GEOMETRÍA

Capítulo 19

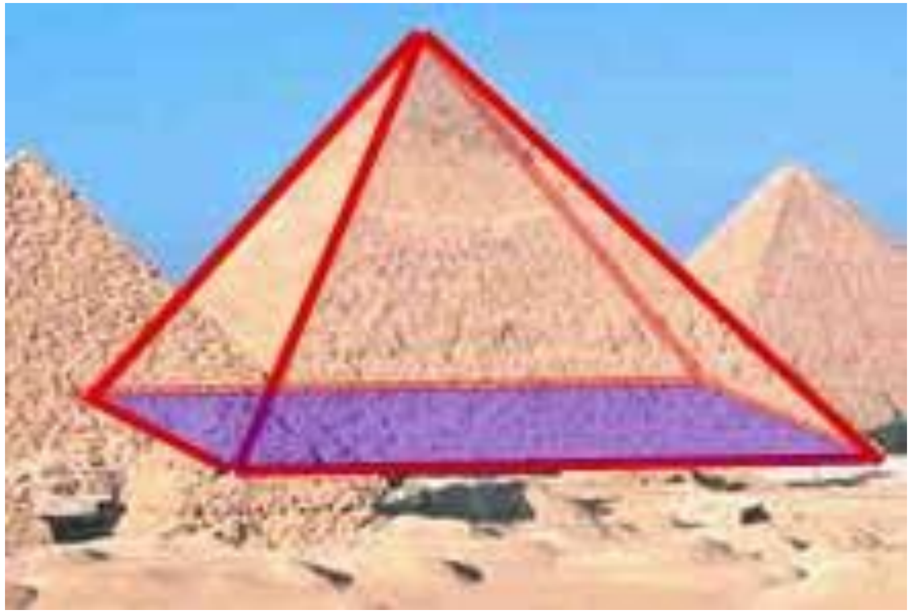
4th

SECONDARY

SACO OLIVEROS

PIRÁMIDE- CONO

Las pirámides de Egipto son, de todos los vestigios legados por Egipto de la antigüedad, los más portentosos y emblemáticos monumentos de esta civilización y en particular, las tres grandes pirámides conocidas como las tumbas de los faraones, Keops, Kefrén y Micerino, todas de base cuadrada y cuya construcción se basó en el número áureo, también en este capítulo estudiaremos la formas geométricas de dichas pirámides, calcularemos su área y su volumen como se muestra en la figura.



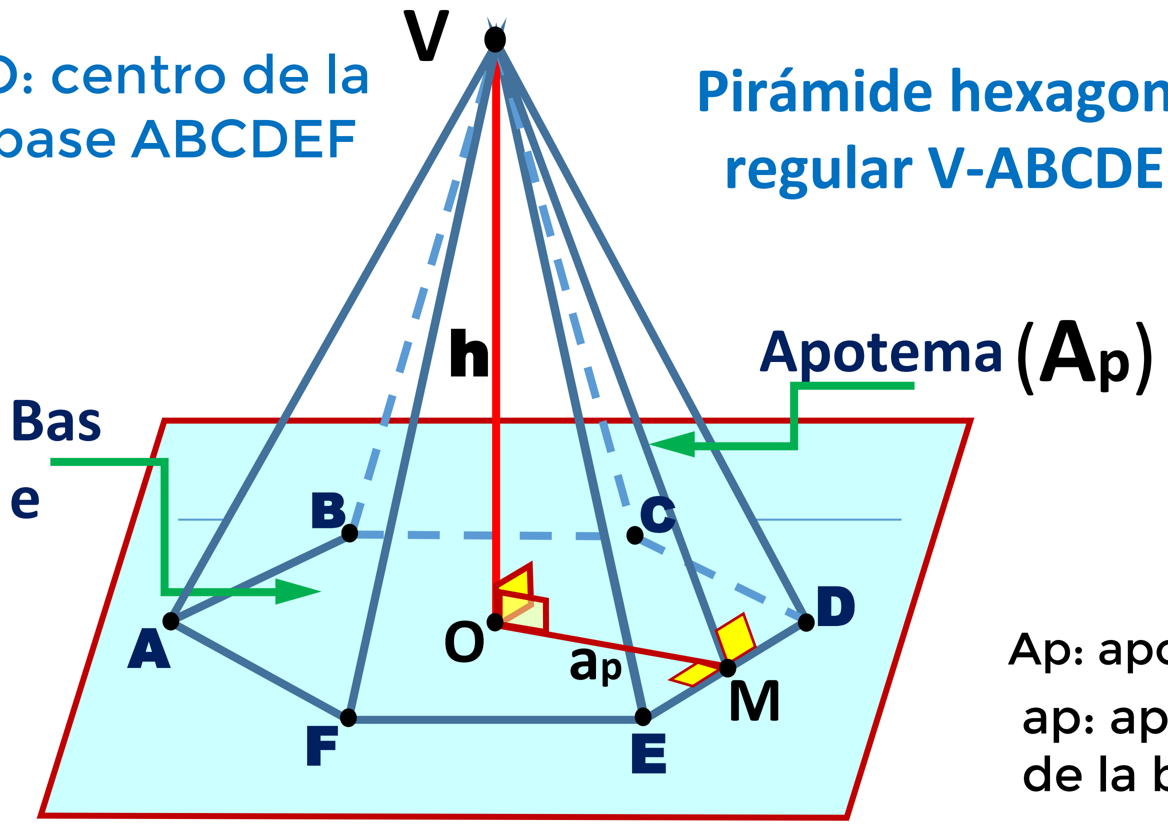
PIRÁMIDE Y CONO

Pirámide regular

Es una pirámide que tiene por base, una región poligonal regular y el pie de su altura es el centro de la base.

