ALGEBRA

Chapter 24

5th
OF
SECONDARY

LOGARITMOS II

SACO OLIVEROS

Aplicación de los logaritmos con otras ciencias:

Sören Sörensen

Propuso

- Una alternativa para expresar la concentración de H_3O^+

www.cibertareas.com

Sugirió:

- En lugar de usar números en forma decimal o exponencial, se empleara una transformación logarítmica de la concentración molar de protones, a la que llamó pH
- La definió como el negativo del antilogaritmo en base 10 de la concentración de iones hidronio
- **$pH = -\log[H_3O^+]$**

L O G A R I T M O S I I

I) Cologaritmo

Sea $N > 0$, $a > 0$ y $a \neq 1$ se define el cologaritmo como:

$$colog_a\, N = log_a \left(\frac{1}{N}\right) = -log_a\, N$$

Ejemplos

$$\text{colog}_2\, 32 = -\underbrace{\log_2 32}_{5} = -5$$

$$-\text{colog}_4\, 64 = -[\underbrace{-\log_4 64}_{3}] = 3$$

II) Antilogaritmo

Es otra forma de denotar a la función exponencial.

Sea x∈ R , a>0 y a≠1 se define el antilogaritmo como:

$$antilog_a\, x = a^x$$

Ejemplos

$$\text{antilog}_2\, 10 = 2^{10} = 1024$$

$$\text{antilog}_3(-2) = 3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$$

III) Propiedades

$$\text{antilog}_a(\log_a N) = N \quad ; N > 0$$

$$\log_a(\text{antilog}_a x) = x \quad ; x \in R$$

Ejemplo

$$\text{antilog}_{11}(\log_{11} 4) = 4$$

$$\log_3(\text{antilog}_3(-5)) = -5$$

PROBLEMA 1 Halle el valor de A+B, si:

$$A=log_b[antilog_{b^4}[log_{b^2}(antilog_{b^5}\ 2)]]$$

$$B=antilog_3(\log_{27} 8) - log_3(antilog_{27}8)$$

Resolución ***Para A***

$$A=log_b[antilog_{b^4}[log_{b^2}\ b^{10}]] = log_b[antilog_{b^4}\ 5] = log_b\ b^{20}$$

Para B

$$antilog_3(\log_{\sqrt[3]{27}} \sqrt[3]{8}) \quad | \quad log_3(27^8) \quad | \quad B= 2 - 24$$

$$= \cancel{antilog_3}\ (\cancel{\log_3} 2) \quad | \quad = 8log_3\ 27$$

$$= 2 \quad | \quad = 8(3) = 24$$

$A= 20$

$B= -22$

$A+B= -2$

PROBLEMA 2

Resuelva el sistema:

$$\begin{cases} log_3(antilog_{27}\ 2) = x \\ antilog_7\left[colog_7\left(\frac{2}{y}\right)\right] = antilog_2\ 3 \end{cases}$$

Halle: xy

Resolución

$$x = log_3[antilog_{27}2]$$

$$x = \log_3[27^2]$$

$$x = \log_3 3^6$$

$$\boxed{x = 6}$$

$$antilog_7\left[-\log_7\left(\frac{2}{y}\right)\right] = 8$$

$$antilog_7\left[\log_7\left(\frac{y}{2}\right)\right] = 8$$

$$\frac{y}{2} = 8 \Rightarrow \boxed{y = 16}$$

Piden:

$$\boxed{xy = 96}$$

PROBLEMA 3 A qué es igual luego de reducir:

$$T = \boldsymbol{antilog}\left[\frac{2\log_{\sqrt{2}} 8 - \boldsymbol{anti}\log_3 2}{\log_5 75 + \boldsymbol{co}\log_5 3}\right]$$

