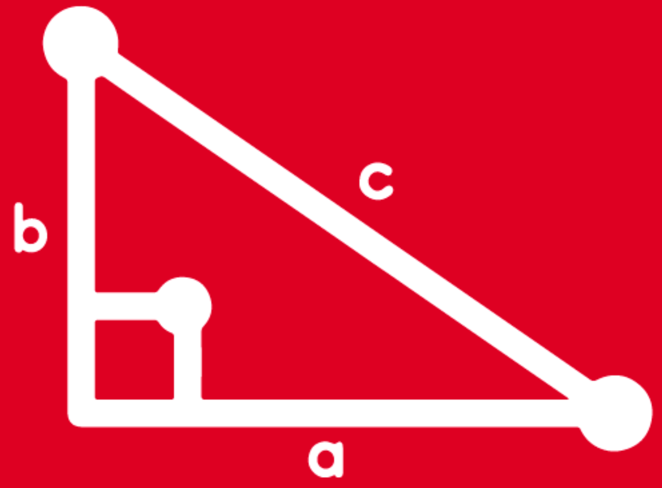
TRIGONOMETRY

Tomo 3
Session I



4th
SECONDARY

Advisory

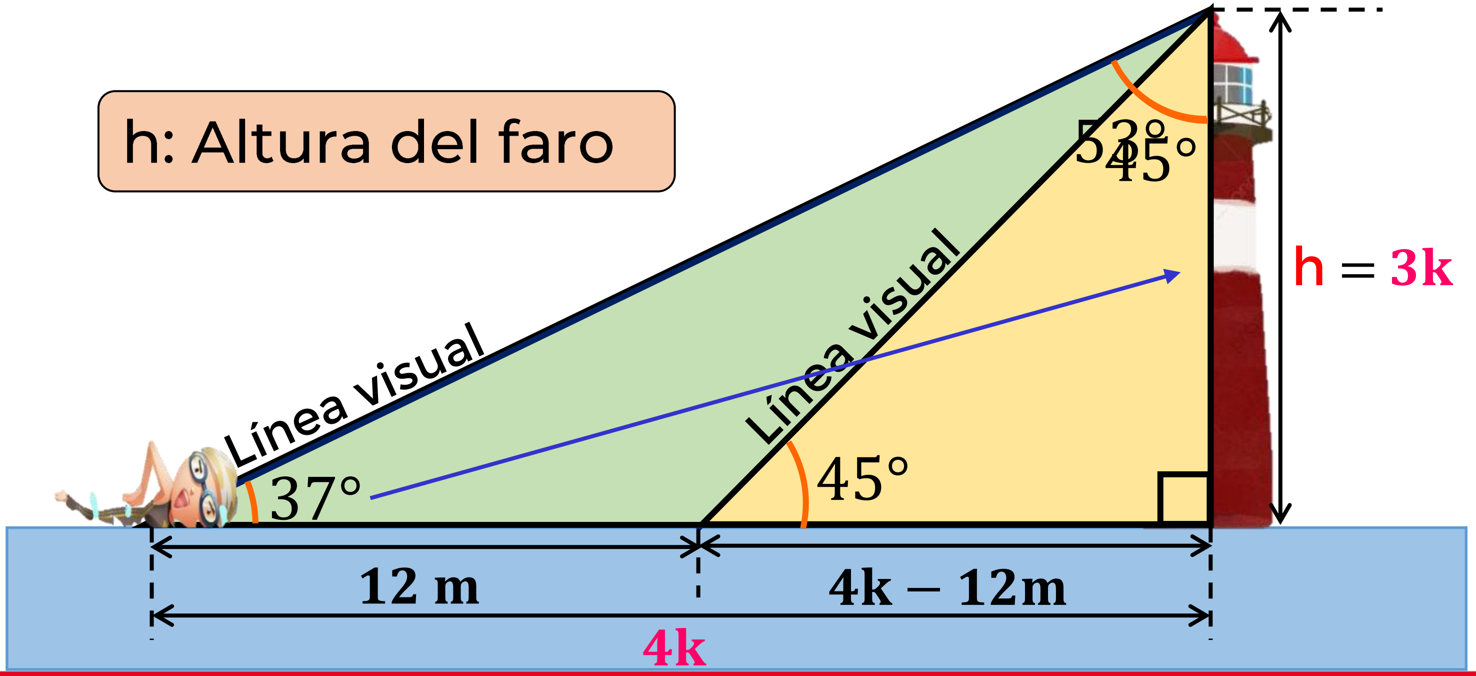
SACO OLIVEROS

1. Un nadador se dirige hacia una faro y lo observa con un ángulo de elevación de 37°. Al avanzar 12 metros, el nuevo ángulo de elevación es de 45°. Calcule la altura del faro.

