



# ARITHMETIC

## Chapter 17

**5th**  
SECONDARY

Clasificación de los  
Números Enteros Positivos



 **SACO OLIVEROS**



	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

¿Que tienen en común los números de los recuadros azules?



# Clasificación de los $\mathbb{Z}^+$ de acuerdo a la cantidad de sus divisores

$$\mathbb{Z}^+ = \{1; 2; 3; 4; 5; \dots\}$$

## \* Números Simples

- La unidad
- Números primos o Primos absolutos

Admiten exactamente dos divisores los cuales son la unidad y el mismo número. Estos son: 2; 3; 5; 7; 11; 13; 17;

...

## \* Números Compuestos

Son aquellos números que admiten más de dos divisores.

Estos son: 4; 6; 8; 9; 10; 12; 14; 15; ...



Analicemos los divisores de 12

$$\text{Div}_{12} = \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$$

$\text{Div}_{\text{primos}}$  2 y 3

$\text{Div}_{\text{simples}}$  1; 2 y 3

$\text{Div}_{\text{compuestos}}$  4; 6 y

$\text{Div}_{\text{propios}}$   $\frac{12}{1} = 1; 2; 3; 4 \text{ y } 6$



## Números primos relativos, coprimos o primos entre si (PESI)

El único divisor común que comparten todos ellos es la unidad.

Ejm

#	Divisores
28	1; 2; 4; 7; 14;
45	1; 3; 5; 9; 15;
34	1; 2; 17;

28; 45 y 34 son (PESI)

## Teorema fundamental de la aritmética (teorema de Gauss)

Ejm

$$120 = 2^3 \cdot 3^1 \cdot 5^1 \dots (DC)$$

En general :

Todo número entero mayor que la unidad, se puede descomponer como

$$N = a^\alpha \cdot b^\beta \cdot c^\theta \dots (DC)$$

Donde :

a; b; c factores primos

$$\alpha; \beta; \theta \in \mathbb{Z}^+$$



# Estudio de los divisores de un número entero positivo

## 1 Cantidad de divisores

**Ejm**  $600 = 2^3 \times 3^1 \times 5^2$

Divisores de cada columna

{	$2^0$	$3^0$	$5^0$
	$2^1$	$3^1$	$5^1$
	$2^2$		$5^2$
	$2^3$		

$$4 \times 2 \times 3 = 24$$

$$CD_{600} = (3+1)(1+1)(2+1) = 24 \text{ div}$$

En conclusión:

Descomponemos canónicamente al número.

$$N = a^\alpha \cdot b^\beta \cdot c^\theta \dots (D.C)$$

La cantidad de divisores estará dada por

$$CD_N = (\alpha+1)(\beta+1)(\theta+1)$$



## 2 Suma de divisores ( $SD_N$ )

Ejm  $600 = \underbrace{2^2}_{2^0} \times \underbrace{3^1}_{3^0} \times \underbrace{5^1}_{5^0}$

$\quad \quad \quad 2^1 \quad 3^1 \quad 5^1$

$\quad \quad \quad \underline{2^2}$

$$SD_{60} = (1 + 2^1 + 2^2)(1 + 3^1)(1 + 5^1)$$

$$SD_{60} = \left( \frac{2^3 - 1}{2 - 1} \right) \left( \frac{3^2 - 1}{3 - 1} \right) \left( \frac{5^2 - 1}{5 - 1} \right) = 168$$

En general:

$$SD_N = \left( \frac{a^{\alpha+1} - 1}{a - 1} \right) \left( \frac{b^{\beta+1} - 1}{b - 1} \right) \left( \frac{c^{\theta+1} - 1}{c - 1} \right)$$

## 3 Suma de las inversas de los divisores de un número ( $SID_N$ )

$$SID_N = \frac{SD_N}{N}$$

## 4 Producto de los divisores de un número ( $PD_N$ )

$$PD_N = \sqrt{N^{CD_N}}$$



1. Si los números  $\overline{2n}$ ; 36 y 51 son PESI, calcule la suma de valores que puede tomar  $n$ .

## RESOLUCIÓN

Del dato tenemos:

$\overline{2n}$ ; 36 y 51 son PESI

Donde:

$$\overline{2n} \neq \overset{o}{3}$$

$$\overline{2n} = 20, 22, 23, 25, 26, 28, 29$$

Piden:

suma de valores de  $n$

$$\therefore 0 + 2 + 3 + 5 + 6 + 8 + 9 = 33$$

$\therefore$  La suma de valores de  $n$  es 33

**2.** ¿Cuántos números primos de dos dígitos cumplen que la suma de sus cifras resulte 11?

RESOLUCIÓN

sea  $\overline{ab}$  un número primo

donde  $\overline{ab}$  es impar

**Dato:**

	par	impar	
a	+	b	= 11
2		9	
4		7	
6		5	no cumple
8		3	

**Donde:**

números primos de 2 cifras que cumplen que la suma de sus cifras resulte 11

29 ; 47 y 83.

