GEOMETRÍA

Capítulo 17

5° de secundaria

Prisma y cilindro

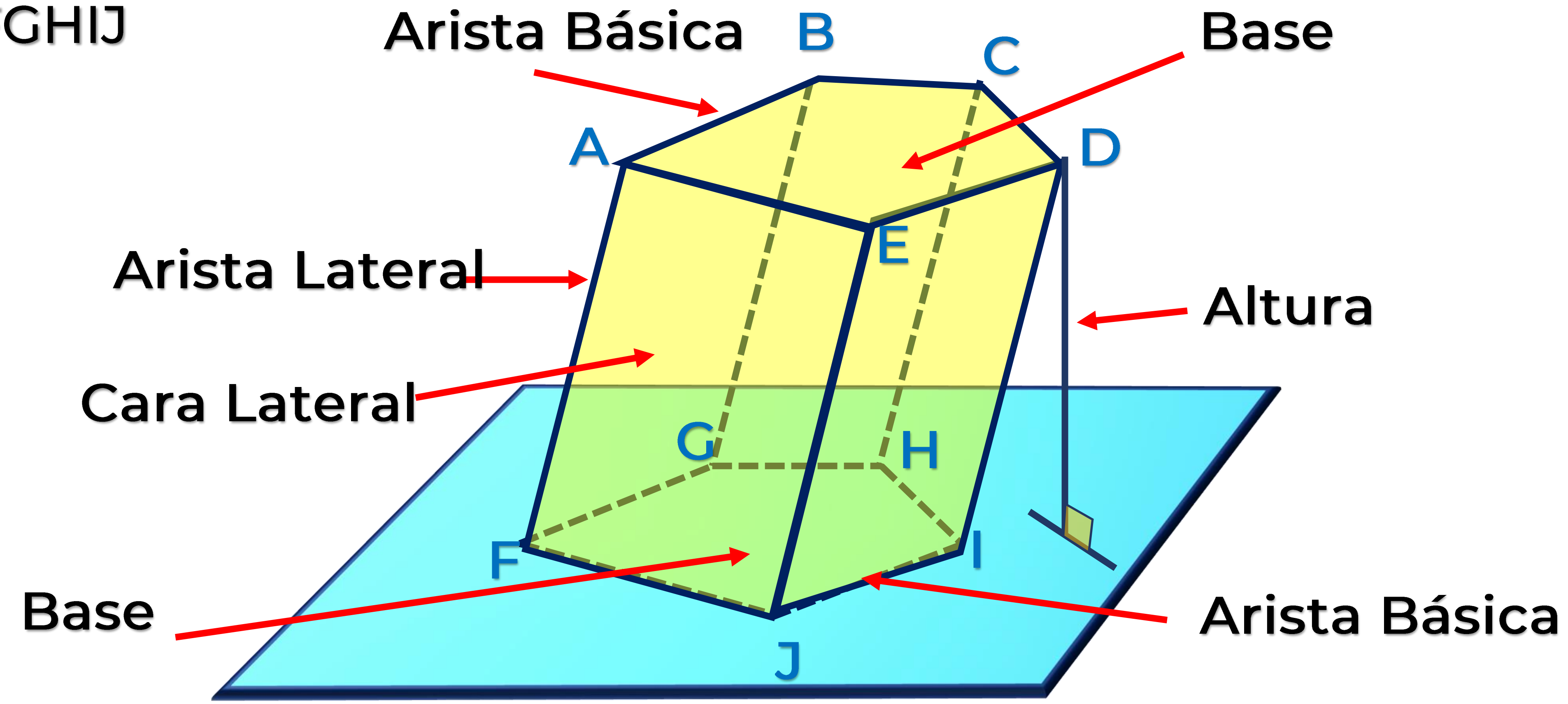
SACO OLIVEROS

Muchos objetos que conocemos tienen forma de prismas y cilindros, de allí la importancia de conocer sus propiedades que presentan así como las fórmulas para calcular las áreas de las superficies lateral y total como la del volumen, con lo cual podremos encontrar luego sus aplicaciones prácticas en la vida diaria.

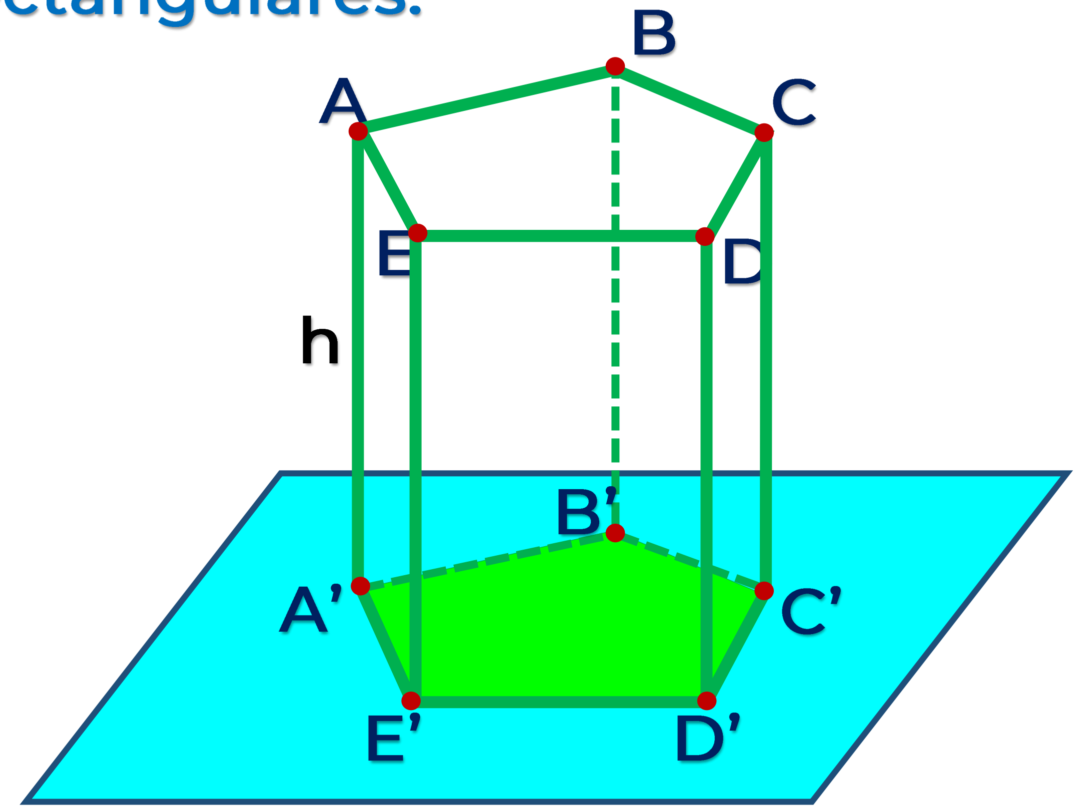
Un prisma es un poliedro en el cual, dos de sus caras son regiones poligonales congruentes y paralelas denominadas bases, y el resto de caras son regiones paralelográmicas denominadas caras laterales.

