MATHEMATICAL REASONING

Chapter 24

3th

SECONDA RY

CALCULO DE AREAS

SACO OLIVEROS

HELICO MOTIVATION

❑ !SABIAS QUE!

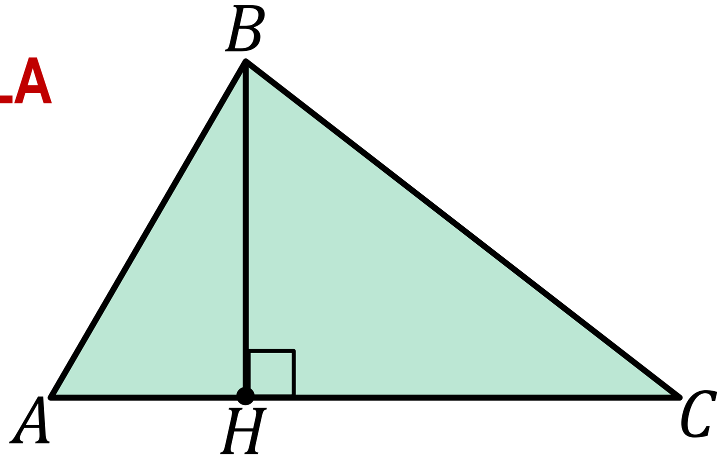
¡Existen regiones coloreadas por la misma naturaleza! Así es. Esto es realmente increíble debido a la diversidad de colores que nos ofrece. Una gran muestra de ello es la montaña "Vinicunca"o simplemente arcoíris que se encuentra en nuestro Perú. Esta ubicada a mas de 100 km de la cuidad de Cuzco en una cumbre altitudinal situada a 5200 m.s.n.m.

