MATHEMATICAL REASONING

Chapter 16

3th

SECONDA
RY

SERIES I

SACO OLIVEROS

SERIE NUMÉRICA

DEFINICIÓN

Es la adición indicada de los términos de una sucesión. Es decir, sea la sucesión:

1°	2°	3°	4°	...	n°
t_1;	t_2;	t_3;	t_4;	... ;	t_n

Entonces:

$$\underbrace{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + \cdots + t_n}_{\text{SERIE}} = \underbrace{S}_{\text{VALOR DE LA SERIE}}$$

TENGA EN CUENTA

FORMA ABREVIADA DE ESCRIBIR LA SERIE.

$$t_1 + t_2 + t_3 + \cdots + t_n = \sum_{k=1}^{k=n} t_k$$

Donde,

t_k: Forma General de los Sumandos

SERIE NUMÉRICA

CLASIFICACIÓN

❑ SERIE ARITMÉTICA

Es la adición indicada de los términos de una Sucesión Aritmética.

Por Ejemplo

Calcule el valor de la serie

$$\begin{array}{cccccccccccc} & & 1° & & 2° & & 3° & & \dots & & 9° & & 10° \\ S & = & 5 & + & 8 & + & 11 & + & \cdots & + & 29 & + & 32 \end{array}$$

Calculamos el valor de la serie así:

$$\begin{array}{ccccccccccccc} & & 1° & & 2° & & 3° & & \dots & & 9° & & 10° \\ S & = & 5 & + & 8 & + & 11 & + & \cdots & + & 29 & + & 32 \\ S & = & 32 & + & 29 & + & 26 & + & \cdots & + & 8 & + & 5 \\ \hline 2S & = & 37 & + & 37 & + & 37 & + & \cdots & + & 37 & + & 37 \end{array}$$

$$\rightarrow S = \frac{(5+32)\times}{2} = \underline{\underline{185}}$$

SERIE NUMÉRICA

EN GENERAL

$$\boxed{S.A. = \left(\frac{t_1 + t_n}{2}\right) n}$$

Donde, t_1 : Primer sumando

t_n : Último sumando

n : Cantidad de sumandos

Calcule el valor de la serie.

$$\begin{array}{ccccccccccccc} & & 1° & & 2° & & 3° & & \dots & & 9° & & 10° \\ S & = & 5 & + & 8 & + & 11 & + & \cdots & + & 29 & + & 32 \end{array}$$

$$S = \left(\frac{5+32}{\cancel{2}}\right) \overset{5}{\cancel{10}}$$

$$S = (37)5$$

$$S = \underline{\underline{185}}$$

SERIE NUMÉRICA

SERIES NOTABLES

Dentro de las Series más comunes podemos mencionar a las siguientes:

- SERIE DE LOS PRIMEROS NÚMEROS NATURALES

$$S = 1 + 2 + 3 + \cdots + (n-1) + n \longrightarrow \boxed{S = \frac{n(n+1)}{2}}$$

- SERIE DE LOS PRIMEROS NÚMEROS PARES

$$S = 2 + 4 + 6 + 8 + \cdots + 2n \longrightarrow \boxed{S = n(n+1)}$$

SERIE DE LOS PRIMEROS NÚMEROS IMPARES

$$S = 1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + (2n - 1) \longrightarrow \boxed{S = n^2}$$

SERIE DE LOS PRIMEROS NÚMEROS CUADRADOS

$$S = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \cdots + n^2 \longrightarrow \boxed{S = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}}$$

SERIE DE LOS PRIMEROS NÚMEROS CÚBICOS

$$S = 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \cdots + n^3 \longrightarrow \boxed{S = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2}$$

PROBLEMA 1

Marcia es una comerciante de un mercado que presta dinero a sus socios y anota lo que presta en una libreta. Si después de 40 días decide sacar la cuenta de cuánto ha prestado a sus socios llegando a anotar la siguiente sumatoria en su libreta:

$$S = \underbrace{3 + 8 + 13 + 18 + \cdots}_{40\ sumandos}$$

¿Cuánto fue lo que prestó?

