



ALGEBRA

Chapter 22

3er
SECONDARY

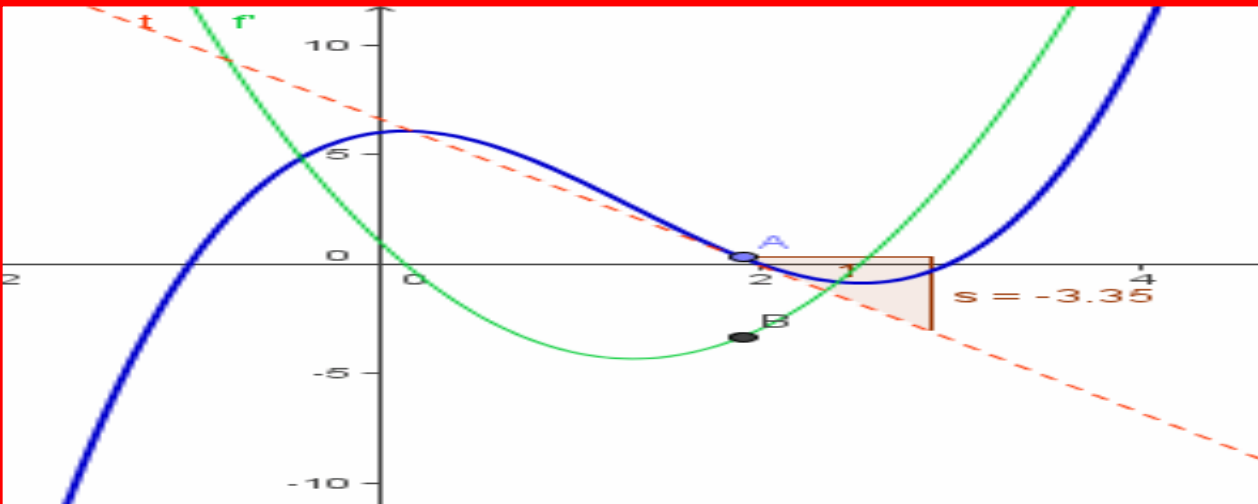
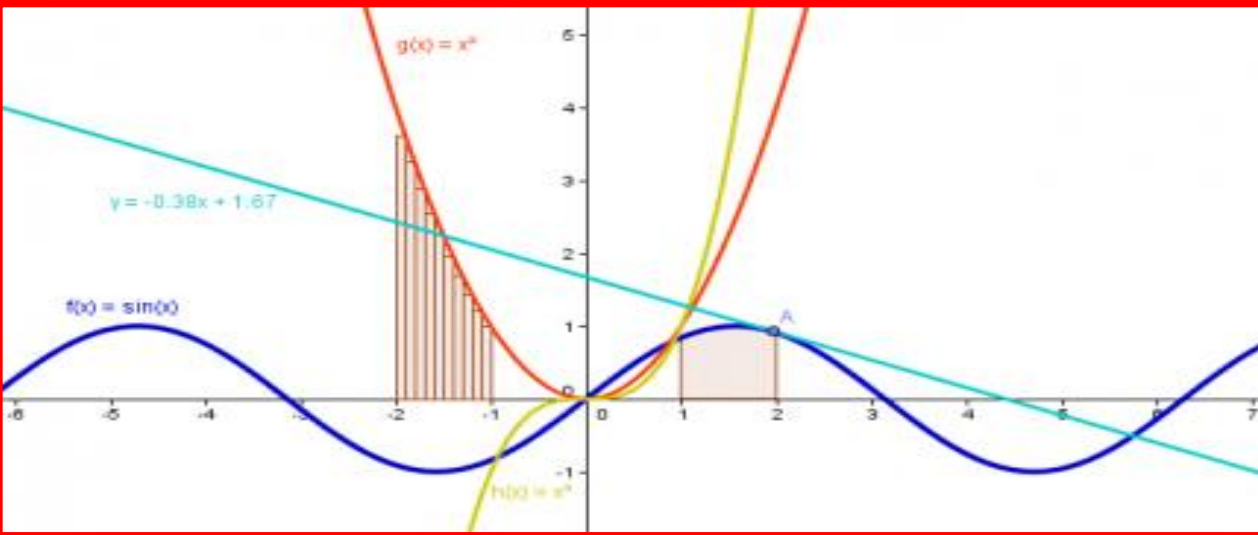
Relaciones y funciones



 **SACO OLIVEROS**



RELACIONES Y FUNCIONES





¿QUÉ ES UN PAR ORDENADO?

