



GEOMETRÍA

Tomo 3

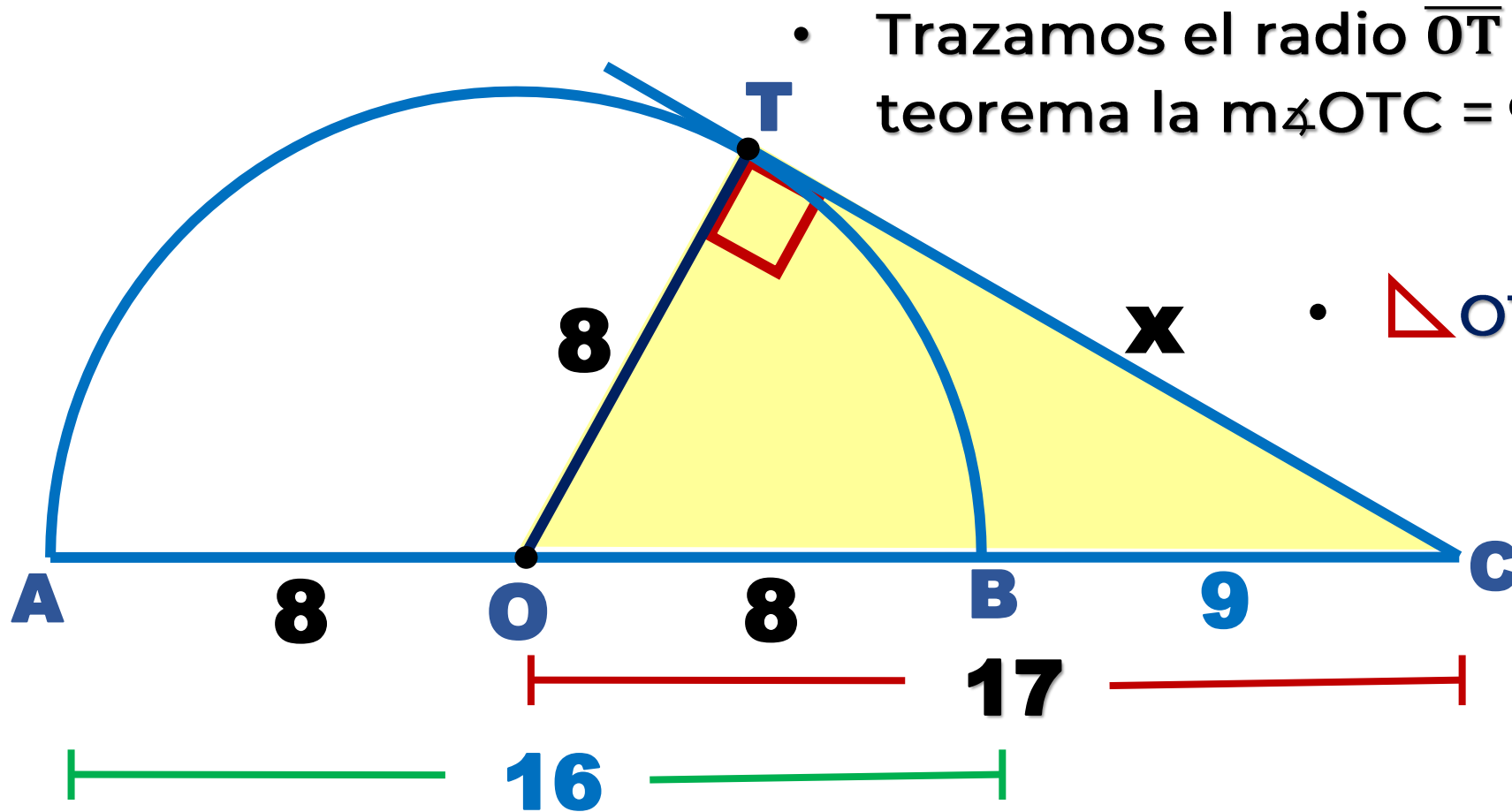
4th
SECONDARY

HELICOASESORÍA

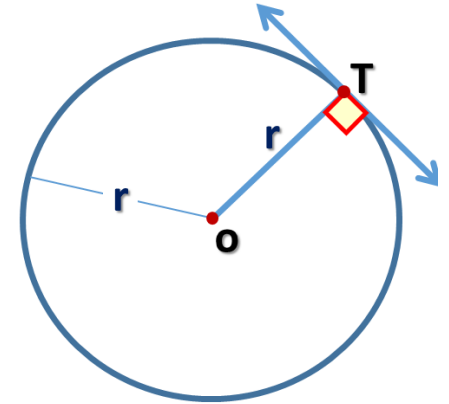


 **SACO OLIVEROS**

1. En la figura, O es centro, T es punto de tangencia, $AB = 16$ y $BC = 9$. Calcule CT.



- Trazamos el radio \overline{OT} y por teorema la $m\angle OTC = 90^\circ$



• $\triangle OTC$:

