ARITHMETIC

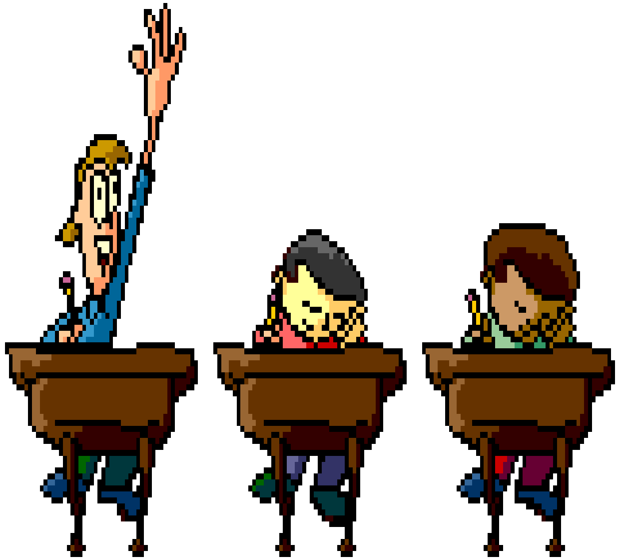
Chapter 9

4°GRADE OF SECONDARY

Divisibilidad I

SACO OLIVEROS

120 alumnos participaron del viaje de promoción, de los cuales, de las alumnas mujeres se observo que 5/9 llevaron cámara fotográfica, 4/15 fueron acompañadas al viaje por un familiar y 9/10 viajaban por primera vez a dicha ciudad. ¿Cuántos alumnos varones participaron del viaje?



$$H + M = 120$$

$$M = \overset{\circ}{9}$$

$$M = \overset{\circ}{15}$$

$$M = \overset{\circ}{10}$$

$$M = \overset{\circ}{\overline{MCM(10,15,9)}}$$

$$M = \overset{\circ}{90}$$

$$\boldsymbol{M = 90}$$

$$\boldsymbol{H = 30}$$

TEORÍA DE LA DIVISIBILIDAD

En general:

$$\begin{array}{r|l} A & B \\ \hline 0 & k \end{array}$$

Donde: $\boxed{A = B\ x\ k}$

$A \in \mathbb{Z}; B \in \mathbb{Z}+; k \in \mathbb{Z}$

MÓDULO

Notación:

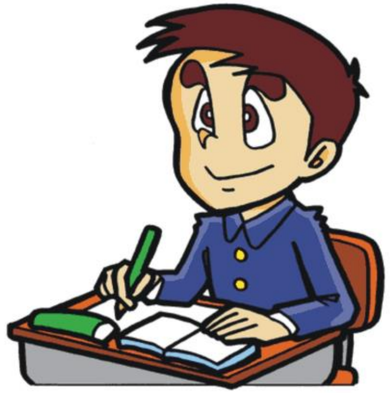
$$\boxed{A = \overset{\circ}{B} = \overline{\overset{\circ}{B}} = Bk}$$

"A *es múltiplo de* B"

"A *es divisible entre* B"

"B *es divisor de* A"

"B *es factor de* A"



Para números no divisibles

Por defecto

$$\begin{array}{l|l} A & B \\ \cline{2-2} r_d & k \end{array}$$

$$A = Bk + r_d$$

$$A = \overset{\circ}{B} + r_d$$

Por exceso

$$\begin{array}{l|l} A & B \\ \cline{2-2} r_e & (k+1) \end{array}$$

$$A = B(k+1) - r_e$$

$$A = \overset{\circ}{B} - r_e$$

Donde:

$$\boxed{A = \overset{\circ}{B} + r_d = \overset{\circ}{B} - r_e}$$

Ejm

Por defecto

$$\begin{array}{l|l} 39 & 5 \\ \cline{2-2} 4 & 7 \end{array}$$

$$39 = 5x7 + 4$$

$$39 = \overset{\circ}{5} + 4$$

Por exceso

$$\begin{array}{l|l} 39 & 5 \\ \cline{2-2} 1 & (7+1) \end{array}$$

$$39 = 5x8 - 1$$

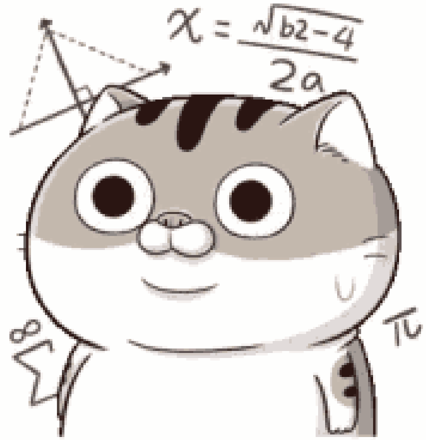
$$39 = \overset{\circ}{5} - 1$$

$$\boxed{\overset{\circ}{5} + 4 = \overset{\circ}{5} - 1}$$

Principios fundamentales

- $\overset{\circ}{n}+\overset{\circ}{n}+\ldots+\overset{\circ}{n}=\overset{\circ}{n}$
- $\overset{\circ}{n}-\overset{\circ}{n}=\overset{\circ}{n}$
- $\overset{\circ}{n}^{k}=\overset{\circ}{n},\forall k\in Z^{+}$
- $\overset{\circ}{n}k=\overset{\circ}{n}$
- Si $23a=\overset{\circ}{5}\rightarrow a=\overset{\circ}{5}$, Obs.: $23\neq\overset{\circ}{5}$

- $(\overset{\circ}{n}+r)^{k}=\overset{\circ}{n}+r^{k}$
- $(\overset{\circ}{n}-r)^{k}=\begin{cases}\overset{\circ}{n}+r^{k}\leftrightarrow k:\text{par}\\ \overset{\circ}{n}-r^{k}\leftrightarrow k:\text{impar}\end{cases}$
- $(\overset{\circ}{n}+a)(\overset{\circ}{n}+b)\ldots(\overset{\circ}{n}+p)=\overset{\circ}{n}+a\times b\times\ldots\times p$



- ✓ **Si un numero es múltiplo de cierto módulo, será múltiplo de cualquiera de los divisores de dichos números**

Si $A = \overset{\circ}{35} \rightarrow A = \begin{cases} \overset{\circ}{1} \\ \overset{\circ}{5} \\ \overset{\circ}{7} \\ \overset{\circ}{35} \end{cases}$

- ✓ **Si un numero es múltiplo de varios módulos será múltiplo del (m.c.m) de dichos números**

$$B = \overset{\circ}{12}$$
$$B = \overset{\circ}{15}$$
$$B = \overset{\circ}{6}$$
$$B = MCM(\overset{\circ}{12}, \overset{\circ}{15}, \overset{\circ}{6})$$
$$B = \overset{\circ}{60}$$

1.

De la secuencia del 1 al 800

- ¿cuántos son múltiplos de 4?
- ¿cuántos son múltiplos de 7?
- ¿cuántos son múltiplos de 6 pero no de 5?

Dé como respuesta la suma de los resultados

Resolution:

* **Para 4**

$$\overset{\circ}{4} \leq 800$$
$$4k \leq 800$$
$$k \leq 200$$

* **Para 7**

$$\overset{\circ}{7} \leq 800$$
$$7k \leq 800$$
$$k \leq 114{,}3$$

* **Para 6**

$$\overset{\circ}{6} \leq 800$$
$$6k \leq 800$$
$$k \leq 133{,}3$$

* **Para 30**

$$\overset{\circ}{30} \leq 800$$
$$30k \leq 800$$
$$k \leq 26{,}7$$

$$133 - 26 = 107$$

$$\therefore\ 200 + 114 + 107 = \boxed{421}$$

2. ¿Cuántos múltiplos de 7, terminados en 4 existen entre el 115 y 993?

Resolution:

$$115 < \overbrace{\underbrace{119}_{7\times 17};\underbrace{126}_{7\times 18};\ldots\ldots;\underbrace{987}_{7\times 141};}^{\overset{\circ}{7}} < 993$$

donde: $\boxed{7 \times \ldots 2 = \ldots 4}$

17;...;22;...;32;...;42;...;132;...;141

$\therefore$ 22;32;42;...;132 = $\boxed{12}$

3.

