MATHEMATICAL REASONING

Chapter 17

4th
**SECONDA
RY**

SERIES I

SACO OLIVEROS

SERIE NUMÉRICA

DEFINICIÓN

Es la adición indicada de los términos de una sucesión. Es decir, sea la sucesión:

$$\overset{1°}{t_1};\ \overset{2°}{t_2};\ \overset{3°}{t_3};\ \overset{4°}{t_4};\ \overset{\dots}{\dots};\ \overset{n°}{t_n}$$

Entonces:

$$\underbrace{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + \cdots + t_n}_{\text{SERIE}} = \underbrace{S}_{\text{VALOR DE LA SERIE}}$$

PRINCIPALES TIPOS DE SERIES

- SERIE ARITMÉTICA

$$S = t_1 \underbrace{+}_{r} t_2 \underbrace{+}_{r} t_3 \underbrace{+}_{r} t_4 + \cdots + t_n$$

$$S = \frac{(t_1 + t_n) \times n}{2}$$

Donde:

t_1 : Primer sumando

t_n : Último sumando

n : Cantidad de sumandos

SERIE NUMÉRICA

Ejemplo 1

Calcule el valor de la serie:

$$S = \underset{1°}{5} + \underset{2°}{8} + \underset{3°}{11} + \underset{\dots}{\cdots} + \underset{9°}{29} + \underset{10°}{32}$$

De la serie, reconocemos:

$t_1 = 5$ $\quad t_n = 32$ $\quad n = 10$

$$\rightarrow S = \frac{(5+32)\times 10}{2} = 185$$

❑ SERIES NOTABLES

SERIE DE LOS PRIMEROS NÚMEROS NATURALES

$$S = 1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Ejemplo 2

Sume:

$$1 + 2 + 3 + \cdots + 39 = \frac{39(40)}{2} = 780$$

SERIE NUMÉRICA

SERIE DE LOS PRIMEROS NÚMEROS PARES

$$S = 2 + 4 + 6 + \cdots + 2n = n(n+1)$$

$\div 2$

Ejemplo3

Sume:

$$2 + 4 + 6 + \cdots + 32 = 16(17) = 272$$

$\div 2$

SERIE DE LOS PRIMEROS NÚMEROS IMPARES

$$S = 1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2$$

$+1\ ,\div 2$

Ejemplo4

Sume:

$$1 + 3 + 5 + \cdots + 99 = 50^2 = 2500$$

$+1\ ,\div 2$

SACO OLIVEROS

SERIE NUMÉRICA

SERIE DE LOS PRIMEROS NÚMEROS CUADRADOS

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Ejemplo 4

Sume:

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + 30^2 = \frac{30(31)(61)}{6}$$

$$= 9455$$

SERIE DE LOS PRIMEROS NÚMEROS CÚBICOS

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \cdots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$

Ejemplo 5

Sume:

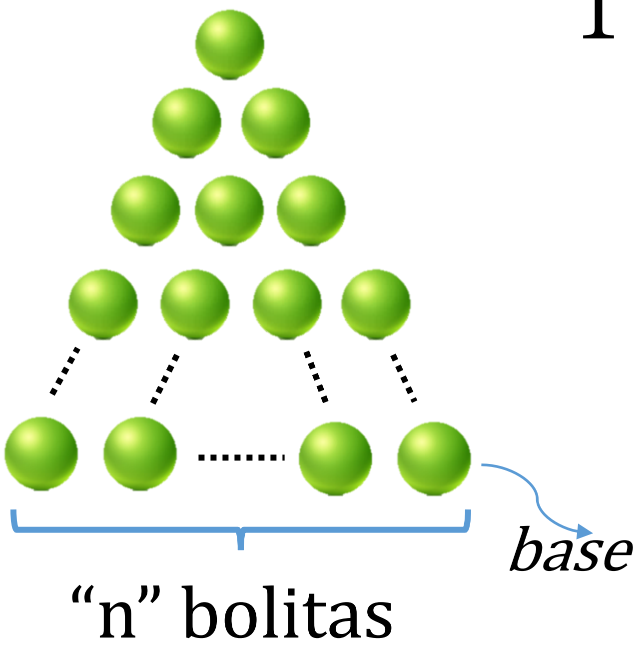
$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + 20^3 = \left(\frac{20(21)}{2}\right)^2$$

$$= 44100$$

PROBLEMA 1

Se ordenan 153 bolas en forma conveniente logrando formar un triángulo equilátero. ¿Cuántas bolas deben ubicarse en la base?

