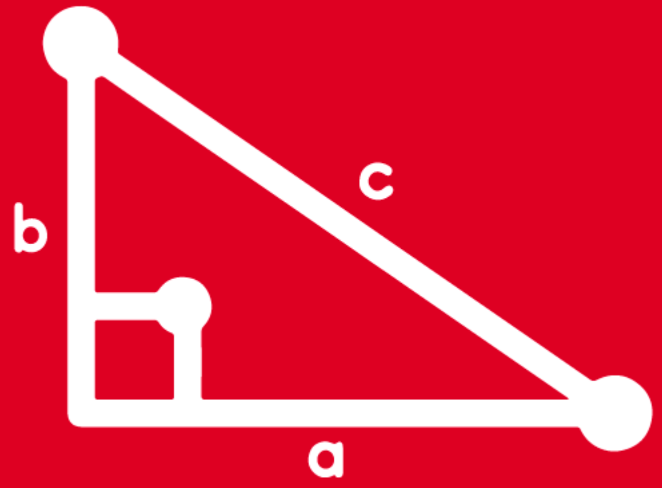
TRIGONOMETRY

Chapter 5



3th

SECONDARY

Razones trigonométricas de un ángulo agudo

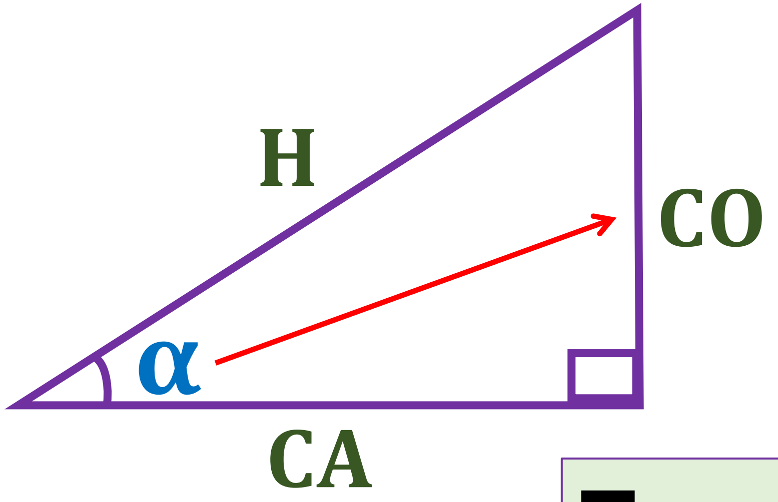
SACO OLIVEROS

MOTIVATING | STRATEGY

¿ QUIÉN MIDIÓ POR PRIMERA VEZ EL RADIO DE LA TIERRA ?

¿ QUÉ SE ENTIENDE POR RAZÓN TRIGONOMÉTRICA DE UN ÁNGULO AGUDO ?

Es el COCIENTE entre las longitudes de dos lados de un triángulo rectángulo con respecto a uno de sus ángulos interiores agudos.



α : Ángulo interior agudo de referencia

H : Longitud de la hipotenusa

CO : Longitud del cateto opuesto a α

CA : Longitud del cateto adyacente a α

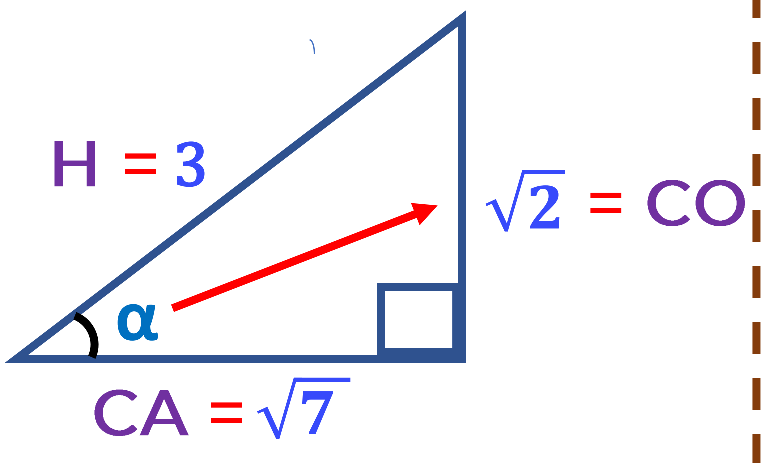
Teorema de Pitágoras : $H^2 = (CA)^2 + (CO)^2$

