



ARITHMETIC

Chapter 17

4th
SECONDARY

NÚMEROS RACIONALES



 **SACO OLIVEROS**



SUMAR FRACCIONES

Al sumar estos números

$$\frac{3}{100}, \quad \frac{25}{10.000}, \quad \frac{748}{10}, \quad \text{etc.}$$

Un ingeniero y matemático holandés llamado Simón Stevin inventó un método para hacer cálculos con fracciones decimales sin usar el denominador. Por ejemplo, escribía

$\frac{3}{100}$	como	$\frac{\boxed{2}}{3}$
$\frac{25}{10.000}$	como	$\frac{\boxed{3}}{2} \frac{\boxed{4}}{5}$
$\frac{748}{10}$	como	7 4 $\frac{\boxed{1}}{8}$

Al sumar estos números, obtenía

$$\frac{\boxed{2}}{3} + \frac{\boxed{3}}{2} \frac{\boxed{4}}{5} + 7 \ 4 \ \frac{\boxed{1}}{8} = 7 \ 4 \ 8 \ . \ 3 \ 2 \ 5$$

Aunque su método no llegó a usarse mucho, su idea fue tomada por el escocés, Napier, quien desarrolló otra manera de escribir las fracciones decimales.



FRACCIONES

$$F = \left\{ \frac{a}{b} \mid (a, b) \in \mathbb{Z} \times (\mathbb{Z} - \{0\}) \right\}$$

Donde:

$$\left[\frac{a}{b} \right] = \left\{ \frac{c}{d} \mid \frac{c}{d} \diamond \frac{a}{b} \right\}$$

“clase de equivalencia $\frac{a}{b}$ ”

Llamamos:



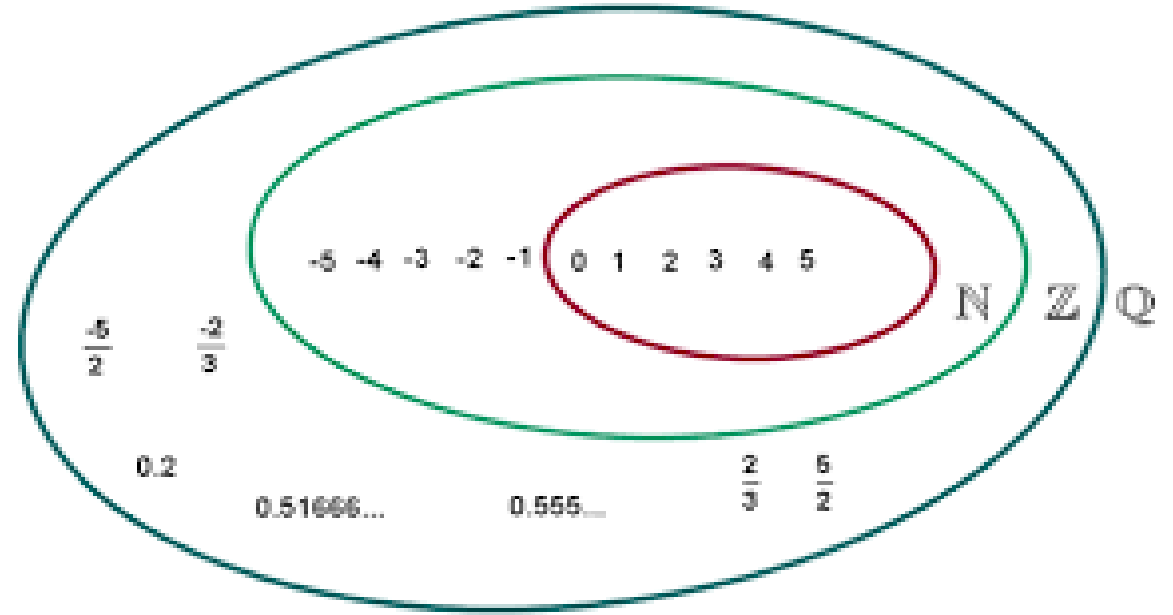
Numerador : a



Denominador : b

Ejm

$$\left[\frac{4}{7} \right] = \left\{ \dots; \frac{-4}{-7}; \frac{4}{7}; \frac{8}{14}; \dots \right\}$$



2

CLASIFICACIÓN DE LAS FRACCIONES



A Por la comparación de su valor con respecto a la unidad

1. Propia

Ejm

$$\frac{15}{25}; \frac{9}{13}; \frac{19}{30}$$

$$\rightarrow f = \frac{a}{b} < 1 \rightarrow a < b \quad 0 < f < 1$$

2. Impropia

Ejm

$$\frac{18}{12}; \frac{11}{3}; \frac{5}{2}$$

$$\rightarrow f = \frac{a}{b} > 1 \rightarrow a > b \quad f > 1$$

B Por su denominador

1. Decimal

Ejm

$$\frac{7}{10^2}; \frac{23}{10}; \frac{45}{10^3}$$

$$\rightarrow f = \frac{a}{b} \rightarrow b = 10^n \quad \forall n \in \mathbb{Z}^+$$

