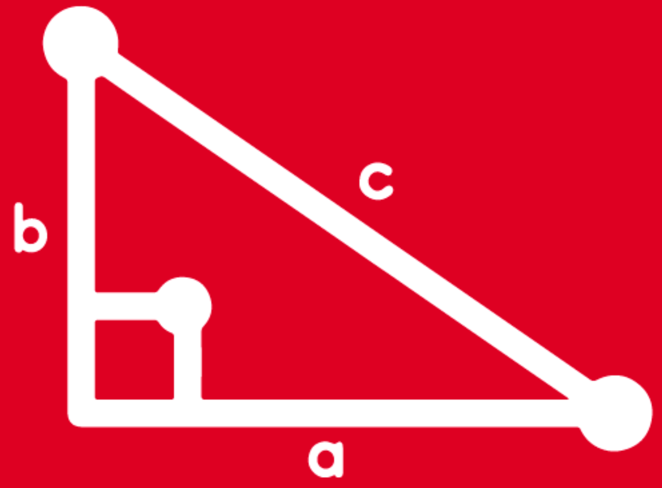
TRIGONOMETRY

Chapter 10

5th
SECONDARY

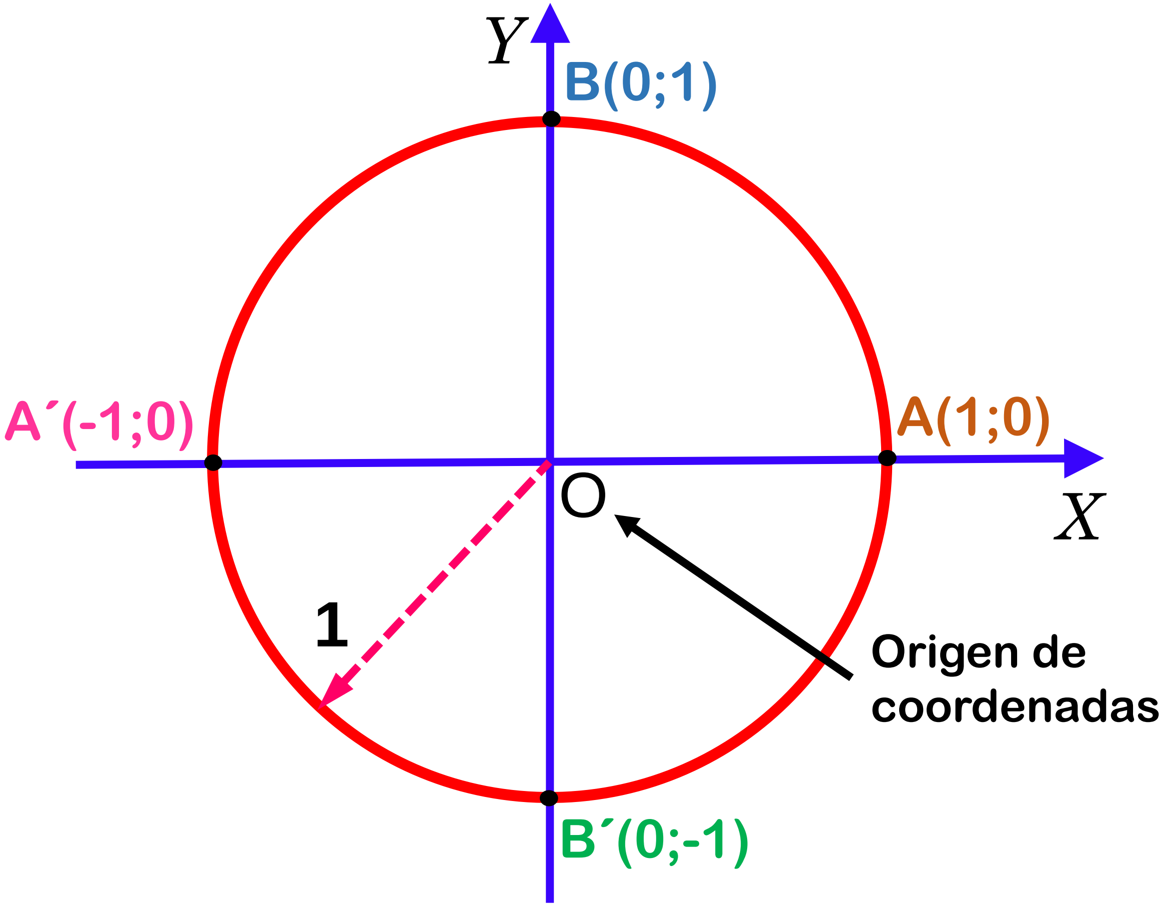


Circunferencia Trigonométrica

SACO OLIVEROS

CIRCUNFERENCIA TRIGONOMÉTRICA

Es aquella circunferencia inscrita en el plano cartesiano con centro en el origen de coordenadas y radio igual a la unidad del sistema.