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO AGUDO α

$\text{sen}\alpha$	$\cos\alpha$	$\tan\alpha$	$\cot\alpha$	$\sec\alpha$	$\csc\alpha$
$\frac{CO}{H}$	$\frac{CA}{H}$	$\frac{CO}{CA}$	$\frac{CA}{CO}$	$\frac{H}{CA}$	$\frac{H}{CO}$

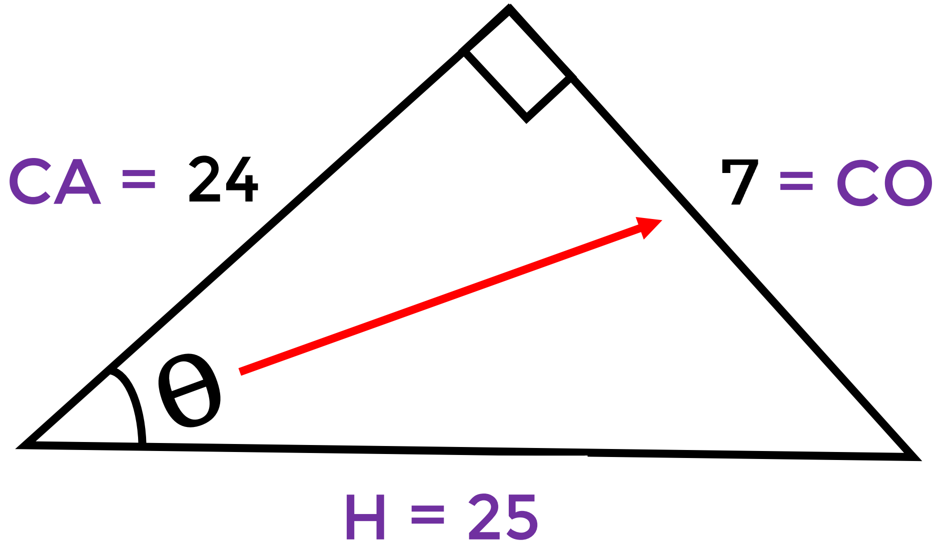
MÉTODO NEMOTÉCNICO : " COCA COCA HELADA HELADA "

EJEMPLO : Calcula las razones trigonométricas (RT) de α



$\text{sen}\alpha$	$\cos\alpha$	$\tan\alpha$	$\cot\alpha$	$\sec\alpha$	$\csc\alpha$
$\frac{\sqrt{2}}{3}$	$\frac{\sqrt{7}}{3}$	$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$	$\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}}$	$\frac{3}{\sqrt{7}}$	$\frac{3}{\sqrt{2}}$

1) Del gráfico, efectúe M = senθ + cosθ



$$\text{sen}\theta = \frac{CO}{H}$$

$$\cos\theta = \frac{CA}{H}$$

RESOLUCIÓN

Se observa que :

CO = 7 ; CA = 24

Luego : $H^2 = (CA)^2 + (CO)^2$

$H^2 = (24)^2 + (7)^2$

$H^2 = 576 + 49$

$H = \sqrt{625}$

$H = 25$

Piden : $M = \frac{7}{25} + \frac{24}{25} = \boxed{\frac{31}{25}}$

2) Si sen$\alpha = \frac{3}{5}$ y α es ángulo agudo de un triángulo rectángulo, efectúe :

$$M = 1 + \cot^2\alpha$$

sen$\alpha = \frac{CO}{H}$

cot$\alpha = \frac{CA}{CO}$

RESOLUCIÓN

Dato : sen$\alpha = \frac{3}{5} = \frac{CO}{H}$

Luego : $H^2 = (CA)^2 + (CO)^2$

$5^2 = (CA)^2 + (3)^2$

$25 = (CA)^2 + 9$

$16 = (CA)^2$

$CA = 4$

Piden : $M = 1 + \left(\frac{4}{3}\right)^2 = 1 + \frac{16}{9} = \boxed{\frac{25}{9}}$

3) Siendo $\tan\alpha = 2{,}4$ y α un ángulo agudo, efectúe $P = \csc\alpha + \cot\alpha$