2. Ordinaria

Ejm

$$\frac{5}{26}; \frac{12}{8}; \frac{15}{6}$$

$$\rightarrow f = \frac{a}{b} \rightarrow b \neq 10^n \quad \forall n \in \mathbb{Z}^+$$



C Por los divisores comunes de los términos

1. Irreducible

Ejm

$$\frac{16}{25}; \frac{7}{13}; \frac{19}{5}$$

$$\rightarrow f = \frac{a}{b} \rightarrow MCD(a, b) = 1$$

2. Reductible *a y b son PESI*

Ejm

$$\frac{9}{15}; \frac{16}{10}; \frac{45}{24}$$

$$\rightarrow f = \frac{a}{b} \rightarrow a \text{ y } b \text{ no son PESI}$$

D Por grupo de fracciones

1. Homogéneas

Ejm

$$\frac{12}{9}; \frac{8}{9}; \frac{5}{9}$$



$$\frac{a_1}{b_1}, \frac{a_2}{b_2}, \frac{a_3}{b_3}, \dots, \frac{a_n}{b_n},$$

$$b_1 = b_2 = b_3 = \dots = b_n$$

2. Heterogéneas

Ejm

$$\frac{8}{15}; \frac{32}{10^2}; \frac{15}{6}$$



$$\frac{a_1}{b_1}, \frac{a_2}{b_2}, \frac{a_3}{b_3}, \dots, \frac{a_n}{b_n},$$

$$b_1 \neq b_2 \neq b_3 \neq \dots \neq b_n$$



3 PROPIEDADES

1. Sea $n \in \mathbb{Z}^+$

A

$$f_1 = \frac{a}{b} < 1 \wedge f_2 = \frac{a+n}{b+n} < 1 \rightarrow f_1 < f_2$$

B

$$f_1 = \frac{a}{b} > 1 \wedge f_2 = \frac{a+n}{b+n} > 1 \rightarrow f_1 > f_2$$

2. Sean las fracciones irreducibles

A

$$\text{Si: } \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = k ; (k \in \mathbb{Z}) \rightarrow b = d$$

B Sean $\frac{a}{m}; \frac{b}{n}; \frac{c}{p}$

$$MCD\left(\frac{a}{m}; \frac{b}{n}; \frac{c}{p}\right) = \frac{MCD(a; b; c)}{MCM(m; n; p)}$$

$$MCM\left(\frac{a}{m}; \frac{b}{n}; \frac{c}{p}\right) = \frac{MCM(a; b; c)}{MCD(m; n; p)}$$



Determine los $\frac{4}{11}$ de los $\frac{3}{7}$ de los $\frac{2}{3}$ de 2926.

Resolución:

Simplificando

$$\frac{4}{\cancel{11}} \times \frac{\cancel{3}}{\cancel{7}} \times \frac{2}{\cancel{3}} \times \frac{\cancel{418}}{\cancel{2926}}$$

1 1

$$\therefore 4 \times 2 \times 38 =$$

Rpta: 304



Si la fracción $\frac{a}{24}$ es propia e irreducible, determine la suma de valores que puede tomar a .

Resolución:

f. propia: $\frac{a}{24} \Rightarrow a < 24$ $a: 1; 2; 3; \dots; 23$

f. irreducible: a y 24 son (PESI) $\Rightarrow 24 = 2^3 \times 3$
 $a \neq 2 \wedge 3$

$a: 1; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23.$

Suma de valores de a

$$\therefore 1 + 5 + 7 + 11 + 13 + 17 + 19 + 23 =$$

Rpta: 93



Si una fracción es dividida entre su inversa se obtiene $\frac{196}{441}$. ¿Cuál es la fracción?

Resolución:

$$f: \frac{a}{b} \Rightarrow \frac{a}{b} \div \frac{b}{a} = \frac{a^2}{b^2} \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} = \frac{196}{441}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{14}{21} = \frac{2}{3}$$

Rpta: $\frac{2}{3}$



Si al numerador de la fracción irreducible $\frac{a}{b}$ le sumamos 30 y al denominador 80, la fracción no se altera. Halle el valor de $a + b$.

Resolución:

$$\text{f: } \frac{a}{b} \Rightarrow \frac{a + 30}{b + 80} = \frac{a}{b} \Rightarrow ab + 30b = ab + 80a$$

$$30b = 80a$$

$$\frac{a}{b} = \frac{30}{80} = \frac{3}{8}$$

$$\therefore a + b = 3 + 8 =$$

Rpta: 11



¿Cuántas fracciones de denominador 600 están comprendidas entre $\frac{3}{5}$ y $\frac{2}{3}$?

Resolución:

$$\underbrace{\frac{3}{5} \times 600}_{360} < \frac{N}{\cancel{600}} \times \cancel{600} < \underbrace{\frac{2}{3} \times 600}_{400}$$

$$360 < N < 400$$

$$N = \{ 361 ; 362 ; 363 ; \dots ; 399 \}$$

$$399 - 361 + 1 = 39$$

\therefore Existen

Rpta: 39 fracciones



Halle una fracción equivalente a $\frac{3}{8}$ sabiendo que el producto de sus términos es 216. Dé como respuesta la suma de cifras del denominador.