O: centro de la base ABCDEF

Pirámide hexagonal regular V-ABCDEF



Ap: apotema

ap: apotema de la base

- Área de la superficie lateral (A_{SL})

$$A_{SL} = p_{(base)} . A_p$$

$p_{(base)}$: semiperímetro de la base

- Área de la superficie total (A_{ST})

$$A_{ST} = A_{SL} + A_{(base)}$$

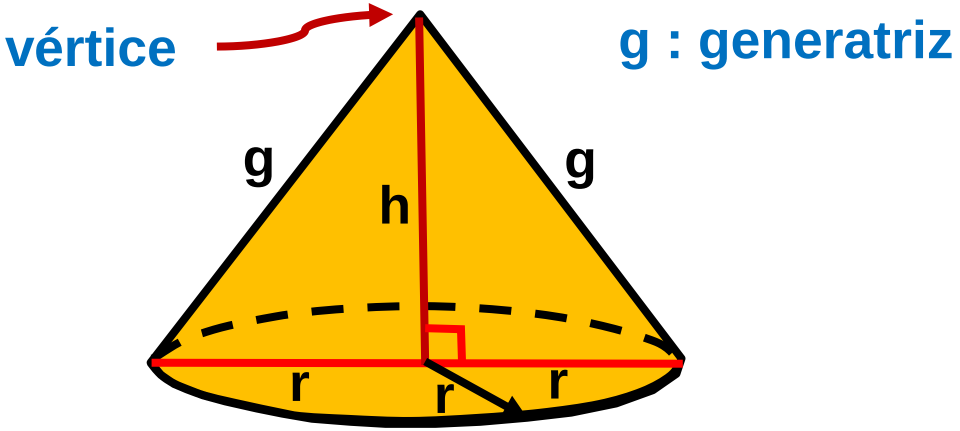
$A_{(base)}$: área de la base

- Volumen (V)

$$V = \frac{1}{3} . A_{(base)}(h)$$

CONO CIRCULAR RECTO O CONO DE REVOLUCIÓN

Es el cono cuya base es un círculo y el pie de la altura es el centro de dicha base.



