ÁLGEBRA

CHAPTER 9

$$P(x) \equiv a_0x^n + a_1x^{n-1} + \ldots + a_{n-1}x + a_n$$

$\sum coeficientes\ P(x) = P(1)$

$P(x) \equiv 0$

$G.A(P)$

5th

of Secondary

x

TEMA:

Factorial y Número Combinatorio

SACO OLIVEROS

MOTIVATING STRATEGY

SACO OLIVEROS

La Combinatoria y el Azar

(SELECCIONE SUS NÚMEROS GANADORES)

Cuál es la probabilidad de llevarse el premio mayor en el popular juego de azar, "La Tinka"; sabiendo que para ganarlo se debe acertar 6 de los 45 números en una jugada?

$$C_6^{45} = \frac{45 \times 44 \times 43 \times 42 \times 41 \times 40}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6}$$

$$= 8145060$$

Solo una oportunidad por jugada.

$$P(A) = \frac{1}{8145060} \approx \mathbf{0{,}000001227738}$$

HELICO THEORY

F A C T O R I A L

DEFINICIÓN

$$\boxed{n! = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots n} \qquad n \in \mathbb{N}$$

EJEMPLOS

$$1! = 1$$

$$3! = 1 \times 2 \times 3 = 6$$

$$5! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$$

CASO ESPECIAL: $0! = 1$

RECUERDE:

$$Si: a! = b! \rightarrow a = b$$

FACTORIAL

TEOREMAS

1) $n! = n(n-1)!$ $\qquad 10! = 10 \times 9!$ $\qquad 10! = 10 \times 9 \times 8!$

2) $n! + (n+1)! = (n+2)(n!)$ $\qquad 10! + 11! = 12 \times 10!$

3) $n! + (n+1)! + (n+2)! = (n+2)^2(n!)$ $\qquad 10! + 11! + 12! = 12^2 \times 10!$

4) $(n+1)! - n! = n(n!)$ $\qquad 10! - 9! = 9 \times 9!$

NÚMERO COMBINATORIO

DEFINICIÓN

$$\boxed{C_k^n = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}}$$

$$\{n;k\} \subset \mathbb{N} \wedge n \geq k$$

EJEMPLOS

$$C_3^7 = \frac{7!}{3! \times 4!} = 35$$

Método práctico

$$C_3^7 = \frac{7 \times 6 \times 5}{1 \times 2 \times 3} = 35$$

NÚMERO COMBINATORIO

TEOREMAS

1) $C_k^n = C_{n-k}^n$ $\qquad$ $C_5^8 = C_3^8$

2) $C_k^n + C_{k+1}^n = C_{k+1}^{n+1}$ $\qquad$ $C_5^8 + C_6^8 = C_6^9$

3) $Si\colon\ C_a^n = C_b^n \rightarrow\ a = b \vee a + b = n$

$C_5^8 = C_x^8 \Rightarrow x = 5 \vee 5 + x = 8$

$x = 3$

HELICO PRACTICE

SACO OLIVEROS

1) Halle el valor de 'm' si:

$$\frac{(m+2)!}{m!} = 30$$

Resolución

$$\frac{(m+2)(m+1)\cancel{m!}}{\cancel{m!}} = 30$$

$$(m+2)(m+1) = 30$$

$$(m+2)(m+1) = 6 \times 5$$

$$\boxed{\therefore\ m = 4}$$

2) **Reduzca**

$$P=\sqrt[5]{\left(\frac{14!+15!+16!}{14!+15!}\right)\left(\frac{44!+43!}{45!}\right)\left(\frac{89!}{88!+87!}\right)}$$

Resolución

$$P=\sqrt[5]{\left(\frac{16^2\times \cancel{14!}}{16\times \cancel{14!}}\right)\left(\frac{\cancel{45}\times \cancel{43!}}{\cancel{45}\times 44\times \cancel{43!}}\right)\left(\frac{\cancel{89}\times 88\times \cancel{87!}}{\cancel{89}\times \cancel{87!}}\right)}$$

$$P=\sqrt[5]{(16)\left(\frac{1}{\cancel{44}}\right)\left(\frac{\overset{2}{\cancel{88}}}{1}\right)}\quad\Rightarrow\quad P=\sqrt[5]{32}$$

$$\boxed{\therefore P=2}$$

3) Sabiendo que

$$M=\left(\frac{7!+8!}{9!}\right)^{-1} \qquad N=\left[\frac{4!+5!+6!}{(2!)(3!)(4!)}\right]^2$$

