



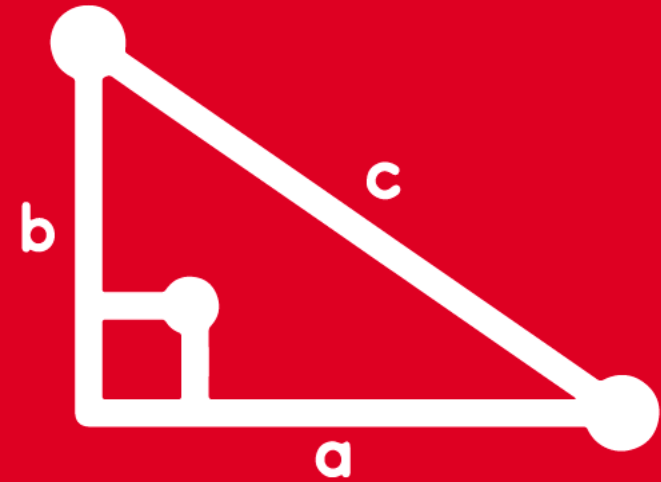
TRIGONOMETRY

Chapter 07

Session 1

4th
SECONDARY

Ángulos Verticales



 **SACO OLIVEROS**

¿QUÉ ES UN TEODOLITO?

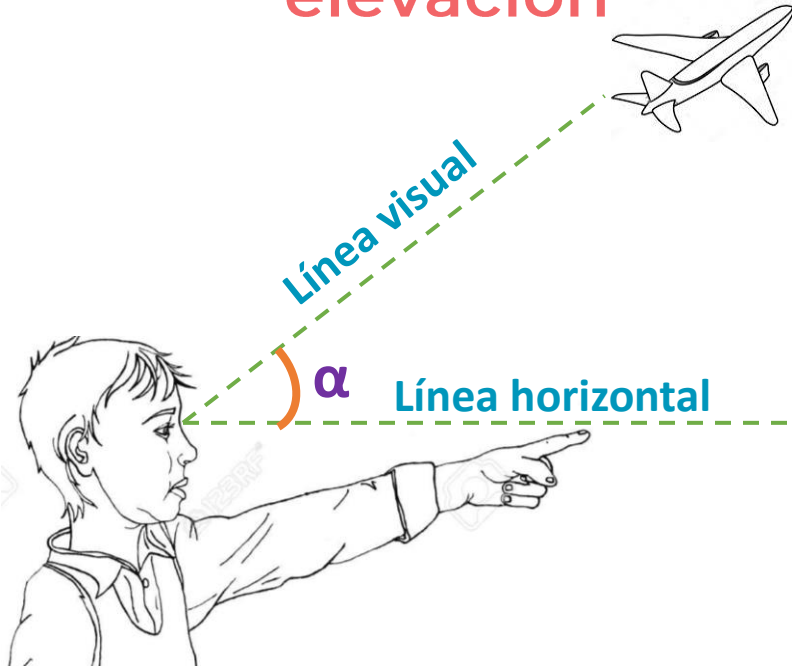
El teodolito es un **instrumento de medición** mecánico-óptico que se utiliza para **medir ángulos verticales y horizontales**, en la mayoría de los casos tiene una elevada precisión. Con otras herramientas auxiliares puede medir distancias y desniveles.

Es portátil y manual; está hecho con fines **topográficos e ingenieriles**, este instrumento es indispensable en las **construcciones de edificaciones, carreteras, puentes, etc.**

