



ALGEBRA

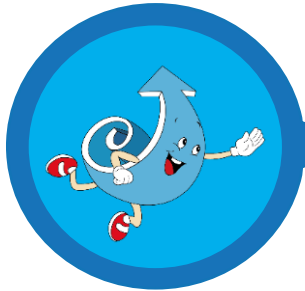
Chapter 9

3rd
SECONDARY

División Polinómica I



 **SACO OLIVEROS**



RECORDANDO:

¿Puedes completar y ordenar en forma decreciente los siguientes polinomios?

$$P(x) = \underline{2x} + \underline{x^4} + \underline{1} \quad \Rightarrow \quad P(x) = x^4 + 0x^3 + 0x^2 + 2x + 1$$

$$F(x) = \underline{2} - \underline{x^2} + \underline{x^5} \quad \Rightarrow \quad F(x) = x^5 + 0x^4 + 0x^3 - x^2 + 0x + 2$$



DIVISIÓN POLINÓMICA

Sea la división de polinomios:



IDENTIDAD FUNDAMENTAL:

$$\boxed{D(x) \equiv d(x) \cdot q(x) + R(x)}$$

PROPIEDADES:

- I.* $GA[D(x)] \geq GA[d(x)]$
- II.* $GA[q(x)] = GA[D(x)] - GA[d(x)]$
- III.* $GA[R(x)] \leq GA[d(x)] - 1$
- III.* $d(x) \neq 0$



I MÉTODO DE HORNER:

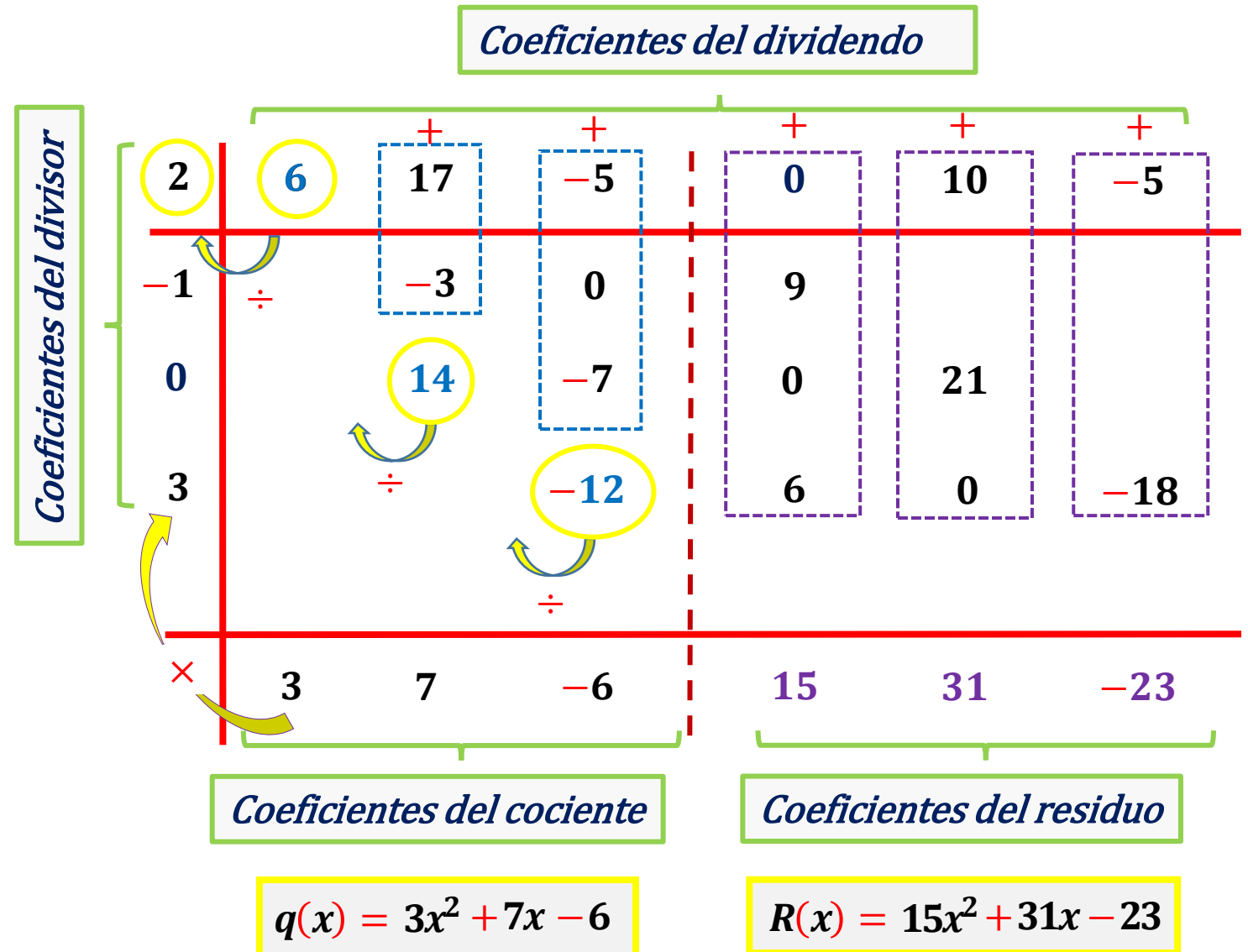
Sea la división:

