ALGEBRA

Chapter
07

4th

FACTORIZACION II

SACO OLIVEROS

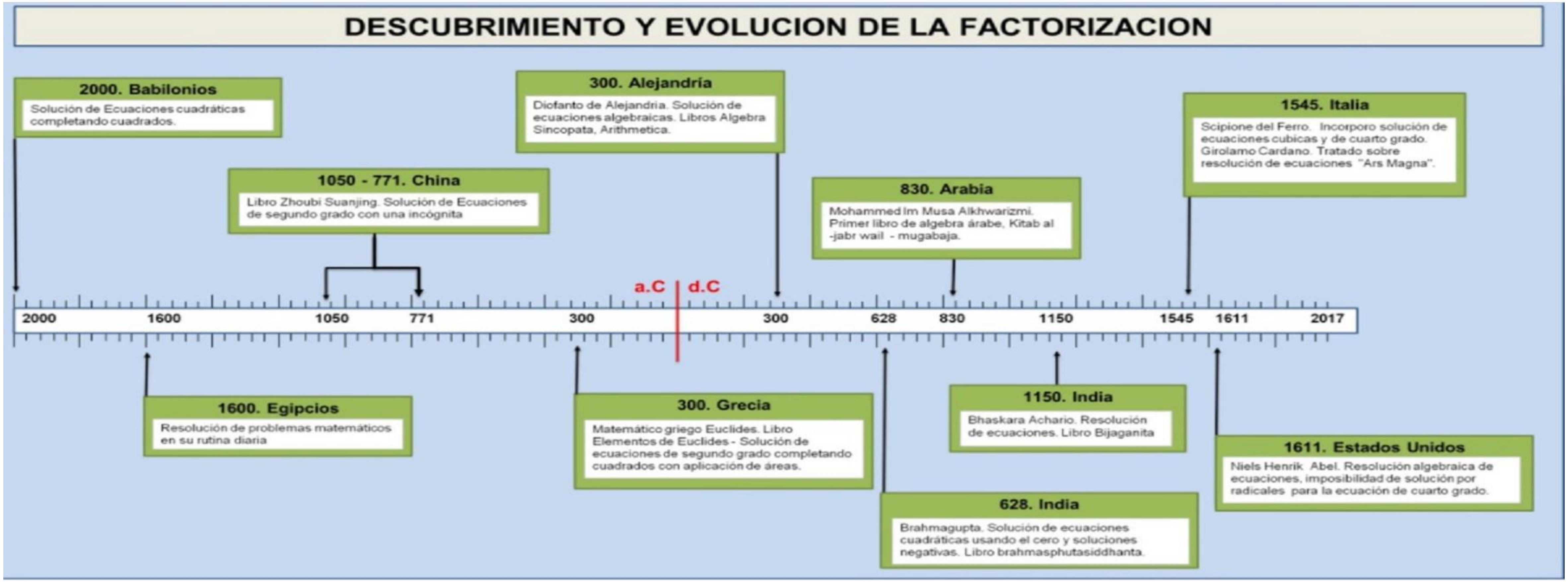
HELICO

MOTIVATING

SACO OLIVEROS

SABIAS QUE

La factorización tiene una importancia considerable a través de la historia para la solución de ecuaciones algebraicas; ya que en un primer lugar, la factorización surge ante la necesidad de solucionar ecuaciones cuadráticas y de segundo grado, pero su utilización ha sido importante para el avance de la matemática en diferentes campos científicos y utilizadas por diferentes culturas a través de las épocas, tales como los Babilonios, los Egipcios, los Griegos, los Hindúes, los Chinos y en la época contemporánea para los Americanos y los Europeos.



HELICO THEORY

CHAPTHE

R 07

SACO OLIVEROS

FACTORIZACION II

METODOS DE LAS ASPAS

Aspa Simple

Se usa para factorizar polinomios de la siguiente forma general.

$$\boxed{P(x,y) = Ax^{2n} + Bx^n y^n + Cy^{2n}}$$

v

$$\boxed{P(x) = Ax^{2n} + Bx^n + C}$$

Procedimiento:

I.- Se descomponen los extremos convenientemente.

II.- Se comprueba que el termino central es igual a la suma de los productos parciales en forma de aspa.