Notación:

Prisma ABCDE-FGHIJ



Prisma recto.- Es el prisma cuyas aristas laterales son perpendiculares a las bases y sus caras laterales son regiones rectangulares.



1. Área de la superficie lateral.

$$A_{SL} = 2p_{(base)}.h$$

2. Área de la superficie total.

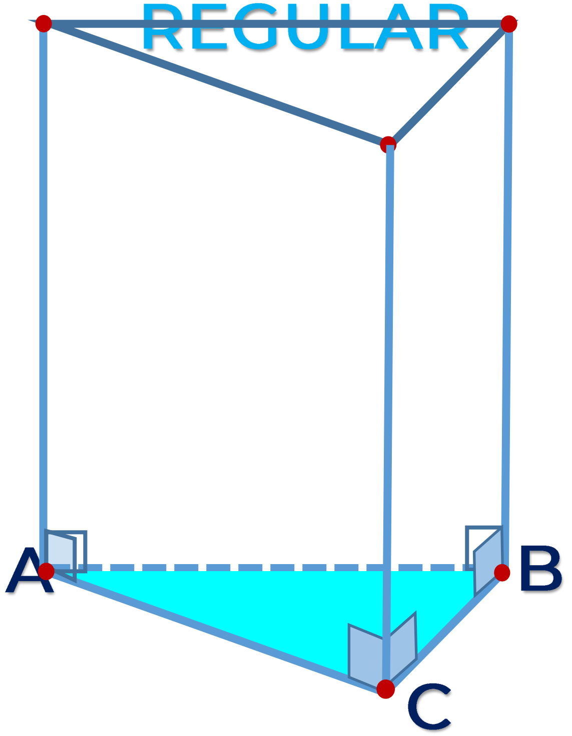
$$A_{ST} = A_{SL} + 2A_{(base)}$$

3. Volumen.

$$V = A_{(base)}.h$$

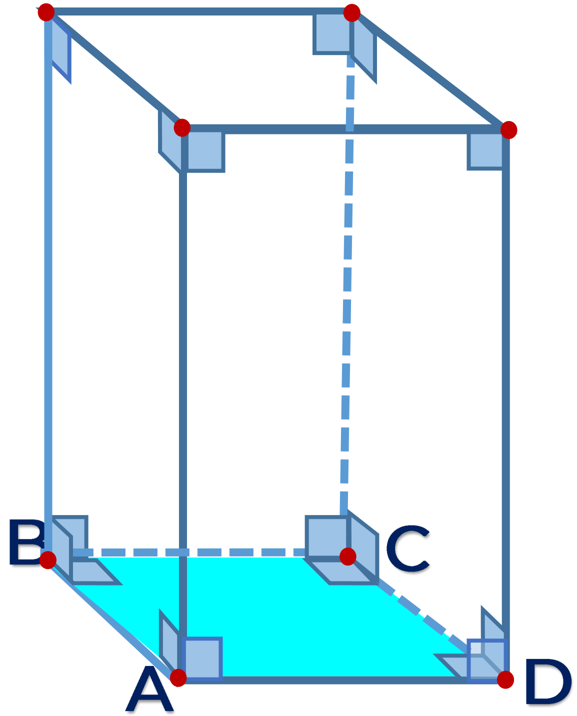
PRISMA REGULAR: Es un prisma recto cuyas bases son regiones poligonales regulares.

