# ALGEBRA

## Chapter 10


## 2th

## Session II

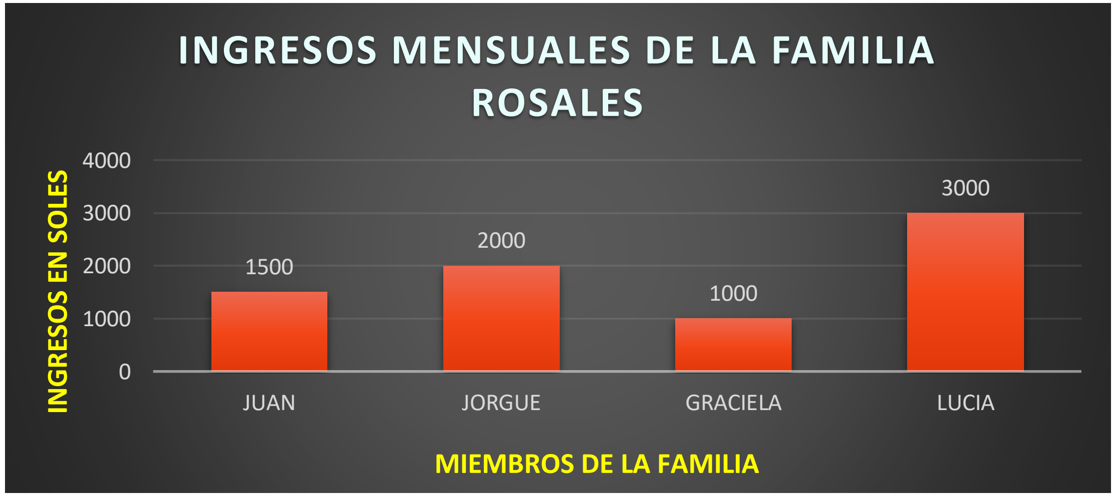
## DIVISION DE POLINOMIOS

SACO OLIVEROS

# HELICO MOTIVATING

SACO OLIVEROS

En una familia, los hermanos Rosales desean calcular la cantidad de dinero que pueden recolectar durante un año, pero a Juan Rosales se le ocurre la idea de expresarlo en un polinomio, ¿ Podrás expresar en un polinomio la cantidad anual que perciben los hermanos Rosales con ayuda del siguiente gráfico de barras?




HERMANOS ROSALES

**Expresamos en un polinomio *R(x)***

$$R_{(x)} = 1500x + 2000x + 1000x + 3000x$$

Entonces anualmente (*12 meses*) sería:

$$R_{(12)} = 1500(12) + 2000(12) + 1000(12) + 3000(12)$$

$$R_{(12)} = \boxed{90{,}000\ soles\ anuales}$$

Donde la variable "X" sería la cantidad de meses a calcular.

# HELICO THEORY

## CHAPTHER 10

SACO OLIVEROS

# DIVISIÓN DE POLINOMIOS

Operación que consiste en obtener dos polinomios llamados cociente y residuo, conociendo los polinomios dividendo y divisor.

## ALGORITMO DE LA DIVISIÓN:

$$\boxed{D(x) = d(x).q(x) + R(x)}$$

Donde:

- $D(x)$ ⟶ polinomio dividendo
- $d(x)$ ⟶ polinomio divisor
- $q(x)$ ⟶ polinomio cociente
- $R(x)$ ⟶ Polinomio residuo

# PROPIEDADES DE LOS GRADOS:

I. $Grado[d(x)] \leq Grado[D(x)]$

II. $Grado[q(x)] = Grado[D(x)] - Grado[d(x)]$

III. $Grado_{máx}[R(x)] = Grado[d(x)] - 1$

**Ejemplo:**

Al dividir: $$\frac{4x^5 + 3x^2 + 2}{x^2 + 3x - 1}$$

1. ¿Cuál es el grado del cociente? $Grado[q(x)] = 5 - 2 = 3$

2. ¿Cuál es el máximo grado que puede tener el residuo?

$$Grado_{máx}[R(x)] = 2 - 1 \boxed{= 1}$$

# *MÉTODO DE HORNER:*

*Método didáctico para la división de polinomios en el cual se utilizan solo los coeficientes. Este método se aplica cuando el grado del polinomio divisor es mayor o igual a 2. Para la aplicación de este método, los polinomios $D(x)$ y $d(x)$ deben estar completos y ordenados de forma descendente.*

## *Esquema:*

Coef. principal del d(x)
(mismo signo)

Coeficientes del dividendo D(x)

Coeficientes del d(x)
(signos cambiados)

Coef. del q(x)

Coef. del R(x)

