

ALGEBRA

Chapter 18

5th
SECONDARY

Valor Absoluto



 **SACO OLIVEROS**

HELICO

MOTIVATING

¿Sabias que..?

La interpretación geométrica del valor absoluto de un número está representada por la distancia que existe entre cero y el número dado.

HELICO THEORY

CHAPTER 18

VALOR ABSOLUTO

I) DEFINICIÓN

$$|x| = \begin{cases} x & ; \text{ si } x > 0 \\ 0 & ; \text{ si } x = 0 \\ -x & ; \text{ si } x < 0 \end{cases}$$

Ejemplos :

$$|5| = 5$$

$$|-7| = -(-7) = 7$$

II) Ecuaciones con valor absoluto

$$1) \text{ Si } |x| = a \iff a \geq 0 \wedge [x = a \vee x = -a]$$

$$2) \text{ Si } |x| = |a| \iff [x = a \vee x = -a]$$

Ejemplos:

Resuelva: $|x - 4| = 3$

$$\rightarrow x - 4 = 3 \vee x - 4 = -3$$

$$\rightarrow x = 7 \vee x = 1$$

$$CS = \{1 ; 7\}$$

Resuelva: $|3x - 4| = |x + 2|$

$$\rightarrow 3x - 4 = x + 2 \vee 3x - 4 = -(x + 2)$$

$$\rightarrow 2x = 6 \vee 4x = 2$$

$$\rightarrow x = 3 \vee x = 1/2$$

$$CS = \{3 ; 1/2\}$$

III) Inecuaciones con valor absoluto

$$1) \text{ Si } |x| \leq a \iff a \geq 0 \wedge -a \leq x \leq a$$

$$2) \text{ Si } |x| \geq a \iff x \geq a \vee x \leq -a$$

Ejemplos :

Resuelva: $|x - 3| \leq 2$

$$\Rightarrow -2 \leq x - 3 \leq 2$$

$$\Rightarrow 1 \leq x \leq 5$$

$$\text{CS} = [1 ; 5]$$

Resuelva: $|x - 1| \geq 4$

$$\Rightarrow x - 1 \geq 4 \vee x - 1 \leq -4$$

$$\Rightarrow x \geq 5 \vee x \leq -3$$

$$\text{CS} = <-\infty ; -3] \cup [5 ; +\infty >$$

HELICO PRACTICE

CHAPTER 18

1. Calcule el conjunto solución de
 $|5x + 4| = 19$

Resolución

Recordar:

Si: $|a| = b$

Se cumple:

i) $b \geq 0$

ii) $a = b \vee a = -b$

Se tiene:

$$5x + 4 = 19$$

v

$$5x + 4 = -19$$

$$5x = 15$$

$$5x = -23$$

$$x = 3$$

$$x = -23/5$$

Rpta:

$$\therefore \text{CS} = \{ -23/5 ; 3 \}$$

2. Resuelva:

$$|x^2 - 4| = x + 2$$

Resolución

Recordar:

Si: $|a| = b$

Se cumple:

i) $b \geq 0$

ii) $a = b \vee a = -b$

Se tiene:

i) $x + 2 \geq 0$

$$x \geq -2$$

ii) $x^2 - 4 = x + 2 \vee x^2 - 4 = -x - 2$

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$(x - 3)(x + 2) = 0$$

$$x = 3$$

$$x = -2$$

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$(x + 2)(x - 1) = 0$$

$$x = -2$$

$$x = 1$$

Rpta:

$$\therefore CS = \{-2; 1; 3\}$$

3. Luego de resolver, indique el valor de x:

$$|3x - 5| = |2x + 1|$$

Resolución

Se cumple que:

$$3x - 5 = 2x + 1 \quad \vee \quad 3x - 5 = -(2x + 1)$$

$$x = 6$$

$$3x - 5 = -2x - 1$$

$$5x = 4$$

$$x = 4/5$$

Rpta:

$$\therefore CS = \{ 4/5 ; 6 \}$$

4. Si: $0 < x < 4$ Calcule: $E = \frac{|x+6| + |x-5|}{|x+2| + |x-7|}$

Resolución

Recordar:

$$|x| = x; \quad x \geq 0$$

$$|x| = -x; \quad x < 0$$

Del dato:

$$\begin{aligned}
 0 < x < 4 &\xrightarrow{+6} 6 < \overbrace{x+6}^{+} < 10 \\
 0 < x < 4 &\xrightarrow{-5} -5 < \overbrace{x-5}^{-} < -1 \\
 0 < x < 4 &\xrightarrow{+2} 2 < \overbrace{x+2}^{+} < 6 \\
 0 < x < 4 &\xrightarrow{-7} -7 < \overbrace{x-7}^{-} < -3
 \end{aligned}$$