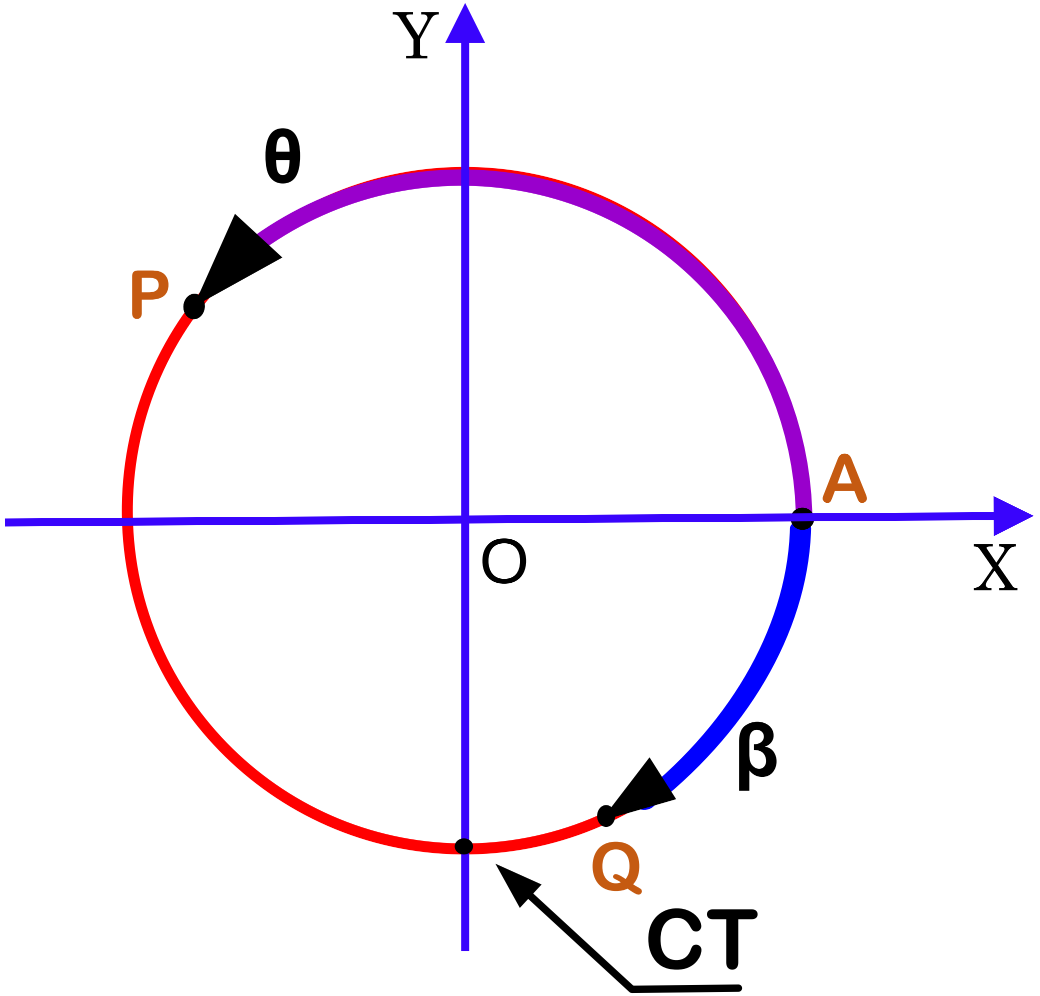


ELEMENTOS DE LA CT:

- **A(1;0): origen de arcos.**
- **B(0;1): origen de complementos.**
- **A´(-1;0): origen de suplementos.**
- **B´(0;-1): sin nombre especial.**

Ecuación de la CT : $\boxed{x^2 + y^2 = 1}$

UBICACIÓN DE ARCOS EN LA CIRCUNFERENCIA TRIGONOMÉTRICA

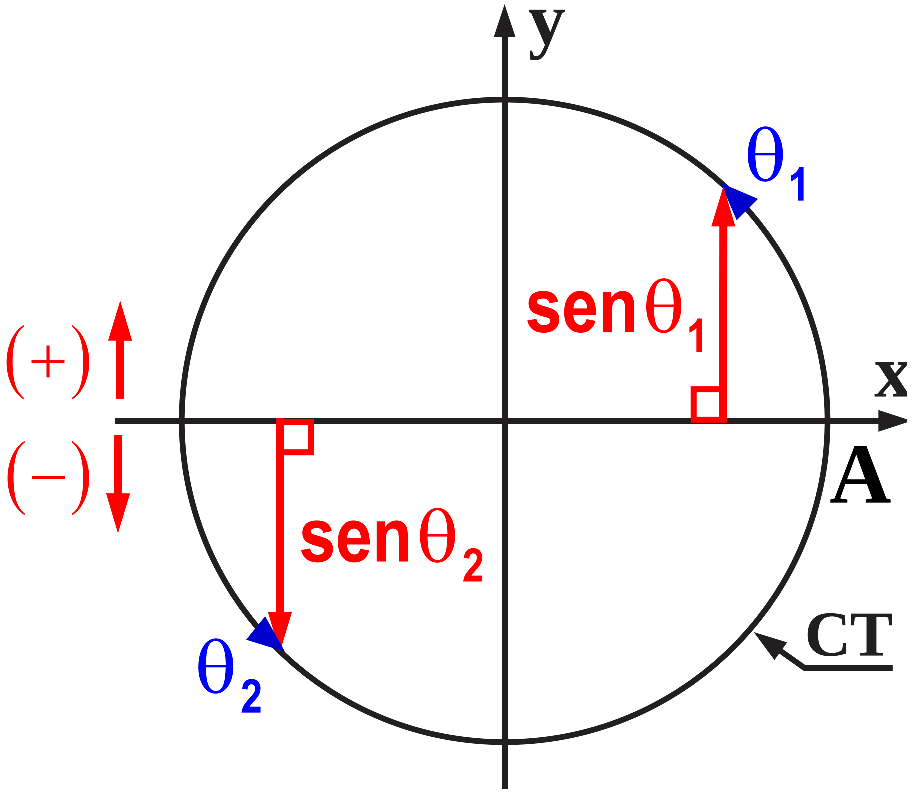


DONDE:

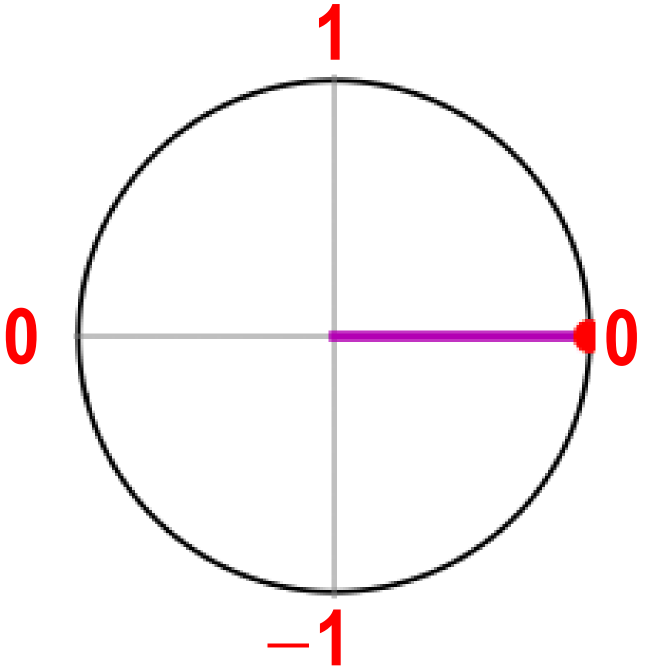
- **P** : extremo del arco **θ** en posición normal **(θ ∈ IIC)**.
- **Q:** extremo del arco **β** en posición normal **(β ∈ IVC)**.

REPRESENTACIONES TRIGONOMÉTRICAS EN LA CT

1. El seno de un arco es **la ordenada** de su extremo.

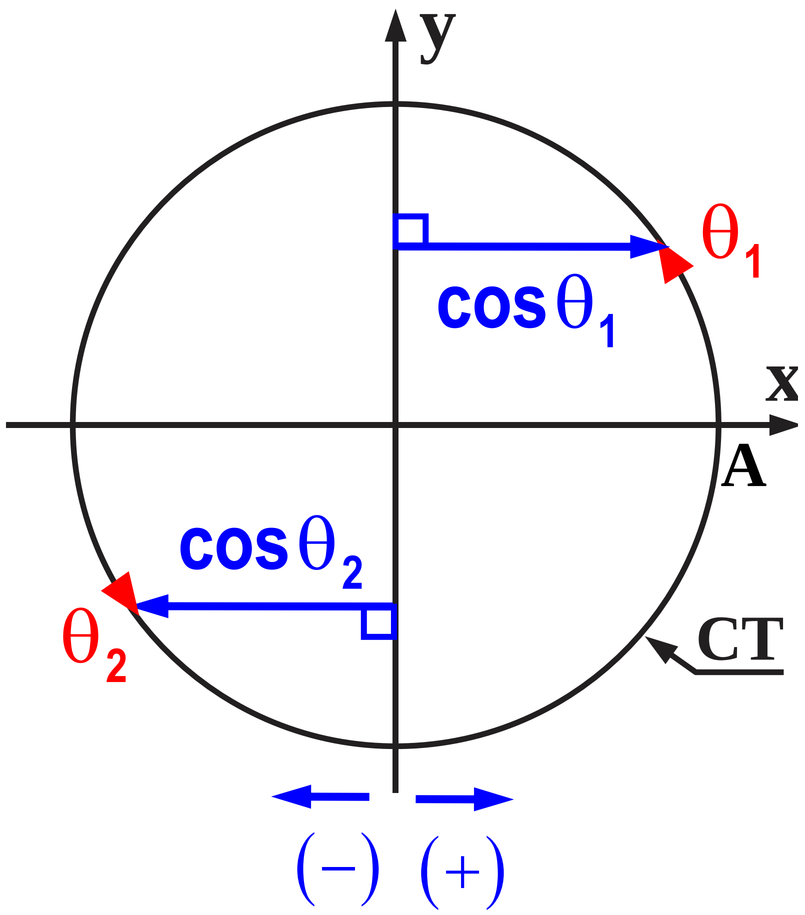


Se muestra la variación del seno en cada cuadrante.

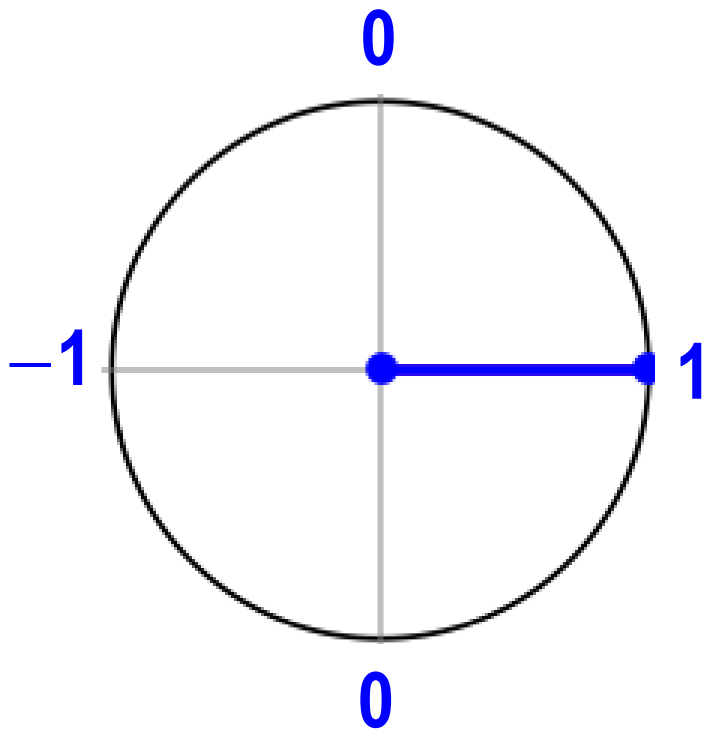


En general: $\boxed{\forall\theta \in R \Rightarrow -1 \leq \text{sen}\,\theta \leq 1}$

