



TRIGONOMETRY

Chapter 20

3rd
SECONDARY

IDENTIDADES
TRIGONOMÉTRICAS I



 **SACO OLIVEROS**

MOTIVATING STRATEGY

¿ ECUACIÓN ES LO MISMO QUE IDENTIDAD ?

ECUACIONES Y SISTEMAS

ECUACIONES E IDENTIDADES

$$5x-2=3(x+4)$$

$$2(x-3)=2x-6$$


IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS

¿ QUÉ SON IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS ?

Son igualdades entre expresiones que contienen razones trigonométricas de una o más variables, las cuales se verifican para un conjunto de valores admisibles.

Ejemplo :

$$\boxed{\text{sen}2\theta = 2 \cdot \text{sen}\theta \cdot \text{cos}\theta} ; \forall \theta \in \mathbb{R}$$

Si $\theta = 30^\circ$  $\text{sen}2(30^\circ) = 2 \cdot \text{sen}30^\circ \cdot \text{cos}30^\circ$



¡ Ohh ... es
cierto !

$$\text{sen}60^\circ = \cancel{2} \left(\frac{1}{\cancel{2}} \right) \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Ahora, anímate a seguir comprobando esta identidad, dándole diferentes valores a θ .

IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS FUNDAMENTALES

I) IDENTIDADES RECÍPROCAS :

$$\operatorname{sen}\theta \cdot \operatorname{csc}\theta = 1$$

$$\cos\theta \cdot \sec\theta = 1$$

$$\tan\theta \cdot \cot\theta = 1$$

Ejemplos :

$$\operatorname{sen}43^\circ \cdot \operatorname{csc}43^\circ = 1$$

$$\tan288^\circ \cdot \cot288^\circ = 1$$

$$\cos127^\circ \cdot \sec127^\circ = 1$$

$$\operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{5} \text{ rad}\right) \cdot \operatorname{csc}\left(\frac{2\pi}{5} \text{ rad}\right) = 1$$

IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS FUNDAMENTALES

II) IDENTIDADES POR DIVISIÓN :

$$\tan\theta = \frac{\text{sen}\theta}{\cos\theta}$$

$$\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\text{sen}\theta}$$

Ejemplos : $\tan 226^\circ = \frac{\text{sen} 226^\circ}{\cos 226^\circ}$

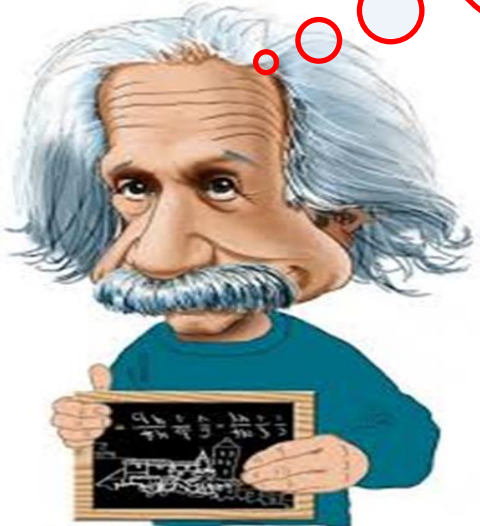
$$\cot 138^\circ = \frac{\cos 138^\circ}{\text{sen} 138^\circ}$$

$$\tan 340^\circ = \frac{\text{sen} 340^\circ}{\cos 340^\circ}$$

$$\cot\left(\frac{3\pi}{8} \text{ rad}\right) = \frac{\cos\left(\frac{3\pi}{8} \text{ rad}\right)}{\text{sen}\left(\frac{3\pi}{8} \text{ rad}\right)}$$

1) Reduzca $M = \text{sen}\theta - \text{cos}\theta \cdot \text{tan}\theta$

RESOLUCIÓN


$$\text{tan}\theta = \frac{\text{sen}\theta}{\text{cos}\theta}$$

Convertimos todo a senos y cosenos :

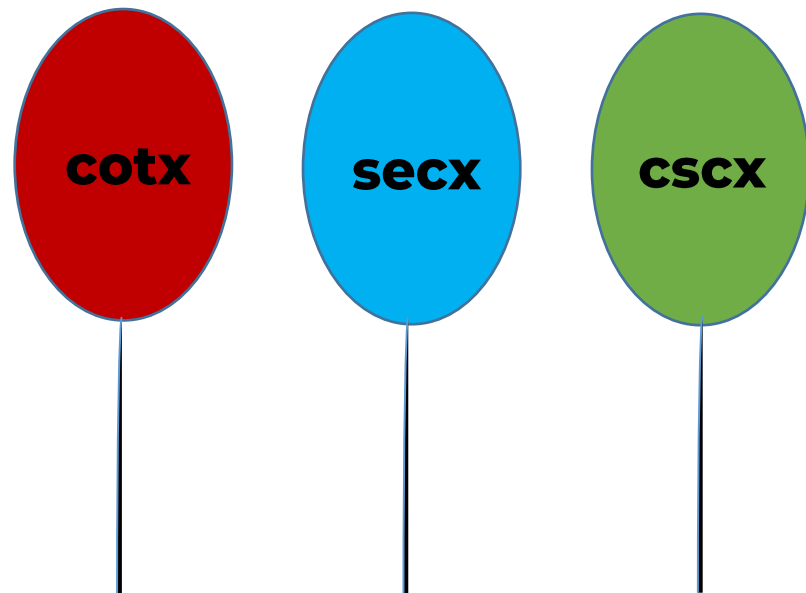
$$M = \text{sen}\theta - \cancel{\text{cos}\theta} \cdot \frac{\text{sen}\theta}{\cancel{\text{cos}\theta}}$$

$$M = \text{sen}\theta - \text{sen}\theta$$

$$\therefore M = 0$$

2) Pepito debe elegir un globo del color adecuado .- Ayúdelo a resolver el siguiente ejercicio e indique cuál es el globo correcto para Pepito.