$\tan\alpha = \dfrac{CO}{CA}$, $\csc\alpha = \dfrac{H}{CO}$

$\cot\alpha = \dfrac{CA}{CO}$

RESOLUCIÓN

Dato : $\tan\alpha = \cancel{\dfrac{24}{10}} = \dfrac{12}{5} = \dfrac{CO}{CA}$

Luego : $H^2 = (CA)^2 + (CO)^2$

$H^2 = (5)^2 + (12)^2$

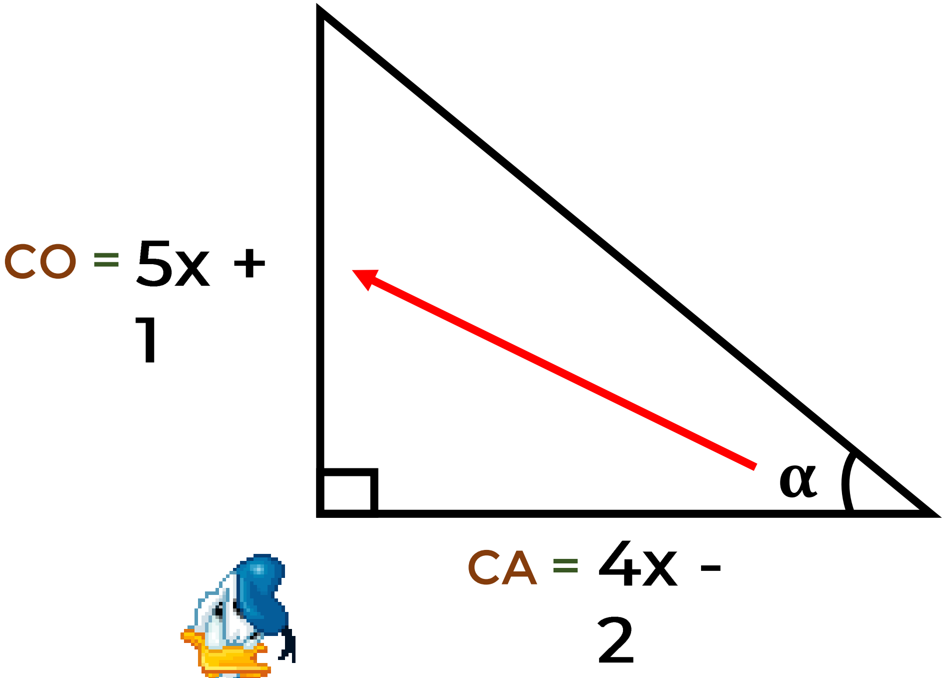
$H^2 = 25 + 144$

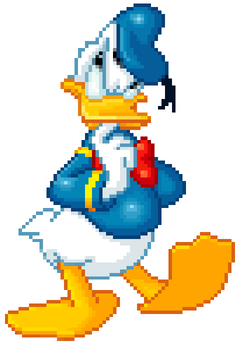
$H = \sqrt{169}$

$H = 13$

Piden : $P = \dfrac{13}{12} + \dfrac{5}{12} = \cancel{\dfrac{18}{12}} = \boxed{\dfrac{3}{2}}$

4) Del gráfico, halle el valor de x si $\tan\alpha = \frac{8}{5}$





$\tan\alpha = \frac{CO}{CA}$

RESOLUCIÓN

Se observa que :