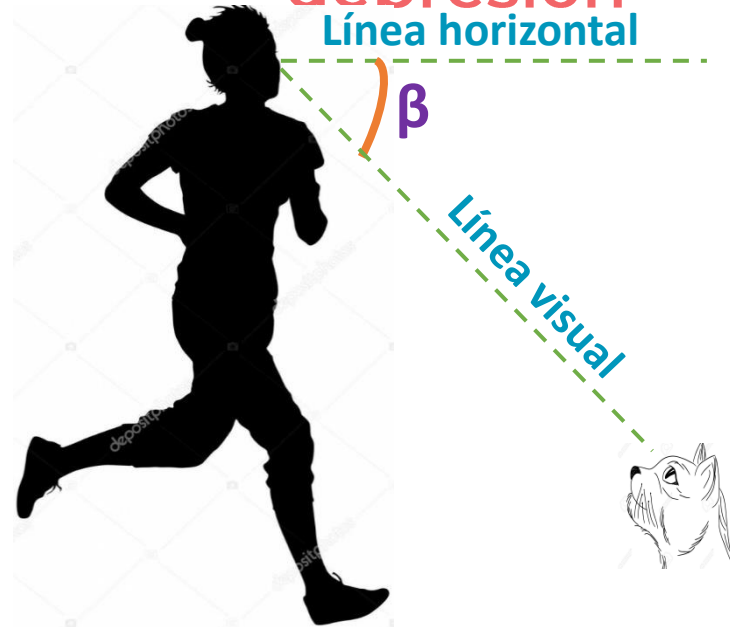


Ángulos verticales

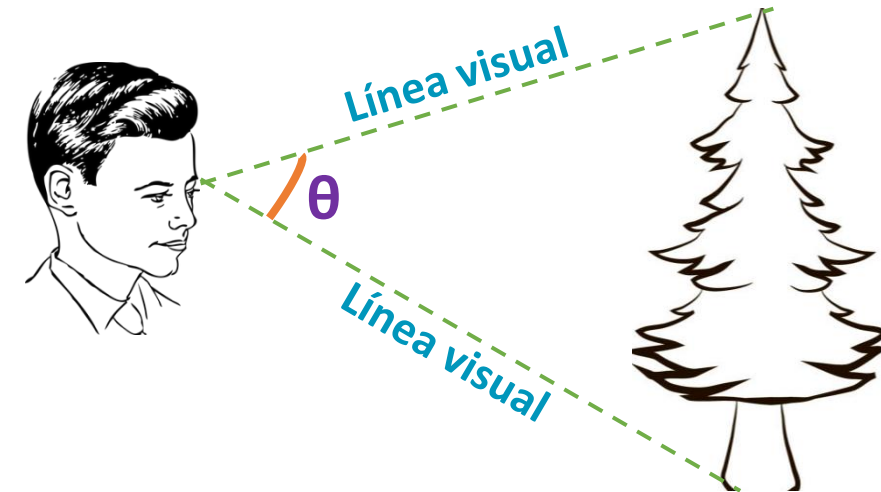
1. Ángulo de elevación



2. Ángulo de depresión



3. Ángulo de observación

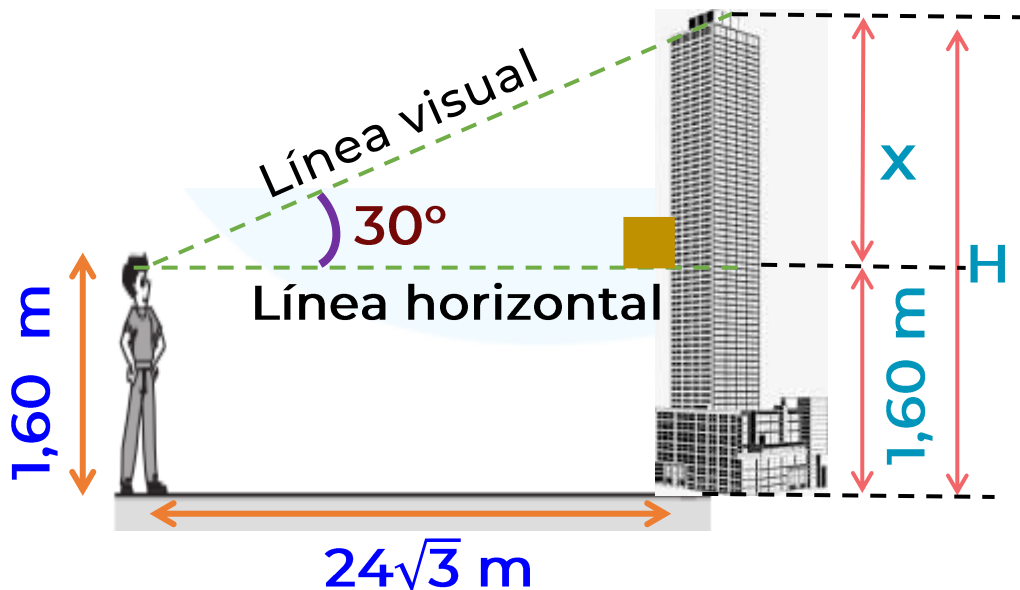


PROBLEMA 1

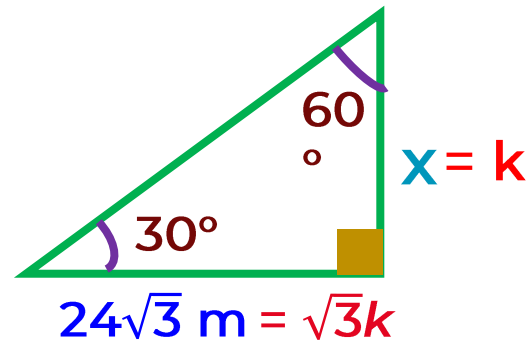
Una persona que mide 1,60 m de estatura divide la parte más alta de un edificio con un ángulo de elevación de 30° . Si la persona se encuentra a $24\sqrt{3}\text{m}$ de su base ¿Cuál es la altura del edificio?