2. El coseno de un arco es **la abscisa** de su extremo.



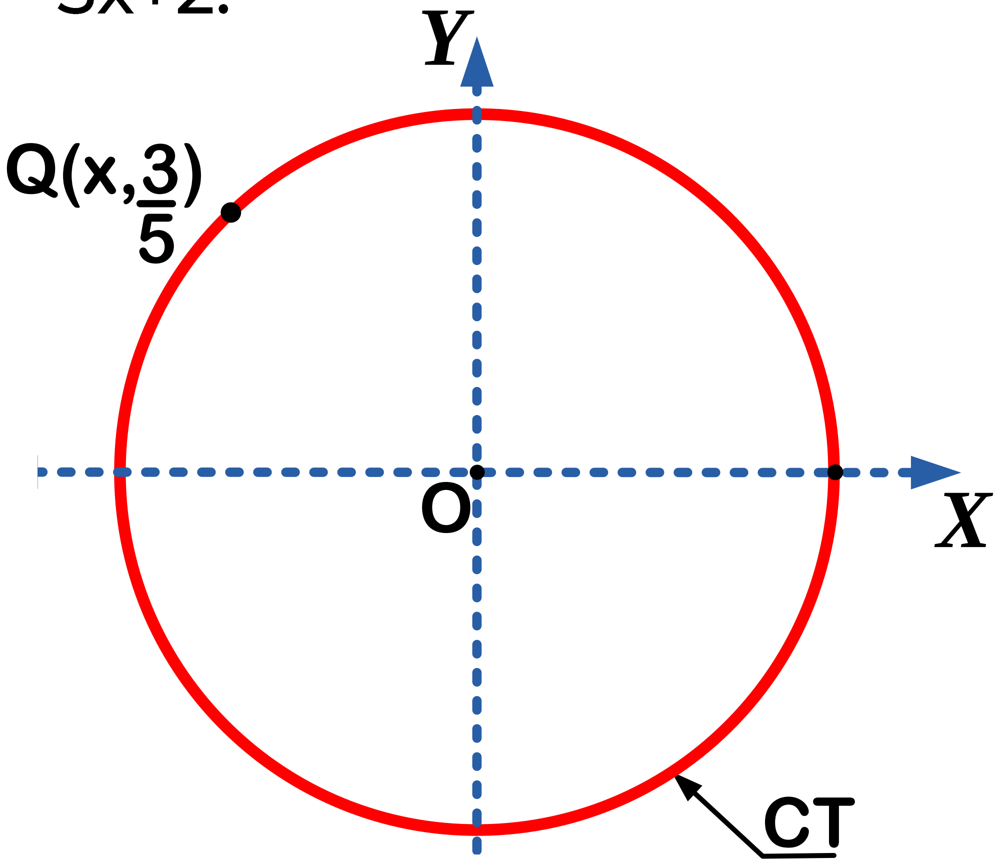
Se muestra la variación del coseno en cada cuadrante.



En general: $\boxed{\forall\theta \in R \Rightarrow -1 \le \cos\theta \le 1}$

1. Del gráfico, calcule el valor de

M = 5x+2.



RESOLUCIÓN

Como Q(x;3/5) ∈ CT

$$(x)^2 + \left(\frac{3}{5}\right)^2 = 1 \Rightarrow x^2 + \frac{9}{25} = 1$$

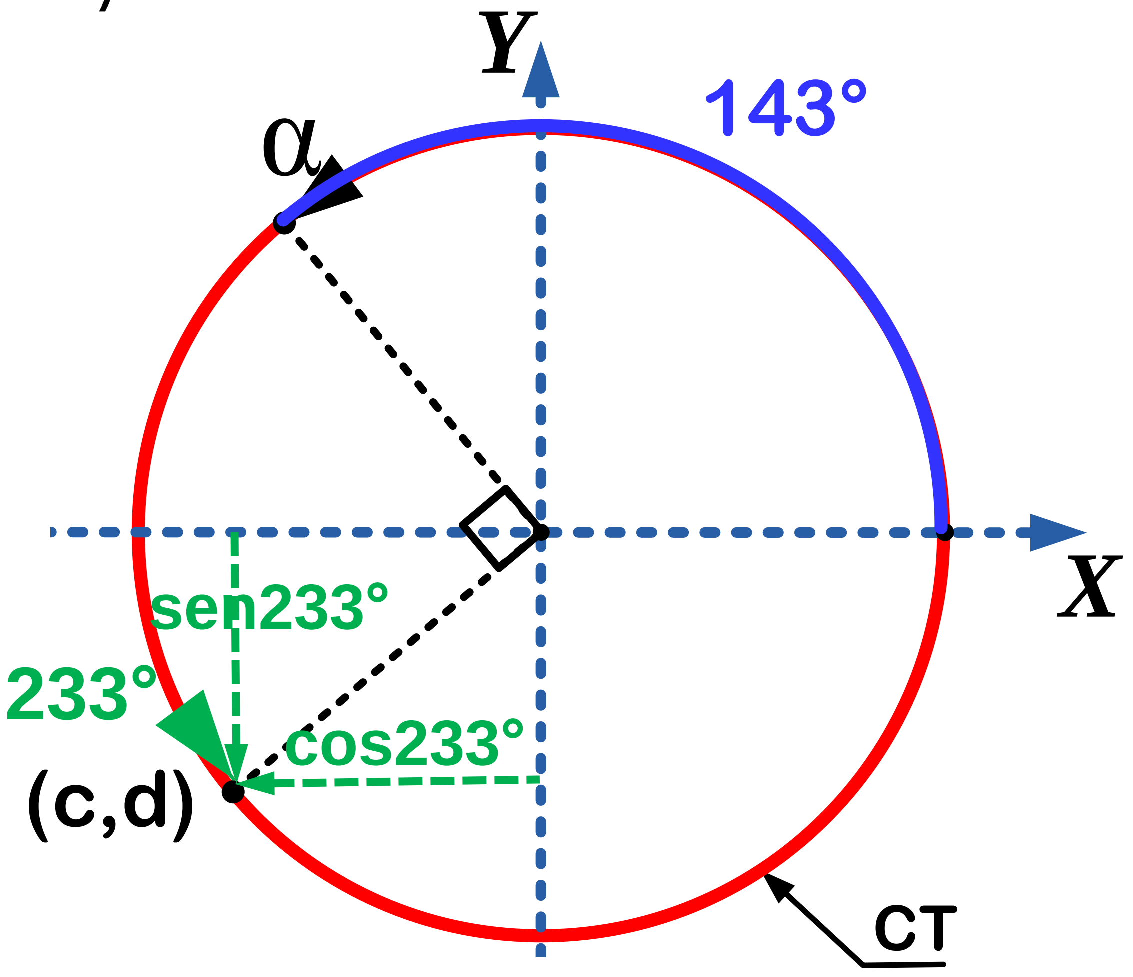
$$\Rightarrow x^2 = \frac{16}{25} \Rightarrow x = \pm\frac{4}{5}$$

