ALGEBRA

TOMO 5

5th of SECONDARY

Retroalimentación

SACO OLIVEROS

PROBLEMA 1 Sea el polinomio

$p(x)=x^4 - 8x^3 + x^2 + ax + 2.$

Halle la suma de las raíces elevado al producto de raíces

Resolución

$$\overset{+}{1}x^4 \overset{-}{-} 8x^3 \overset{+}{+} x^2 \overset{-}{+} ax \overset{+}{+} 2 = 0$$

POR CARDANO VIETE

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = \frac{-(-8)}{1} = 8$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8$$

$$x_1x_2x_3x_4 = 2$$

Nos piden :

$$(x_1+x_2 + x_3 + x_4)^{x_1x_2x_3x_4} = 8^2$$

$\therefore$ $\boxed{64}$

PROBLEMA 2

$$Si\ a, b, c\ son\ las\ raíces\ de\ la\ ecuación:$$
$$x^3 - mx^2 + 3x + m - 2 = 0.$$
$$Halle\ \text{m}, si\ tenemos: \frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ac} = 4$$

Resolución

$$\overset{+}{1}x^3 \overset{-}{-} mx^2 \overset{+}{+} 3x \overset{-}{+} m - 2 = 0$$

POR CARDANO VIETE

$$a + b + c = m \quad ; \quad abc = -m + 2$$

$$\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{a\ c} = \frac{\boxed{a + b + c}}{abc} = \frac{m}{-m+2} = 4$$

$$\therefore \quad \boxed{m = \frac{8}{5}}$$

PROBLEMA 3

Sean x_1, x_2 y x_3 las raíces de la ecuación:

$x^3 + 5x^2 - 2x - 6 = 0$ Efectúe: $K = x_1{}^3 + x_2{}^3 + x_3{}^3$

Resolución

$$\overset{+}{1}x^3 \overset{-}{+} 5x^2 \overset{+}{-} 2x \overset{-}{-} 6 = 0$$

POR CARDANO VIETE

$x_1 + x_2 + x_3 = -5$; $x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_3 = -2$; $x_1 x_2 x_3 = 6$

Por Productos Notables

$$(a+b+c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3(a+b+c)(ab+bc+ac) - 3abc$$

$$(x_1+x_2+x_3)^3 = x_1{}^3 + x_2{}^3 + x_3{}^3 + 3(x_1+x_2+x_3)(x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3) - 3x_1x_2x_3$$

$$(-5)^3 = K + 3(-5)(-2) - 3(6)$$

$$-125 = K + 30 - 18$$

$\therefore$ $\boxed{K = -137}$

PROBLEMA 4

Halle el valor de x en

$$\begin{vmatrix} x & 1 & 0 \\ 3 & -2 & -2 \\ -4 & 4 & 6 \end{vmatrix} = -14$$

Resolución

POR SARRUS

$$\left|\begin{matrix} x & 1 & 0 \\ 3 & -2 & -2 \\ -4 & 4 & 6 \end{matrix}\right| \begin{matrix} x & 1 \\ 3 & -2 \\ -4 & 4 \end{matrix}$$

$$(-12x + 8 \;\; + 0\;) - (0 \; - 8x + 18 \;\;)$$

$$-4x - 10 \;\; = -14$$

$$4 = 4x$$

$$\therefore \quad \boxed{x = 1}$$

PROBLEMA 5

Sean las matrices :

$$A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 4 & 5\end{pmatrix} \qquad B=\begin{pmatrix}7 & 8\\ 1 & 0\end{pmatrix}$$

ADEMÁS : 3A+B=C   Calcule Traz(AC)

