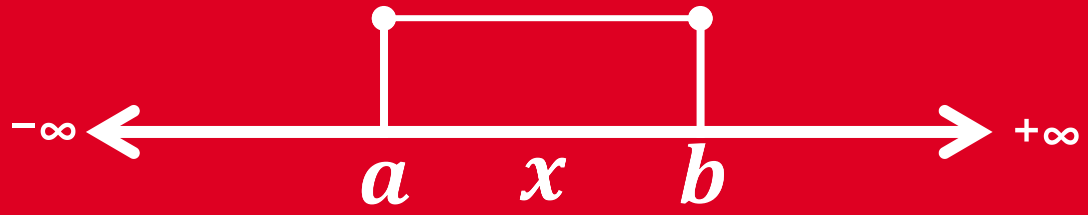
ALGEBRA

Chapter 21

2th SECONDARY
Session II

Desigualdades

$$a \leq x \leq b$$



SACO OLIVEROS

CONDUCIENDO EN CARRETERAS

Un automóvil viaja por la carretera Panamericana, alrededor del kilometro 130 de la carretera un policía suena su alarma indicándole con sus luces que se detenga.

El conductor revisa su Velocímetro el cual marcaba la siguiente velocidad.

¿Podría usted decir el motivo por el cual lo detuvieron?

Velocidad ≤ 100 Km/h

Desigualdad

Una desigualdad expresa que una cantidad real, o una expresión, es mayor, menor o igual que otra. ($<$; $>$; $\leq$; $\geq$)

Ley de tricotomía

Dados dos números reales a y b entre ellos será posible establecer una y solo una de las siguientes relaciones:

$$a > b \quad \vee \quad a = b \quad \vee \quad a < b$$

Propiedades:

1	Si $a > b$ y $b > c$	$a > b > c$
2	Si $a > b$ y $m \in \mathbb{R}$	$a - m > b - m$ $a + m > b + m$
3	Si $a > b$ y $m > 0$	$a \times m > b \times m$ $\frac{a}{m} > \frac{b}{m}$

Intervalos

Es un subconjunto de números reales, generalmente comprendido entre 2 valores extremos llamados Extremo Inferior y Extremo Superior.

Clasificación

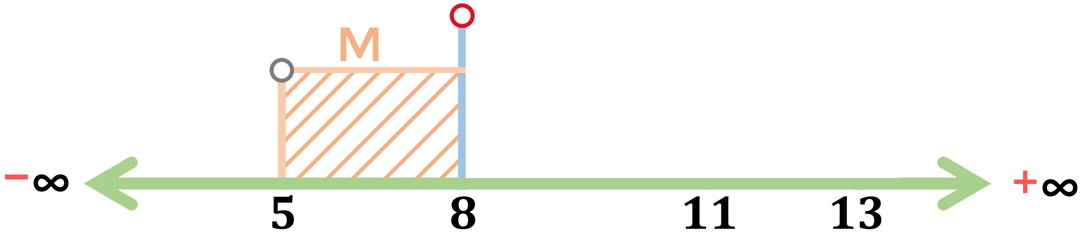
		Desigualdad	Notación de intervalos
Intervalos Acotados	Cerrado	$a \leq x \leq b$	$x \in [a;b]$
	Abierto	$a < x < b$	$x \in \langle a;b \rangle$
	Semiabierto	$a \leq x < b$ $a < x \leq b$	$x \in [a;b\rangle$ $x \in \langle a;b]$
Intervalos No Acotados		$x \leq b$	$x \in \langle -\infty;b]$
		$x < b$	$x \in \langle -\infty;b\rangle$
		$x \geq b$	$x \in [b;\infty\rangle$
		$x > b$	$x \in \langle b;\infty\rangle$

HELICO PRACTICE

1. Sabiendo que $M = \langle 5; 11]$ y $P = [8; 13\rangle$, halle M-P.

RESOLUCIÓN

Graficamos en la recta numérica.



