ALGEBRA

Chapters 1, 2, 3

4th
SECONDARY

Asesoría

SACO OLIVEROS

PROBLEMA 1

Al evaluar $Q(3)$ *sabiendo que :*

$P(x)=4x-5$

$P(Q(x))=8x+3$

el resultado indica el número de cuadernos que Martín necesita para iniciar sus clases.

¿Cuántos cuadernos necesitará?

Resolución :

Por dato, sabemos que :

$$P(x)=4x-5$$

Cambio de variable x por $Q(x)$, es decir :

$$\underbrace{P(x)=P(Q(x))}\rightarrow x=Q(x)$$

$$\rightarrow\ P(x)=4x-5$$

$$\underbrace{P(Q(x))}=4Q(x)-5$$

$$8x+3=4Q(x)-5$$

$$\frac{8x+8}{4}=Q(x)\ \rightarrow\ \boxed{Q(x)=2x+2}$$

evaluando $Q(3)$ en $Q(x)=2x+2$

$$Q(3)=2(3)+2$$

$$\boxed{Q(3)=8}$$

$\therefore$ Necesitara 8 cuadernos

PROBLEMA 2

$$(\quad) = 6 \; ^{m-3} + 3 \; ^{m-n} + 4 \; ^{2n-p} + \; ^{p+q-1}$$

Resolución : Del polinomio, tenemos:

$$M(x) = 6x^{m-3} + 3x^{m-n} + 4x^{2n-p} + x^{p+q-1}$$

$$m-3=0 \rightarrow m=3$$

$$m-n=1 \rightarrow n=2$$

$$2n-p=2 \rightarrow p=2$$

$$p+q-1=3 \rightarrow q=2$$

Calcular $mnpq = (3)(2)(2)(2)$ $\boxed{\therefore\ mnpq = 24}$ ***Rpta***

Los grados de sus términos deben estar ordenados desde cero hasta el mayor de ellos de forma consecutiva.

Problema 3 Del siguiente polinomio idéntico:
$8x + 27 \equiv a(x+4) + b(2x+3)$; determine el valor de $a + b$.

Resolución

$$8x + 27 \equiv a(x+4) + b(2x+3)$$

$$8x + 27 \equiv ax + 4a + 2bx + 3b$$

$$8x + 27 \equiv (a+2b)x + (4a+3b)$$

Entonces:

$$\begin{cases} a + 2b = 8 \cdots (\alpha) \\ 4a + 3b = 27 \cdots (\beta) \end{cases}$$

4.(α): $\cancel{4a} + 8b = 32$

1.(β): $\cancel{4a} + 3b = 27$ $(-)$

$$5b = 5$$
$$b = 1$$
$$a = 6$$

$\therefore a + b = 7$

Rpta: 7

PROBLEMA 4

Si $a+b+c=10$

$$a^2+b^2+c^2=55$$

Obtenga el valor de

$$E=(a+b)^2+(a+c)^2+(b+c)^2$$

Resolución :

Desarrollo del Binomio al Cuadrado

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$

Trinomio al cuadrado

$$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+ac+bc)$$

$$E=(\underbrace{a+b}) ^2+(\underbrace{a+c})^2+(\underbrace{b+c})^2$$

Desarrollando:

$$E=a^2+2ab+b^2+a^2+2ac+c^2+b^2+2bc+c^2$$

$$E=\underbrace{a^2+b^2+c^2+2(ab+ac+bc)}+a^2+b^2+c^2$$

$$E=(\underbrace{a+b+c})^2+a^2+b^2+c^2$$

Reemplazando:

$$E=(10)^2+55$$

$$\boxed{\therefore E=155}$$ ***Rpta***

PROBLEMA 5

Si $p = \sqrt{3} + 1$

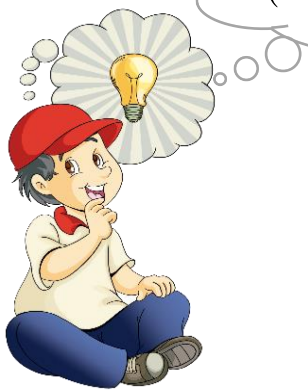
$q = \sqrt{3} - 1$

Efectúe $R = p^4 + q^4$

Resolución :

Desarrollo del Binomio al Cuadrado

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$



Por el dato $p = \sqrt{3} + 1$ y $q = \sqrt{3} - 1$

$$p + q = \sqrt{3} + 1 + \sqrt{3} - 1$$

$$\boxed{\rightarrow p + q = 2\sqrt{3}}$$

- $(p+q)^2 = (2\sqrt{3})^2$

$$p^2 + 2pq + q^2 = 12$$

$pq = (\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1) = 2$

$$\boxed{p^2 + q^2 = 8}$$

- $(p^2 + q^2)^2 = (8)^2$

$$p^4 + 2(p^2q^2) + q^4 = 64$$

$pq = 2 \rightarrow (pq)^2 = 2^2 = 4$

$$\boxed{\therefore p^4 + q^4 = 56}$$ ***Rpta***

PROBLEMA 6

Simplifique

$$M=(x-4)(x-7)(x+3)(x+6)-(x^2-x-27)^2$$

Resolución :