Se llama par ordenado a un conjunto formado por dos elementos a y b con un orden determinado. Se simboliza de la siguiente forma: $(a; b)$.

Donde: $a \longrightarrow$ primera componente
 $b \longrightarrow$ segunda componente

Pares ordenados iguales:

$$\text{Si: } (a; b) = (c; d) \Rightarrow \boxed{a = c} \wedge \boxed{b = d}$$



PRODUCTO CARTESIANO

Dados dos conjuntos A y B no vacíos, se define el producto cartesiano como:

$$A \times B = \{(a; b) / a \in A \wedge b \in B\}$$

Ejemplo: Sean $A = \{1; 3\}$ y $B = \{5; 6; 7\}$

➡ $A \times B = \{(1; 5), (1; 6), (1; 7), (3; 5), (3; 6), (3; 7)\}$

Recuerda: 1. $A \times B \neq B \times A$

2. $n(A \times B) = n(A) \cdot n(B)$

3. $A^2 = A \times A$

RELACIÓN



*Dados dos conjuntos **A** y **B** no vacíos, se define Relación como el conjunto de pares ordenados que cumple:*

$$R = \{(x; y) \in A \times B / P(x, y)\}$$

Ejemplo: Sean $A = \{1; 3\}$ y $B = \{5; 6; 7\}$

 $A \times B = \{(1; 5), (1; 6), (1; 7), (3; 5), (3; 6), (3; 7)\}$

$$R = \{(1; 6), (3; 5), (3; 7)\}$$

Recuerda: $N^{\circ} \text{ de relaciones} = 2^{n(A \times B)}$



DOMINIO Y

- **RANGO:** Conjunto de las primeras componentes de cada par ordenado (ABSCISAS).
- **Rango:** Conjunto de las segundas componentes de cada par ordenado (ORDENADAS).

Ejemplo: Sea la relación $R = \{(1; 4), (8; 7), (3; 4), (5; 2), (8; 9)\}$

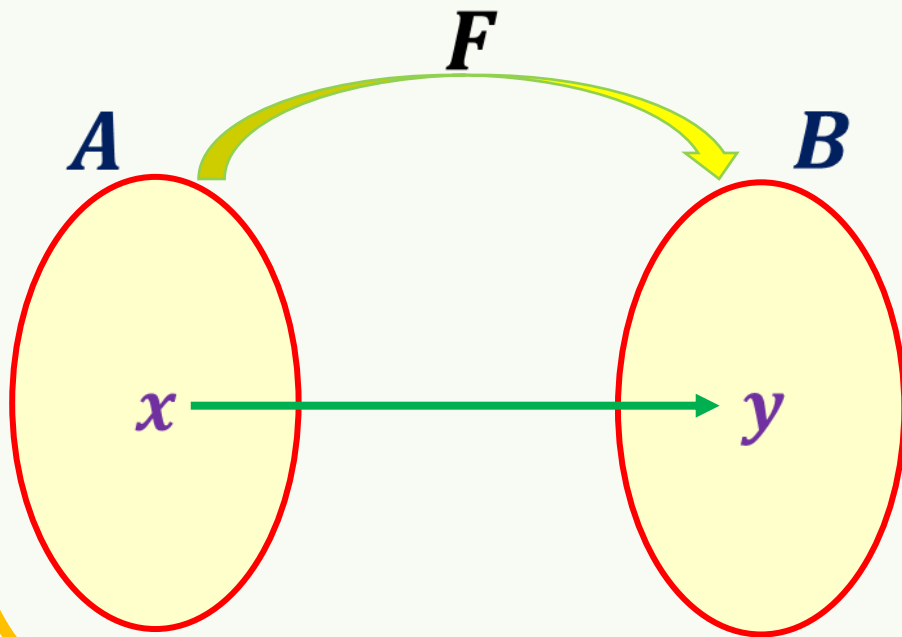
$$Dom(R) = \{1, 3, 5, 8\}$$

$$Ran(R) = \{2, 4, 7, 9\}$$

FUNCIÓN



Sean dos conjuntos A y B no vacíos, una función F es aquella correspondencia $F: A \rightarrow B$ que asigna a cada elemento $x \in A$, a lo más, un elemento $y \in B$.