HELICO THEORY

ÁREAS DE REGIONES SOMBREADAS

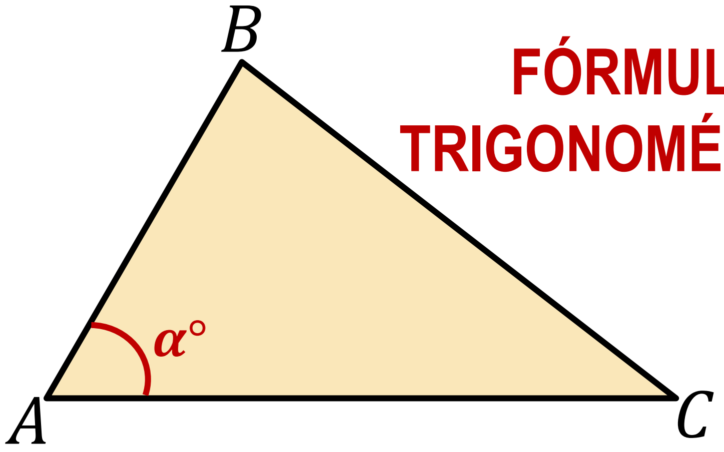
ÁREA DE REGIONES TRIANGULARES

FÓRMULA BÁSICA



$$S_{\Delta ABC} = \frac{AC \times BH}{2}$$

FÓRMULA TRIGONOMÉTRICA

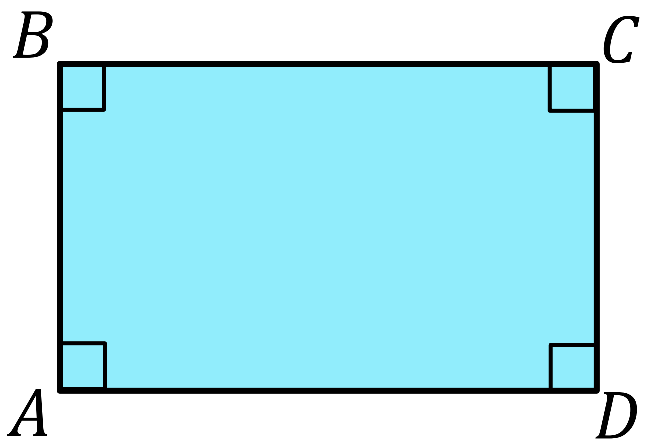


$$S_{\Delta ABC} = \frac{AB \times AC}{2} \cdot Sen\alpha$$

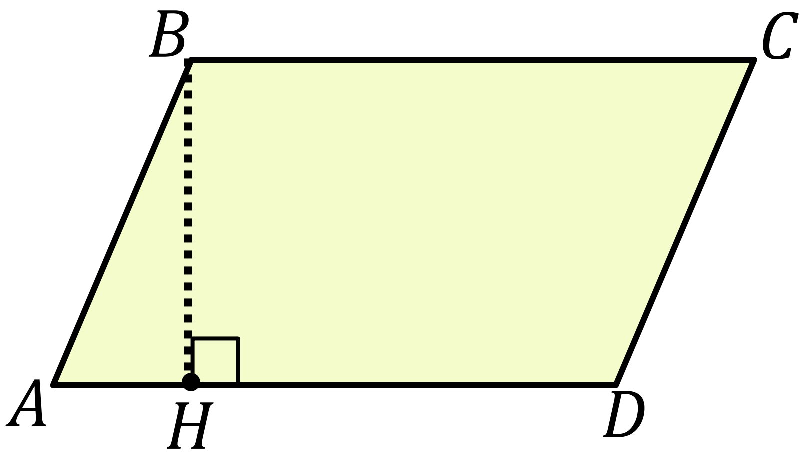
HELICO THEORY

ÁREAS DE REGIONES SOMBREADAS

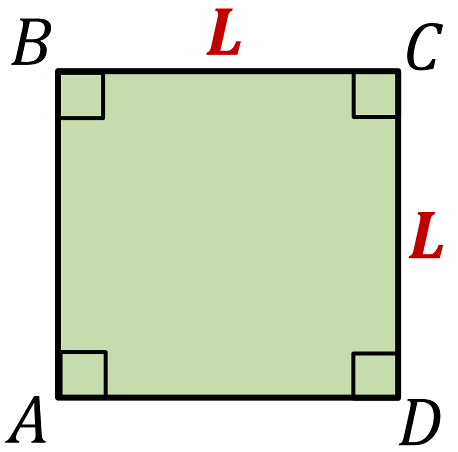
❑ ÁREA DE REGIONES CUADRANGULARES



$$S_{ABCD} = AD \times AB$$



$$S_{ABCD} = AD \times BH$$



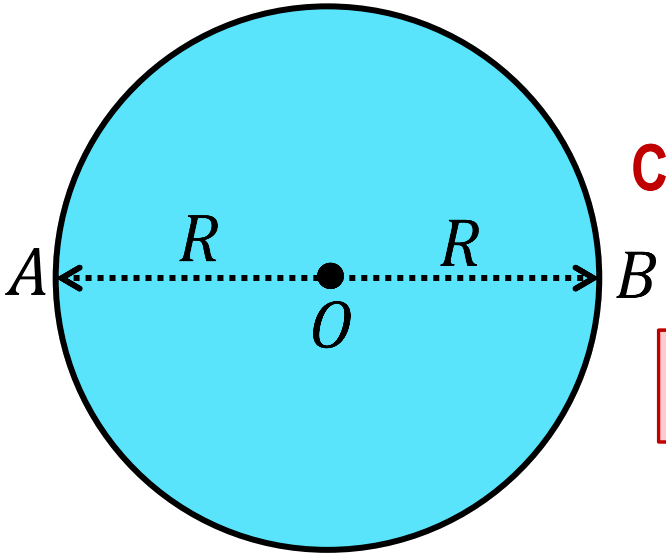
$$S_{ABCD} = L^2$$

HELICO THEORY

ÁREAS DE REGIONES SOMBREADAS

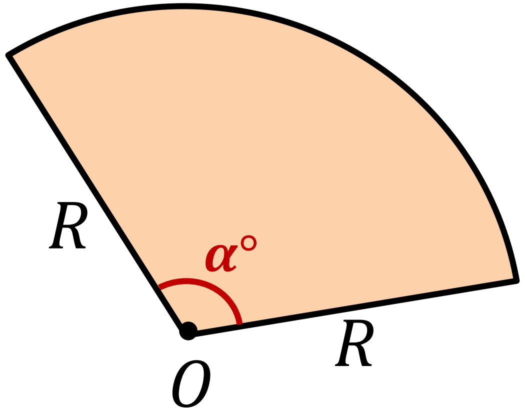
❑ ÁREA DE REGIONES CIRCULARES

Si, O: centro y R: radio



REGIÓN CIRCULAR

$$S = \pi R^2$$



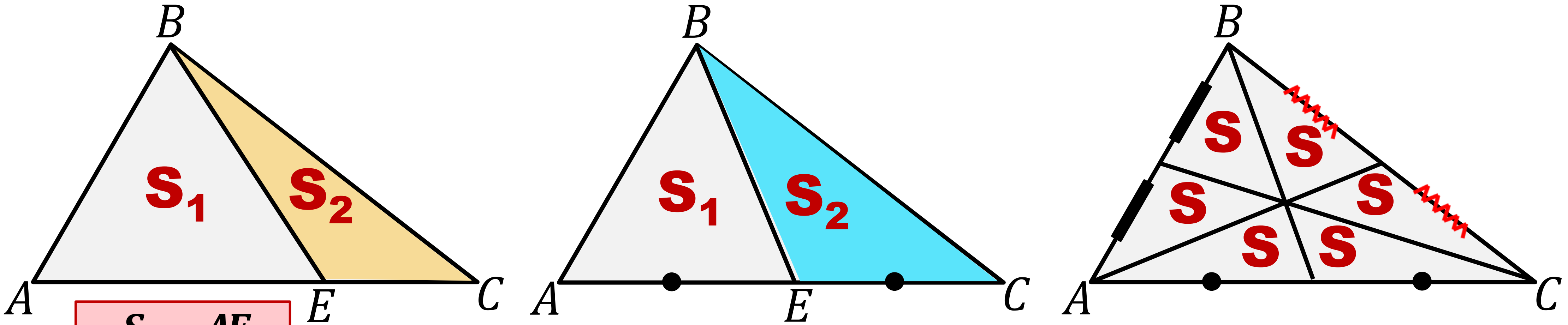
ÁREA DEL SECTOR CIRCULAR

$$S = \frac{\pi R^2 \alpha°}{360°}$$

HELICO THEORY

ÁREAS DE REGIONES SOMBREADAS

❑ EN REGIONES TRIANGULARES



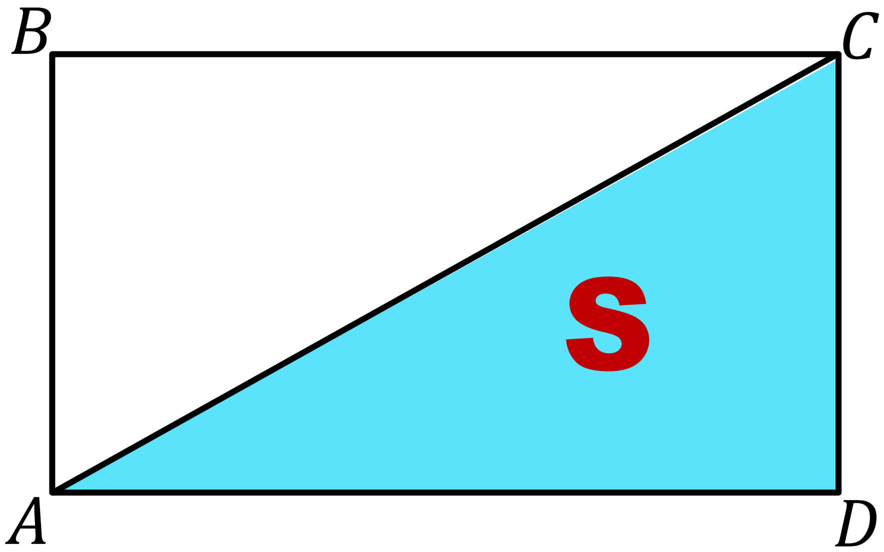
$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{AE}{EC}$$

$$S_1 = S_2$$

REGIONES NOTABLES

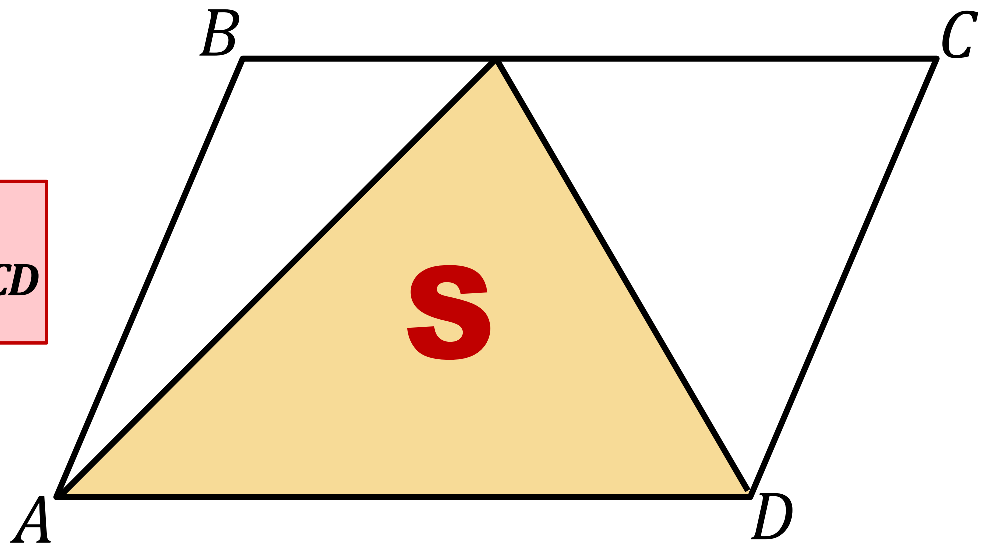
❑ EN REGIONES CUADRANGULARES

En el Rectángulo: $ABCD$, se cumple:



$$S = \frac{1}{2} \cdot A_{ABCD}$$

En el Paralelogramo: $ABCD$, se cumple:

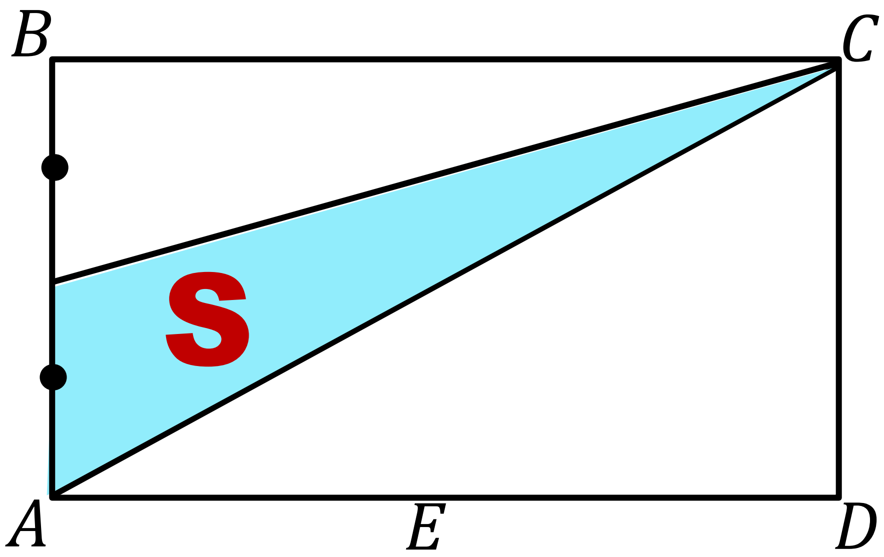


HELICO THEORY

REGIONES NOTABLES

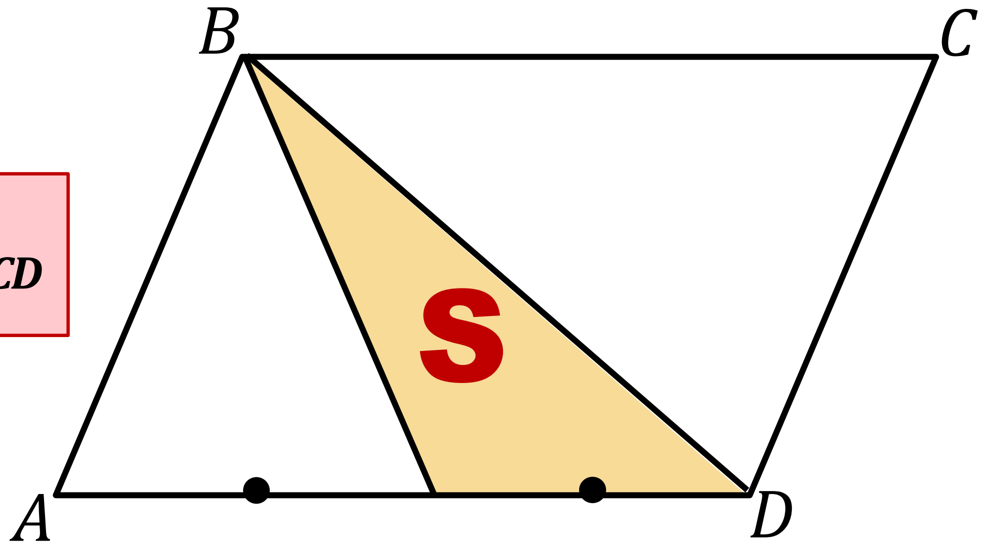
❑ EN REGIONES CUADRANGULARES

En el Rectángulo: $ABCD$, se cumple:



$$S = \frac{1}{4} \cdot A_{ABCD}$$

En el Paralelogramo: $ABCD$, se cumple:



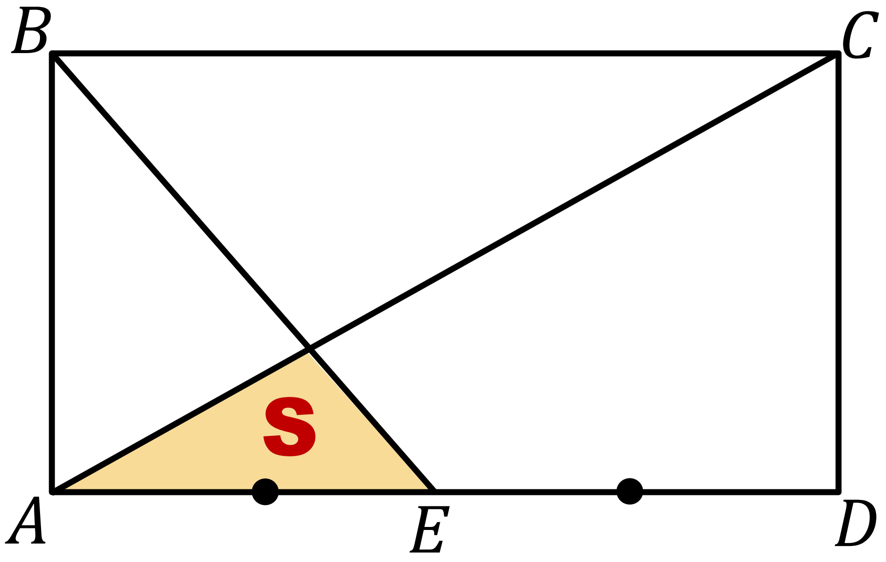
HELICO THEORY

REGIONES NOTABLES

❑ EN REGIONES CUADRANGULARES

En el rectángulo: $ABCD$:

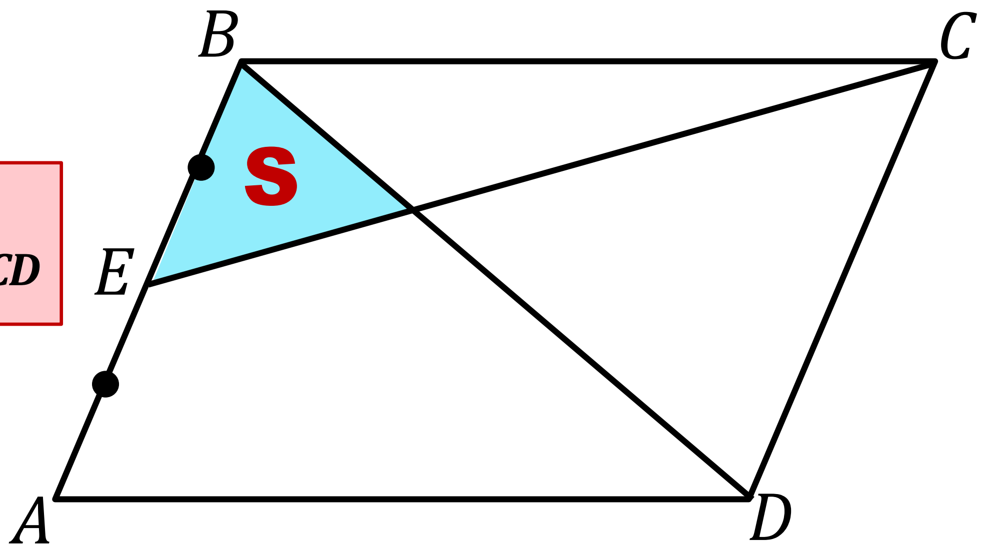
Si $\overline{AC}$: diagonal y $\overline{BE}$: Mediana, se cumple que:



$$S = \frac{1}{12} \cdot A_{ABCD}$$

En el paralelogramo: $ABCD$

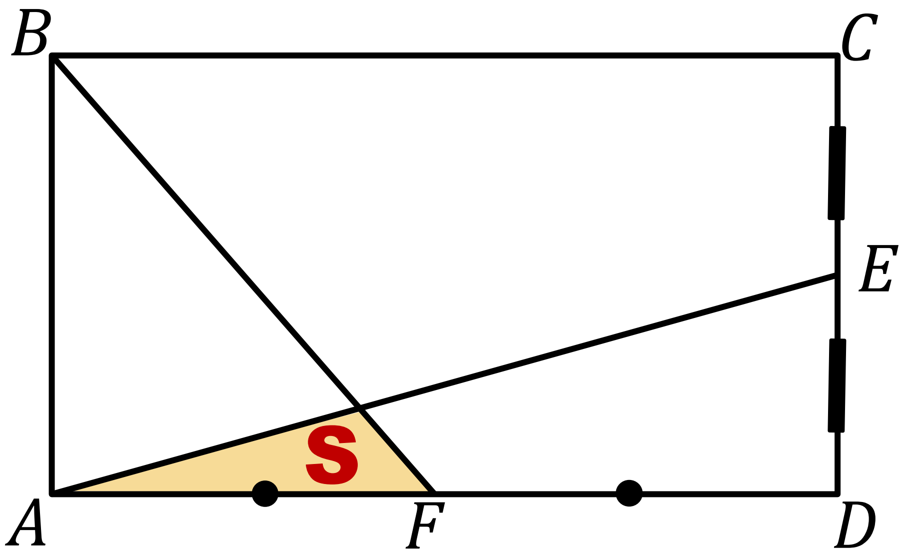
Si $\overline{BD}$: diagonal y $\overline{CE}$: Mediana, se cumple que:



REGIONES NOTABLES

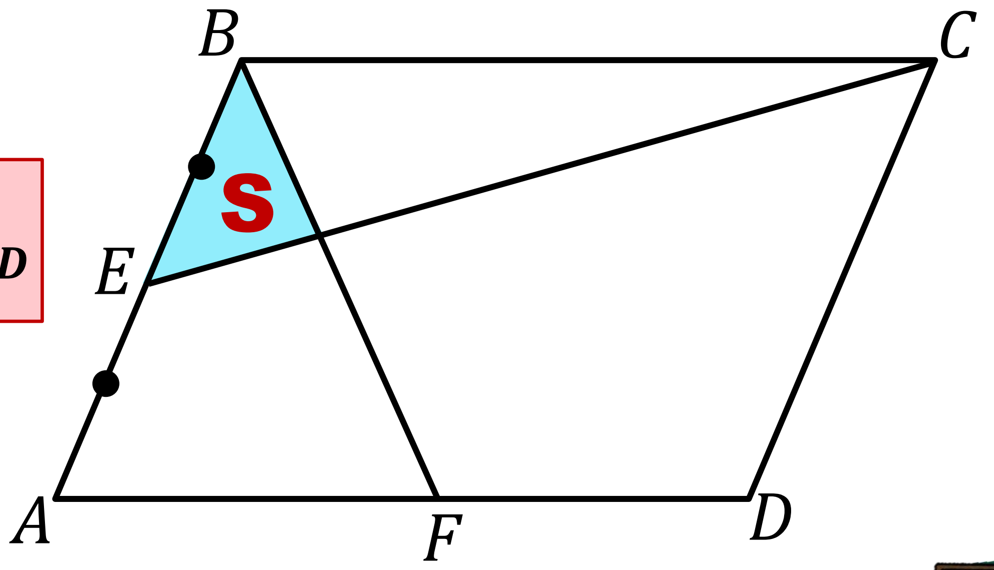
EN REGIONES CUADRANGULARES

En el rectángulo: $ABCD$:
Si $\overline{AE}$ y $\overline{BF}$ son medianas, se cumple que:



$$S = \frac{1}{20} \cdot A_{ABCD}$$

En el paralelogramo: $ABCD$:
Si $\overline{CE}$ y $\overline{BF}$ son medianas, se cumple que:

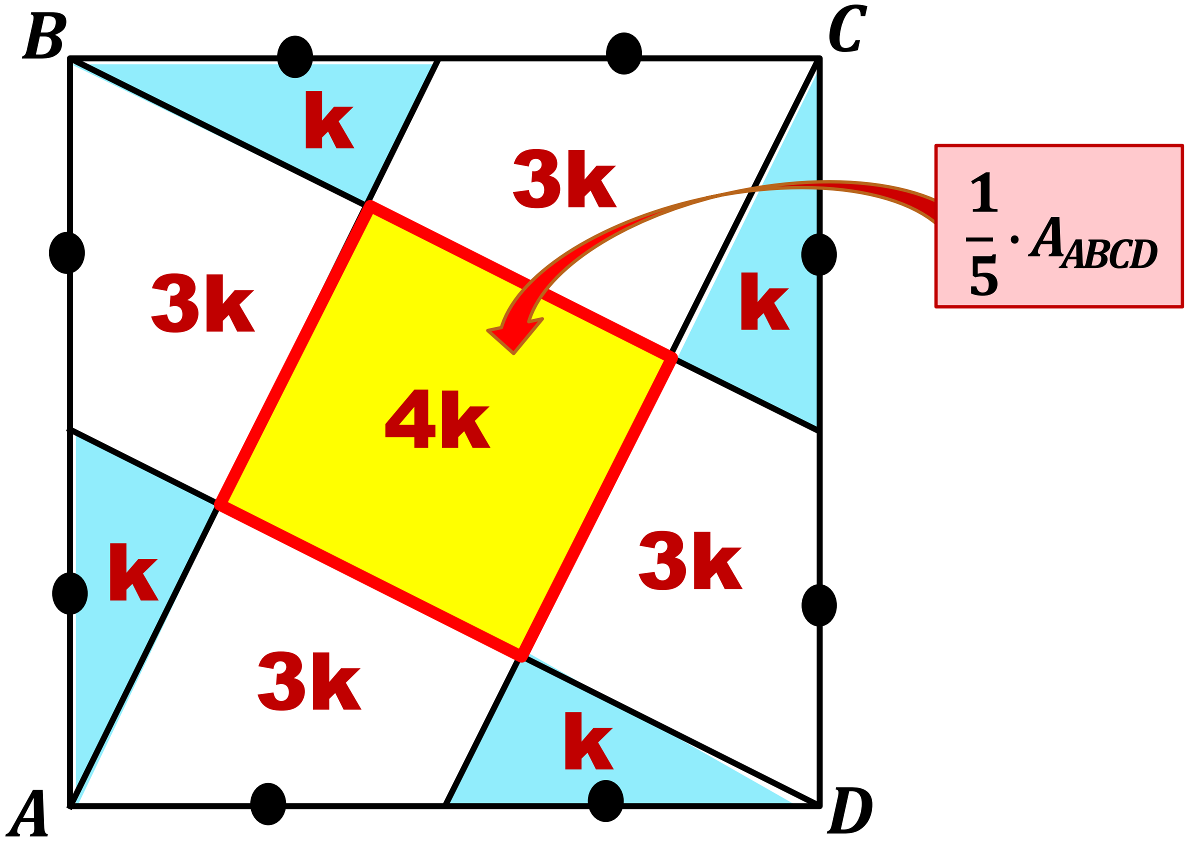


HELICO THEORY

REGIONES NOTABLES

❑ EN REGIONES CUADRANGULARES

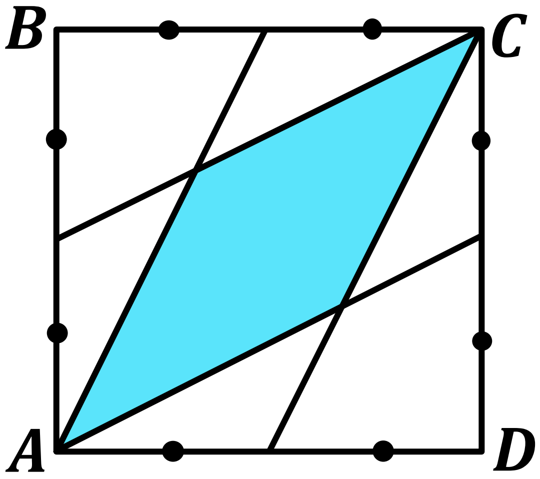
Sea el área de la región cuadrangular ABCD: 20k