PRISMA TRIANGULAR REGULAR



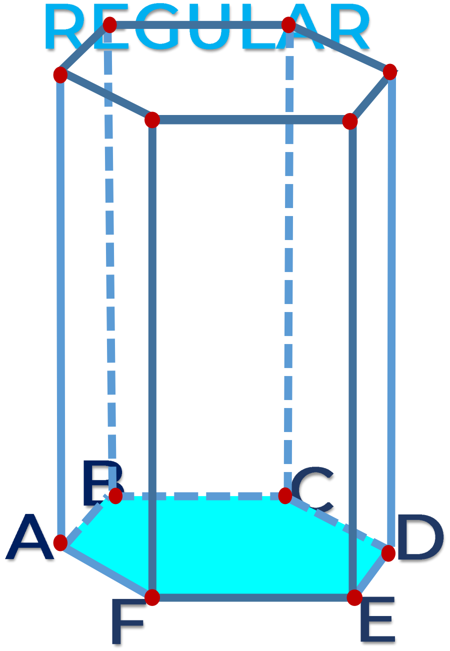
ABC: triángulo equilátero

PRISMA CUADRANGULAR REGULAR



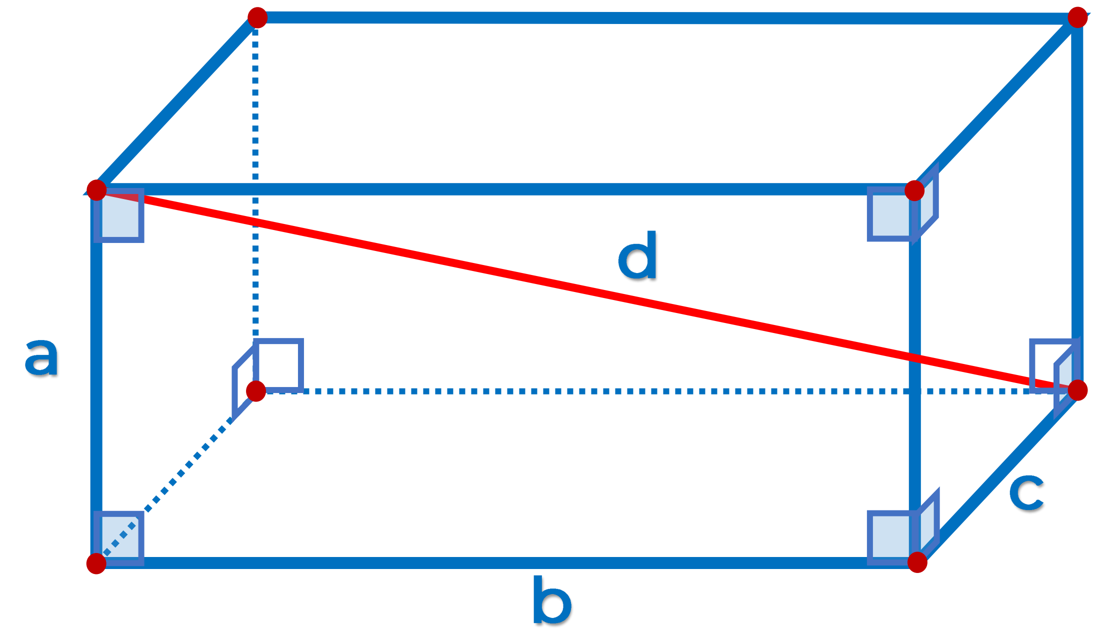
ABCD: cuadrado

PRISMA HEXAGONAL REGULAR



ABCDEF: hexágono regular

PARALELEPÍPEDO RECTÀNGULAR, ORTOEDRO O RECTOEDRO.

