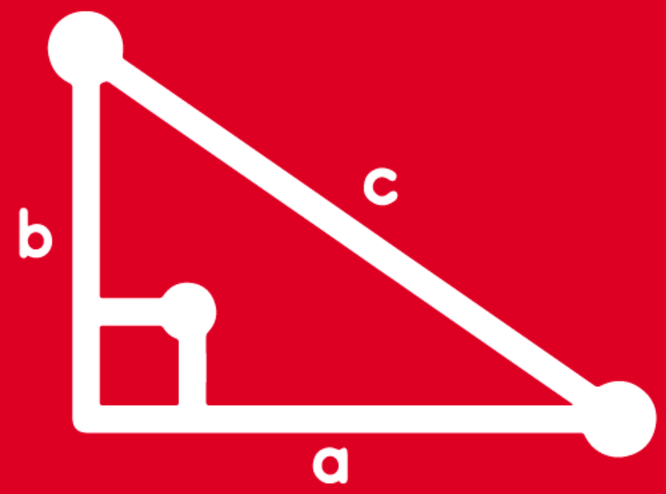
TRIGONOMETRY

Tomo 1 and 2
Session I

4th
SECONDARY

Advisory



SACO OLIVEROS

1. Efectúe

$$H = \frac{6°40'}{40'} + \frac{7^g50^m}{50^m}$$

Recordamos

$$\mathbf{a°b' <> a° + b'}$$
$$\mathbf{x^g y^m <> x^g + y^m}$$

¡No olvides!

$$\mathbf{1° <> 60'}$$
$$\mathbf{1^g <> 100^m}$$

Resolución

Entonces:

$$H = \frac{6° + 40'}{40'} + \frac{7^g + 50^m}{50^m}$$

Convertimos los grados a minutos:

$$H = \frac{6 \times \mathbf{60'} + 40'}{40'} + \frac{7 \times \mathbf{100^m} + 50^m}{50^m}$$

$$H = \frac{400\cancel{'}}{40\cancel{'}} + \frac{750\cancel{^m}}{50\cancel{^m}}$$

$$H = 10 + 15 \longrightarrow \boxed{\mathbf{H = 25}}$$

2. Siendo S, C y R lo convencional para un mismo ángulo, determine la medida del ángulo en el sistema radial si se cumple que:

$$5S - 4C = 75$$

Recordamos

Relación numérica entre sistemas:

$\boxed{\mathbf{S = 9k}}$ $\boxed{\mathbf{C = 10k}}$ $\boxed{\mathbf{R = \frac{\pi k}{20}}}$

RESOLUCIÓN

Reemplazamos en la condición:

$$5S - 4C = 75$$

$$\rightarrow 5(\mathbf{9k}) - 4(\mathbf{10k}) = 75$$

$$45k - 40k = 75$$

$$5k = 75$$

$$\boxed{k = 15}$$

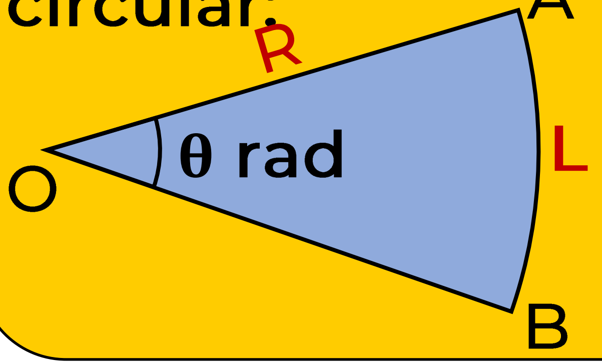
Nos piden el ángulo en el sistema radial:

$$R = \frac{\pi(\cancel{15}^{\,3})}{\cancel{20}_{\,4}} \rightarrow \boxed{\mathbf{m\measuredangle = \frac{3\pi}{4}rad}}$$

3. El péndulo de un reloj antiguo es de $60\ \text{cm}$ de longitud. Si el extremo libre de dicho péndulo recorre $\frac{\pi}{10}$ m, ¿cuál es la medida del ángulo central que genera?

