



# ALGEBRA

## Chapter 20

**2th**  
SECONDARY  
Session I

Ecuaciones de  
Segundo Grado

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

 **SACO OLIVEROS**



## GEROLAMO CARDANO

Gerolamo (Jerónimo) Cardano , nació en Pavía (Italia) un 24 de septiembre de 1501, destacado médico, matemático y astrólogo. Célebre matemático italiano del Renacimiento, autor de la obra *Ars Magna* (1545) que marcó el inicio del periodo moderno del álgebra. Como matemático realizó múltiples estudio sobre al azar, tema que lo apasionaba, pues era un gran jugador de cartas. Filósofo y enciclopedista,. También es conocido por ser el primero en dar una solución general completa de la ecuación de tercer y cuarto grado.





# ECUACIÓN DE SEGUNDO GRADO

**FORMA GENERAL:**

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$a \neq 0$$

*Ejemplos:*

1)  $x^2 + 5x = 14$

2)  $(x + 3)^2 - 6x = x + 9$

## Métodos de resolución

1) Factorización

2) Fórmula general

### *Nota:*

- *Para cualquiera de los dos métodos la ecuación tiene que tener la expresión de la forma general.*
- *La cantidad de soluciones en una ecuación cuadrática pueden ser dos, una ó ninguna.*



# 1. Método de factorización

*Ejemplos: Resolver*

$$1) \quad x^2 - 25 = 0$$

$$(x - 5)(x + 5) = 0$$

$$x - 5 = 0 \quad \vee \quad x + 5 = 0$$

$$x = 5 \qquad \qquad \qquad x = -5$$

$$\therefore C.S = \{-5; 5\}$$

$$2) \quad x^2 - 7x + 12 = 0$$

$$(x - 4)(x - 3) = 0$$

$$x - 4 = 0 \quad \vee \quad x - 3 = 0$$

$$x = 4 \qquad \qquad \qquad x = 3$$

$$\therefore C.S = \{3; 4\}$$



## 2. Método por la fórmula general

### Procedimiento para la resolución:

- La ecuación debe estar igualada a cero.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

- Identificar los coeficientes (a;b;c)

- Reemplazar y calcular.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$



$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Donde:  $\Delta = b^2 - 4ac$  ( $\Delta$ : discriminante)

*Ejemplo: Resolver*

$$2x^2 - 3x + 1 = 0$$

*Resolución*

$$a = 2 ; b = -3 ; c = 1$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-3)^2 - 4(2)(1)$$

$$\Delta = 9 - 8$$

$$\Delta = 1$$

*Fórmula general:*

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{1}}{2(2)} = \frac{3 \pm \sqrt{1}}{4}$$

$$x_1 = \frac{3 - 1}{4} \Rightarrow x_1 = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$x_2 = \frac{3 + 1}{4} \Rightarrow x_2 = 1$$

$$\therefore C.S = \left\{ \frac{1}{2}; 1 \right\}$$



## Propiedades de las raíces

Sean  $x_1$ ;  $x_2$  raíces o soluciones de la ecuación:  
 $ax^2 + bx + c = 0$

### 1. Suma de raíces:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

### 2. Producto de las raíces

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

### *Ejemplo:*

Si  $x_1$ ;  $x_2$  son raíces de la ecuación:

$$2x^2 + 6x + 14 = 0$$

Hallar  $(x_1 + x_2) + (x_1 \cdot x_2)$

### Resolución:

$$a = 2 ;$$

$$b = 6 ;$$

$$c = 14$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{6}{2} = -3$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{14}{2} = 7$$

+

**Rpta . 4**

# HELICO PRACTICE





# 1. Resuelva:

$$x^2 - 8x - 9 = 0$$

## RESOLUCIÓN

$$\begin{array}{rcl}
 x^2 & - & 8x & - & 9 & = & 0 \\
 \uparrow & & \nearrow & & \searrow & & \\
 x & & -9 & \longrightarrow & -9x & & \\
 x & & +1 & \longrightarrow & x & & \\
 & & & & \underline{-8x} & & 
 \end{array}$$

Diagram illustrating the factoring process for the quadratic equation  $x^2 - 8x - 9 = 0$ . The terms  $x^2$ ,  $-8x$ , and  $-9$  are shown. A green arrow points from  $x^2$  to  $-8x$ . A red arrow points from  $x$  to  $-9$ , and another red arrow points from  $x$  to  $+1$ . The products  $-9x$  and  $x$  are shown, with a red arrow pointing from  $-9x$  to  $x$  and a green arrow pointing from  $x$  to  $-9x$ , indicating the final factored form  $(x-9)(x+1)$ .