Se tiene lo siguiente:

$$y = F(x)$$

$$F = (x; F(x))$$

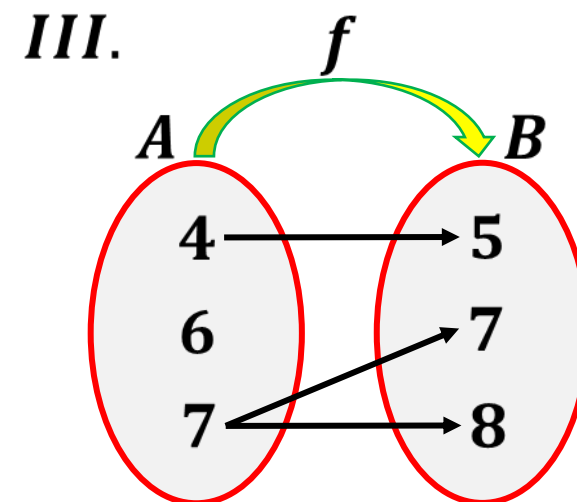
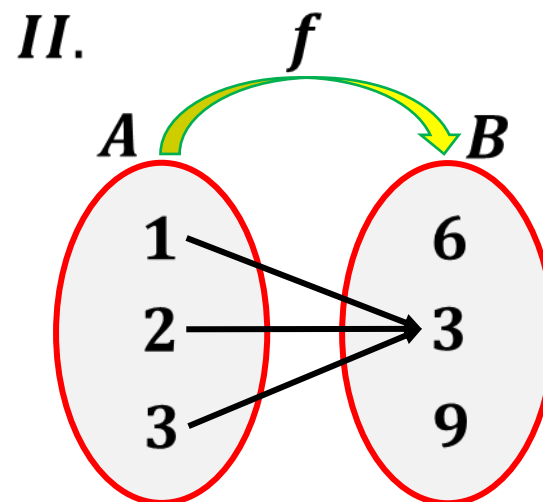
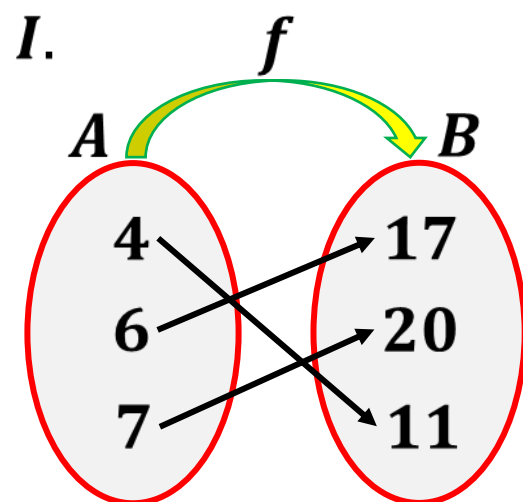
$$\text{Si } \exists (a; b) \wedge (a; c) \in F$$

$$\text{y } F \text{ es función } \Rightarrow b = c$$

Problema 1

Indique cuál o cuales son funciones.

Resolución:



***Rpta:* Son funciones I y II.**

Problema 2

Si g es función

$$g = \{(4; 2), (3; 15), (8; -1), (4; 2)\}$$

calcule la suma de elementos del dominio con la suma de elementos del rango.

Resolución:



$$g = \{(\underline{4}; \underline{2}), (\underline{3}; \underline{15}), (\underline{8}; \underline{-1}), (\underline{4}; \underline{2})\}$$

$$Dom(g) = \{4; 3; 8\} \Rightarrow \boxed{Suma = 15}$$

$$Ran(g) = \{2; 15; -1\} \Rightarrow \boxed{Suma = 16}$$

$$\therefore Suma(Dom) + Suma(Ran) = 31$$

Problema 3

Calcule $m + n$ si

$$h = \{(4; 11), (5; 14), (4; m - 1), (5; n - 6)\}$$

es función.