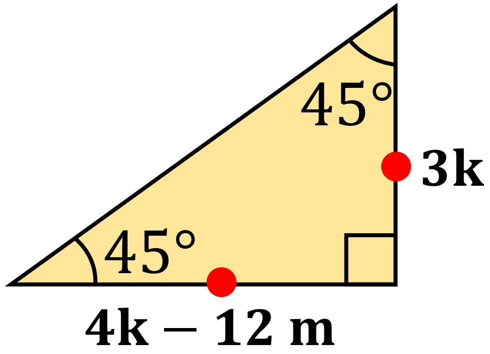
Resolución

Con los datos del problema, graficamos:

h: Altura del faro



Analizando el ⊿45° – 45°:



$\longrightarrow \; 4k - 12m = 3k$

$k = 12\ m$

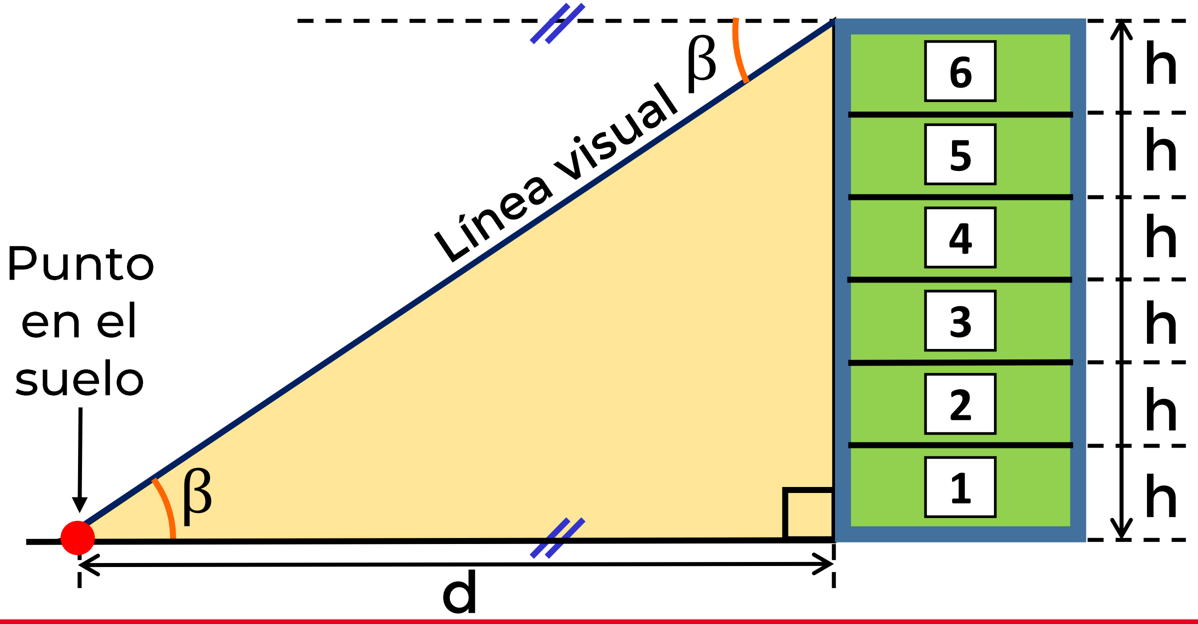
Calculamos "h":

$h = 3(12\ m) \longrightarrow \boxed{h = 36\ m}$

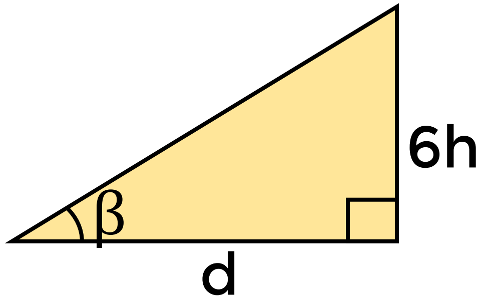
2. Desde la parte superior de un edificio de 6 pisos de igual altura, el ángulo de depresión para un punto en el suelo es β y desde la parte más alta del tercer piso se observa el mismo punto con un ángulo de depresión de α. A partir de esta información, determine $\tan\alpha \cdot \cot\beta$.

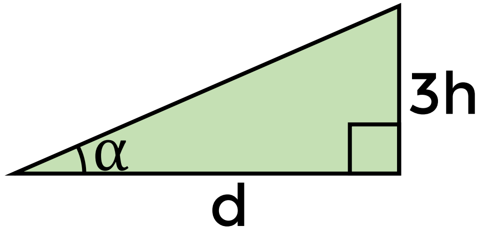
Resolución

Con los datos del problema, graficamos:



Del gráfico, se observa:





$$\boxed{\cot\beta = \frac{d}{6h}} \qquad \boxed{\tan\alpha = \frac{3h}{d}}$$

Piden:

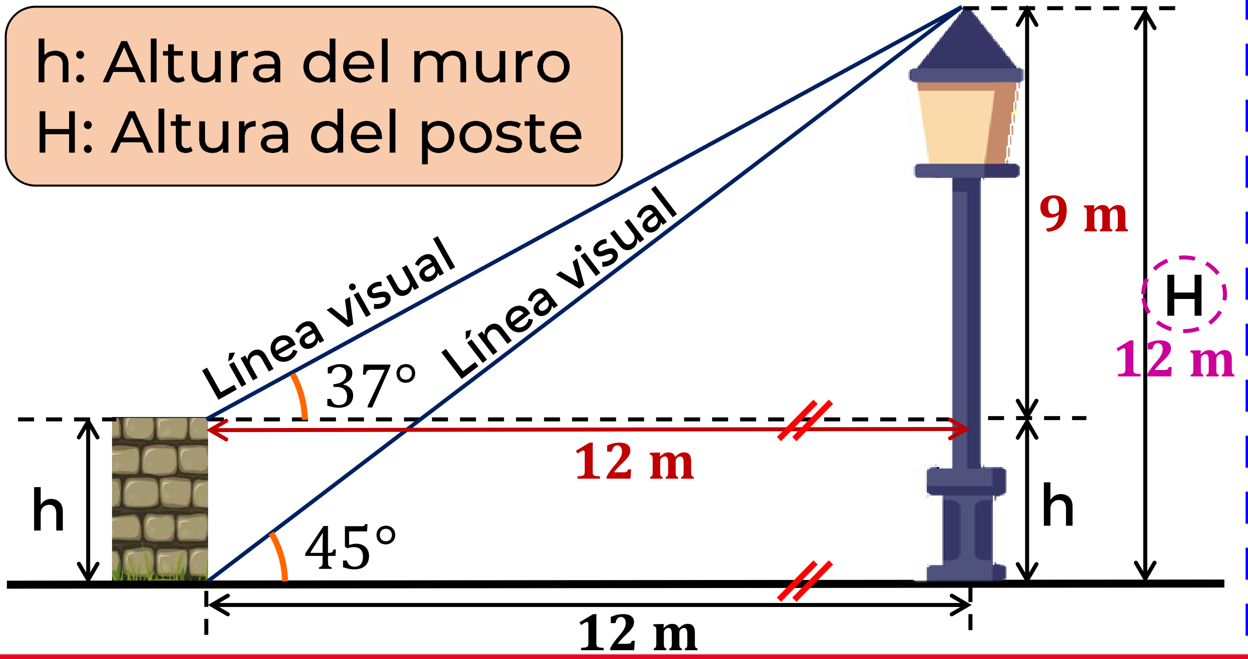
$$\tan\alpha \cdot \cot\beta = \frac{\cancel{d}}{\underset{2}{\cancel{6h}}} \cdot \frac{\overset{1}{\cancel{3h}}}{\cancel{d}} \rightarrow \boxed{\tan\alpha . \cot\beta = \frac{1}{2}}$$

3. Desde lo alto y bajo de un muro se observa lo alto de un poste con ángulos de elevación de 37° y 45°, respectivamente. Si la distancia entre el muro y el poste es de 12 metros. Calcule la suma de las alturas del muro y el poste.

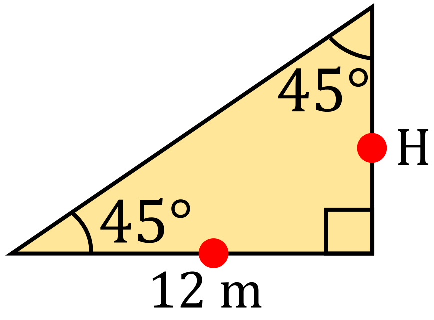
Resolución

Con los datos del problema, graficamos:

h: Altura del muro
H: Altura del poste

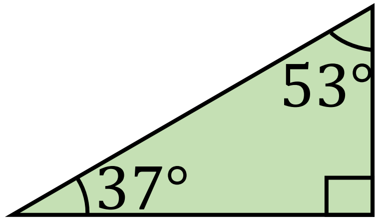


Analizando el ⊿45° – 45°:



$\longrightarrow \boxed{H = 12\text{ m}}$

Analizando el ⊿37° – 53°:



$3k = 9\text{ m}$

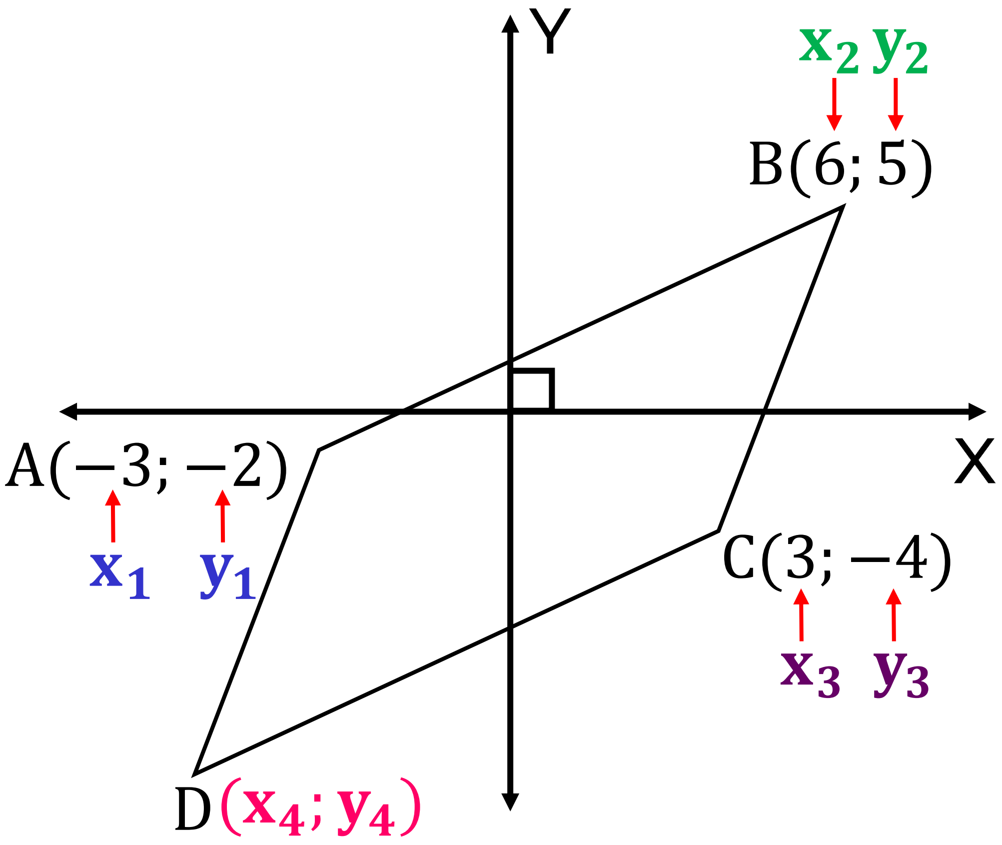
$12\text{ m} = 4k \rightarrow k = 3\text{ m}$