Recordamos

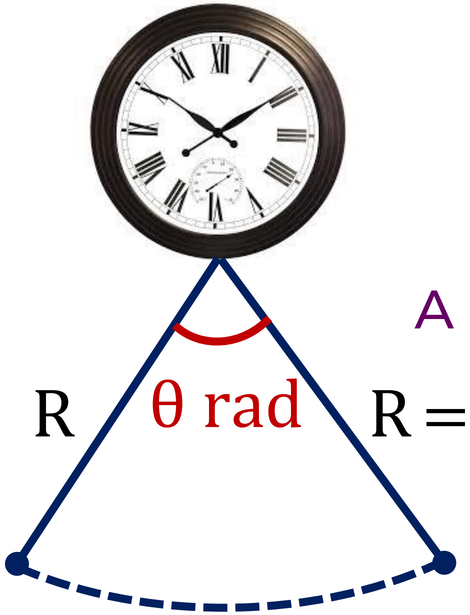
Sea AOB un sector circular:



$$\boxed{L = \theta \cdot R}$$

RESOLUCIÓN

Con los datos del problema, graficamos:



$R = 60\ \text{cm}$

$L = \frac{L\pi}{10}\ \text{m}$

A metros

$$\cancel{60}^{\,3}\ \cancel{\text{cm}} \times \frac{\mathbf{1m}}{\mathbf{\cancel{100}_{\,5}\ \cancel{cm}}} = \frac{3}{5}\ \text{m}$$

Por fórmula:

$$\frac{\pi}{\cancel{10}_{\,2}}\ \cancel{\text{m}} = \theta \cdot \frac{3}{\cancel{5}_{\,1}}\ \cancel{\text{m}}$$

$$\frac{\pi}{2} = 3\theta \rightarrow \boxed{\theta = \frac{\pi}{6}}$$

$$\boxed{\therefore \measuredangle \mathbf{central} = \frac{\pi}{6}\ \mathbf{rad}}$$

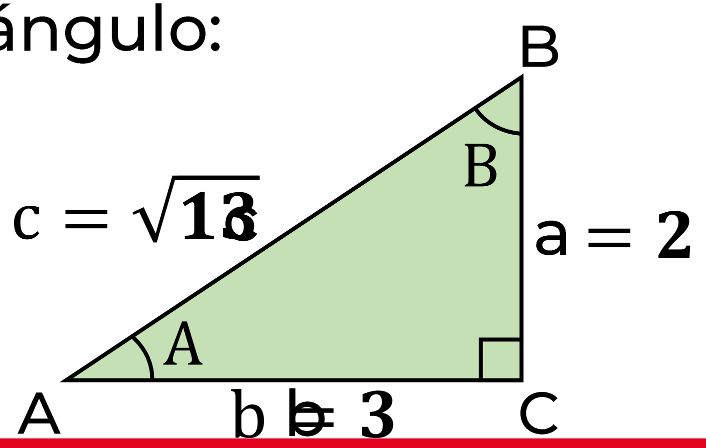
4. En un triángulo rectángulo ABC, recto en C, se cumple que:

$$\sec B \cdot \cos A = \frac{3}{2}$$

Efectúe $M = \sqrt{13}\operatorname{sen}A + 2\tan B$

RESOLUCIÓN

Graficamos el triángulo rectángulo:



Analizamos la condición:

$$\sec B \cdot \cos A = \frac{3}{2} \longrightarrow \frac{\cancel{c}}{a} \cdot \frac{b}{\cancel{c}} = \frac{3}{2} \longrightarrow \frac{b}{a} = \frac{3}{2}$$

teore

$a^2 +$

Recordamos

$$\mathbf{\sec\theta = \frac{H}{CA}} \qquad \mathbf{\cos\theta = \frac{CA}{H}}$$

$13 = c$

$$\boxed{c = \sqrt{13}}$$

¡No olvides!

