ÁLGEBRA

RETROALIMENTACIÓN

Tomo 2

5th

of Secondary

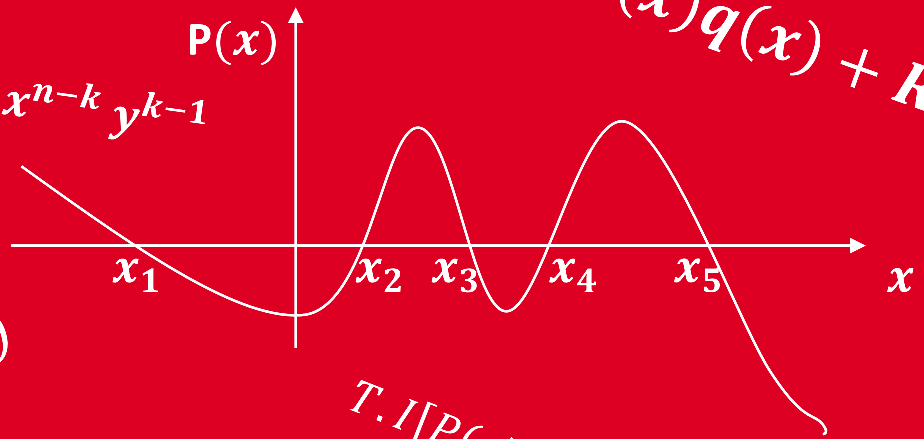
$$P(x) \equiv a_0x^n + a_1x^{n-1} + \ ... + a_{n-1}x + a_n$$

$$\text{GRADO}[d(x)] > \text{GRADO}[R(x)]$$

$$G.A(P)$$

$$D(x) \equiv d(x)q(x) + R(x)$$

$$T_k = (signo)\ x^{n-k}\ y^{k-1}$$



$$\frac{P(x)}{Q(x)}$$

$$T.I[P(x)] = P(0)$$

SACO OLIVEROS

1. Obtenga el residuo de:

$$\frac{x^{35}+(x-1)^{34}+x}{x(x-1)}$$

RESOLUCIÓN :

$$x^{35}+(x-1)^{34}+x \equiv x(x-1)q(x)+r(x)$$

$$\underbrace{}_{}\ 2^{\circ} \qquad 1^{\circ}$$

$$\boxed{x^{35}+(x-1)^{34}+x \equiv x(x-1)\,q(x)+\ ax+b}$$

Si $x = 0$ $\;\; 0^{35}+(0-1)^{34}+0 = 0(0-1)q(0)+a(0)+b$

$\boxed{1 = b}$

Si $x = 1$ $\;\; 1^{35}+(1-1)^{34}+1 = 1(1-1)q(1)+a(1)+b$

$2 = a + \underset{1}{b}$ $\;\; \boxed{1 = a}$

Recordar:

✓ Ident. Fundamental de la división :

$$\boxed{D(x) \equiv d(x)q(x)+r(x)}$$

Donde : $GRADO[d(x)] > GRADO[r(x)]$

Calculamos el residuo:

$r(x) = \underset{1}{a}\,x + \underset{1}{b}$

$$\boxed{\therefore r(x) = x+1}$$

2. Determine la suma de coeficientes del cociente a dividir:

$$\frac{nx^4 - x^3 + 3nx - 3}{nx - 1}$$

RESOLUCIÓN :

Por la regla de Ruffini

$nx - 1 = 0$

$x = \frac{1}{n}$

$nx - 1 = 0$	n	-1	0	$3n$	-3
$x = \frac{1}{n}$		1	0	0	3
	n	0	0	$3n$	0
$\div n$	1	0	0	3	

1° Multiplicar
2° Sumar

$q(x) = x^3 + 3$

$\sum coef[q(x)] = 1 + 3$

$$\therefore \sum coef[q(x)] = 4$$

3. Que valor debe tomar $m+n$, en la siguiente división de modo que su resto sea idéntico a $-2x+1$

$$\frac{x^4+mx^2+n}{x^2+x+1}$$

RESOLUCIÓN :