Resolución:

$$-2 \quad \overbrace{3 + 8 + 13 + 18 + \cdots}^{\text{40 sumandos}}$$

$+5 \quad +5 \quad +5 \quad +5$

$$t_n = 5n - 2$$

$$t_{40} = 5(40) - 2$$

$$t_{40} = 198$$

$$S = \left(\frac{3 + 198}{\cancel{2}}\right)\overset{20}{\cancel{40}}$$

$$S = (201)20$$

$$S = 4020$$

$\therefore$ Prestó: $\underline{\underline{4020}}$

PROBLEMA 2

Calcule la suma de los 20 primeros números enteros positivos que son múltiplos de 9.

Recordemos:

$$S = \frac{n(n+1)}{2}$$

Resolución:

$$0 \quad \underbrace{9 + 18 + 27 + 36 + \cdots}_{\text{20 sumandos}}$$

$+9 \quad +9 \quad +9 \quad +9$

$$t_n = 9n$$
$$t_{20} = 9(20)$$
$$t_{20} = 180$$

$$S = \left(\frac{9 + 180}{\cancel{2}}\right)\cancel{20}^{10}$$

$$S = (189)10$$

$$S = 1890$$

Otra forma:

$$S = 9 + 18 + 27 + 36 + \cdots$$

$$S = 9(1 + 2 + 3 + 4 + \cdots + 20)$$

$$S = 9\left(\frac{20(21)}{2}\right) \rightarrow S = 9(210)$$

$$\therefore \; 1890$$

PROBLEMA 3

Halle el valor de la serie:

$$12 + 18 + 24 + 30 + \cdots + 186$$

Recordemos:

$$\boxed{S.A. = \left(\frac{t_1 + t_n}{2}\right)n}$$

Resolución:

$$\underset{}{6} \underbrace{\quad}_{+6} \overset{1°}{12} \underbrace{+}_{+6} \overset{2°}{18} \underbrace{+}_{+6} \overset{3°}{24} \underbrace{+}_{+6} \overset{4°}{30} + \overset{\ldots}{\cdots} + \overset{n°}{186}$$

$$t_n = 6n + 6$$

$$186 = 6n + 6$$

$$180 = 6n$$

$$30 = n$$

$$S = \left(\frac{12 + 186}{\cancel{2}}\right)\overset{15}{\cancel{30}}$$

$$S = (198)15$$

$$S = 2970$$

$$\therefore \quad 2970$$

PROBLEMA 4

Geovani es el papá de Ronald quien es profesor de Literatura. Geovani le propone a su hijo ir al cine pero le pone como condición un reto matemático que consiste en resolver el siguiente problema:

Efectúe:

$$2+4+6+8+\cdots+80$$

¿Cuál fue su respuesta?

Recordemos:

$$\boxed{S=n(n+1)}$$

Resolución:

1° 2° 3° 4° … n°

$$0 \quad \underbrace{\ }_{+2}\, 2+\underbrace{\ }_{+2}\, 4+\underbrace{\ }_{+2}\, 6+\underbrace{\ }_{+2}\, 8+\cdots+80$$

$$t_n=2n$$
$$80=2n$$
$$40=n$$

$$S=\left(\frac{2+80}{\cancel{2}}\right)\cancel{40}\ 20$$
$$S=(82)20$$
$$S=\underline{\underline{1640}}$$

Otra forma:

$$S=2+4+6+8+\cdots+80 \quad\rightarrow\quad n=40$$

$$S=40(41)$$
$$S=1640$$

$$\therefore\ \underline{\underline{1640}}$$

PROBLEMA 5

Ricardo se había comprado el álbum del mundial Rusia 2018 y para completarlo, decidió comprar figuritas de la siguiente manera: El primer día compró 1, el segundo día compro 3, el tercer día compró 5, el cuarto día compró 7 y así sucesivamente hasta que el último día compró 8 veces de lo que compró el tercer día, aumentado en 19. Podría usted decir, ¿cuántas figuritas compró en total Ricardo?

