GEOMETRÍA

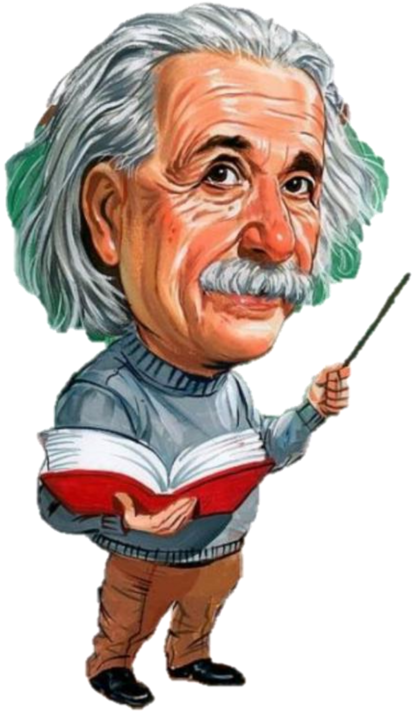
Capítulo 1

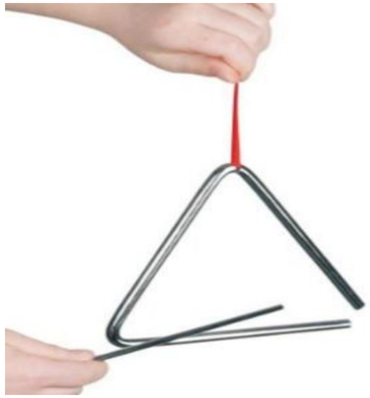
5th
SECONDARY

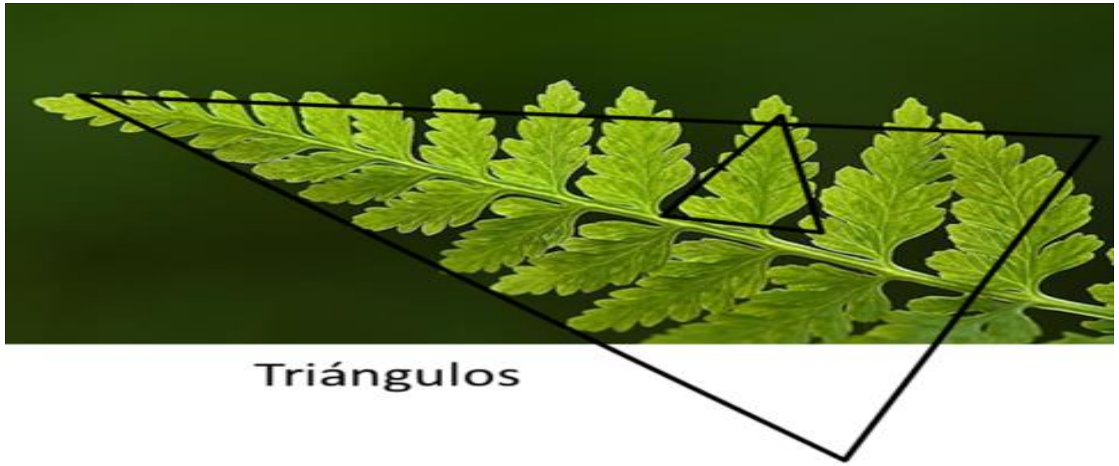
TRIÀNGULOS

SACO OLIVEROS

El triángulo es una de las figuras geométricas elementales y, por lo tanto, el conocimiento de sus teoremas, clases, etc., es básico para comprender mejor a las demás figuras geométricas que estudiaremos posteriormente. Esta figura tiene en la actualidad diferentes usos y aplicaciones como podemos observar.