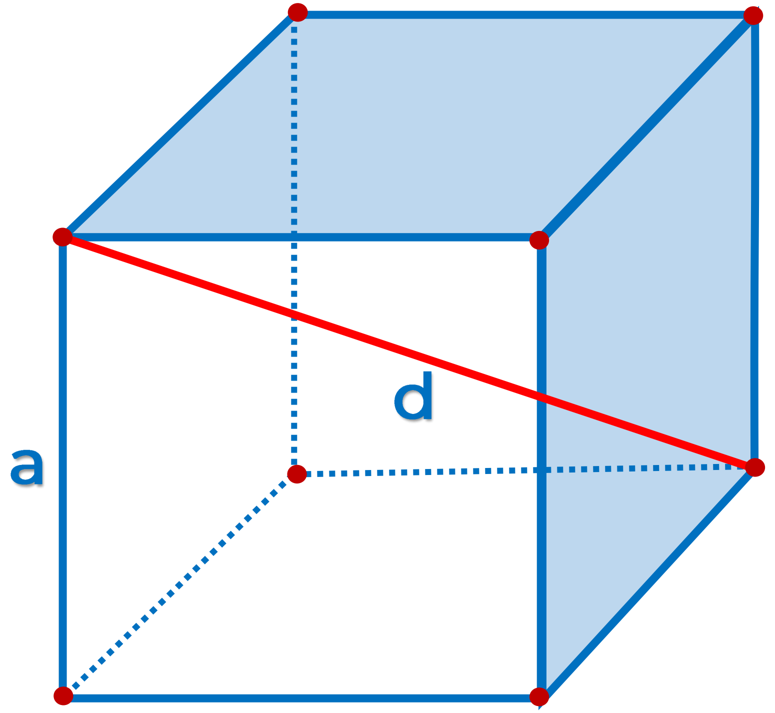


$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$

$V = a.b.c$

$A = 2(ab + bc + ac)$

HEXAEDRO REGULAR



$d = a\sqrt{3}$

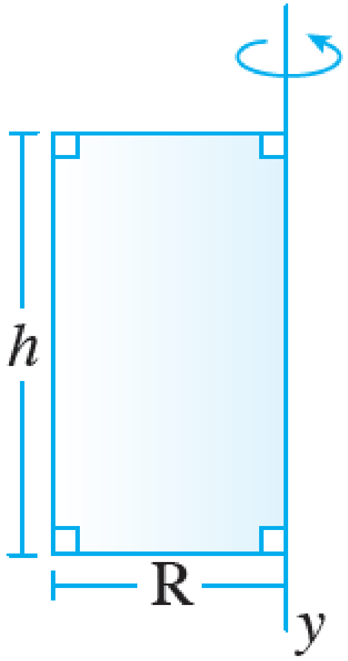
$A = 6a^2$

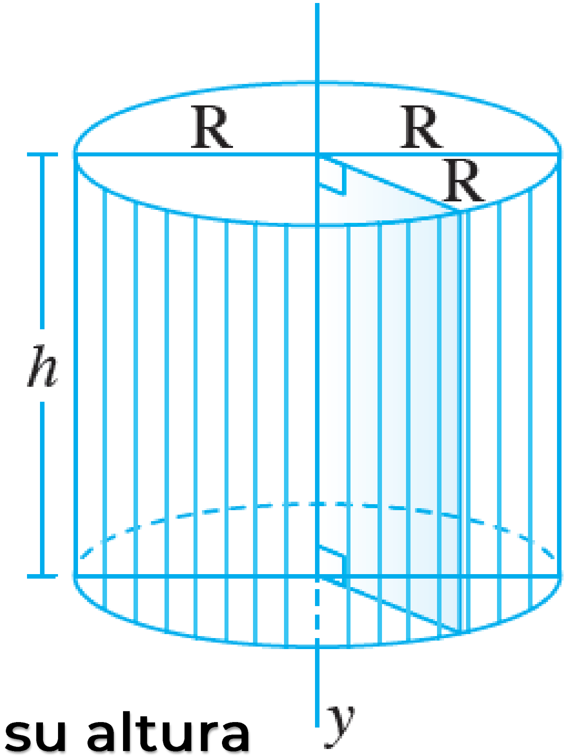
$V = a^3$

A: Área de la superficie Total.
V: Volumen del sólido.

CILINDRO CIRCULAR RECTO O DE REVOLUCIÓN

Se genera al girar una región rectangular una vuelta alrededor de un eje que contiene a un lado. Las bases son círculos y la altura mide igual que la generatriz.





h : longitud de su altura
R : longitud del radio de la base

1. Área de la superficie lateral.

$$ASL = 2\pi Rh$$

2. Área de la superficie total.

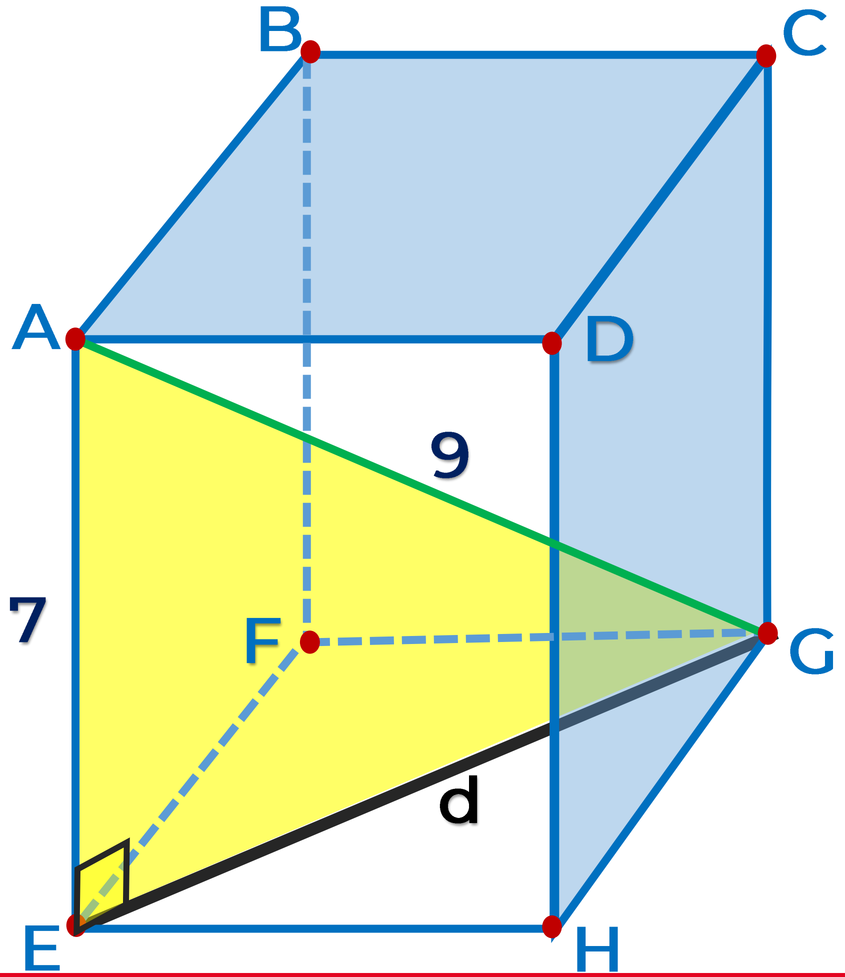
$$AST = 2\pi R(R + h)$$

3. Volumen.

$$V = \pi R^2.h$$

PROBLEMA 1

Calcule el volumen de un prisma cuadrangular regular de diagonal 9 u y arista lateral 7 u.



- Piden: V

$$V = A_{(base)} . h$$

$(h = 7)$

$$A_{(base)} = \frac{d^2}{2}$$

- Se traza $\overline{GE}$.
- ◺ AEG : T. Pitágoras.