RESOLUCIÓN DE LA PRÁCTICA

PROBLEMA 1

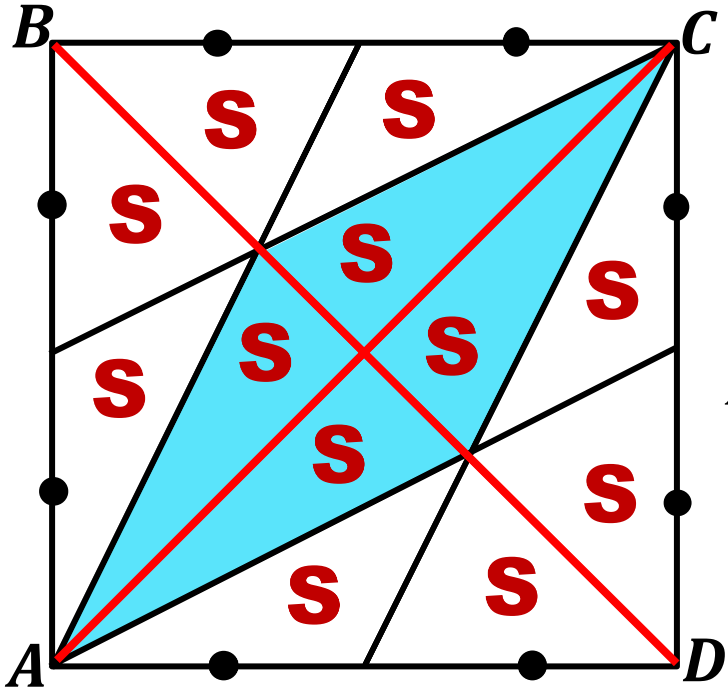
Roxana y Ximena están dando una práctica calificada, pero las dos tienen mucha dificultad en el siguiente problema: Si ABCD es un cuadrado de 24 m², calcule el área de la región sombreada.



Después de entregar su examen las dos comparan sus resoluciones y se dan cuenta que están mal. Al preguntar al profesor por la respuesta Roxana se da cuenta que su respuesta se paso por 8m² y que a Ximena le faltaron 2m² para llegar a la respuesta correcta. Dé como respuesta la suma de las soluciones de Ximena y Roxana.

Resolución:

Piden determinar el área de la región sombreada.



$$\text{Área de la región cuadrada} = 24$$

$$12\,S = 24$$

$$S = 2$$

$$\text{Área de la región sombreada} = 4S$$

$$A_{R.Somb.} = 4(2)$$

$$A_{R.Somb.} = 8m^2$$

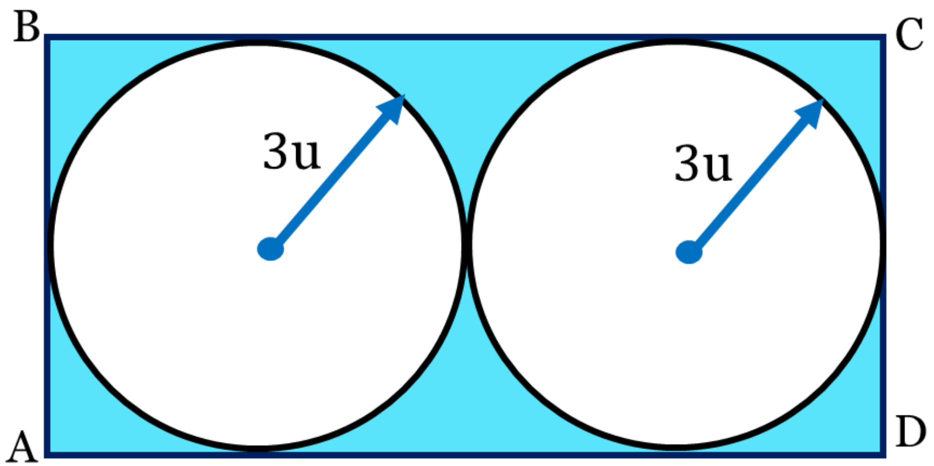
$$Respuesta\ de\ Roxana = 16m^2$$

$$Respuesta\ de\ Ximena = 6m^2$$

$$\therefore\ Suma\ de\ respuestas: = 22\ m^2$$

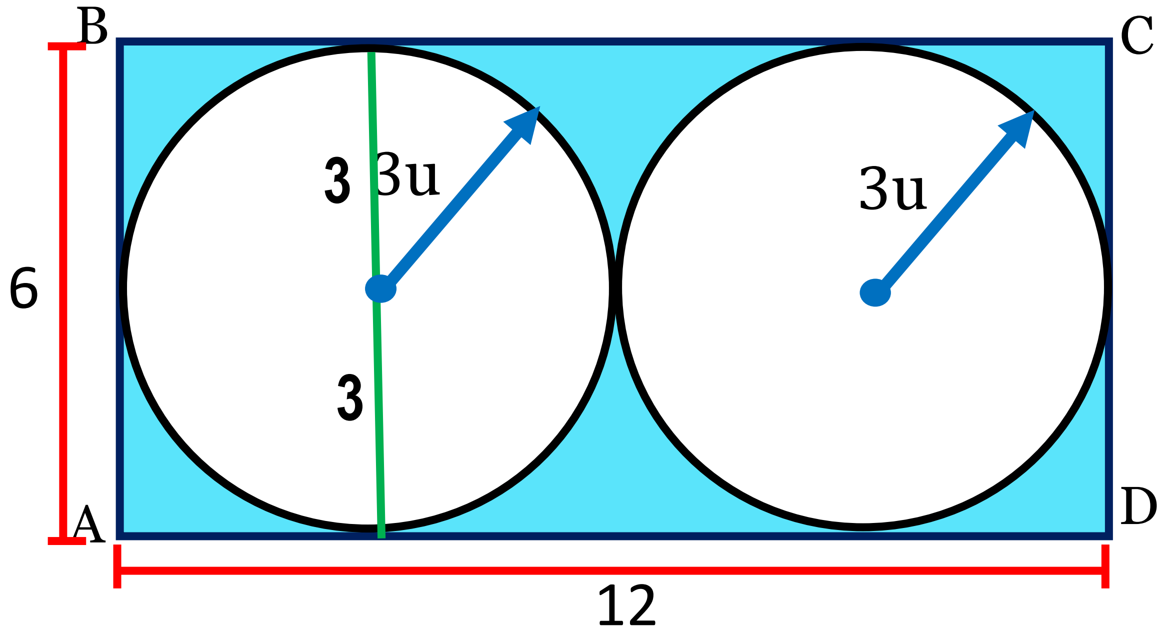
PROBLEMA 2

Calcule el área de la región sombreada si ABCD es un rectángulo.



Resolución:

Piden determinar el área de la región sombreada.



$$\boxed{A_{R.Somb.} = A_{R.\square ABCD} - 2(A_{R.circular.})}$$

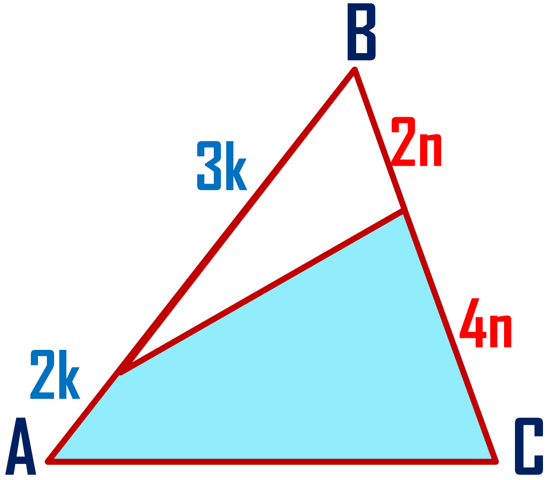
$$A_{R.Somb.} = \mathbf{12 \times 6 - 2(\pi(3)^2)}$$

