ALGEBRA

Volume 7 y 8

4th
SECONDARY

Asesoría Bimestral

SACO OLIVEROS

HELICO PRACTICE

Asesoría Bimestral

SACO OLIVEROS

PROBLEMA 1 Calcule el Conjunto solución. de

$$|x+5| \leq |3x-1|$$

Resolución

$$|x| \leq |y| \Leftrightarrow x^2 \leq y^2$$

$$(x+5)^2 \leq (3x-1)^2$$

Diferencia de cuadrados

$$(a^2-b^2) \ = (a+b)(a-b)$$

$$0 \leq (3x-1)^2-(x+5)^2$$

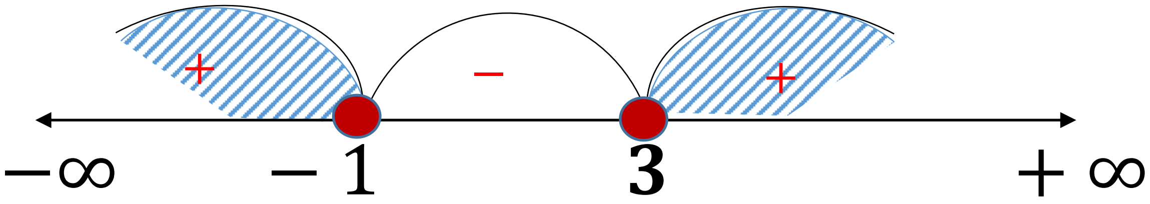
$$0 \leq (3x-1+x+5)(3x-1-x-5)$$

$$0 \leq (4x+4)(2x-6)$$

$$0 \leq 4(x+1)2(x-3)$$

$$\frac{0}{8} \leq \frac{8}{8}(x+1)(x-3)$$

$Puntos\ Críticos: -1\ y\ 3$



Piden: $C.S.$

C.S. $=< -\infty : -1] \cup [3 + \infty >$

PROBLEMA 2

Indique la suma de los valores de x en:

$$||x+5|+3| = 12$$

Resolución

Propiedad de Valor Absoluto

$|x| = a \Leftrightarrow x = a \vee x = -a$

$$||x-5|+3| = 12$$

$|x-5|+3 = 12 \quad \vee \quad |x-5|+3 = -12$

$\underbrace{|x-5| = 9}_{v} \quad \vee \quad \underbrace{|x-5| = -15}_{f}$

$\Rightarrow |x-5| = 9$

$X-5 = 9 \quad \vee \quad x-5 = -9$

$\boxed{x_1 = 14} \quad \vee \quad \boxed{x_2 = -4}$

Suma de los valores de x

$x_1 + x_2 = 14 - 4 = 10$

Rpta:10

PROBLEMA 3

Dada la función

$M=\{(3;m-n),(5,;m+2n);(4,7);(5,9)\}$ y

$H(3)=6.\ Calcule:\ m+n$

Resolución Como M es función:

$$\underbrace{(5,m+2n)=(5,9)}_{=}$$

$$m+2n=9\ \ldots(1)$$

Del dato: $H(3)=6$

$$m-n=6\ \ldots(2)$$

LUEGO de (1) y (2)

$$\begin{aligned} m+2n &= 9 \\ m-n &= 6 \end{aligned}\quad(-)$$

$3n=3$

$n=1 \quad \wedge \quad$ de (2) $m=7$

Piden: $m+n$:

RPTA: 7+1=8

PROBLEMA 4

Sea la función Inyectiva

$$R = \{(5;3),(2;0);(8,1);(a-5,0);(3b-7,1);(5,7)\}$$

Calcule $3a - b$

Resolución

Si R es inyectiva se tiene:

- $(2;0) = (a-5;0)$ *por ser inyectiva*

$a - 5 = 2$

$\boxed{a = 7}$

- $(8;1) = (3b-7;1)$ *por ser inyectiva*

$8 = 3b - 7$

$15 = 3b$

$\boxed{b = 5}$

piden $3a - b$

- $3a - b = 3(7) - 5$

Rpta;
21-5=16

PROBLEMA 5 Grafique la función $F(x) = x^2 + 8x + 24$

Halle el vértice de la parábola y el rango

Resolución En la función

- $F(X) = X^2 + 8X + 24$

$F(X) = \underbrace{X^2 + 8X + 16} + 8$

$F(X) = 1(X+4)^2 + 8$

- VERTICE: $X + 4 = 0$

$X = -4 \wedge y = 8$

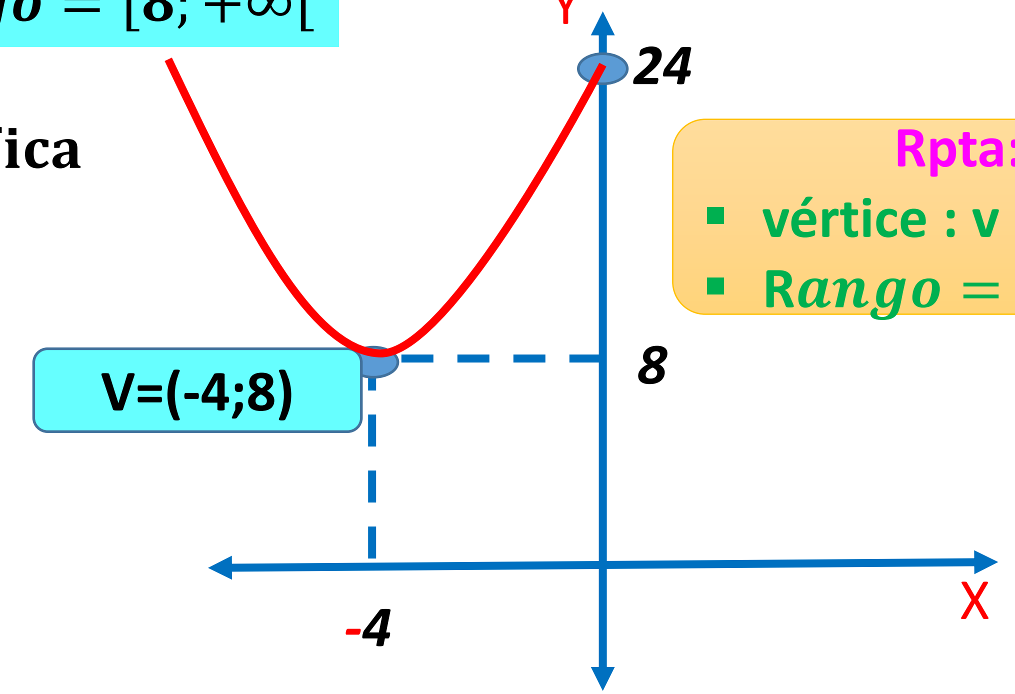
Calculando el rango: $(X+4)^2 \geq 0$

$\underbrace{(X+4)^2 + 8}_{F(x)} \geq 8$ ($+8$)

$F(x) \geq 8$

$Rango = [8; +\infty[$

gráfica



Rpta:
- vértice : v = (-4;8)
- $Rango = [8; +\infty[$

Intersección con el eje y SI $X = 0$ $y = 24$

- $F(0) = 0 + 8(0) + 24$

PROBLEMA 6

REDUZCA: $\log_8\left[\sqrt{\underbrace{\log_4\left(\sqrt{\log_2 4}\right)}_{*}}\right]$

RESOLUCIÓN

$$\boxed{\log_{a^n} b^m = \frac{m}{n}\log_a b}$$

DE $*$

$$\sqrt{\log_2 4} = \sqrt{\log_2 2^2} = \sqrt{2\log_2 2}^{=1} = \sqrt{2}$$

REMPLAZANDO

$$\log_8\left[\sqrt{\log_4(\sqrt{2})}\right]$$

$$\log_8 \sqrt{\log_{2^2} 2^{1/2}} \qquad \log_8 \sqrt{\frac{1}{4}\log_2 2}^{=1}$$

$$\log_8 \sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$\log_{2^3}\frac{1}{2}$$

$$\log_{2^3} 2^{-1}$$

POR LA PROPIEDAD

$$\frac{-1}{3}\log_3 3^{=1}$$

RPTA= -- $\frac{1}{3}$

PROBLEMA 7 Cuál de las siguientes funciones son inyectivas:

I) $f(x)=\sqrt{x-2}+3$

II) $G(x)=(x+1)^2+5$

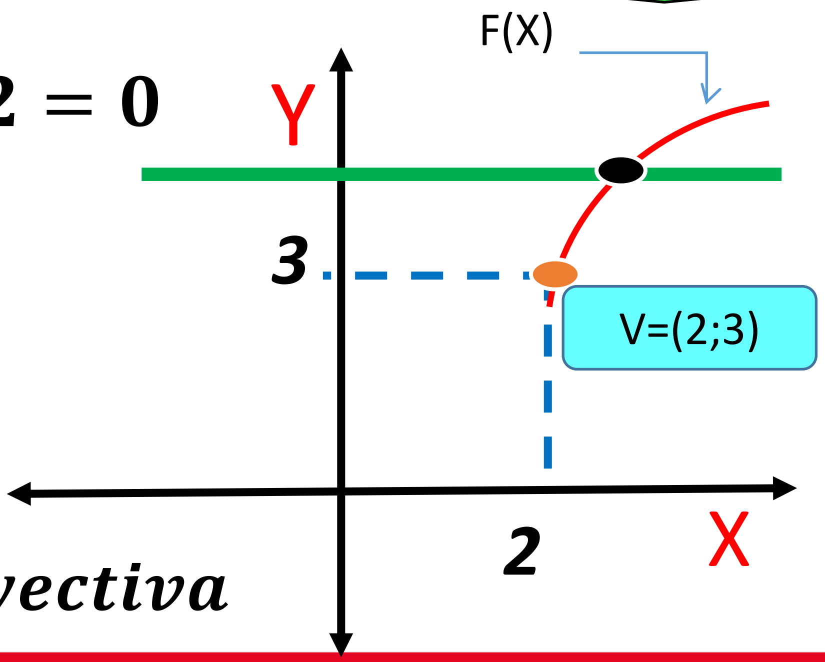
Resolución

Teorema: Una función f es inyectiva si cualquier RECTA HORIZONTAL corta a su gráfica a lo más en un punto