Resolución:

1. Con los datos, graficamos:



2. Determinamos “x” :



$$\Rightarrow \cancel{\sqrt{3}k} = \cancel{24\sqrt{3}}\text{m}$$

$$k = 24\text{m}$$

$$x = 24\text{m}$$

3. Calculando “H”

:

$$H = 1,60 + x$$

$$H = 1,60 + 24$$

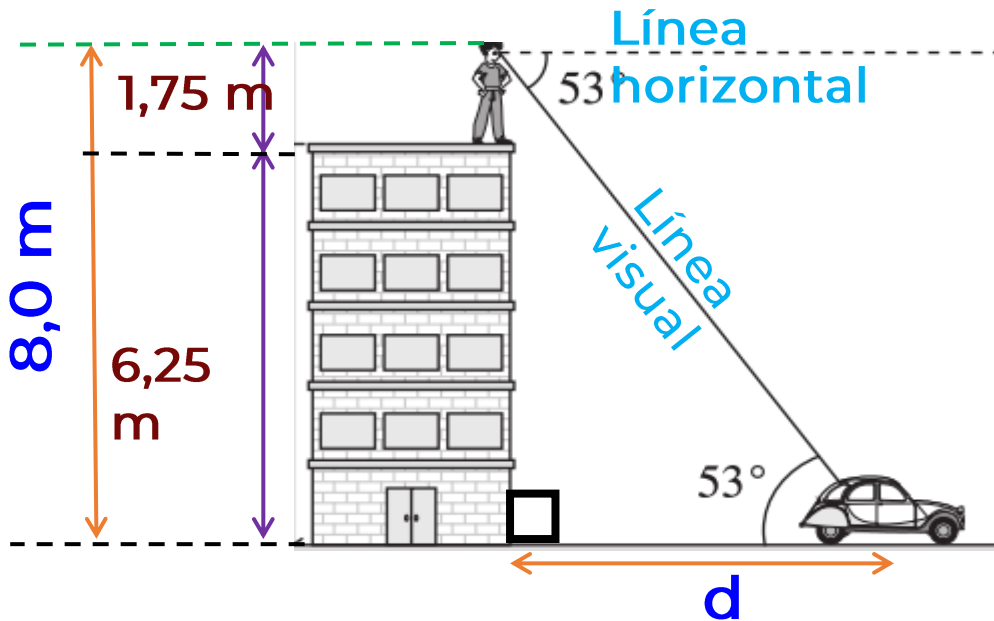
$$\therefore H = 25,60\text{m}$$

PROBLEMA

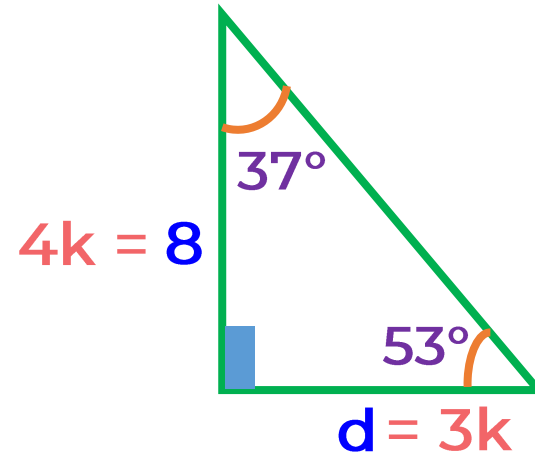
Una persona que mide 1,75 m de estatura se encuentra parada en el techo de su casa cuya altura es de 6,25 m. Si la persona observa un auto estacionado con un ángulo de depresión de 53° , ¿a qué distancia de la casa se encuentra el auto estacionado?