Efectúe

$$T=\sqrt[N]{M^3}$$

Resolución

$$M=\left(\frac{\cancel{9}\times\cancel{7!}}{\cancel{9}\times 8\times\cancel{7!}}\right)^{-1}$$

$$M=8$$

$$N=\left(\frac{\cancel{6}^{2}\times\cancel{4!}}{2\times\cancel{6}\times\cancel{4!}}\right)^2$$

$$N=9$$

$$T=\sqrt[9]{8^3}$$

$$=\sqrt[9]{(2^3)^3}$$

$$\boxed{\therefore T=2}$$

4) Luego de hallar el valor de 'n'. Calcule $(n+3)^4$

$$\frac{(n+3)!\,(n+5)!}{(n+3)!+(n+4)!}=720$$

Resolución

$$\frac{(n+3)!\,(n+5)!}{(n+3)!+(n+4)!}=720$$

$$\frac{\cancel{(n+3)!}\,\cancel{(n+5)}(n+4)!}{\cancel{(n+5)}\cancel{(n+3)!}}=720$$

$$(n+4)!=720$$

$$(n+4)!=6!$$

$$n+4=6 \Rightarrow n=2$$

$$\therefore (n+3)^4=625$$

5) Calcule el valor de 'x'.

$$\frac{C_3^{2x}}{C_2^{x}} = \frac{44}{3}$$

Resolución

Aplicando método práctico

$$\frac{\dfrac{(2\cancel{x})(2x-1)(2x-2)}{\cancel{1\times 2\times 3}}}{\dfrac{\cancel{(x)}(x-1)}{\cancel{1\times 2}}} = \frac{44}{\cancel{3}}$$

$$\frac{\cancel{(2)}(2x-1)\cancel{2}\cancel{(x-1)}}{\cancel{(x-1)}} = \overset{11}{\cancel{44}}$$

$$2x-1=11$$

$$\boxed{\therefore x = 6}$$

6) El número de hijos que tiene María esta dado luego de simplificar

$$\frac{C_8^{21}+C_{13}^{21}}{C_5^{18}+C_{12}^{18}+C_{12}^{19}+C_8^{20}}$$

¿Cuántos hijos tiene María?

Resolución

$$\frac{C_8^{21}+C_8^{21}}{\underline{C_5^{18}}+\underline{C_6^{18}}+C_7^{19}+C_8^{20}}$$

$$\frac{2C_8^{21}}{\underline{C_6^{19}}+\underline{C_7^{19}}+C_8^{20}}$$

$$\frac{2C_8^{21}}{C_7^{20}+C_8^{20}}$$

$$\frac{2C_8^{21}}{C_8^{21}}=2$$

$$\therefore \#hijos=2$$

7) Determine el valor de N si:

$$N-1=C_1^5+C_2^6+C_3^7+C_4^8+C_5^9$$

Resolución

$$N=1+C_1^5+C_2^6+C_3^7+C_4^8+C_5^9$$

$$N=\underline{C_0^5}+\underline{C_1^5}+C_2^6+C_3^7+C_4^8+C_5^9$$

$$=\underline{C_1^6}+\underline{C_2^6}+C_3^7+C_4^8+C_5^9$$

$$=\underline{C_2^7}+\underline{C_3^7}+C_4^8+C_5^9$$

$$=\underline{C_3^8}+\underline{C_4^8}+C_5^9$$

$$N=C_4^9+C_5^9$$

$$N=C_5^{10}$$

$$N=\frac{10.9.8.7.6}{1.2.3.4.5}$$

$$\therefore N=252$$

8) Halle el valor de 'n/a'

$$C_{8}^{a+2} + 2C_{9}^{a+2} + C_{10}^{a+2} + C_{11}^{a+4} = C_{n-15}^{n-1}$$

Resolución

$$C_{8}^{a+2} + C_{9}^{a+2} + C_{9}^{a+2} + C_{10}^{a+2} + C_{11}^{a+4} = C_{n-15}^{n-1}$$

$$C_{9}^{a+3} + C_{10}^{a+3} + C_{11}^{a+4} = C_{n-15}^{n-1}$$

$$C_{10}^{a+4} + C_{11}^{a+4} = C_{n-15}^{n-1}$$

$$C_{11}^{a+5} = C_{n-15}^{n-1}$$

$$\Rightarrow a + 5 = n - 1 \quad \ldots (I)$$

$$11 + (n - 15) = n - 1$$

$$\vee$$

$$11 = n - 15$$

$$n = 26$$

En (I):

$$a = 20$$

$$\therefore n/a = 1{,}3$$