Recordemos:

$$\boxed{S = n^2}$$

Resolución:

1° 2° 3° 4° ... n°

$$-1 \quad \underbrace{1}_{+2} + \underbrace{3}_{+2} + \underbrace{5}_{+2} + \underbrace{7}_{+2} + \cdots + 59$$

$$\boxed{8(5) + 19}$$

$$t_n = 2n - 1$$

$$59 = 2n - 1$$

$$60 = 2n$$

$$30 = n$$

$$S = \left(\frac{1+59}{\cancel{2}}\right)\cancel{30}^{15}$$

$$S = (60)15$$

$$S = 900$$

Otra forma:

$$S = 1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + 59 \rightarrow n = 30$$

$$S = (30)^2$$

$$S = 900$$

$$\therefore \quad 900$$

PROBLEMA 6

El alumno Víctor al estar desarrollando su tarea semanal se confundió al resolver el siguiente problema:

Halle el valor de la serie:

$$\mathrm{H} = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \cdots + 20^2$$

Si la respuesta de Víctor fue de 10 unidades más que la correcta.

¿Cuál fue la respuesta de Víctor?

Resolución:

$$H = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \cdots + 20^2$$

$$\rightarrow \quad n = 20$$

Recordemos:

$$\boxed{S = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}}$$

Reemplazando:

$$\boldsymbol{H} = \frac{\overset{10}{\cancel{20}}(\overset{7}{\cancel{21}})(41)}{\underset{2}{\cancel{6}}}$$

$$\boldsymbol{H} = 70(41)$$

$$\rightarrow \boldsymbol{H} = 2870$$

Respuesta de Víctor:

$$\underbrace{2870 + 10}_{2880}$$

$$\therefore \quad 2880$$

PROBLEMA 7

Halle el valor de la serie:

$$N = 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \cdots + 10^3$$

Resolución:

$$N = 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \cdots + 10^3$$

$$\rightarrow \quad n = 10$$

Recordemos:

$$\boxed{S = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2}$$

Reemplazando:

$$N = \left(\frac{\overset{5}{\cancel{10}}(11)}{\cancel{2}}\right)^2$$

$$N = (55)^2 \quad \rightarrow \quad N = 3025$$

$$\therefore \; 3025$$

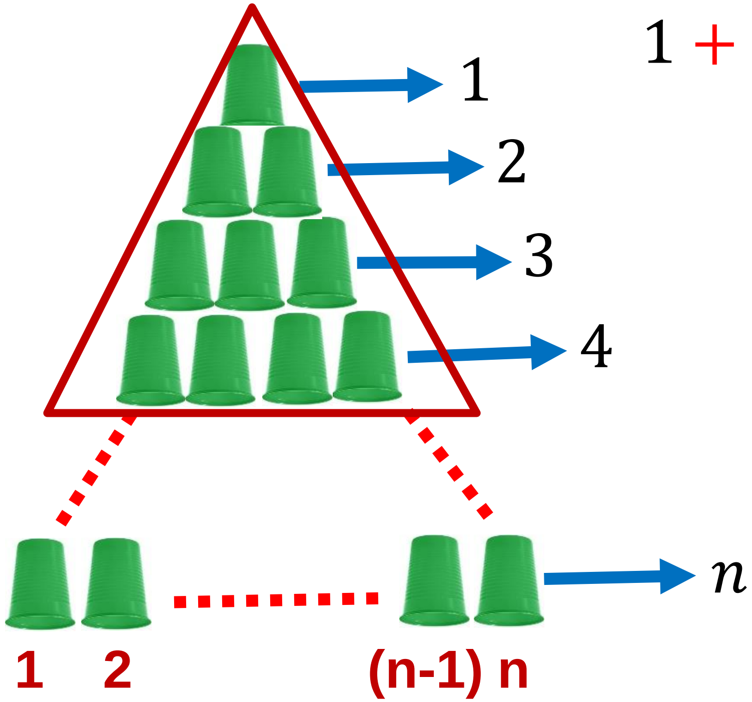
PROBLEMA 8

En una dinámica del aula del 1er año se ordenan 210 vasos en forma conveniente logrando formar un triángulo equilátero. ¿Cuántos vasos deben ubicarse en la base?

Recordemos:

$$\boxed{S = \frac{n(n+1)}{2}}$$

Resolución:



$$1 + 2 + 3 + 4 + \cdots + n = 210$$

$$\frac{n(n+1)}{2} = 210$$

$$\underset{20}{n}\underbrace{(n+1)}_{21} = 420$$

$$n = 20$$

$$\therefore \; 20$$