Resolución:

1. Con los datos, graficamos:



2. En el gráfico:



$$\Rightarrow 4k = 8$$

$$k = 2$$

3. Calculando "d":

$$d = 3k = 3(2)$$

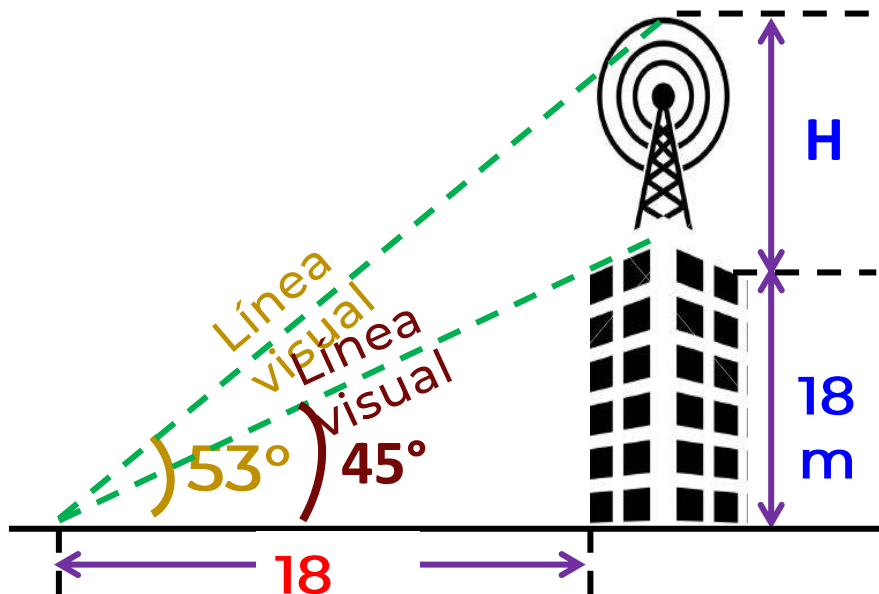
$$\therefore d = 6 \text{ m}$$

PROBLEMA 3

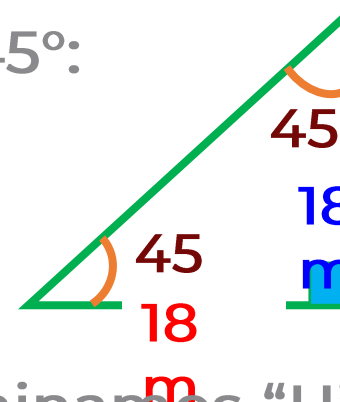
Una antena de TV se encuentra situada en lo alto de un edificio de 18 m de altura. Si un hombre observa con un ángulo de elevación de 53° lo alto de la antena y con un ángulo de elevación de 45° lo alto del edificio, ¿cuál es la altura de la antena?

Resolución:

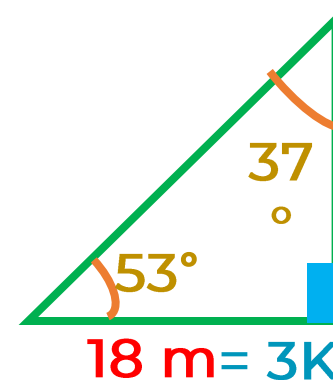
1. Con los datos, graficamos:



2. Del $\triangle 45^\circ$:



3. Determinamos "H"



$$18 \text{ m} = 3k \quad k = 6 \text{ m}$$

$$H + 18 \text{ m} = 4k$$

$$H + 18 \text{ m} = 4(6 \text{ m})$$

$$H + 18 \text{ m} = 24 \text{ m}$$

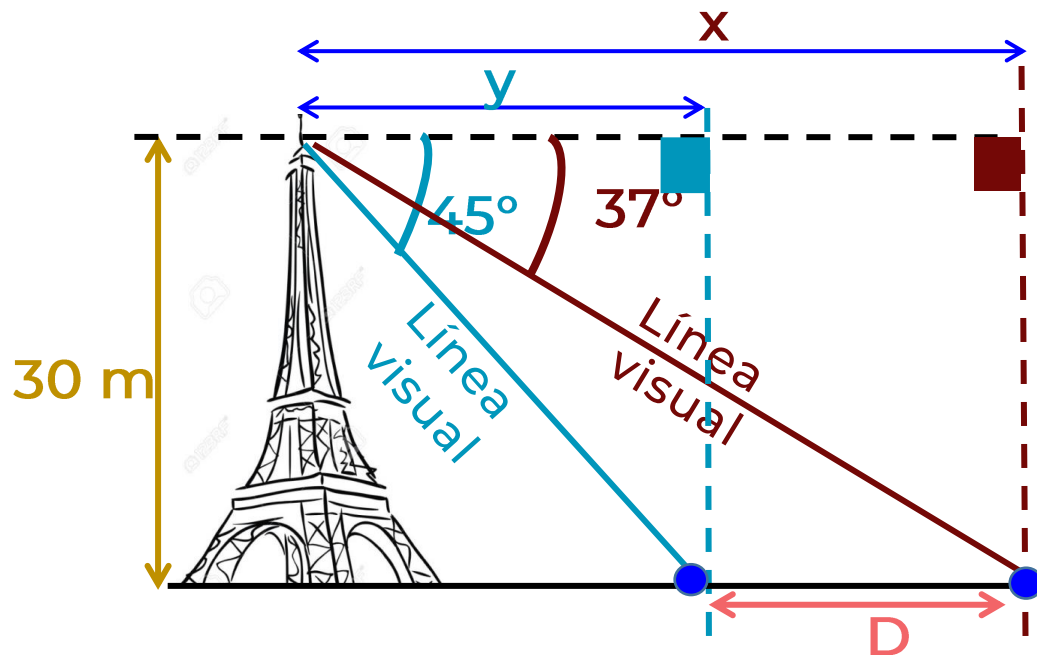
$$\therefore H = 6 \text{ m}$$

PROBLEMA

Desde lo alto de una torre de 30 m de altura se divisan dos objetivos en la tierra con un ángulo de depresión de 45° y 37° . Si los objetivos están en un mismo lado de la torre, ¿qué distancia los separa?

Resolución:

1. Con los datos, graficamos:



2. Determinamos "x":

$$\begin{aligned}
 & \text{From the diagram: } x = 4k, \quad 30 \text{ m} = 3k \\
 & \Rightarrow 30 \text{ m} = 3k \Rightarrow k = 10 \text{ m} \\
 & \Rightarrow x = 4k \Rightarrow x = 4(10 \text{ m}) \\
 & \Rightarrow x = 40 \text{ m}
 \end{aligned}$$

3. Determinamos "y":

$$\begin{aligned}
 & \text{From the diagram: } y = k, \quad 30 \text{ m} = k \\
 & \Rightarrow y = 30 \text{ m}
 \end{aligned}$$

4. Piden: $D = x - y$

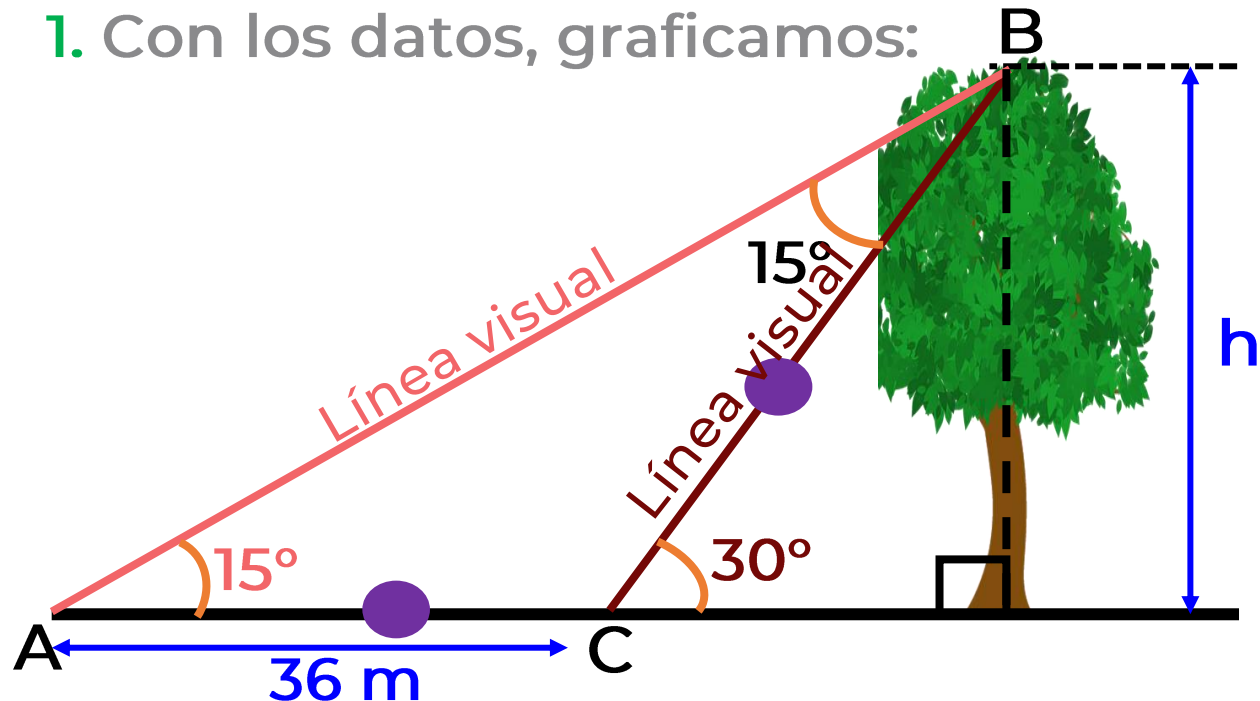
$$\begin{aligned}
 D &= 40 - 30 \\
 \therefore D &= 10 \text{ m}
 \end{aligned}$$

PROBLEMA

Una persona situada en la orilla del río observa un árbol plantado sobre la rivera opuesta bajo un ángulo de elevación de 30° . Si la persona se aleja 36 m y su nuevo ángulo de elevación es de 15° , ¿cuál es la altura del árbol?