Reemplazando:

$$E = \frac{\cancel{(x+6)} - \cancel{(x-5)}}{\cancel{(x+2)} - \cancel{(x-7)}}$$

Rpta:

$$\therefore E = \frac{11}{9}$$

5. La edad de Carlos hace 12 años coincide con la suma de valores enteros de resolver la inecuación: $|2x - 7| < 5$
¿Qué edad tiene Carlos?

Resolución

Recordar:

Si $|a| < b$

Entonces: $b \geq 0$

$-b < a < b$

$$|2x - 7| < 5$$

$$\begin{array}{l} +7 \quad -5 < 2x - 7 < 5 \\ \quad \quad 2 < 2x < 12 \\ \div 2 \quad 1 < x < 6 \end{array}$$

$$x \in < 1; 6 >$$

Luego la edad de Carlos Hace 12 años es:

$$2 + 3 + 4 + 5 = 14$$

Rpta:

∴ Carlos tiene 26 años

6. Resuelva

$$|x - 3|^2 - 3|x - 3| > 18$$

Resolución

$$|x - 3|^2 - 3|x - 3| - 18 > 0$$

$$\begin{array}{ccc} |x - 3| & \nearrow & +3 \\ |x - 3| & \searrow & -6 \end{array}$$

$$\underbrace{(|x - 3| + 3)}_{+} (|x - 3| - 6) > 0$$

$$|x - 3| - 6 > 0$$

$$|x - 3| > 6$$

$$x - 3 > 6 \quad \vee \quad x - 3 < -6$$

$$x > 9$$

 \vee

$$x < -3$$

Rpta:

$$\therefore C.S = \langle -\infty; -3 \rangle \cup \langle 9; +\infty \rangle$$

Recordar:

Si $|a| > b$

Entonces:

 $a > b \vee a < -b$

7. Al resolver :

$$|3x - 9| < x + 1$$

Calcule la suma de valores enteros

Resolución

Recordar:

Si $|a| < b$

Entonces: $b \geq 0$

$-b < a < b$

Por condición: $x + 1 \geq 0$

$$x \geq -1$$

Resolvemos:

$$-x - 1 < 3x - 9 < x + 1$$

$$i) -x - 1 < 3x - 9 \quad \wedge \quad ii) 3x - 9 < x + 1$$

$$8 < 4x$$

$$2 < x$$

$$2x < 10$$

$$x < 5$$

De (i) y (ii) $2 < x < 5$ (cumple condición)

$$x \in \langle 2; 5 \rangle$$

Piden suma de valores enteros

$$3 + 4$$

Rpta:

∴ la suma es 7

8. Halle el número de valores enteros al resolver la siguiente inecuación:

$$|2x - 3| < |x + 6|$$

Resolución

Recordar:

Si $|a| < |b|$

Se cumple:

$$a^2 < b^2$$

$$|2x - 3| < |x + 6|$$

$$(2x - 3)^2 < (x + 6)^2$$

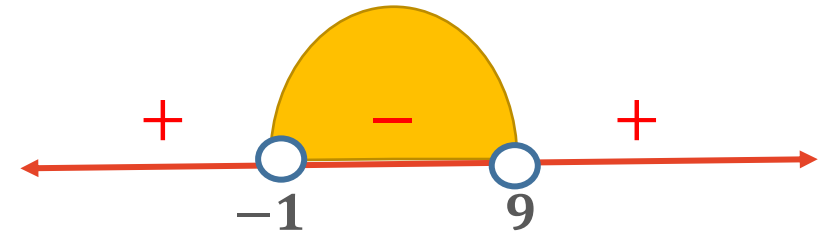
$$4x^2 - 12x + 9 < x^2 + 12x + 36$$

$$3x^2 - 24x - 27 < 0$$

$$x^2 - 8x - 9 < 0$$

$$(x - 9)(x + 1) < 0$$

Ptos críticos: $x = 9$
 $x = -1$



$$x \in (-1; 9)$$

Los valores enteros

$x: 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8$

Rpta:

$\therefore \text{Nro de enteros} = 9$