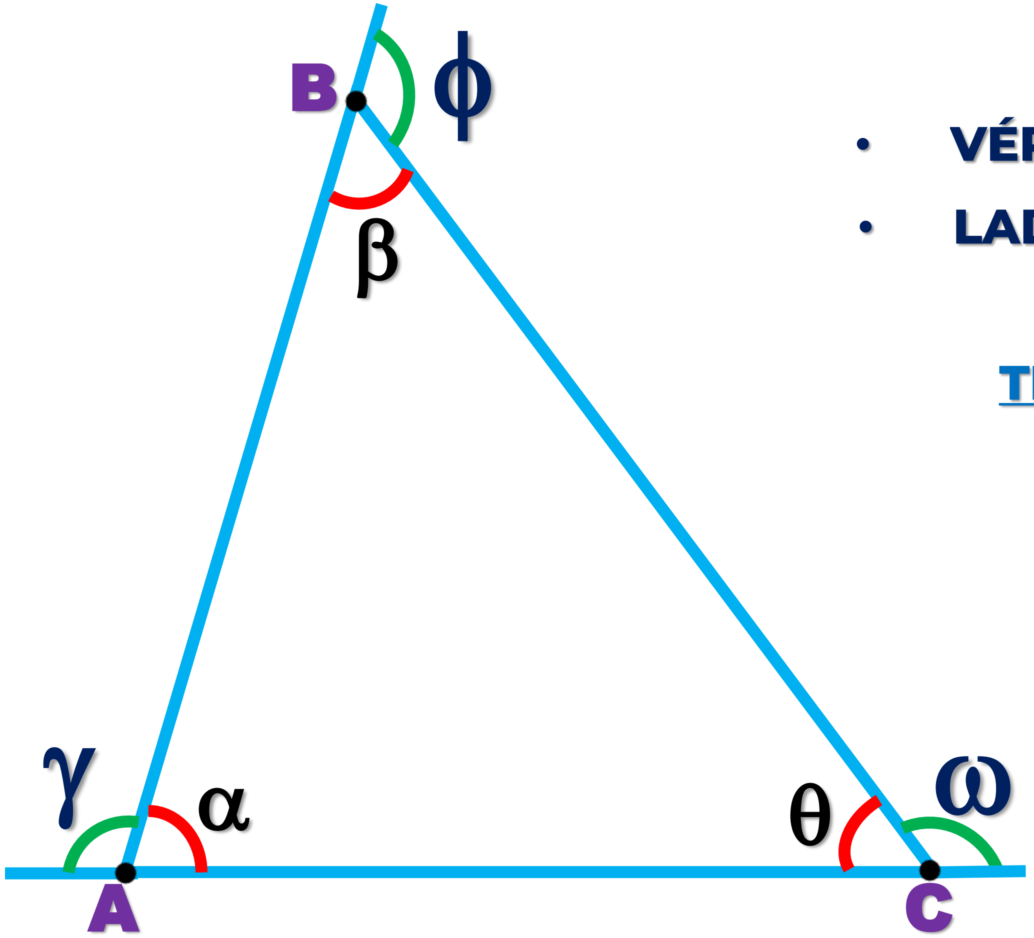






TRIÁNGULOS

Definición: Es aquella figura geométrica formada al unir 3 puntos no colineales mediante segmento de recta.



- **VÉRTICES** : A, B y C
- **LADOS** : $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ y $\overline{AC}$