# APLICACIÓN:

## Halle el cociente y residuo al dividir

$$\frac{6x^4 + x^3 - 3x^2 + x + 2}{3x^2 - x + 2}$$

Completo y ordenado

Completo y ordenado

**RESOLUCIÓN**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 6 | 1 | $-3$ | 1 | 2 |
| 1 | | 2 | $-4$ | | |
| $-2$ | | 3 | 1 | $-2$ | |
| | | | $-6$ | $-2$ | 4 |
| $\times$ | 2 | 1 | $-2$ | $-3$ | 6 |

1. Dividir
2. Multiplicar
3. Sumar

$q(x) = 2x^2 + x - 2$

$R(x) = -3x + 6$

# HELICO PRACTICE

CHAPTHER
10

SACO OLIVEROS

**1.** Calcule la suma de coeficientes del cociente al dividir

$$\frac{6x^5 + 5x^4 - 9x^3 + 8x + 3}{2x^2 + x - 2}$$

**RESOLUCIÓN**

| | | 2 | −4 | 4 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 6 | 5 | −9 | 0 | 8 | 3 |
| −1 | | −3 | 6 | | | |
| | | | −1 | 2 | | |
| +2 | | | | 2 | −4 | |
| | | | | | −2 | 4 |
| | 3 | 1 | −2 | 2 | 2 | 7 |

$\mathrm{q}(x) = 3x^3 + 1x^2 - 2x + 2 \quad \wedge \quad R(x) = 2x + 7$

$$\frac{6x^5 + 5x^4 - 9x^3 + 0x^2 + 8x + 3}{2x^2 + x - 2}$$

Completamos el dividendo

1. Dividir

2. Multiplicar

3. Sumar

**Entonces:**

$\Sigma coef. = 3 + 1 - 2 + 2$

**Rpta:** $\Sigma coef. = 4$

**2.** Determine el término independiente del cociente de:

$$\frac{2x^4 + x^3 - 5 - 7x^2 + x}{x^2 + x - 2}$$

**RESOLUCIÓN**

| | | $-1$ | $-2$ | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 1 | $-7$ | 1 | $-5$ |
| $-1$ | | $-2$ | 4 | | |
| $+2$ | | | 1 | $-2$ | |
| | | | | 2 | $-4$ |
| | 2 | $-1$ | $-2$ | 1 | $-9$ |

$\mathrm{q}(x) = 2x^2 - 1x - 2 \quad \wedge \quad R(x) = x - 9$

$$\frac{2x^4 + x^3 - 7x^2 + x - 5}{x^2 + x - 2}$$

*Ordenando el dividendo*

1. Dividir
2. Multiplicar
3. Sumar

*El término independiente del cociente sería:*

$\mathbf{T.I\,(q(x)) = 2x^2 - x - 2}$

*Rpta:* $\boxed{-2}$

**3.** Determine el término lineal del residuo de:

$$\frac{2x^4 - 7x^3 + 3x^2 + 15x^5 - 2}{5x^2 - 2 - x}$$

**RESOLUCIÓN**

| | | 5 | 0 | 5 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 | 15 | 2 | −7 | 3 | 0 | −2 |
| +1 | | 3 | 6 | | | |
| +2 | | | 1 | 2 | | |
| | | | | 0 | 0 | |
| | | | | | 1 | 2 |
| | 3 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |

$\mathbf{q}(x) = 3x^3 + 1x^2 + 1 \quad \wedge \quad R(x) = x$

*Completamos y ordenamos*

*el di*

$15x^5$ + ... $0x$ −2

*Un término lineal es aquel que su parte variable tiene como exponente 1.*

1. Dividi

2. Multiplicar

3. Sumar

*El residuo será:* $R(x) = x$

***Rpta:*** ***El término lineal es "x"***

**4.** En la división exacta: Calcule m + n + p

$$\frac{4x^5+5x^3+mx^2+nx+p}{2x^3+x^2+x+3}$$

**RESOLUCIÓN**

| | | $-2$ | $4$ | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $2$ | $4$ | $0$ | $5$ | $m$ | $n$ | $p$ |
| $-1$ | | $-2$ | $-2$ | $-6$ | | |
| $-1$ | | | $1$ | $1$ | $3$ | |
| $-3$ | | | | $-2$ | $-2$ | $-6$ |
| | $2$ | $-1$ | $2$ | $0$ | $0$ | $0$ |

$\div$ ✕

$q(x)=2x^2-x+2$ $\wedge$ $R(x)=0$

$$\frac{4x^5+0x^4+5x^3+mx^2+nx+p}{2x^3+x^2+x+3}$$

Completamos el dividendo

1. Dividir

2. Multiplicar

3. Sumar

**Entonces:**

$*\ m-6+1-2=0$

$m-7=0$ $\rightarrow m=7$

$*\ n+3-2=0$

$n+1=0$ $\rightarrow n=-1$

$*\ p-6=0$ $\rightarrow p=6$

**Rpta:** $m+n+p=12$

**5.** Indique el valor de k + m sabiendo que representa el número de hermanos de la estudiante Flor, donde:

$$\frac{x^4 - x^3 - 2x^2 - kx + m}{x^2 - 2x - 3}$$

Tiene como residuo 10x+15. ¿Cuántos hermanos tiene Flor?