Como Q ∈ IIC $\Rightarrow \boxed{x = -\frac{4}{5}}$

Piden: M = 5x+2

$$\Rightarrow M = 5\left(-\frac{4}{5}\right) + 2 \quad \therefore \boxed{M = -2}$$

2. De la circunferencia trigonométrica mostrada, para $\alpha = 143°$, calcule: $5(c + d)$.



RESOLUCIÓN

De la CT, vemos que:

$$c = \cos 233^o = -\cos 53^o = -\frac{3}{5}$$

$$d = \text{sen}233^o = -\text{sen}53^o = -\frac{4}{5}$$

Piden: $5(c+d)$ ➡ $5\left(-\frac{3}{5}-\frac{4}{5}\right)$

$$\therefore \boxed{5(c+d) = -7}$$

3. Escriba verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

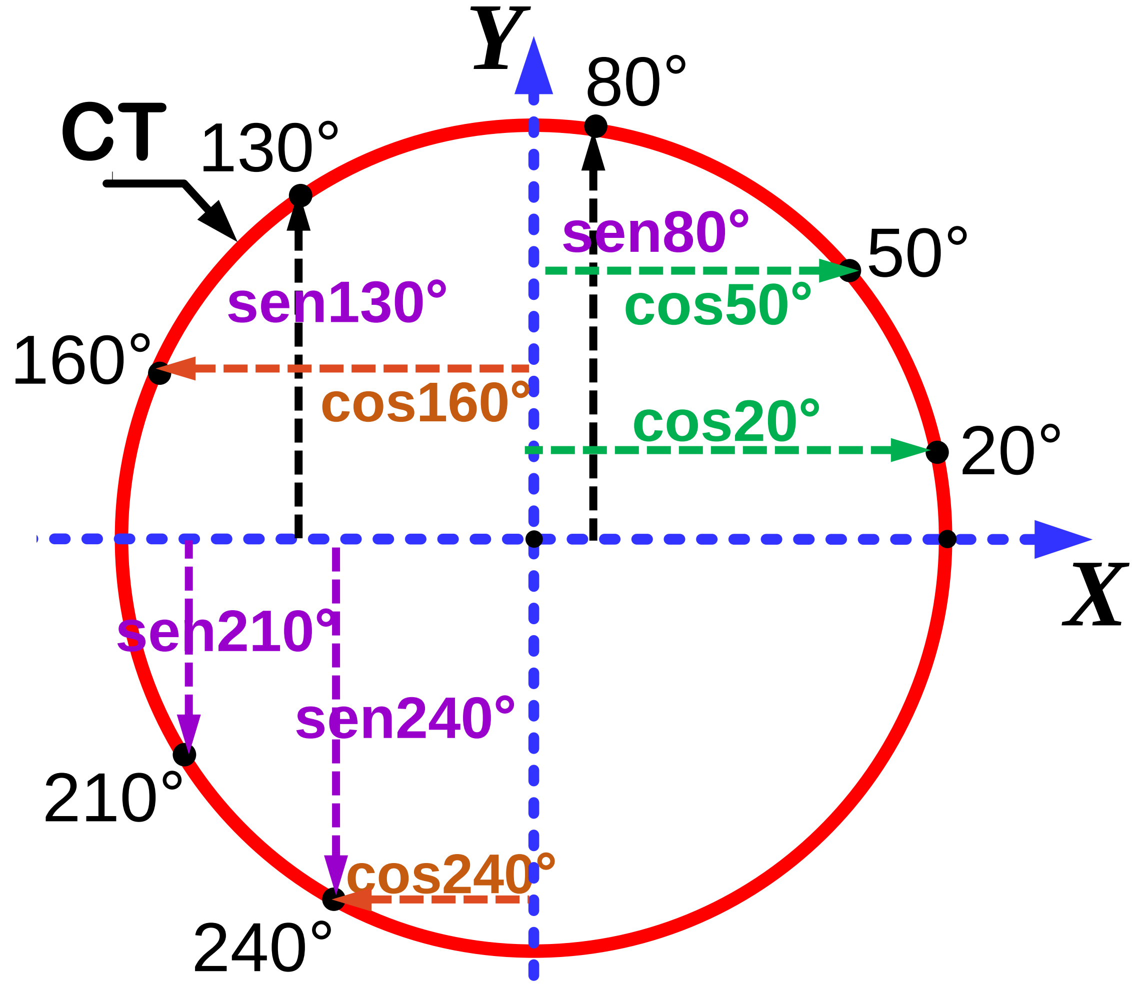
a. sen80º > sen130º (**V**)

b. sen210º > sen240º (**V**)

c. cos50º > cos20º (**F**)

d. cos160º > cos240º (**F**)

RESOLUCIÓN



4. Siendo $\pi < \alpha < \beta < \dfrac{3\pi}{2}$,

escriba verdadero (V) o

falso (F) según corresponda.

