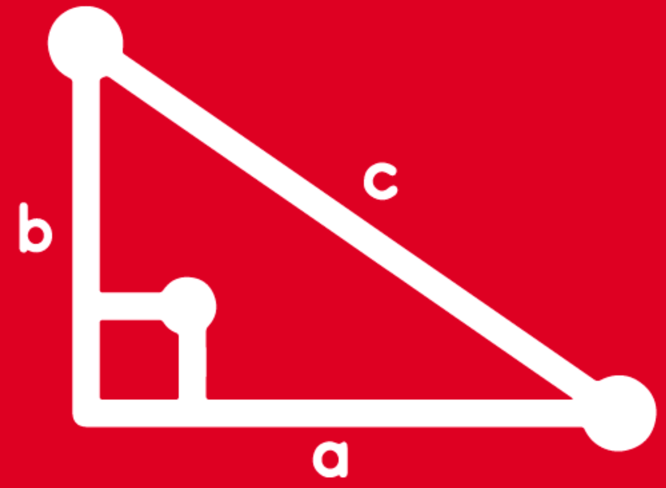
TRIGONOMETRY

Chapter 15



2nd
SECONDARY

RAZONES TRIGONOMÉTRICA DE UN ÁNGULO EN POSICIÓN NORMAL I

SACO OLIVEROS

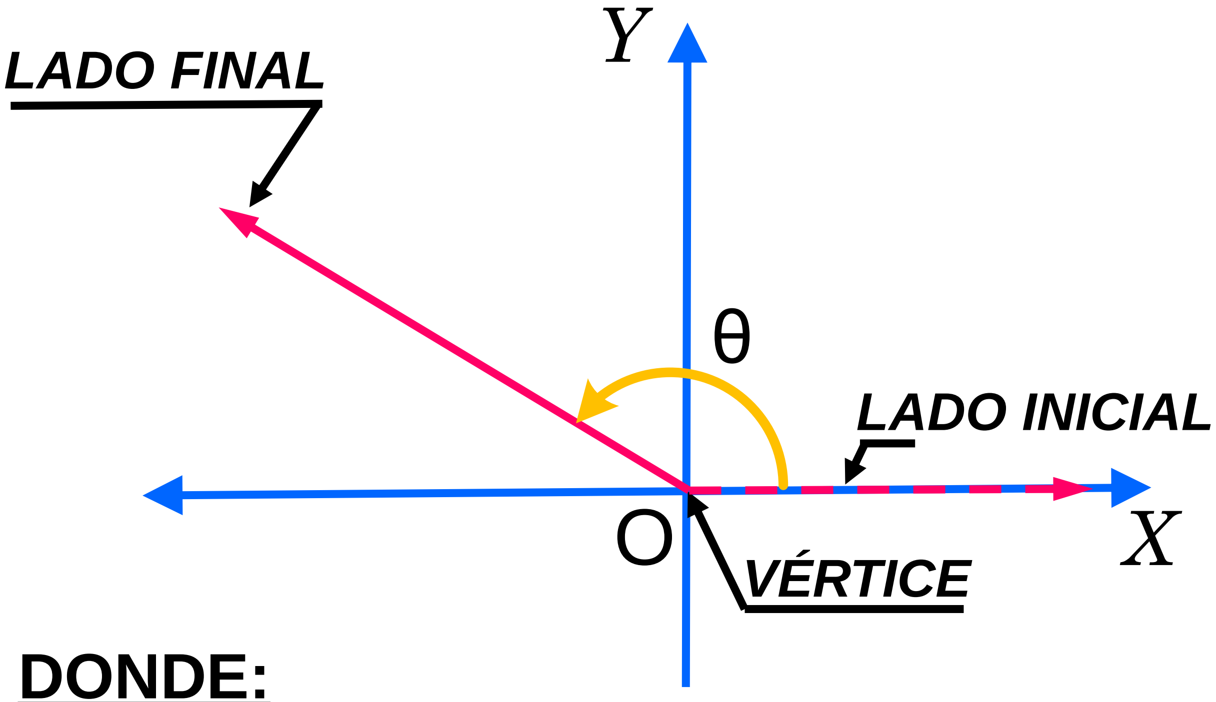

Ser
GRANDE
no es una cuestión
*** DE TAMAÑO ***
SINO DE
ACTITUD
www.frasescortasdesuperacion.com

ÁNGULO EN POSICIÓN NORMAL

Son aquellos ángulos trigonométricos cuyo vértice está en el origen de coordenadas y su lado inicial coincide con el semieje positivo de las abscisas, y su lado final puede ubicarse en cualquier cuadrante o semieje del plano cartesiano.

