ALGEBRA

Chapter 13 - 18

4th
SECONDARY

Asesoría

SACO OLIVEROS

PROBLEMA 1

De la ecuación $4x^2 - 24x + 16 = 0$; de raíces x_1 y x_2. Determine el valor de $x_1^3 + x_2^3 + x_1 . x_2$

$\cdot 4x^2 - 24x + 16 = 0$

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = -\frac{(-24)}{4} = 6$$

$$x_1 . x_2 = \frac{c}{a} = \frac{16}{4} = 4$$

Recuerda:

$$(x_1 + x_2)^3 = x_1^3 + x_2^3 + 3(x_1 . x_2)(x_1 + x_2)$$

$$6^3 = x_1^3 + x_2^3 + 3(4)(6)$$

$$216 = x_1^3 + x_2^3 + 72$$

$$216 - 72 = x_1^3 + x_2^3$$

$$x_1^3 + x_2^3 = 144$$

Piden: $x_1^3 + x_2^3 + x_1 . x_2$

$$144 + 4 = 148$$

Rpta:148

PROBLEMA 2

Las raíces de la ecuación $\mathbf{x^3 + 12x^2 + 4 = 0}$;

$son\ a, b\ y\ c$ Efectué: $\mathbf{P = \frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca}}$

Resolución

$$\overset{+}{x^3} + \overset{-}{12x^2} + \overset{+}{0x} + \overset{-}{4} = 0$$

- $\mathbf{a + b + c = -12}$
- $\mathbf{ab + bc + ca = 0}$
- $\mathbf{abc = -4}$

Del dato $P = \frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca}$

MCM= (abc)

$$\boldsymbol{P = \frac{c + a + b}{abc}}$$

$$\boldsymbol{P = \frac{-12}{-4} = 3}$$

Respuesta: P = 3

PROBLEMA 3

Reduzca : $M = \dfrac{24n}{(m+p)}$

Si $\begin{vmatrix} 3 & 4 & 5 \\ m & n & p \\ 6 & 7 & 8 \end{vmatrix} = 0$

Resolución

$$\begin{vmatrix} 3 & 4 & 5 \\ m & n & p \\ 6 & 7 & 8 \end{vmatrix} \begin{matrix} 3 & 4 \\ m & n \\ 6 & 7 \end{matrix} = 0$$

$$(24n + 24p + 35m) - (30n + 21p + 32m) = 0$$

$$\Rightarrow \quad -6n + 3p + 3m = 0$$

$$\rightarrow 3p + 3m = 6n$$

$$3(p + m) = 6n$$

$$p + m = 2n$$

$$piden: M = \frac{24n}{(m + p)}$$

$$M = \frac{24n}{2n} = 12$$

$$M = 12$$

PROBLEMA 4

¿cuál es el valor de x. y, luego de resolver el sistema

$$\begin{cases} \sqrt{x+y}+\sqrt{x-y}=10 \ldots\ldots(1) \\ \sqrt{x+y}-\sqrt{x-y}=6 \quad \ldots\ldots\ldots(2) \end{cases}$$

Resolución *sumando* (1)*y* (2)

$$2\sqrt{x+y}=16$$

$$\sqrt{x+y}=8$$

$$x+y=64. \ldots (\alpha)$$

restando **(1)*y*** **(2)**

$$2\sqrt{x-y}=4$$

$$\sqrt{x-y}=2$$

$$x-y=4 \ldots (\beta)$$

sumando α y β

$$\begin{array}{r} x+y=64 \\ x-y=4 \\ \hline 2x=68 \\ x=34 \end{array} \quad (+)$$

De (α): $y=30$

x. y = 1020

PROBLEMA 5: Si $(4x+1) \in < -3; 5 >$ Indique el intervalo al cual pertenece $\left(\frac{1}{6x+5}\right)$

Resolución *del dato*

$-3 < 4x + 1 < 5$ ➡

$\div 4$

$-4 < 4x < 4$

$-1 < x < 1$

$\times 6$

$-6 < 6x < 6$

$-6 < 6x < 6$

$+5$

Se invierte

$-1 < 6x + 5 < 11$

$-1 < \left(\frac{1}{6x+5}\right) < \frac{1}{11}$

$\left(\frac{1}{6x+5}\right) \in < -1; \frac{1}{11} >$

PROBLEMA 6

Determine el conjunto solución de:

$$\frac{(x+3)(x-2)}{4} - \frac{(x+5)(x-2)}{5} < 0$$

Resolución

$$\text{mcm}(4,5) = 20$$

$$5(x+3)(x-2) - 4(x+5)(x-2) < 0$$

$$5(x^2 + x - 6) - 4(x^2 + 3x - 10) < 0$$

$$5x^2 + 5x - 30 - 4x^2 - 12x + 40 < 0$$

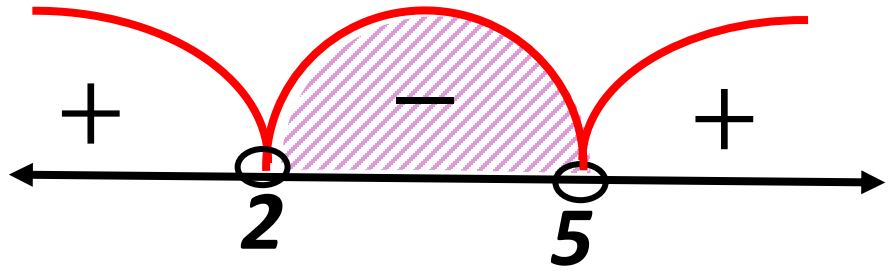
$$x^2 - 7x + 10 < 0$$

$x - 5$

$x - 2$

Puntos críticos :