Resolución



$$1 + 2 + 3 + 4 + \cdots + n = 153$$

$$\frac{n(n+1)}{2} = 153$$

$$n(n+1) = 306$$

$$n(n+1) = 17 \times 18$$

$$n = 17$$

$\therefore$ 17 *bolitas*

PROBLEMA 2

Calcule $N + R$

$$1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + N = 900$$
$$2 + 4 + 6 + 8 + 10 + \cdots + R = 1640$$

Resolución

$$\boxed{1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2}$$

-1 , × 2

+1 , ÷ 2

$$\boxed{2 + 4 + 6 + \cdots + (2n) = n(n + 1)}$$

× 2

÷ 2

-1 , × 2

$$1 + 3 + 5 + \cdots + N = 30^2$$

$$N = 30 \times 2 - 1 = 59$$

× 2

$$2 + 4 + 6 + \cdots + R = 40 \times 41$$

$$R = 40 \times 2 = 80$$

$$\rightarrow N + R = 59 + 80$$

$$\therefore 139$$

SACO OLIVEROS

PROBLEMA 3

Halle el valor de $P = \underbrace{3 + 8 + 13 + 18 + \cdots}_{30\ \text{términos}}$

Resolución

Calculamos t_{30}

$$-2 \quad 3 + 8 + 13 + 18 + \cdots$$

$$+5 \quad +5 \quad +5 \quad +5$$

$$t_n = 5n - 2$$

$$t_{30} = 5(30) - 2$$

$$t_{30} = 148$$

RECUERDA

$$S = \frac{(t_1 + t_n) \times n}{2}$$

$$P = \left(\frac{3 + 148}{\cancel{2}}\right)\overset{15}{\cancel{30}}$$

$$P = (151)15$$

$$\therefore \quad 2265$$

PROBLEMA 4

El profesor Ronald evalúa a su alumno Geovani; haciéndole la siguiente pregunta:

$$S = 2 + 5 + 8 + 11 + \ldots + 119$$

Como Geovani estaba nervioso al momento de dar su respuesta, olvidó escribir el cero de su respuesta final. Podría decir ¿cuál fue la respuesta que dio Geovani?

Resolución

Calculamos el número de sumandos.