$$\mathbf{\operatorname{sen}\theta = \frac{CO}{H}}$$

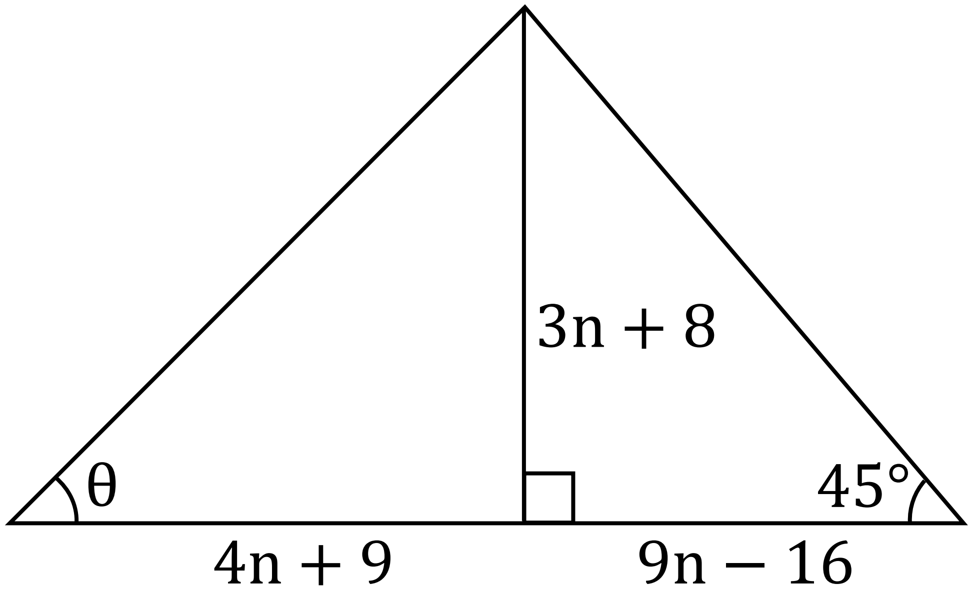
$$\mathbf{\tan\theta = \frac{CO}{CA}}$$

Efectúamos M:

$$M = \cancel{\sqrt{13}}\left(\frac{2}{\cancel{\sqrt{13}}}\right) + \cancel{2}\left(\frac{3}{\cancel{2}}\right)$$

$$\longrightarrow \boxed{\mathbf{M = 5}}$$

5. A partir del gráfico mostrado, calcule cotθ.

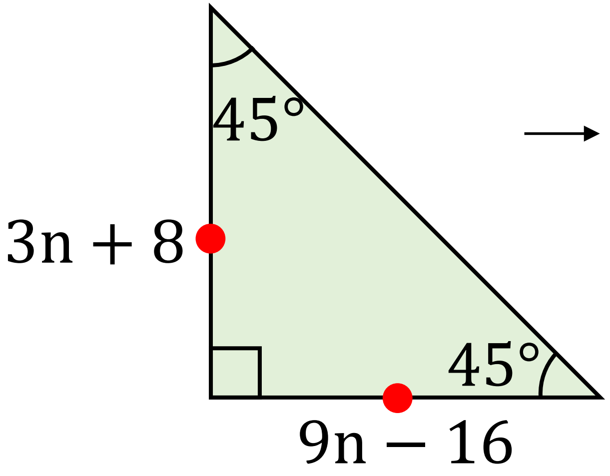


Recordamos

$$\cot\theta = \frac{CA}{CO}$$

RESOLUCIÓN

Del gráfico, analizamos el ⊿45°- 45°:

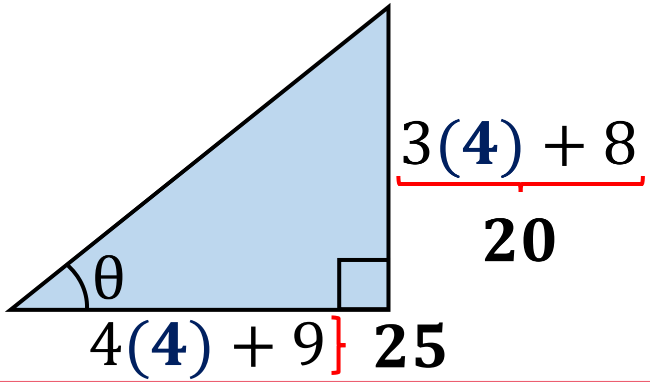


$$\rightarrow 3n + 8 = 9n - 16$$

$$24 = 6n$$

$$\boxed{n = 4}$$

Calculamos cotθ:



$$\rightarrow \cot\theta = \frac{\overset{5}{\cancel{25}}}{\underset{4}{\cancel{20}}}$$

$$\therefore \cot\theta = \frac{5}{4}$$

6. Determine $E = \cot(\alpha + \beta)$ si:

$$\operatorname{sen}(\alpha + 20°) = \cos 40°$$

$$\tan(5\beta - 4°) \cdot \cot(4\beta + 3°) = 1$$

Recordamos

Propiedad RT recíprocas

Si $x = y$:

$$\begin{aligned} \mathbf{senx.cscy} &= \mathbf{1} \\ \mathbf{cosx.secy} &= \mathbf{1} \\ \mathbf{tanx.coty} &= \mathbf{1} \end{aligned}$$

Propiedad RT complementarias

Si $x + y = 90°$:

$$\begin{aligned} \mathbf{senx} &= \mathbf{cosy} \\ \mathbf{tanx} &= \mathbf{coty} \\ \mathbf{secx} &= \mathbf{cscy} \end{aligned}$$

RESOLUCIÓN

Por propiedad de RT complementarias en:

$$\operatorname{sen}(\alpha + 20°) = \cos 40°$$

$$\rightarrow (\alpha + 20°) + 40° = \mathbf{90°}$$

$$\alpha + 60° = 90° \rightarrow \boxed{\alpha = 30°}$$

Por propiedad de RT recíprocas en:

$$\tan(5\beta - 4°) \cdot \cot(4\beta + 3°) = 1$$

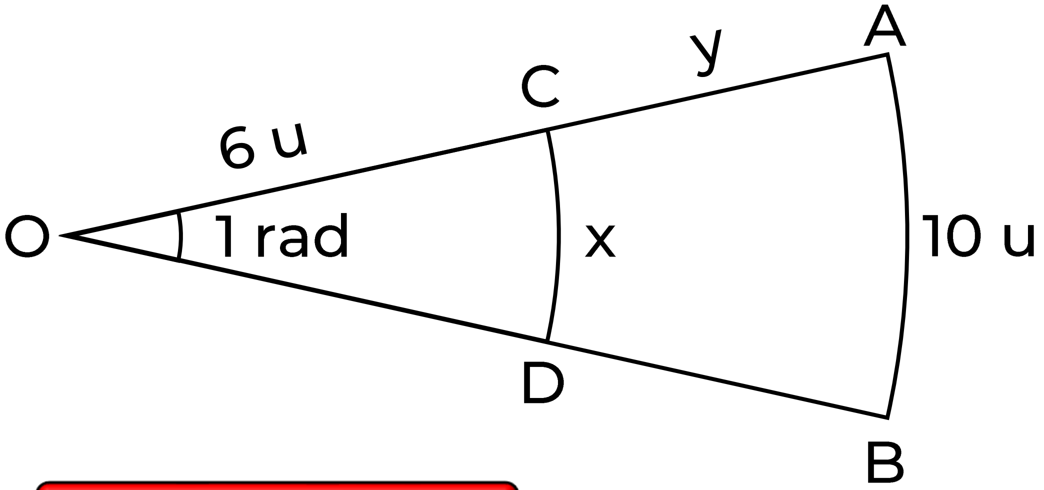
$$\rightarrow 5\beta - 4° = 4\beta + 3°$$

$$\boxed{\beta = 7°}$$

Piden:

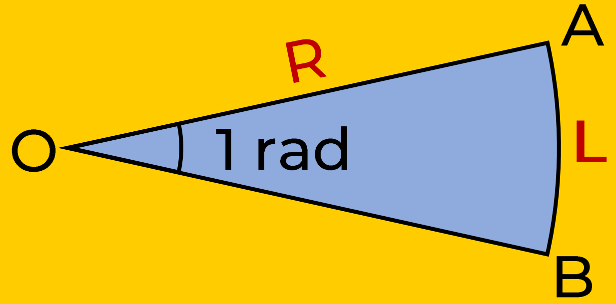
$$E = \cot(\mathbf{30°} + \mathbf{7°}) = \cot 37° \rightarrow \boxed{\mathbf{E = \frac{4}{3}}}$$

7. Si AOB y COD son sectores circulares, determine $F = x + y$.



Recordamos

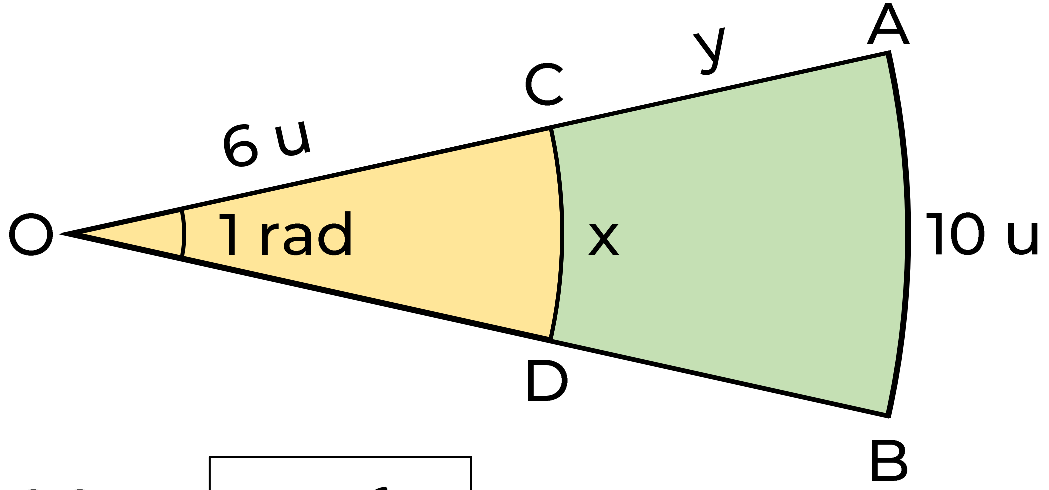
Sea AOB un sector circular:



$\boxed{L = R}$

RESOLUCIÓN

A partir del gráfico, por propiedad:



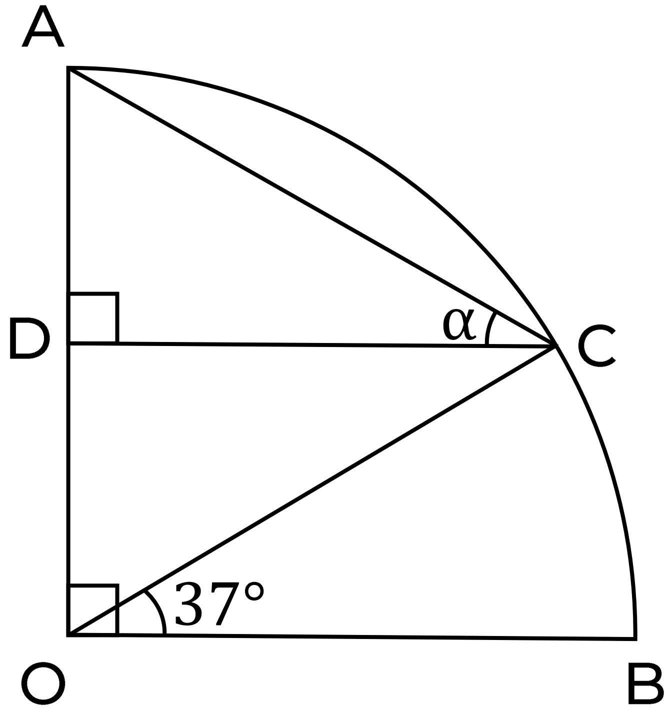
$\sphericalangle$ COD: $\boxed{x = 6\text{ u}}$

$\sphericalangle$ AOB: $6\text{ u} + y = 10\text{ u} \longrightarrow \boxed{y = 4\text{ u}}$

Piden:

$F = x + y = 6\text{ u} + 4\text{ u} \longrightarrow \boxed{\mathbf{F = 10\ u}}$

8. En la figura, AOB es un sector circular. Calcule $\csc^2\alpha$.

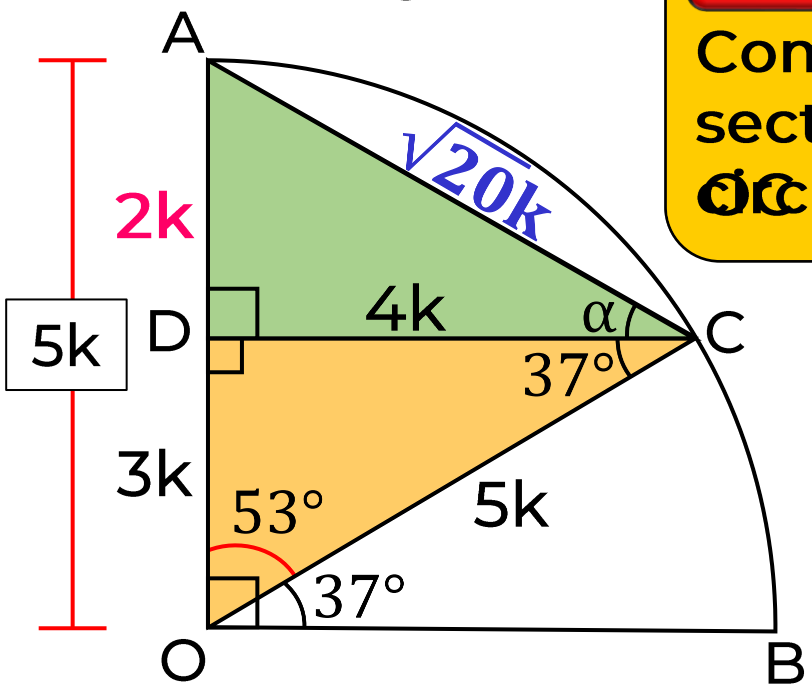


Recordamos

$$\csc\alpha = \frac{H}{CO}$$

RESOLUCIÓN

Analizamos el gráfico:



NOTA

Como AOB es sector circular:

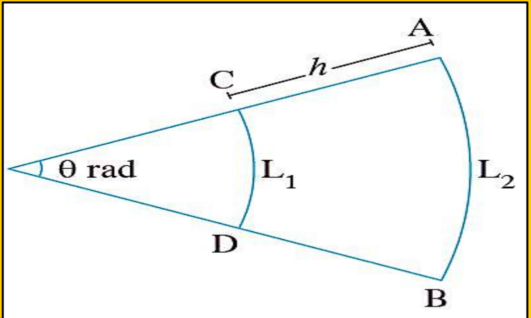
OC = AO = OB

Por T. de Pitágoras: $AC = \sqrt{20}k$

Piden: $\sec^2\alpha = \left(\frac{\sqrt{20}\cancel{k}}{2\cancel{k}}\right)^2 = \frac{20}{4} \rightarrow \boxed{\csc^2\alpha = 5}$