$\rightarrow M - P = \boxed{\langle 5 ; 8 \rangle}$

RECORDEMOS

Decimos que la diferencia de A-B son todos los elementos de A que **no** pertenecen a B.

$$A - B = \{x / x \in A \ \wedge \ x \notin B\}$$

2. Se tiene que $x \in \langle 4; 6]$, halle el intervalo de $\dfrac{x-3}{2}$.

RESOLUCIÓN

$$4 < x \leq 6 \quad \ldots\ldots\ldots -3$$

$$4 \quad < x \quad \leq 6 \qquad 3$$

$$\underline{1} < \underline{x-3} \leq \underline{3} \quad \ldots\ldots\ldots \div 2$$

$$\rightarrow \frac{x-3}{2} \in \boxed{\left\langle \frac{1}{2} ; \frac{3}{2} \right]}$$

RECORDEMOS

Propiedades

Si : $a > b$ y $m \in \mathbb{R}$.

$$a + m > b + m$$

$$a - m > a - m$$

Tener en cuenta: El sentido de una desigualdad no se modifica si se suma o se resta, un mismo número real a sus dos miembros.

3. Sea $x \in [4 ; 10]$, halle el intervalo de $\frac{3x-2}{5}$

RESOLUCIÓN

$$4 \leq x \leq 10 \quad \dots\dots\dots \times 3$$

$$12 \leq 3x \leq 30 \quad \dots\dots\dots -2$$

$$12-2 \leq 3x-2 \leq 30-2$$

$$10 \leq 3x-2 \leq 28 \quad \dots\dots\dots \div 5$$

$$2 \leq \frac{3x-2}{5} \leq \frac{28}{5}$$

$$\rightarrow \frac{3x-2}{5} \in \boxed{\left[2 ; \frac{28}{5}\right]}$$

RECORDEMOS

Propiedades

Si : $a > b$ y $m > 0$ $\quad a \cdot m > b \cdot m$

$$\frac{a}{m} > \frac{b}{m}$$

En cambio si m es negativo, el sentido de la desigualdad se invierte.

$$a \cdot -m < b \cdot -m$$

$$\frac{a}{-m} < \frac{b}{-m}$$

4. Si $2 \leq x \leq 5$, ¿a qué intervalo pertenece $\frac{4}{x+3}$?

RESOLUCIÓN

$$2 \leq x \leq 5 \quad \dots\dots\dots +3$$

$$5 \leq x+3 \leq 8 \quad \dots\dots\dots \uparrow^{-1}$$

$$\frac{1}{8} \leq \frac{1}{x+3} \leq \frac{1}{5} \quad \dots\dots\dots \times 4$$

$$\frac{4}{8} \leq \frac{4}{x+3} \leq \frac{4}{5}$$

$$\frac{1}{2} \leq \frac{4}{x+3} \leq \frac{4}{5}$$

$$\rightarrow \frac{4}{x+3} \in \boxed{\left[\frac{1}{2} ; \frac{4}{5}\right]}$$

RECORDEMOS

Propiedades

Si: $a > b$ y a, b, n son positivos se tiene

$$a^{n} > b^{n}$$

En cambio si el n es negativo, el sentido de la desigualdad se invierte.

$$a^{-n} < b^{-n}$$

Tener en cuenta:

$$5^{-1} < (x+3)^{-1} < 8^{-1}$$

Para evitar cambiar el sentido, podemos “Reflejar” la desigualdad.

$$< (x+3)^{-1} <$$

5. Si $2 \leq x \leq 6$, halle el intervalo de $\dfrac{2x+3}{3}$, sabiendo que su máximo valor entero es la edad de Priscila. ¿Cuál es esa edad?

RESOLUCIÓN

$$2 \leq x \leq 6 \quad \ldots\ldots\ldots \times 2$$

$$4 \leq 2x \leq 12 \quad \ldots\ldots\ldots + 3$$

$$4 + 3 \leq 2x + 3 \leq 12 + 3$$

$$7 \leq 2x + 3 \leq 15 \quad \ldots\ldots\ldots \div 3$$

$$\frac{7}{3} \leq \frac{2x+3}{3} \leq \frac{15}{3}$$

$$\frac{7}{3} \leq \frac{2x+3}{3} \leq 5$$

$$\rightarrow \frac{2x+3}{3} \in \left[\frac{7}{3} ; 5\right]$$

Debido a que el intervalo $\left[\frac{7}{3} ; 5\right]$, es cerrado tomará valores desde $\frac{7}{3}$ hasta 5.

