ALGEBRA

Chapter 19

4th

VALOR ABSOLUTO

SACO OLIVEROS

HELICO

MOTIVATING

SACO OLIVEROS

SABIAS QUE

En matemáticas el valor absoluto de un numero es su valor, pero sin tener en cuenta su signo, así sea positivo o negativo, es decir el valor absoluto de -5 y 5 es 5; El valor absoluto está relacionado con las nociones de magnitud, distancia y norma en diferentes contextos matemáticos desde cuaterniones, hasta anillos vectoriales.

Podemos aplicar el valor absoluto en muchas situaciones de la vida cotidiana, un ejemplo simple, son las distancias, si estas parado en un lugar y caminas cierta cantidad de metros, dices camine, "15 pasos" pero si retrocedes no vas a decir camine -15 pasos, pues independiente del sentido, la distancia sigue siendo absoluta...

Por ultimo, en este ejemplo, tambien utilizamos el valor absoluto, y es una situación que utilizamos cotidianamente:

El termómetro indica la temperatura en grados. Cuando la temperatura se encuentra por encima de 0, se indica con números positivos. Y cuando la temperatura se encuentra por debajo de 0, se indica con números negativos.

Otro ejemplo común, en donde utilizamos el valor absoluto, es en las altitudes pues para medir la altitud, el 0 es considerado como el nivel del mar. Aquellos niveles que se encuentran por encima de 0 se pueden expresar por números positivos, y aquellos niveles por debajo del nivel del mar (0) se pueden expresar por números negativos.

Otro ejemplo simple, donde requerimos del valor absoluto en nuestras vidas, es cuando tomamos el ascensor, al subir, decimos "subi 3 pisos" sin embargo , si bajamos no vamos a decir, "baje -3 pisos, únicamente decimos "baje tres pisos", tambien es posible, que utilicemos los números negativos para representar los pisos debajo de cero (parqueaderos, sótano, etc.) pero aplicamos la misma regla del valor absoluto.

HELICO THEORY

CHAPTHE

R 19

VALOR ABSOLUTO

DEFINICIÓN

El valor absoluto denotado por | x |, es un número no negativo definido por:

$$|x| = \begin{cases} x;\ \text{si} \quad x > 0 \\ 0;\ \text{si} \quad x = 0 \\ -x;\ \text{si} \quad x < 0 \end{cases}$$

Ejemplos:

$$|\underbrace{10}_{>0}| = 10$$

$$|\underbrace{-23}_{<0}| = -(-23) = 23$$

Teoremas

$$\boxed{|x| = a} \longleftrightarrow \boxed{a \geq 0 \wedge (x = a \vee x = -a)}$$

Ejemplo: Resuelve: $|x - 4| = \underbrace{3}_{\geq 0}$

$\Rightarrow (x - 4 = 3 \vee x - 4 = -3)$

$(x = 7 \vee x = 1)$ $\boxed{C.S = \{1; 7\}}$

$$\boxed{|x| = |y|} \longleftrightarrow \boxed{(x = y \vee x = -y)}$$

Ejemplo: Resuelve: $|3x - 4| = |x + 2|$

$\Rightarrow (3x - 4 = x + 2 \vee 3x - 4 = -x - 2)$

$(x = 3 \vee x = \frac{1}{2})$ $\boxed{C.S = \{\frac{1}{2}; 3\}}$

$\boxed{|x| \leq a} \longleftrightarrow \boxed{a \geq 0 \wedge (-a \leq x \leq a)}$

Ejemplo: Resuelve: $|x-3| \leq \underbrace{2}_{\geq 0}$

$\Rightarrow -2 \leq x-3 \leq 2 \Rightarrow 1 \leq x \leq 5$

$\boxed{C.S = [1;5]}$

$\boxed{|x| \geq a} \longleftrightarrow \boxed{(x \leq -a \vee x \geq a)}$

Ejemplo: Resuelve: $|x-1| \geq 4$

$\Rightarrow x-1 \leq -4 \vee x-1 \geq 4$

$\Rightarrow x \leq -3 \vee x \geq 5$

$\boxed{C.S = <-\infty; -3] \cup [5; +\infty>}$

$\boxed{|x| \leq |y|} \longleftrightarrow \boxed{x^2 \leq y^2}$

Ejemplo: Resuelve: $|3x-2| \leq |6-x|$

$\Rightarrow |3x-2|^2 \leq |6-x|^2$

$(3x-2)^2 \leq (6-x)^2$

$\underbrace{(3x-2)^2-(6-x)^2}_{\text{Diferencia de cuadrados}} \leq 0$

$\Rightarrow (2x+4)(4x-8) \leq 0$

$8(x+2)(x-2) \leq 0$

$x \in [-2;2]$

$\boxed{C.S = [-2;2]}$

HELICO PRACTICE

CHAPTHE

R 19

SACO OLIVEROS

1. Resuelva

$$|3x - 5| = 7$$

RESOLUCIÓN

$$|3x - 5| = \underbrace{7}_{\geq 0}$$

$$\Rightarrow (3x - 5 = 7 \vee 3x - 5 = -7)$$

$$(x = 4 \vee x = -\frac{2}{3})$$

$$\boxed{C.S = \{-\frac{2}{3}; 4\}}$$

RECORDAR

$$\boxed{|x| = a} \longleftrightarrow \boxed{a \geq 0 \wedge (x = a \vee x = -a)}$$