$9^2 = 7^2 + d^2$

$32 = d^2$

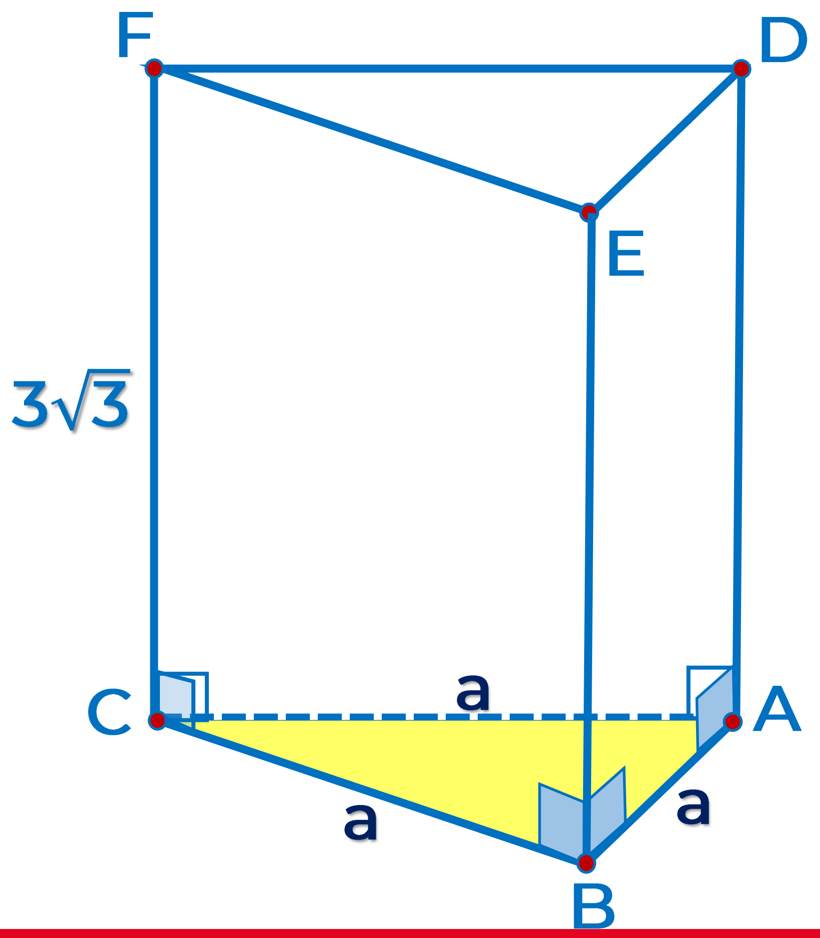
- Por teorema.

$$V = \frac{(\cancel{32}^{16})}{\cancel{2}_{1}} . 7$$

$$\boxed{V = 112\ u^3}$$

PROBLEMA 2

Calcule el volumen de un prisma triangular regular de altura $3\sqrt{3}$ u y perímetro de su base igual a 12 u.



- Piden: V

$$V = A_{(base)} \cdot h$$

$$(h = 3\sqrt{3})$$

$$A_{(base)} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

- Por dato.

$$2p_{(base)} = 12$$

$$3a = 12 \rightarrow a = 4$$

- Por teorema.

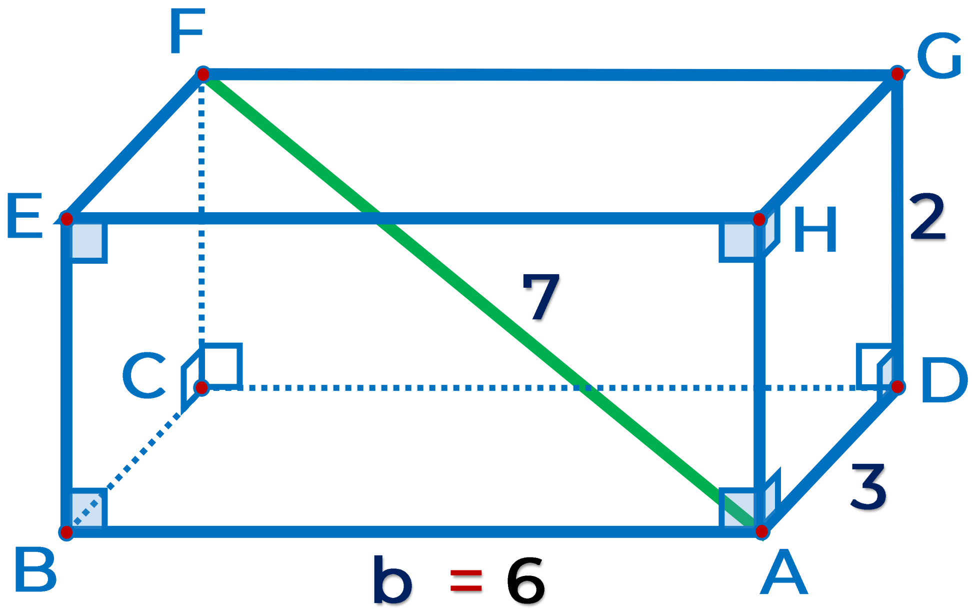
$$V = \left(\frac{4^2\sqrt{3}}{4}\right) \cdot 3\sqrt{3}$$

$$V = (4\sqrt{3})(3\sqrt{3})$$

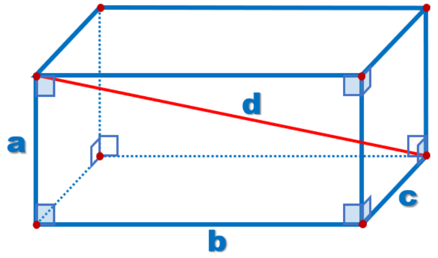
$$\boxed{V = 36\,u^3}$$

PROBLEMA 3

Calcule el área de la superficie total del paralelepípedo rectangular mostrado.



- Piden: A_T



$$A_T = 2(ab + bc + ac)$$

$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

- Del gráfico. $7^2 = 2^2 + b^2 + 3^2$

$$36 = b^2$$

$$6 = b$$

- Por teorema.