$$A_{R.Somb.} = \mathbf{72 - 18\pi = 18(4 - \pi)}$$

$$\therefore \quad \mathbf{18(4 - \pi)u^2}$$

PROBLEMA 3

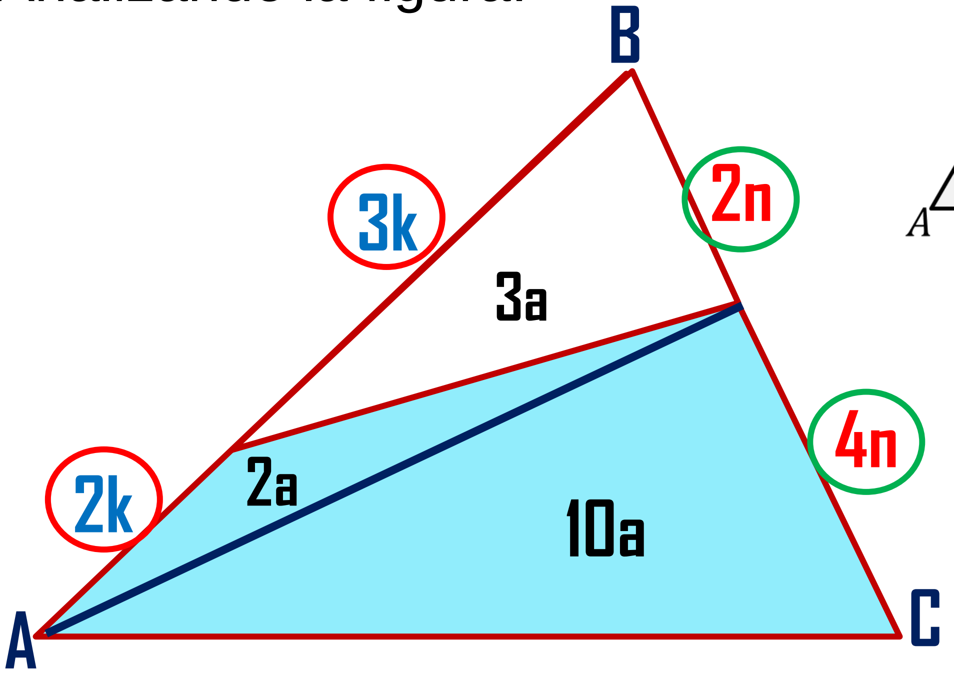
Alberto al estar desarrollando su tarea semanal, encuentra mucha dificultad en este problema: Si el triángulo ABC tiene 105m^2 de área, calcule el área de la región sombreada.



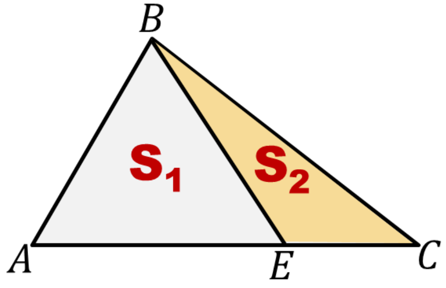
Si Alberto al momento de operar se equivocó y halló una respuesta que se pasó por 18 m^2. ¿Qué respuesta halló?

Resolución:

Analizando la figura:



Recordemos:



$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{AE}{EC}$$

$$A_{R\Delta ABC} = 105m^2$$

$$15\mathbf{a} = 105$$

$$\mathbf{a} = 7$$

$$A_{R.Somb.} = 12\mathbf{a}$$

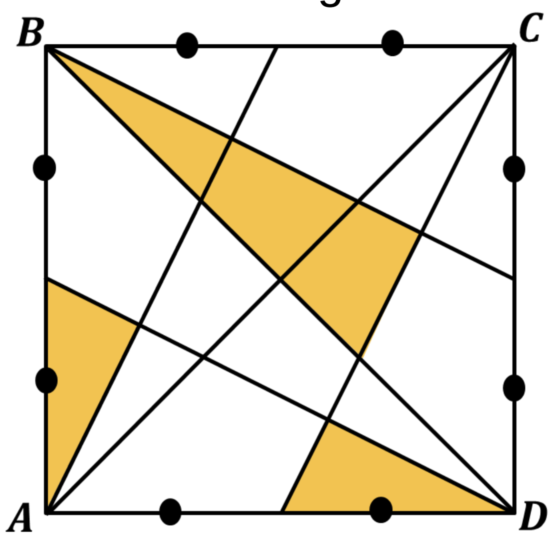
$$A_{R.Somb.} = 12(7)$$

$$A_{R.Somb.} = 84m^2$$

$$\therefore \ Respuesta\ de\ Alberto = 102m^2$$

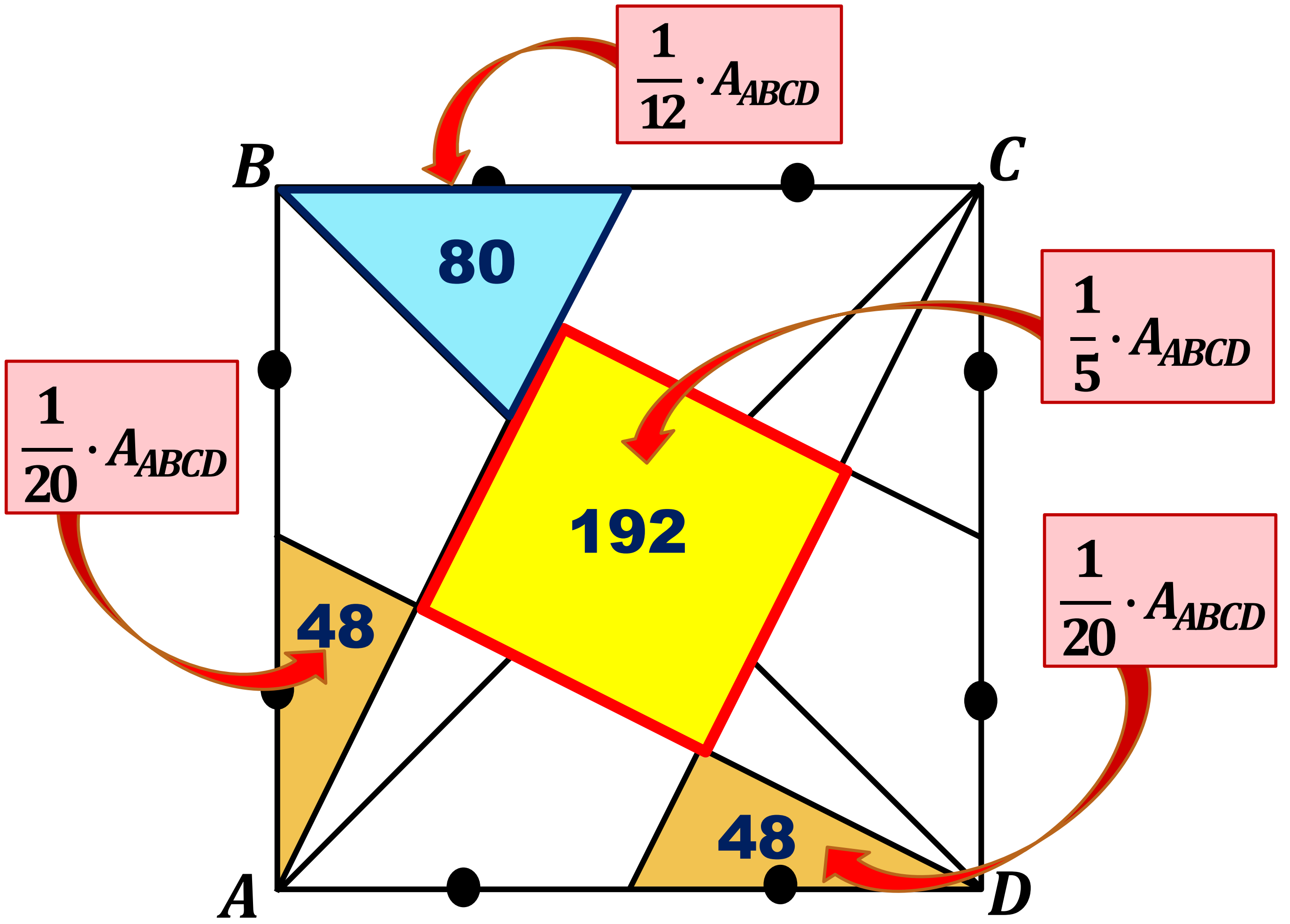
PROBLEMA 4

Un estudiante está desarrollando su tarea semanal. De repente se encuentra con este problema: Si el área de la región cuadrada ABCD es 960 m^2, calcule el área de la región sombreada.