NOTA

Tenemos ángulos positivos y negativos. según el sentido de giro



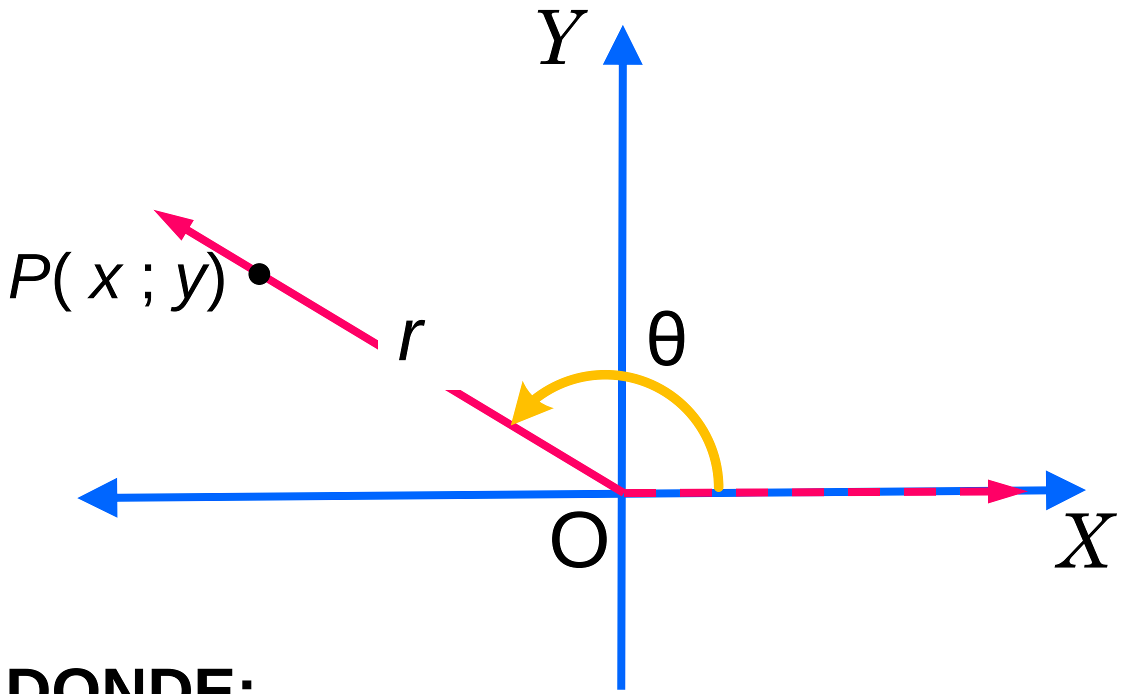
DONDE:

θ: medida del ángulo en posición normal

OBSERVACIÓN

La posición del lado final del ángulo en posición normal determina el cuadrante al que pertenece.

DEFINICIÓN DE LAS R.T PARA UN ÁNGULO EN POSICIÓN NORMAL



NOTA: $r = \sqrt{x^2 + y^2}$; $r > 0$

SE DEFINE:

$$\text{sen}\theta = \frac{\text{ordenada del punto P}}{\text{radio vector del punto P}} = \frac{y}{r}$$