$$A_T = 2(2.6+6.3+2.3)$$

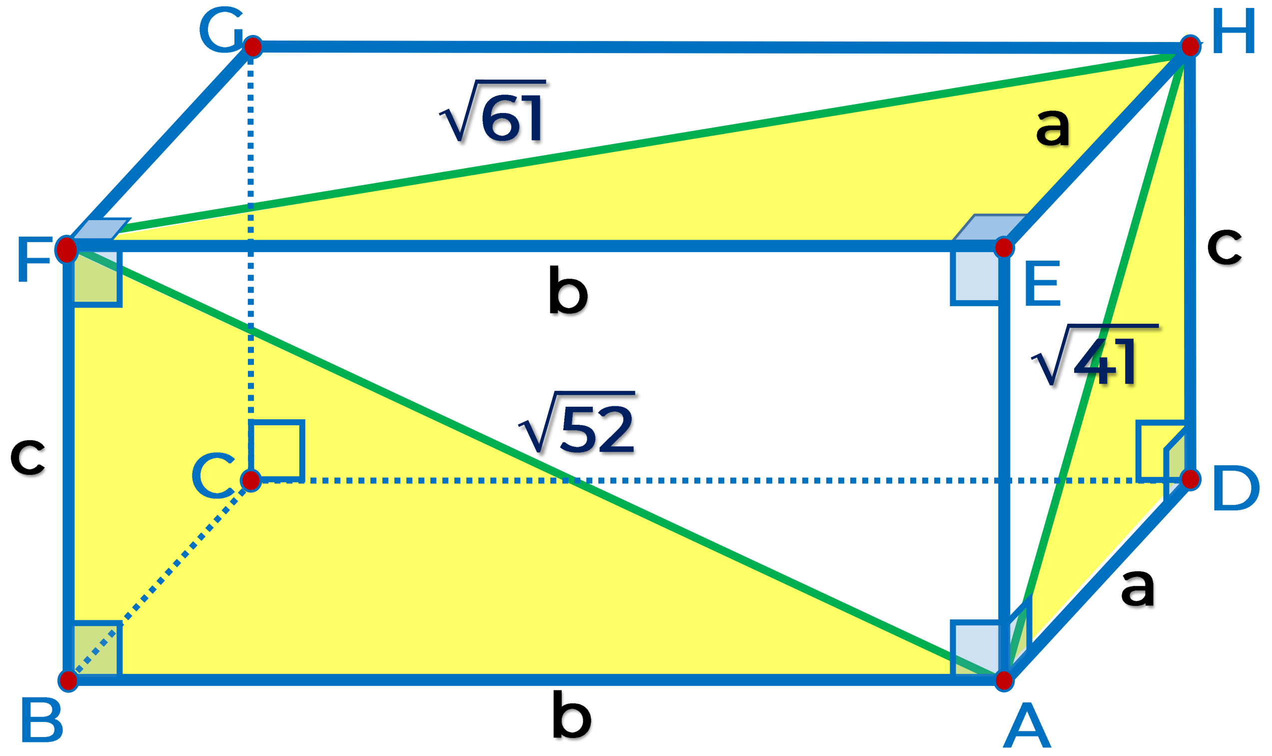
$$A_T = 2(12 + 18 + 6)$$

$$A_T = 2(36)$$

$$\boxed{A_T = 72\ u^2}$$

PROBLEMA 4

Calcule el volumen de un paralelepípedo rectangular si las longitudes de las diagonales de sus caras son $\sqrt{41}$ u, $\sqrt{52}$ u y $\sqrt{61}$ u.



- Por teorema de Pitágoras.

$$\cancel{\sqrt{41}}^2 = a^2 + c^2$$
$$\cancel{\sqrt{52}}^2 = b^2 + c^2 \quad (+)$$
$$\underline{\cancel{\sqrt{61}}^2 = a^2 + b^2}$$
$$154 = 2\,(a^2+b^2+c^2)$$
$$77 = a^2 + \underbrace{b^2 + c^2}_{52}$$
$$25 = a^2$$

- $5 = a$
- $b = 6$
- $c = 4$

- Piden: V

$V = a.b.c$

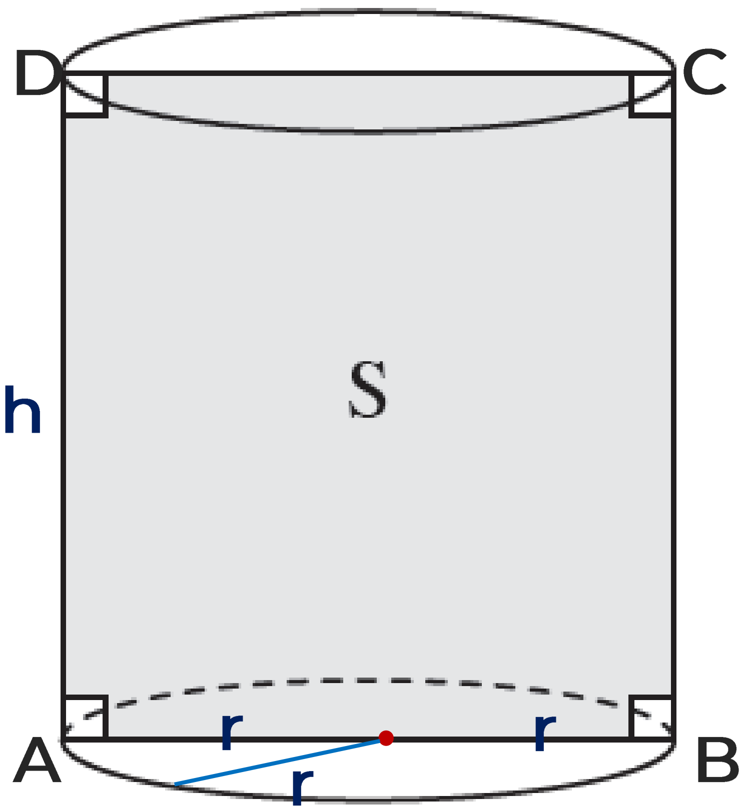
- Reemplazando al teorema.

$V = (5)(6)(4)$

$$\boxed{V = 120\ u^2}$$

PROBLEMA 5

En la figura se muestra un cilindro circular recto. Calcule el área de su superficie lateral si el área S es igual a 10 u².