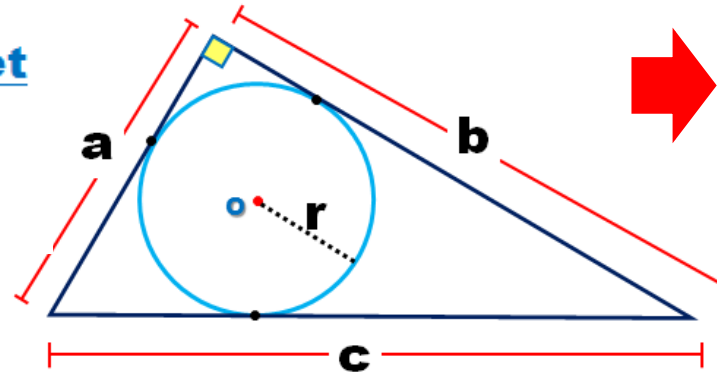
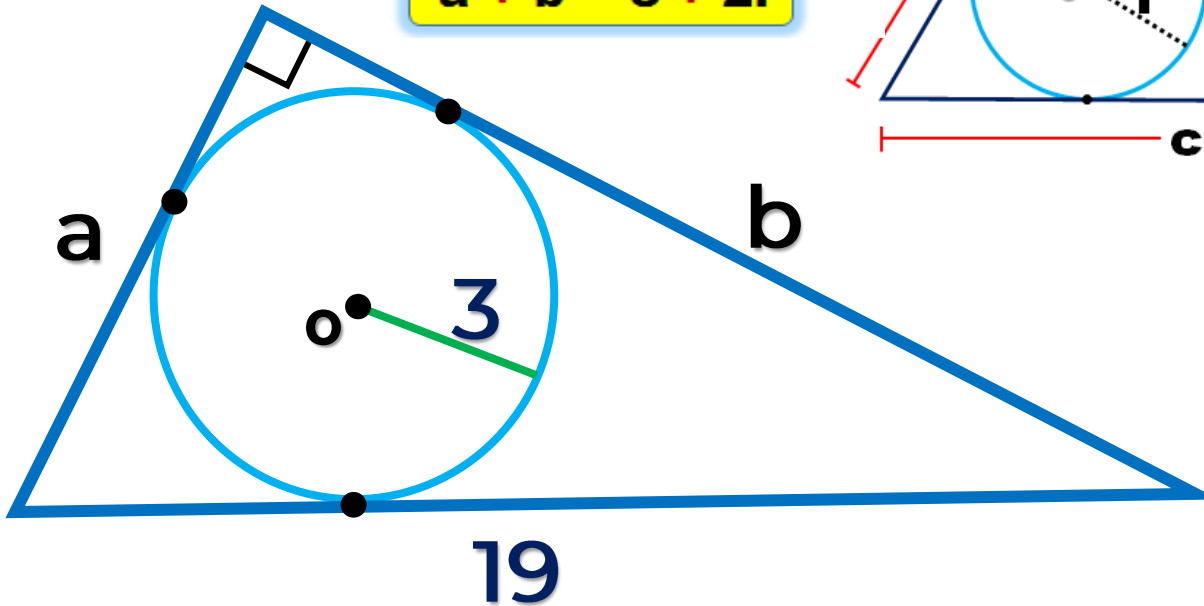
T. Pitágoras

$$\begin{aligned}
 &\rightarrow 17^2 = 8^2 + x^2 \\
 &289 = 64 + x^2 \\
 &225 = x^2 \\
 &15 = x
 \end{aligned}$$

2. Calcule el perímetro de un triángulo rectángulo cuya longitud de la hipotenusa e inradio es de 19 y 3cm respectivamente.

Teorema de Poncelet
 r : medida del inradio

$$a + b = c + 2r$$



$$a + b = 19 + 2(3)$$

$$a + b = 25$$

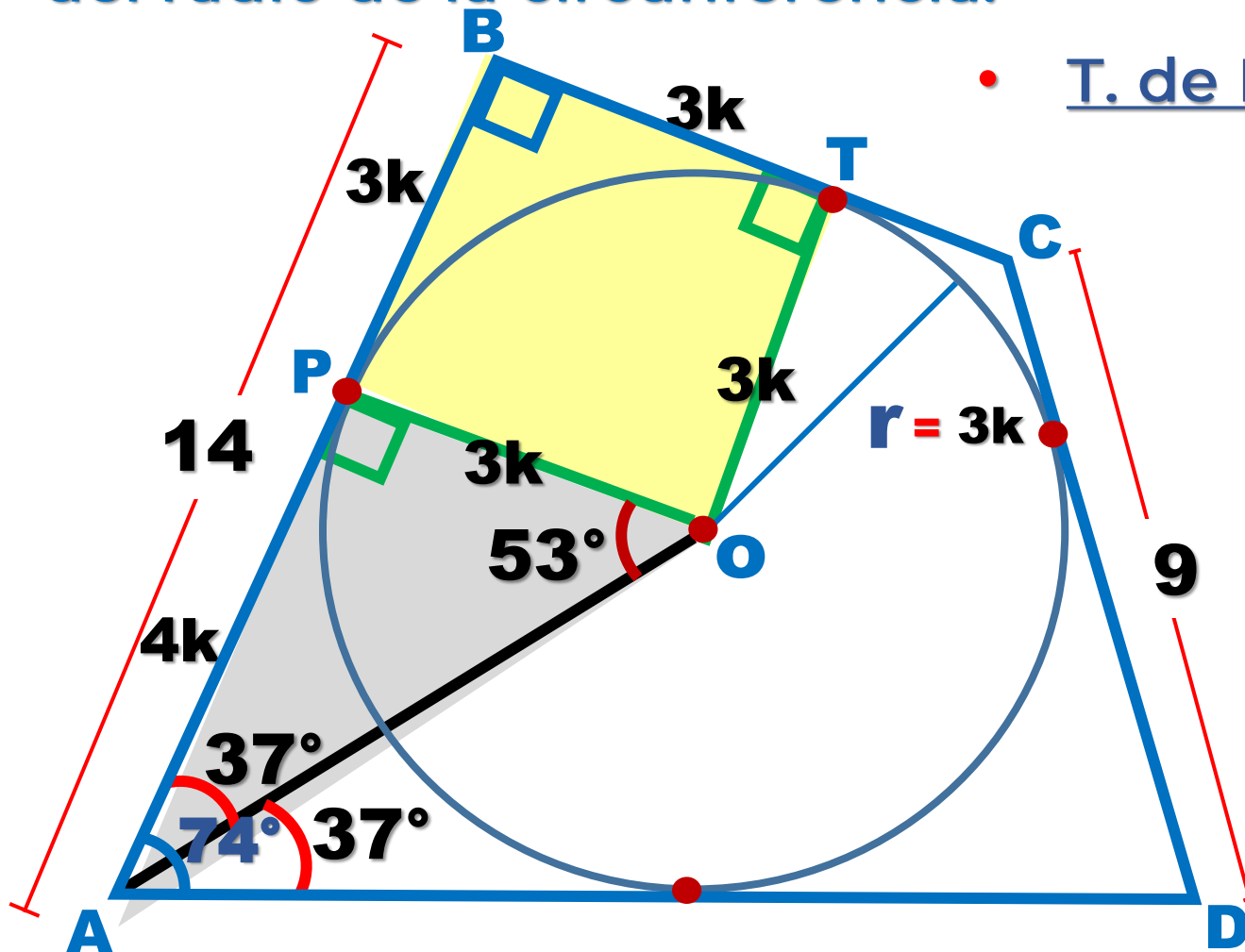
Nos piden

$$2p_{\triangle} = \underbrace{a + b}_{25} + 19$$

$$2p_{\triangle} = 44\text{cm}$$



3. En un cuadrilátero ABCD, circunscrito a una circunferencia. Si $m\angle BAD = 74^\circ$, $m\angle ABC = 90^\circ$, $AD + BC = 23$ y $CD = 9$. Calcule la longitud del radio de la circunferencia.

