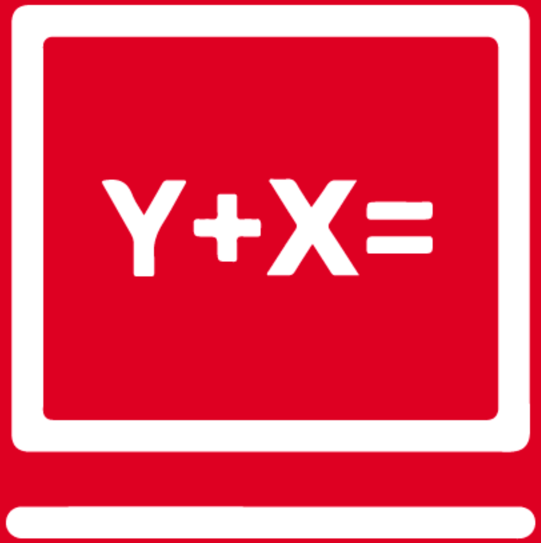
ARITHMETIC

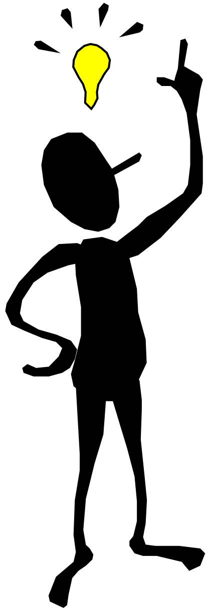
Chapter 23

3rd
SECONDARY



Probabilidad I

SACO OLIVEROS



En **1991** los matemáticos estadounidenses **Persi Diaconis** y **David Bayer** recurrieron a la computadora para estudiar este problema y comprobaron que **basta mezclar las cartas siete veces para que su distribución sea aleatoria dentro de una baraja de 52 naipes.** Esto quiere decir que cualquier carta tiene la misma probabilidad de encontrarse en cualquier posición. Mezclar las cartas más de siete veces es innecesario y menos de siete insuficiente.

Probabilidad

Nociones

Experimento Deterministico:

Se denomina experimento determinístico a aquella prueba o ensayo que bajo las mismas condiciones de experimentación presenta los mismos resultados.

Ejemplos

- Dejar caer un objeto de una altura de 1 m y hallar su velocidad de impacto.
- Colocar un punto en cada cara de un dado trucado y predecir el resultado que se obtiene al lanzarlo.

Experimento Aleatorio (ε):

Se denomina experimento aleatorio a toda prueba o ensayo cuyos resultado no pueden predecirse sin realizar previamente la prueba.

Ejemplos

ε_1: Al lanzar una moneda y al caer al piso puede mostrar “cara” o “sello”.

ε_2: Al lanzar un dado puede mostrar en su cara superior 1; 2; 3; 4; 5 o 6.

ε_3: El último dígito del número que saldrá premiado en la lotería puede ser 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9 o 0.

Espacio muestral (Ω)

Se llama espacio muestral al conjunto de todos los resultados posibles de un experimento aleatorio.
De los ejemplos anteriores:

Ω_1 = {cara, sello}
Ω_2 = {1; 2; 3; 4; 5; 6}
Ω_3 = {1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 0}

Evento o suceso

Un evento o suceso es cualquier subconjunto de un espacio muestral. Se denotan con las primeras letras mayúsculas de nuestro alfabeto.
De los ejemplos iniciales:

A_1: El resultado muestra cara.
→ A_1= {cara}
A_2: El resultado sea un número primo.
→ A_2= {2, 3, 5}
A_3: El resultado sea un número impar.
→ A_3= {1, 3, 5, 7, 9}

Observación:

Dentro de las operaciones entre sucesos se considera algunas notaciones particulares como:

Ω: Se llama suceso seguro (siempre ocurre).

Ejemplo: Elegir un estudiante del aula que sea humano.

$\varnothing$: Se le llama suceso imposible (nunca ocurre).

Ejemplo: *Sacar una carta de una baraja y obtener 0.*

$\{x\}$: *Se le llama suceso elemental (solo tiene* un resultado).

Sucesos mutuamente excluyentes

Dados dos sucesos A y B se dice que ellos son mutuamente excluyentes si y solo si $A \cap B = \varnothing$.

Ejemplo:

En una caja se tiene 5 paquetes de galletas, 3 de soda y 2 de vainilla, del cual se extrae un paquete.

Sucesos independientes

Dados los sucesos A y B se dice que ellos son independientes si la ocurrencia de A no afecta al hecho de que ocurra simultáneamente o sucesivamente B.

Ejemplo:

Se lanza una moneda cuatro veces y se observa el resultado.

Definición clásica de Probabilidad

Si A es un suceso de un espacio muestral Ω, entonces la probabilidad de ocurrencia de A, el cual denotaremos P[A], está dada por la relación:

$$\mathrm{P(A)}=\frac{\mathrm{n(A)}}{n(\Omega)} \vee \mathrm{P(A)}=\frac{\text{N}^{\text{o}}\text{ de casos favorables}}{\text{N}^{\text{o}}\text{ de casos posibles}}$$

Ejemplo:

Determine la probabilidad de obtener un numero par al lanzar un dado.