2. Resuelva

$$|2x-3|=x-1$$

RESOLUCIÓN

$$|2x-3|=\underbrace{x-1}_{\geq 0} \Rightarrow \boxed{x\geq 1}$$

$$\Rightarrow (2x-3=x-1 \ \vee \ 2x-3=-x+1)$$

$$\underbrace{(x=2 \ \vee \ x=\frac{4}{3})}$$

Ambos cumplen ya que $x \geq 1$

$$\boxed{C.S=\{\frac{4}{3};2\}}$$

RECORDAR

$$\boxed{|x|=a} \longleftrightarrow \boxed{a\geq 0 \wedge (x=a \vee x=-a)}$$

3. Indique la suma de valores de “x” en:

$$|3x - 2| = |x - 6|$$

RESOLUCIÓN

$$(3x - 2 = x - 6 \vee 3x - 2 = -x + 6)$$

$$(2x = -4 \vee 4x = 8)$$

$$\boxed{(x = -2 \vee x = 2)}$$

Nos piden

$$\boxed{suma\ de\ valores\ de\ x = 0}$$

RECORDAR

$$\boxed{|x| = |y|} \longleftrightarrow \boxed{(x = y \vee x = -y)}$$

4. Indique la suma de valores de x en:

$$\left||x-3|-5\right| = 7$$

RESOLUCIÓN

$$\left||x-3|-5\right| = \underbrace{7}_{\geq 0}$$

$(|x-3|-5 = 7 \ \vee \ |x-3|-5 = -7)$

$(|x-3| = 12 \ \vee \ \underbrace{|x-3| = -2}_{\text{ABSURDO}})$

$$|x-3| = \underbrace{12}_{\geq 0}$$

$(x-3 = 12 \ \vee \ x-3 = -12)$

$(x = 15 \ \vee \ x = -9)$

$$\boxed{\textit{suma de valores de } x = 6}$$

RECORDAR

$\boxed{|x| = a} \longleftrightarrow \boxed{a \geq 0 \ \wedge \ (x = a \ \vee x = -a)}$

5. Si $x \in \langle -2; 1 \rangle$ halle el valor de:

$$P = \frac{|x - 4| + |x + 10|}{7}$$

RESOLUCIÓN

Analizamos $|x - 4|$

$$-2 < x < 1$$

Restamos 4 $\quad -6 < \underbrace{x - 4}_{\text{Es negativo}} < -3$

Analizamos $|x + 10|$

$$-2 < x < 1$$

Sumamos 10 $\quad 8 < \underbrace{x + 10}_{\text{Es positivo}} < 11$

Aplicamos lo analizado en P

$$P = \frac{(-\cancel{x} + 4) + (\cancel{x} + 10)}{7}$$

$$P = \frac{\cancel{14}}{\cancel{7}}$$

$$\boxed{P = 2}$$

6. El tiempo de servicio que tiene Edgar en su trabajo es (2p+1) años, donde el valor de p es la suma de valores enteros del conjunto solución al resolver la inecuación:

$$|2x - 3| < 9$$

Determine el tiempo de servicio de Edgar

RESOLUCIÓN

$$|2x - 3| \leq \underbrace{9}_{\geq 0}$$

$$\Rightarrow -9 < 2x - 3 < 9 \Rightarrow -3 < x < 6$$

$$\boxed{C.S = < -3; 6 >}$$

$$p = -2 + (-1) + 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5$$

$$\boxed{p = 12}$$

Nos piden

El tiempo de servicio de Edgar es 25 años

RECORDAR

$$\boxed{|x| \leq a} \longleftrightarrow \boxed{a \geq 0 \wedge (-a \leq x \leq a)}$$

7. Resuelva la inecuación

$$|2x - 1| \geq 7$$

RESOLUCIÓN

$2x - 1 \leq -7 \ \vee \ 2x - 1 \geq 7$

$x \leq -3 \ \vee \ x \geq 4$

$$\boxed{C.S = \langle -\infty; -3] \cup [4; +\infty \rangle}$$

RECORDAR

$|x| \geq a \longleftrightarrow (x \leq -a \ \vee \ x \geq a)$

8. Indique el mayor valor entero que satisface la inecuación

$$|2x - 3| < |x + 6|$$

RESOLUCIÓN

Elevamos al cuadrado

$$|2x - 3|^2 < |x + 6|^2$$

$$(2x - 3)^2 < (x + 6)^2$$

$$\underbrace{(2x - 3)^2 - (x + 6)^2}_{\text{Diferencia de cuadrados}} < 0$$

$$(3x + 3)(x - 9) < 0$$

$$3(x + 1)(x - 9) < 0$$

$$x \in [-1; 9]$$

$$\boxed{C.S = [-1; 9]}$$

El mayor valor entero es 9

RECORDAR

$$\boxed{|x| \leq |y|} \longleftrightarrow \boxed{x^2 \leq y^2}$$