Resolución:

1. Con los datos, graficamos:

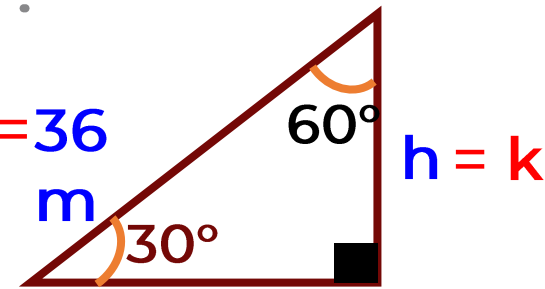


2. Observamos que $\triangle ABC$ es isósceles:

$$\rightarrow AC = CB = 36 \text{ m}$$

3. Determinamos "h":

$$2k = 36 \text{ m}$$



$$\rightarrow 2k = 36$$

$$K = 18 \text{ m}$$

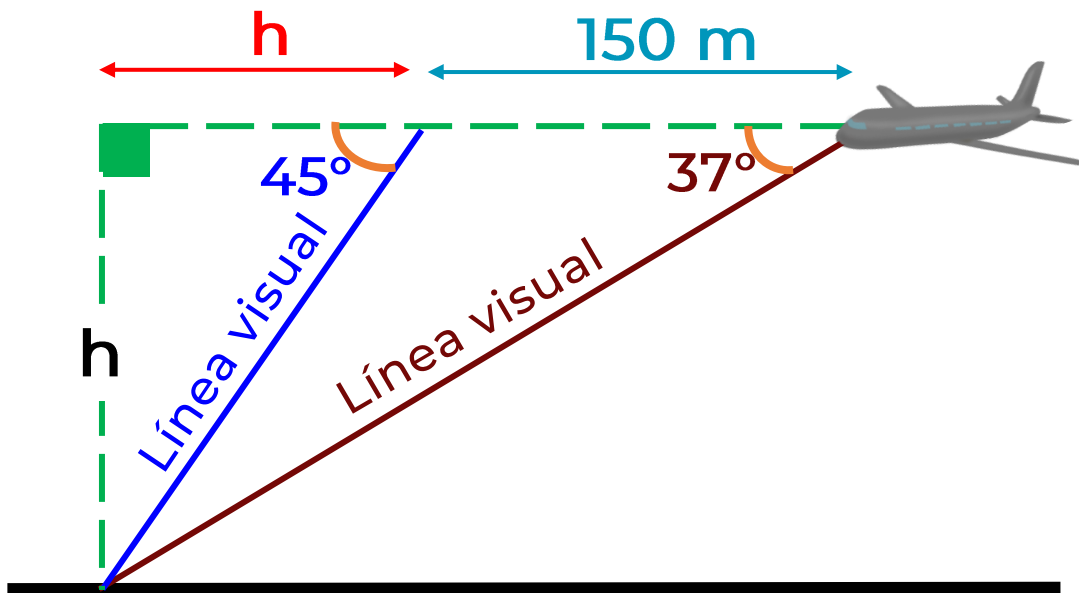
$$\therefore h = 18 \text{ m}$$

PROBLEMA

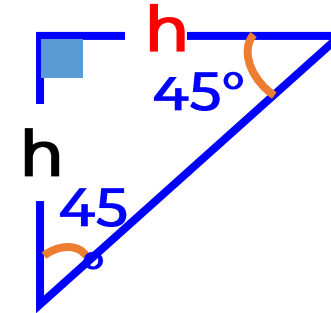
El piloto de un avión observa la pista de aterrizaje del aeropuerto de Iquitos con un ángulo de depresión de 37° y avanza 150 m y el nuevo ángulo con que observa la pista es de 45° . ¿A qué altura se encuentra volando el avión?