$$-1 \quad 2 + 5 + 8 + 11 + \cdots + 119$$

$$+3 \quad +3 \quad +3 \quad +3$$

$$\rightarrow t_n = 3n - 1$$

$$3n - 1 = 119$$

$$n = 40$$

RECUERDA

$$S = \frac{(t_1 + t_n) \times n}{2}$$

$$S = \frac{(2 + 119)\cancel{40}^{20}}{\cancel{2}}$$

$$S = (121)20$$

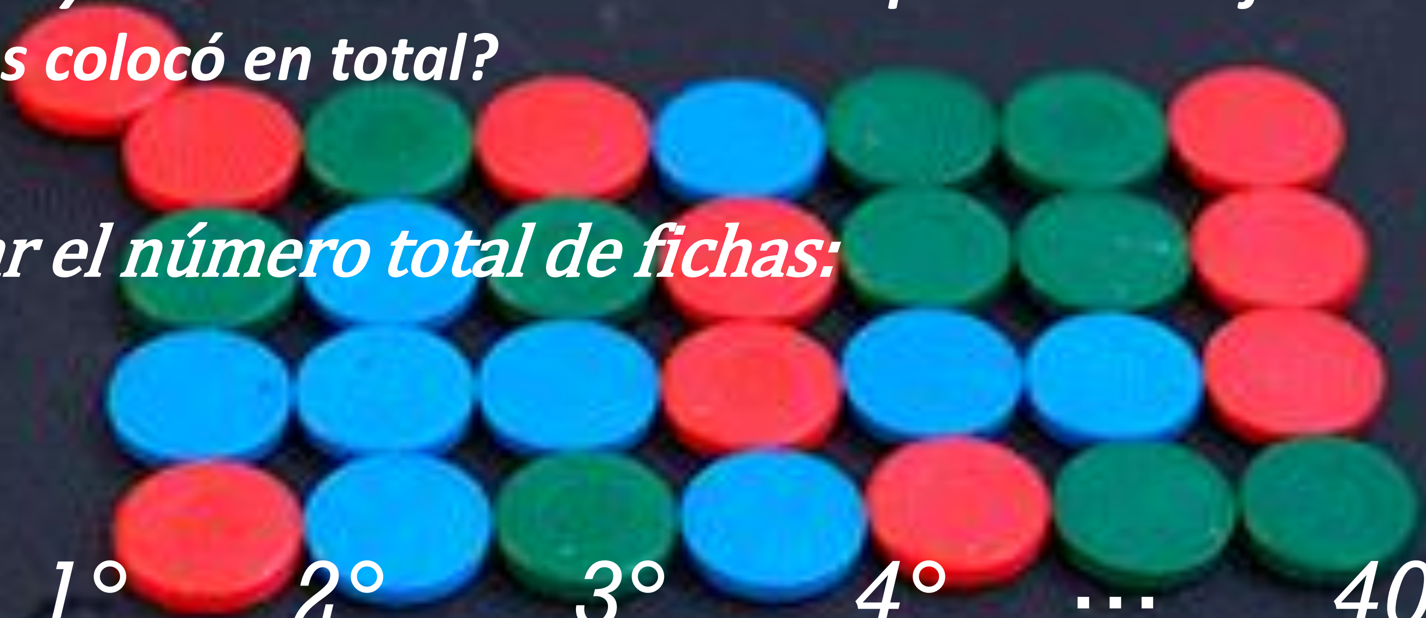
$$S = 2420$$

$$\therefore \quad 242\cancel{0}$$

PROBLEMA 5

Raulito ubica sus fichas en filas: en la primera coloca 2 fichas, en la segunda 4, en la tercera 6 y así sucesivamente hasta que en una fila coloca 80 fichas. ¿Cuántas fichas colocó en total?

Resolución



Piden calcular el número total de fichas:

Filas → $1° \quad 2° \quad 3° \quad 4° \quad \cdots \quad 40°$

N° de fichas: $2 + 4 + 6 + 8 + \ldots + 80 = 40 \times 41$

$\therefore 1640$

BEYONDSLOWMOTION

PROBLEMA 6

Calcule la suma de los 40 primeros números enteros positivos múltiplos de 7

Resolución

Piden el valor de la serie:

$$S = \overbrace{7 + 14 + 21 + 28 + \ldots}^{40\ sumandos}$$

Factor común 7 :

$$S = 7\,(1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + 40)$$

$$S = 7\left(\frac{40 \times 41}{2}\right) = 7(20 \times 41)$$

$$\therefore\ 5740$$

PROBLEMA 7

Roberto compró un paquetón de figuritas del mundial para poder venderlas. El primer día vende solo una figurita, 4 el segundo, 9 el tercer día, 16 el cuarto día y así sucesivamente hasta que un día vendió 400 figuritas. Si al final de esta última venta solo le quedan 10 figuritas, ¿Cuántas figuritas compro en total Roberto?

Resolución

Piden calcular el total de figuritas.

1°día	2°día	3°día	4°día	...	20°día
1;	4;	9;	16;	...	400

$$\underbrace{1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \ldots + 20^2}_{\frac{20(21)(41)}{6} = 2870}$$

El total : $2870 + 10$

$\therefore$ 2880

PROBLEMA 8

Alberto es un recolector de botellas de plástico, la primera hora recogió una botella, la segunda recogió 8, la tercera hora recogió 27 botellas, y así hasta que pasaron 11 horas. ¿Cuántas botellas recogió en total ese día?

Resolución

Piden calcular el total de botellas.

1°hora 2°hora 3°hora 4°hora ... 11°hora

$$1;\quad 8;\quad 27;\quad 64;\quad \ldots$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \ldots + 11^3 = \left(\frac{11(12)}{2}\right)^2$$

$\therefore$ 4356 *botellas*