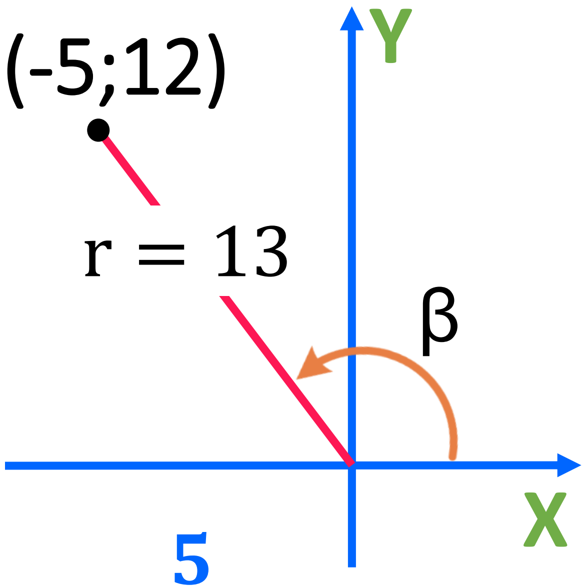
$$\cos\theta = \frac{\text{abscisa del punto P}}{\text{radio vector del punto P}} = \frac{x}{r}$$

$$\tan\theta = \frac{\text{ordenada del punto P}}{\text{abscisa del punto P}} = \frac{y}{x}$$

DONDE:

x: abscisa del punto P
y: ordenada del punto P
r: radio vector del punto P

1 Complete los casilleros en blanco.



$$\text{sen}\beta = \boxed{\frac{12}{13}}$$

$$\cos\beta = \boxed{\frac{-5}{13}} = -\frac{5}{13}$$

$$\tan\beta = \boxed{\frac{12}{-5}} = -\frac{12}{5}$$

RESOLUCIÓN

- Calculando el radio vector

$$\boxed{r = \sqrt{(x)^2 + (y)^2}}$$

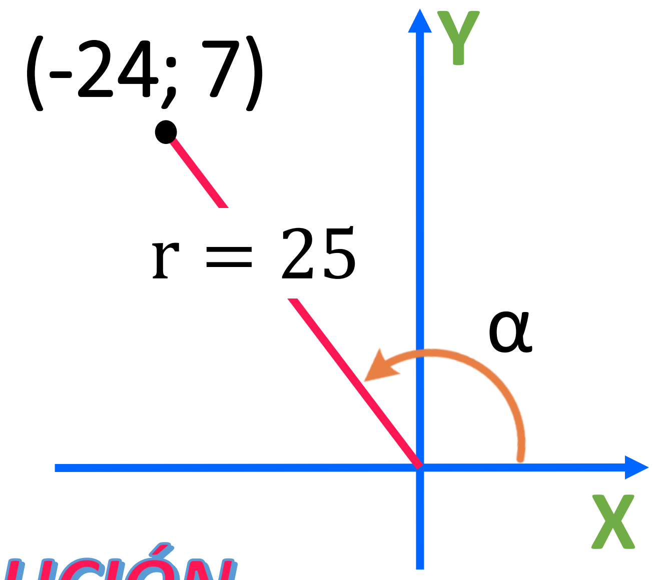
$$r = \sqrt{(-5)^2 + 12^2}$$

$$r = \sqrt{125 + 144}$$

$$r = \sqrt{169}$$

$$r = 13$$

2 Del gráfico, efectúe
$E = \operatorname{sen}\alpha + \cos\alpha$



RESOLUCIÓN

- Calculando el radio vector

$$r = \sqrt{(x)^2 + (y)^2}$$

$$r = \sqrt{(-24)^2 + 7^2}$$

$$r = \sqrt{576 + 49}$$

$$r = \sqrt{625} \quad \Rightarrow \quad r = 25$$

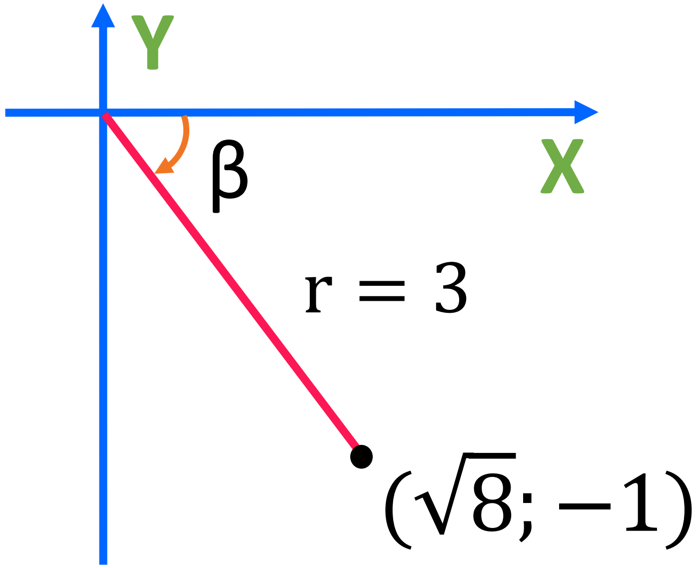
$x = -24$	$y = 7$	$r = 25$

Piden: $E = \operatorname{sen}\alpha + \cos\alpha$

$$E = \frac{7}{25} + \frac{-24}{25}$$

$$\therefore E = -\frac{17}{25}$$

3 Del gráfico, efectúe $M = \tan\beta.\cos\beta$



RESOLUCIÓN

- Calculando el radio vector

$$r = \sqrt{(x)^2 + (y)^2}$$

$$r = \sqrt{(\sqrt{8})^2 + (-1)^2}$$

$$r = \sqrt{8+1}$$

$$r = \sqrt{9} \qquad \Rightarrow r = 3$$

$x = \sqrt{8}$	$y = -1$	$r = 3$

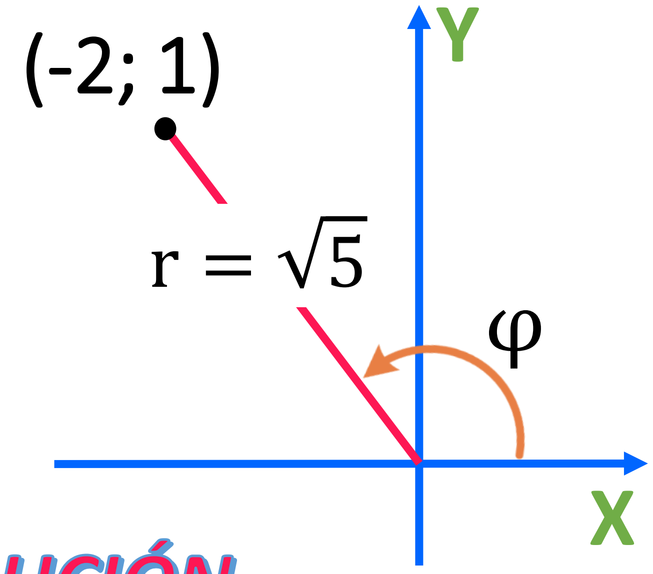
Piden: $M = \tan\beta.\cos\beta$

$$\Rightarrow M = \left(\frac{-1}{\cancel{\sqrt{8}}}\right)\left(\frac{\cancel{\sqrt{8}}}{3}\right)$$

