

ALGEBRA

Chapter 3

2th

Session II

ECUACIONES EXPONENCIALES



HELICO MOTIVATING



¿Qué son las ecuaciones trascendentales?

Las ecuaciones trascendentales son aquellas ecuaciones donde no participa las expresiones algebraicas, las ecuaciones de este tipo más conocidas son :

❑ Exponenciales:

Ejemplos:

$$3^{x+1} - 3^{x-1} = 24$$

❑

Trigonométricas:

Ejemplos:

$$\operatorname{sen} x - \cos x = \frac{1}{2}$$

❑ Logarítmicas:

Ejemplos:

$$\log x + \log 2x = 1$$

HELICO PRACTICE

CHAPTER 3

1. Calcula el valor de x, si

$$7^{16^{x-1}} = 7^{8^{x+2}}$$

RESOLUCIÓN

$$7^{16^{x-1}} = 7^{8^{x+2}}$$

$$16^{x-1} = 8^{x+2}$$

$$(2^4)^{x-1} = (2^3)^{x+2}$$

$$2^{4x-4} = 2^{3x+6}$$

$$4x - 4 = 3x + 6$$

$$\rightarrow \boxed{x = 10}$$

RECORDEMOS

$$a^x = a^y \rightarrow x = y$$

$$\forall a \in \mathbb{R} - \{-1; 0; 1\}$$

2. Obtenga el valor de x.

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{x + \frac{1}{3}} = \frac{1}{125}$$

RESOLUCIÓN

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{x + \frac{1}{3}} = \frac{1}{125}$$

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{x + \frac{1}{3}} = \left(\frac{1}{5}\right)^3$$

$$x + \frac{1}{3} = 3 \rightarrow x = \frac{8}{3}$$

RECORDEMOS

$$\checkmark \frac{1}{125} = \left(\frac{1}{5}\right)^3$$

$$a^x = a^y \rightarrow x = y$$

$$\forall a \in \mathbb{R} - \{-1; 0; 1\}$$

3. Calcula el valor de x, si

$$3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3} = 351$$

RESOLUCIÓN

$$3^x \cdot 3^1 + 3^x \cdot 3^2 + 3^x \cdot 3^3 = 351$$

$$3^x (3^1 + 3^2 + 3^3) = 351$$

$$3^x (39) = 351$$

$$\cancel{3}^x = \cancel{3}^2$$

$$x = 2$$

RECORDEMOS

$$x^n + m = x^n \cdot x^m$$

$$a^x = a^y \rightarrow x = y$$

$$\forall a \in \mathbb{R} - \{-1; 0; 1\}$$

4. Halle el valor de x en

$$8^{4^{5x}} = 16^{3^{5x}}$$

RESOLUCIÓN

$$(2^3)^{4^{5x}} = (2^4)^{3^{5x}}$$

$$2^{3 \cdot 4^{5x}} = 2^{4 \cdot 3^{5x}}$$

$$3 \cdot 4^{5x} = 4 \cdot 3^{5x}$$

$$\frac{4^{5x}}{4} = \frac{3^{5x}}{3} \rightarrow 4^{5x-1} = 3^{5x-1}$$

$$5x - 1 = 0$$

RECORDEMOS

$$a^x = a^y \rightarrow x = y$$

$$\forall a \in \mathbb{R} - \{-1; 0; 1\}$$

Si $A \neq B$

$$A^x = B^y \rightarrow x = 0$$

$$y = 0$$

$$x = \frac{1}{5}$$

5. Determine el valor de x en

$$x^{x^{x^{x^3}}} = 3$$

RESOLUCIÓN

$$x^{x^{x^{x^{\textcircled{3}}}}} = \textcircled{3}$$

$$\rightarrow x = \sqrt[3]{3}$$

RECORDEMOS

$$x^{x^{x \dots x^n}} = n \Rightarrow x = \sqrt[n]{n}$$

6. Resuelva e indique el valor de x.

$$x^x = \frac{1}{\sqrt[3]{3}}$$

RESOLUCIÓN

$$x^x = \frac{1}{\sqrt[3]{3}} \rightarrow x^x = \sqrt[3]{\frac{1}{3}}$$

$$\rightarrow x^x = \frac{1}{3}^{\frac{1}{3}}$$

$$x = \frac{1}{3}$$

RECORDEMOS

$$\frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} = \sqrt[n]{\frac{x}{y}}, y \neq 0$$

$$(\sqrt[n]{a})^m = a^{\frac{m}{n}}; m, n \in \mathbb{Z}; n \geq 2$$

$$a^a = b^b \rightarrow a = b$$

7. Determine el valor de x en

$$x^{x^6} = \sqrt[3]{2}$$

RECORDEMOS

$$(a^n)^m = (a^m)^n$$

$$a^a = b^b \rightarrow a = b$$

RESOLUCIÓN

Elevamos a la sexta

$$(x^{x^6})^6 = (\sqrt[3]{2})^6$$

$$(x^6)^{x^6} = (2^{\frac{1}{3}})^6$$

$$(x^6)^{x^6} = (2)^2$$

$$\rightarrow x^6 = 2$$

$$x = \sqrt[6]{2}$$

8. Luego de hallar el valor de x de $27^{27^{x+1}} = 3^{9^8}$ indique el número de alumnos enfermos por sarampión en el aula de 2.ºA. (x denota el número de alumnos enfermos de sarampión)

RESOLUCIÓN

$$(3^3)^{27^{x+1}} = 3^{9^8}$$

$$3^{3 \cdot 27^{x+1}} = 3^{9^8}$$

$$3 \cdot 3^{3x+3} = (3^2)^8 \rightarrow 3^{3x+4} = 3^{16}$$

$$\rightarrow 3x + 4 = 16$$

$$x = 4$$

El número de enfermos es 4 **alumnos**