TEOREMAS

$\alpha + \beta + \theta = 180°$

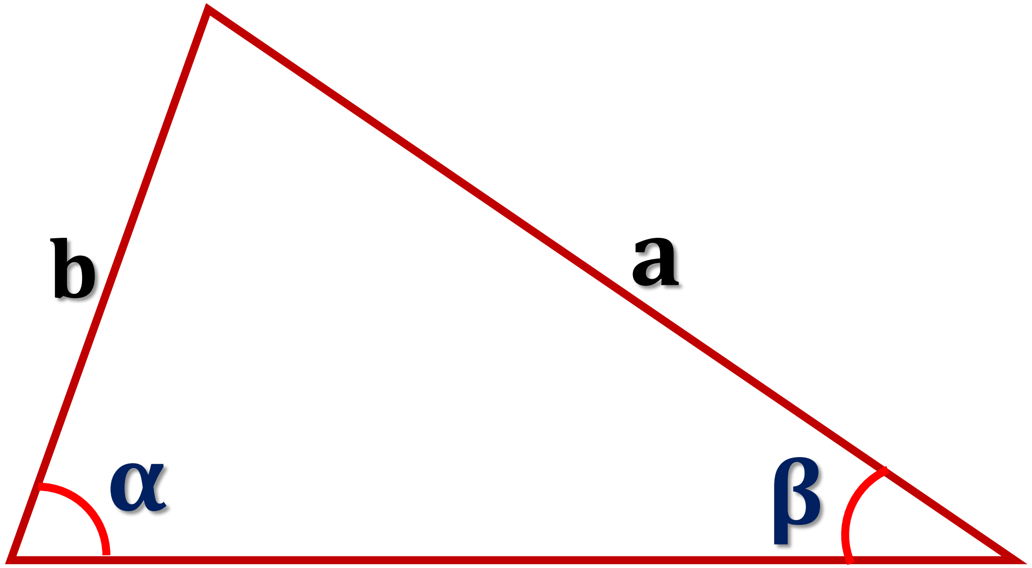
$\omega + \phi + \gamma = 360°$

$\omega = \alpha + \beta$

$\phi = \alpha + \theta$

$\gamma = \beta + \theta$

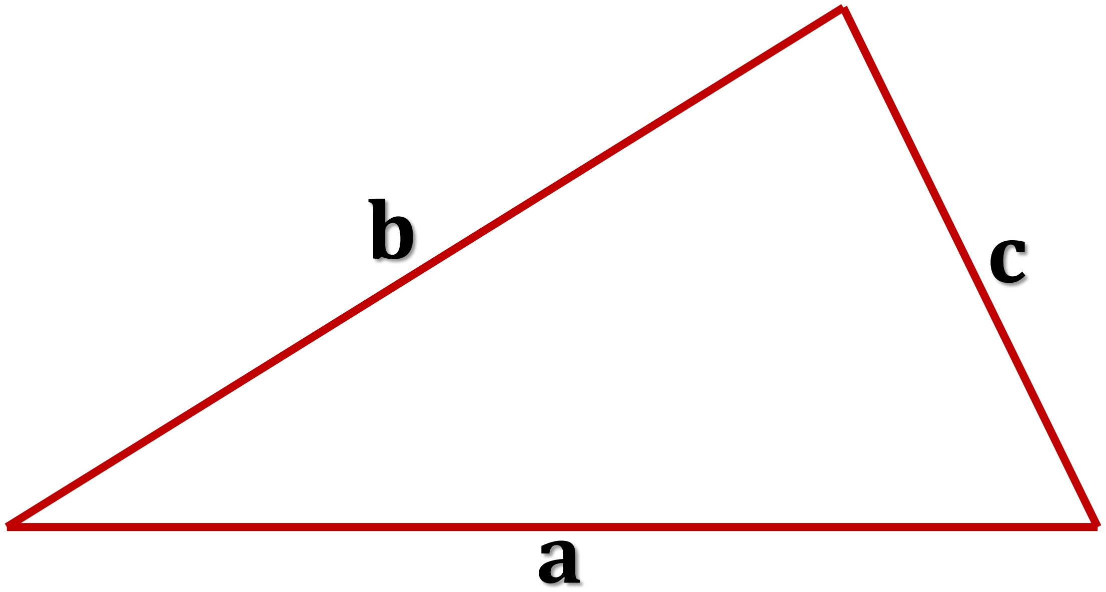
- **Teorema de la correspondencia**



Si: $\beta < \alpha$

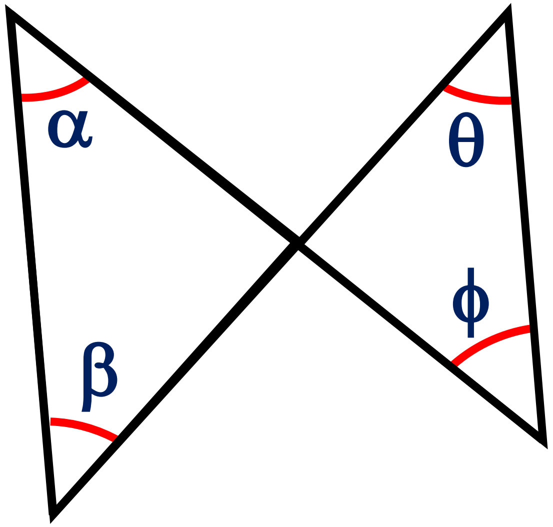
$\Rightarrow$ $\boxed{b < a}$

- **Teorema de la existencia**

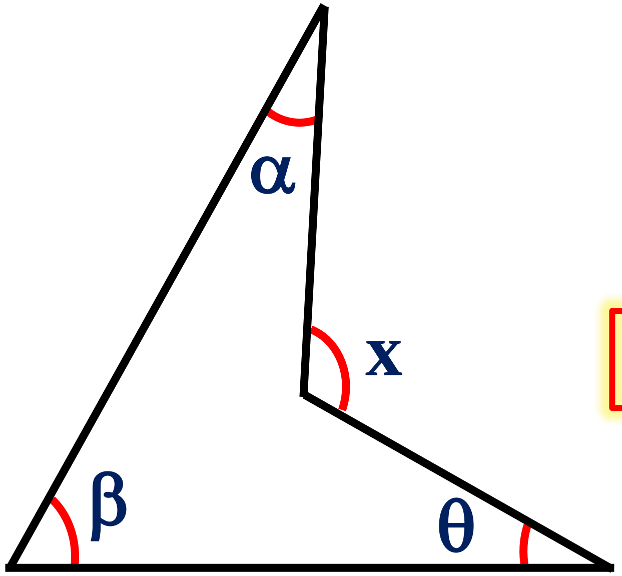


donde: $c < b < a$

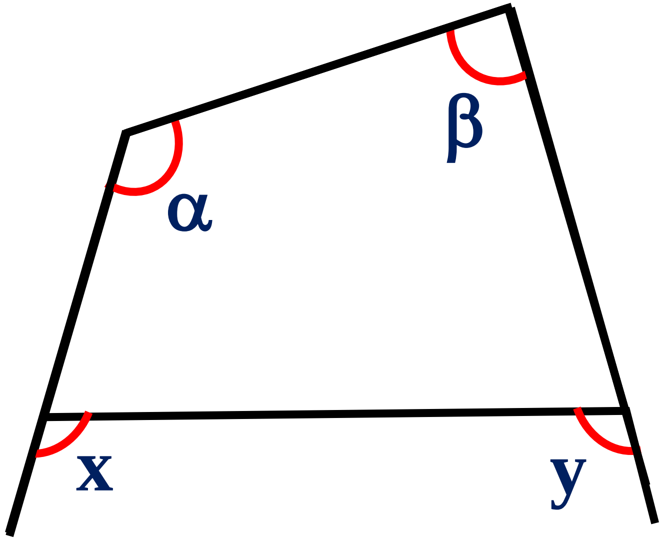
$\boxed{b - c < a < b + c}$