CO = 5x + 1 CA = 4x - 2

Dato : $\tan\alpha = \frac{8}{5} = \frac{CO}{CA} = \frac{5x+1}{4x-2}$

Luego : $8(4x - 2) = 5(5x + 1)$

$32x - 16 = 25x + 5$

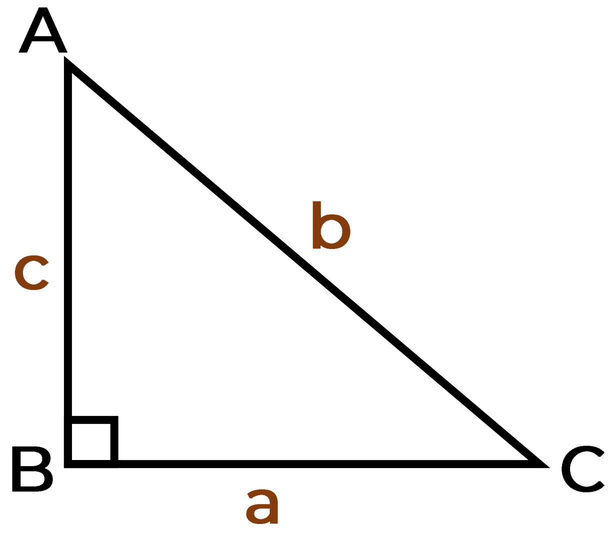
$7x = 21$

$\therefore\ x = 3$

5) En un triángulo rectángulo ABC (m∡B = 90°) , reduzca K = 2 cosC . cscA + 3 tanA . tanC

RESOLUCIÓN

Graficamos el ◺ABC :



Recordamos que :

$\cos\alpha = \dfrac{CA}{H}$ $\csc\alpha = \dfrac{H}{CO}$ $\tan\alpha = \dfrac{CO}{CA}$

Piden :

K = 2 cosC . cscA + 3 tanA . tanC

$$K = 2\left(\frac{\cancel{a}}{\cancel{b}}\right)\left(\frac{\cancel{b}}{\cancel{a}}\right) + 3\left(\frac{\cancel{a}}{\cancel{c}}\right)\left(\frac{\cancel{c}}{\cancel{a}}\right)$$

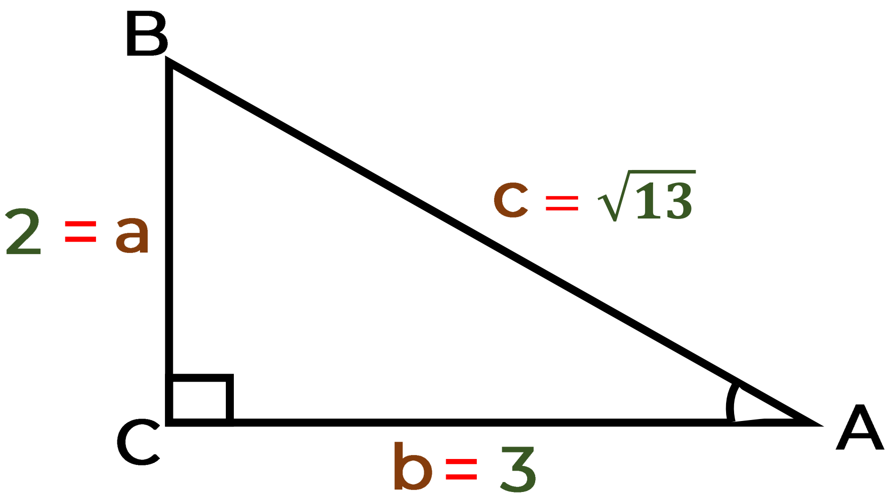
K = 2 + 3

∴ K = 5

6) En un triángulo rectángulo ABC, recto en C, sabiendo que tanA = $\frac{2}{3}$, calcule E = senB . senA

RESOLUCIÓN

Graficamos el ◺ACB :



Recordamos que :

$$\tan\alpha = \frac{CO}{CA} \qquad \text{sen}\,\alpha = \frac{CO}{H}$$

Dato : $\tan A = \frac{2}{3} = \frac{a}{b}$

Luego : $c^2 = a^2 + b^2$

$$c^2 = 2^2 + 3^2 = 4 + 9$$

$$c = \sqrt{13}$$

Piden : E = senB . senA

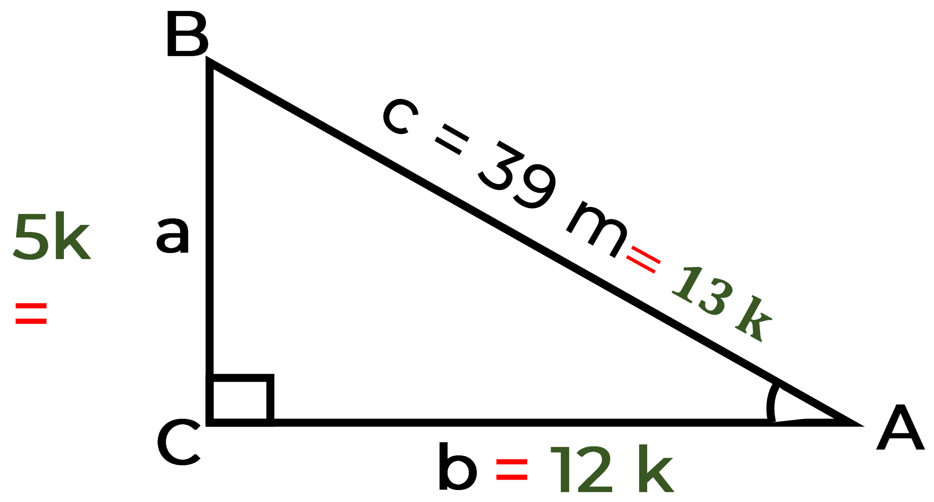
$$E = \left(\frac{3}{\sqrt{13}}\right)\left(\frac{2}{\sqrt{13}}\right)$$