III.- Se forman los factores tomándolos de manera horizontal.

Ejemplo *FACTORICE:*

$$P(x) = 49x^4 \boxed{-205x^2} + 36$$

$$\begin{array}{lll} 49x^2 & -9 & = -9x^2 \quad + \\ 1x^2 & -4 & = \underline{-196x^2} \\ & & \boxed{-205x^2} \end{array}$$

$$\Rightarrow \underline{(49x^2 - 9)}\,\underline{(x^2 - 4)}$$

Diferencia de Cuadrados

$$\boxed{(7x+3)(7x-3)(x+2)(x-2)}$$

Aspa Doble

Se usa para factorizar polinomios de la siguiente forma general.

$$\boxed{P(x,y) = Ax^{2n} + Bx^{n}y^{m} + Cy^{2m} + Dx^{n} + Ey^{m} + F}$$

Procedimiento:

I.- Se ordena el polinomio de acuerdo a la forma general.

II.- Se comprueba que el termino central es igual a la suma de los productos parciales en forma de aspa.

III.- Se aplicaran 2 aspas simples y uno adicional de comprobación.

IV.- Los factores se tomaran de forma horizontal.

Ejemplo:

FACTORICE

$$P(x,y) = 8x^2 + \boxed{16xy} + 6y^2 \boxed{-9y} \boxed{-14x} + 3$$

$$\begin{array}{cccc} 4x & 2y & -1 & = -2x \\ 2x & 3y & -3 & = -12x \end{array}$$

$$4xy + 12xy = \boxed{16xy} \qquad (-6y) + (-3y) = \boxed{-9y} \qquad \boxed{-14x}$$

$$\boxed{(4x + 2y - 1)(2x + 3y - 3)}$$

Aspa Doble Especial

Se usa para factorizar polinomios de la siguiente forma general.

$$\boxed{P(x) = Ax^{4n} + Bx^{3n} + Cx^{2n} + Dx^{n} + F}$$

Procedimiento:

I.- Se ordena el polinomio de acuerdo a la forma general, si falta un termino se completa con cero..

II.- Se descompone convenientemente los extremos y mediante aspa simple se busca aproximarse al término central..

III.- Lo que falte se descompone en la parte central y se aplican 2 aspas simples.

IV.- Los factores se tomaran de forma horizontal.

Ejemplo: *FACTORICE:*

$$P(x) = x^4 + \boxed{3x^3} + 7x^2 + \boxed{6x} + 4$$

$$\begin{array}{cccl} x^2 & 2x & 4 & = 4x^2 \\ x^2 & 1x & 1 & = x^2 \\ \hline & & & \boxed{5x^2} \end{array}$$

Entonces falta:

$$7x^2 - 5x^2 = \boxed{2x^2}$$

$$\boxed{(x^2 + 2x + 4)(x^2 + x + 1)}$$

METODOS DE LOS DIVISORES BINÓMICOS

Se usa para factorizar los polinomios en una variable y de grado superior, siempre y cuando admita por lo menos un factor lineal.

*Raíz de un polinomio

Dado un polinomio P(x) no constante; a es una raíz del polinomio P(x) si y solo si P(a) = 0.

*Posibles ceros racionales del polinomio (P.C.R.)

Para encontrar los posibles ceros racionales de un polinomio P(x) de coeficientes enteros..

$$P(x) = a_o x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \ldots\ldots\ldots + a_n$$

Nota: $(a_o \neq 0)$

Se utilizará el siguiente criterio.

$$\text{P.C.R.} = \pm\left\{\frac{Divisores\ de\ |a_n|}{Divisores\ de\ |a_0|}\right\}$$

Procedimiento:

Sea el polinomio.

$$P(x) = a_o x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \ldots\ldots\ldots + a_n$$

I.- Se encuentran los posibles ceros racionales que nos dan la raíz. Luego mediante el teorema del factor se podrá conocer el primer factor.

II.- Se efectúa la división por la Regla de Ruffini entre P(x) y el primer factor encontrado, siendo el cociente de esta división el otro factor buscado.