$$\begin{array}{r} 6x^5 + 17x^4 - 5x^3 + 10x - 5 \\ \hline 2x^3 + x^2 - 3 \end{array}$$

Se completa y se ordena en forma decreciente el dividendo y el divisor.

$$\begin{array}{r} 6x^5 + 17x^4 - 5x^3 + 0x^2 + 10x - 5 \\ \hline 2x^{\textcircled{3}} + x^2 + 0x - 3 \end{array}$$

ESQUEMA:





II REGLA DE RUFFINI:

1º Caso: Divisor de la forma $x + b$

Sea la división:

$$\begin{array}{r} 3x^5 - 7x^4 + 4x^2 + 5x - 6 \\ x - 2 \end{array}$$

Se completa y se ordena en forma decreciente el dividendo.

$$\begin{array}{r} 3x^5 - 7x^4 + 0x^3 + 4x^2 + 5x - 6 \\ x - 2 \end{array}$$

ESQUEMA:

Regla: $x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$

	Coeficientes del dividendo					
	3	-7	0	4	5	-6
		6	-2	-4	0	10
2	3	-1	-2	0	5	4
	Coeficientes del cociente					Residuo
	$q(x) = 3x^4 - x^3 - 2x^2 + 5$					$R(x) = 4$



2º Caso:

Divisor de la forma $ax + b$

Sea la división:

$$\begin{array}{r} 6x^5 + 5x^4 - 7x + 4 \\ 2x - 1 \end{array}$$

Se completa y se ordena en forma decreciente el dividendo.

$$\begin{array}{r} 6x^5 + 5x^4 + 0x^3 + 0x^2 - 7x + 4 \\ 2x - 1 \end{array}$$

ESQUEMA:

Regla: $2x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

Coeficientes del dividendo					
6	5	0	0	-7	4
\times $\div 2$	$\frac{1}{2}$ 	3	4	2	1
	6	8	4	2	-6
	3	4	2	1	-3

