUE
TODOS LOS
ELEMENTOS DE LA
TABLA
PERTENECEN AL
CONJUNTO A



HELICO THEORY

PROPIEDAD CONMUTATIVA

Una operación será conmutativa si se cumple que:

$$a * b = b * a$$

En una tabla:

*	1	3	5	7
1	1	3	5	7
3	3	5	7	1
5	5	7	1	3
7	7	1	3	5

OBSERVACIÓN

DESPUÉS DE VERIFICAR QUE LA FILA Y COLUMNA DE ENTRADA ESTEN EN EL MISMO ORDEN; SI SE DA LA DISTRIBUCIÓN SIMÉTRICA RESPECTO A LA DIAGONAL PRINCIPAL ES CONMUTATIVA.

Por lo tanto, es:
conmutativa



HELICO THEORY

PROPIEDAD DEL ELEMENTO NEUTRO (e)

$$a * e = e * a = a$$

En una operación algebraica:

$$a * b = a + b - 12$$

$$a * e = a + e - 12$$

$$\cancel{a} = \cancel{a} + e - 12$$

$$12 = e$$

En una operación tabular:

*	1	2	3	4
1	3	4	1	2
2	4	1	2	3
3	1	2	3	4
4	2	3	4	1

$$e = 3$$



HELICO THEORY

PROPIEDAD del elemento inverso

Se define en \mathbb{Z} :

Halle el valor de 5^{-1} en: $e = 10$

$$m \Delta n = m + n - 10$$

$$\underline{a \Delta a^{-1}} = a + a^{-1} - 10$$

$$e = a + a^{-1} - 10$$

$$10 = a + a^{-1} - 10$$

$$20 - a = a^{-1}$$

$$20 - 5 = 5^{-1}$$

$$15 = 5^{-1}$$

$$a \Delta a^{-1} = a^{-1} \Delta a = e$$

En una operación tabular:

Halle el valor de 4^{-1}

Δ	1	2	3	4
1	3	4	1	2
2	4	1	2	3
3	1	2	3	4
4	2	3	4	1

$$e = 3$$

$$4^{-1} = 2$$



HELICO PRACTICE



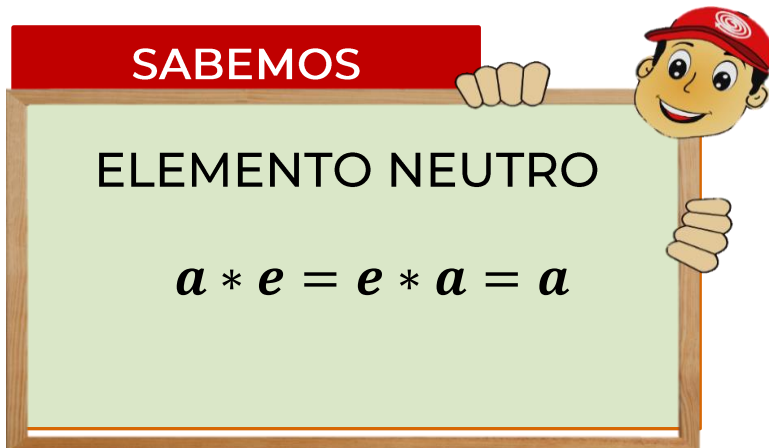


PROBLEMA 1

Determine el elemento neutro de la operación

** si:*

$$a * b = a + b + 2$$



RESOLUCIÓN

Operando

$$\underbrace{a * e}_{\text{blue underline}} = a + e + 2$$

$$\cancel{a} = \cancel{a} + e + 2$$

$$\rightarrow e = -2$$

RESPUESTA: -2



PROBLEMA 2

A partir de la tabla determine el elemento neutro de la operación $*$, y determine: $1^{-1} * 2^{-1}$

*	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	3	4	1
3	3	4	1	2
4	4	1	2	3

RESOLUCIÓN

De la tabla: $e = 1$

$$a * a^{-1} = a^{-1} * a = e$$

CALCULANDO

$$1 * 1^{-1} = 1 \longrightarrow 1^{-1} = 1$$

$$2 * 2^{-1} = 1 \longrightarrow 2^{-1} = 4$$

ME PIDEN:

$$1^{-1} * 2^{-1} = 1 * 4 = 4$$

RESPUESTA: 4



PROBLEMA 3

Del problema anterior,
determine $3^{-1} * 4^{-1}$

*	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	3	4	1
3	3	4	1	2
4	4	1	2	3

RESOLUCIÓN

De la tabla: $e = 1$

$$a * a^{-1} = a^{-1} * a = e$$

CALCULANDO

$$3 * 3^{-1} = 1 \quad \longrightarrow \quad 3^{-1} = 3$$

$$4 * 4^{-1} = 1 \quad \longrightarrow \quad 4^{-1} = 2$$

ME PIDEN:

$$3^{-1} * 4^{-1} = 3 * 2 = 4$$

RESPUESTA: 4



PROBLEMA 4 RESOLUCIÓN

Calcular $31 * 24$

*	1	2	3	4
1	7	9	11	13
2	12	14	16	18
3	17	19	21	23

En la columna

7; 12; 17; ... *tiene razón
creciente igual a 5*

En la fila

7; 9; 11; 13; ... *tiene razón
creciente igual a 2*

POR LO TANTO: $a * b = 5a + 2b$

$$31 * 24 = 5(31) + 2(24) = 203$$

RESPUESTA: 203



PROBLEMA 5

La cantidad de gramos de sal y de ají molido necesarios para la preparación de cierta cantidad de platos de cebiche se anotaron en la siguiente tabla.

