



TRIGONOMETRY

Chapter 7

2nd
SECONDARY

Razones trigonométricas
de ángulos notables II



SACO OLIVEROS



HELICOMOTIVACIÓN

CUATRO SÍMBOLOS FAMILIARES ESCRITOS EN ESTILO ANTIGUO

Desde la primitiva Babilonia los matemáticos han ahorrado tiempo y esfuerzo al sustituir las palabras por símbolos.

Entre dichas creaciones abreviadas se encuentran los breves signos $+$, $-$, \times y \div que utilizamos para indicar suma, resta, multiplicación y división.

Estos cuatro símbolos son relativamente nuevos en la historia matemática. Al lado aparecen algunas formas primitivas de representarlos.

SUMA

RESTA

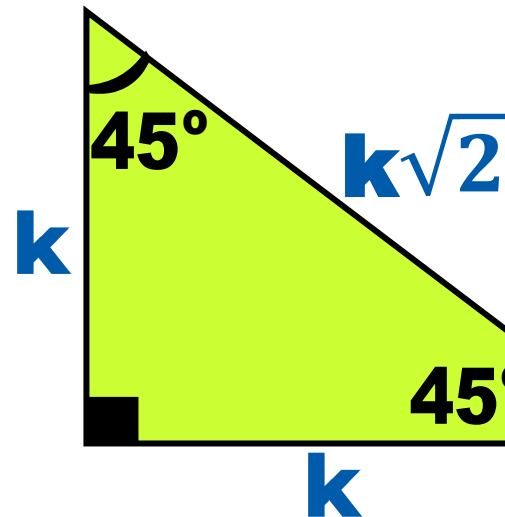
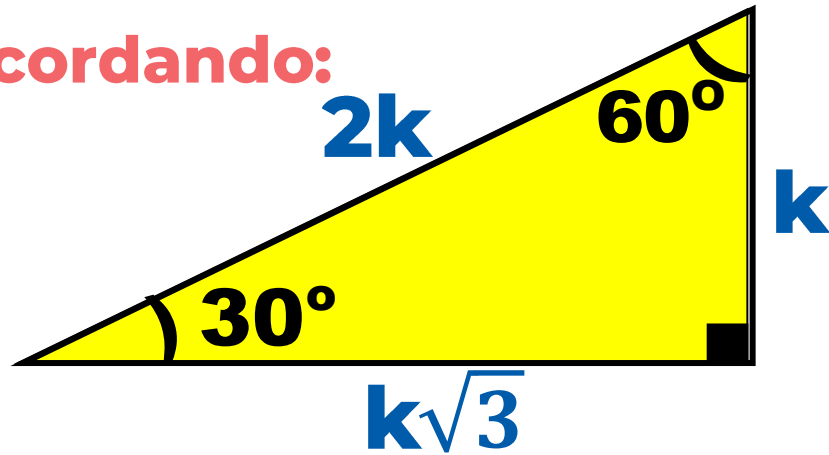
MULTIPLICACIÓN

DIVISIÓN



RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS NOTABLES DE 30° , 45° y 60°

Recordando:

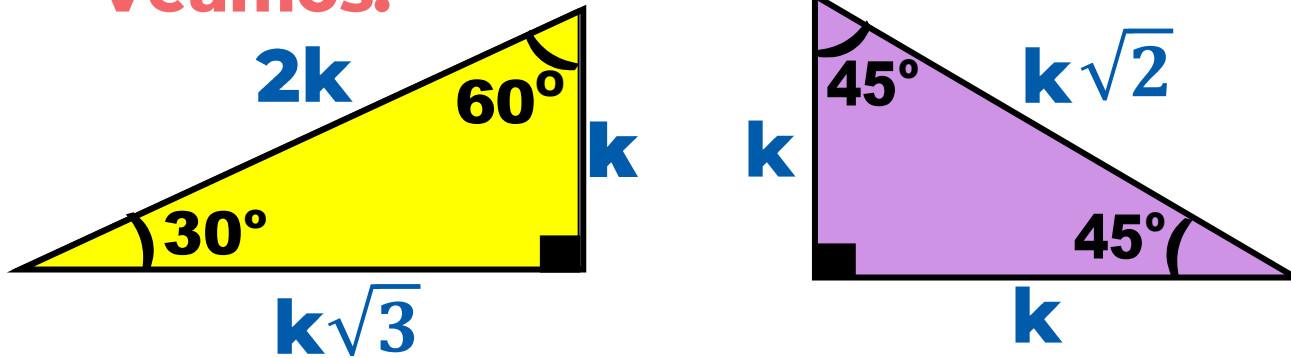


Además:

sen	cos	tan	cot	sec	csc
$\frac{\text{CO}}{\text{H}}$	$\frac{\text{CA}}{\text{H}}$	$\frac{\text{CO}}{\text{CA}}$	$\frac{\text{CA}}{\text{CO}}$	$\frac{\text{H}}{\text{CA}}$	$\frac{\text{H}}{\text{CO}}$

Diagram illustrating the trigonometric ratios for notable angles, grouped by a bracket underneath the table.

Veamos:



$$\text{sen}30^\circ = \frac{\text{CO}}{\text{H}} = \frac{1\cancel{k}}{2\cancel{k}} \Rightarrow \text{sen}30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\text{cos}30^\circ = \frac{\text{CA}}{\text{H}} = \frac{\cancel{k}\sqrt{3}}{2\cancel{k}} \Rightarrow \text{cos}30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{sen}45^\circ = \frac{\text{CO}}{\text{H}} = \frac{\cancel{k}}{\sqrt{2}\cancel{k}} \Rightarrow \text{sen}45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

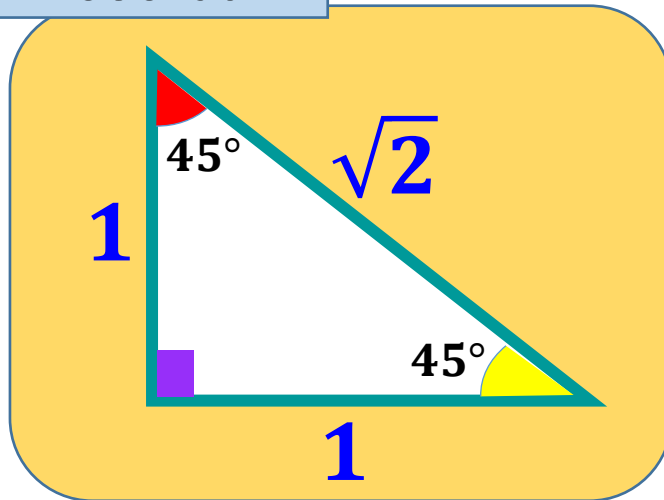
R.T. 	30°	60°	45°
sen	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
tan	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{3}$	1
cot	$\sqrt{3}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1
sec	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	2	$\sqrt{2}$
csc	2	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$



1 Efectúe:

$$A = (3 \operatorname{sen} 45^\circ + 4 \operatorname{cos} 45^\circ) \operatorname{csc} 45^\circ$$

Recordar:



RESOLUCIÓN:

Reemplazando:

$$A = \left[3 \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) + 4 \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) \right] \times (\sqrt{2})$$