Residuo

Coeficientes del cociente

$$q(x) = 3x^4 + 4x^3 + 2x^2 + x - 3$$

$$R(x) = 1$$

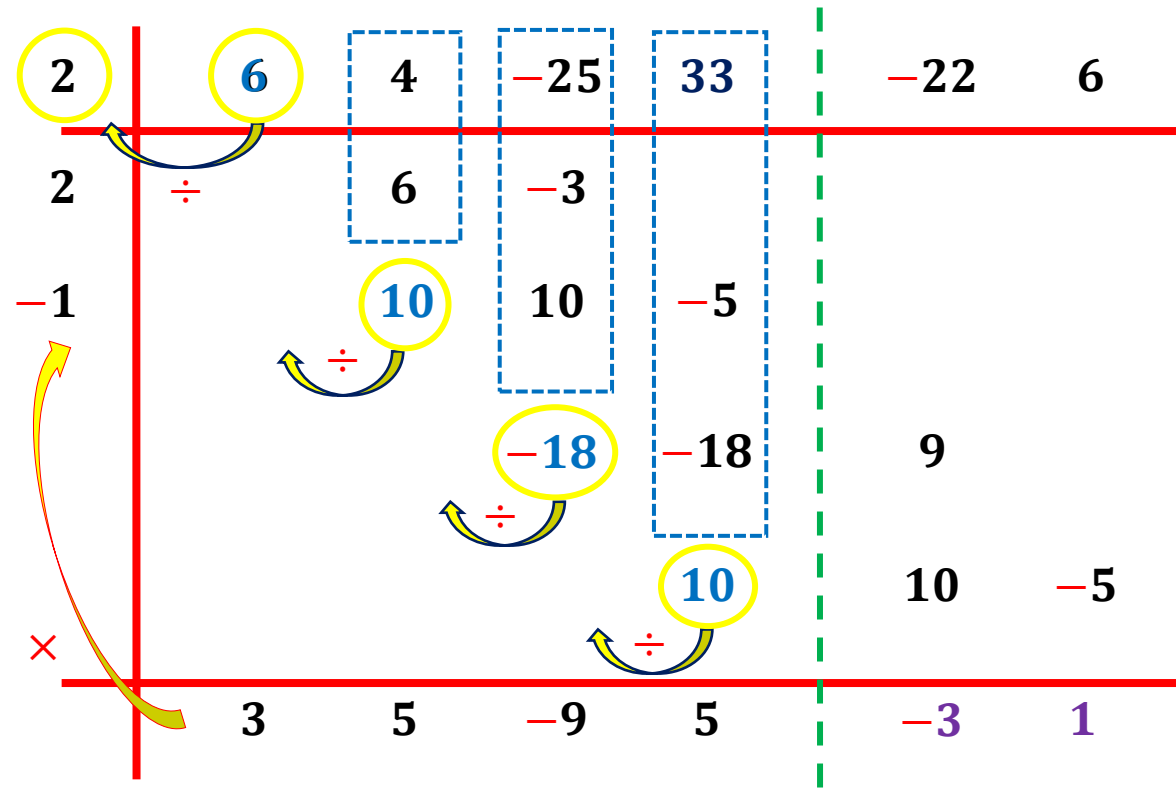


Problema 1

Calcule la suma de coeficientes del cociente de

$$\frac{6x^5 + 4x^4 - 25x^3 + 33x^2 - 22x + 6}{2x^2 - 2x + 1}$$

Resolución:



$$q(x) = \underline{3}x^3 + \underline{5}x^2 - \underline{9}x + \underline{5}$$

$$R(x) = -3x + 1$$

$$\sum \text{Coef}[q(x)] = 3 + 5 - 9 + 5$$



$$\therefore \sum \text{Coef}[q(x)] = 4$$



Problema 3

Obtenga el valor de a si el residuo es 100.

$$\frac{2x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 7x + a}{x - 2}$$

Resolución:

$$x - 2 = 0 \longrightarrow \boxed{x = 2}$$

	2	4	3	7	a
2					
	2	4	16	38	90
×	2	8	19	45	100

Residuo

$$q(x) = 2x^3 + 8x^2 + 19x + 45$$

$$a + 90 = 100 \longrightarrow \boxed{\therefore a = 10}$$



Problema 4

Indique el valor de m si el residuo es 4.

$$\frac{6x^5 + x^4 + 2x^3 - 10x^2 + m}{3x - 1}$$

Recordemos:

Se completa y se ordena en forma decreciente el dividendo.

$$\frac{6x^5 + x^4 + 2x^3 - 10x^2 + 0x + m}{3x - 1}$$

Resolución:

$$3x - 1 = 0 \longrightarrow x = \frac{1}{3}$$

	6	1	2	-10	0	m
$\times \frac{1}{3}$		2	1	1	-3	-1
$\div 3$	6	3	3	-9	-3	4
	2	1	1	-3	-1	