		Ají molido				
		Δ	2	4	6	8
Gramos de Sal	2	6	8	10	12	
	4	10	12	14	16	
	6	14	16	18	20	
	8	18	20	22	24	
		Platos de cebiche				

Esta tabla pertenece a la cebichería °Sol y Mar°, ¿Cuántos platos de cebiche se obtendrán utilizando de 15 gramos de sal y 40 gramos de ají molido?



RESOLUCIÓN

Δ	2	4	6	8
2	6	8	10	12
4	10	12	14	16
6	14	16	18	20
8	18	20	22	24

En la columna

6; 10; 14; ... *tiene razón
creciente igual a 4*

En la fila

6; 8; 10; 12; ... *tiene razón
creciente igual a 2*

POR LO TANTO: $a * b = 2a + b$

$$15 * 40 = 2(15) + 40 = 70$$

RESPUESTA: 70



PROBLEMA 6

*Escriba verdadero(v) o falso(f) según corresponda respecto a la operación $a * b = a + b + 1$*

La operación es conmutativa ()

El elemento neutro es -1 ()

$2^{-1} = -4$ ()



RESOLUCIÓN

I. La operación es conmutativa ()

Para que sea conmutativa:

$$a * b = b * a$$

$$a * b = a + b + 1$$

$$b * a = b + a + 1$$

OBSERVACIÓN

La suma es una operación conmutativa, por lo tanto, como la regla solo conta de suma, sin necesidad de reemplazar, se afirma que es conmutativa

VERDADERO

II. El elemento neutro es -1 ()

$$a * e = e * a = a$$

$$a * e = a + e + 1$$

$$a = a + b + 1$$

$$e = -1$$

VERDADERO



$$III. 2^{-1} = -4 \dots\dots\dots ()$$

Halando el inverso de 2

$$a * a^{-1} = a^{-1} * a = e$$

$$\underbrace{2 * 2^{-1}}_{-1} = 2 + 2^{-1} + 1$$

$$-1 = 3 + 2^{-1}$$

$$2^{-1} = -4$$

OBSERVACIÓN

REGLA DE DEFINICIÓN:

$$a * b = a + b + 1$$

ELEMENTO NEUTRO:

$$e = -1$$

VERDADERO



PROBLEMA 7

Se define en los reales $a * b = \sqrt{3ab(b * a)}$, determine $3^{-1} * 4^{-1}$

RESOLUCIÓN

Redefiniendo:

$$b * a = \sqrt{3ba(a * b)}$$

$$a * b = \sqrt{3ab\sqrt{3ba(a * b)}}$$

$$(a * b)^4 = \left(\sqrt{3ab\sqrt{3ba(a * b)}} \right)^4$$

$$(a * b)^4 = 3^2 a^2 b^2 3ba(a * b)$$

$$a * b = 3ab$$

Hallando elemento neutro

$$a * e = e * a = a$$

$$\underbrace{a * e}_{a} = 3 e a$$

$$\cancel{a} = 3 e \cancel{a}$$

$$\frac{1}{3} = e$$



RESOLUCIÓN

Halando el inverso de $3^{-1} * 4^{-1}$:

$$a * a^{-1} = a^{-1} * a = e$$

$$\underbrace{a * a^{-1}} = 3 \cdot a \cdot a^{-1}$$

$$\frac{1}{3} = 9 \cdot a^{-1}$$

$$\frac{1}{9a} = a^{-1}$$

$$3^{-1} = \frac{1}{27}$$

$$4^{-1} = \frac{1}{36}$$

NOS PIDEN:

$$3^{-1} * 4^{-1} = \frac{1}{27} * \frac{1}{36} = 3 \cdot \frac{1}{27} \cdot \frac{1}{36}$$

OBSERVACIÓN

REGLA DE DEFINICIÓN:

$$a * b = 3ab$$

ELEMENTO NEUTRO:

$$e = \frac{1}{3}$$

RESPUESTA: $\frac{1}{108}$



PROBLEMA 8

El alumno Neyra observa la tabla indicada y debe responder a tres preguntas rigurosas con verdadero (V) o falso (F) según corresponda, para $A = \{1; 2; 3; 4\}$, respecto a la operación #.

*	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	3	4	1
3	3	4	1	2
4	4	1	2	3

La operación es conmutativa ()

*La operación * es cerrada ()*

El elemento neutro es 1 ()



RESOLUCIÓN

1. La operación es conmutativa ()

SE OBSERVA EN LA TABLA:

*	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	3	4	1
3	3	4	1	2
4	4	1	2	3

OBSERVACIÓN

DESPUÉS DE VERIFICAR QUE LA FILA Y COLUMNA DE ENTRADA ESTEN EN EL MISMO ORDEN; SI SE DA LA DISTRIBUCIÓN SIMÉTRICA RESPECTO A LA DIAGONAL PRINCIPAL ES CONMUTATIVA.

Por lo tanto, es:
conmutativa

VERDADERO



RESOLUCIÓN

II. La operación $*$ es cerrada ()

Por dato: $A = \{1; 2; 3; 4\}$

VERDADERO

OBSERVACIÓN

SE OBSERVA QUE
TODOS LOS
ELEMENTOS DE LA
TABLA PERTENECEN AL
CONJUNTO A

III. El elemento neutro es 1 ()

*	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	3	4	1
3	3	4	1	2
4	4	1	2	3

$$e = 1$$

VERDADERO



HELICO WORKSHOP













**MUCHAS
GRACIAS**