Resolución:

$$f : \frac{3k}{8k}$$

$$\text{Dato: } (3k)(8k) = 216$$

$$24k^2 = 216$$

$$k^2 = 9$$

$$k = 3$$

➡ Denominador:

$$8k = 8(3) = 24$$

Suma de cifras

∴

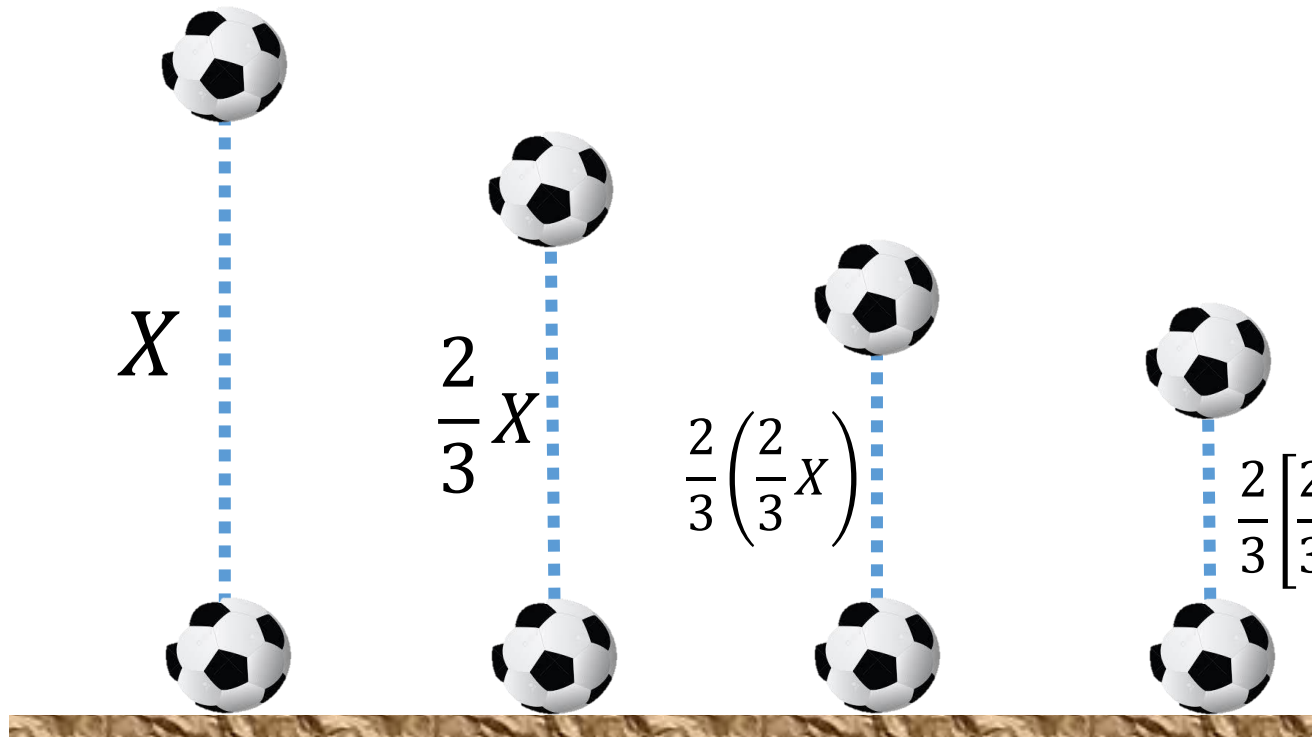
$$2 + 4 =$$

Rpta: 6



Una pelota cae al suelo y en cada rebote se eleva los $\frac{2}{3}$ de la altura anterior. Si después del tercer rebote se elevó 32 cm, determine la altura inicial de donde cayó.

Resolución:



$$\frac{2}{3}\left[\frac{2}{3}\left(\frac{2}{3}X\right)\right] = 32 \Rightarrow \frac{8}{27}X = 32$$

$$\therefore X = \text{Rpta: } 108\text{cm}$$



Jacinto experto comerciante, cierto día decide entrar al negocio de venta de manzanas para lo cual va al mercado mayorista y compra cierto número de manzanas, luego se dirige al mercado central y vende $\frac{5}{8}$ de las manzanas que tiene luego vende $\frac{1}{2}$ del resto y finalmente $\frac{3}{4}$ del nuevo resto; si todavía le quedan 153 manzanas. ¿Cuántas manzanas compró Jacinto en el mercado mayorista?

Resolución:

Sea "x" el número de manzanas

VENDE	QUEDA
$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{8}X$
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \left(\frac{3}{8}X \right)$
$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{3}{8}X \right) \right]$

$$\frac{1}{4} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{3}{8}X \right) \right] = 153$$

$$\frac{X}{64} = 51$$

$$\therefore X =$$

Rpta: 3264