$$\therefore \boxed{E = -\frac{1}{3}}$$

4 Del gráfico, efectúe

$N = \cos^2\varphi - \text{sen}^2\varphi$



RESOLUCIÓN

- Calculando el radio vector

$$r = \sqrt{(x)^2 + (y)^2}$$

$$r = \sqrt{(-2)^2 + 1^2}$$

$$r = \sqrt{4 + 1}$$

$$r = \sqrt{5}$$

$x = -2$	$y = 1$	$r = \sqrt{5}$

Piden: $N = \cos^2\varphi - \text{sen}^2\varphi$

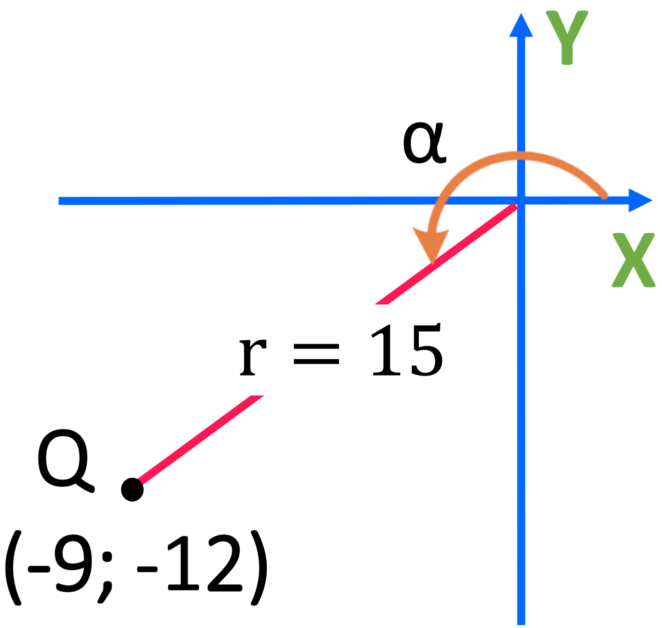
$$N = \left(\frac{-2}{\sqrt{5}}\right)^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2$$

$$N = \left(\frac{4}{5}\right) - \left(\frac{1}{5}\right)$$

$$\therefore N = \frac{3}{5}$$

5 Si el punto Q(−9; −12) pertenece el lado final del ángulo α en posición normal. Calcule: B = 30senα − 27tanα .

RESOLUCIÓN



• Calculando el radio vector

$$\boxed{r = \sqrt{(x)^2 + (y)^2}}$$

$$r = \sqrt{(-9)^2 + (-12)^2}$$

$$r = \sqrt{81 + 144}$$

$$r = \sqrt{225}$$

$$r = 15$$

x = – 9	y = – 12	r = 15

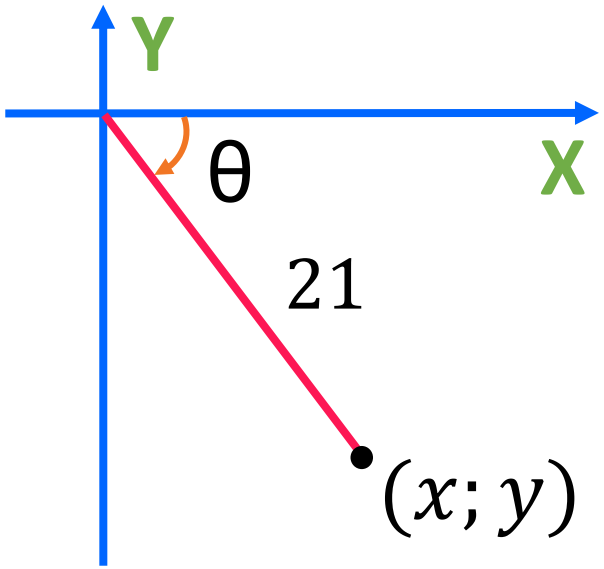
Piden: B = 30senα − 27tanα

$$B = \cancel{30}^{\,2}\left(\frac{-12}{\cancel{15}}\right) - \cancel{27}^{\,3}\left(\frac{-12}{\cancel{-9}}\right)$$

$$B = -24 - 36$$

$$\therefore B = -60$$

6 Del gráfico, halle el valor de "y", si $\operatorname{sen}\theta = -\frac{3}{7}$



RESOLUCIÓN

- Del gráfico:

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{y}{21} \quad \text{............(I)}$$

- Del dato:

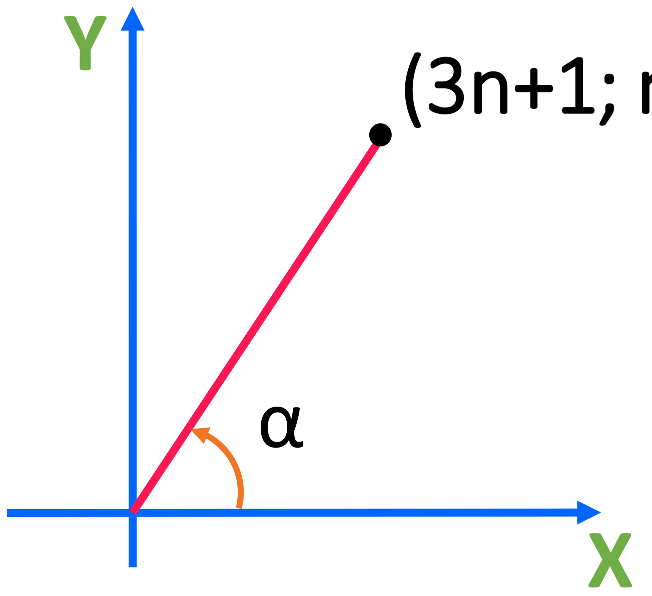
$$\operatorname{sen}\theta = -\frac{3}{7} \quad \text{............(II)}$$

