



ALGEBRA

Chapter 20

5th
OF
SECONDARY

FUNCIONES I



 **SACO OLIVEROS**



APLICACIONES

EL SUELDO DE UNA PERSONA DEPENDE DE LA CANTIDAD DE HORAS QUE LA PERSONA TRABAJE.

EL PAGO DE MENSUALIDAD DE LUZ DEPENDE DEL CONSUMO QUE REALICE EL CONSUMIDOR.



F U N C I O N E S I

I) PAR ORDENADO

Es un conjunto de los elementos a y b con un orden determinado, que se simboliza de la siguiente forma: $(a;b)$.

Donde: a : Primera Componente
 b : Segunda Componente

Observación:

$$1) (a;b) \neq (b;a)$$

$$2) (a;b) = (c;d) \Rightarrow a=c \text{ y } b=d$$



II) PRODUCTO CARTESIANO

Dados dos conjuntos A y B no vacíos, se define el producto cartesiano como:

$$A \times B = \{ (a;b) \in A \times B \mid a \in A \text{ y } b \in B \}$$

EJEMPLO:

$$\text{Sea } A = \{ 2;5 \} \text{ y } B = \{ 3;4;6 \}$$

$$\Rightarrow A \times B = \{ (2;3), (2;4), (2;6), (5;3), (5;4), (5;6) \}$$

Observación:

$$1) A \times B \neq B \times A \quad 2) n(A \times B) = n(A) \cdot n(B) \quad 3) A^2 = A \times A$$



III) REGLA DE CORRESPONDENCIA

$$C = \{ (x ; y) \in A \times B / P(x ; y) \}$$

↳ regla de correspondencia

EJEMPLO:

Sean $A = \{ 2;5;7 \}$ y $B = \{ 3;4 \}$

$$R = \{ (x ; y) \in A \times B / x + y > 8 \} \quad \text{Halle: } R$$

➡ $A \times B = \{ (2;3), (2;4), (5;3), (5;4), (7;3), (7;4) \}$

➡ $R = \{ (5;4), (7;3), (7;4) \}$



IV) DOMINIO Y RANGO DE UNA RELACIÓN

Dominio: Es el conjunto de las primeras componentes de los pares ordenado.

Rango: Es el conjunto de las segundas componentes de los pares ordenado.

Sea la relación

$$R = \{ (1;4), (8;7), (3;4), (5;2), (8;9) \}$$

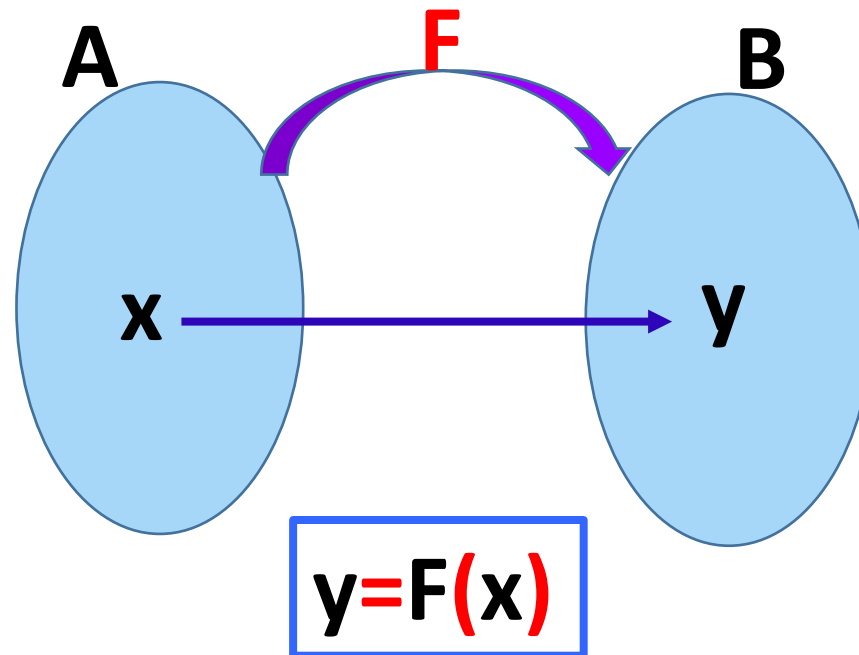
$$\Rightarrow \text{Dom}(R) = \{ 1;3;5;8 \}$$