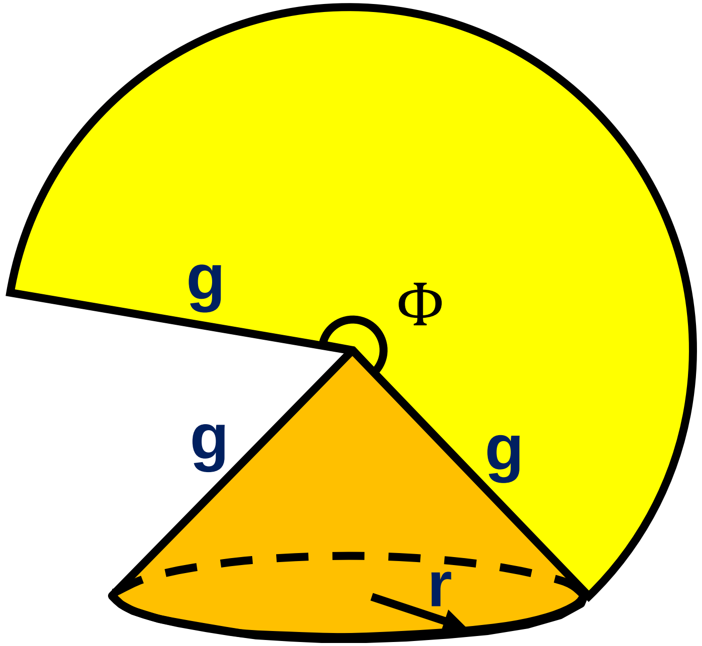
$$A_{SL} = \pi r g$$

$$A_{ST} = \pi r(g + r)$$

$$V = \frac{\pi r^2 . h}{3}$$

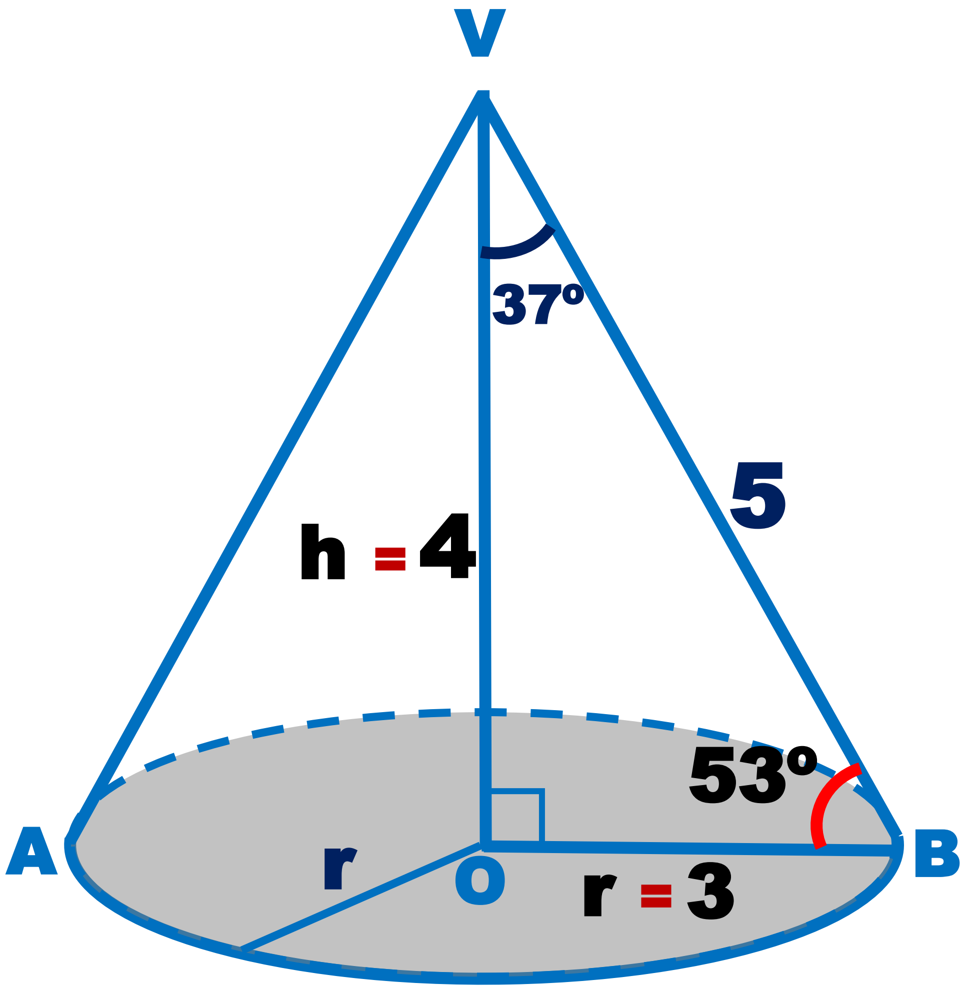
DESARROLLO DE LA SUPERFICIE LATERAL

Es un sector circular cuyo radio es la generatriz y el centro es el vértice del cono.