Ejemplo:

FACTORICE:

$$P(x) = x^3 + 6x^2 + 11x + 6$$

$$\text{P.C.R.} = \pm\left\{\frac{Divisores\ de\ |6|}{Divisores\ de\ |1|}\right\}$$

$$\text{P.C.R.} = \pm\{1, 2, 3, 6\}$$

$x = -1 \Rightarrow \boxed{P(-1) = 0}$

Por el teorema del factor se podrá conocer el primer factor .

$$\boxed{x + 1 = 0}$$

Entonces $(x + 1)$ es un factor de P(x).

Se efectúa la división por la Regla de Ruffini entre P(x) y el primer factor encontrado.

	1	6	11	6
$x = -1$		-1	-5	-6
	1	5	6	0

$$(x + 1)(x^2 + 5x + 6)$$

$$\begin{array}{cc} x & 3 \\ x & 2 \end{array}$$

$$\boxed{(x + 1)(x + 3)(x + 2)}$$

HELICO PRACTICE

CHAPTHE
R 07

SACO OLIVEROS

1. Señale un factor primo de:

$$\mathrm{P(x)} = 45x^4 + 22x^2 - 3$$

RESOLUCIÓN

Por Aspa Simple

$$45x^4 \boxed{+\,22x^2} - 3$$

$$\begin{array}{lll} 9x^2 & -1 & = -5x^2 \\ 5x^2 & 3 & = 27x^2 \\ & & \boxed{22x^2} \end{array}$$

$$\underbrace{(9x^2 - 1)}_{\textit{Diferencia de Cuadrados}}(5x^2 + 3)$$

$$(3x + 1)(3x - 1)(5x^2 + 3)$$

$$\boxed{(3x + 1)}$$

v

$$\boxed{(3x - 1)}$$

v

$$\boxed{(5x^2 + 3)}$$

2. Indique el número de factores primos al factorizar

$$P(x) = 25x^4 - 109x^2 + 36$$

RESOLUCIÓN

Por Aspa Simple

$$25x^4 \boxed{-109x^2} + 36$$

$$\begin{array}{lll} 25x^2 & -9 & = -9x^2 \\ 1x^2 & -4 & = -100x^2 \\ & & \boxed{-109x^2} \end{array}$$

$$\Rightarrow \underbrace{(25x^2 - 9)}_{\text{Diferencia de Cuadrados}}\ \underbrace{(x^2 - 4)}_{\text{Diferencia de Cuadrados}}$$

$$\Rightarrow (5x + 3)(5x - 3)(x + 2)(x - 2)$$

$$\boxed{4\ factores\ primos}$$

3. Determine la suma de factores primos al factorizar

$$P(x;y) = 6x^2 + 19xy + 15y^2 - 17y - 11x + 4$$

RESOLUCIÓN

Por Aspa Doble

$$6x^2 + \boxed{19xy} + 15y^2 \boxed{-17y} \boxed{-11x} + 4$$

$$\begin{array}{ccc} 3x & 5y & -4 \\ 2x & 3y & -1 \end{array}$$

$$10xy + 9xy = \boxed{19xy} \qquad (-12y) + (-5y) = \boxed{-17y}$$

$$(-8x) + (-3x) = \boxed{-11x}$$

$$\Rightarrow \quad (3x + 5y - 4)(2x + 3y - 1)$$

Nos piden

$$(3x + 5y - 4) + (2x + 3y - 1)$$

$$\boxed{(5x + 8y - 5)}$$

4. Factorice e indique el factor primo de mayor suma de coeficientes

$$P(x) = x^4 + 7x^3 + 17x^2 + 17x + 6$$

RESOLUCIÓN

Por Aspa Doble Especial

$$x^4 + 7x^3 + 17x^2 + 17x + 6$$

$$\begin{array}{ccccc} x^2 & 4x & 3 & = & 3x^2 \\ x^2 & 3x & 2 & = & 2x^2 \\ & & & & \boxed{5x^2} \end{array}$$

