ALGEBRA

Chapter 8

3th

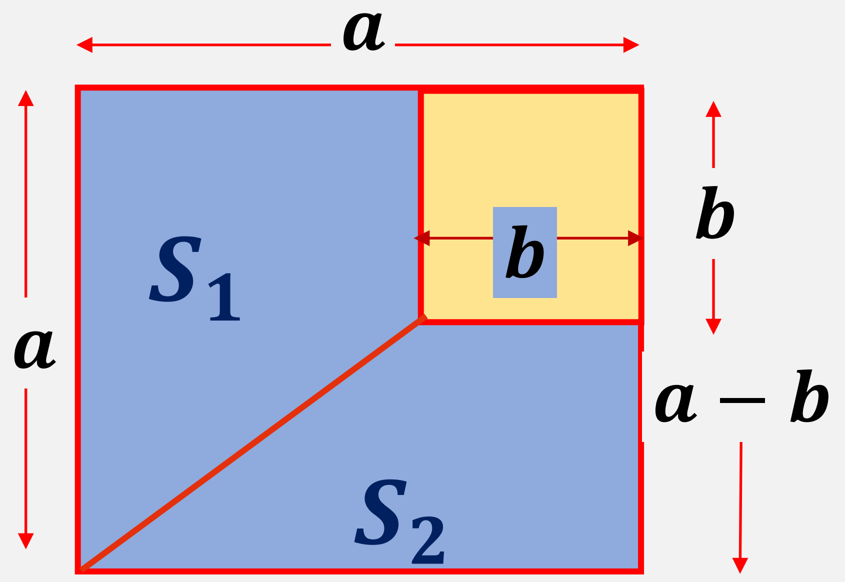
SECONDARY

PRODUCTOS NOTABLES I

SACO OLIVEROS

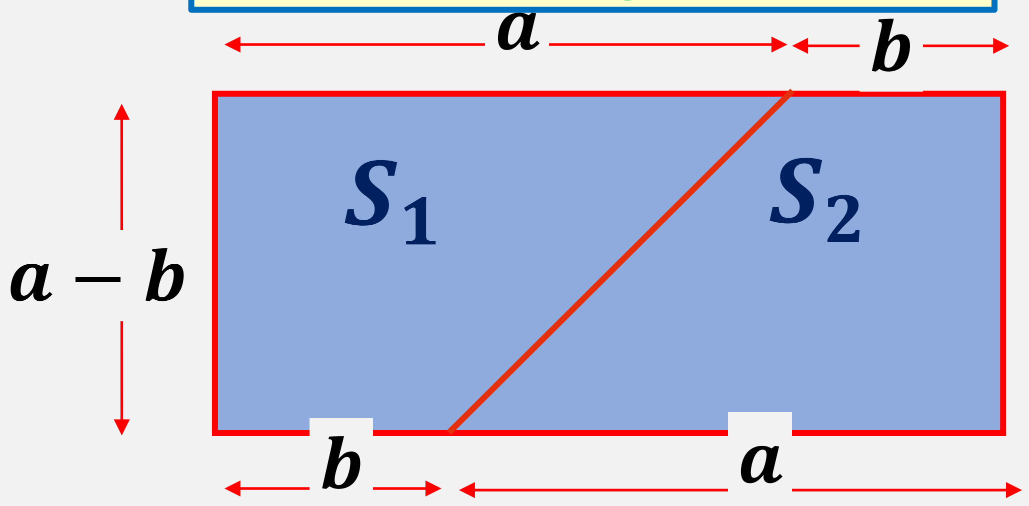
MOTIVATING STRATEGY

DIFERENCIA DE CUADRADOS



$$S_1 + S_2 = \boxed{a^2} - \boxed{b^2}$$

Transponiendo las posiciones de cada región:



$$S_1 + S_2 = (a+b)(a-b)$$

$$\therefore \quad a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

I IDENTIDAD DE STEVEN:

$$(x+a)(x+b) \equiv x^2 + (a+b)x + ab$$

Ejemplos:

Efectúe en cada caso:

- $(x+4)(x+5) = x^2 + 9x + 20$
- $(x+5)(x-7) = x^2 - 2x - 35$
- $(x-3)(x+9) = x^2 + 6x - 27$
- $(x-6)(x-8) = x^2 - 14x + 48$