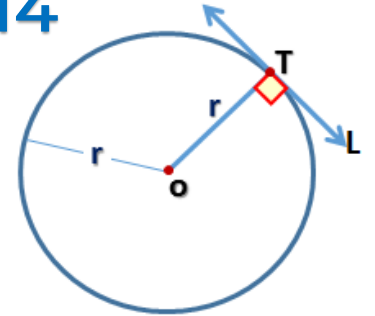
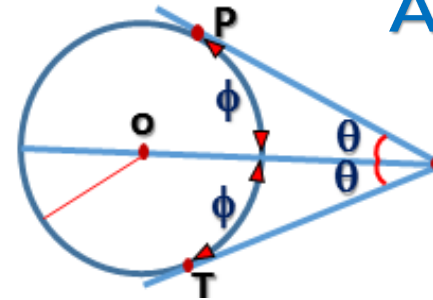


• T. de Pitot

$$AB + CD = AD + BC$$

$$AB + 9 = 23$$

$$AB = 14$$



- Por \triangle notable 37° y 53°
- PBTO : Cuadrado
- En el \overline{AB} :
- Nos piden

$$4k + 3k = 14$$

$$7k = 14$$

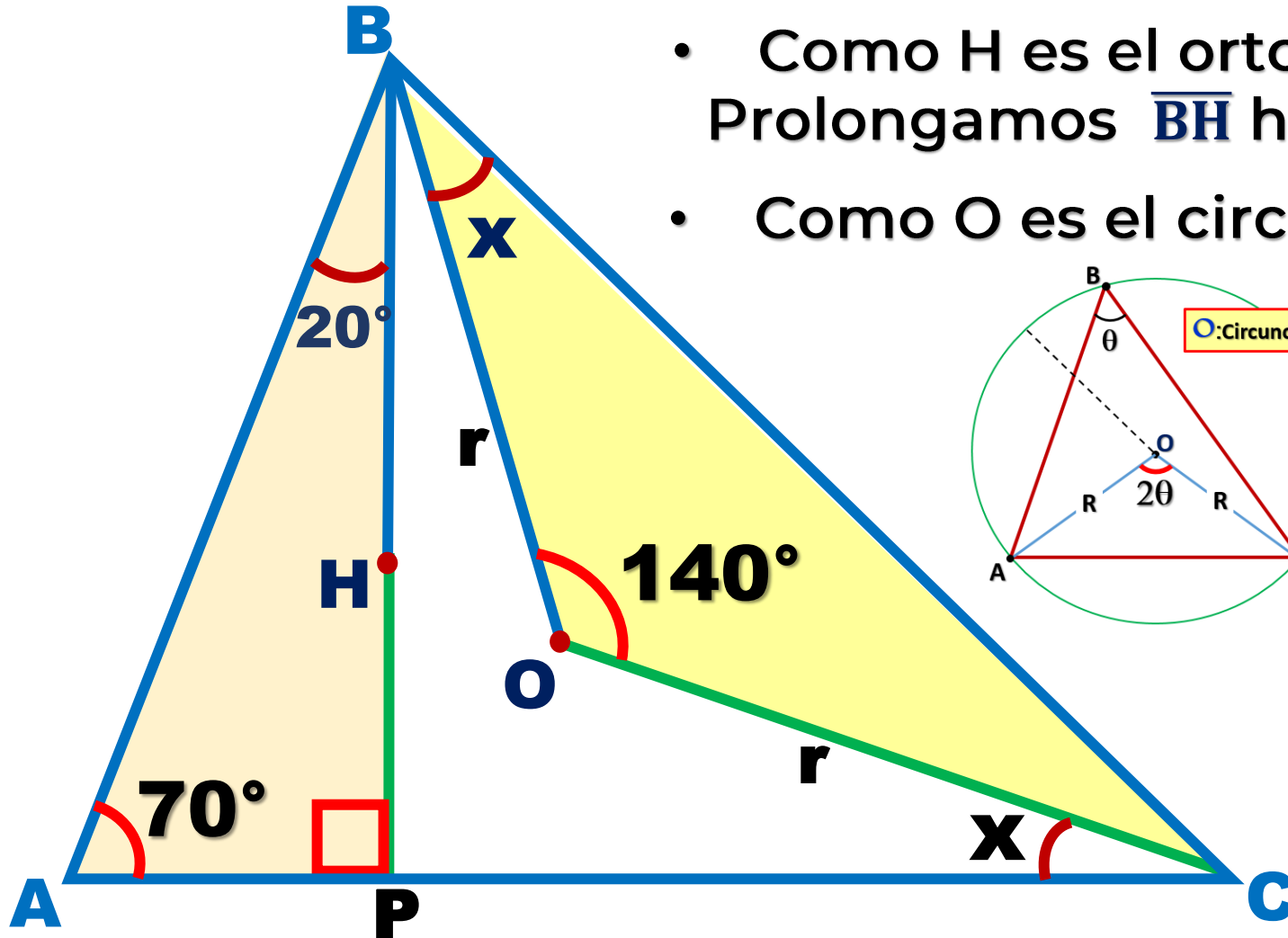
$$k = 2$$

$$\rightarrow r = 3k$$

$$r = 3(2)$$

$$r = 6$$

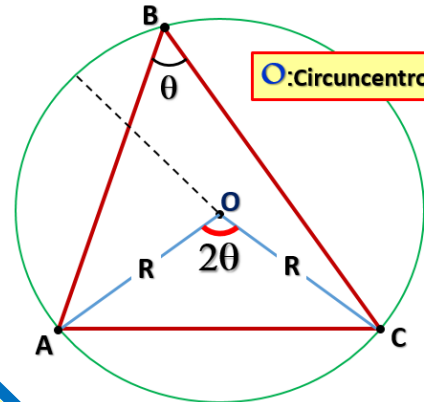
4. En la figura, H y O son ortocentro y circuncentro del triángulo ABC respectivamente. Calcule x.



