



# TRIGONOMETRY

## Chapter 12

**1st**  
SECONDARY

Aplicaciones de las propiedades de  
las razones trigonométricas de un  
ángulo agudo



**SACO OLIVEROS**

# **MOTIVATING STRATEGY**



**TRABAJAR DURO POR  
ALGO QUE NO NOS  
INTERESA SE LLAMA  
ESTRÉS. TRABAJAR DURO  
POR ALGO QUE AMAMOS  
SE LLAMA PASIÓN.**



# HELICO THEORY

## APLICACIONES DE LAS PROPIEDADES DE LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO AGUDO

### Razones trigonométricas recíprocas

$$\operatorname{sen} \alpha \cdot \operatorname{csc} \alpha = 1$$

$$\operatorname{cos} \alpha \cdot \operatorname{sec} \alpha = 1$$

$$\operatorname{tan} \alpha \cdot \operatorname{cot} \alpha = 1$$

Los ángulos en ambas razones trigonométricas son iguales



### Razones trigonométricas de

**ángulos complementarios**  
Si  $\alpha + \beta = 90^\circ$  Se cumple que

$$\operatorname{sen} \alpha = \operatorname{cos} \beta$$

$$\operatorname{sec} \alpha = \operatorname{csc} \beta$$

$$\operatorname{tan} \alpha = \operatorname{cot} \beta$$

La igualdad solo se da cuando los ángulos  $\alpha$  y  $\beta$  son complementarios





# HELICOPRACTICE 1

Indique la propiedad aplicada

a.  $\tan 40^\circ \cdot \cot 40^\circ = 1$

b.  $\sec 2^\circ = \csc 88^\circ$

c.  $\sin 21^\circ \cdot \csc 21^\circ = 1$

**Resolución:**

a.  $\tan 40^\circ \cdot \cot 40^\circ = 1$  (R.T RECÍPROCA)

b.  $\sec 2^\circ = \csc 88^\circ$  ( R.T  
COMPLEMENTARIA )

c.  $\sin 21^\circ \cdot \csc 21^\circ = 1$  (R.T RECÍPROCA)

RECORDAR



R.T.

**recíprocas**

$$\sin \alpha \cdot \csc \alpha = 1$$

$$\cos \alpha \cdot \sec \alpha = 1$$

$$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$$

**R.T. de ángulos  
complementarios**

Si  $\alpha + \beta = 90^\circ$

$$\sin \alpha = \cos \beta$$

$$\sec \alpha = \csc \beta$$

$$\tan \alpha = \cot \beta$$

# HELICOPRACTICE 2



Calcule A+B

$$A = \underbrace{2\text{sen}42^\circ \cdot \text{csc}42^\circ}_1 + \underbrace{3\text{tan}18^\circ \cdot \text{cot}18^\circ}_1$$

RECORDAR



$$\text{sen}\alpha \cdot \text{csc}\alpha = 1$$

$$\text{tan}\alpha \cdot \text{cot}\alpha = 1$$

$$B = \frac{3\text{sen}16^\circ}{\cos 74^\circ} - \frac{\text{tan}19^\circ}{\cot 71^\circ}$$

RECORDAR



Si  $\alpha + \beta = 90^\circ$

$$\text{sen}\alpha = \cos\beta \quad \Rightarrow \quad \text{sen}16^\circ = \cos 74^\circ$$

$$\text{tan}\alpha = \cot\beta \quad \Rightarrow \quad \text{tan}19^\circ = \cot 71^\circ$$

**Resolución:**

$$A = 2(1) + 3(1)$$

$$A = 2 + 3 \quad \Rightarrow \quad A = 5$$

$$B = \frac{3\text{sen}16^\circ}{\cos 74^\circ} - \frac{\text{tan}19^\circ}{\cot 71^\circ}$$

$$B = \frac{3\cancel{\cos 74^\circ}}{\cancel{\cos 74^\circ}} - \frac{\cancel{\cot 71^\circ}}{\cancel{\cot 71^\circ}}$$