$$\Rightarrow \text{Ran}(R) = \{ 2;4;7;9 \}$$



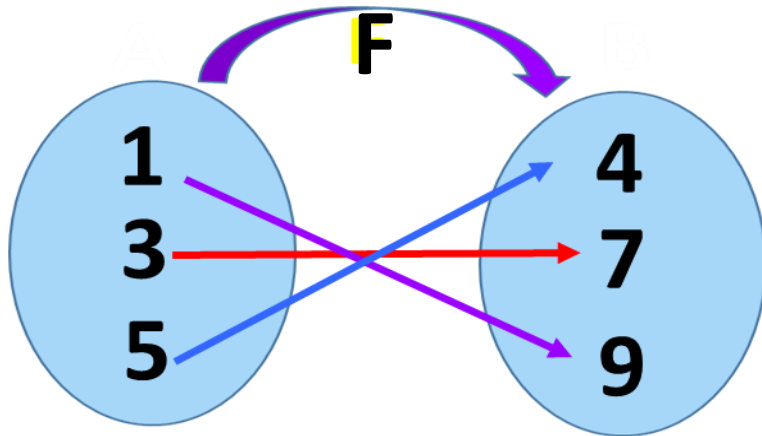
V) FUNCIONES

Dados dos conjuntos A y B no vacíos, una función F es aquella correspondencia de $F : A \rightarrow B$ tal que para algún elemento $x \in A$ le corresponde a lo más, un elemento $y \in B$.



¿F, G y H SON FUNCIONES?

1)



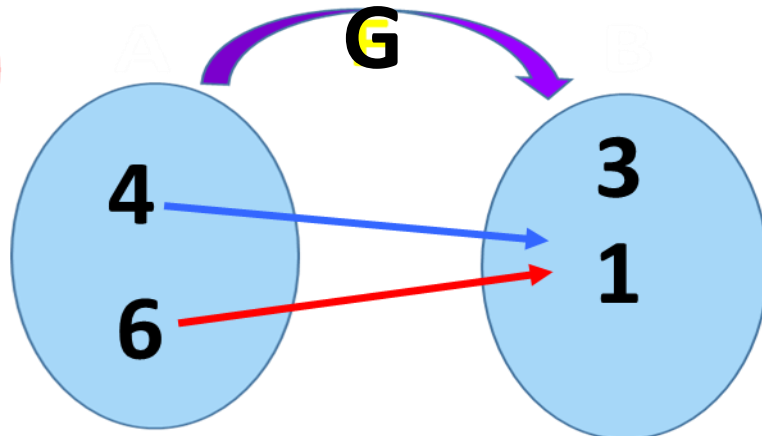
Es Función

Además si F es Función , se cumple:

$$F = \{ (1;9), (3;7), (5;4) \}$$

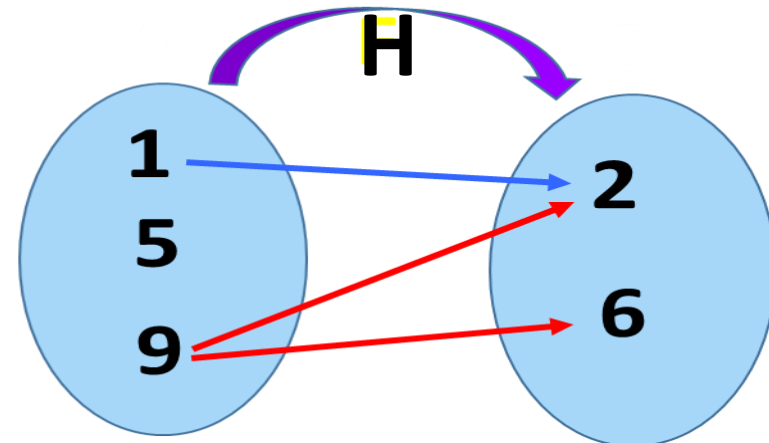
$$\rightarrow F(1)=9 \quad F(3)=7 \quad F(5)=4$$