- Como H es el ortocentro
Prolongamos \overline{BH} hasta P.

$$m\angle BAP = 70^\circ$$

- Como O es el circuncentro trazamos \overline{OC} .



$$m\angle BOC = 2(70^\circ)$$

$$m\angle BOC = 140^\circ$$

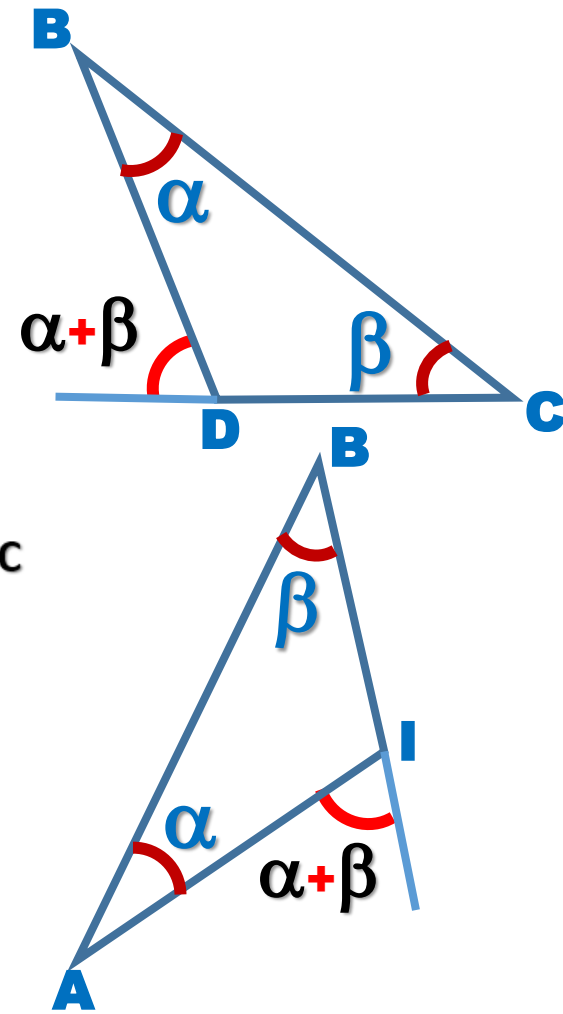
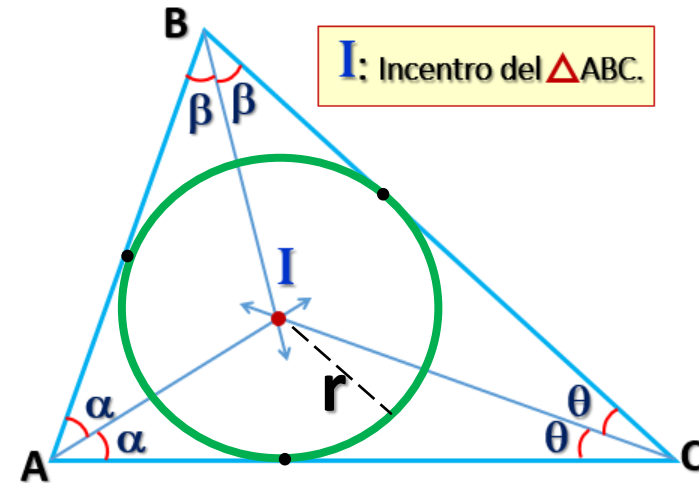
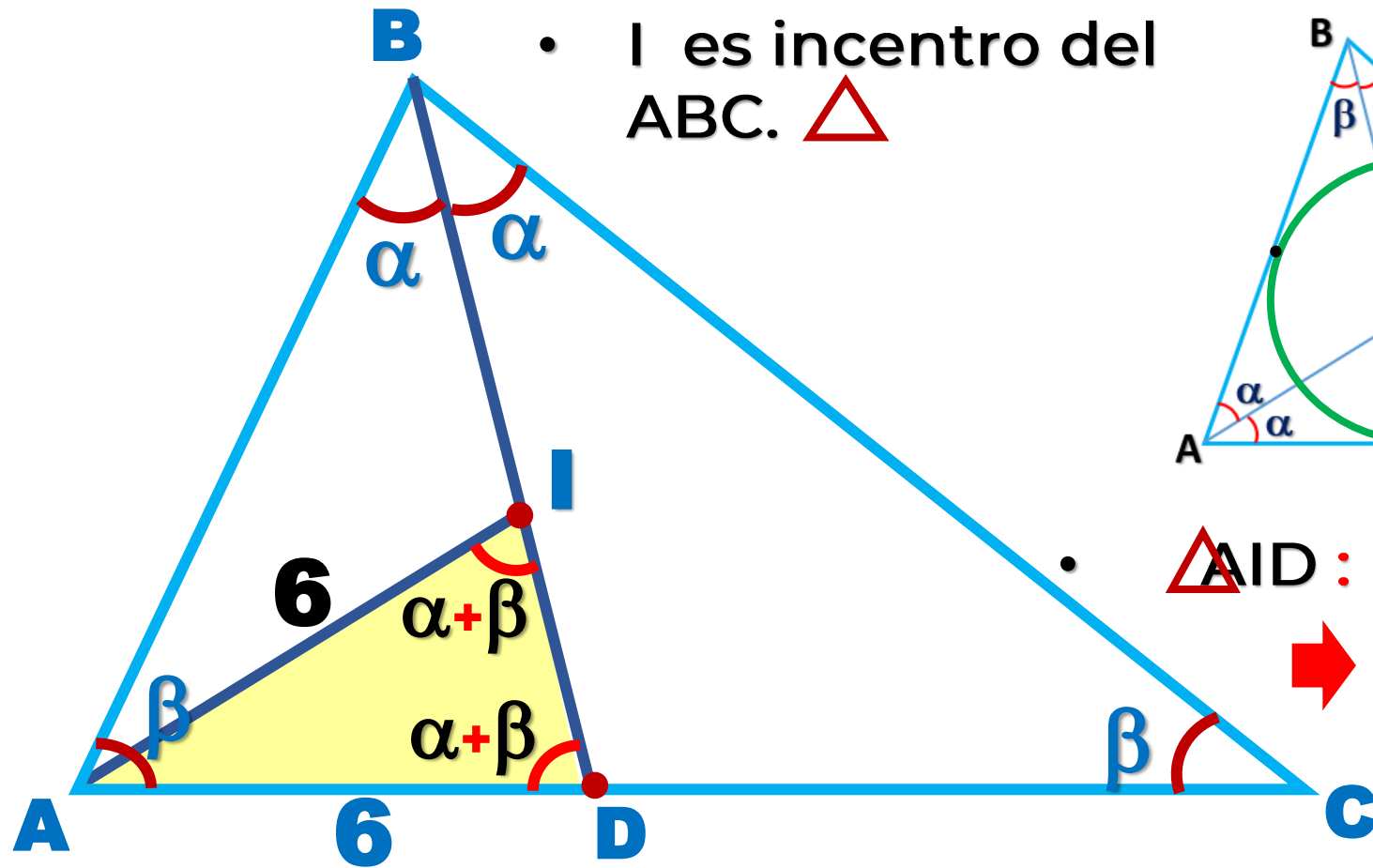
- $\triangle BOC$: Isósceles