Por el Teorema del Resto

$\boxed{x^2+x+1=0}$ ➡ $x^2=-x-1$

Aplicando un artificio

$$\underbrace{(x-1)\times\left[x^2+x+1\right]}= 0\times(x-1)$$

$$x^3-1 = 0$$

➡ $\boxed{x^3=1}$

Damos forma en el Dividendo

$$D(x)=x^4+mx^2+n$$

$$D(x)=x.x^3+mx^2+n$$

Reemplazando, para calcular el resto:

$$R(x)=x.1+m\,x^2+n$$

$$R(x)=x+m(-x-1)+n$$

$$R(x)=\underline{(1-m)}.x+\underline{(n-m)}\equiv\underline{-2}\,x+\underline{1}$$

$\boxed{m=3}$ $\boxed{n=4}$

$\boxed{\therefore m+n=7}$

4. Un polinomio cúbico mónico $P(x)$, al ser dividido separadamente entre $(x-3), (x+2)$ y $(x-1)$ obtiene 5 como resto común. Determine el término cuadrático de $P(x)$.

RESOLUCIÓN :

Por dato:

$\dfrac{P(x)}{(x-3)}$ ➡ $r(x) = 5$

$\dfrac{P(x)}{(x+2)}$ ➡ $r(x) = 5$

$\dfrac{P(x)}{(x-1)}$ ➡ $r(x) = 5$

Por teorema:

➡ $\dfrac{P(x)}{(x-3)(x+2)(x-1)}$ ➡ $r(x) = 5$

Por la Ident. Fundamental de la división:

$$\boxed{D(x) \equiv d(x).q(x) + r(x)}$$

$$\boxed{\underbrace{P(x)}_{\text{3er grado}} = \underbrace{(x-3)(x+2)(x-1)}_{\text{3er grado}}.\ \underbrace{q(x)}_{\text{grado 0}} + 5}$$

Por ser mónico

$$P(x) = (x-3)(x+2)(x-1).1 + 5$$

➡ $P(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 11$

$$\boxed{\therefore\ Término\ cuadrático: -2x^2}$$

5. Un polinomio de 4^{to} grado ,cuyo coeficiente principal es 3, es divisible entre (x^2+1); además la suma de coeficientes es nula; si al dividirlo entre $(x-2)$ da como resto 50. Determine el resto de dividirlo entre $(x-3)$.

RESOLUCIÓN :

Por dato:

✓ $\sum coef = P(1) = 0$

✓ $\frac{P(x)}{x-2} \rightarrow P(2) = 50$

Por el teorema del resto

Además :P(x) es divisible a (x^2+1)

Por la Ident. Fundamental de la división:

$$\boxed{\underbrace{P(x)}_{\text{4to grado}} \equiv \underbrace{(x^2+1)}_{\text{2do grado}} \;.\; \underbrace{q(x)}_{\text{2do grado}} + 0}$$

Por dato : Coeficiente principal es 3

$$\boxed{P(x) \equiv (x^2+1).(3x^2+bx+c)}$$

Si $x = 1$

$$P(1) = (2)(3+b+c) = 0$$

$$\Rightarrow b+c=-3$$

Si $x = 2$

$$P(2) = (5)(12+2b+c) = 50$$

$$\Rightarrow 2b+c=-2 \Rightarrow \boxed{b=1} \quad \boxed{c=-4}$$

$$\boxed{P(x) = (x^2+1).(3x^2+x-4)}$$

Nos piden el resto de $\frac{P(x)}{x-3}$:

Por el teorema del resto $\Rightarrow P(3) = (10)(26)$

$$\boxed{\therefore Resto = 260}$$

6. Obtenga el resto de dividir un polinomio $\mathrm{P}(\mathrm{x})$ entre $(x-12)$ si se sabe que el término independiente del cociente es 2 y el término independiente de $P(x)$ es 5.

RESOLUCIÓN :

Por dato:

✓ $\mathbf{T.I[q(x)] = q(0) = 2}$

✓ $\mathbf{T.I[P(x)] = P(0) = 5}$

Nos piden:

$$\frac{P(x)}{(x-12)} \Rightarrow r(x) = ?$$

POR IDENTIDAD DE LA DIVISION

$$\boxed{D(x) \equiv d(x).q(x) + r(x)}$$

$$\Rightarrow \boxed{P(x) \equiv (x-12).q(x) + r(x)}$$

Si $x = 0$

$$P(0) = (0-12).q(0) + r(x)$$

$$5 = (-12) \; . \; 2 + r(x)$$

$$r(x) = 5 + 24$$

$$\boxed{\therefore r(x) = 29}$$

7. En el cociente notable: $\frac{(x+1)^{18}-1}{x}$,

determine el valor numérico del décimo cuarto término para $x = 1$.

