ALGEBRA

3th
SECONDARY

ASESORIA ACADÉMICA
TOMO 3

SACO OLIVEROS

Problema 1

Obtenga el resultado de

$$P=\frac{(9a+8b)^2-(9a-8b)^2}{(4a+3b)^2-(4a-3b)^2}$$

Recordemos:

IDENTIDAD DE LEGENDRE:

$$(a+b)^2+(a-b)^2=2\left(a^2+b^2\right)$$

$$(a+b)^2-(a-b)^2=4ab$$

Resolución:

$$P=\frac{(\underline{9a}+\underline{8b})^2-(\underline{9a}-\underline{8b})^2}{(\underline{4a}+\underline{3b})^2-(\underline{4a}-\underline{3b})^2}$$

$$P=\frac{\cancel{4}(9\cancel{a})(8\cancel{b})}{\cancel{4}(4\cancel{a})(3\cancel{b})}$$

$$P=\frac{{}^{3}(\cancel{9})(\cancel{8})^{2}}{{}_{1}(\cancel{4})(\cancel{3})_{1}}$$

$$\boxed{\therefore \quad P=6}$$

Respuesta: 6

Problema 2

Si $a - b = 5$ **y** $ab = 10$

calcule $a^3 - b^3$.

Recordemos:

IDENTIDAD DE CAUCHY:

$$\boxed{(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)}$$

$$\boxed{(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)}$$

Resolución:

$$\underbrace{(a-b)}^3 = a^3 - b^3 - \underbrace{3ab}\underbrace{(a-b)}$$

$$(5)^3 = a^3 - b^3 - (10)(5)$$

$$125 = a^3 - b^3 - 150$$

$$\boxed{\therefore \quad a^3 - b^3 = 275}$$

Respuesta: 275

Problema 3

Obtenga el resultado de

$$P = (x + 2^2)(x - 2^2)(x^2 + 2^4)(x^4 + 2^8) - x^8$$

Recordemos:

DIFERENCIA DE CUADRADOS:

$$\boxed{(a + b)(a - b) = a^2 - b^2}$$

Resolución:

$$P = \underline{(x + 2^2)(x - 2^2)}(x^2 + 2^4)(x^4 + 2^8) - x^8$$

$$P = \underline{(x^2 - 2^4)(x^2 + 2^4)}(x^4 + 2^8) - x^8$$

$$P = \underline{(x^4 - 2^8)(x^4 + 2^8)} - x^8$$

$$P = \cancel{x^8} - 2^{16} - \cancel{x^8}$$

$$\boxed{\therefore \quad P = -2^{16}}$$

Respuesta: -2^{16}

Problema 4

Simplifique

$$Q=(x-7)(x+1)-(x+3)(x-6)+3(2x-5)-3x$$

Recordemos:

IDENTIDAD DE STEVEN:

$$\boxed{(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab}$$

Resolución:

$$Q=\underline{(x-7)(x+1)}-\underline{(x+3)(x-6)}+3(2x-5)-3x$$

$$Q=(x^2-6x-7)-(x^2-3x-18)+6x-15-3x$$

$$Q=\cancel{x^2}\cancel{-6x}\underline{-7}\cancel{-x^2}\cancel{+3x}\underline{+18}\cancel{+6x}\underline{-15}\cancel{-3x}$$

$$\boxed{\therefore\quad Q=-4}$$

Respuesta: -4

Problema 5

Si $x + y + z = 0$ ***, determine***

$$Q = \frac{-12x^2 - 12y^2 - 12z^2}{8xy + 8yz + 8xz}$$

Recordemos:

IGUALDADES CONDICIONALES:

$Si: \quad a + b + c = 0$

$$\boxed{a^2 + b^2 + c^2 = -2(ab + bc + ac)}$$

Resolución:

$$x + y + z = 0 \Rightarrow \boxed{x^2 + y^2 + z^2 = -2(xy + yz + xz)}$$

$$Q = \frac{-12x^2 - 12y^2 - 12z^2}{8xy + 8yz + 8xz} = \frac{-12(x^2 + y^2 + z^2)}{8(xy + yz + xz)}$$

$$Q = \frac{-12[-2\cancel{(xy + yz + xz)}]}{8\cancel{(xy + yz + xz)}} = \frac{24}{8}$$

$$\boxed{\therefore \quad Q = 3}$$

Respuesta: 3

Problema 6

Reduzca

$$R = \frac{x^3 - 27}{x^2 + 3x + 9} - \frac{x^3 + 27}{x^2 - 3x + 9}$$

Recordemos:

SUMA Y DIFERENCIA DE CUBOS:

$$\boxed{a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)}$$

$$\boxed{a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)}$$

Resolución:

$$T = \frac{x^3 - 27}{x^2 + 3x + 9} - \frac{x^3 + 27}{x^2 - 3x + 9}$$

$$T = \frac{x^3 - 3^3}{x^2 + 3x + 3^2} - \frac{x^3 + 3^3}{x^2 - 3x + 3^2}$$

$$T = \frac{(x-3)\cancel{(x^2 + 3x + 3^2)}}{\cancel{x^2 + 3x + 3^2}} - \frac{(x+3)\cancel{(x^2 - 3x + 3^2)}}{\cancel{x^2 - 3x + 3^2}}$$

$$T = (x-3) - (x+3)$$

$$T = \cancel{x} - 3 - \cancel{x} - 3$$

$$\boxed{\therefore \quad T = -6}$$

Respuesta: -6

Problema 7

Calcule la suma de coeficientes del cociente de

$$\frac{8x^5+14x^4+5x^3+16x^2+3x-2}{4x^2+x+3}$$

Resolución:

4	8	14	5	16	3	−2
−1	÷	−2	−6			
−3		12	−3	−9		
			−4	1	3	
×				8	−2	−6
	2	3	−1	2	4	−8

$$q(x)=\underline{2}x^3\underline{+3}x^2\underline{-}x\underline{+2}$$

$$R(x)=4x-8$$

$$\sum Coef[q(x)]=2+3-1+2$$

$$\therefore\quad \boxed{\sum Coef[q(x)]=6}$$

Respuesta: 6

Problema 8

Calcule $m+n$ en la siguiente división exacta

$$\frac{5x^5+7x^4+3x^2+mx+n}{5x^2-2+2x}$$

Recuerda:

Se completa y se ordena el dividendo y el divisor.

$$\frac{5x^5+7x^4+0x^3+3x^2+mx+n}{5x^2+2x-2}$$

Resolución:

5	5	7	0	3	m	n
-2		-2	2			
2		5	-2	2		
			0	0	0	
				5	-2	2
	1	1	0	1	0	0

$$m+0-2=0 \qquad n+2=0$$

$$\boxed{m=2} \qquad \boxed{n=-2}$$

$$\boxed{\therefore \quad m+n=0}$$

Respuesta: 0

Problema 9

Obtenga el valor de m si el residuo es -20.

$$\frac{3x^4-2x^3+5x^2+4x-m}{x+1}$$

Resolución:

$$x+1=0 \longrightarrow \boxed{x=-1}$$

	3	-2	5	4	$-m$
-1		-3	5	-10	6
	3	-5	10	-6	-20

$\times$

-20 ← *Residuo*

$$\boxed{q(x)=3x^3-5x^2+10x-6}$$

$$-m+6=-20$$

$$\boxed{\therefore \quad m=26}$$

Respuesta: 26

Problema 10

El valor de $P.Q$ en la siguiente división exacta

$$\frac{Px^5 + Qx^4 + x^3 - 2x^2 + 2x + 4}{3x^2 - x + 2}$$

representa la cantidad total de estudiantes de tercer año de secundaria en una sede del colegio Saco Oliveros. Si en dicha sede hay 2 secciones de tercer año, ¿cuántos estudiantes hay en cada sección si están repartidos equitativamente?

Resolución:

Aplicamos el método de Horner invertido:

2	4	2	-2	1	Q	P
1		2	-6			
-3		4	2	-6		
			-6	-3	9	
				-8	-4	12
	2	2	-3	-4	0	0

$$Q + 9 - 4 = 0 \qquad \boxed{Q = -5}$$

$$P + 12 = 0 \qquad \boxed{P = -12}$$

$$\boxed{P.Q = 60}$$

$\therefore$ *En cada sección hay 30 estudiantes*

Respuesta: 30