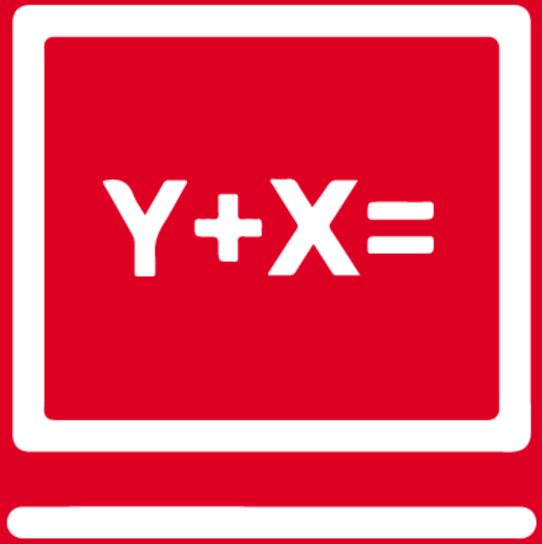
# ARITHMETIC

## Chapter 15

**4th**
**SECONDARY**

## POTENCIACIÓN




SACO OLIVEROS

# AJEDREZ

Muy conocido es el premio que pidió al rey *Schram* el inventor del juego de ajedrez, *Sessa Ebn Daher*. Pidió al rey que se le dieran tantos granos de trigo resultantes de poner 1 grano en la primera casilla, 2 en la segunda, 4 en la tercera, etc. hasta llegar, doblando, a la casilla 64, última del tablero.

$$2^0 + 2^1 + 2^2 + \cdots + 2^{64} = \frac{2^{65}-1}{2-1}$$

Sumando tenemos 18 446 744 073 709 551 615, cantidad tan enorme.

# POTENCIACIÓN

Sea

$$P = \underbrace{k.k.k...k}_{\text{"n" veces}} = k^n$$

$$\forall\ n \in Z^+$$

**Donde:**

P: potencia

k: base

n: exponente

## CRITERIOS DE INCLUSIÓN Y EXCLUSIÓN

### Por su descomposición canónica

EJEMPLO

| *Cuadrado perfecto* $k^2$ | *Cubo perfecto* $k^3$ |
|---|---|
| $14400 = 2^6.3^2.5^2$ | $27000 = 2^3.3^3.5^3$ |
| $765625 = 5^4.7^2$ | $91125 = 3^6.5^3$ |

## TERMIANCIÓN EN CIFRA “0”

EJEMPLO

| Cuadrado perfecto $k^2$ | Cubo perfecto $k^3$ |
|---|---|
| $14400 = 2^6 . 3^2 . 5^2$<br>$\underbrace{144}_{n^2}\underbrace{00}_{2\beta \text{ ceros}}$ | $27000 = 2^3 . 3^3 . 5^3$<br>$\underbrace{27}_{n^3}\underbrace{000}_{3\beta \text{ ceros}}$ |

## TERMINACIÓN EN CIFRA “5”

EJEMPLO

| Cuadrado perfecto $k^2$ |
|---|
| $15625 = 125^2$<br>$\underbrace{156}_{n.(n+1)}\underbrace{25}_{5^2}$ |

Cuando se le preguntó al padre Martín párroco de la iglesia de Nuestra Señora de los Desamparados, ¿cuántas misas había oficiado hasta el momento?, este respondió: “La cantidad de misas que he oficiado es igual a la cantidad de cuadrados perfectos comprendidos entre 78 y 260”. ¿Cuántas misas ha oficiado el padre Martín?

**Resolución:**

$$78 < k^2 < 260$$

$$k^2 = 81; 100; 121; \ldots ; 256$$

$$k^2 = 9^2; 10^2; 11^2; \ldots ; 16^2$$

$$k = 9; 10; 11; \ldots ; 16$$

RPTA: 8

¿Cuántos números de tres cifras son cuadrados perfectos?

**Resolución:**

$100 \leq \quad k^2 < 1000$

$k^2 = 100; 121; \ldots; 961$

$k^2 = 10^2; 11^2; \ldots; 31^2$

$k = 10; 11; \ldots; 31$

cuadrados perfectos: $31 - 10 + 1 =$

RPTA: 22

Si el numeral $\overline{a2b5}$ es un cuadrado perfecto, determine el máximo valor de a + b.

**Resolución:**

$$\overline{a2b5} = k^2$$

$$\overline{b5} = 25$$

$$b = 2$$

$$\overline{a2} = 12 = 3 \times 4$$

$$42 = 6 \times 7$$

$$72 = 8 \times 9$$

$$a = 7$$

$$\therefore \quad (a+b)_{max} =$$

RPTA: 9

Determine el menor número entero, por el que se debe multiplicar a 1960, para que el producto resultante sea un cuadrado perfecto.

**Resolución:**

$$1960 = 2^3 \times 5^1 \times 7^2$$

$$2^3 \times 5^1 \times 7^2 \times \underbrace{N} = k^2$$

Completamos: $2^1 \times 5^1$

$$2^4 \times 5^2 \times 7^2 = k^2$$

RPTA: 10

Determine el menor número entero por el cual hay que dividir a 4752 para que el cociente resulte un cubo perfecto.

**Resolución:**

$$\frac{4752}{N} = k^3$$

$$= \frac{2^4 \times 3^3 \times 11^1}{\boxed{2^1 \times 11^1}}$$

$$= 2^3 \times 3^3 = k^3$$

$$\therefore\ N = 2^1 \times 11^1 =$$

RPTA: 22

El cubo de un número, aumentado en el propio número resulta 520. ¿Cuál es su cuadrado?

**Resolución:**

Sea el número: N

$$N^3 + N = 520$$

$$N(N^2 + 1) = 8(8^2 + 1)$$

$$N = 8$$

**Piden:**

$$N^2 = 8^2$$

RPTA: 64

La suma de la tercera y octava parte de un número es un cubo perfecto. ¿Cuál es el menor número que cumple esta condición?

**Resolución:**

Sea el número: $24N$

$$\frac{24N}{3} + \frac{24N}{8} = k^3$$

$$8N + 3N = k^3$$

$$11N = k^3$$

$$N = 11^2 = 121$$

el número: $24N = 24 \, x \, 121 =$

RPTA: 2904

Si $(\overline{a5})^2 = \overline{90bc}$, calcule a + b + c.

**Resolución:**

$$(\overline{a5})^2 = \overline{90bc}$$

$$1 \quad = 90$$

$$a(a+1) = 9(9+1)$$

$$a = 9$$

$$b = 2$$

$$c = 5$$

**Piden:**

$$a + b + c$$

$$9 + 2 + 5$$

**RPTA: 16**