$$B = 3 - 1 \quad \Rightarrow \quad B = 2$$

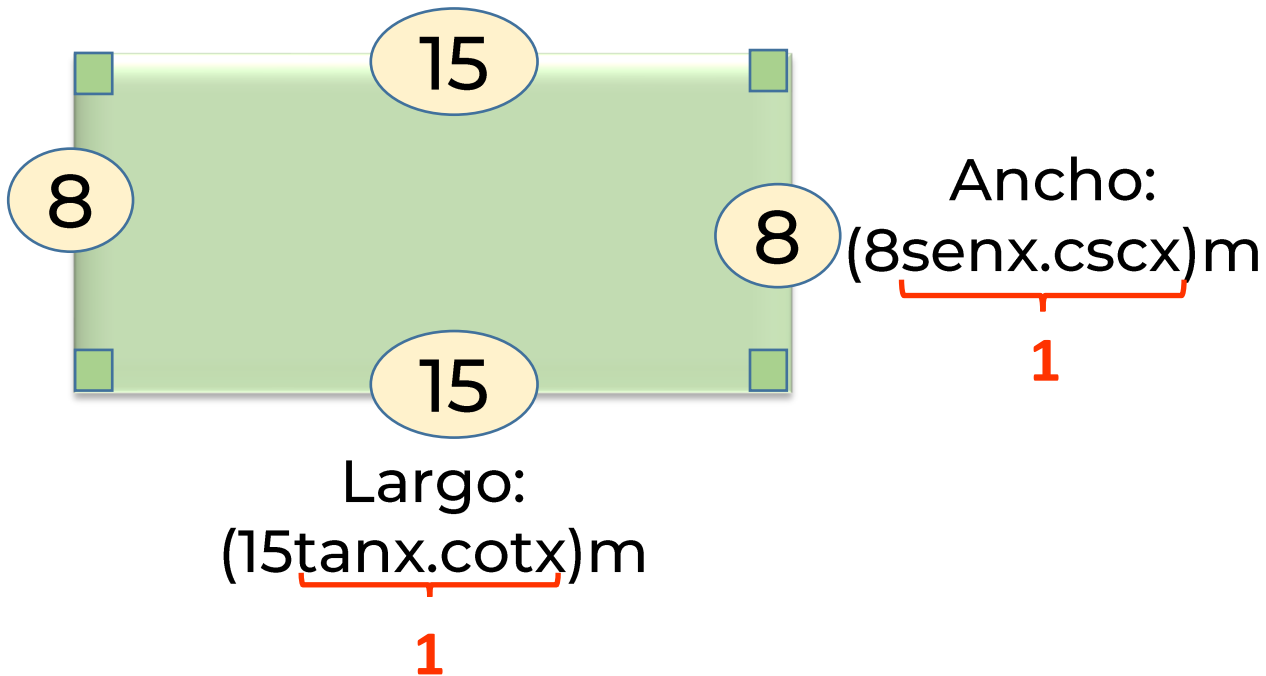
**Piden:**  $A + B = 5 + 2$

$$\therefore A + B = 7$$

# HELICOPRACTICE 3



Mi amiga María ha heredado un terreno, cerca a La Molina, dicho terreno tiene forma rectangular, como se muestra en el dibujo y sus dimensiones son las siguientes:



➡ Calcule el perímetro y área de dicho terreno.

## Resolución:

RECORDAR



$$\text{sen}\alpha.\text{csc}\alpha = 1$$

$$\text{tan}\alpha.\text{cot}\alpha = 1$$

➡ Ancho =  $8(1) = 8\text{m}$   
largo =  $15(1) = 15\text{m}$

Piden:  $2p = 8 + 8 + 15 + 15 = 46\text{m}$

Área =  $15\text{m} \times 8\text{m} = 120\text{m}^2$

# HELICOPRACTICE 4



Reduzca la expresión:  $M = (5\text{sen}10^\circ + 3\text{cos}80^\circ)\text{csc}10^\circ$

**Resolución:**

$$M = (5\text{sen}10^\circ + 3\text{cos}80^\circ)\text{csc}10^\circ$$

$$M = (\underbrace{5\text{sen}10^\circ + 3\text{sen}10^\circ}_{\text{purple bracket}})\text{csc}10^\circ$$

$$M = \underbrace{8\text{sen}10^\circ}_{\text{green bracket}} \cdot \text{csc}10^\circ$$

1

$$M = 8(1)$$

$$\therefore M = 8$$



RECORDAR



**R.T. de ángulos complementarios**

$$\text{Si } \alpha + \beta = 90^\circ$$

$$\text{sen}\alpha = \text{cos}\beta$$

→  $\text{cos}80^\circ = \text{sen}10^\circ$

**R.T.**

**Recíproca**  
 $\text{sen}\alpha \cdot \text{csc}\alpha = 1$





# HELICOPRACTICE 5

Calcule el valor de  $\text{sen}(x+20^\circ)$  ; si  $\text{sen}(5x+20^\circ) \cdot \text{csc}(2x+50^\circ) = 1$

## Resolución:

Del  
dato:

$$\text{sen}(5x+20^\circ) \cdot \text{csc}(2x+50^\circ) = 1$$

$$5x + 20^\circ = 2x + 50^\circ$$

$$5x - 2x = 50^\circ - 20^\circ$$

$$3x = 30^\circ$$

$$x = \frac{30^\circ}{3}$$

$$x = 10^\circ$$

Piden:

$$\text{sen}(x+20^\circ)$$

Reemplazando x:

$$\text{sen}(x+20^\circ) = \text{sen}(10^\circ+20^\circ)$$

$$\text{sen}(x+20^\circ) = \text{sen}(30^\circ)$$

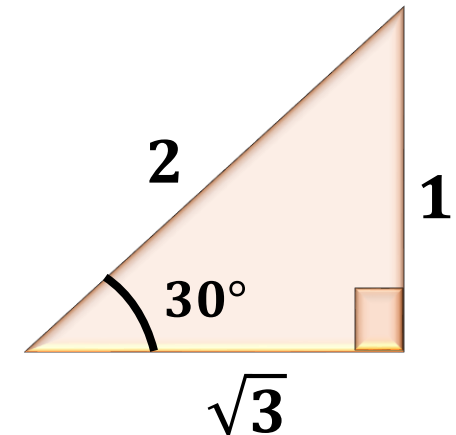
$$\therefore \text{sen}(x + 20^\circ) = \frac{1}{2}$$