Entonces falta:

$$17x^2 - 5x^2 = \boxed{12x^2}$$

Por Aspa Simple

$$(x^2 + 4x + 3)\,(x^2 + 3x + 2)$$

$$\begin{array}{cc} x & 3 \\ x & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{cc} x & 2 \\ x & 1 \end{array}$$

$$(x+3)\,\underline{(x+1)}\,(x+2)\,\underline{(x+1)}$$

$$(x+1)^2\,(x+3)\,(x+2)$$

Nos piden

$$\boxed{(x+3)}$$

5. Indique un factor primo de:

$$P(x) = 2x^4 + 9x^3 + 14x^2 + 9x + 2$$

RESOLUCIÓN

Por Aspa Doble Especial

$$2x^4 + 9x^3 + 14x^2 + 9x + 2$$

$$\begin{array}{cccccl} x^2 & & 3x & & 2 & = 4x^2 \\ 2x^2 & & 3x & & 1 & = 1x^2 \\ & & & & & \boxed{5x^2} \end{array}$$

Entonces falta:

$$14x^2 - 5x^2 = \boxed{9x^2}$$

Por Aspa Simple

$$(x^2 + 3x + 2)\,(2x^2 + 3x + 1)$$

$$\begin{array}{cc} x & 2 \\ x & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{cc} 2x & 1 \\ x & 1 \end{array}$$

$$(x + 2)\,\underline{(x + 1)}\,(2x + 1)\,\underline{(x + 1)}$$

$$(x + 1)^2\,(x + 2)\,(2x + 1)$$

Nos piden

$$\boxed{(x + 1)} \quad \vee \quad \boxed{(x + 2)} \quad \vee \quad \boxed{(2x + 1)}$$

6. Factorice e indique la cantidad de factores primos al factorizar:

$$P(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$$

RESOLUCIÓN

Por Divisores Binómicos

$$\text{P.C.R.} = \pm\left\{\frac{Divisores\ de\ |-6|}{Divisores\ de\ |1|}\right\} = \pm\{1, 2, 3, 6\}$$

$x = 1$ ⇒ $\boxed{P(1) = 0}$

Por el teorema del factor se podrá conocer el primer factor.

$$\boxed{x - 1 = 0}$$

Entonces $(x-1)$ es un factor de P(x).

Se efectúa la división por la Regla de Ruffini entre P(x) y el primer factor encontrado.

	1	−6	11	−6
$x = 1$		1	−5	6
	1	−5	6	0

$$(x-1)(x^2 - 5x + 6)$$

$$\begin{array}{cc} x & -3 \\ x & -2 \end{array}$$

$$(x-1)(x-3)(x-2)$$

$$\boxed{3\ factores\ primos}$$

7. Al factorizar: $P(x) = x^3 - x^2 - 17x + 33$

Calcule la suma de coeficientes de un factor primo

RESOLUCIÓN

Por Divisores Binómicos

$$\text{P.C.R.} = \pm\left\{\frac{Divisores\ de\ |33|}{Divisores\ de\ |1|}\right\} = \pm\{1, 3, 11, 33\}$$

$x = 3 \Rightarrow \boxed{P(3) = 0}$

Por el teorema del factor se podrá conocer el primer factor.

$$\boxed{x - 3 = 0}$$

Entonces $(x - 3)$ es un factor de P(x).

Se efectúa la división por la Regla de Ruffini entre P(x) y el primer factor encontrado.

	1	−1	−17	33
$x = 3$		3	6	−33
	1	2	−11	0

$$(x - 3)(x^2 + 2x - 11)$$

Nos piden

$\boxed{-2}$ v $\boxed{-8}$

8. El número de veces que postuló Javier a la UNI coincide con el número de factores primos de:

$$P(x) = (x^2+x)^2 - 26(x^2+x) + 120$$

¿Cuántas veces postuló Javier a la UNI?

RESOLUCIÓN

Por Aspa Simple

$$(x^2+x)^2 \boxed{-26(x^2+x)} + 120$$

$$\begin{array}{lll} (x^2+x) & -20 & = -20(x^2+x) \\ (x^2+x) & -6 & = -6(x^2+x) \\ & & \boxed{-26(x^2+x)} \end{array}$$

Por Aspa Simple

$$(x^2+x-20)(x^2+x-6)$$

$$\begin{array}{ll} x & 5 \\ x & -4 \end{array} \qquad \begin{array}{ll} x & 3 \\ x & -2 \end{array}$$

$$(x+5)(x-4)(x+3)(x-2)$$

$$4\ factores\ primos$$

$$\boxed{4\ veces\ postulo\ Javier\ a\ la\ UNI}$$