Equivalencia de Steven

$$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$$

$$M=(x-4)(x-7)(x+3)(x+6)-(x^2-x-27)^2$$

$$M=(x-4)(x-7)(x+3)(x+6)-(x^2-x-27)^2$$

$$M=(\underbrace{x^2-x}-12)(\underbrace{x^2-x}-42)-(\underbrace{x^2-x}-27)^2$$

$$x^2-x=m$$

Reemplazando

$$M=\underbrace{(m-12)(m-42)}-(m-27)^2$$

$$M=m^2-54m+504-(m^2-54m+729)$$

$$M=\cancel{m^2}-\cancel{54m}+504-\cancel{m^2}+\cancel{54m}-729$$

$$\boxed{\therefore M=-225}$$ ***Rpta***

PROBLEMA 7

Si $a=\sqrt{7}-\sqrt{3}$

$b=\sqrt{3}-5$

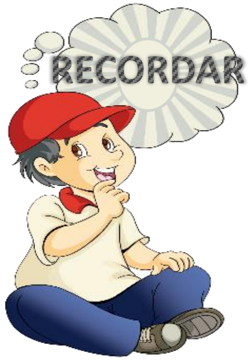
$c=5-\sqrt{7}$

Reduzca $M=\dfrac{\left(a^3+b^3+c^3\right)\left(a^2+b^2+c^2\right)}{6abc(ab+bc+ac)}$

Resolución :

$$\left.\begin{aligned} a&=\sqrt{7}-\sqrt{3}\\ b&=\sqrt{3}-5\\ c&=5-\sqrt{7}\end{aligned}\right\}\ \textit{Sumando } (+)$$

$$a+b+c=0$$



Si $a+b+c=0$

$\rightarrow a^3+b^3+c^3=3abc$

$\rightarrow a^2+b^2+c^2=-2(ab+bc+ac)$

$$M=\frac{\left(a^3+b^3+c^3\right)\left(a^2+b^2+c^2\right)}{6abc(ab+bc+ac)}$$

$$M=\frac{(3\cancel{abc}).-2\cancel{(ab+bc+ac)}}{6\cancel{abc}\cancel{(ab+bc+ac)}}$$

$$M=\frac{-6}{6}$$

$$\boxed{\therefore M=-1}$$ ***Rpta***

PROBLEMA 8

Si $m+n+p=6$

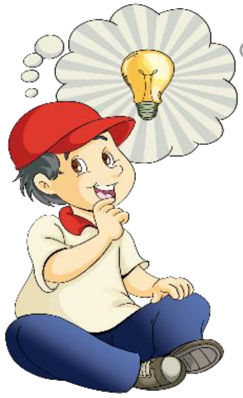
$(m+n)(n+p)(m+p)=42$

Efectúe $H=m^3+n^3+p^3$

Resolución :

Recordar

$$(m+n+p)^3=m^3+n^3+p^3+3(m+n)(n+p)(m+p)$$



Por dato, sabemos que :

$$m+n+p=6$$

Elevando al cubo

$$(m+n+p)^3=(6)^3$$

$$m^3+n^3+p^3+3(m+n)(n+p)(m+p)=216$$

Reemplazamos

$$m^3+n^3+p^3+3(42)=216$$

$$m^3+n^3+p^3=216-126$$

$$\boxed{\therefore\ m^3+n^3+p^3=90}$$ ***Rpta***

PROBLEMA 9

Si $a = \sqrt{5} - \sqrt{3}$
$b = \sqrt{3} - \sqrt{2}$
$c = \sqrt{2} - \sqrt{5}$

Determine el valor de

$$N = \frac{a^2}{bc} + \frac{b^2}{ac} + \frac{c^2}{ab}$$

Recordar las Identidades Condicionales

Si $a + b + c = 0$

Se cumple que: $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

$a^2 + b^2 + c^2 = -2(ab + ac + bc)$

Resolución :

Sumando a, b y c

$$a + b + c = 0$$

Homogeneizando en N

$$N = \frac{a^3}{abc} + \frac{b^3}{abc} + \frac{c^3}{abc}$$

$$N = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc}$$

Aplicando Identidades Condicionales

$$N = \frac{3\cancel{(abc)}}{\cancel{abc}}$$

$$N = 3$$

Rpta: $\boxed{3}$

PROBLEMA 10

Calcular

$$T=\frac{(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2+(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2}{(\sqrt{2}+1)^2+(\sqrt{2}-1)^2}$$

Recordar las Identidades de Legendre

$$\boxed{\begin{gathered}(a+b)^2+(a-b)^2=2(a^2+b^2)\\(a+b)^2-(a-b)^2=4ab\end{gathered}}$$

Resolución :

Aplicando la Identidad de Legendre en T

$$T=\frac{(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2+(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2}{(\sqrt{2}+1)^2+(\sqrt{2}-1)^2}$$

$$T=\frac{\cancel{2}(\cancel{\sqrt{5}^2}+\cancel{\sqrt{3}^2})}{\cancel{2}(\cancel{\sqrt{2}^2}+1^2)}$$

$$T=\frac{8}{3}$$

Rpta: $\boxed{\frac{8}{3}}$

GRACIAS POR SU ATENCIÓN!!

El aprendizaje es experiencia, todo lo demás es información
Albert Einstein