$$\Rightarrow x + x + 140^\circ = 180^\circ$$

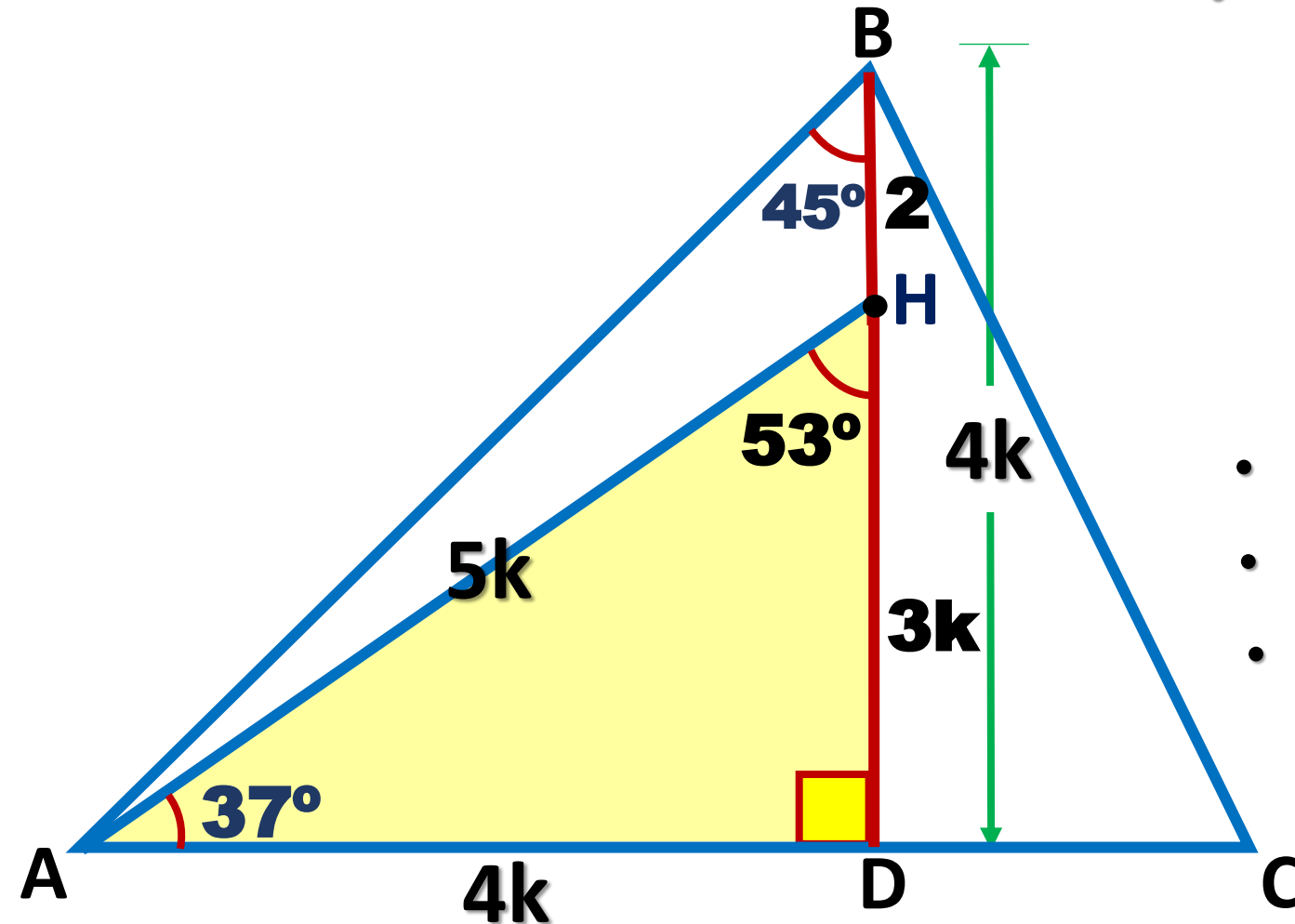
$$2x = 40^\circ$$

$$x = 20^\circ$$

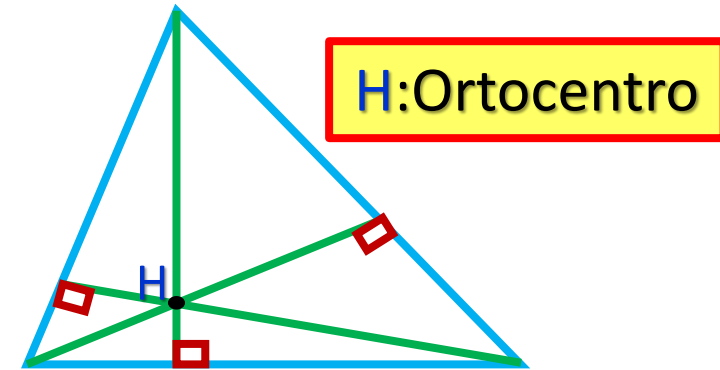
5. En un triángulo ABC de incentro I, se traza la ceviana \overline{BD} que pasa por I, $AD = 6$ y $m\angle BAI = m\angle BCD$. Calcule AI.



6. En un triángulo acutángulo ABC de ortocentro H, $BH = 2$, $m\angle ABH = 45^\circ$ y $m\angle HAC = 37^\circ$. Calcule AH.