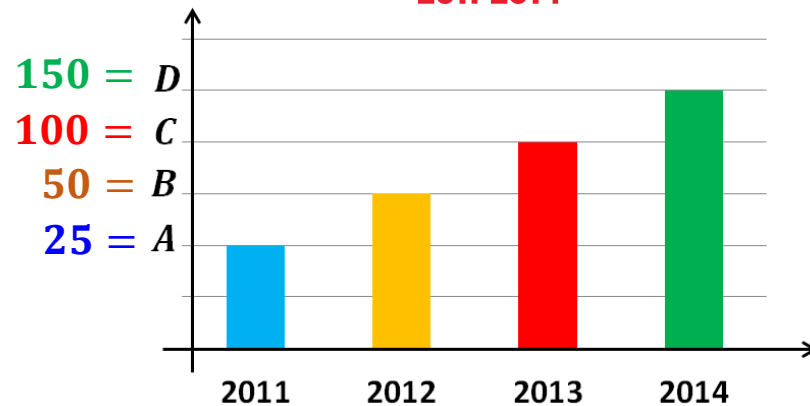
$$A = \left[\frac{7}{\cancel{\sqrt{2}}} \right] \times \cancel{(\sqrt{2})}$$

$$\therefore A = 7$$

2

El siguiente diagrama muestra información sobre la exportación de alcachofa del Perú (en soles):

Total de exportaciones anuales del Perú en millones de soles
2011-2014



a. ¿Cuál fue el valor total, en millones de soles, de las exportaciones de Perú en los años 2011, 2012, 2013 y 2014?

El valor total de las exportaciones es de 325 millones de soles.

b. ¿Cuál es el incremento en millones de soles de las exportaciones entre los años 2012 al 2014?

El incremento de las exportaciones es de 100 millones de soles.

RESOLUCIÓN:



donde:

$$A = 25 \cot 45^\circ = 25 \times (1) = 25$$

$$B = 25 \csc 30^\circ = 25 \times (2) = 50$$

$$C = 200 \sen^2 45^\circ = 200 \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$$

$$C = 200 \times \left(\frac{1}{2}\right) = 100$$

$$D = 50\sqrt{3} \tan 60^\circ = 50\sqrt{3} \times (\sqrt{3})$$

$$D = 50 \times 3 = 150$$

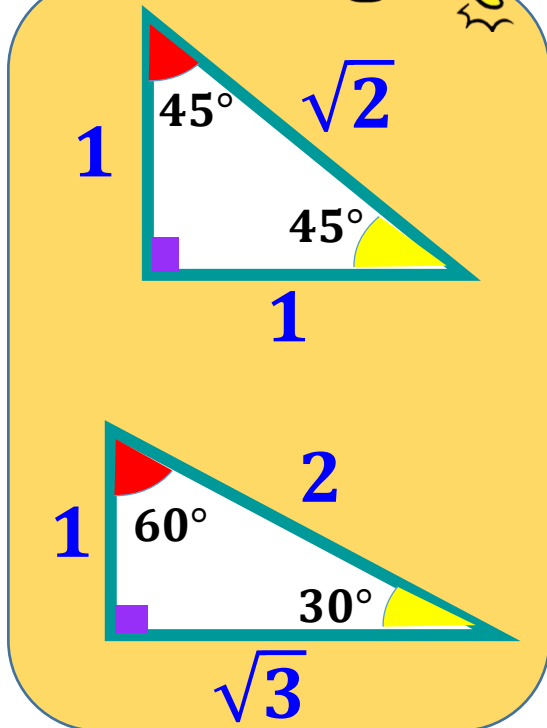


3

Halle el valor de:

$$A = (5 \tan 45^\circ)^{\sec 60^\circ} + (12\sqrt{3} \tan 60^\circ)^{\sec 30^\circ}$$

Recordar:



RESOLUCIÓN:

$$A = [5 \times (1)]^2 + [12\sqrt{3} \times (\sqrt{3})]^{\frac{1}{2}}$$

$$A = 25 + [36]^{\frac{1}{2}}$$

$$A = 25 + \sqrt{36}$$

$$A = 25 + 6$$

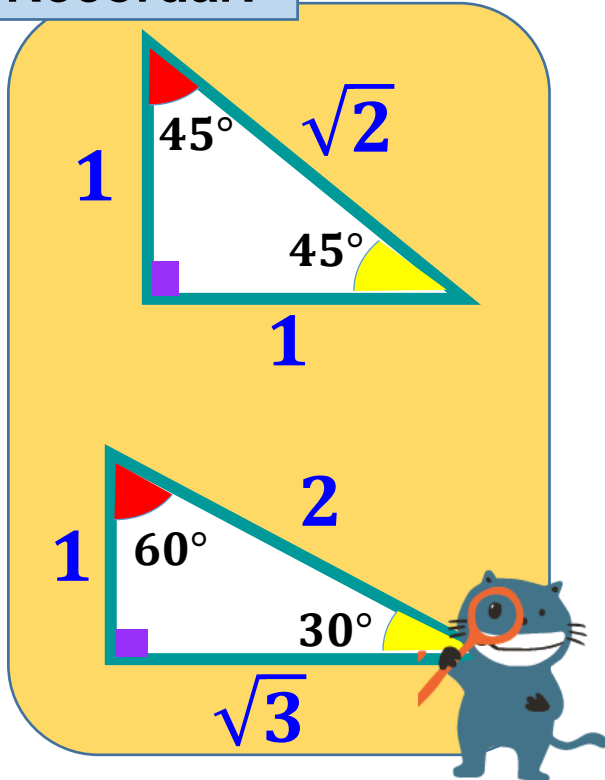
$$\therefore A = 31$$



4 Resuelva:

$$3^x = \sqrt{2} \csc 45^\circ + 2\sqrt{3} \tan 60^\circ + 2 \operatorname{sen} 30^\circ$$

Recordar:



RESOLUCIÓN:

$$3^x = \sqrt{2} \cdot (\sqrt{2}) + 2\sqrt{3} \cdot (\sqrt{3}) + \cancel{2} \cdot \left(\cancel{\frac{1}{2}}\right)$$

$$3^x = 2 + 6 + 1$$

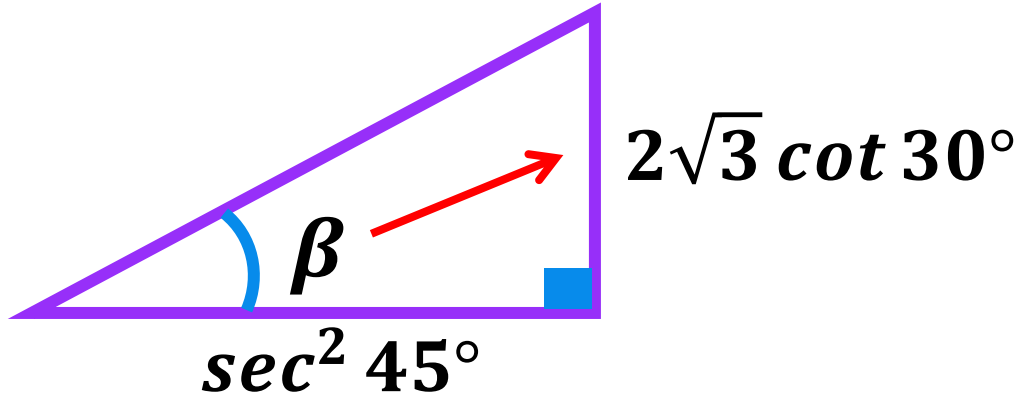
$$3^x = 9$$

$$3^x = 3^2$$

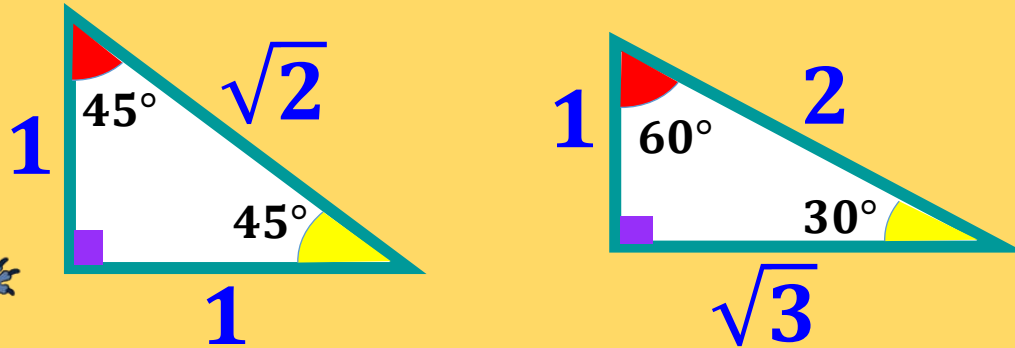
$$\therefore x = 2$$



5 Del gráfico, calcule $\tan \beta$



Recordar:



RESOLUCIÓN:

$$\tan \beta = \frac{2\sqrt{3} \cot 30^\circ}{\sec^2 45^\circ}$$

$$\tan \beta = \frac{2\sqrt{3} \times (\sqrt{3})}{(\sqrt{2})^2}$$

$$\tan \beta = \frac{6}{2}$$

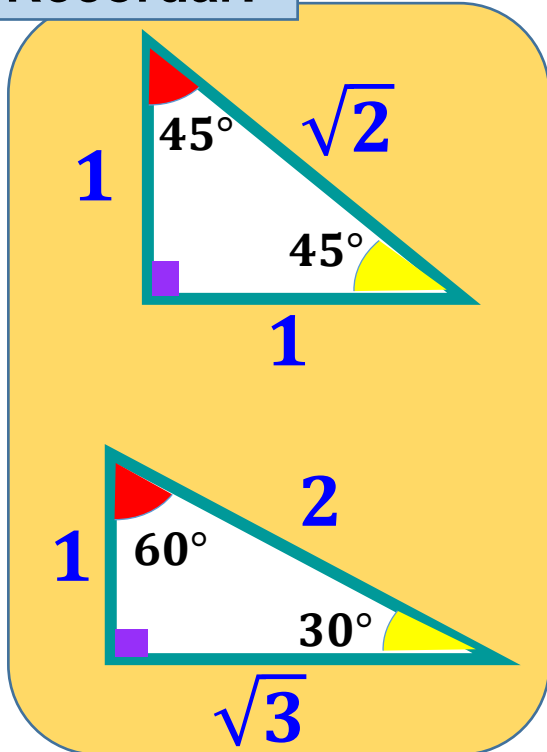
$$\therefore \tan \beta = 3$$



6 Resuelva e indique el valor de x .

$$\sec^2 60^\circ + 2x = \sqrt{2} \csc 45^\circ + x \cot^2 30^\circ$$

Recordar:



RESOLUCIÓN:

$$(2)^2 + 2x = \sqrt{2} (\sqrt{2}) + x (\sqrt{3})^2$$

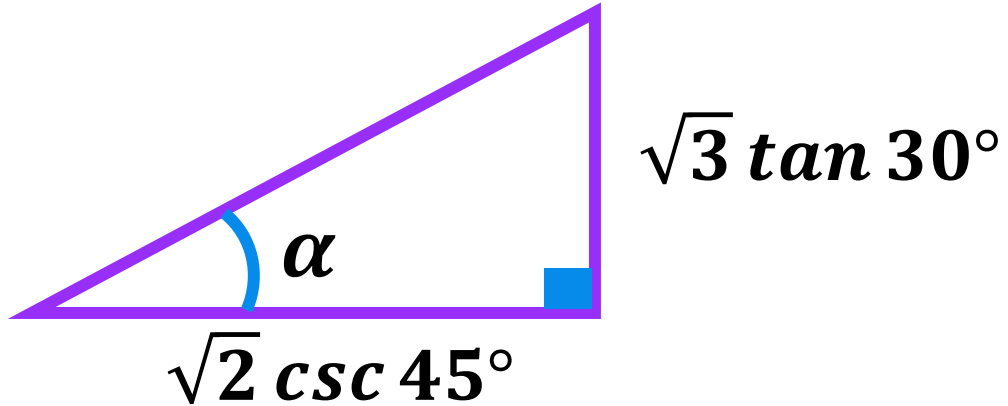
$$4 + 2x = 2 + 3x$$

$$2 = x$$

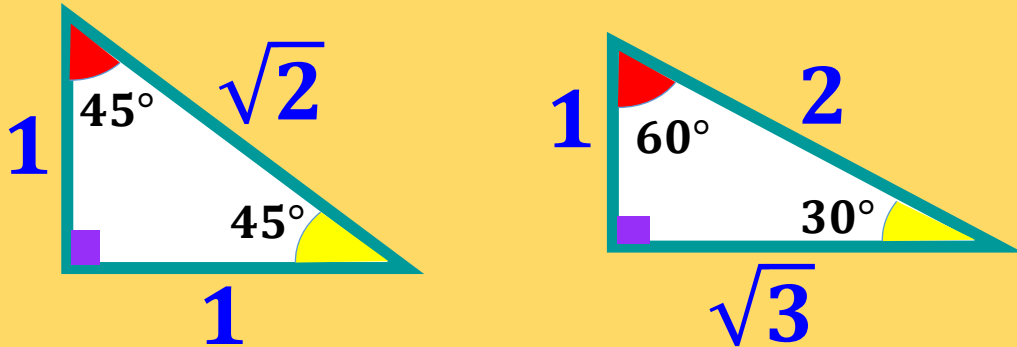
$$\therefore x = 2$$



7 Del gráfico, calcule $\text{sen}^2 \alpha$.



Recordar:

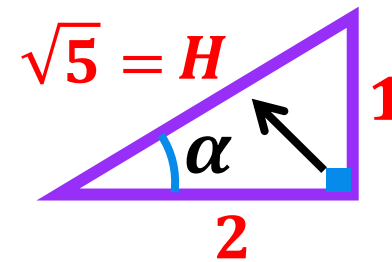


RESOLUCIÓN:

$$\sqrt{3} \tan 30^\circ = \cancel{\sqrt{3}} \times \left(\frac{1}{\cancel{\sqrt{3}}} \right) = 1$$

$$\sqrt{2} \csc 45^\circ = \sqrt{2} \times (\sqrt{2}) = 2$$

Por el Teorema de Pitágoras:



$$(H)^2 = (1)^2 + (2)^2$$

$$(H)^2 = 5 \Rightarrow H = \sqrt{5}$$

Piden:

$$\text{sen}^2 \alpha = \left(\frac{1}{\sqrt{5}} \right)^2$$

$$\therefore \text{sen}^2 \alpha = \frac{1}{5}$$

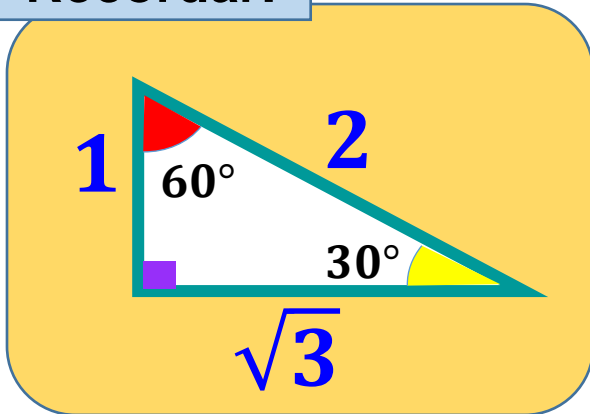


8

Halle el valor de x en la igualdad ($x > 0$).

$$\frac{8 \sec 60^\circ}{x + 1} = \frac{x - 1}{\sen 30^\circ}$$

Recordar:



$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

RESOLUCIÓN:

$$8 \sec 60^\circ \cdot \sen 30^\circ = (x - 1)(x + 1)$$

$$8 \times \cancel{2} \times \left(\frac{\cancel{1}}{\cancel{2}} \right) = x^2 - 1$$

$$8 = x^2 - 1$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \sqrt{9}$$

$$x_1 = -3$$

$$x_2 = 3$$



$$\therefore x = 3$$