II

SUMA Y DIFERENCIA DE CUBOS:

$$(a+b)(a^2-ab+b^2)\equiv a^3+b^3$$

Ejemplo:

$$(x+2)(x^2-2x+2^2)\equiv x^3+2^3$$

$$\equiv \boxed{x^3+8}$$

$$(a-b)(a^2+ab+b^2)\equiv a^3-b^3$$

Ejemplo:

$$(x-5)(x^2+5x+5^2)\equiv x^3-5^3$$

$$\equiv \boxed{x^3-125}$$

III IGUALDADES CONDICIONALES:

Si $a+b+c=0 \Rightarrow \begin{cases} \boxed{a^2+b^2+c^2=-2(ab+bc+ac)} \\ \boxed{a^3+b^3+c^3=3abc} \end{cases}$

Ejemplo:

Si $\boxed{m+n+p=0}$

Calcule $P=\dfrac{mn+np+mp}{m^2+n^2+p^2}$

Resolución:

$$P=\frac{mn+np+mp}{m^2+n^2+p^2}=\frac{\cancel{mn+np+mp}}{-2\cancel{(mn+np+mp)}}$$

$$\boxed{\therefore \quad P=-\frac{1}{2}}$$

Ejemplo:

Si $\boxed{m+n+p=0}$

Calcule $P=\dfrac{15mnp}{m^3+n^3+p^3}$

Resolución:

$$P=\frac{15mnp}{m^3+n^3+p^3}=\frac{15\cancel{mnp}}{3\cancel{mnp}}$$

$$\boxed{\therefore \quad P=5}$$

DESARROLLO DEL TRINOMIO AL CUADRADO:

$$(a+b+c)^2 \equiv a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ac)$$

Ejemplo:

Si $\quad x+y+z=10$

$\quad xy+yz+xz=15$

calcule $\quad x^2+y^2+z^2$

Resolución:

$$(x+y+z)^2=(10)^2$$

$$x^2+y^2+z^2+2(\underline{xy+yz+xz})=100$$

$$x^2+y^2+z^2+2(15)=100$$

$$\boxed{\therefore \quad x^2+y^2+z^2=70}$$

V

DESARROLLO DEL TRINOMIO AL CUBO:

$$(a+b+c)^3 \equiv a^3+b^3+c^3+3(a+b)(b+c)(a+c)$$

Ejemplo:

$$(x+y+2)^3 = x^3+y^3+2^3+3(x+y)(y+2)(x+2)$$

$$\therefore \quad (x+y+2)^3 = x^3+y^3+8+3(x+y)(y+2)(x+2)$$

HELICO PRACTICE

Problema 1

Reduzca

$$F = (x+3)(x-9) - (x+2)(x-8)$$

Recordemos:

IDENTIDAD DE STEVEN:

$$\boxed{(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab}$$

Resolución:

$$F = \underline{(x+3)(x-9)} - \underline{(x+2)(x-8)}$$

$$F = \left(x^2 - 6x - 27\right) - \left(x^2 - 6x - 16\right)$$

$$F = \cancel{x^2} - \cancel{6x} - 27 \quad - \cancel{x^2} + \cancel{6x} + 16$$

$$\boxed{\therefore \quad F = -11}$$

Respuesta: -11

Problema 2

Calcule el resultado de

$$Q=(x+2)(x^2-2x+4)-(x-3)(x^2+3x+9)$$

Recordemos:

SUMA Y DIFERENCIA DE CUBOS:

$$\boxed{(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3}$$

$$\boxed{(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3}$$

Resolución:

$$Q=\underline{(x+2)(x^2-2x+4)}-\underline{(x-3)(x^2+3x+9)}$$

$$Q=(x^3+2^3)-(x^3-3^3)$$

$$Q=(x^3+8)-(x^3-27)$$

$$Q=\cancel{x^3}+8-\cancel{x^3}+27$$

$$\boxed{\therefore\quad Q=35}$$

Respuesta: 35

Problema 3

Si $x + y + z = 0$ **, simplifique**

$$T = \frac{x^3 + y^3 + z^3}{xyz}$$

Recordemos:

IGUALDADES CONDICIONALES:

$Si: \quad a + b + c = 0$

$$\Rightarrow \boxed{a^3 + b^3 + c^3 = 3abc}$$

Resolución:

$$x + y + z = 0 \Rightarrow \boxed{x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz}$$

Reemplazando en:

$$T = \frac{x^3 + y^3 + z^3}{xyz}$$

$$T = \frac{3\cancel{xyz}}{\cancel{xyz}}$$

$$\boxed{\therefore \quad T = 3}$$

Respuesta: 3

Problema 4

Obtenga el resultado de

$$T = \frac{x^3 + 2^3}{x^2 - 2x + 4} + \frac{x^3 - 2^3}{x^2 + 2x + 4}$$

Recordemos:

SUMA Y DIFERENCIA DE CUBOS:

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

Resolución:

$$T = \frac{x^3 + 2^3}{x^2 - 2x + 4} + \frac{x^3 - 2^3}{x^2 + 2x + 4}$$

$$T = \frac{(x + 2)(x^2 - 2x + 2^2)}{x^2 - 2x + 4} + \frac{(x - 2)(x^2 + 2x + 2^2)}{x^2 + 2x + 4}$$

$$T = \frac{(x + 2)\cancel{(x^2 - 2x + 4)}}{\cancel{x^2 - 2x + 4}} + \frac{(x - 2)\cancel{(x^2 + 2x + 4)}}{\cancel{x^2 + 2x + 4}}$$

$$T = (x + 2) + (x - 2)$$

$$T = x \cancel{+ 2} + x \cancel{- 2}$$

$$\boxed{\therefore \quad T = 2x}$$

Respuesta: $2x$

Problema 5

Si $x + y + z = 0$, *determine*

$$P = \frac{6x^2 + 6y^2 + 6z^2}{-xy - yz - xz}$$

Recordemos:

IGUALDADES CONDICIONALES:

Si: $a + b + c = 0$

$$\boxed{a^2 + b^2 + c^2 = -2(ab + bc + ac)}$$

Resolución:

$$x + y + z = 0$$

$$\boxed{x^2 + y^2 + z^2 = -2(xy + yz + xz)}$$

$$P = \frac{6x^2 + 6y^2 + 6z^2}{-xy - yz - xz}$$

$$P = \frac{6(x^2 + y^2 + z^2)}{-(xy + yz + xz)}$$

$$P = \frac{6[-2\cancel{(xy + yz + xz)}]}{-\cancel{(xy + yz + xz)}}$$

$$\boxed{\therefore \quad P = 12}$$

Respuesta: 12

Problema 6

Simplifique

$$E = (x+2)(x+3) + (x+5)(x-2) - 2x(x+4) + 8$$

Recordemos:

IDENTIDAD DE STEVEN:

$$\boxed{(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab}$$

Resolución:

$$M = \underline{(x+2)(x+3)} + \underline{(x+5)(x-2)} - 2x(x+4) + 8$$

$$M = (x^2 + 5x + 6) + (x^2 + 3x - 10) - 2x^2 - 8x + 8$$

$$M = \cancel{x^2} \cancel{+5x} + 6 \cancel{+x^2} \cancel{+3x} - 10 \cancel{-2x^2} \cancel{-8x} + 8$$

$$\boxed{\therefore \quad M = 4}$$

Respuesta: 4

Problema 7

Si $\boxed{x^2 + 7x = -2}$, el valor de

$$M = (x+4)(x+3)(x+1)(x+6)$$

representa la cantidad de alumnos del 3° C. ¿Cuántos alumnos son?

Recordemos:

IDENTIDAD DE STEVEN:

$$\boxed{(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab}$$

Resolución:

$$M = (\underline{x+4)(x+3})(\underline{x+1)(x+6})$$

$$M = (\underbrace{x^2+7x}+12)(\underbrace{x^2+7x}+6)$$

$$M = (\;-2\;+\;12\;)(\;-2\;+\;6\;)$$

$$M = (10)(4)$$

$$\boxed{M = 40}$$

$\therefore$ Son 40 alumnos.

Respuesta: 40

Problema 8

Efectúe

$$T=(a+1)(a-1)\left(a^2+a+1\right)\left(a^2-a+1\right)+1$$

Recordemos:

SUMA Y DIFERENCIA DE CUBOS:

$$\boxed{(a+b)\left(a^2-ab+b^2\right)=a^3+b^3}$$

$$\boxed{(a-b)\left(a^2+ab+b^2\right)=a^3-b^3}$$

DIFERENCIA DE CUADRADOS:

$$\boxed{(a+b)(a-b)=a^2-b^2}$$

Resolución:

$$T=(a+1)(a-1)\left(a^2+a+1\right)\left(a^2-a+1\right)+1$$

Reordenando:

$$T=(a+1)\left(a^2-a+1\right)(a-1)\left(a^2+a+1\right)+1$$

$$T=\underbrace{\left(a^3+1\right)\left(a^3-1\right)}+1$$

$$T=a^6\cancel{-1}\cancel{+1}$$

$$\boxed{\therefore\quad T=a^6}$$

Respuesta: a^6