- Se prolonga \overline{BH} hasta D



- Por notables de 37° y 53° .
- Por notables de 45° y 45° .
- En el \overline{BD} :
 - Nos piden:

$$4k = 3k + 2$$

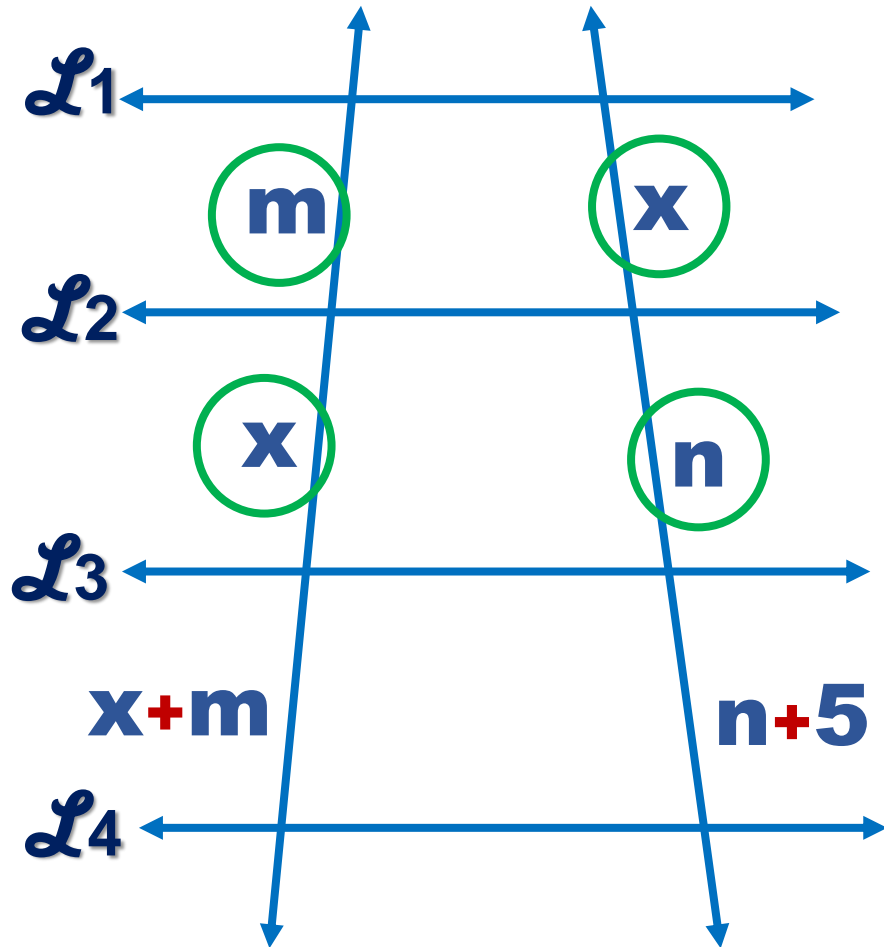
$$k = 2$$

$$\rightarrow AH = 5(2)$$

$$AH = 10$$



7. Del gráfico; si $L1 \parallel L2 \parallel L3 \parallel L4$, calcule x .



Teorema de Tales



$$\bullet \quad \frac{m}{x} = \frac{x}{n}$$

$$m \cdot n = x^2$$

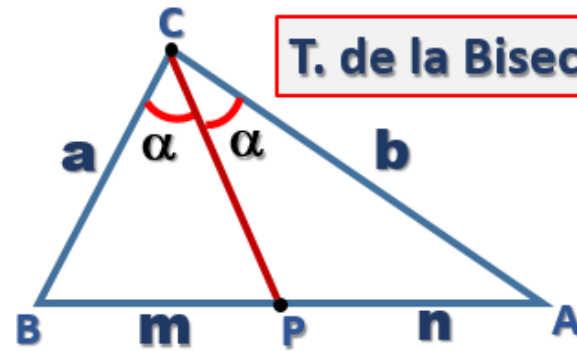
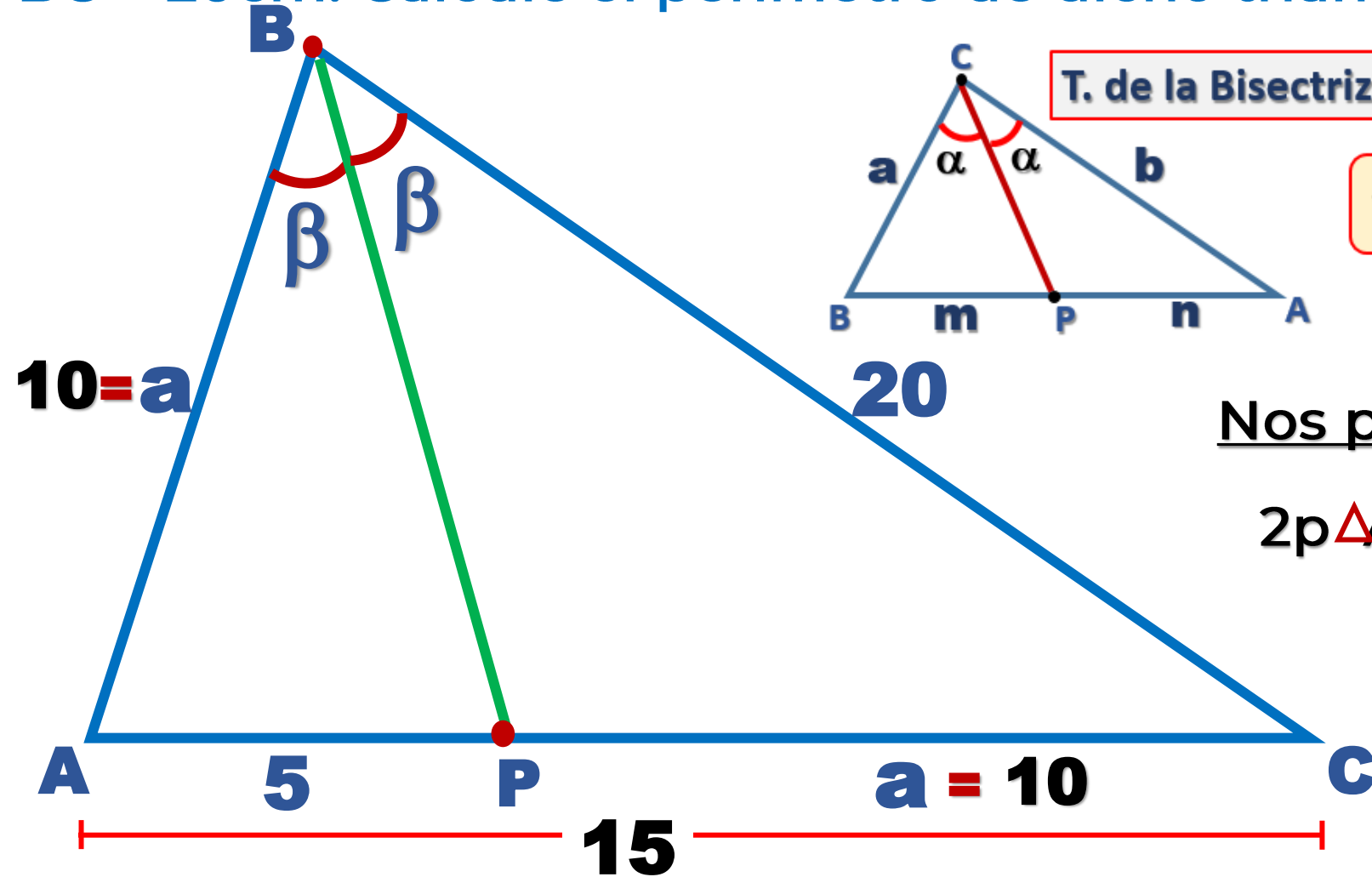
$$\bullet \quad \frac{x}{x+m} = \frac{n}{n+5}$$