Se acuerda que ya lo había desarrollado en el ciclo verano con su profesor. Si después de unos minutos pudo recordar y resolverlo correctamente, ¿qué respuesta halló el estudiante?

Resolución: El área de la región cuadrada es $960m^2$

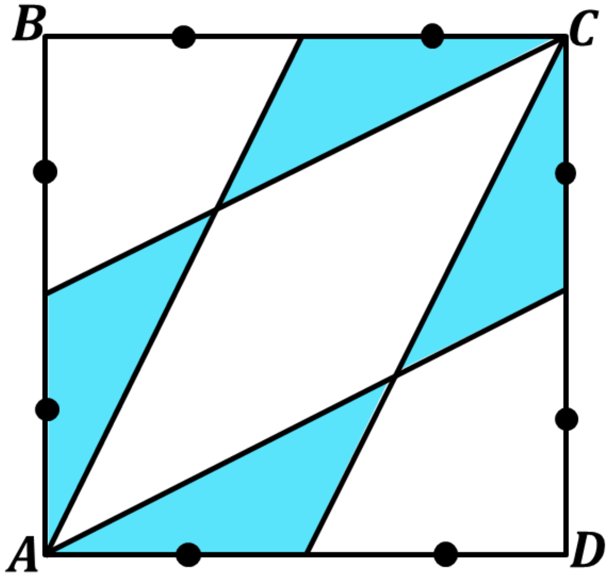


$$A_{R.Somb.} = 48 + 48 + 48 + 48 + 32$$

$$\therefore A_{R.Somb.} = 224\ m^2$$

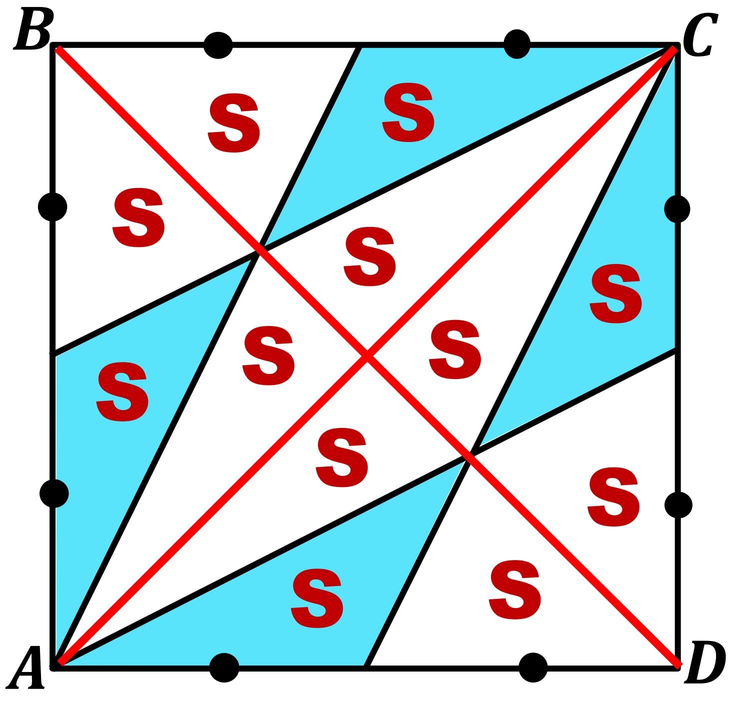
PROBLEMA 5

Si Alberto al momento de operar se equivoco y hallo una respuesta que se paso por $10\,m^2$. Podría decir usted, ¿qué respuesta hallo?. Si ABCD es un cuadrado de $120m^2$. Calcule el área de la región sombreada.



Resolución:

Piden determinar el área de la región sombreada.



$$\text{Área de la región cuadrada} = 120$$

$$12\,S = 120$$

$$S = 10$$

$$\text{Área de la región sombreada} = 4S$$

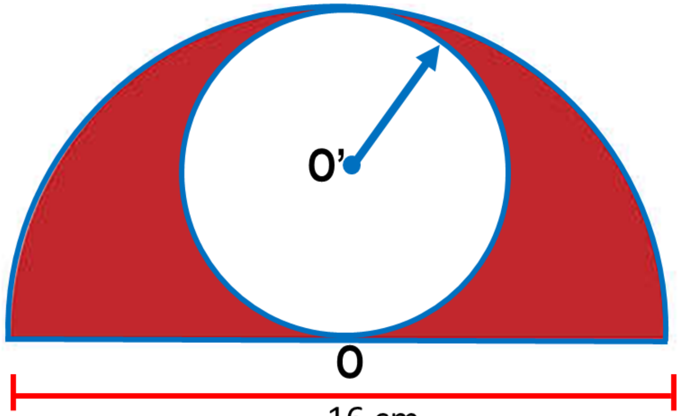
$$A_{R.Somb.} = 4(10)$$

$$A_{R.Somb.} = 40m^2$$

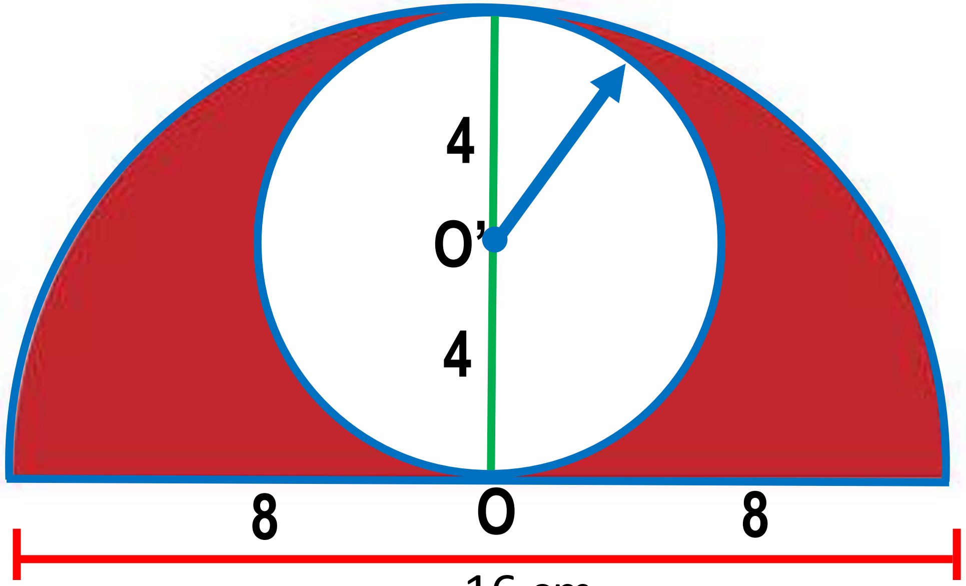
$$\therefore \text{Respuesta de Alberto} = 50m^2$$

PROBLEMA 6

Calcule el área sombreada si O y O' son centros.



