ALGEBRA

5th

SECONDARY

ASESORIA
PRIMER BIMESTRE

SACO OLIVEROS

Problema 1

Si:

$$P(x) = 4x - 5$$

$$P\big(F(x)\big) = 12x + 3$$

Calcular: $F(4)$

Resolución:

Cálculo de $F(x)$

$$P(x) = 4x - 5$$

$$\underbrace{P(F(x))}_{} = 4F(x) - 5$$

$$12x + 3 = 4F(x) - 5$$

$$12x + 8 = 4F(x)$$

$$\boxed{F(x) = 3x + 2}$$

Piden $F(4)$

$$F(4) = 3(4) + 2$$

$$\therefore F(4) = 14$$

Problema 2

Dados los polinomios:

$$P(x) = (a+b-4)x^2 + (a+c-2)x + (b+c+1)$$

$$Q(x) = 4x^2 + x + 10$$

Donde: P(x) ≡ Q(x).

Calcular el valor de $a+b+c$

Recordar

Dados:

$$P(x) = ax^2 + bx + c$$
$$Q(x) = mx^2 + nx + p$$

$Si\ P(x) \equiv Q(x), se\ cumple:$

$a = m$	$b = n$	$c = p$

Resolución:

$$P(x) = (a+b-4)x^2 + (a+c-2)x + (b+c+1)$$
$$Q(x) = 4x^2 + 1x + 10$$

$por\ dato\ P(x) \equiv Q(x)$

$a+b-4=4 \Rightarrow a+b=8$

$a+c-2=1 \Rightarrow a+c=3$

$b+c+1=10 \Rightarrow b+c=9$

$$\begin{array}{r} a+b=8 \\ a+c=3 \\ b+c=9 \\ \hline 2a+2b+2c=20 \end{array} \quad +$$

$$2(a+b+c) = 20$$

$$\boxed{\therefore\ a+b+c=10}$$

Problema 3

Si: $x + x^{-1} = 3$

Calcular el valor de:

$$x^3 + x^{-3}$$

Recordar

Identidad de Cauchy

$$(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$

Resolución:

$$x + x^{-1} = 3$$

Elevamos al cubo

$$(x + x^{-1})^3 = (3)^3$$

Aplicando Cauchy

$$(x)^3 + (x^{-1})^3 + 3\underbrace{(x)(x^{-1})}_{1}\underbrace{(x + x^{-1})}_{3} = 27$$

$$x^3 + x^{-3} + 9 = 27$$

$$\boxed{\therefore\ x^3 + x^{-3} = 18}$$

Problema 4

Calcular : m.n

Si la siguiente división es exacta

$$\frac{mx^5 + nx^4 + 4x^2 - 3x^3 + 5x - 6}{3x^2 + x - 2}$$

Recordar

Si la División es exacta cumple Horner invertido

Resolución:

Ordenamos el dividendo

Aplicamos Horner Invertido

-2	-6	5	4	-3	n	m
		-3	-9			
-1		2	1	3		
			-4	-2	-6	
-3				-2	-1	-3
x	3	-1	2	1	0	0

$n - 6 - 1 = 0$ ➡ $n = 7$

$m - 3 = 0$ ➡ $m = 3$

$$\therefore m.n = 21$$

Problema 5

Obtenga el resto de dividir un polinomio P(x) entre $(x-10)$ si se sabe que el término independiente del cociente es 3 y el término independiente de P(x) es 4

Recordar

TÉRMINO INDEPENDIENTE

$$\boxed{T.I\,(P(x)) = P(0)}$$

IDENTIDAD FUNDAMENTAL DE LA DIVISIÓN

$$\boxed{D(x) \equiv d(x).q(x) + R(x)}$$

Resolución:

$$\frac{P(x)}{x-10} \Rightarrow R(x) = ¿?$$

POR DATO

$$T.I(q(x)) = q(0) = 3$$

$$T.I(P(x)) = P(0) = 4$$

POR LA IDENTIDAD FUNDAMENTAL DE DE LA DIVISIÓN

$$\Rightarrow P(x) \equiv \overbrace{(x-10)\,q(x)}^{\text{Primer grado}} \overbrace{+R(x)}^{\text{constante}}$$

$$\Rightarrow P(x) \equiv (x-10)q(x) + k$$

EVALUANDO x=0

$$P(0) = (0-10)\,q(0) + k$$

$$4 = (-10)(3) + k$$

$$k = 34$$

$$\boxed{\therefore R(x) = 34}$$

Problema 6

¿Qué lugar ocupa en el desarrollo del cociente notable: $\dfrac{x^{150}-y^{270}}{x^{5}-y^{9}}$ el término de grado absoluto 221 ?