$$\cancel{xn} + 5x = \underline{mn} + \cancel{xn}$$

$$\cancel{5x} = \cancel{x^2} \quad \text{Reemplazando}$$

$$5 = x$$

8. En un triángulo ABC, se traza la bisectriz interior \overline{BP} , $AB = PC$, $AP = 5\text{cm}$ y $BC = 20\text{cm}$. Calcule el perímetro de dicho triángulo.



T. de la Bisectriz Interior

$$\frac{a}{b} = \frac{m}{n}$$



$$\frac{a}{20} = \frac{5}{a}$$

$$a^2 = 100$$

$$a = 10$$

Nos piden

$$2p_{\triangle ABC} = 10 + 20 + 15$$

$$2p_{\triangle ABC} = 45\text{cm}$$

9. En la figura, $BC = AC + 4$ y $AE = 2(AB)$, calcule AC.

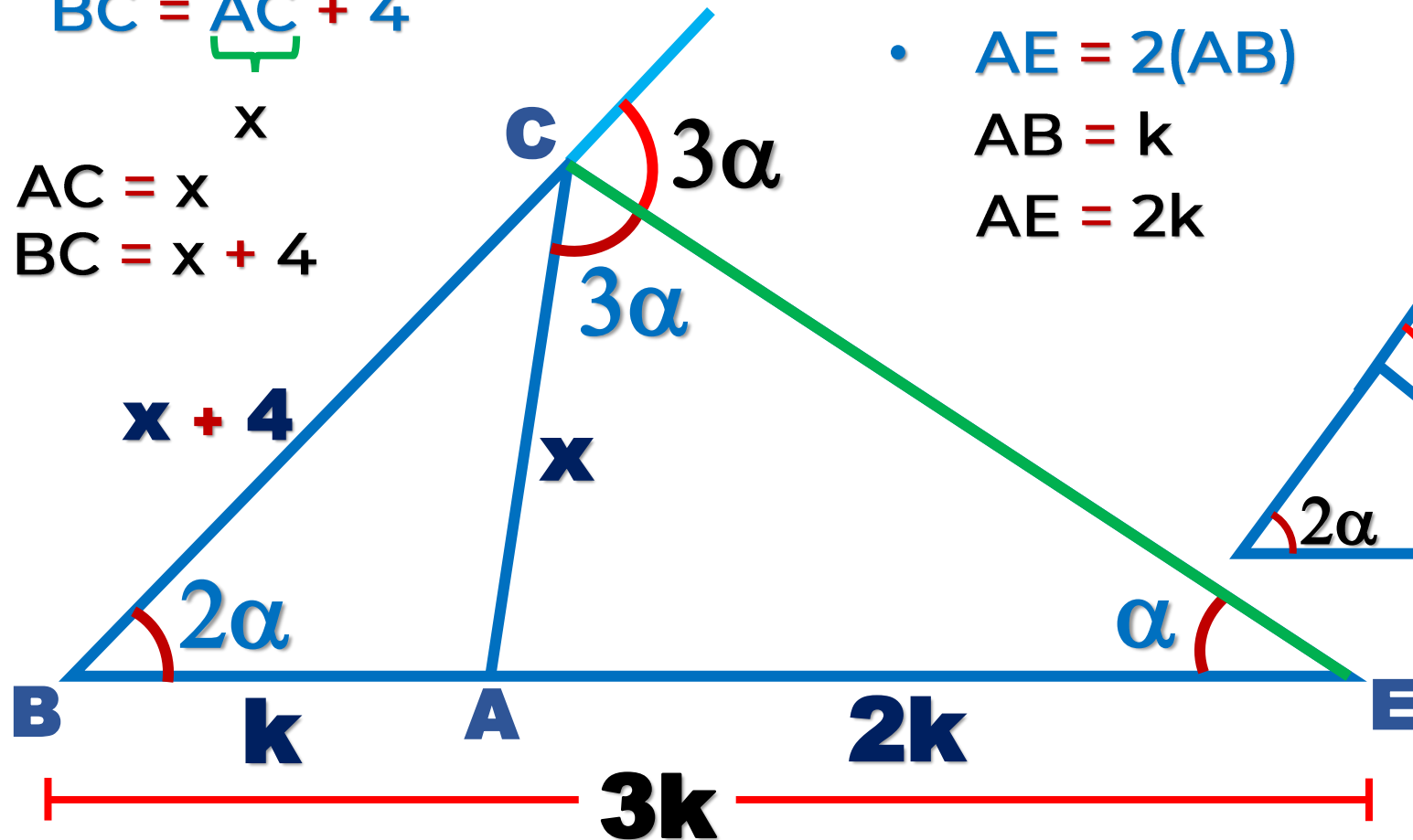
Por dato

\overline{CE} : bisectriz exterior.