$h + 9\text{m} = 12\text{m}$

$\longrightarrow \boxed{h = 3\text{m}}$

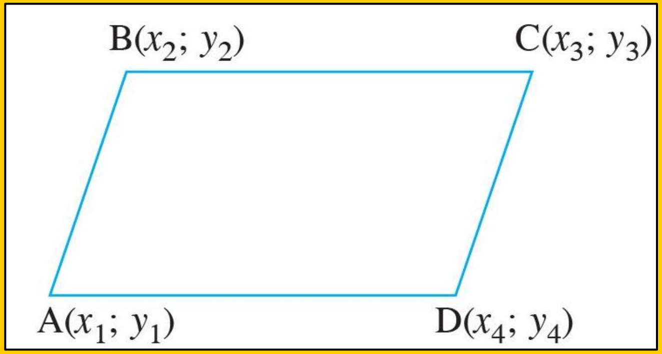
$\therefore \boxed{H + h = 15\text{ m}}$

4. La figura muestra un paralelogramo ABCD. Determine las coordenadas del vértice D.



Recordamos

Sea ABCD un paralelogramo:



$$\boxed{x_1 + x_3 = x_2 + x_4}$$

$$\boxed{y_1 + y_3 = y_2 + y_4}$$

RESOLUCIÓN

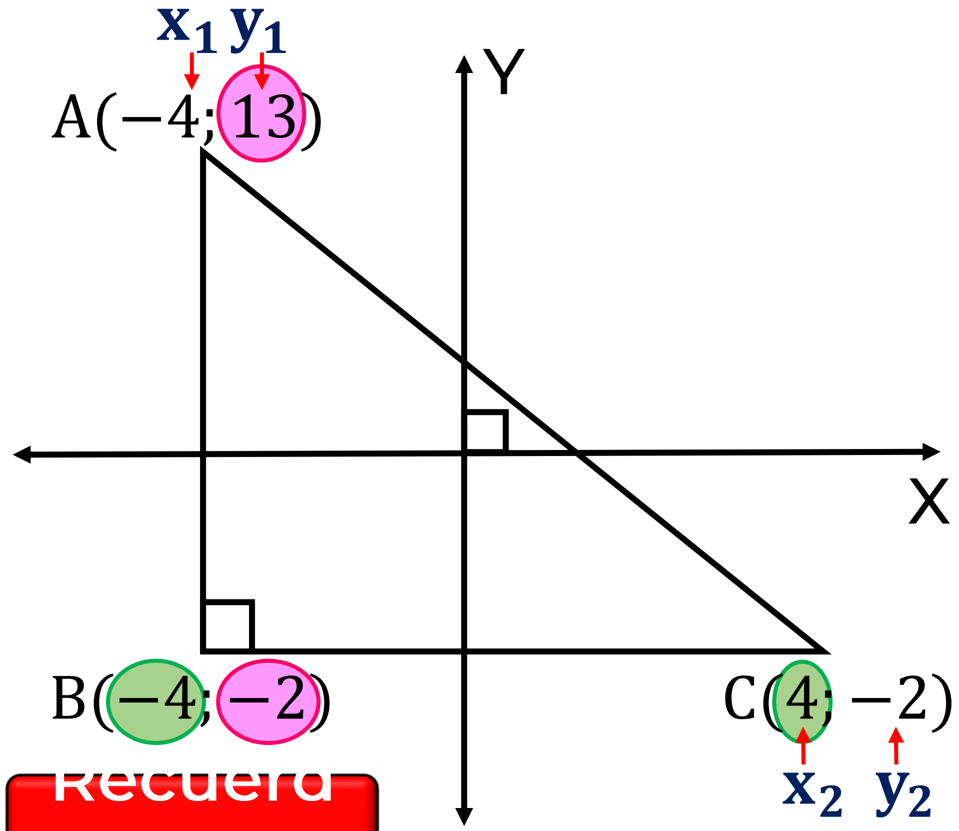
Por la propiedad:

$$-3 + 3 = 6 + x_4$$
$$0 = 6 + x_4$$
$$\rightarrow \boxed{x_4 = -6}$$

$$-2 + (-4) = 5 + y_4$$
$$-6 = 5 + y_4$$
$$\rightarrow \boxed{y_4 = -11}$$

$$\therefore \boxed{\mathbf{D(-6; -11)}}$$

5. A partir del gráfico, calcule el perímetro del triángulo ABC.



Recuerda

Distancia entre dos puntos (d):