Recordar

Dado: $\dfrac{x^{a}-y^{b}}{x^{p}-y^{q}}$

Genera C.N si: $\boxed{\dfrac{a}{p}=\dfrac{b}{q}=\mathbf{n}}$

Término de lugar K:

$$\boxed{T_k=+(x^{p})^{n-k}(y^{q})^{k-1}}$$

Resolución:

Número de términos de C.N : n

$$n=\frac{150}{5}=30$$

Cálculo del Término de lugar K

$$T_k=+(x^{5})^{30-k}.(y^{9})^{k-1}$$

$$T_k=x^{150-5k}.y^{9k-9}$$

Por Dato $GA=221$

$$150-5k+9k-9=221$$

$$4k=80$$

$$k=20$$

$\therefore$ ***El término ocupa el lugar 20***

Problema 7

Si: a +b + c = 0

Calcular:

$$M = \frac{(a+b)^2 + (b+c)^2 + (a+c)^2}{ab+bc+ac}$$

Recordar

Identidad Condicional

Si: $a+b+c=0$

Se cumple que:

$$\boxed{a^2+b^2+c^2 = -2(ab+bc+ac)}$$

Resolución:

Del dato:

a +b + c = 0

$$\begin{cases} a+b=-c \\ b+c=-a \\ a+c=-b \end{cases}$$

Reemplazando

$$M = \frac{(-c)^2 + (-a)^2 + (-b)^2}{ab+bc+ac}$$

$$M = \frac{a^2+b^2+c^2}{ab+bc+ac}$$

Por identidad condicional

$$M = \frac{-2\cancel{(ab+bc+ac)}}{\cancel{ab+bc+ac}}$$

$$\boxed{\therefore \ M = -2}$$

Problema 8

Calcule la suma de coeficientes del polinomio homogéneo :

$$P(x,y) = ax^{n^2}y^{5n-18} + bx^{n^2-3}y^5 + 2x^a y^b$$

Resolución:

Por ser homogéneo se cumple:

$$n^2 + 5n - 18 = n^2 - 3 + 5 = a + b \quad \ldots(\alpha)$$

Resolviendo:

$$\cancel{n^2} + 5n - 18 = \cancel{n^2} - 3 + 5$$

$$5n = 20$$

$$\boxed{n = 4}$$

Reemplazando en (α)

$$n^2 - 3 + 5 = a + b$$

$$(4)^2 - 3 + 5 = a + b$$

$$\boxed{a + b = 18}$$

Suma de coeficientes: $\underbrace{a + b}_{18} + 2$

$$18 + 2$$

$$\therefore \quad suma\ de\ coeficientes = 20$$

Problema 9

Un polinomio cúbico mónico P(x), al ser dividido separadamente entre $(x-3)$, $(x+2)$ y $(x-1)$; se obtiene 12 como resto común. Determine P(4).

Recordar:

$$\frac{P(x)}{(x-a)} \rightarrow R_1(x) = R$$

$$\frac{P(x)}{(x-b)} \rightarrow R_2(x) = R$$

$$\frac{P(x)}{(x-c)} \rightarrow R_3(x) = R$$

Entonces: $$\frac{P(x)}{(x-a)(x-b)(x-c)} \rightarrow R(x) = R$$

Resolución:

POR LA IDENTIDAD FUNDAMENTAL DE LA DIVISIÓN

$$\boxed{D(x) \equiv d(x).q(x)+R(x)}$$

$$\underbrace{P(x)}_{\text{3er grado}} \equiv \underbrace{(x-3)(x+2)(x-1)}_{\text{3er grado}}\underbrace{q(x)}_{\text{grado 0}} +12$$

$$P(x) \equiv (x-3)(x+2)(x-1).k + 12$$

Por ser mónico

$$P(x) \equiv (x-3)(x+2)(x-1).1 + 12$$

Evaluamos para x=4

$$P(4) = (4-3)(4+2)(4-1).1 + 12$$

$$P(4) = (1)(6)(3) + 12$$

$$\boxed{\therefore P(4) = 30}$$

Problema 10

En el cociente notable: $\dfrac{x^{56}-y^{40}}{x^{7}-y^{5}}$

determine el valor numérico del quinto término para
x = 4;y = 1/4

Recordar

Dado: $\dfrac{x^{a}-y^{b}}{x^{p}-y^{q}}$

Genera C.N si: $\boxed{\dfrac{a}{p}=\dfrac{b}{q}=\mathrm{n}}$

Término de lugar K:

$$\boxed{T_k=+(x^p)^{n-k}(y^q)^{k-1}}$$

Resolución:

Se tiene :

$$n=\frac{56}{7}=8 \quad ; \quad k=5$$

Cálculo del quinto Término

$$T_5=+(x^7)^{8-5}.(y^5)^{5-1}$$

$$T_5=x^{21}.y^{20}$$

Valor numérico de T_5 Si $\left(x=4;y=\frac{1}{4}\right)$

$$V.N(T_5)=4^{21}.\left(\frac{1}{4}\right)^{20}$$

$$\boxed{\therefore\ V.N\ (T_5)=4}$$