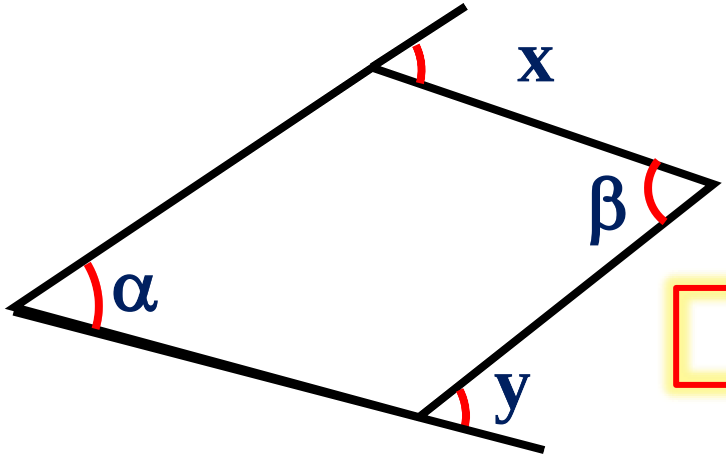
$$\alpha + \beta = \theta + \phi$$



$$x = \alpha + \beta + \theta$$



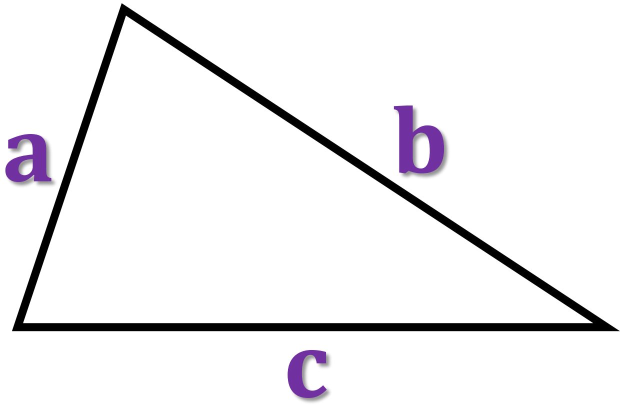
$$x + y = \alpha + \beta$$



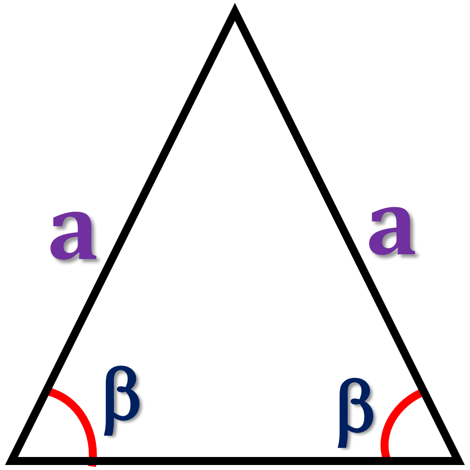
$$x + y = \alpha + \beta$$

Clasificación

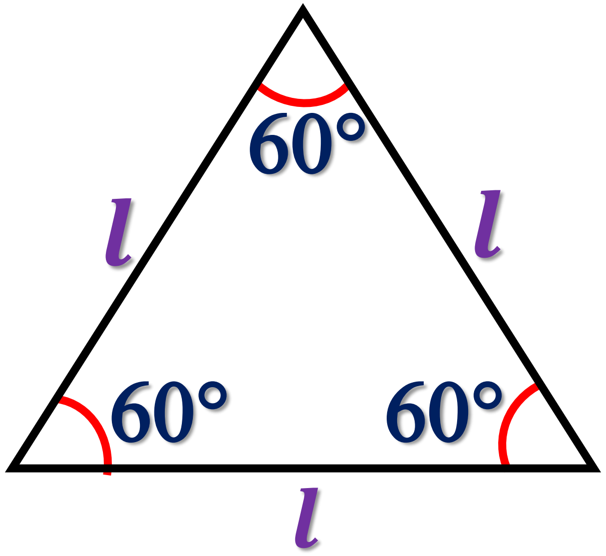
1. Según las medidas de los lados.



Δ Escaleno



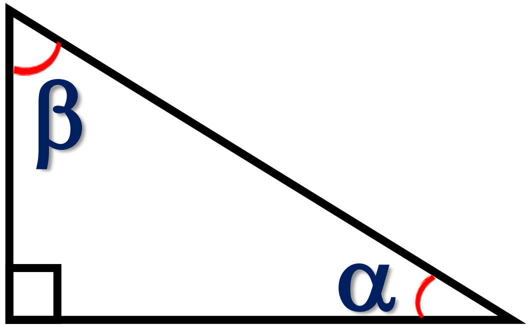
Δ Isósceles



Δ Equilátero

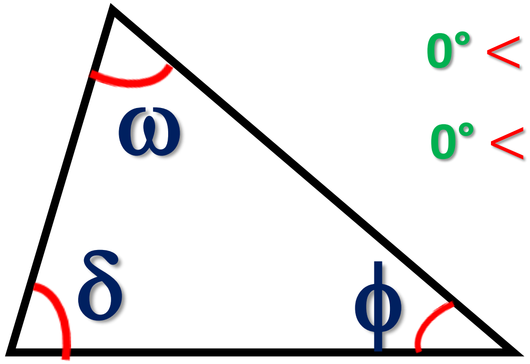
2.Clasificación según las medidas de sus ángulos.