$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

RESOLUCIÓN

Piden: $2p_{\Delta ABC} = d_{AB} + d_{BC} + d_{AC}$ ... (1)

Los puntos A y B tienen igual abscisa:

$$d_{AB} = 13 - (-2) \longrightarrow \boxed{d_{AB} = 15}$$

Los puntos B y C tienen igual ordenada:

$$d_{BC} = 4 - (-4) \longrightarrow \boxed{d_{BC} = 8}$$

Calculamos la distancia entre A y C:

$$d_{AC} = \sqrt{(-4 - 4)^2 + (13 - (-2))^2}$$

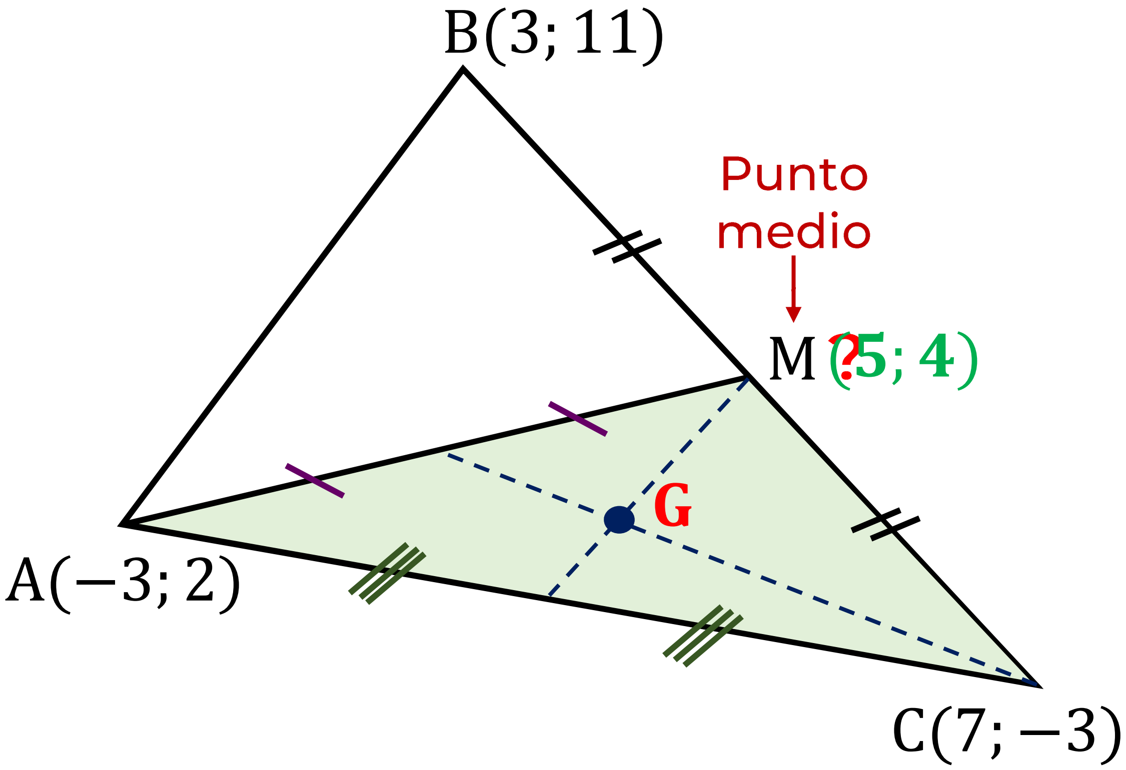
$$d_{AC} = \sqrt{(-8)^2 + (15)^2}$$

$$d_{AC} = \sqrt{289} \longrightarrow \boxed{d_{AC} = 17}$$

Reemplazando en (1):

$$2p_{\Delta ABC} = 15 + 8 + 17 \longrightarrow \boxed{\mathbf{2p_{\Delta ABC} = 40}}$$

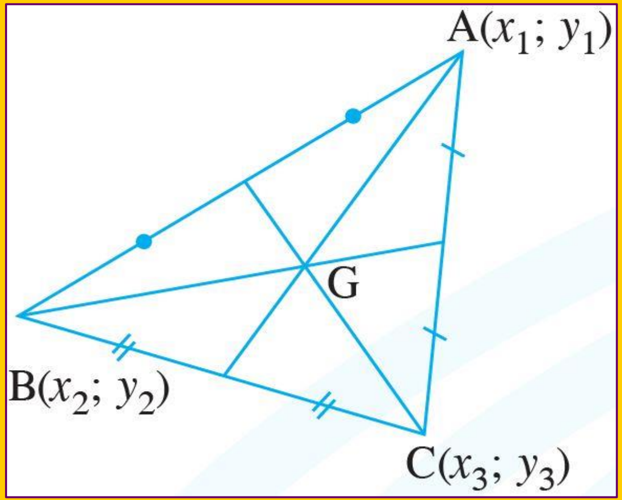
6. A partir del gráfico, calcule las coordenadas del baricentro del triángulo ACM.