2)



Es Función

3)



No es Función



PROBLEMA 1 Si el conjunto de pares ordenados:

$$F = \{(8;a), (a+2;2b), (1;9), (8;6-a), (5;b+7)\}$$

representa una función, calcule la suma de los elementos del rango.

Resolución

Como F es función:

$$(8;a) = (8;6-a) \Rightarrow a = 6-a \Rightarrow \boxed{a=3}$$

$$\Rightarrow F = \{(8;3), (5;2b), (1;9), (5;b+7)\}$$

$$F \text{ es función} \Rightarrow (5;2b) = (5;b+7)$$

$$\Rightarrow 2b = b+7 \Rightarrow \boxed{b=7}$$

$$\Rightarrow F = \{(8;3), (5;14), (1;9)\}$$

$$\text{Ran}(F) = \{3;14;9\}$$

$$\text{Rpta: } \boxed{\Sigma = 3+14+9 = 26}$$

**PROBLEMA 2**Calcule mn si el conjunto: $P = \{(-1;3), (2;2m-n), (2;-6), (m^2 - 10;n), (-1;n-m^2)\}$ es una función.**Resolución**

Como P es función

$$(2;2m-n) = (2;-6)$$

$$\Rightarrow 2m - n = -6$$

$$\Rightarrow \boxed{2m + 6 = n} \quad \dots(\alpha)$$

$$(-1;3) = (-1;n-m^2)$$

$$\Rightarrow \boxed{3 = n - m^2} \quad \dots(\beta)$$

$$\text{De } (\alpha) \text{ en } (\beta) : 3 = 2m + 6 - m^2$$

$$\Rightarrow m^2 - 2m - 3 = 0$$

$$\Rightarrow (m-3)(m+1) = 0$$

$$\Rightarrow m = 3 \quad \vee \quad m = -1$$

Pero: $m \neq 3$ Ya que P es función

$$\Rightarrow \boxed{m = -1} \Rightarrow \boxed{n = 4}$$

$$\text{Rpta: } \boxed{mn = -4}$$

PROBLEMA 3

Dados los conjuntos:

$A = \{1; 3; 8\}$ $B = \{2; 3; 9\}$ Halle el número de elementos de
 $R_1 = \{(x; y) \in A \times B \mid x + y \text{ es un número primo}\}$

Resolución

Calculemos $A \times B$:

$$A \times B = \{ (1;2) (1;3) (1;9) \\ (3;2) (3;3) (3;9) \\ (8;2) (8;3) (8;9) \}$$

Nos piden que $x + y$ sea primo:

$$\Rightarrow R_1 = \{ (1;2) (3;2) (8;3) (8;9) \}$$

Rpta: R_1 tiene 4 elementos

Sea la función: $H=\{(11;b),(3a;5),(c;10)\}$

Donde $H(x)=x-2a$. Calcule $a+b+c$

Resolución

Como H es función:

$$\Rightarrow \boxed{H(11)=b} \quad \boxed{H(3a)=5} \quad \boxed{H(c)=10}$$

Por dato: $H(x)=x-2a$

$$\Rightarrow H(3a)=3a-2a$$

$$\Rightarrow \boxed{5=a}$$

Tenemos que: $H(x)=x-10$

$$\Rightarrow H(11)=11-10$$

$$\Rightarrow \boxed{b=1}$$

Además: $H(c)=c-10$

$$10=c-10$$

$$\boxed{20=c}$$

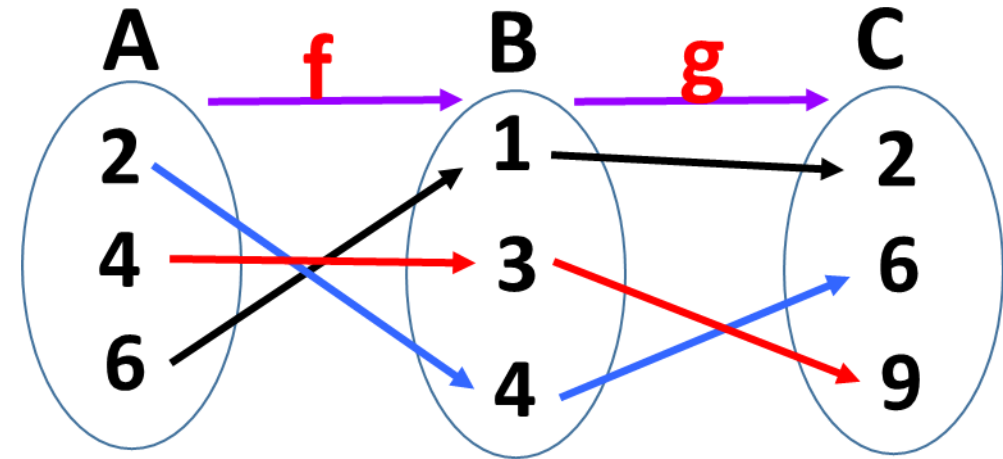
Rpta: $\boxed{a+b+c=26}$

HELICO | PRACTICE
PROBLEMA 5

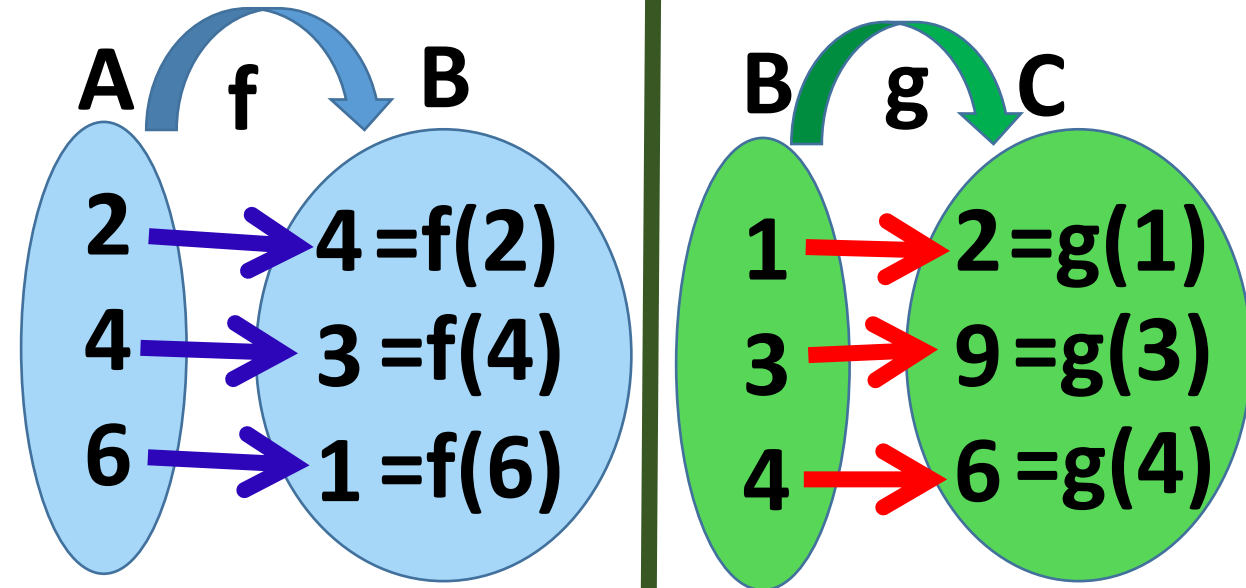
Sean las funciones:

Calcule:

$$\frac{g(f(4)) + f(g(4)) + g(1)}{g(f(2)) - f(2)}$$



Resolución



Reemplazando:

$$\begin{aligned} \frac{g(3) + f(6) + (2)}{g(4) - (4)} &= \frac{(9) + (1) + 2}{(6) - 4} \\ &= \frac{12}{2} = 6 \end{aligned}$$

Rpta: **6**

PROBLEMA 6 Halle el dominio de la función:

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 5x - 24}{2 - x}}$$

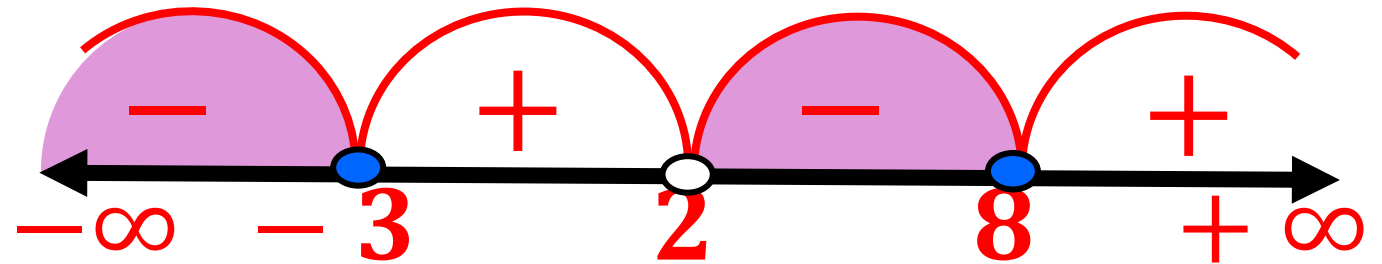
Resolución

$$\left(\frac{x^2 - 5x - 24}{2 - x} \geq 0\right) \text{ por } -1$$

$$\frac{x^2 - 5x - 24}{x - 2} \leq 0$$

$$\frac{(x - 8)(x + 3)}{x - 2} \leq 0$$

②



Rpta: $Dom f = \langle -\infty; -3] \cup \langle 2; 8]$

PROBLEMA 7 Halle el rango de la función:

$$f(x) = \frac{2x+5}{x+1}$$

si el Dom (f) = $\langle 3; 5 \rangle$

Resolución

$$\begin{array}{r|l} 2x + 5 & x + 1 \\ 2x + 2 & 2 \\ \hline & 3 \end{array}$$

$$f(x) = 2 + \frac{3}{x+1}$$

Expresión	Intervalo
x	$\langle 3; 5 \rangle$
$x + 1$	$\langle 4; 6 \rangle$
$\frac{1}{x + 1}$	$\langle \frac{1}{6}; \frac{1}{4} \rangle$
$\frac{3}{x + 1}$	$\langle \frac{1}{2}; \frac{3}{4} \rangle$
$f(x) = 2 + \frac{3}{x+1}$	$Ran f = \langle \frac{5}{2}; \frac{11}{4} \rangle$

Rpta: $Ran f = \langle \frac{5}{2}; \frac{11}{4} \rangle$

PROBLEMA 8 El pago mensual de un obrero es $8T$ soles, donde T coincide con el producto de valores enteros de calcular el dominio de la función

$$H(x) = \sqrt{x - 2} + \sqrt{5 - x}$$

¿Cuánto percibe mensualmente dicho obrero?

Resolución

$$x - 2 \geq 0 \wedge 5 - x \geq 0$$

$$x \geq 2 \wedge 5 \geq x$$

$$5 \geq x \geq 2$$

$$2; 3; 4; 5$$

$$T = (2)(3)(4)(5) = 120$$

percibe mensualmente el
obrero **$8T$**

Rpta: **$s/960$**