- $BC = \underbrace{AC}_{x} + 4$

$$AC = x$$

$$BC = x + 4$$



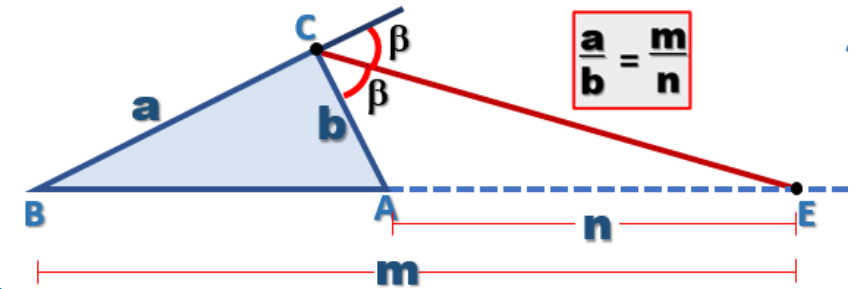
- $AE = 2(AB)$

$$AB = k$$

$$AE = 2k$$

T. de la Bisectriz Exterior

$$\frac{a}{b} = \frac{m}{n}$$



$$\frac{x+4}{x} = \frac{3k}{2k}$$

$$2x + 8 = 3x$$

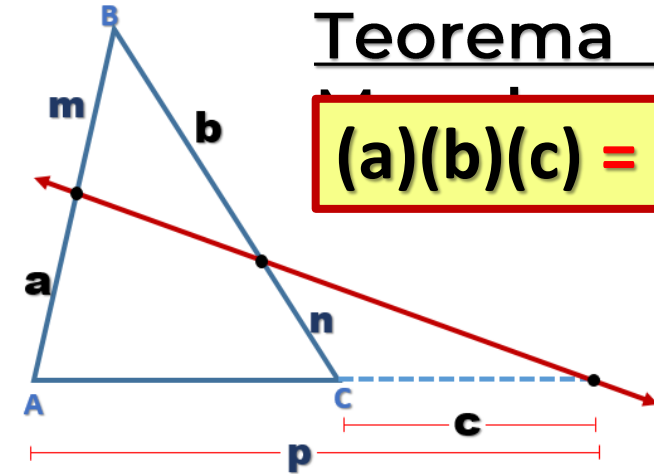
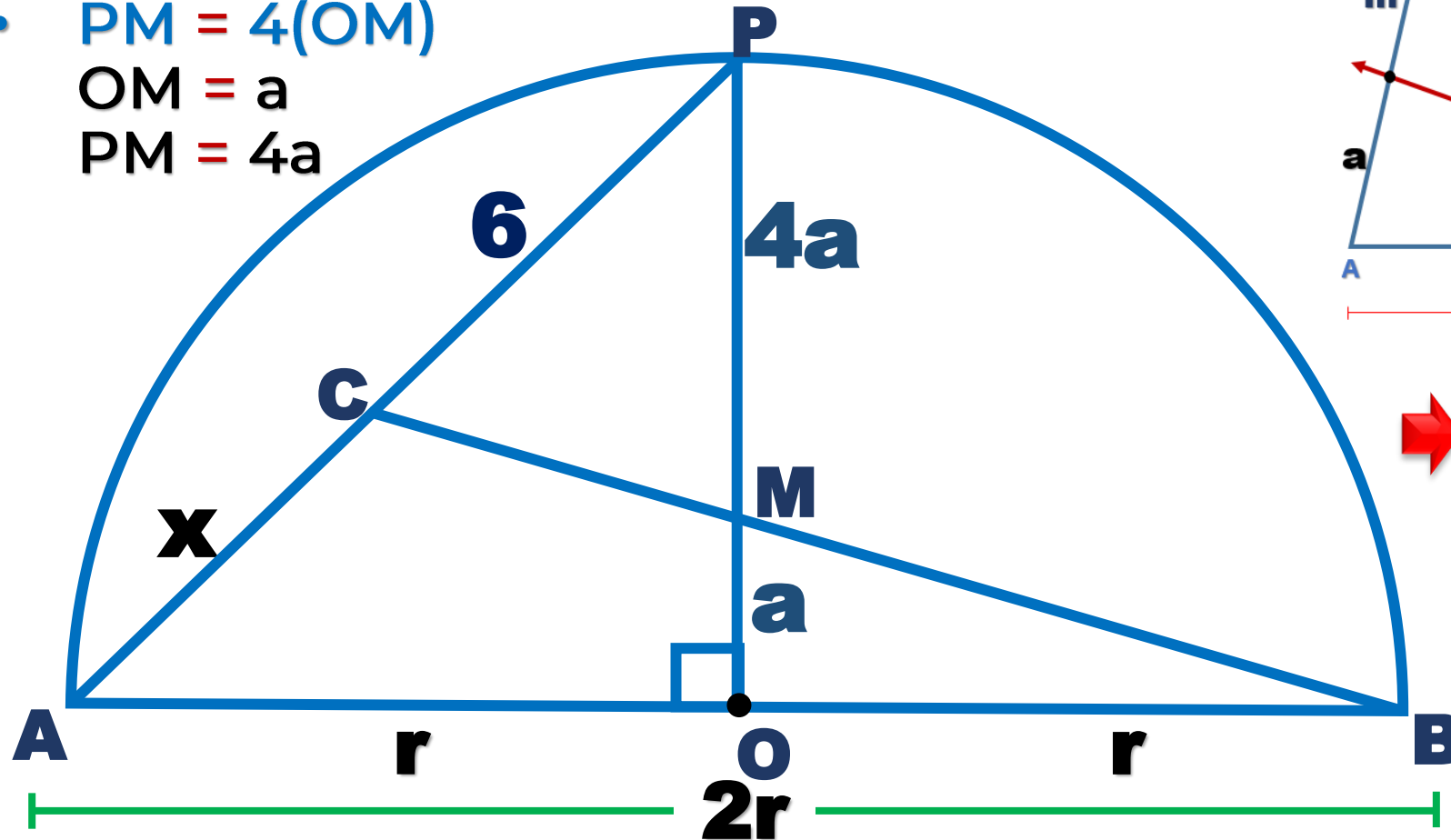
$$8 = x$$



10. En la figura, O es centro de la semicircunferencia y $PM = 4(OM)$. Calcular AC.

Por dato

- $PM = 4(OM)$
 $OM = a$
 $PM = 4a$



Teorema de

$$(a)(b)(c) = (m)(n)(p)$$

$$\Rightarrow (x)(4a)(r) = (6)(a)(2r)$$

$$4x = 12$$

$$x = 3$$