Ω={1;2;3;4;5;6} → n(Ω)=6

A: Obtener numero par

A={2;4;6} → n(A)=3

$$\mathrm{P(A)}=\frac{\mathrm{n(A)}}{n(\Omega)}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}=0,5$$

1. Calcule la probabilidad de obtener 2 caras y un sello al lanzar tres monedas simultáneamente.

RESOLUCIÓN:

 y  y 

Calculo del espacio muestral: $n(\Omega) = 2 \times 2 \times 2 = 8$

El evento: $A = \{CCS, CSC, SCC\}$

Calculo del evento: $n(A) = 3$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3}{8}$$

Rpta:	$P(A) = 3/8$

2. Se lanza un dado acompañado de una moneda. Calcule la probabilidad de obtener puntaje no menor de 3 y acompañado de cara en la moneda.

RESOLUCIÓN:

 y 

Calculo del espacio muestral: $n(\Omega) = 6 \times 2 = 12$

El evento: $A = \{(3;C);(4;C);(5;C);(6;C)\}$

Calculo del evento: $n(A) = 4$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{\cancel{4}}{\cancel{12}} = \frac{1}{3}$$

Rpta:	$P(A) = 1/3$

3. En una habitación se encuentran 4 mujeres y 5 hombres, 2 de los cuales deben recibir un premio por sorteo. ¿Cuál es la probabilidad de que los ganadores sean un hombre y una mujer?

RESOLUCIÓN:

Calculo del espacio muestral: $n(\Omega) = C_2^9 = \frac{9 \cdot \cancel{8}^{4}}{\cancel{2 \cdot 1}} = 36$

Calculo del evento: $n(A) = C_1^4 \times C_1^5 = 4 \times 5 = 20$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{\cancel{20}}{\cancel{36}} = \frac{5}{9}$$

Rpta: P(A)= 5/9

4. En una caja se tienen 5 bolas rojas y 3 blancas; se extraen 2 bolas al azar una tras otra. ¿Cuál es la probabilidad de que sean blancas?

RESOLUCIÓN:

En la caja hay: 5 bolas rojas y 3 bolas blancas = 8 en total

Sean los eventos:

A: La 1ra bola extraída es blanca

$P(A) = \frac{3}{8}$

B: La 2da bola extraída es blanca

$P(B) = \frac{2}{7}$

$$P(A \cap B) = \frac{3}{\cancel{8}_{4}} \times \frac{\cancel{2}}{7} = \frac{3}{28}$$

Rpta:	$P(A \cap B) = 3/28$

5. Al lanzar dos dados simultáneamente. ¿Cuál es la probabilidad de obtener dos números cuyo producto sea mayor que 20?

RESOLUCIÓN:

 y 

Calculo del espacio muestral: $n(\Omega) = 6 \times 6 = 36$

El evento: $A = \{(4;6);(5;5);(5;6);(6;4);(6;5);(6;6)\}$

Calculo del evento: $n(A) = 6$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{\cancel{6}}{\cancel{36}} = \frac{1}{6}$$

Rpta:	$P(A) = 1/6$

6. Tres hermanas van a cenar con tres amigos. Si todos se sientan alrededor de una mesa circular con seis asientos, ¿cuál es la probabilidad de que las hermanas estén siempre juntas?

RESOLUCIÓN:

Calculo del espacio muestral: $n(\Omega) = Pc(6) = 5! = 120$

Calculo del evento: $n(A) = Pc(4) \times 3! = 3! \times 3! = 36$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{\cancel{36}}{\cancel{120}} = \frac{3}{10}$$

Rpta:	P(A)= 3/10

7. De un total de 52 cartas se extraen 2 a la vez. ¿Cuál es la probabilidad de que dichas cartas sean espadas?

RESOLUCIÓN:

Calculo del espacio muestral: $n(\Omega) = C_2^{52} = \dfrac{\overset{26}{\cancel{52}} \cdot 51}{\cancel{2 \cdot 1}} = 1326$

Calculo del evento: $n(A) = C_2^{13} = \dfrac{13 \cdot \overset{6}{\cancel{12}}}{\cancel{2} \cdot 1} = 78$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{\cancel{78}}{\cancel{1326}} = \frac{1}{17}$$

Rpta:	$P(A) = 1/17$

8. En una urna José ha puesto 8 dulces de chocolate y 12 dulces de vainilla. Por el día de San Valentín José le propone a su novia que si logra sacar de la urna primero un dulce de chocolate y luego un dulce de vainilla, en ese orden, entonces la sacará a bailar. ¿Qué probabilidad tiene la novia de José que éste la saque a bailar?

RESOLUCIÓN:

En la urna hay: 8 de chocolates y 12 de vainillas = 20 en total

Sean los eventos:

A: El 1er dulce es de chocolate $P(A) = \frac{8}{20}$

B: El 2do dulce es de vainilla $P(B) = \frac{12}{19}$

$$P(A \cap B) = \frac{8}{\cancel{20}_{5}} \times \frac{\cancel{12}^{3}}{19} = \frac{24}{95}$$

Rpta	$P(A \cap B) = 24/95$