$\boxed{\text{La edad de Priscila es 5 años}}$

6. Siendo $-2 \leq x \leq 1$, halle el intervalo de $\dfrac{-x+5}{3}$

RESOLUCIÓN

$$-2 \leq x \leq 1 \quad \ldots\ldots\ldots \times -1$$

$$-1 \leq -x \leq 2 \quad \ldots\ldots\ldots +5$$

$$-1+5 \leq -x+5 \leq 2+5$$

$$4 \leq -x+5 \leq 7 \quad \ldots\ldots\ldots \div 3$$

$$\frac{4}{3} \leq \frac{-x+5}{3} \leq \frac{7}{3}$$

$$\rightarrow \frac{-x+5}{3} \in \boxed{\left[\frac{4}{3}; \frac{7}{3}\right]}$$

RECORDEMOS

Propiedades

Si: $a > b$ y $m > 0$ $\quad a \cdot m > b \cdot m$

$$\frac{a}{m} > \frac{b}{m}$$

En cambio si m es negativo, el sentido de la desigualdad se invierte.

$$a \cdot -m < b \cdot -m$$

$$\frac{a}{-m} < \frac{b}{-m}$$

Tener en cuenta:

$$-2 \cdot -1 < x \cdot -1 < 1 \cdot -1$$

Para evitar cambiar el sentido, podemos "Reflejar" la desigualdad.

$$< -x <$$

7. Si $x \in \langle 5 ; 7 \rangle$ halle el intervalo de $\dfrac{5}{x-3}$.

RESOLUCIÓN

$$5 < x < 7 \quad \ldots\ldots\ldots -3$$

$$2 < x - 3 < 4 \quad \ldots\ldots\ldots \uparrow^{-1}$$

$$\frac{1}{4} < \frac{1}{x-3} < \frac{1}{2} \quad \ldots\ldots\ldots \times 5$$

$$\frac{5}{4} < \frac{5}{x-3} < \frac{5}{2}$$

$$\rightarrow \frac{5}{x-3} \in \boxed{\left\langle \frac{5}{4} ; \frac{5}{2} \right\rangle}$$

RECORDEMOS

Propiedades

Si: $a > b$ y a, b, n son positivos se tiene

$$a^n > b^n$$

En cambio si el n es negativo, el sentido de la desigualdad se invierte.

$$a^{-n} < b^{-n}$$

Tener en cuenta:

$$2^{-1} < (x-3)^{-1} < 4^{-1}$$

Para evitar cambiar el sentido, podemos "Reflejar" la desigualdad.

$$< (x-3)^{-1} <$$

8. Si se tiene que $x \in [5 ; 10]$, halle el intervalo de $4 + \frac{1}{x+1}$.

RESOLUCIÓN

$$5 \leq x \leq 10 \quad \dots \dots \dots +1$$

$$6 \leq x+1 \leq 11 \quad \dots \dots \dots \uparrow^{-1}$$

$$\frac{1}{11} \leq \frac{1}{x+1} \leq \frac{1}{6} \quad \dots \dots \dots +4$$

$$\frac{1}{11} + 4 \leq \frac{1}{x+1} + 4 \leq \frac{1}{6} + 4$$

$$\frac{45}{11} \leq \frac{1}{x+1} + 4 \leq \frac{25}{6}$$

$$\rightarrow \frac{1}{x+1} + 4 \in \boxed{\left[\frac{45}{11} ; \frac{25}{6}\right]}$$

RECORDEMOS

Propiedades

Si: $a > b$ y a, b, n son positivos se tiene

$$a^n > b^n$$

En cambio si el n es negativo, el sentido de la desigualdad se invierte.

$$a^{-n} < b^{-n}$$

Tener en cuenta:

$$6^{-1} < (x+1)^{-1} < 11^{-1}$$

Para evitar cambiar el sentido, podemos "Reflejar" la desigualdad.

$$< (x+1)^{-1} <$$