$$\Phi = 360^o\left(\frac{r}{g}\right)$$

1. Calcule el volumen del cono de revolución mostrado, si O es centro.



Resolución

- Piden: V

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 . h$$

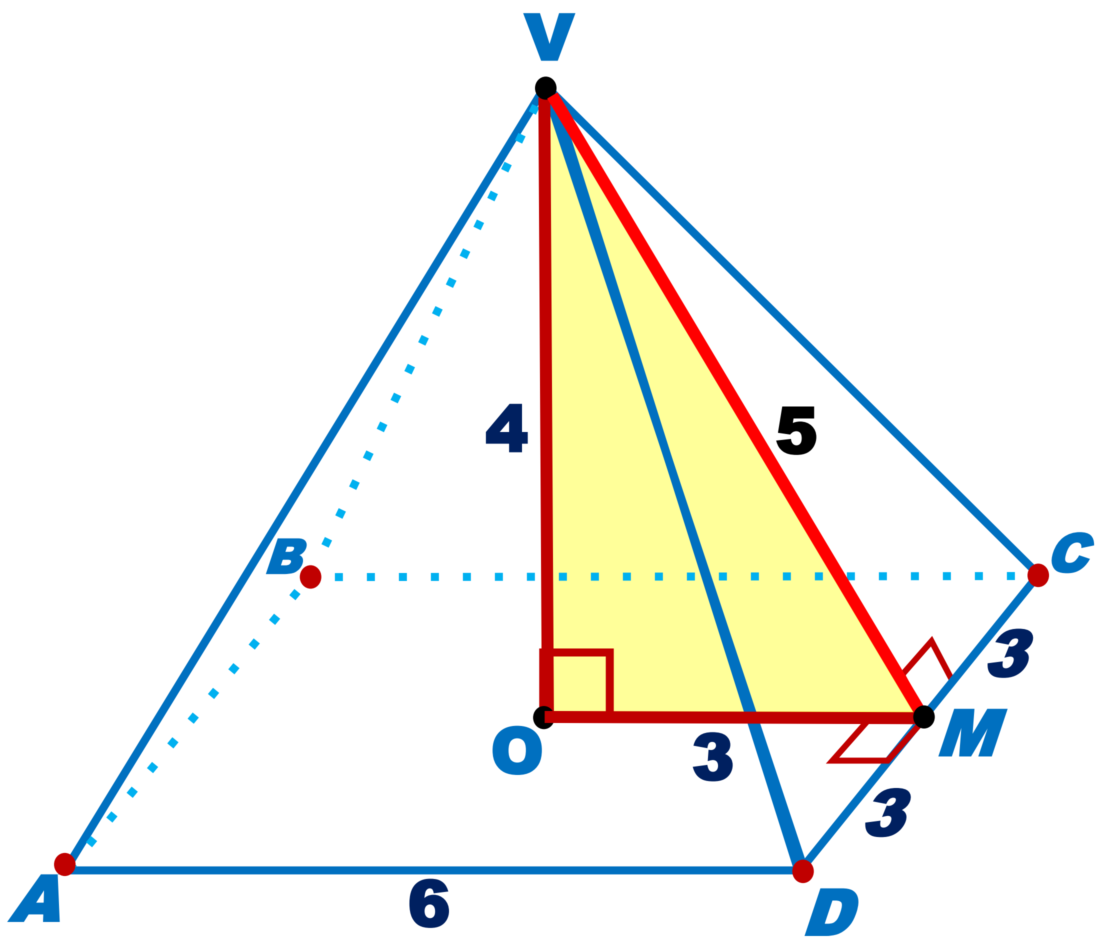
- $\triangle$VOB : Notable de 37° y 53°

- Por teorema:

$$V = \frac{1}{\cancel{3}}\pi . 3^{\cancel{2}} . 4$$

$$\boxed{V = 12\pi\ u^3}$$

2. En una pirámide cuadrangular regular el lado de la base mide 6 m y la altura 4 m. Calcule el área de la superficie lateral.



- Piden: A_{SL}

$$A_{SL} = P_{(base)} \cdot Ap$$

- Trazamos $\overline{OM} \perp \overline{CD}$.
- Se traza $\overline{VM}$.
- Por teorema de las 3 perpendiculares $m\measuredangle VMC = 90°$ ($\overline{VM}$: Apotema)
- ⊿ VOM : T. de Pitágoras

$(VM)^2 = 3^2 + 4^2 \rightarrow VM = 5$

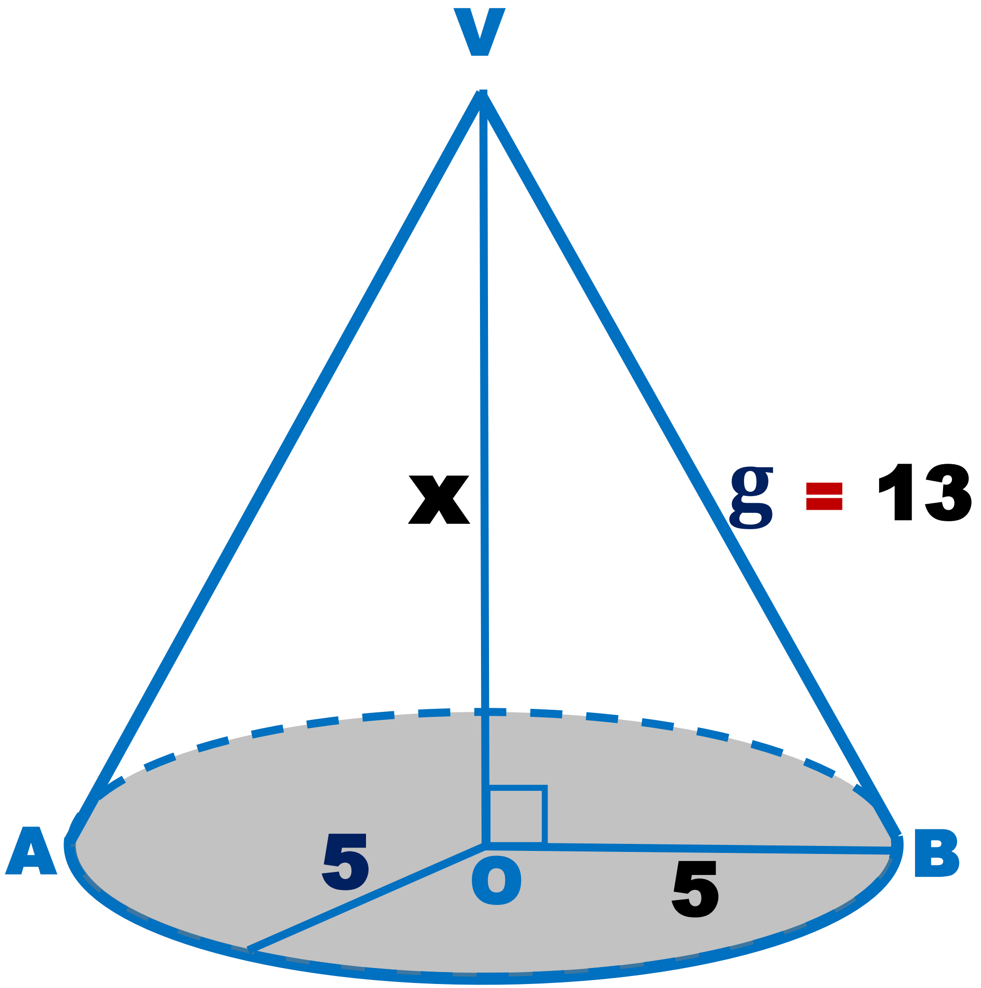
- Reemplazando al teorema.