Resolución

3A+B=C

$$3\begin{pmatrix}1 & 2\\ 4 & 5\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}7 & 8\\ 1 & 0\end{pmatrix}=C$$

$$C=\begin{pmatrix}3 & 6\\ 12 & 15\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}7 & 8\\ 1 & 0\end{pmatrix}$$

$$C=\begin{pmatrix}10 & 14\\ 13 & 15\end{pmatrix}$$

$$AC=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 4 & 5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}10 & 14\\ 13 & 15\end{pmatrix}$$

$$AC=\begin{pmatrix}1.10+2.13 & 1.14+2.15\\ 4.10+5.13 & 4.14+5.15\end{pmatrix}$$

$$AC=\begin{pmatrix}36 & 44\\ 105 & 131\end{pmatrix}$$

$\therefore$ Traz(AC)=167

PROBLEMA 6

Determine la matriz $A = [a_{ij}]_{2\times3}$, donde

$$a_{ij} = \begin{cases} i+j; si\ i \neq j \\ \boxed{ij; si\ i = j} \end{cases}$$

. Indique la suma de elementos de esta matriz

Resolución

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} (1)(1) & 1+2 & 1+3 \\ 2+1 & (2)(2) & 2+3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{3} & \mathbf{4} \\ \mathbf{3} & \mathbf{4} & \mathbf{5} \end{pmatrix}$$

$la\ suma\ de\ elementos\ es:$ $\therefore$ 20

PROBLEMA 7

Determine el valor de xyz en el sistema:

$$\begin{cases} x + y = 12 & (\alpha) \\ y + z = 16 & (\beta) \\ x + z = 2 & (\theta) \end{cases}$$

Resolución

De $\alpha + \beta + \theta$:

$$2x + 2y + 2z = 12 + 16 + 2$$

Factorizando:

$$2(x + y + z) = 30$$

$$x + y + z = 15$$

Reemplazando de α : $12 + z = 15 \Rightarrow \boxed{Z = 3}$

$$y + z = 16$$

Reemplazando : z

$y + 3 = 16 \Rightarrow \boxed{y = 13}$

Reemplazando y en (α):

$\boxed{X = -1}$

$\therefore$ $xyz = -39$

PROBLEMA 8

Determine $x^2 + y^2$ del siguiente sistema de ecuaciones:

$$25x - 4y = 589$$
$$5\sqrt{x} + 2\sqrt{y} = 31$$

Resolución

$$\underbrace{(5\sqrt{x} + 2\sqrt{y})}_{31}(5\sqrt{x} - 2\sqrt{y}) = \underbrace{25x - 4y}_{589}$$

$$5\sqrt{x} - 2\sqrt{y} = 19$$
$$5\sqrt{x} + 2\sqrt{y} = 31$$

sumando obtenemos

$$10\sqrt{x} = 31 + 19$$
$$\sqrt{x} = 5$$
$$x = 25$$

$$5\sqrt{x} + 2\sqrt{y} = 31$$

Reemplazando x :

$$25 + 2\sqrt{y} = 31$$
$$2\sqrt{y} = 6$$
$$y = 9$$

$$\therefore \boxed{x^2 + y^2 = 706}$$

PROBLEMA 9

Halle el valor de a en el sistema:

$$4x + y = a - 2$$
$$x - 5y = 2a + 1$$

Para que el valor de x sea el triple de y

Resolución

Por dato: $x = 3y$

$$4x + y = a - 2$$
$$x - 5y = 2a + 1$$

$3y$ $3y$

$$\begin{cases} 13y = a - 2 \\ -2y = 2a + 1 \end{cases}$$

dividiendo obtenemos

$$\frac{13}{-2} = \frac{a-2}{2a+1}$$

$$26a + 13 = -2a + 4$$

$$28a = -9$$

$$\therefore \quad \boxed{a = \frac{-9}{28}}$$

PROBLEMA 10 Determine el valor de m en el sistema incompatible:

$$\begin{aligned} mx \quad &+ 16y &= 2 \\ 4x \quad &+ my &= 1 \end{aligned}$$

Resolución

sistema incompatible(no tiene solución)

Por propiedad :

$$\frac{m}{4} = \frac{16}{m} \neq \frac{2}{1} \quad (\alpha)$$

$$m^2 = 4.16$$

$$m^2 = 64$$

$$\boxed{m = \pm 8}$$

Reemplazando m= 8 en α

$$\frac{8}{4} = \frac{16}{8} \neq \frac{2}{1}$$

$2 = 2 \neq 2$ (no cumple)

$\therefore \quad m = -8$