Resolución

1. Con los datos, graficamos:



2. Observamos en el $\triangle 45^\circ$:



3. Determinamos "h" $\tan 37^\circ = \frac{h}{h + 150}$

$$\Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{h}{h + 150}$$

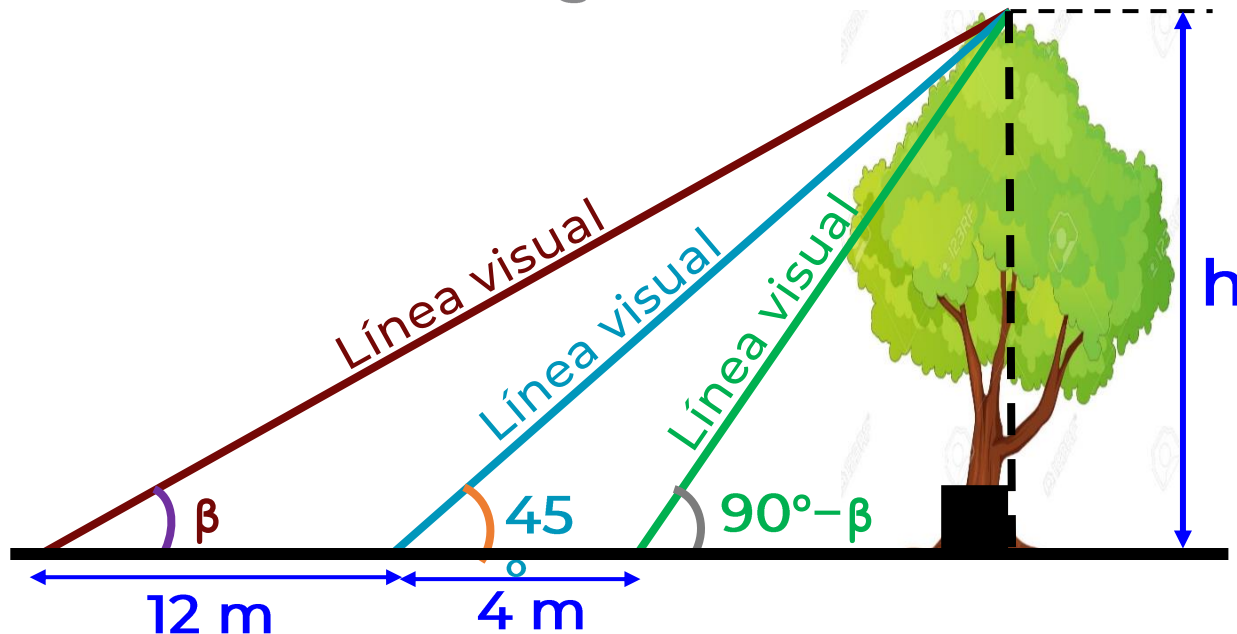
$$\therefore h = 450 \text{ m}$$

PROBLEMA 7

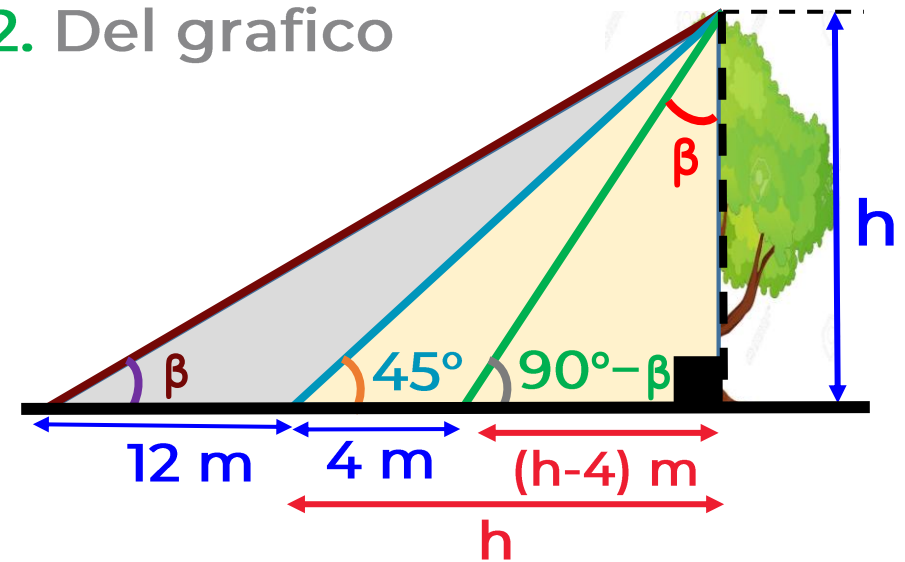
Desde el jardín de su casa, un niño observa la parte superior de un árbol con un ángulo de elevación β . Si el niño camina 12 m hacia el árbol, el nuevo ángulo de elevación es de 45° y acercándose 4 m más, el ángulo de elevación es el complemento de β . Calcule la altura del árbol.