$$A_{SL} = \left(\frac{6+6+6+6}{2}\right).5$$

$$A_{SL} = (12).5$$

$$\boxed{A_{SL} = 60\ m^2}$$

3.Halle la longitud de la altura de un cono de revolución sabiendo que el área de la superficie lateral es $65\pi\ cm^2$ y el radio de la base mide 5 cm.



Resolución

- Piden: x
- ◺ VOB T. Pitágoras

: $g^2 = 5^2 + x^2$ ... (1)

- Por dato: $A_{SL} = 65\pi$

$\cancel{\pi}(5)g = 65\cancel{\pi} \rightarrow g = 13$ ... (2)

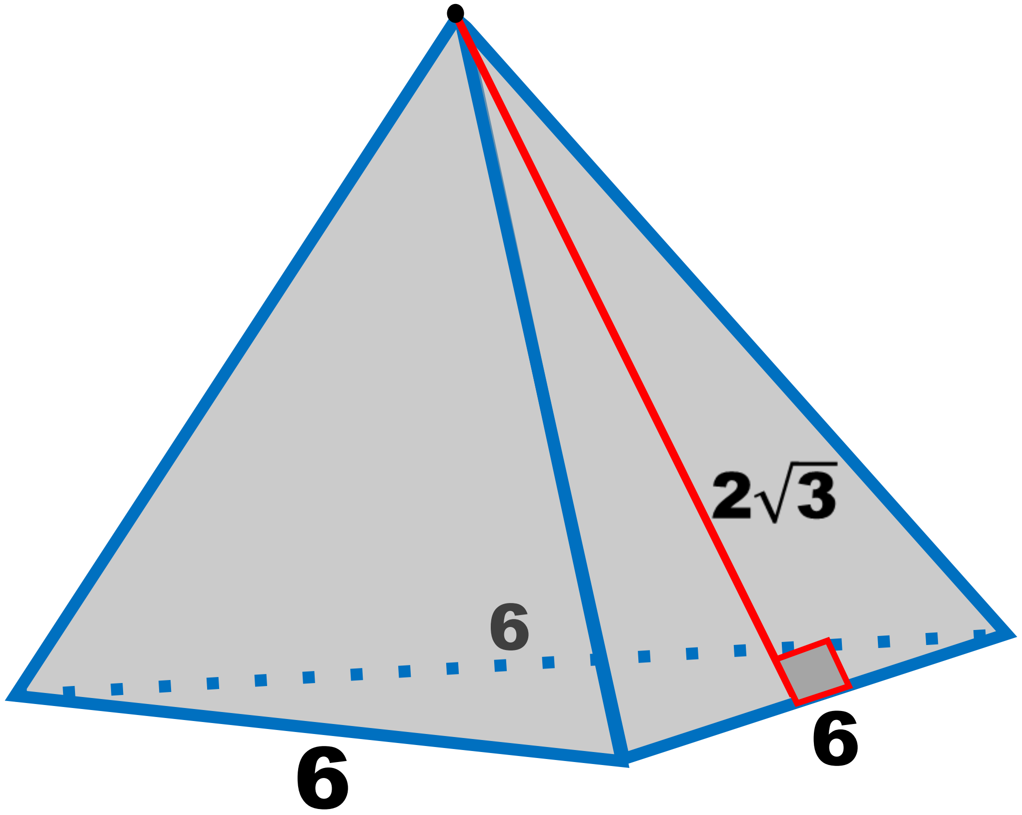
- Reemplazando 2 en 1.

$$13^2 = 5^2 + x^2$$

$$\boxed{x = 12\ cm}$$

4. **Calcule el área de la superficie total de una pirámide triangular regular, cuya arista de la base mide 6 m y el apotema mide $2\sqrt{3}m$.**