$$\therefore\ E = \frac{6}{13}$$

7) En un triángulo rectángulo ABC (m ∡ C = 90°), se sabe que tanA = $\frac{5}{12}$ y la longitud de la hipotenusa es 39 m. Calcule el perímetro del triángulo ABC.

RESOLUCIÓN

Graficamos el ◺ACB :



Recordamos que : $\tan\alpha = \frac{CO}{CA}$

Dato : $\tan A = \frac{5k}{12k} = \frac{a}{b}$

Luego : $c^2 = a^2 + b^2 = (5k)^2 + (12k)^2$

$c^2 = 25k^2 + 144k^2 = 169k^2$

$c = 13k$

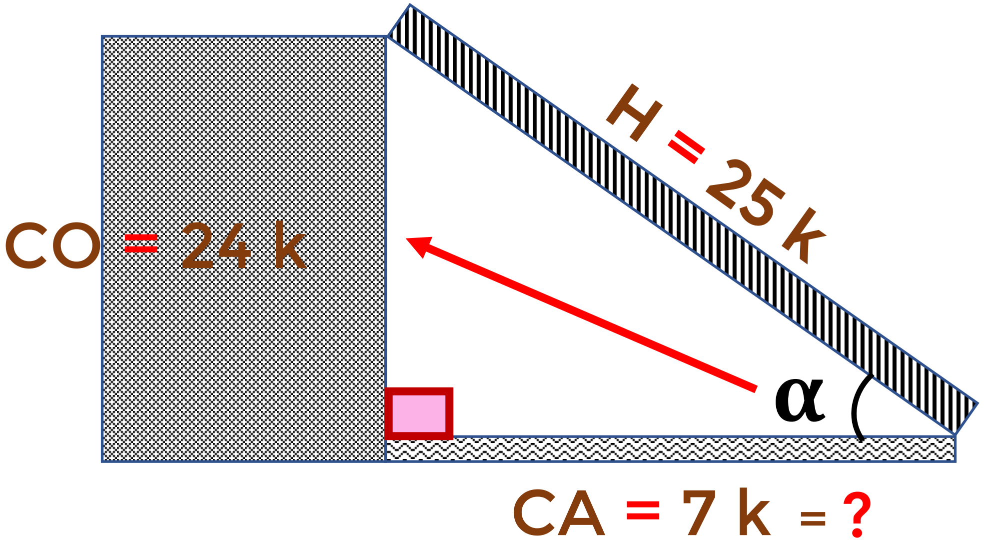
Dato : $13k = 39$ m ⇨ K = 3 m

Piden : $2p = 5k + 12k + 13k$

$2p = 30k = 30(3\text{ m})$

$\therefore\ 2p = 90$ m

8) Una escalera de 400 cm de longitud descansa sobre una pared lisa, tal como se muestra en la figura. Halle la distancia del pie de la escalera a la base de la pared. Considere $\cot\alpha = \frac{7}{24}$



RESOLUCIÓN

Recordamos que : $\cot\alpha = \frac{CA}{CO}$

Dato : $\cot\alpha = \frac{7k}{24k} = \frac{CA}{CO}$

Luego : $H^2 = CA^2 + CO^2 = (7k)^2 + (24k)^2$

$H^2 = 49k^2 + 576k^2 = 625k^2$

$H = 25k$

Dato : $25k = 400\ cm$ ⇒ $K = 16\ cm$

Piden : $CA = 7k = 7(16\ cm)$

$\therefore CA = 112\ cm$