Δ Rectángulo



$\alpha + \beta = 90°$

Δ Oblicuángulo

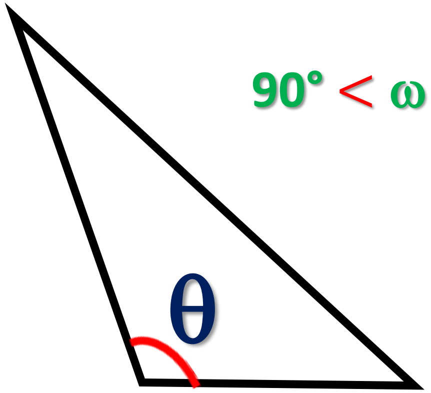


$0° < \omega < 90°$

$0° < \delta < 90°$

$0° < \phi < 90°$

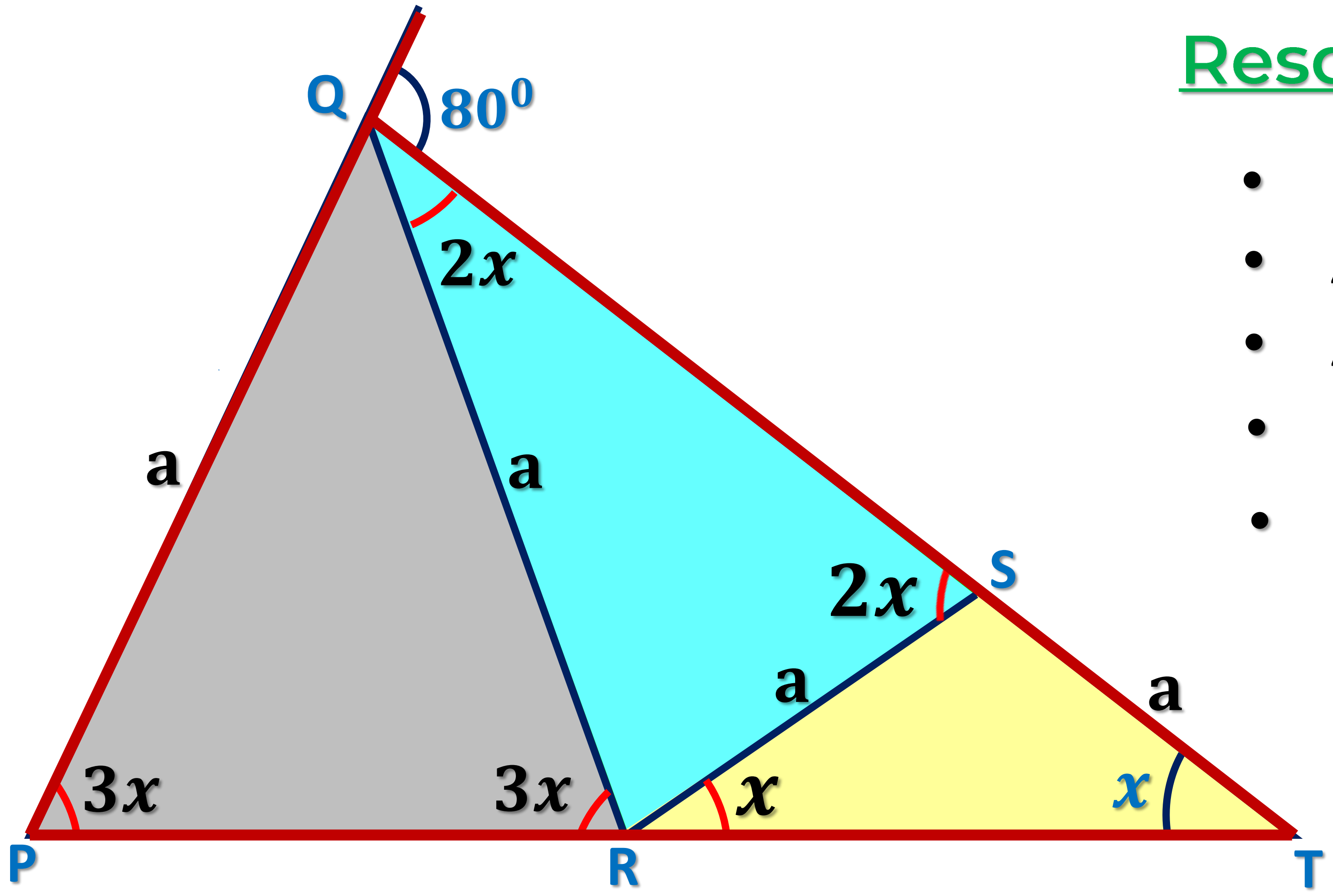
Δ Acutángulo



$90° < \omega < 180°$

Δ Obtusángulo

1. En la figura, halle el valor de *x*. Si PQ = QR = RS = ST.



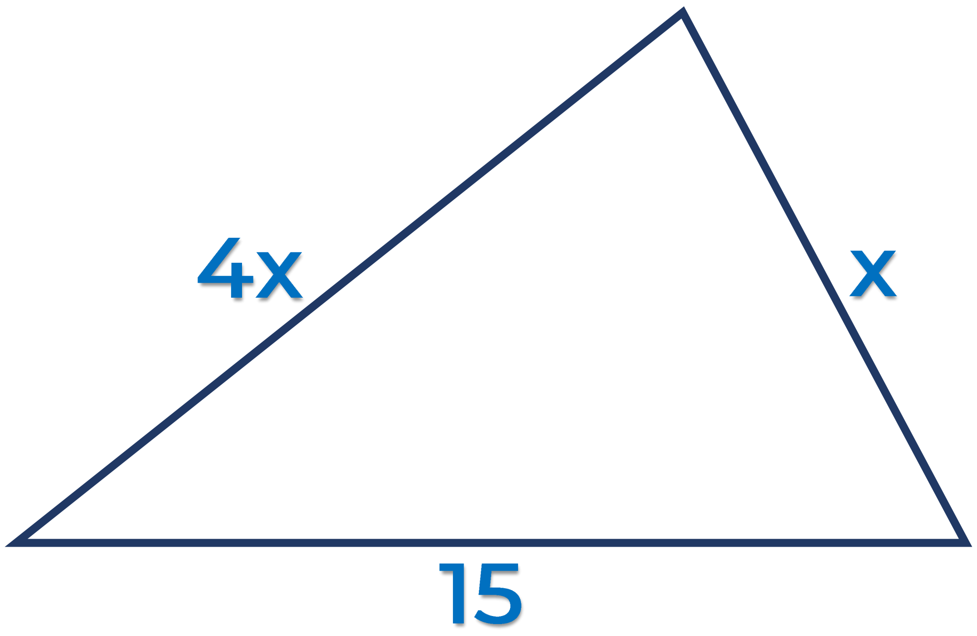
Resolución

- Piden: x
- ΔRST : Isósceles
- ΔQRS : Isósceles
- ΔPQR : Isósceles
- ΔPQT :