RESOLUCIÓN :

Dando forma:

$$\frac{(x+1)^{18}-1}{x} = \frac{(x+1)^{18}-1}{(x+1)^{1}-1}$$

Calculamos el # de términos :

$$n = \frac{18}{1} \quad \boxed{n = 18}$$

Por dato ,el lugar del término es :

$$\boxed{k = 14}$$

$$T_k = (signo)(x+1)^{n-k}(1)^{k-1}$$

$$T_{14} = (+)(x+1)^{4}(1)^{13}$$

$V.N. para\ x = 1$

$$V.N = (2)^4(1)^{13}$$

$$\therefore V.N = 16$$

8. Halle el término central en el desarrollo del cociente notable:

$$\frac{x^{7p+4}-y^{5p+5}}{x^{p-4}-y^{p-5}} = \frac{x^{60}-y^{45}}{x^{4}-y^{3}}$$

RESOLUCIÓN :

Calculamos el # de términos:

$$\text{\# de términos} = \frac{7p+4}{p-4} = \frac{5p+5}{p-5} = n$$

$$(7p+4)(p-5) = (5p+5)(p-4)$$

Resolviendo: $p = 8$

Reemplazando:

$$n = \frac{7(8)+4}{8-4} \Rightarrow n = 15$$

Calculamos el lugar del término central:

$$\text{Lugar(Tc)} = \frac{n+1}{2} \Rightarrow \text{Lugar(Tc)} = 8$$

$$k = 8$$

Calculamos el término central:

$$T_k = (signo)\ x^{n-k}\ y^{k-1}$$

$$T_8 = (+)\ (x^4)^{15-8}\ (y^3)^{8-1}$$

$$T_8 = (x^4)^7 (y^3)^7$$

$$\therefore T_{central} = x^{28}\ y^{21}$$

9. Si: $\dfrac{8\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1}$ se desarrolla como un cociente notable. ¿Cuántos términos enteros se tendrá en dicho cociente notable?

RESOLUCIÓN :

Dándole una forma adecuada:

$$\frac{2^3\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{2.2^6}-1}{\sqrt{2}-1}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{2}^7-1}{\sqrt{2}-1} \Rightarrow \boxed{n=7}$$

Recordar:

$$T_k = (signo)(x)^{n-k}(y)^{k-1}$$

PAR

$$\Rightarrow T_k = + (\sqrt{2})^{\boxed{7-k}}(1)^{k-1}$$

$$1 \leq k \leq 7$$

HALLEMOS LOS VALORES DE k

$7-k=0 \Rightarrow k=7$

$7-k=2 \Rightarrow k=5$

$7-k=4 \Rightarrow k=3$

$7-k=6 \Rightarrow k=1$

$\therefore$ ***Hay 4 términos enteros***

10. En una calle un adulto mayor reparte a los niños sus canicas con las que jugaba de niño; pero no sabe cuanto dar a cada niño si da $(x-2)$, o $(x+1)$ o $(x-1)$; siempre le sobran 12 canicas pero si repartiera $(x+2)$ canicas a cada niño no sobra ninguna. Se sabe que la cantidad de canicas viene dado por un polinomio de variable definida x y de grado 3. Encontrar el polinomio que da a conocer la cantidad de canicas a repartir.

RESOLUCIÓN :

Por dato:

$\frac{P(x)}{(x-2)}$ ⇒ $r(x) = 12$

$\frac{P(x)}{(x+1)}$ ⇒ $r(x) = 12$

$\frac{P(x)}{(x-1)}$ ⇒ $r(x) = 12$

Por teorema:

⇒ $$\frac{P(x)}{(x-2)(x+1)(x-1)}$$ ⇒ $r(x) = 12$

Por la I.F de La división: ⇒ $\boxed{D(x) \equiv d(x).q(x) + r(x)}$

$$\boxed{\underbrace{P(x)}_{\text{3er grado}} \equiv \underbrace{(x-2)(x+1)(x-1)}_{\text{3er grado}}.\ \underbrace{q(x)}_{\text{constante}} + 12}$$

Por el teorema del resto: ⇒ $P(-2) = 0$

⇒ $$\underbrace{P(-2)}_{0} = (-2-2)(-2+1)(-2-1).q(x) + 12$$

$0 = -12q(x) + 12$ ⇒ $\boxed{q(x) = 1}$

$$\therefore P(x) = (x-2)(x+1)(x-1) + 12$$