G : Baricentro del ΔACM

Recordamos

Sea G el baricentro del ΔABC:



$$x_G = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}$$

$$y_G = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$$

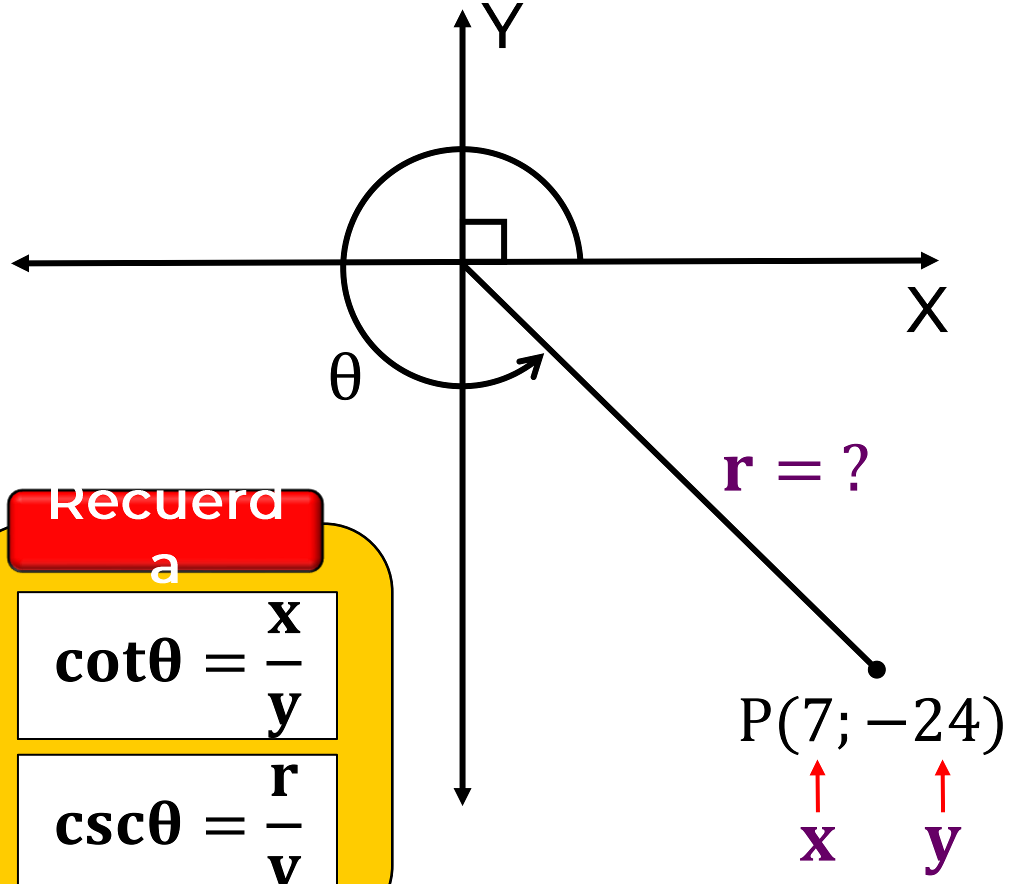
$$x_G = \frac{x_A + x_M + x_C}{3} = \frac{(-3) + 5 + 7}{3} \rightarrow \boxed{x_G = 3}$$

$$y_G = \frac{y_A + y_M + y_C}{3} = \frac{2 + 4 + (-3)}{3} \rightarrow \boxed{y_G = 1}$$

$$\therefore \boxed{G(3; 1)}$$

7. A partir del gráfico, efectúe:

$$Q = \cot\theta + \csc\theta$$



Recuerda

$$\cot\theta = \frac{x}{y}$$

$$\csc\theta = \frac{r}{y}$$

RESOLUCIÓN

Calculamos el radio vector:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \longrightarrow r = \sqrt{7^2 + (-24)^2}$$