Resolución: Analizando el gráfico:



$$\boxed{A_{R.Somb.} = A_{R.semi\ circular} - A_{R.circular.}}$$

$$A_{R.Somb.} = \frac{\pi(8)^2}{2} - \pi(4)^2$$

$$A_{R.Somb.} = 32\pi - 16\pi$$

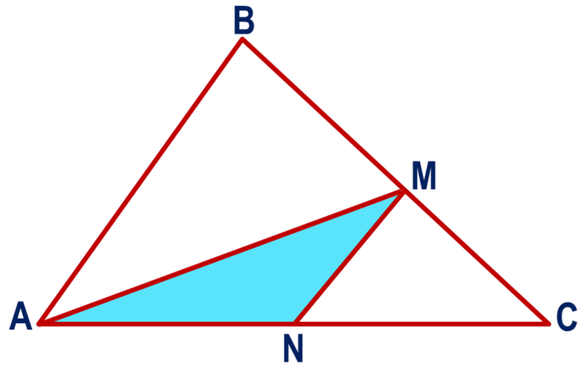
$$A_{R.Somb.} = 16\pi \qquad \therefore \ \underline{16\pi u^2}$$

PROBLEMA 7

En un examen el profesor Renán propuso el siguiente problema. En la figura:

$$BM = \frac{3MC}{5} \qquad AN = \frac{2NC}{5}$$

Además, el área de la región triangular ABC es $560m^2$. Calcule el área de la región sombreada.



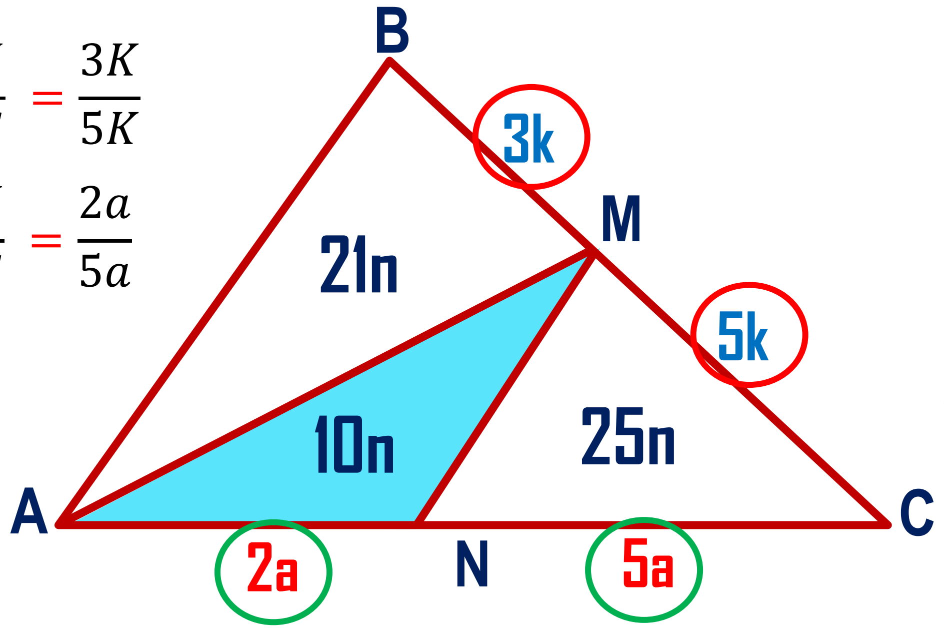
Si Hernán el alumno sobresaliente del salón fue el único que pudo resolver el problema correctamente. ¿Que respuesta hallo Hernán?

Resolución:

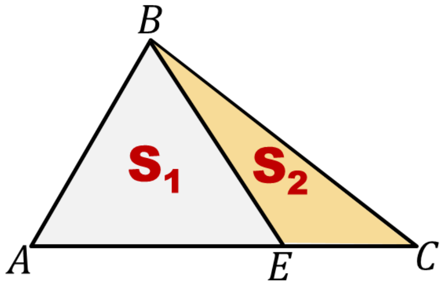
Piden determinar el área de la región sombreada.

$$\frac{BM}{MC} = \frac{3K}{5K}$$

$$\frac{AN}{NC} = \frac{2a}{5a}$$



Recordemos:



$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{AE}{EC}$$

$$A_{R\Delta ABC} = 560m^2$$

$$56n = 560$$

$$n = 10$$

$$A_{R.Somb.} = 10n$$

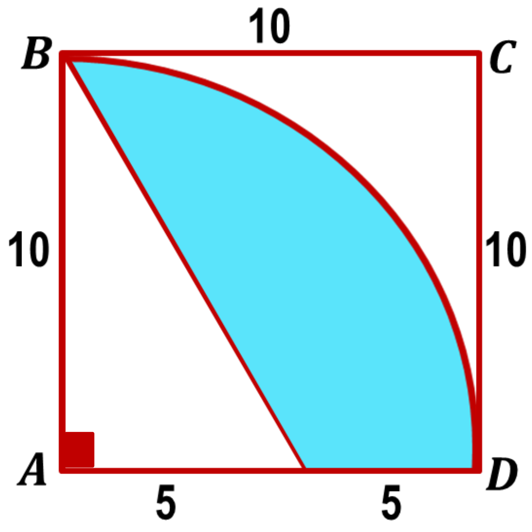
$$A_{R.Somb.} = 10(10)$$

$$A_{R.Somb.} = 100m^2$$

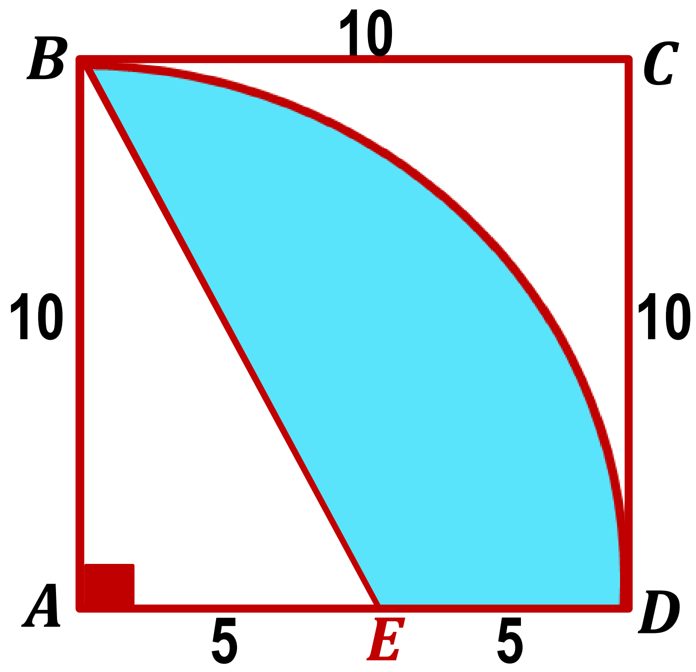
$$\therefore \ A_{R.Somb.} = \underline{100m^2}$$

PROBLEMA 8

calcule el área de la región sombreada si ABD es un cuadrante.



Resolución: Analizando el gráfico:



$$\boxed{A_{R.Somb.} = A_{R.cuadrantal\ ABD} - A_{R.\triangle ABE}}$$

$$A_{R.Somb.} = \frac{\pi(10)^2}{4} - \frac{5(10)}{2}$$

$$A_{R.Somb.} = 25\pi - 25$$

$$\therefore A_{R.Somb.} = 25(\pi - 1)u^2$$