$$(x - 9)(x + 1) = 0$$

$$x - 9 = 0 \quad \vee \quad x + 1 = 0$$

$$x = 9$$

$$x = -1$$

$$\therefore C.S = \{-1; 9\}$$



## 2. Calcule el valor de x si

$$x(x - 5) + 2(x - 3) + 8 = 0$$

### RESOLUCIÓN

$$x(x - 5) + 2(x - 3) + 8 = 0$$

$$x^2 - 5x + 2x - 6 + 8 = 0$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$\begin{array}{r} x^2 \quad -2 \\ \times \quad -3x \\ \hline -2x \quad -6x \\ \hline -8x \end{array}$$

$$(x - 2)(x - 1) = 0$$

$$x - 2 = 0 \quad \vee \quad x - 1 = 0$$

$$x = 2$$

$$x = 1$$

$$\therefore x_1 = 1 \quad \vee \quad x_2 = 2$$



### 3. Calcule el valor de $x$ en la ecuación

$$2x^2 - 3x + 10 = x^2 + 4x$$

#### RESOLUCIÓN

$$2x^2 - 3x + 10 - x^2 - 4x = 0$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$\begin{array}{rcl} x & \nearrow & -2 \rightarrow -2x \\ x & \searrow & -5 \rightarrow -5x \\ & & \hline & & -7x \end{array}$$

$$(x - 2)(x - 5) = 0$$

$$x - 2 = 0 \quad \vee \quad x - 5 = 0$$

$$x = 2$$

$$x = 5$$

$$\therefore x_1 = 2 \quad \vee \quad x_2 = 5$$

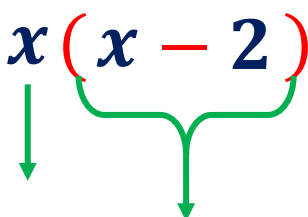


#### 4. Resuelva:

$$x^2 = 2x$$

##### RESOLUCIÓN

$$x^2 - 2x = 0$$

$$x(x - 2) = 0$$


0      0

$$x = 0 \quad \vee \quad x - 2 = 0$$
$$x = 2$$

$$\therefore C.S = \{0; 2\}$$



**5.** Calcule el valor de la mayor raíz de la siguiente ecuación

$$x(x - 4) - 5 = 4(1 - x)$$

sabiendo que esto indica el número de meses que tiene María, la hermana menor de Fausta. ¿Cuántos meses tiene?

### RESOLUCIÓN

$$x(x - 4) - 5 = 4(1 - x)$$

$$x^2 - \cancel{4x} - 5 = 4 - \cancel{4x}$$

$$x^2 - 5 - 4 = 0$$

$$x^2 - 9 = 0$$

$$(x - 3)(x + 3) = 0$$

$$(x - 3)(x + 3) = 0$$

$$x - 3 = 0 \quad \vee \quad x + 3 = 0$$

$$x = 3$$

$$x = -3$$

**∴ Tiene 3 meses**

**6.** Calcule el valor de x

$$x^2 + x - 5 = 0$$

**RESOLUCIÓN**

$$x^2 + x - 5 = 0$$

$$a = 1 ; b = 1 ; c = -5$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (1)^2 - 4(1)(-5)$$

$$\Delta = 1 + 20$$

$$\Delta = 21$$

**Fórmula general:**

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-(1) \pm \sqrt{21}}{2(1)} = \frac{-1 \pm \sqrt{21}}{2}$$

$$x_1 = \frac{-1 - \sqrt{21}}{2} \quad x_2 = \frac{-1 + \sqrt{21}}{2}$$

$$\therefore x_1 = \frac{-1 - \sqrt{21}}{2} \vee x_2 = \frac{-1 + \sqrt{21}}{2}$$



## 7. Calcule las raíces de la ecuación

$$x(x + 3) - 2(x + 1) = 4$$

### RESOLUCIÓN

$$x(x + 3) - 2(x + 1) = 4$$

$$x^2 + 3x - 2x - 2 = 4$$

$$x^2 + x - 2 = 4$$

$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x + 3)(x - 2) = 0$$

$$x + 3 = 0 \quad \vee \quad x - 2 = 0$$

$$x = -3$$

$$x = 2$$

$$\therefore x_1 = -3 \quad \vee \quad x_2 = 2$$



**8.** Calcule la menor raíz de

$$x^2 = 1 - 3x$$

**RESOLUCIÓN**

$$x^2 = 1 - 3x$$

$$x^2 + 3x - 1 = 0$$

$$a = 1 ; b = 3 ; c = -1$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (3)^2 - 4(1)(-1)$$

$$\Delta = 9 + 4$$

$$\Delta = 13$$

*Fórmula general:*

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-(3) \pm \sqrt{13}}{2(1)} = \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$x_1 = \frac{-3 - \sqrt{13}}{2} \quad x_2 = \frac{-3 + \sqrt{13}}{2}$$

$$\therefore x_1 = \frac{-3 - \sqrt{13}}{2}$$