Resolución

$$T = \boldsymbol{anti}\log\left[\frac{2(6) - 9}{\log_5 75 - \log_5 3}\right]$$

$$T = \boldsymbol{anti}\log\left[\frac{3}{\log_5 25}\right]$$

$$T = \boldsymbol{anti}\log\left[\frac{3}{2}\right]$$

$$T = 10^{\frac{3}{2}} \Rightarrow T = \sqrt{10^3}$$

$$\Rightarrow \boxed{T = 10\sqrt{10}}$$

PROBLEMA 4

Sabiendo que $\log_{12} 3 = m$

Determine: $\log_{12} 8$

Resolución

Sabemos que: $\log_{12} 12 = 1$

Además: $\log_{12} 4 + \log_{12} 3 = \log_{12} 12$

$$\log_{12} 2^2 + m = 1$$

$$2\log_{12} 2 = 1 - m \Rightarrow \log_{12} 2 = \frac{1-m}{2}$$

Pero: $\log_{12} 8 = \log_{12} 2^3 = 3\log_{12} 2 = 3\left(\frac{1-m}{2}\right)$

PROBLEMA 5

Si: $\log 2 = a \quad y \quad \log 3 = b$

Calcule: $\log 3,6$ **en términos de a y b**

Resolución

$* \; 3,6 = \frac{36}{10}$

$= \frac{2^2 . 3^2}{10}$

$\log 3,6 = \log\left(\frac{36}{10}\right) = \log\left(\frac{2^2 . 3^2}{10}\right) =$

$\log 2^2 + \log 3^2 - \log 10 =$

$2\log 2 + 2\log 3 - 1 =$ $\boxed{2a + 2b - 1}$

PROBLEMA 6

El número de nietos de Don Roberto es x nietos , donde x está dado por:

$$\text{antilog}_4\, x = \{\text{antilog}_2[\text{colog}_{\sqrt{6}}(3\log_{\sqrt{3}} 3)]\}^{-5}$$

¿Cuántos nietos tiene Don Roberto?

Resolución

$* \; 3\log_{\sqrt{3}} 3 = 3(2) = 6 \quad * \; \text{colog}_{\sqrt{6}}(6) = -\log_{\sqrt{6}}(6) = -2 \quad * \; \text{antilog}_2[-2] = 2^{-2} = \frac{1}{4}$

$$\text{antilog}_4\, x = \{\text{antilog}_2[\text{colog}_{\sqrt{6}}(6)]\}^{-5}$$

$$\text{antilog}_4\, x = \{\text{antilog}_2[-2]\}^{-5}$$

$$\text{antilog}_4\, x = \left\{\frac{1}{4}\right\}^{-5}$$

$$4^x = 4^5$$

$$x = 5$$

Don Roberto tiene 5 nietos

PROBLEMA 7

Calcule el valor de x:

$$\frac{10^x - 10^{-x}}{10^x + 10^{-x}} = \frac{1}{3}$$

Si: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$$

Resolución

$$\frac{10^x + 10^{-x}}{10^x - 10^{-x}} = \frac{3}{1}$$

$$\frac{(10^x + 10^{-x}) + (10^x - 10^{-x})}{(10^x + 10^{-x}) - (10^x - 10^{-x})} = \frac{3+1}{3-1}$$

$$\frac{2.10^x}{2.10^{-x}} = \frac{4}{2}$$

$$10^{2x} = 2$$

$$\log 10^{2x} = \log 2$$

$$2x = \log 2$$

$$x = \frac{1}{2}\log 2$$

PROBLEMA 8

Calcule el valor de x. Si: $x\log 3 + 4\log(\log 5) = 4\log(\log 125)$

Resolución

$$x\log 3 + 4\log(\log 5) = 4\log(\log\ 5^3\ )$$

$$x\log 3 + 4\log(\log 5) = 4\log(\ 3\log 5\ )$$

$$x\log 3 + 4\log(\log 5) = 4(\ \log(3) + \log(\log 5)\ \ )$$

$$x\log 3 + 4\log(\log 5) = 4\log(3) + 4\log(\log 5)$$

$$x\log 3 = 4\log(3)$$

$$\boxed{x = 4}$$