ARITHMETIC

Chapter 11

4th
SECONDARY

Estudio de los Enteros Positivos

SACO OLIVEROS

¿Cuál es el primer número de la historia?

El primer número representado en la historia es el:

Hace aproximadamente 40 mil años se han registrado muchos huesos con 29 marcas, que se considera la presentación del 29 aunque todavía no había la idea abstracta de números

¿Porqué?, una de las ideas más aceptadas es el ciclo lunar de aproximadamente 29 días, veamos como se vería un ciclo lunar.

ticmas

Tecnología | Innovación | Ciencia | Matemática | Artes | Social

CLASIFICACIÓN DE LOS - Z^+

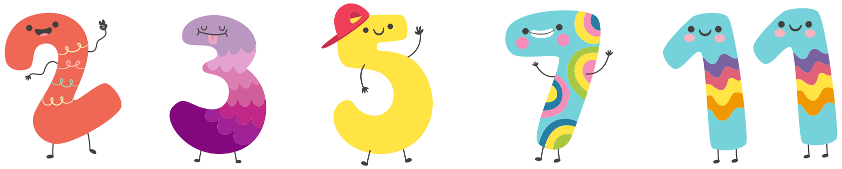
DE ACUERDO A LA CANTIDAD DE DIVISORES

NÚMEROS SIMPLES

- *la unidad*

- *número primo o primo absoluto*

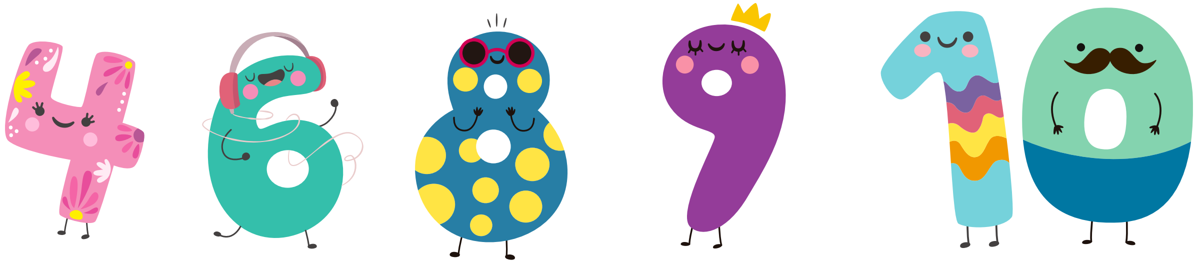
Admiten exactamente dos divisores los cuales son la unidad y el mismo número.



NÚMEROS COMPUESTOS

Son aquellos números que admiten más de dos divisores.

- Como por ejemplo



EJEMPLO Analizaremos los divisores de **12**

$DIV_{12} = \{1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 6;\ 12\}$ → "Divisores de doce"

$DIV_{PRIMOS} = \{2;\ 3\}$ → "Divisores primos"

$DIV_{COMPUESTOS} = \{4;\ 6;\ 12\}$ → "Divisores compuestos"

$DIV_{PROPIOS} = \{1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 6\}$ → "Divisores propios"

SACO OLIVEROS

NÚMEROS PRIMOS RELATIVOS, COPRIMOS O PRIMOS ENTRE SI (PESI)

El único divisor común que comparten todos ellos es la unidad.

EJEMPLO

28 → 1; 2; 4; 7; 14; 28

45 → 1; 3; 5; 9; 15; 45

34 → 1; 2; 17; 34

28, 45 y 34 son PESI

TEOREMA FUNDAMENTAL DE LA ARITMÉTICA

Teorema de Gauss

"Todo entero positivo se puede descomponer como un producto de factores primos de forma única"

EJEMPLO

$$120 = 2^3 \times 3^1 \times 5^1 \longrightarrow \text{D. C.}$$

GENERAL

$$N = a^{\alpha} \times b^{\beta} \times c^{\theta} \longrightarrow \text{D. C.}$$

Donde:

$a; b; c$: Factores primos

$\alpha; \beta; \theta \in \mathbb{Z}^+$

MÉTODO PARA DETERMINAR UN NÚMERO PRIMO

- Se calcula la $\sqrt{}$ (aprox) del número y se toma la parte entera de dicha raíz.
- Se indican todos los números primos menores o iguales a la parte entera.
- Se determina si el número es o no divisible por cada número primo considerado en el paso anterior.

> ***“El número será primo sino resulta ser divisible por ninguno de los primos indicados”***

EJEMPLO

Comprobar si el número 157 es primo.

- 1° paso $\sqrt{157} = 12{,}52\ldots$
- 2° paso $\{2;3;5;7;11\} \leq 12$
- 3° paso
  - $157 = \overset{\circ}{2} + 1$
  - $157 = \overset{\circ}{3} + 1$
  - $157 = \overset{\circ}{5} + 2$
  - $157 = \overset{\circ}{7} + 3$
  - $157 = \overset{\circ}{11} + 3$

157 es primo

SACO OLIVEROS

ESTUDIO DE LOS DIVISORES DE UN ENTERO POSITIVO

CANTIDAD DE DIVISORES

EJEMPLO

$$600 = 2^3 \times 3^1 \times 5^2$$ —— D. C.

divisores en cada columna

2^0	3^0	5^0
2^1	3^1	5^1
2^2		5^2
2^3		

$$4 \times 2 \times 3 = 24$$

$$CD_{600} = (3+1)(1+1)(2+1) = 24$$

CONCLUSIÓN

- Descomponemos canónicamente al número.

$$N = a^\alpha \times b^\beta \times c^\theta$$ —— D. C.