Reduzca

$$F = (\overset{\circ}{13} + 2)^3(13 - \overset{\circ}{6}) + (13 + 4)^2(\overset{\circ}{13} - 2)(13 + \overset{\circ}{1})$$

Resolution:

$$(\overset{\circ}{13}+8)(\overset{\circ}{13}-6) + (\overset{\circ}{13}+16)(\overset{\circ}{13}-2)(\overset{\circ}{13}+1)$$

$$(\overset{\circ}{13}-48) + (\overset{\circ}{13}-32)$$

$$\overset{\circ}{13}-48+\overset{\circ}{13}-32$$

$$\overset{\circ}{13}-80 = \overset{\circ}{13}-2$$

$\therefore$ **Se reduce a:** $\overset{\circ}{13}+11$

4. **En una división inexacta, el divisor es $\overset{\circ}{11} + 4$ y el cociente es $\overset{\circ}{11} + 9$. ¿Cómo tiene que ser el dividendo si el residuo es un 11 + 10?**

Resolution:

$$\boxed{D = dq + r}$$

Reemplazamos

$$D=(\overset{\circ}{11}+4)(\overset{\circ}{11}+9)+(\overset{\circ}{11}+10)$$

$$(\overset{\circ}{11}+36) + (\overset{\circ}{11}+10)$$

$$\overset{\circ}{11}+46$$

$$\overset{\circ}{11}+44+2$$

$$\boxed{D = \overset{\circ}{11}+2}$$

5. Si $\overline{abcd}$ es divisible por 73 y $\overline{cd} = 3\overline{ab} + 1$, halle el valor de a + b + c + d.

Resolution:

Datos: $\overline{cd} = 3(\overline{ab}) + 1$

$$\overline{abcd} = \dot{73}$$

$$100(\overline{ab}) + \overline{cd} = \dot{73}$$

$$100(\overline{ab}) + \overbrace{3(\overline{ab}) + 1}^{\overline{cd}} = \dot{73}$$

$$\underbrace{103}_{\dot{73}+30}(\overline{ab}) + 1 = \dot{73}$$

$$(\dot{73} + 30)(\overline{ab}) + 1 = \dot{73}$$

$$\dot{73} + 30(\overline{ab}) + 1 = \dot{73}$$

$$30(\underbrace{\overline{ab}}_{17}) + 1 = \dot{73}$$

$$\overline{cd} = 30(17) + 1$$

$$\overline{cd} = 52$$

$$a = 1\ ;\ b = 7\ ;\ c = 5\ ;\ d = 2$$

$$\therefore\ \boxed{a+b+c+d = 15}$$

6. **En un congreso participaron 600 personas. De los asistentes varones se observó que 3/7 eran abogados, los 4/9 eran médicos y los 2/5 eran economistas. ¿Cuántas damas asistieron al congreso?**

Resolution:

Total: 600

Varones: $\dot{7}$, $\dot{9}$, $\dot{5}$

$$\text{Varones} = \overset{0}{\overline{\text{mcm}(7;9;5)}}$$

$$\text{Varones} = \overset{0}{\overline{315}}$$

$$\text{Varones} = 315k < 600$$

$$\text{Varones} = 315$$

DATO :

$$\text{Varones} + \text{Mujeres} = 600$$

$$315 + \text{Mujeres} = 600$$

$$\text{Mujeres} = 285$$

Asistieron 285 Damas

7. **Halle el residuo que se obtiene al dividir 688^{857} entre 7.**

Resolution:

$$688^{857} = (\overset{\circ}{7} + 2)^{857}$$

$$= \overset{\circ}{7} + 2^{857}$$

$$= \overset{\circ}{7} + (2^3)^{285} . 2^2$$

$$= \overset{\circ}{7} + (\overset{\circ}{7} + 1)^{285} . 2^2$$

$$= \overset{\circ}{7} + (\overset{\circ}{7} + 1) . 4$$

$$= \overset{\circ}{7} + \overset{\circ}{7} + 4$$

$$= \overset{\circ}{7} + 4$$

El residuo es 4

8. Si $\overline{ab}^{a} = \overset{\circ}{9} + 4$; $\overline{ab}^{b} = \overset{\circ}{9} + 5$ halle el residuo que se obtiene al dividir $\overline{ab}^{\overline{ab}}$ entre 9.

Resolution:

$$\overline{ab}^{a} = \overset{\circ}{9} + 4$$

$$\overline{ab}^{b} = \overset{\circ}{9} + 5$$

$$\overline{ab}^{\overline{ab}} = (\overline{ab})^{10a+b} = (\overline{ab})^{10a}(\overline{ab})^{b}$$

$$= (\overline{ab}^{a})^{10}(\overline{ab})^{b}$$

$$= (\overset{\circ}{9} + 4)^{10}(\overset{\circ}{9} + 5)$$

$$= (\overset{\circ}{9} + 4)(\overset{\circ}{9} + 5)$$

$$= \overset{\circ}{9} + 20$$

$$= \overset{\circ}{9} + 2$$

Residuo = 2