$$3x + x = 80°$$
$$4x = 80°$$

$$\boxed{x = 20°}$$

2. En la figura, halle el valor entero que puede tomar *x*, si $x \in Z^{+}$.



Resolución

- Piden: El valor entero de x
- Por teorema de la existencia

$$4x - x < 15 < 4x + x$$

$$3x < 15 < 5x$$

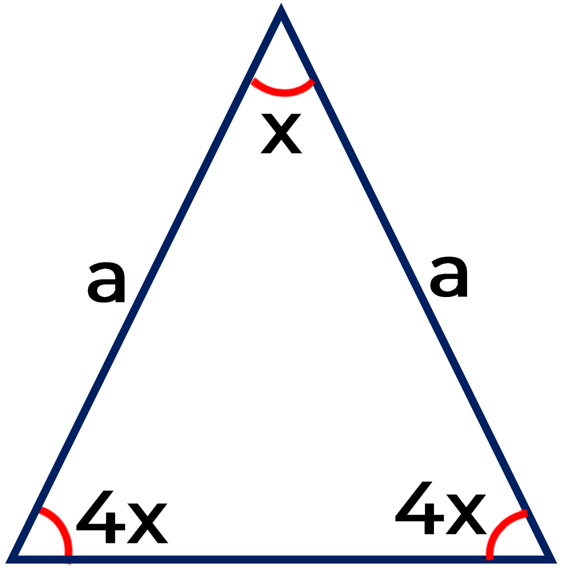
$$3x < 15 \quad | \quad 15 < 5x$$

$$x < 5 \quad | \quad 3 < x$$

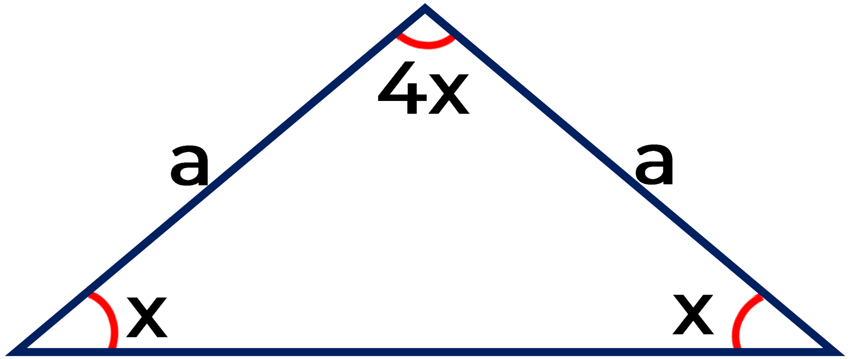
$$3 < x < 5$$

$$\boxed{x_{(entero)} = 4}$$

3. Dos ángulos internos de un triángulo isósceles miden x y 4x. ¿Cuál es un posible valor de x?

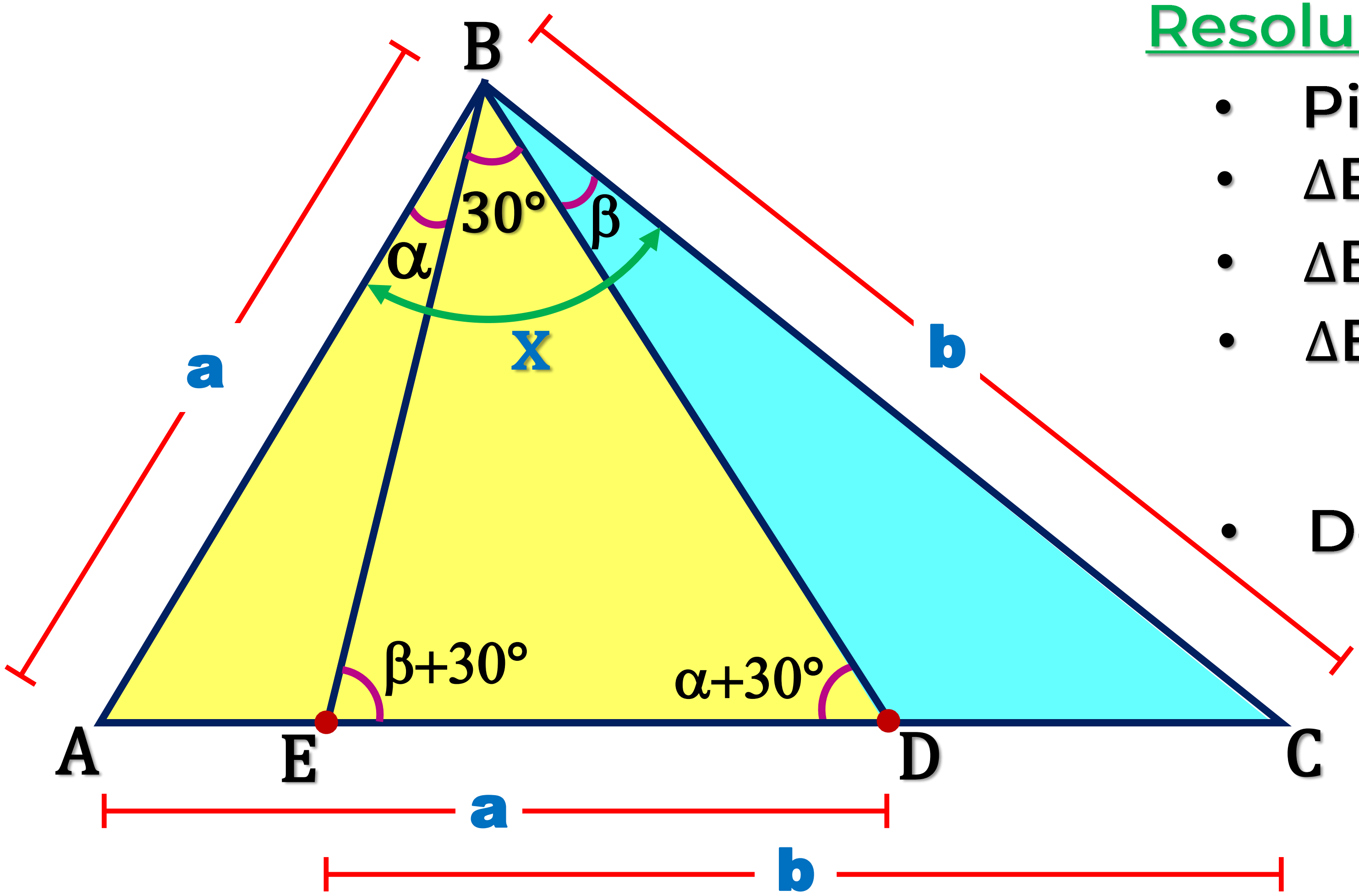


$$4x + 4x + x = 180°$$
$$9x = 180°$$
$$\boxed{x = 20°}$$



$$x + x + 4x = 180°$$
$$6x = 180°$$
$$\boxed{x = 30°}$$

4. En un triángulo ABC, en $\overline{AC}$ se ubica el punto D y en $\overline{AD}$ se ubica el punto E. Si m∡EBD = 30°, AB = AD y BC = EC, halle m∡ABC.



Resolución

- Piden: x
- ΔBAD: Isósceles
- ΔBCE: Isósceles
- ΔEBD:

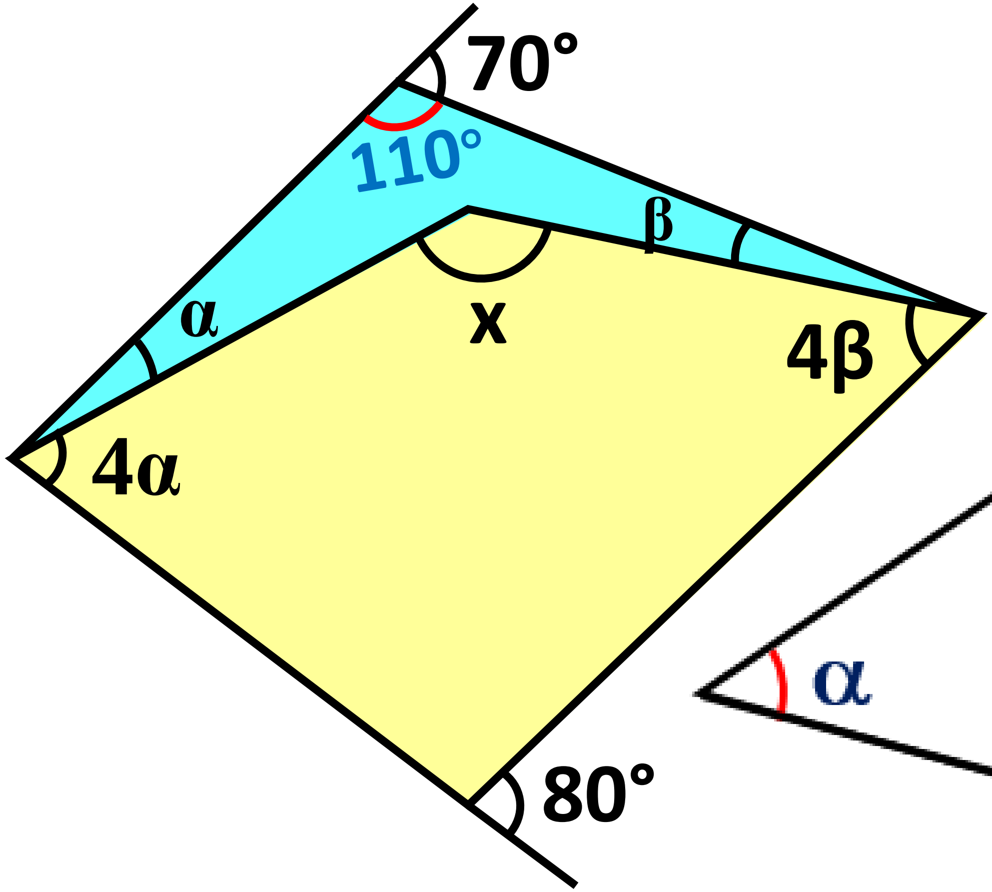
$$\alpha + 30° + \beta + 30° + 30° = 180°$$
$$\alpha + \beta = 90°$$

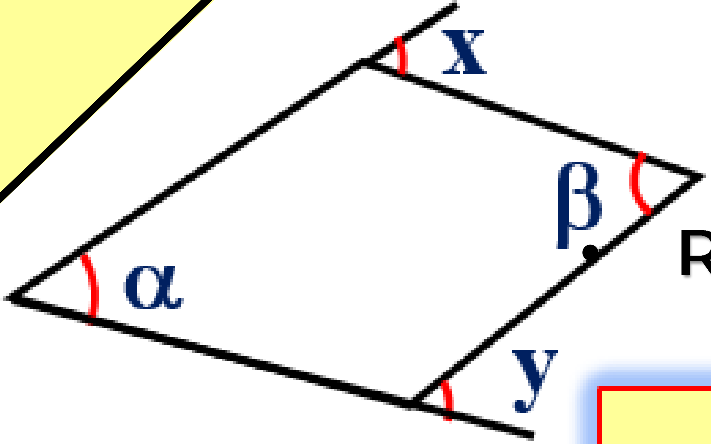
- Del gráfico:

$$x = \underbrace{\alpha + \beta}_{90°} + 30°$$

$$\boxed{x = 120°}$$

5. En la figura, halle el valor de x.





Resolución

- Piden: x
- Por teorema:

$$\mathbf{x = \alpha + \beta + 110°} \qquad ...(1)$$

$$\mathbf{5\alpha + 5\beta = 70° + 80°}$$

$$\mathbf{\cancel{5}\alpha + \cancel{5}\beta = 15\cancel{0}°}$$

$$\mathbf{\alpha + \beta = 30°} \qquad ...(2)$$

$$\boxed{\alpha + \beta + \theta}$$

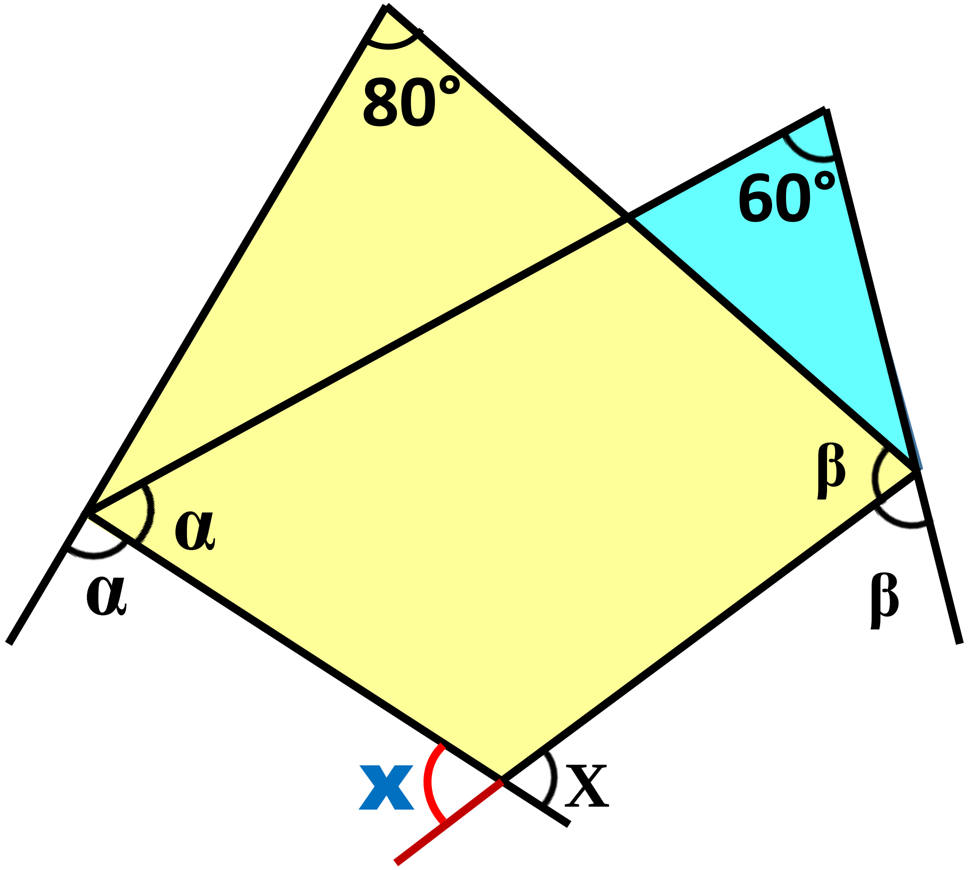
Reemplazando 2 en 1.