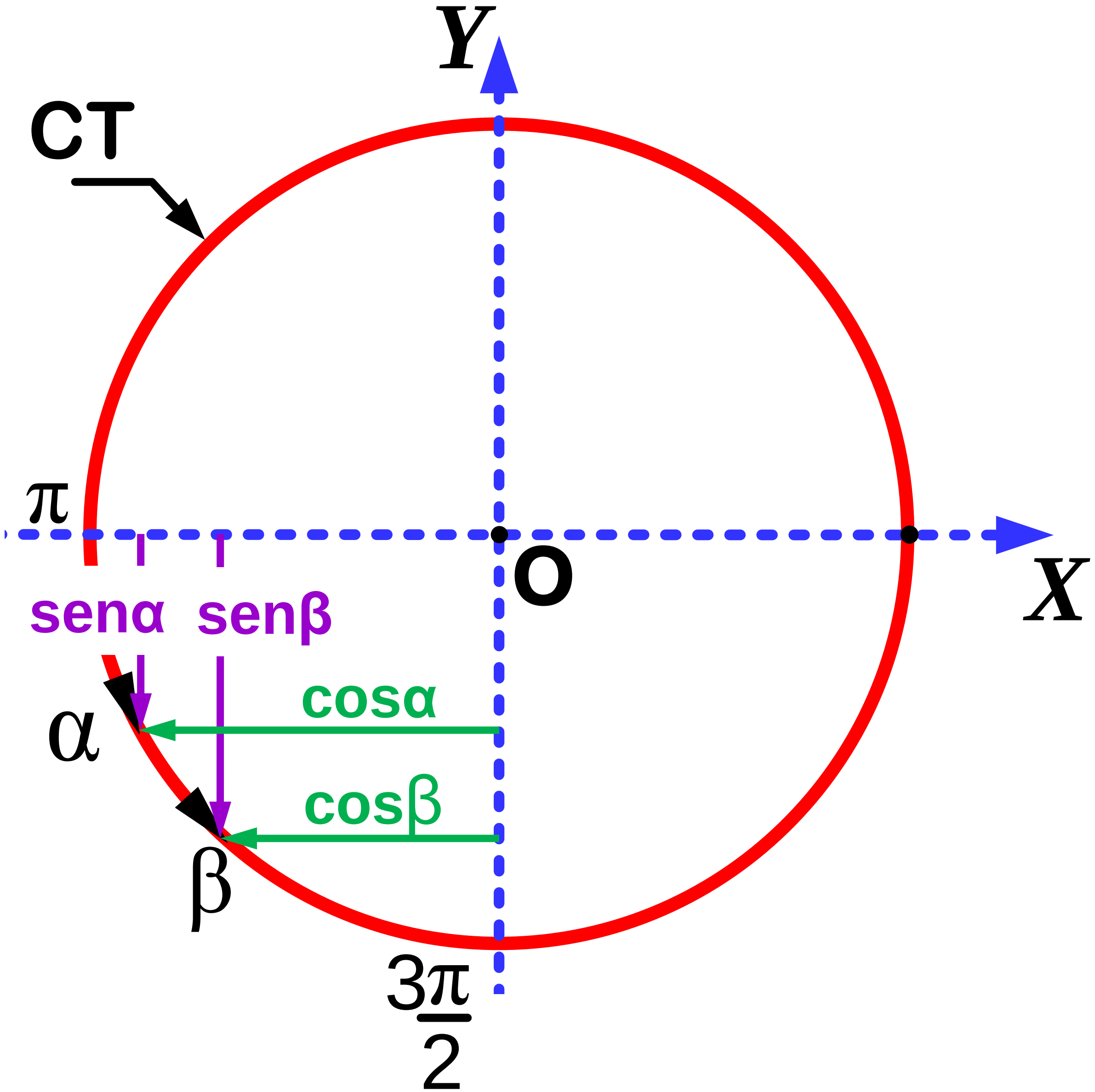
a. $\operatorname{sen}\alpha < \operatorname{sen}\beta$ (F)

b. $\cos\alpha < \cos\beta$ (V)

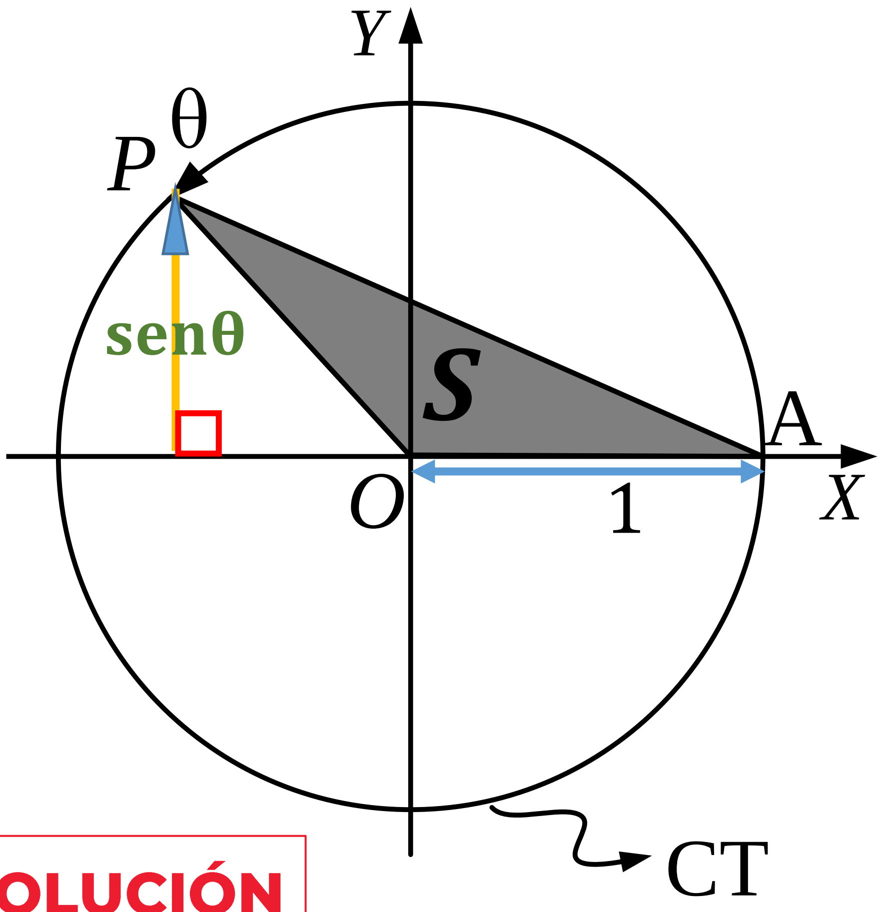
c. $|\operatorname{sen}\alpha| < |\operatorname{sen}\beta|$ (V)