**RESOLUCIÓN**

| | | 1 | 3 | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | $-1$ | $-2$ | $-k$ | $m$ |
| $+2$ | | 2 | 3 | | |
| $+3$ | | | 2 | 3 | |
| | | | | 6 | 9 |
| | 1 | 1 | 3 | $-k+9$ | $m+9$ |

$\mathrm{q}(x) = x^2 + x + 3 \quad \wedge \quad R(x) = (-k+9)x + (m+9)$

1. Dividir

2. Multiplicar

3. Sumar

***Por dato***:

$R(x) = 10x + 15$

$(-k+9)x + (m+9) \equiv 10x + 15$

$* \ (-k+9) = 10 \ \rightarrow k = -1$

$* \ (m+9) = 15 \ \rightarrow m = 6$

***Rpta***: ***Flor tiene 5 hermanos***

**6.** Luego de dividir $\dfrac{3x^5+x^3+10x^2+mx+5}{3x^3+3x^2-2x+1}$ su residuo es $x^2+6x+3$. Halle el valor de $m$.

**RESOLUCIÓN**

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $\div$ | | $-3$ | $6$ | | | |
| $3$ | $3$ | $0$ | $1$ | $10$ | $m$ | $5$ |
| $-3$ | | $-3$ | $2$ | $-1$ | | |
| $+2$ | | | $3$ | $-2$ | $1$ | |
| $-1$ | | | | $-6$ | $4$ | $-2$ |
| | $1$ | $-1$ | $2$ | $1$ | $(m+5)$ | $3$ |

$\mathbf{q(x)=x^2-x+2}$ $\wedge$ $R(x)=x^2+(m+5)x+3$

Completamos el dividendo

$$\frac{3x^5+0x^4+x^3+10x^2+mx+5}{3x^3+3x^2-2x+1}$$

1. Dividir
2. Multiplicar
3. Sumar

**Por dato:**

$R(x)=x^2+6x+3$

$x^2+(m+5)x+3 \equiv x^2+6x+3$

$*\ m+5=6$ $\rightarrow m=1$

*Rpta:* **1**

**7.** En la división exacta

$$\frac{6x^5 + 20x^4 - 13x^3 - 2x^2 + ax + b}{3x^2 - 2x + 1}$$

**RESOLUCIÓN** Halle el valor de T= a + b

| | | 24 | 1 | −28/3 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 6 | 20 | −13 | −2 | $a$ | $b$ |
| +2 | | 4 | −2 | | | |
| −1 | | | 16 | −8 | | |
| | | | | 2/3 | −1/3 | |
| | | | | | −56/9 | 28/9 |
| | 2 | 8 | 1/3 | −28/9 | 0 | 0 |

$\mathrm{q}(x) = 2x^3 + 8x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{28}{9} \quad \wedge \quad R(x) = 0$

***Entonces:***

1. Dividir

2. Multiplicar

3. Sum

$* \; a - \frac{1}{3} - \frac{56}{9} = 0 \quad \rightarrow a = \frac{59}{9}$

$* \; b + \frac{28}{9} = 0 \quad \rightarrow b = \frac{-28}{9}$

***Rpta:*** $T = a + b = \frac{31}{9}$

**8.** En el siguiente cuadro de Horner, calcule la suma de los números a escribir en los casilleros en blanco

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 6 | 2 | -6 | □ | 0 |
| 2 | | □ | □ | | |
| | | | 4 | 2 | |
| □ | | | | 0 | 0 |
| | □ | 2 | 0 | 1 | 0 |

**RESOLUCIÓN**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | 6 | 0 | | |
| 3 | 6 | 2 | $-6$ | $\boxed{-1}$ | 0 |
| 2 | | $\boxed{4}$ | $\boxed{2}$ | | |
| $\boxed{1}$ | | | 4 | 2 | |
| | | | | 0 | 0 |
| | $\boxed{2}$ | 2 | 0 | 1 | 0 |

$\mathrm{q}(x) = 2x^2 + 2x \quad \wedge \quad R(x) = x$

1. Dividir
2. Multiplicar
3. Sumar

*Sumamos las casillas en blanco*

$\Sigma\ casillas = \quad + \quad + \quad + \quad +$

*Rpta:* $\Sigma casillas = 8$