De I

- $x-2=0$

V=(2,3)



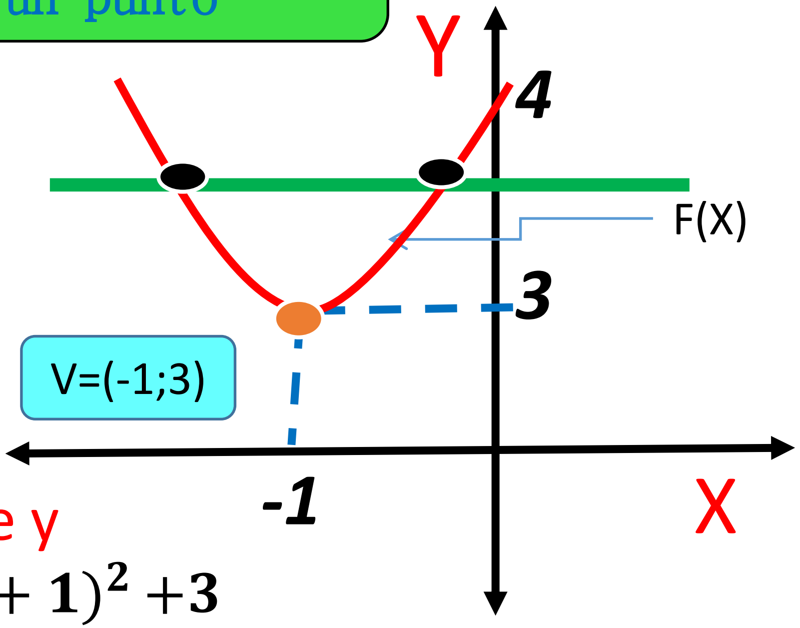
f es inyectiva

De II

- $x+1=0$

$x=-1 \wedge y=3$

V=(-1,3)



Intersección con el eje y

$x=0 \quad y=(x+1)^2+3$

$y=1+3=\ 4$

PROBLEMA 8

Se tiene la función H(X)= $\begin{cases} -x+5\,; & x < -6 \ldots\ldots(1) \\ 8\,; & -6 \leq x < 6 \ldots\ldots(2) \\ 4x-1; & x \geq 6 \ldots\ldots(3) \end{cases}$

Calcule $T = H(8) - 4H(1) + H(-10)$

Resolución

- De(3) : $x \geq 6$

$H(x) = 4x - 1$

$H(8) = 4(8) - 1$

$= 31$

- De (2):

$-6 \leq x < 6$

$H(1) = 8$

- $De(1) : x < -6$

$H(X) = -x + 5$

$H(-10) = -(-10) + 5$

$= 15$

$T = H(8) - 4H(1) + H(-10)$

$= 31$

$h(1) = 8$

$= 15$

Remplazando ⇒ T= $31 - 4(8) + 15$

T= $31 - 32 + 15$

Rpta $T = 14$

PROBLEMA 9 Halle el valor de x en la ecuación siguiente:

$$3+\log_x(x-1)^2+\log_x\left(\frac{1}{x^2}\right)=\log_x x^3$$

Resolución Recordar $\boxed{\log a^{x^n}=n\log_a x}$

$$\cancel{3}+\log_X(x-1)^2+\log_X\left(\frac{1}{x^2}\right)=\cancel{3}\underbrace{\log_x x}_{=1}$$

$$\log_a(M.N)=\log_a M+\log_a N$$

$$log_X\left(\frac{(x-1)^2}{x^2}\right)=0$$

Por definición de logaritmo

$$\left(\frac{(x-1)^2}{x^2}\right)=1$$

$$x^2-2x+1=x^2$$

$$1=2x$$

Rpta: $x=\frac{1}{2}$

PROBLEMA 10

Si R es una función lineal que cumple los siguientes valores de la tabla

x	8	2
y	19	7

Si el valor de R $\left(\frac{1}{2}\right)$ y R (0) nos da el marcador final de un partido de futbol Perú –Paraguay respectivamente, ¿Cuál fue el marcador?

RESOLUCIÓN R(X)= ax+b…función lineal

Del recuadro

- $R(8) = 8\,a + b$

  $19 = 8a + b \ldots..(\alpha)$
- $R(2) = 2\,a + b$

  $7 = 2a + b \ldots..(\beta)$

De α y β:

$$\begin{array}{r} 19 = 8a + \cancel{b} \\ 7 = 2a + \cancel{b} \\ \hline 12 = 6a \end{array} \quad (-)$$

De la resta ; $a=2$ $\wedge$ $b = 3$

Remplazando en $R(x); a = 6 \wedge b = 3$

Piden :
- $R(0) + 2 = 2(0) + 3 = 3$
- $R\left(\frac{1}{2}\right) = 2\left(\frac{1}{2}\right) + 3 = 4$

Rpta: PERÚ =4 Y PARAGUAY= 3