- Piden: A_{SL}

$$A_{SL} = 2\pi . r . h \qquad \dots (1)$$

- Por dato.

$$S = 10u^2$$

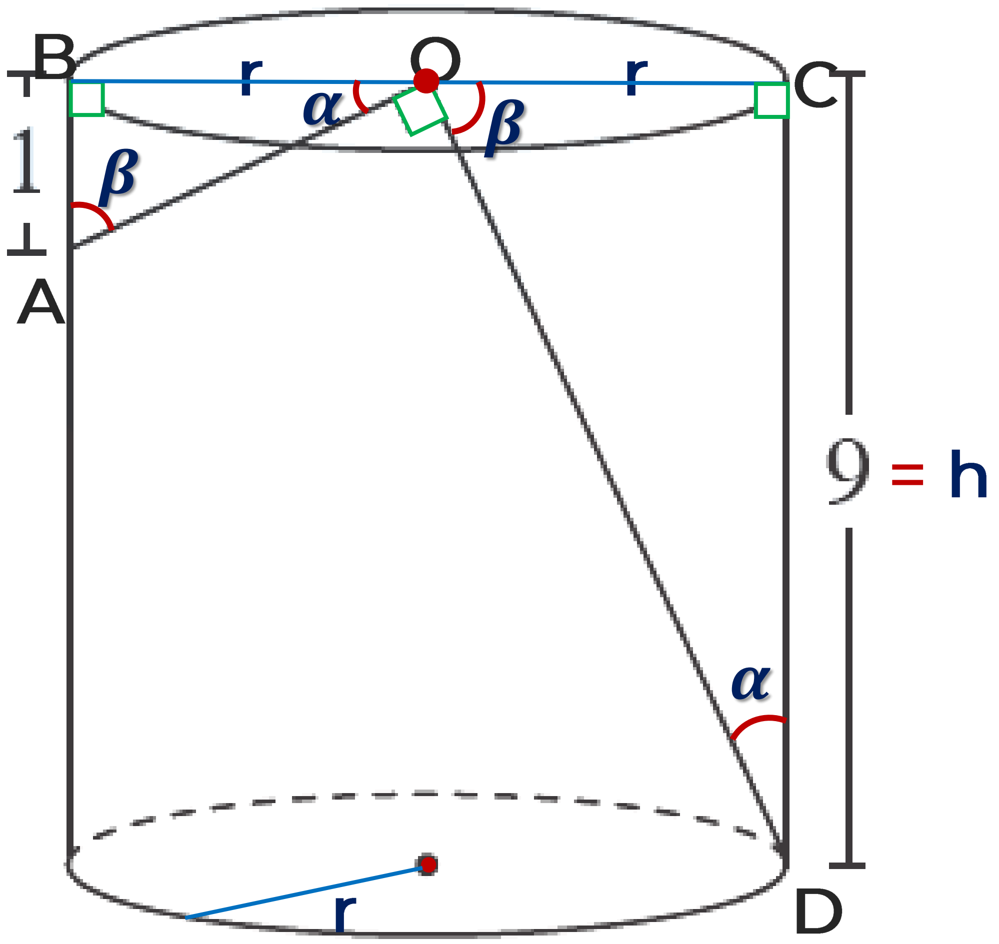
$$\overbrace{(2r)h} = 10 \qquad \dots (2)$$

- Reemplazando (2) en (1).

$$\boxed{A_{SL} = 10\pi\, u^2}$$

PROBLEMA 6

Calcule el volumen del cilindro circular recto si O es centro.



- Piden: V

$V = \pi . r^2 . h$

- $\Delta ABO \sim \Delta DCO$

$$\frac{r}{9} = \frac{1}{r}$$

$$r^2 = 9$$

$$r = 3$$

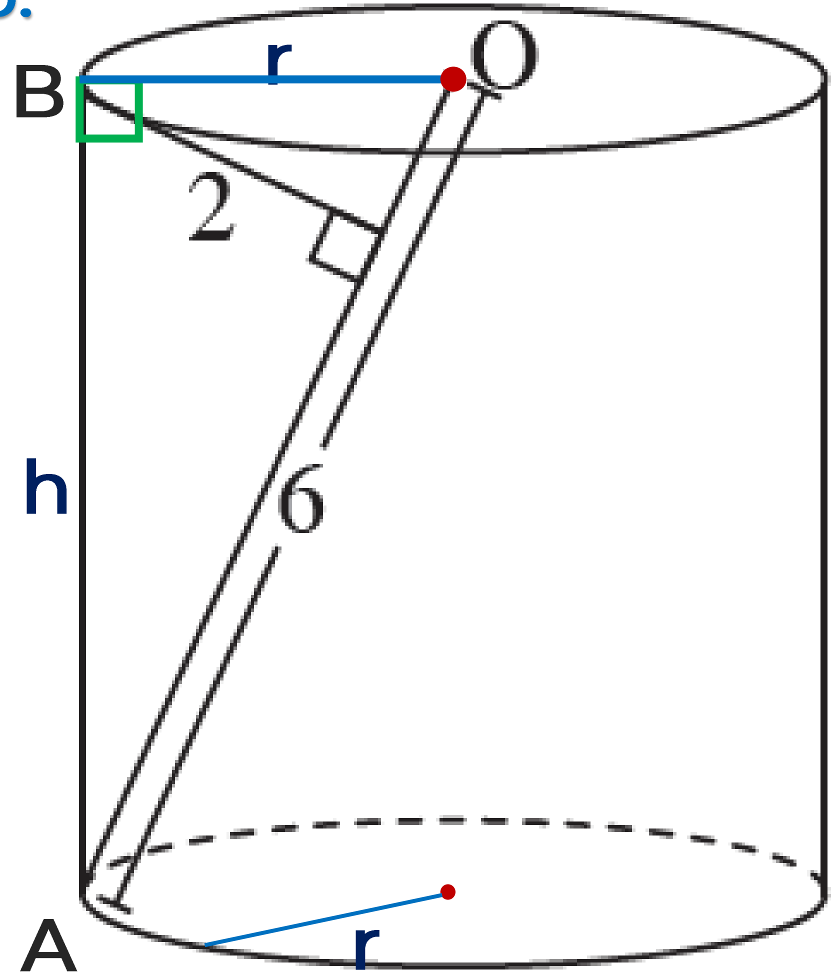
- Por teorema.