Reduzca : $P = \frac{\text{sen}x + 1}{\text{cos}x} - \text{tan}x$



RESOLUCIÓN

Convertimos todo a senos y cosenos :

$$P = \frac{\text{sen}x + 1}{\text{cos}x} - \frac{\text{sen}x}{\text{cos}x}$$

$$P = \frac{\cancel{\text{sen}x} + 1 - \cancel{\text{sen}x}}{\text{cos}x}$$

$$P = \frac{1}{\text{cos}x}$$

Sabemos que :

$$\text{cos}x \cdot \text{sec}x = 1 \quad \Rightarrow \quad \text{sec}x = \frac{1}{\text{cos}x}$$

Luego : $P = \text{sec}x$

∴ Pepito debe elegir el globo celeste.

3) Reduzca $P = \tan^4 x \cdot \cot^3 x \cdot \cos x$

RESOLUCIÓN

$$\tan x \cdot \cot x = 1$$

$$\tan x = \frac{\text{sen} x}{\cos x}$$

Agrupamos en forma conveniente :

$$P = (\tan x \cdot \cot x)^3 \cdot \tan x \cdot \cos x$$

$$P = (1)^3 \cdot \tan x \cdot \cos x$$

Convertimos todo a senos y cosenos :

$$P = \frac{\text{sen} x}{\cancel{\cos x}} \cdot \cancel{\cos x}$$

$$\therefore P = \text{sen} x$$



4) Simplifique $P = \csc^3 \theta \cdot \sen^2 \theta \cdot \cos \theta \cdot \tan \theta$

RESOLUCIÓN

$$\sen \theta \cdot \csc \theta = 1$$

$$\tan \theta = \frac{\sen \theta}{\cos \theta}$$



Agrupamos en forma conveniente ,
luego aplicamos identidades
recíprocas y por división :

$$P = (\sen \theta \cdot \csc \theta)^2 \cdot \csc \theta \cdot \cancel{\cos \theta} \cdot \frac{\sen \theta}{\cancel{\cos \theta}}$$

$$P = (1)^2 (\sen \theta \cdot \csc \theta)$$

$$P = (1)(1)$$

$$\therefore P = 1$$

5) Halle el equivalente de la expresión mostrada :

$$K = \left(\frac{\cot\theta}{\tan\theta} \right) \text{sen}^2\theta$$

$$\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\text{sen}\theta}$$

$$\tan\theta = \frac{\text{sen}\theta}{\cos\theta}$$

Convertimos todo a senos y cosenos :

$$K = \left(\frac{\frac{\cos\theta}{\text{sen}\theta}}{\frac{\text{sen}\theta}{\cos\theta}} \right) \text{sen}^2\theta$$

$$K = \left(\frac{\cos^2\theta}{\cancel{\text{sen}^2\theta}} \right) \cancel{\text{sen}^2\theta}$$

$$\therefore K = \cos^2\theta$$

6) Simplifique $E = \cos x (1 + \sec x) - \cos x$

RESOLUCIÓN

$$E = \cos x (1 + \sec x) - \cos x$$

$$E = \cancel{\cos x} + \cos x \cdot \sec x - \cancel{\cos x}$$

$$E = \cos x \cdot \sec x$$

$$\therefore E = 1$$



7) Simplifique $E = \frac{1 + \tan x}{\sec x} - \sen x$

RESOLUCIÓN

$\tan x = \frac{\sen x}{\cos x}$
 $\cos x \cdot \sec x = 1$
 \downarrow
 $\sec x = \frac{1}{\cos x}$

Convertimos todo a senos y cosenos :

$$E = \frac{1 + \frac{\sen x}{\cos x}}{\frac{1}{\cos x}} - \sen x$$

$$E = \frac{\frac{\cos x + \sen x}{\cancel{\cos x}}}{\frac{1}{\cancel{\cos x}}} - \sen x$$

$\therefore E = \cos x$

$$E = \cos x + \cancel{\sen x} - \cancel{\sen x}$$



8) Siendo $\tan x - \cot x = 3$, determine $M = \tan^2 x + \cot^2 x$

RESOLUCIÓN

Dato : $\tan x - \cot x = 3$

Elevamos al cuadrado :

$$(\tan x - \cot x)^2 = (3)^2$$

$$\tan^2 x - 2 \tan x \cdot \cot x + \cot^2 x = 9$$

$$\tan^2 x - 2(1) + \cot^2 x = 9$$

$$\tan^2 x + \cot^2 x = 9 + 2$$

$$\therefore M = 11$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\tan x \cdot \cot x = 1$$