Donde:

$a;b;c$: Factores primos

$\alpha;\beta;\theta \in \mathbb{Z}^+$

- La cantidad de divisores estará dada por

$$CD_N = (\alpha+1)(\beta+1)(\theta+1)$$

Entre 30 y 70, ¿cuántos números primos absolutos hay?

Piden el número de primos

Resolución:

Veamos Los primos

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

$30 \leq P \leq 70$

$30 \leq$ 31 37 41 43 47 53 59 61 67 ≤ 70

Entonces hay 9 PRIMOS

RPTA: 9

SACO OLIVEROS

Si $\overline{1a}$ y 20 son PESI, calcule la suma de valores de a.

Resolución:

Dato 20 y $\overline{1a}$ son PESI

$$20 = 2^2 \times 5^1 \longrightarrow \text{D. C.}$$

Entonces $\overline{1a}$ no es par ni múltiplo de 5.

Entonces

10; 11; 12; 13; 14; 15; 16; 17; 18; 19

$$\overline{1a} = 11;\ 13; 17; 19$$

Suma de valores de "a"

$$1+3+7+9=20$$

RPTA: 20

Calcule la suma de los divisores simples de 8100

Resolución:

Descomponer

$$8100 = 81 \times 100$$

$$8100 = 3^4 \times 4 \times 25$$

$$8100 = 3^4 \times 2^2 \times 5^2$$

Divisores simples, son los números simples

$3, 2, 5$ y 1

Suma de divisores simples

$$3 + 2 + 5 + 1 = 11$$

RPTA: 11

SACO OLIVEROS

Halle la cantidad de divisores de 2800.

Resolución:

Descomponer

$$2800 = 28 \times 100$$

$$2800 = 4 \times 7 \times 4 \times 25$$

$$2800 = 2 \times 5 \times 7$$

Cantidad de divisores

$$CD_N = (\alpha + 1)(\beta + 1)(\theta + 1)$$

$$CD_{2800} = (4+1)(2+1)(1+1)$$

$$CD_{2800} = 30$$

RPTA: 30

Halle la cantidad de divisores compuestos del número 4600.

Resolución:

Descomponer

$$4600 = 46 \times 100$$

$$4600 = 2 \times 23 \times 4 \times 25$$

$$4600 = 2^{3} \times 5^{2} \times 23^{1}$$

Cantidad de divisores totales

$$CD_N = (\alpha+1)(\beta+1)(\theta+1)$$

$$CD_{4600} = (3+1)(2+1)(1+1)$$

$$CD_{4600} = 24$$

Recordar

$$CD_N = CD_{SIMPLES} + CD_{COMPUESTOS}$$

$$24 = 4 + CD_{COMPUESTOS}$$

$$20 = CD_{COMPUESTOS}$$

RPTA: 20

Halle la cantidad de divisores de N.

$$N = \underbrace{a^b.(a+1)^a.\overline{a(6-b)}}_{\text{Descomposición canónica}}$$

Resolución:

La descomposición canónica

$$N = a^b \times (a+1)^a \times \overline{a(6-b)}$$

Son primos entonces: $a = 2$

"Los únicos primos consecutivos son 2 y 3"

Veamos $\overline{a(6-b)} = \overline{2(6-b)}$ primo

23 ó $29 \rightarrow 3 = b$

Cantidad de divisores

$$N = 2^3 \times 3^2 \times 23^1$$

$$\rightarrow CD_N = (3+1)(2+1)(1+1)$$

$$CD_N = 24$$

RPTA: 24

Halle la cantidad de divisores compuestos de $B = 48^3 \times 10^5$

Resolución:

Descomponer

$$B = 48^3 \times 10^5$$

$$B = (2^4 \times 3)^3 \times (2 \times 5)^5$$

$$B = 2^{12} \times 3^3 \times 2^5 \times 5^5$$

$$B = 2^{17} \times 3^3 \times 5^5$$

Los divisores simples son los primos más la unidad

Cantidad de divisores totales

$$CD_N = (\alpha + 1)(\beta + 1)(\theta + 1)$$

$$CD_{4600} = (17 + 1)(3 + 1)(5 + 1)$$

$$CD_{4600} = 432$$

Recordar

$$CD_N = CD_{SIMPLES} + CD_{COMPUESTOS}$$

$$432 = 4 + CD_{COMPUESTOS}$$

$$428 = CD_{COMPUESTOS}$$

RPTA: 428

Verónica, catedrática de la Universidad Federico Villareal, tiene dos hijos Luis y Manuel de $\overline{3c}$ y $\overline{4b}$ años respectivamente. Si ambas edades son dos números primos absolutos; determine la suma máxima de las edades que pueden tener los dos hijos de Verónica.

Resolución:

Son primos

Luis $\overline{3c}$ → 31; 37

Manuel $\overline{4b}$ → 41; 43; 47

Suma máxima

$37+47=84$

RPTA: 84

SACO OLIVEROS