Resolución



- Piden: A_{ST}

$$A_{ST} = A_{SL} + A_{(base)}$$

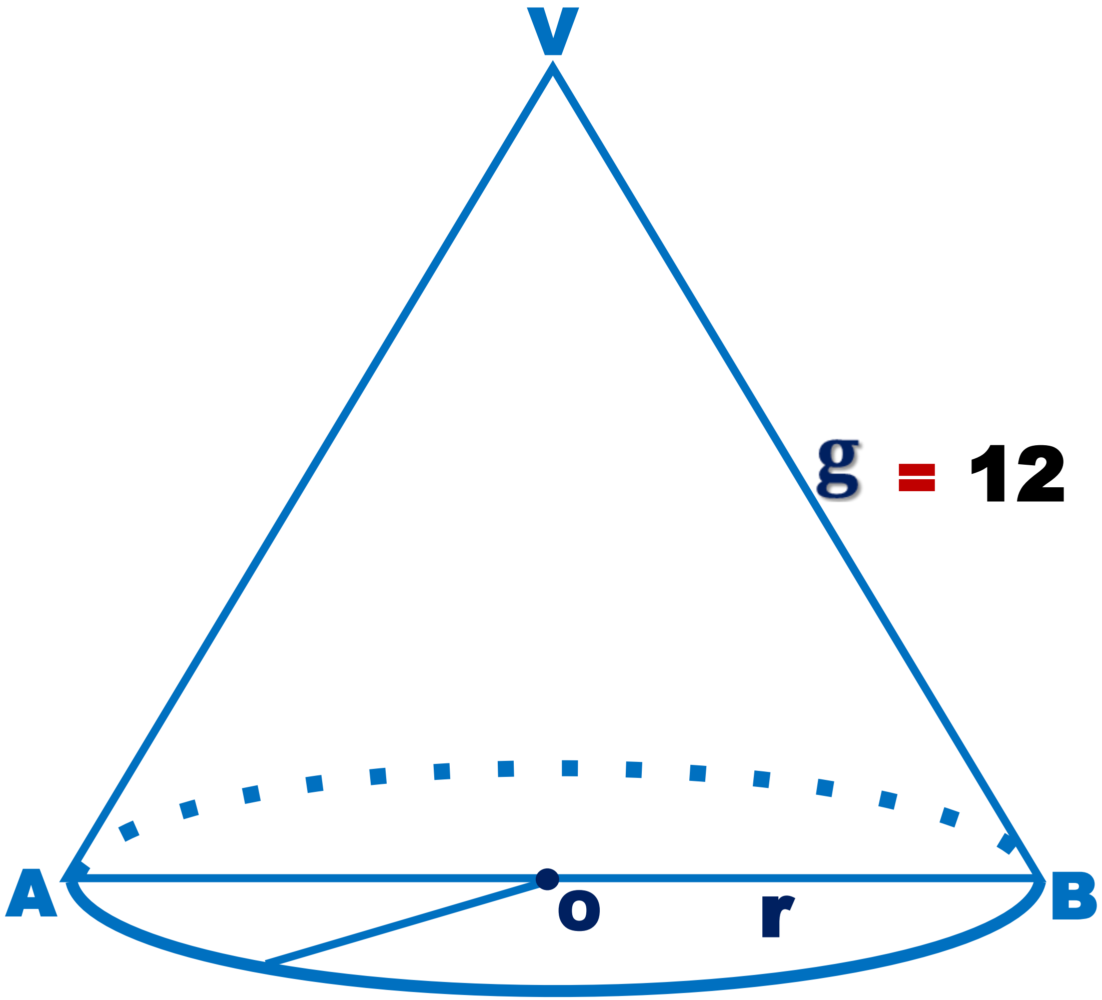
$$A_{ST} = (p_{base})(Ap) + \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$A_{ST} = \left(\frac{6+6+6}{\cancel{2}}\right)(\cancel{2}\sqrt{3}) + \frac{6^2\sqrt{3}}{4}$$

$$A_{ST} = 18\sqrt{3} + 9\sqrt{3}$$

$$\boxed{A_{ST} = 27\sqrt{3}\ m^2}$$

5. El área de la superficie total de un cono de revolución es $160\pi\ cm^2$ y su generatriz mide 12 cm. Halle la longitud del radio de la base.



Resolución

- Piden: r
- Por dato:

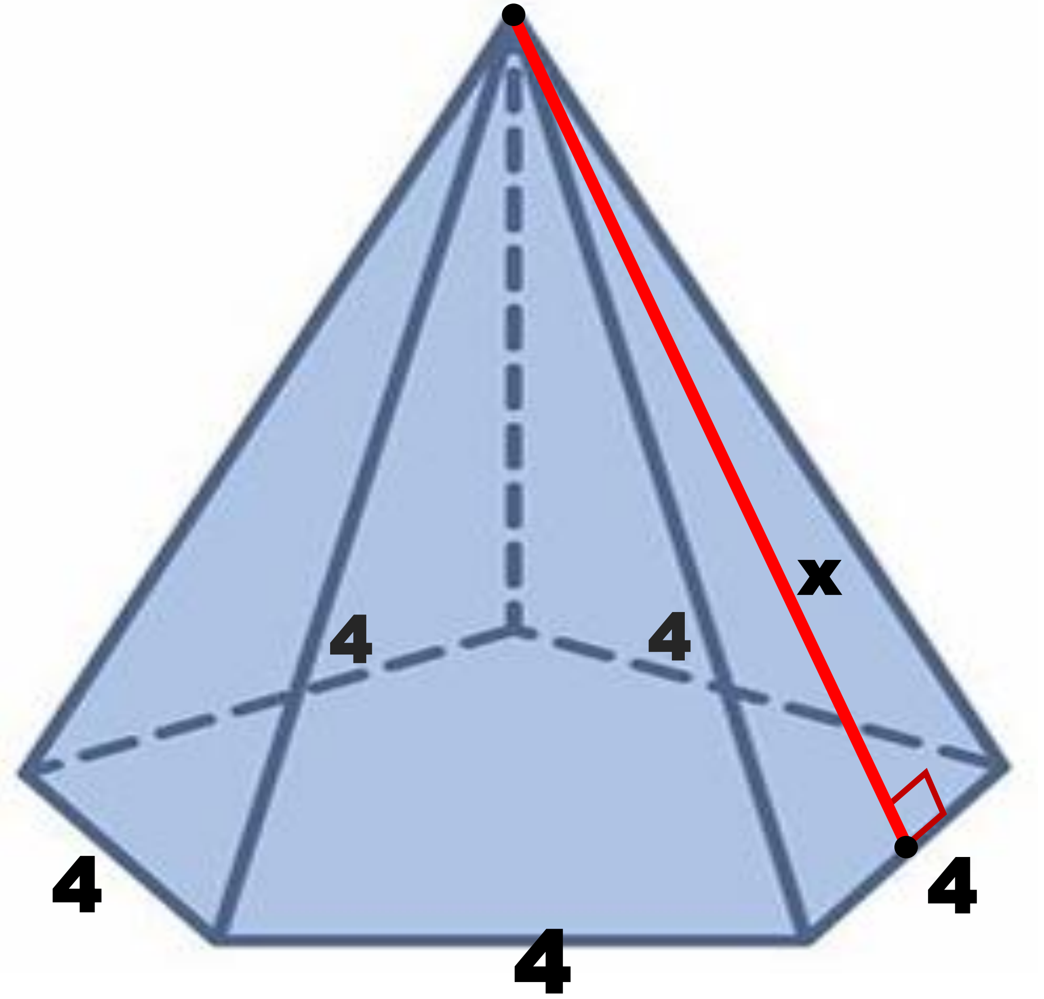
$$A_{ST} = 160\pi$$

$$\cancel{\pi}r(r+g) = 160\cancel{\pi}$$

$$r(r+12) = 160$$

$$\boxed{r = 8\ cm}$$

6. Halle la longitud del apotema de una pirámide pentagonal regular, si el área de la superficie lateral es 60 cm^2 y la arista básica mide 4 cm.