9. Se tiene un pedazo de cartulina con forma de un sector circular de $40°$ de ángulo central que subtiende un arco de 6π cm. Si para obtener un sector circular más pequeño, se reduce 9 cm el radio y se corta con tijera el trapecio circular, ¿cuál es la longitud del arco que subtiende el nuevo sector circular?

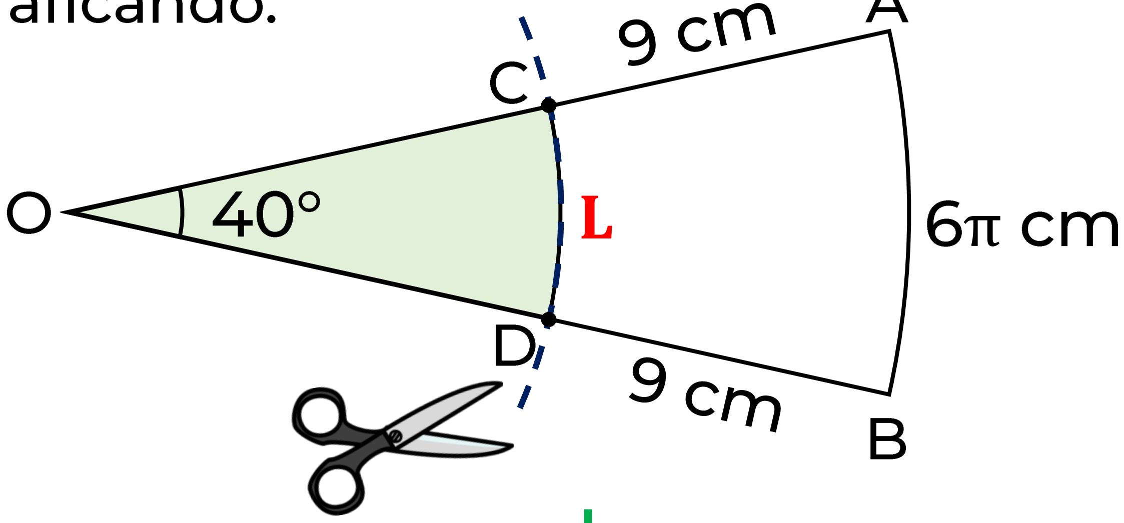
Recordamos



$$\theta = \frac{L_2 - L_1}{h}$$

RESOLUCIÓN

Graficando:



Convertimos el ángulo central a radianes:

$$\overset{2}{\cancel{40°}} \times \frac{\pi \text{ rad}}{\underset{9}{\cancel{180°}}} = \frac{2\pi}{9} \text{ rad}$$

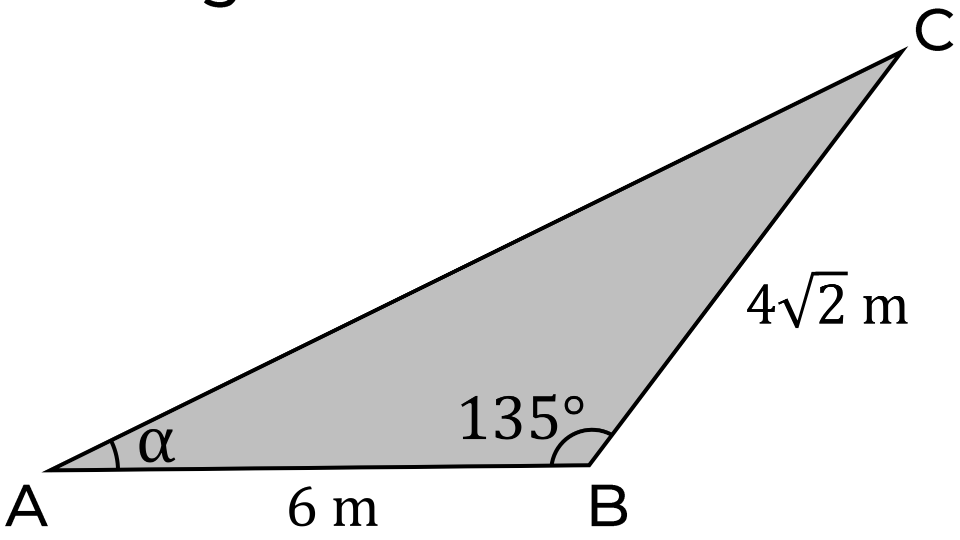
Por propiedad:

$$\frac{2\pi}{\cancel{9}} = \frac{6\pi - L}{\cancel{9}}$$

$$2\pi = 6\pi - L$$

$$\rightarrow \boxed{L = 4\pi \text{ cm}}$$

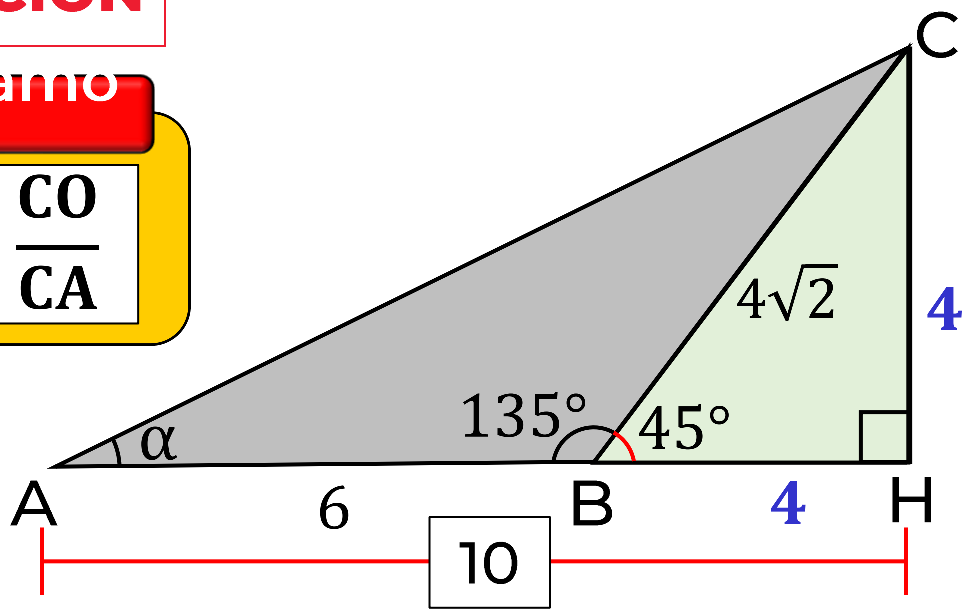
10. El costo por pintar un metro cuadrado de una plancha en forma triangular, como en la figura, es $(20\tan\alpha + 6)$ soles. Determine el costo por pintar la plancha triangular.



RESOLUCIÓN

Recordamos

$$\tan\alpha = \frac{CO}{CA}$$



- Costo unitario $= \cancel{20}^{\,2}\left(\frac{4}{\cancel{10}_{\,1}}\right) + 6 = 14$ soles
- Área plancha $= \dfrac{6\times 4}{2} = 12\text{m}^2$

Costo total(CT) $= 12\times 14 \rightarrow$ $\boxed{\text{CT} = 168 \text{ soles}}$

COLEGIOS
SACO OLIVEROS APEIRON
SISTEMA HELICOIDAL

MUCHAS GRACIAS POR TU ATENCIÓN

Tu curso amigo
Trigonometría