Resolución:



$$h = \{(\underline{4}; \underline{11}), (\underline{5}; \underline{14}), (\underline{4}; \underline{m - 1}), (\underline{5}; \underline{n - 6})\}$$

h es función:

$$(4; \underline{11}) = (4; \underline{m - 1})$$

$$\Rightarrow 11 = m - 1$$

$$m = 12$$

$$(5; \underline{14}) = (5; \underline{n - 6})$$

$$\Rightarrow 14 = n - 6$$

$$n = 20$$

$$\therefore m + n = 32$$

Problema 4

Cuál debe ser la suma de los elementos del dominio para que la relación

$$R = \{(a + 3; 5a - 1), (a + 3; 14), (a - 1; 2a)\}$$

sea una función.

Resolución:



$$R = \{(\underline{a + 3}; \underline{5a - 1}), (\underline{a + 3}; \underline{14}), (a - 1; 2a)\}$$

R es función $\Rightarrow 5a - 1 = 14$

$$a = 3$$



$$R = \{(6; 14), (2; 6)\}$$

$$Dom(R) = \{6; 2\}$$

$$\therefore Suma(Dom) = 8$$

Problema 5

Si

$$H = \{(3; 6), (4; 8), (5; 10), (6; 12)\}$$

es función, el valor de

$$T = \frac{H(4) + H(5)}{H(6) - H(5)}$$

representa el costo en soles de 2 kg de limones. Si para preparar un rico cebiche se necesita 20 kg de limones, ¿cuánto se pagará?

Resolución:



$$H = \{(3; 6), (4; 8), (5; 10), (6; 12)\}$$

$$T = \frac{H(4) + H(5)}{H(6) - H(5)} = \frac{8 + 10}{12 - 10} = \frac{18}{2}$$

$$T = 9$$

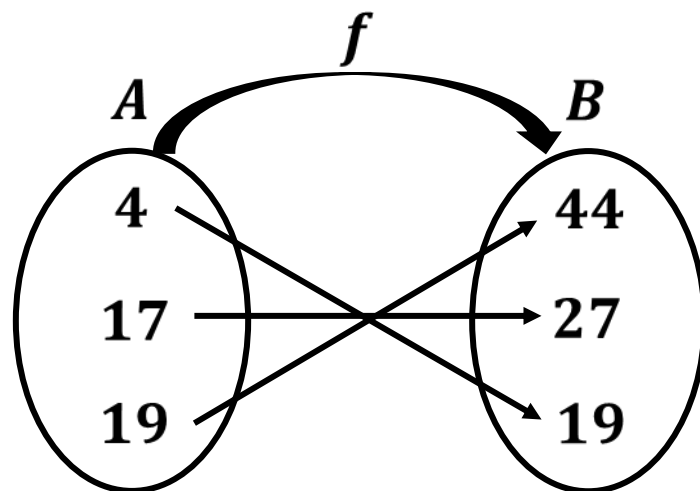
Costo de 2kg de limones: S/. 9

➡ Costo de 20kg de limones: S/. 90

∴ Se pagará S/. 90

Problema 6

Dada la función $f: A \rightarrow B$



calcule $f(17) + f(f(4)) + f(4)$

Resolución:



$$\begin{aligned}
 & \underbrace{f(17)} + f(\underbrace{f(4)}) + \underbrace{f(4)} \\
 = & \quad 27 \quad + \quad \underbrace{f(19)} \quad + \quad 19 \\
 = & \quad 27 \quad + \quad 44 \quad + \quad 19 \quad \boxed{= 90}
 \end{aligned}$$

$$\therefore f(17) + f(f(4)) + f(4) = 90$$

Problema 7

Sea $f(x) = 7x^2 + 2x - 6$,
efectúe

$$T = f(2) + f(-1) - f(3)$$

Resolución:



$$f(x) = 7x^2 + 2x - 6$$

Efectuando: $T = f(2) + f(-1) - f(3)$

➤ *Cálculo de $f(2)$:*

$$f(2) = 7(2)^2 + 2(2) - 6 \Rightarrow f(2) = 26$$

➤ *Cálculo de $f(-1)$:*

$$f(-1) = 7(-1)^2 + 2(-1) - 6 \Rightarrow f(-1) = -1$$

➤ *Cálculo de $f(3)$:*

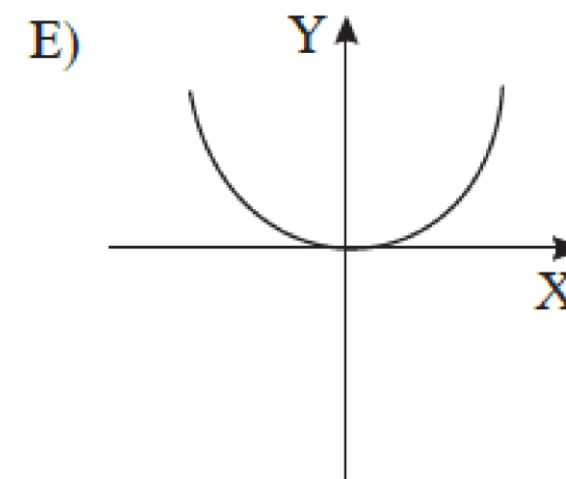
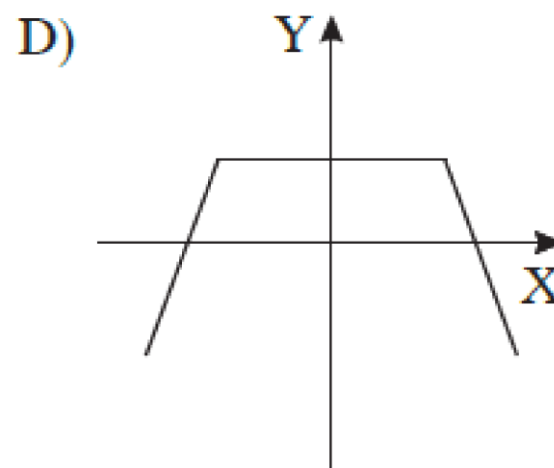
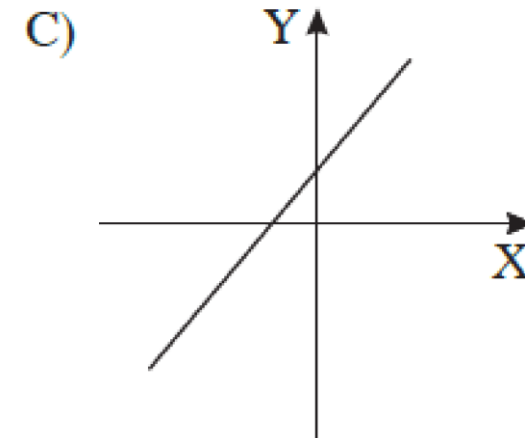
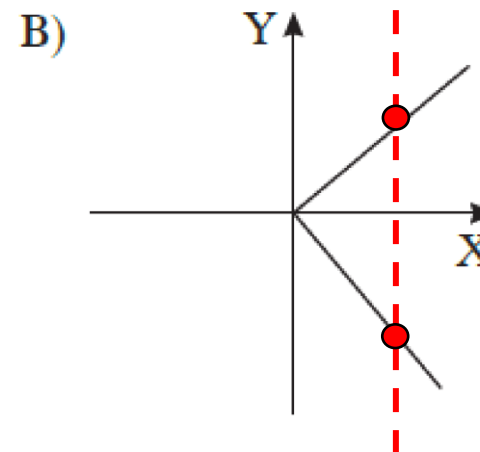
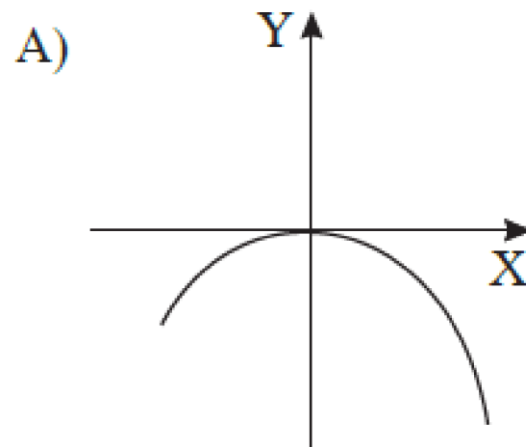
$$f(3) = 7(3)^2 + 2(3) - 6 \Rightarrow f(3) = 63$$

$$\therefore f(2) + f(-1) - f(3) = -38$$

Problema 8

Indique cuál de las siguientes gráficas no representa una función.

Resolución:



$\therefore B$ no representa una función.