$\underbrace{|\operatorname{sen}\alpha|}_{+} < \underbrace{|\operatorname{sen}\beta|}_{+}$

RESOLUCIÓN



5. De la circunferencia trigonométrica mostrada, determine el área de la región triangular sombreada AOP.



RESOLUCIÓN

Cálculo del área de una región triangular

$$S = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2}$$

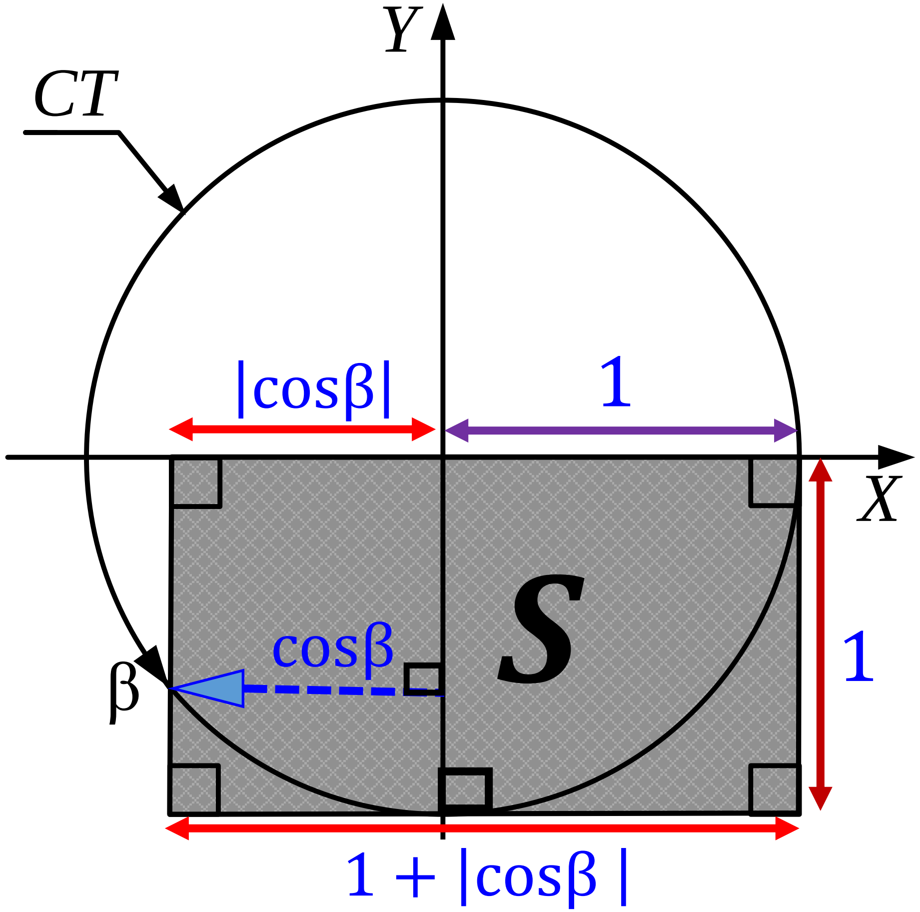
$Como\ \theta \in IIC$ ➡ $sen\theta\ es\ (+)$

Calculamos el área S:

$$S = \frac{1 * sen\theta}{2}$$

$$\therefore \boxed{S = \frac{\mathbf{sen\theta}}{2}u^2}$$

6. De la circunferencia trigonométrica mostrada, determine el área de la región sombreada.



RESOLUCIÓN

Sí a es $(-)$ ➡ $|a| = -a$

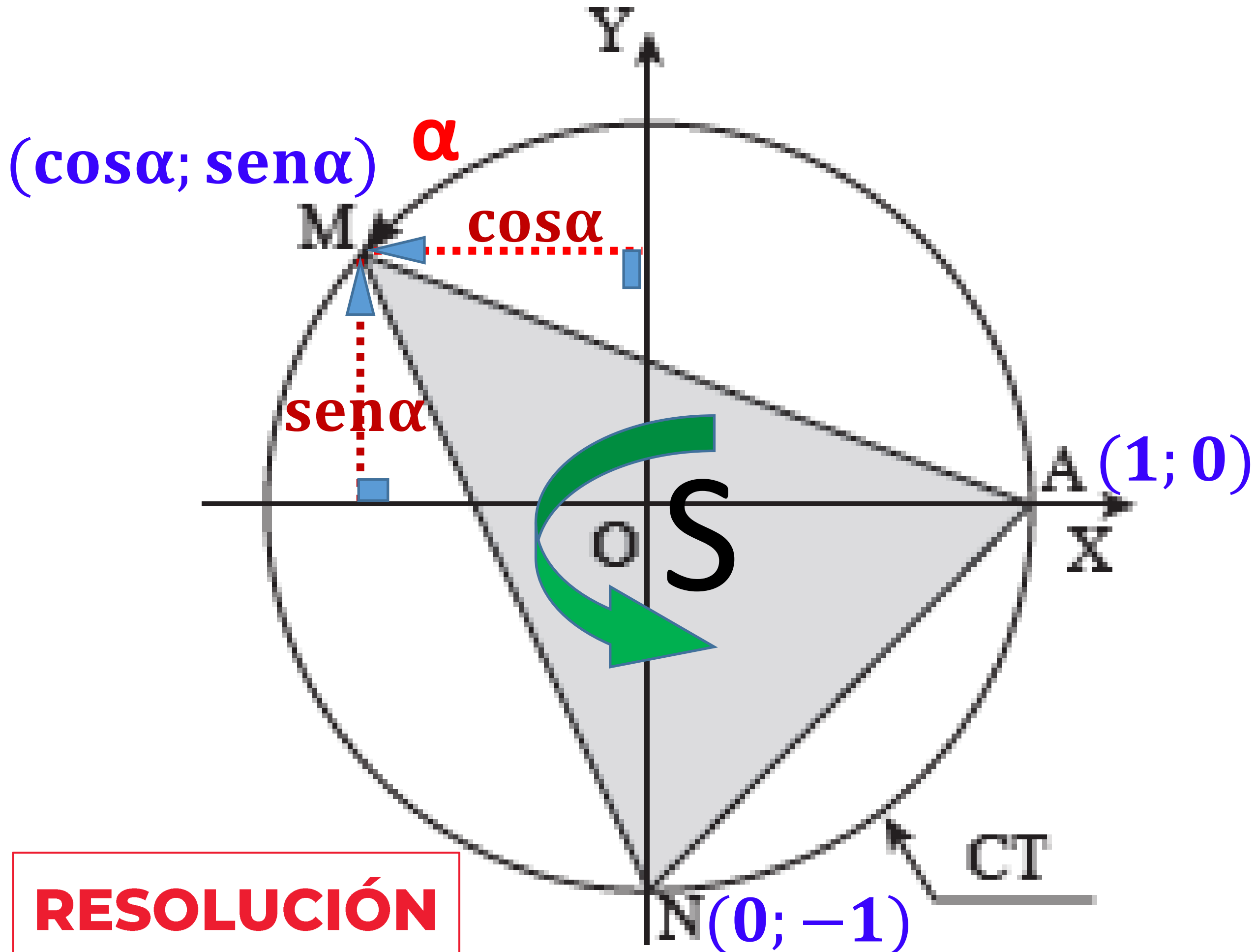
Sí a es $(+)$ ➡ $|a| = a$

Como $\beta \in$ IIIC ➡ $\cos\beta$ es $(-)$

Calculamos el área S: $S = (1 + \overbrace{|\cos\beta|}^{-\cos\beta}) * 1$

$\therefore$ $\boxed{\mathbf{S = (1 - \cos\beta)}\boldsymbol{u^2}}$

7. En la circunferencia trigonométrica mostrada . Halle el área de la región triangular AMN .



RESOLUCIÓN

Calculamos el área S:

$$+\left\{\begin{matrix} \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{matrix}\right. \quad \begin{matrix} 1 & 0 \\ cos\alpha & sen\alpha \\ 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{matrix} \quad \left.\begin{matrix} sen\alpha \\ -cos\alpha \\ 0 \\ \end{matrix}\right\}+$$

$$\mathbf{I} = -1 \qquad \boxed{S = \frac{D - I}{2}} \qquad D = sen\alpha - cos\alpha$$

$$S = \frac{(sen\alpha - cos\alpha) - (-1)}{2}$$

$$\therefore \boxed{S = \frac{sen\alpha - cos\alpha + 1}{2} u^2}$$

8. Efraín tiene un jardín en forma de rectángulo. Si las longitudes de sus lados, en metros, son A y B, determine el área de dicho jardín. Resuelva lo siguiente para obtener los valores de A y B. Si $\alpha \in$ □ y $\beta \in$ □

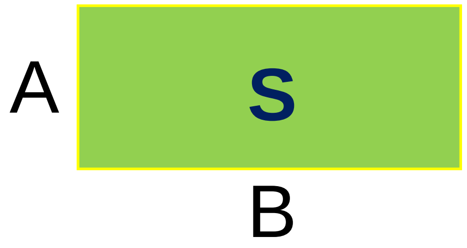
$$\cos\alpha = \frac{2a-4}{3} \quad \text{y} \quad \text{sen}\beta = \frac{3-2b}{5}$$

donde

A = máximo valor que toma a.

B = máximo valor que toma b.

RESOLUCIÓN



$Como\ \alpha \in \mathbb{R}$:

$$\boxed{-1 \le cos\alpha \le 1}$$

$$-1 \le \frac{2a-4}{3} \le 1$$

$$-3 \le 2a-4 \le 3$$

$$1 \le 2a \le 7$$

$$\frac{1}{2} \le a \le \frac{7}{2}$$

$$A = a_{máximo} = \frac{7}{2}$$

Como $\beta \in \mathbb{R}$:

$$\boxed{-1 \leq sen\beta \leq 1}$$

$$-1 \leq \frac{3-2b}{5} \leq 1$$

$$-5 \leq 3-2b \leq 5$$

$$-8 \leq -2b \leq 2$$

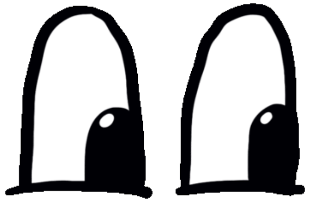
$$8 \geq 2b \geq -2$$

$$4 \geq b \geq -1$$

$$B = b_{máximo} = 4$$

Área: $S = A.B$

$$S = \frac{7}{2}.4$$



$$\therefore \boxed{S = 14m^2}$$