Resolución:

1. Con los datos, graficamos:



2. Del grafico



$$\tan \beta = \frac{h}{12 + h} = \frac{h - 4}{h} \Rightarrow h^2 = (12 + h)(h - 4)$$

$$\Rightarrow h^2 = 12h - 48 + h^2 - 4h$$

$$\therefore h = 6 \text{ m}$$

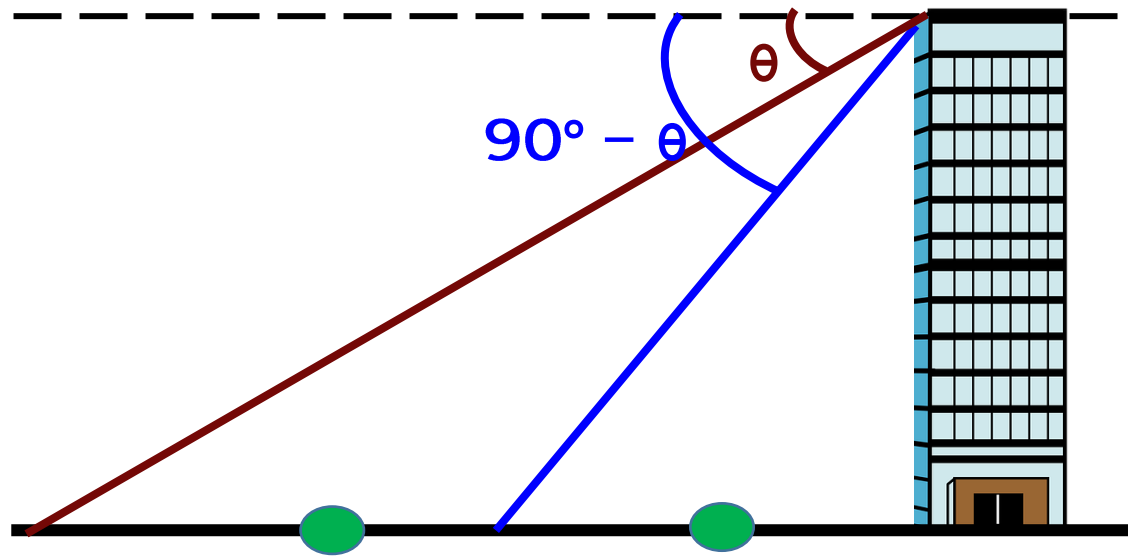
PROBLEMA 8

Desde lo alto de un edificio se observa un punto en la tierra con un ángulo de depresión θ y a otro punto ubicado a la mitad entre el primer punto y el edificio con un ángulo de depresión de $90^\circ - \theta$.

Calcule $\cot^2 \theta$.

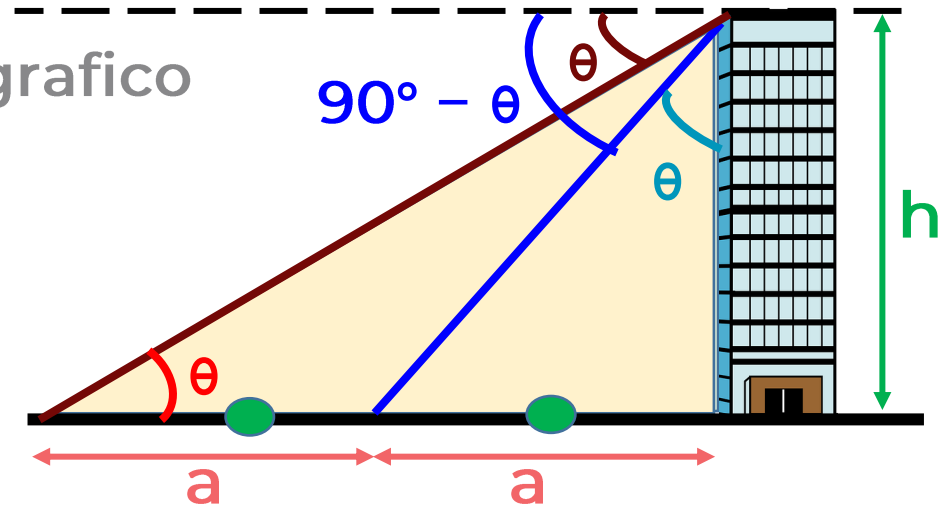
Resolución:

1. Con los datos, graficamos:



2. Del grafico

:



$$\tan \theta = \frac{h}{2a} = \frac{a}{h}$$

$$h^2 = 2a^2$$

$$\Rightarrow \cot^2 \theta = \left(\frac{h}{a} \right)^2 = \frac{h^2}{a^2} = \frac{2a^2}{a^2}$$

$$\therefore \cot^2 \theta = 2$$