$$r = \sqrt{625}$$

$$\boxed{r = 25}$$

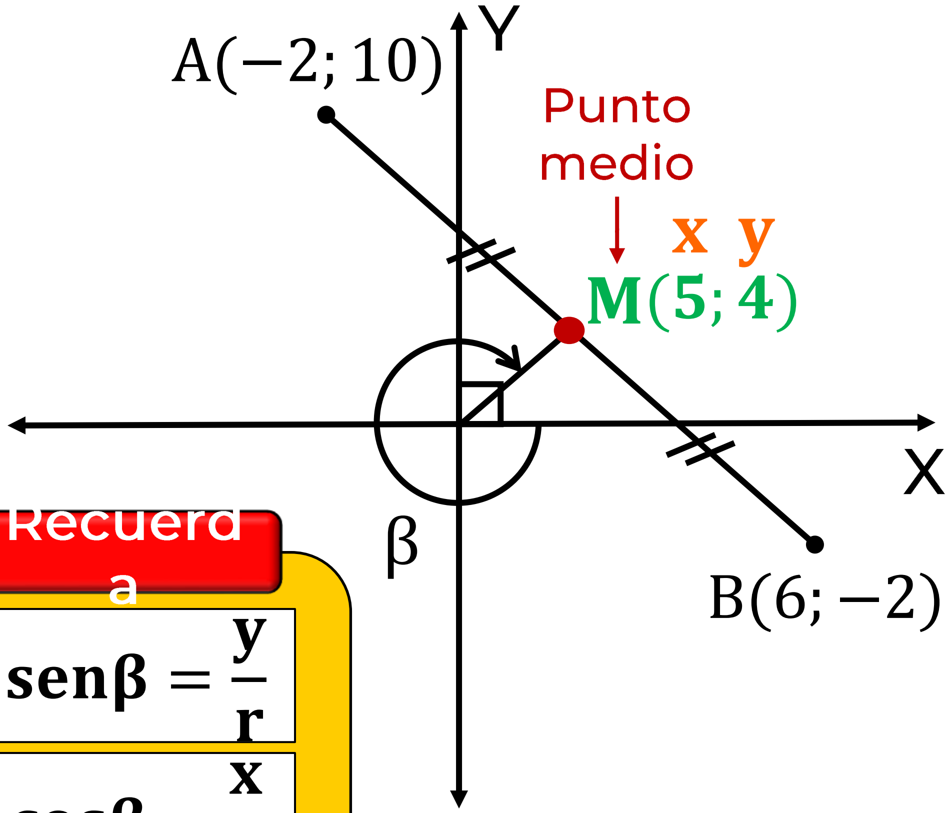
Efectúamos Q:

$$Q = \frac{7}{-24} + \frac{25}{-24}$$

$$Q = \frac{\cancel{32}^{\,4}}{\cancel{-24}_{\,-3}} \longrightarrow \boxed{Q = -\frac{4}{3}}$$

8. A partir del gráfico, efectúe:

$$F = \sqrt{20}(\operatorname{sen}\beta + \cos\beta)$$



Recuerda

$$\operatorname{sen}\beta = \frac{y}{r}$$

$$\cos\beta = \frac{x}{r}$$

RESOLUCIÓN

Calculamos las coordenadas de M:

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{(-2) + 6}{2} \rightarrow \boxed{x_M = 2}$$

$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{10 + (-2)}{2} \rightarrow \boxed{y_M = 4}$$

Calculamos el radio vector

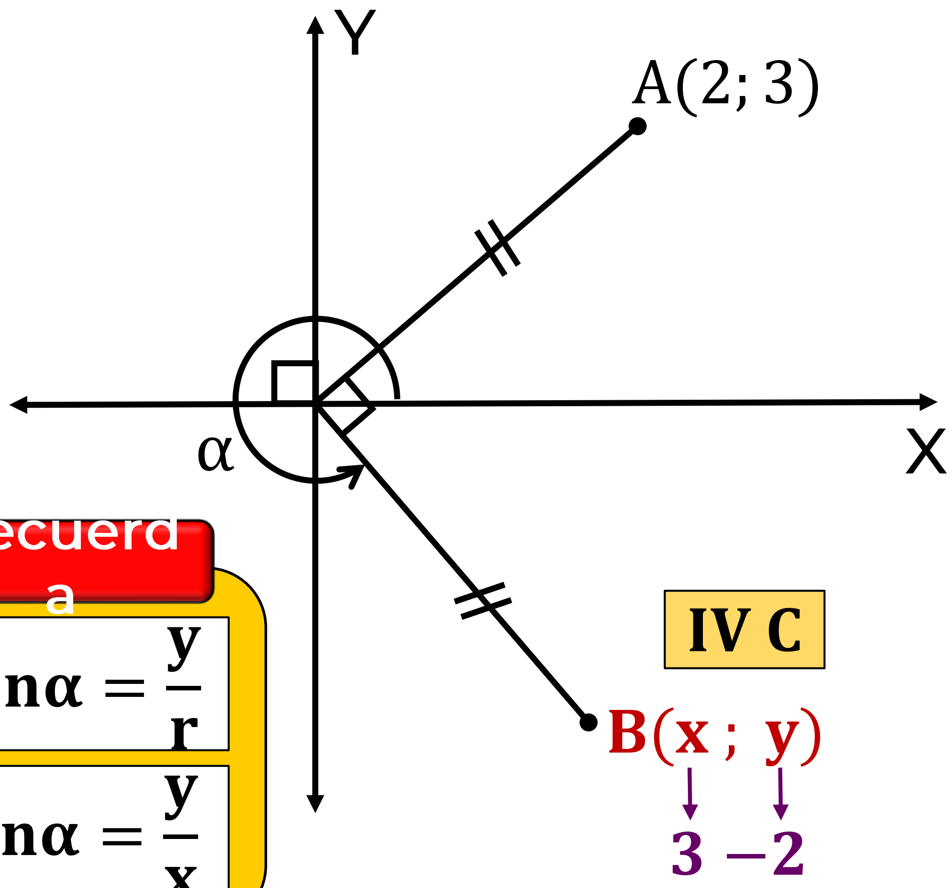
$$r = \sqrt{2^2 + 4^2} \rightarrow \boxed{r = \sqrt{20}}$$