$$x = 30° + 110°$$

$$\boxed{x + y = \alpha + \beta}$$

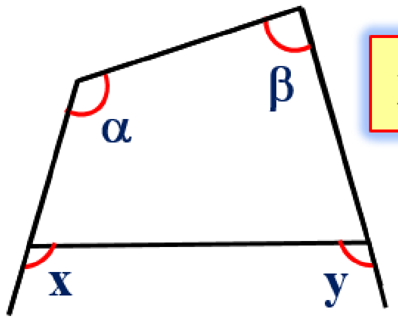
$$\boxed{x = 140°}$$

6. En la figura, halle el valor de *x*.



Resolución

- Piden: x
- Por teorema:

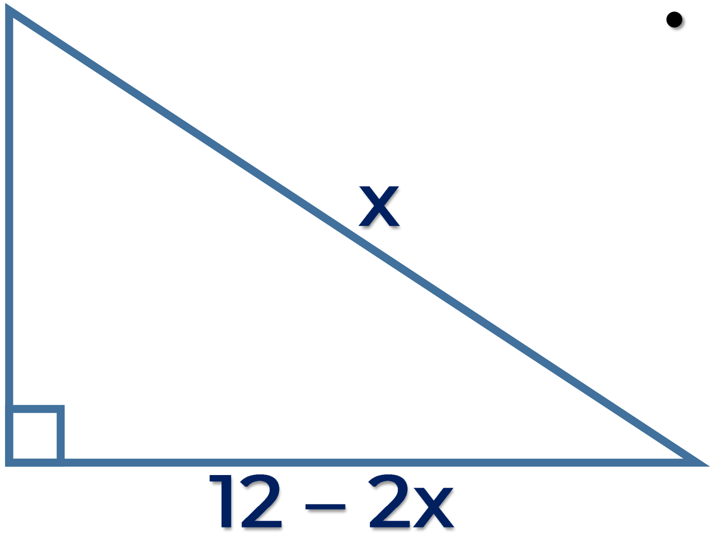


$\boxed{x + y = \alpha + \beta}$

$$x + \beta = \alpha + 60°$$
$$x + \alpha = \beta + 80°$$
$$2x + \cancel{\alpha + \beta} = \cancel{\alpha + \beta} + 140°$$
$$2x = 140°$$
$$\boxed{x = 70°}$$

7. En un triángulo rectángulo un cateto mide 12 - 2x y la hipotenusa mide x. Halle el valor entero que puede tomar x.

Resolución



- Piden: El valor entero de x.
- Por teorema de la correspondencia:

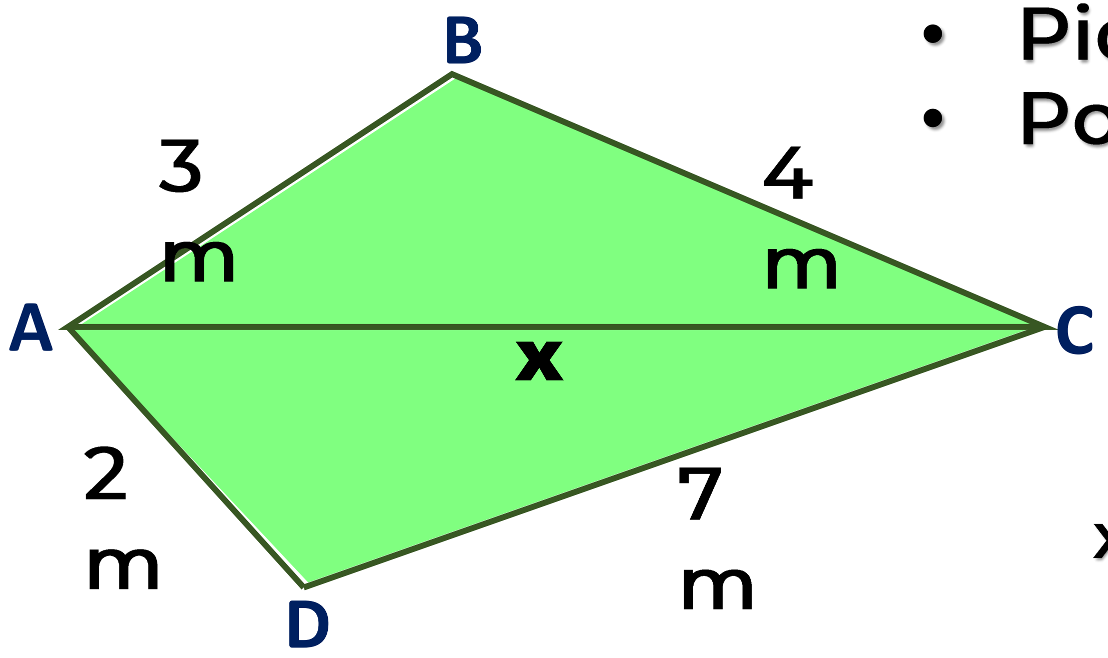
$12 - 2x < x$	$0 < 12 - 2x$
$12 < 3x$	$2x < 12$
$4 < x$	$x < 6$

$$4 < x < 6$$

$$\boxed{x = 5}$$

8. En la figura se tiene un jardín cuyas dimensiones de su contorno se muestra en cada lado. Determine el número entero de metros de malla metálica que se necesita desde A hasta C para cercar el jardín en dos partes.

Resolución



- Piden: x
- Por teorema de la existencia.

ΔABC:

$4 - 3 < x < 4 + 3$

$1 < x < 7$

$x = 2; 3; 4; 5$ y 6

ΔACD:

$7 - 2 < x < 7 + 2$

$5 < x < 9$

$x = 6; 7$ y 8

$\boxed{x = 6 \text{ m}}$