- $x = 5$
- $x = 2$



C.S=< 2; 5 >

PROBLEMA 7

Si $x^2+(t-1)x+9 \geqslant 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

halle la variacion de t

Resolución

teorema del trinomio positivo:

Sea $ax^2+bx+c \geq 0$;

i) a > 0

ii) **$\Delta = b^2-4ac \leq 0$**

$1x^2 + (t-1)x + 9 \geqslant 0$

- $a = 1$
- $b = t-1$
- $c = 9$

a, b, c

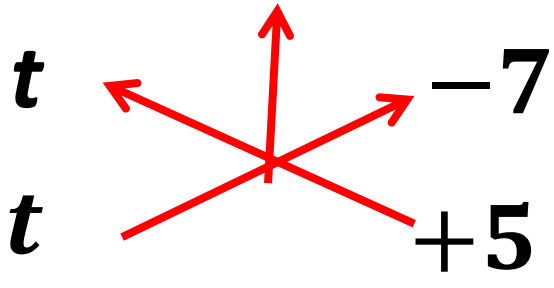
$i) 1 > 0$

$ii) \Delta = b^2-4ac \leq 0$

$(t-1)^2-4(1)(9) \leq 0$

$t^2-2t+1-36 \leq 0$

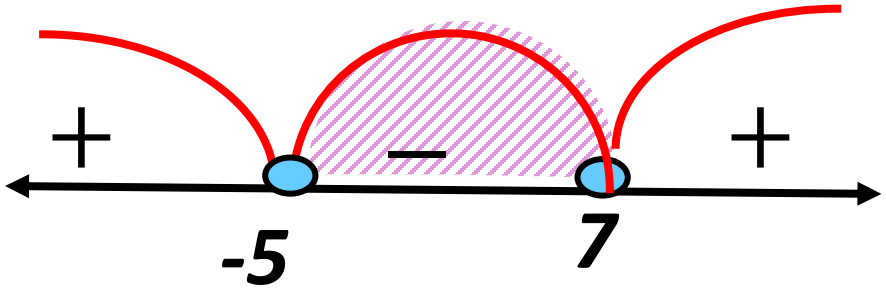
$t^2-2t-35 \leq 0$



$(t-7)(t+5) \leq 0$

Puntos críticos :

- *t= 7*
- *t= -5*



Cs=[−5; 7]

PROBLEMA 8

Halle el mayor valor entero negativo que satisface:

$$\begin{cases} \dfrac{3x}{2} - 3 < \dfrac{4x}{3} + 2 \ldots (\alpha) \\ \dfrac{4x}{5} - 1 < x - \dfrac{2}{3} \ldots . (\beta) \end{cases}$$

RESOLUCIÓN

De (α): $\dfrac{3x}{2} - \dfrac{4x}{3} < 5$

$\dfrac{x}{6} < 5$

$x < 30 \ldots\ldots (1)$

De (β) $-1 + \dfrac{2}{3} < x - \dfrac{4x}{5}$

$-\dfrac{1}{3} < \dfrac{x}{5}$

$-\dfrac{5}{3} < x \ldots\ldots . (2)$

De $(1)y\ (2)$

$-\dfrac{5}{3} < x < 30$

El mayor valor entero negativo

$-1,66.. = \dfrac{-5}{3} < X$

$x = \{-1, 0 \ldots 29\}$

Respuesta:- -1

PROBLEMA 9 *Resuelva*

$$\begin{cases} 2x + \frac{y-2}{5} = 21 \ldots\ldots(\alpha) \\ 4y + \frac{x-4}{6} = 29 \ldots\ldots\ldots(\beta) \end{cases}$$

Dé el valor x.y

Resolución

De (α): $10x + y - 2 = 105$

$10x + y = 107 \ldots (1)$

$de\ (\beta)$: $24y + x - 4 = 174$

$x + 24y = 178 \ldots (2)$

Multiplicando(-10) a la ecuación(2):

$-10(x + 24y = 178)$

$-10x - 240y = -1780) \ldots (3)$

$$\begin{cases} 10x + y = 107 \ldots (1) \\ -10x - 240y = -1780 \ldots (3) \end{cases} \quad (+)$$

$-239y = -1673$

$y = 7$

$remplazando\ en\ (1)$: $10x + 7 = 107$

$10\,x = 100$

$x = 10$

$piden\ x.y$: $10 \times 7 = 70$

PROBLEMA 10 El profesor Manuel selecciona P alumnos de secundaria para un concurso ; luego de resolver calcule P= b-a si la ecuación polinomial $x^3 + ax^2 + bx + 40 = 0$ tiene como raíces 4 y5 ¿Cuántos alumnos concursan?

RESOLUCIÓN

$$+ \quad - \quad + \quad -$$

$$x^3 + ax^2 + bx + 40 = 0$$

sea $x_1 = 4$ y $x_2 = 5$

$\cdot\ x_1 + x_2 + x_3 = -a$

$\cdot\ x_1.x_2 + x_2.x_3 + x_3.x_1 = b$

$\cdot\ x_1.x_2.x_3 = -40$

$\cdot\ (4)(5)(x_3) = -40$

$x_3 = -2$

$\cdot\ x_1 + x_2 + x_3 = -a$

$(4) + (5) + (-2) = -a$

$-7 = a$

$\cdot\ x_1.x_2 + x_2.x_3 + x_3.x_1 = b$

$(4)(5) + (5)(-2) + (-2)(4) = b$

$20 - 10 - 8 = b$

$2 = b$

piden:

$P = b - a$

$2 - (-7)$

$= 9$

Concursan 9 Alumnos