Resolución

- **Piden: x**
- **Por dato:**

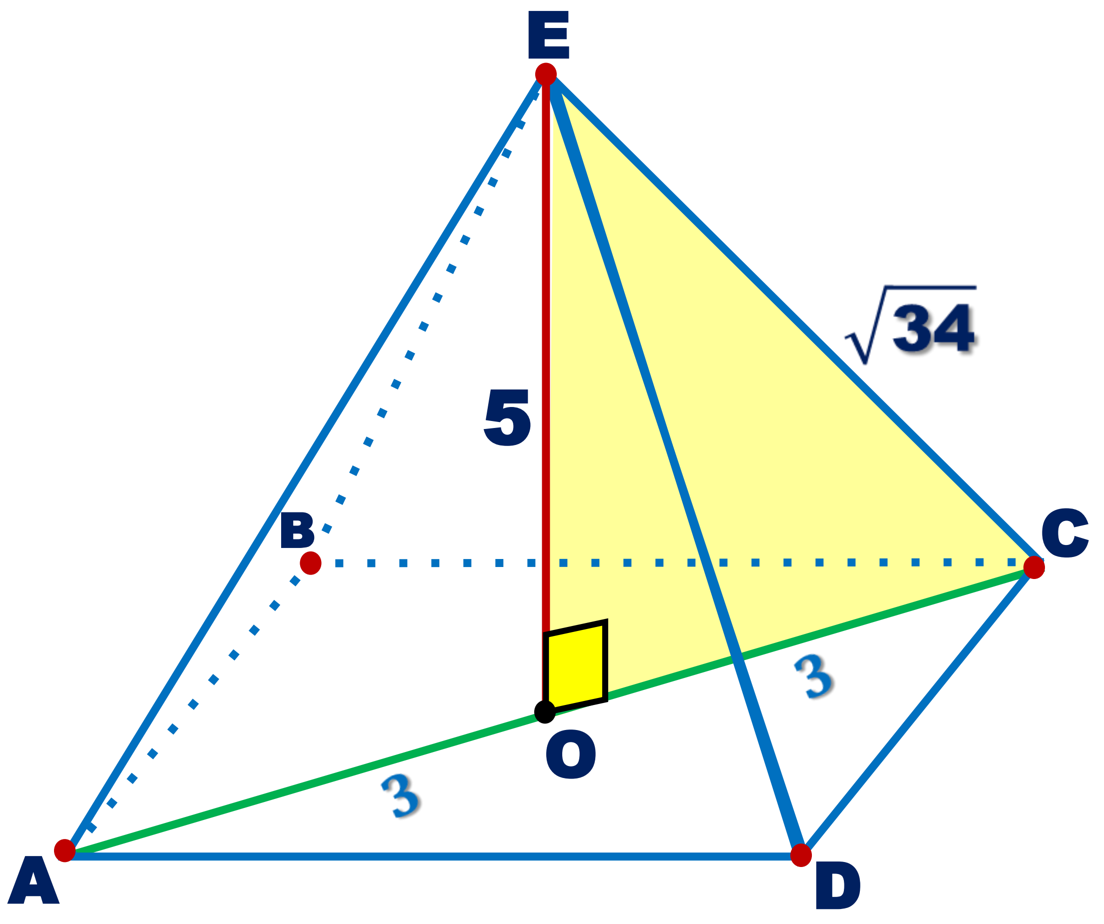
$$A_{SL} = 60$$

$$\frac{(4 + 4 + 4 + 4 + 4)}{2} . x = 60$$

$$10x = 60$$

$$\boxed{x = 6 \text{ cm}}$$

7. Calcule el volumen de la pirámide regular mostrada, si O es centro.



Resolución

- Piden: V

$$V = \frac{1}{3} \cdot A_{(base)} . h$$

- Se traza $\overline{AC}$
- ⊿ EOC : T. de Pitágoras

$$(\sqrt{34})^2 = (OC)^2 + 5^2$$

$$3 = OC$$

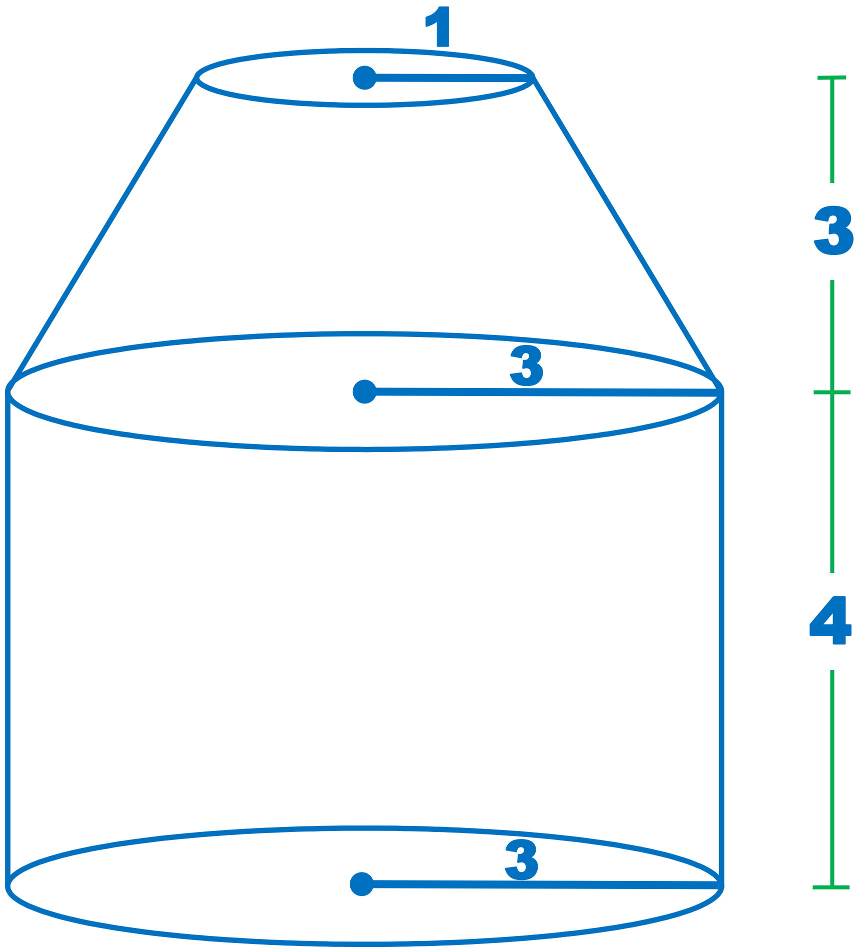
$$6 = AC$$

- Por teorema:

$$V = \frac{1}{\cancel{3}} \cdot \frac{(6)^{\cancel{2}}}{\cancel{2}} \cdot (5)$$

$$\boxed{V = 30\ u^3}$$

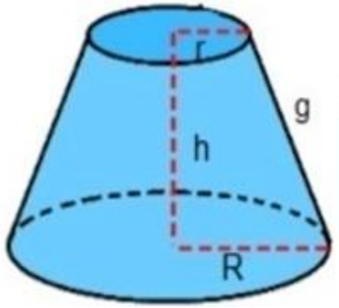
8. En la figura se muestra un tanque para agua. Calcule el volumen el agua que se puede almacenar en dicho tanque.



Resolución

- **Piden: V_T**

$$V_T = V_{Cilindro} + V_{\left(\substack{\text{tronco}\\ \text{de cono}}\right)}$$



$$V = \frac{1}{3}\pi\ h[R^2 + r^2 + R.r]$$

$$V_T = \pi 3^2 . 4 + \frac{1}{\cancel{3}}\pi . \cancel{3}(3^2 + 1^2 + 3.1)$$

$$V_T = 36\pi + 13\pi$$

$$\boxed{V_T = 49\pi\ u^3}$$