RECORDAR



R.T.

$$\text{sen} \alpha \cdot \text{csc} \alpha = 1$$





# HELICOPRACTICE 6



Calcule el valor de  $\tan(4\beta - 3^\circ)$  ; si  $\sec(2\beta+12^\circ) = \csc(3\beta+18^\circ)$

## Resolución:

**Del dato:**  
 $\sec(2\beta+12^\circ) = \csc(3\beta+18^\circ)$

$$2\beta + 12^\circ + 3\beta + 18^\circ = 90^\circ$$

$$5\beta + 30^\circ = 90^\circ$$

$$5\beta = 90^\circ - 30^\circ$$

$$5\beta = 60^\circ$$

$$\beta = \frac{60^\circ}{5}$$

$$\beta = 12^\circ$$

**Piden:**

$$\tan(4\beta - 3^\circ)$$

Reemplazando  $\beta$ :

$$\tan(4\beta - 3^\circ) = \tan(4(12^\circ) - 3^\circ)$$

$$\tan(4\beta - 3^\circ) = \tan(48^\circ - 3^\circ)$$

$$\tan(4\beta - 3^\circ) = \tan 45^\circ$$

$$\therefore \tan(4\beta - 3^\circ) = 1$$

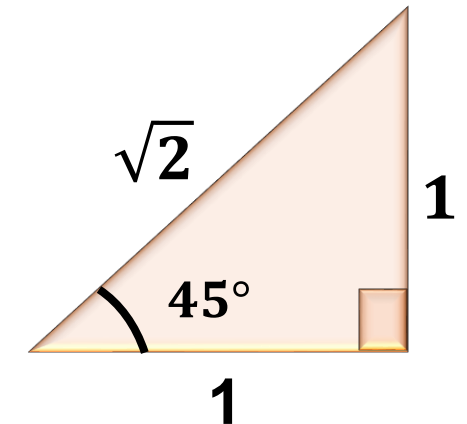
RECORDAR



**R.T. de ángulos complementarios**

$$\text{Si } x + y = 90^\circ$$

$$\sec x = \csc y$$



# HELICOPRACTICE 7



Calcule el valor de  $\cos(x + y)$ , si  $\tan(2x-10^\circ) \cdot \cot(x+14^\circ) = 1$  y  $\sec(3y+12^\circ) = \csc(6^\circ - y)$

## Resolución:

### Del dato:

$$\tan(2x-10^\circ) \cdot \cot(x+14^\circ) = 1$$

$$2x - 10^\circ = x + 14^\circ$$

$$2x - x = 14^\circ + 10^\circ$$

$$x = 24^\circ$$

$$\sec(3y+12^\circ) = \csc(6^\circ - y)$$

$$3y + 12^\circ + 6^\circ - y = 90^\circ$$

$$2y + 18^\circ = 90^\circ$$

$$2y = 90^\circ - 18^\circ$$

$$2y = 72^\circ$$

$$y = \frac{72^\circ}{2} \Rightarrow y = 36^\circ$$

### Piden:

$$\cos(x + y) = \cos(24^\circ + 36^\circ)$$

$$\cos(x + y) = \cos(60^\circ)$$

$$\therefore \cos(x + y) = \frac{1}{2}$$

RECORDAR



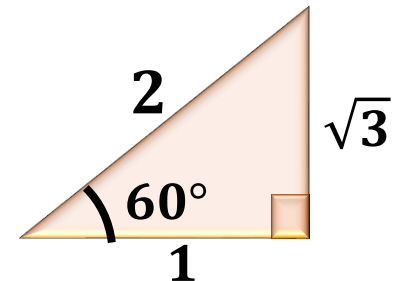
R.T.

$$\text{Recíproca} \quad \sec \alpha \cdot \csc \alpha = 1$$

R.T. de ángulos complementarios

$$\text{Si } x + y = 90^\circ$$

$$\sec x = \csc y$$



# HELICOPRACTICE 8



Calcule el valor de  $x$ , si  $\tan 2x \cdot \tan 20^\circ = 1$

## Resolución:

Del dato:

$$\tan 2x \cdot \tan 20^\circ = 1$$

Reemplazando:

$$\tan 2x \cdot \cot 70^\circ = 1$$

$$2x = 70^\circ$$

$$x = \frac{70^\circ}{2}$$

$$\therefore x = 35^\circ$$



RECORDAR



R.T.

$$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$$

R.T. de ángulos  
complementarios

$$\text{Si } x + y = 90^\circ$$

$$\tan x = \cot y$$

$$\Rightarrow \tan 20^\circ = \cot 70^\circ$$