De (I) y (II):

$$\frac{y}{\underset{3}{\cancel{21}}} = -\frac{3}{\cancel{7}}$$

$\therefore$ $y = -9$

7 Del gráfico, si $\tan\alpha = \frac{1}{2}$ halle el valor de n.



RESOLUCIÓN

- Del gráfico:

$$\tan\alpha = \frac{n+1}{3n+1} \quad \text{............(I)}$$

- Del dato:

$$\tan\alpha = \frac{1}{2} \quad \text{............(II)}$$

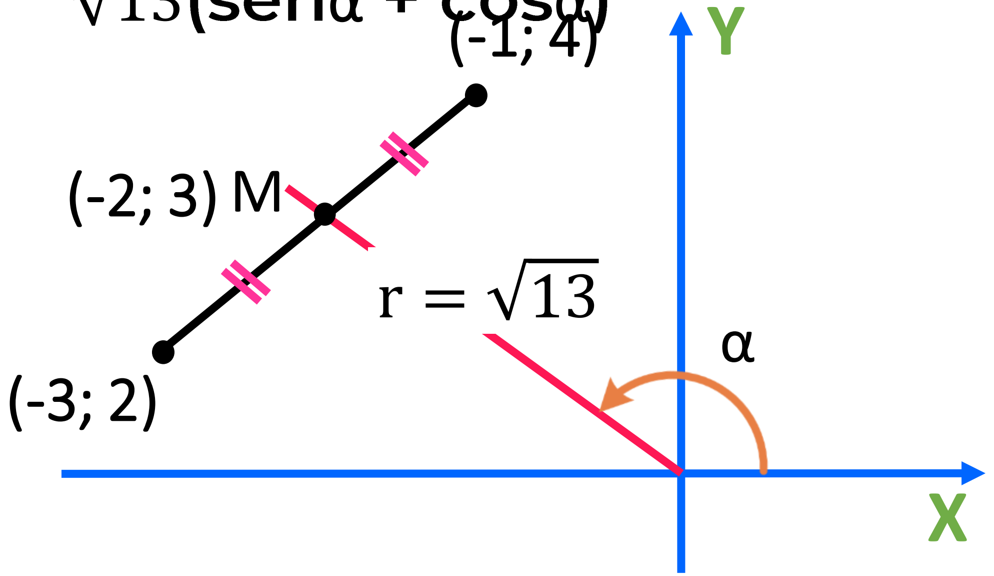
De (I) y (II):

$$\frac{n+1}{3n+1} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2n+2 = 3n+1$$

$$\therefore \boxed{n=1}$$

8

Para saber cuál fue la nota de André en su examen de trigonometría, deberás resolver lo siguiente: A = $\sqrt{13}$(senα + cosα)



Sabiendo que le falta A puntos para llegar a la nota 20, ¿cuál fue la nota de André?

RESOLUCIÓN

- Calculando las coordenadas del punto M

$$M\begin{cases} x = \dfrac{-3-1}{2} = -2 \\ y = \dfrac{4+2}{2} = 3 \end{cases} \Rightarrow M = (-2;3)$$

- Calculando radio vector de M :

$$\boxed{r = \sqrt{(x)^2 + (y)^2}} \Rightarrow r = \sqrt{(-2)^2 + 3^2} = \sqrt{13}$$

x = – 2	y = 3	r = $\sqrt{13}$

- Nos piden: A = $\sqrt{13}$ (senα + cosα)

$$\Rightarrow A = \cancel{\sqrt{13}}\left(\frac{3}{\cancel{\sqrt{13}}} + \left(\frac{-2}{\cancel{\sqrt{13}}}\right)\right) \Rightarrow A = 1$$

∴ André tuvo 19 de nota