Residuo

$$q(x) = 2x^4 + x^3 + x^2 - 3x - 1$$

$$m - 1 = 4 \longrightarrow \therefore m = 5$$



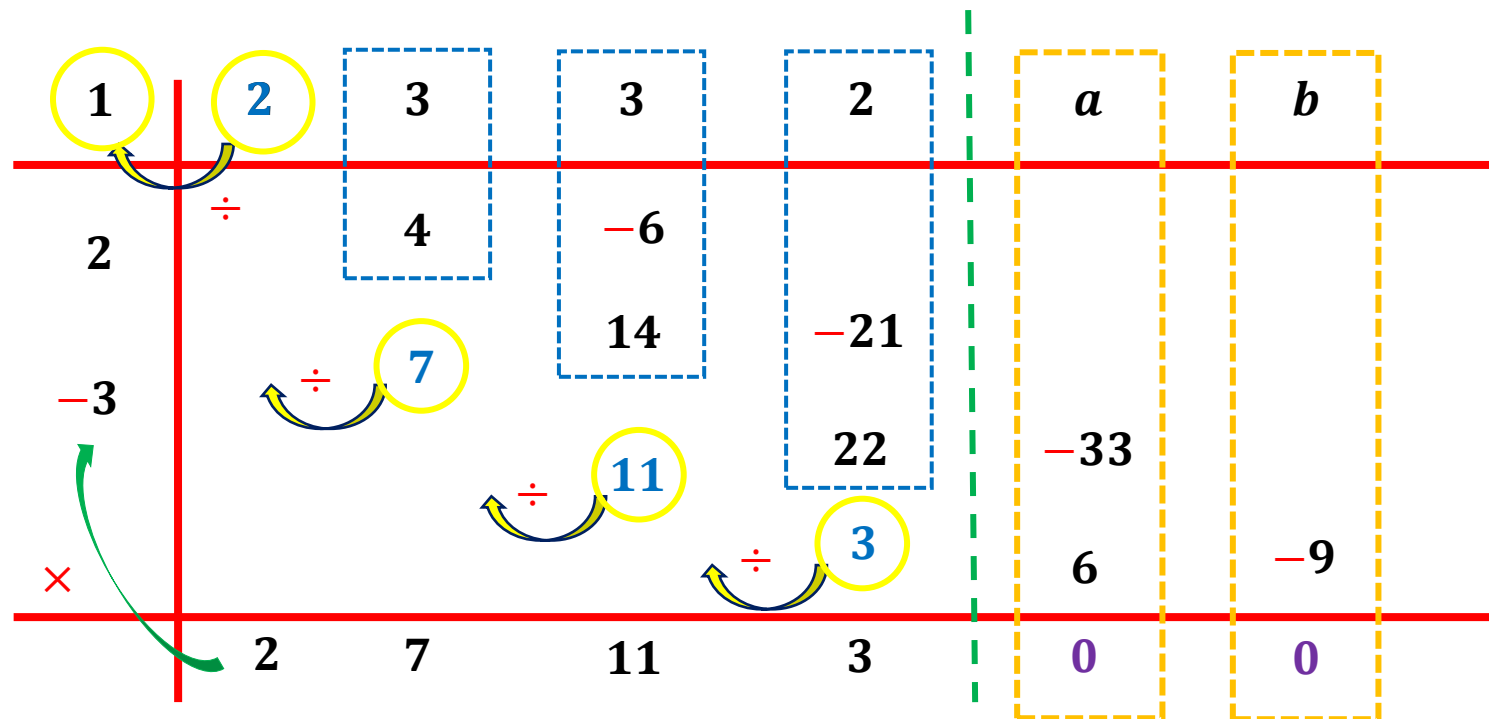
Problema 6

Determine $\sqrt{a+b}$ si la división

$$\frac{2x^5 + 3x^4 + 3x^3 + 2x^2 + ax + b}{x^2 - 2x + 3}$$

es exacta.

Resolución:



$$a - 33 + 6 = 0$$

$$a = 27$$

$$b - 9 = 0$$

$$b = 9$$

$$\sqrt{a+b} = \sqrt{27+9}$$

$$\sqrt{a+b} = \sqrt{36}$$

$$\therefore \sqrt{a+b} = \pm 6$$

Problema 7

Obtenga la suma de coeficientes del cociente de

$$\frac{x^{200} + x^{199} + 2x + 5}{x - 1}$$

Recordemos:

Se completa y se ordena en forma decreciente el dividendo.

$$\frac{x^{200} + x^{199} + 0x^{198} + \dots + 0x^2 + 2x + 5}{x - 1}$$

Resolución:

$$x - 1 = 0 \longrightarrow x = 1$$

	1	1	0	0	0	0	2	5
1		1	2	2	2	2	2	4
×	1	2	2	2	2	2	4	9

$$GA[q(x)] = \underbrace{GA[D(x)]}_{200} - \underbrace{GA[d(x)]}_1 \longrightarrow GA[q(x)] = 199$$

$$N^{\circ} \text{ térm.} = 200$$

$$q(x) = x^{199} + 2x^{198} + 2x^{197} + \dots + 2x^2 + 2x + 4$$

$$\sum Coef[q(x)] = \underbrace{1 + 2 + 2 + \dots + 2 + 2 + 4}_{198 \text{ veces}}$$

$$\therefore \sum Coef[q(x)] = 401$$



Problema 8

El término independiente del cociente en

$$\frac{6x^4 + x^2 - 4x^3 + 10x - 2}{3x + 1}$$

es:

Recordemos:

Se ordena en forma decreciente el dividendo.

$$\frac{6x^4 - 4x^3 + x^2 + 10x - 2}{3x + 1}$$

Resolución:

$$3x + 1 = 0 \longrightarrow x = -\frac{1}{3}$$

$-\frac{1}{3}$ 	6	-4	1	10	-2
\times 	6	-6	3	9	-5
$\div 3$	2	-2	1	3	

$$q(x) = 2x^3 - 2x^2 + x + 3$$

$$\therefore TI = 3$$