$V = \pi .(3)^2(9)$

$\boxed{V = 81\pi \ u^2}$

PROBLEMA 7

Calcule el área de la superficie lateral del cilindro circular recto si O es centro.



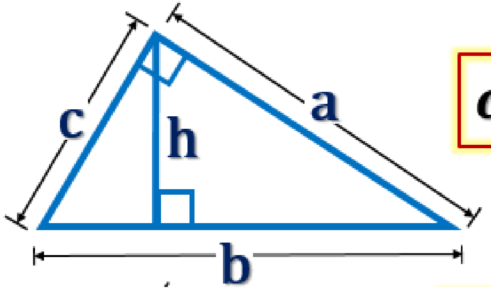
- Piden: ASL

$$ASL = 2\pi . r . h$$

- ABO (Relaciones métricas)

r.h = 2.6

r.h = 12



$$\boxed{ca = hb}$$

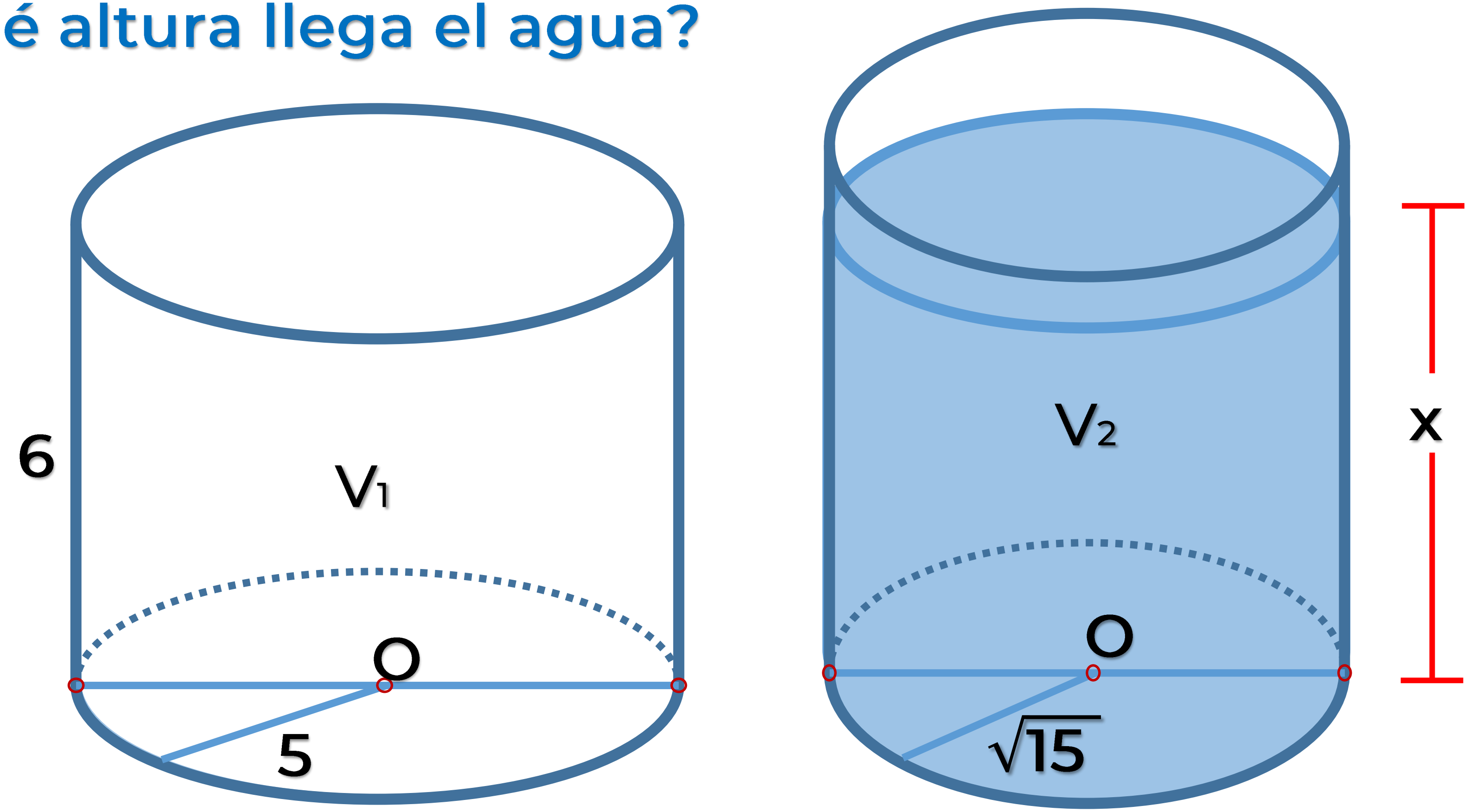
- Por teorema.

$$ASL = 2\pi . 12$$

$$\boxed{A_{SL} = 24\pi\ u^2}$$

PROBLEMA 8

Un recipiente que tiene la forma de cilindro circular recto, de 5cm de radio y 6cm de altura, es llenado con agua y luego dicha agua se vierte en otro recipiente cilíndrico circular recto de $\sqrt{15}$ cm de radio. ¿Hasta qué altura llega el agua?



- Piden: x
- $V = \pi . r^2 . h$
- Por dato:

$$V_1 = V_2$$

$$\cancel{\pi}.(5)^2(6) = \cancel{\pi}.(\cancel{\sqrt{15}})^{\cancel{2}}(x)$$

$$150 = 15x$$

$$\boxed{10 \text{ cm} = x}$$