Efectúamos F:

$$F = \sqrt{20}\left(\frac{4}{\sqrt{20}} + \frac{2}{\sqrt{20}}\right) = \cancel{\sqrt{20}}\left(\frac{6}{\cancel{\sqrt{20}}}\right) \rightarrow \boxed{\mathbf{F = 6}}$$

9. A partir del gráfico, efectúe:

$$P = \sqrt{13}\operatorname{sen}\alpha - \tan\alpha$$



Recuerda

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{y}{r}$$

$$\tan\alpha = \frac{y}{x}$$

RESOLUCIÓN

Los puntos A y B son puntos ortogonales:

$$\rightarrow \boxed{x_B = 3} \quad \boxed{y_B = -2}$$

Calculamos el radio vector:

$$r = \sqrt{3^2 + (-2)^2} \rightarrow \boxed{r = \sqrt{13}}$$

Efectúamos P:

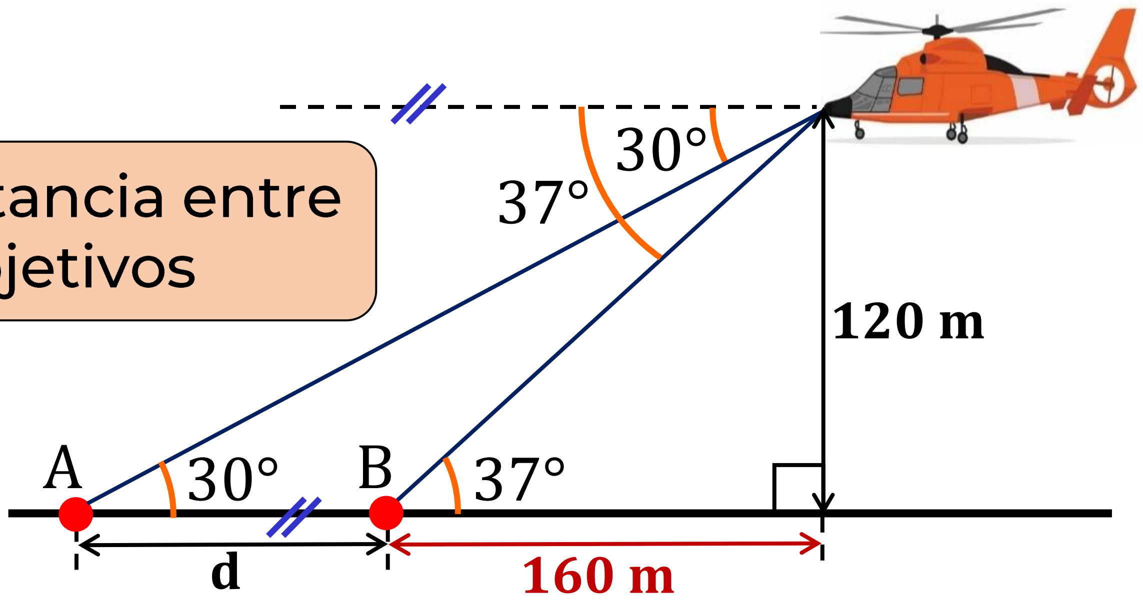
$$P = \cancel{\sqrt{13}}\left(\frac{-2}{\cancel{\sqrt{13}}}\right) - \left(\frac{-2}{3}\right)$$

$$P = \frac{-2}{1} + \frac{2}{3} = \frac{(-6)+2}{3} \rightarrow \boxed{P = -\frac{4}{3}}$$

10. Desde un helicóptero se observan dos objetivos en el suelo con ángulos de depresión de 30° y 37°, respectivamente. Si en ese instante el helicóptero se encuentra a 120 metros sobre el nivel del mar, ¿cuál es la distancia entre los objetivos?

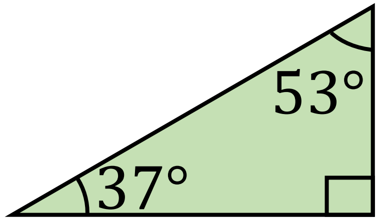
Resolución

Con los datos del problema, graficamos:



d: distancia entre los objetivos

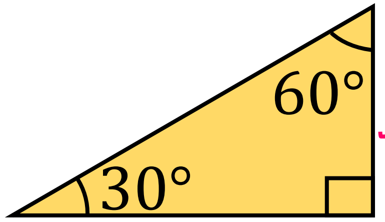
Analizando el $\measuredangle 37° - 53°$:



$120\text{ m} = \mathbf{3k} \rightarrow k = 40\text{ m}$

$\mathbf{4k = 160\text{ m}}$

Analizando el $\measuredangle 30° - 60°$:



$\underbrace{120\text{ m}}_{n}$

$\underbrace{d + 160\text{ m}}_{n\sqrt{3}}$

$\rightarrow d + 160 = 120\sqrt{3}$

$d = 120\sqrt{3} - 160$

$\therefore \boxed{\mathbf{d = 40(3\sqrt{3} - 4)m}}$

COLEGIOS
SACO OLIVEROS APEIRON
SISTEMA HELICOIDAL

MUCHAS GRACIAS POR TU ATENCIÓN

Tu curso amigo
Trigonometría