3 números

∴ Hay 3 números que cumplen





**3.** Determine la cantidad de divisores de  $N = 63^2 \times 28^3$ .

RESOLUCIÓN

Descomponiendo en forma canónica

$$N = 63^2 \cdot 28^3$$

$$N = (3^2 \cdot 7^1)^2 (2^2 \cdot 7^1)^3$$

$$N = 3^4 \cdot 7^2 \cdot 2^6 \cdot 7^3$$

$$N = 2^6 \cdot 3^4 \cdot 7^5$$

Recordemos:

$$C.D_{\text{totales}} = (\alpha + 1)(\beta + 1)(\theta + 1) \dots$$

Reemplazando:

$$C.D_N = (6 + 1)(4 + 1)(5 + 1)$$

$$C.D_N = 7 \cdot 5 \cdot 6$$

$$C.D_N = 210$$

$\therefore N$  tiene 210 divisores



4. Si el número  $R = 51^{b+1} \times 85^b$  tiene 500 divisores compuestos. Halle el valor de  $b$ .

RESOLUCIÓN

Descomponiendo en forma canónica

$$R = 51^{b+1} \cdot 85^b$$

$$R = (3^1 \cdot 17^1)^{b+1} (5^1 \cdot 17^1)^b$$

$$R = 3^{b+1} \cdot 17^{b+1} \cdot 5^b \cdot 17^b$$

$$R = 3^{b+1} \cdot 5^b \cdot 17^{2b+1}$$

Donde:

$$C.D_{\text{simples}} = 3 \text{ primos} + 1 = 4$$

Recordemos

$$C.D_{\text{totales}} = C.D_{\text{simples}} + C.D_{\text{compuestos}}$$

$$(b+2)(b+1)(2b+2) = 4 + 500$$

$$(b+2)(b+1)(2)(b+1) = 504$$

$$(2)(b+1)^2(b+2) = 504$$

$$(b+1)^2(b+2) = 252 = 36 \cdot 7$$

Piden:  $b = 5$

∴ El valor de  $b$  es 5



**5.** ¿Cuántos ceros se deben colocar a la derecha del número 75 para que el resultado tenga 92 divisores compuestos?

RESOLUCIÓN

Sea el número:  $N = 75 \underbrace{00 \dots 000}_{\text{"n" ceros}}$

Descomponiendo en forma canónica

$$N = 75 \cdot 10^n$$

$$N = 3 \cdot 5^2 \cdot (2^1 \cdot 5^1)^n$$

$$N = 2^n \cdot 3^1 \cdot 5^{n+2}$$

Recordemos:

$$C.D_{\text{totales}} = C.D_{\text{simples}} + C.D_{\text{compuestos}}$$

$$(n+1)(1+1)(n+3) = 4 + 92$$

$$(2)(n+1)(n+3) = 96$$

$$(n+1)(n+3) = 48 = 6 \cdot 8$$

Piden:  $n = 5$

∴ Se deben colocar 5 ceros



6. En las celebraciones de aniversario del distrito de Lince se le preguntó al alcalde, ¿Cuántos años de fundación tiene el parque Andrés Avelino Cáceres? y este manifestó que los años de fundado son iguales al menor número que tiene 15 divisores. Determine los años de fundación.

### RESOLUCIÓN

Sea la descomposición canónica de  $N$

$$N_{\min} = 2^a \cdot 3^b$$

Donde:

$$C.D.(N) = (a + 1)(b + 1) = 15$$

solución 1

2

4

$$\rightarrow N = 2^2 \cdot 3^4 = 324$$

solución 2

4

2

$$\rightarrow N = 2^4 \cdot 3^2 = 144$$

menor  
número

Piden: años de fundado = 144

del menor número

∴ Tiene 144 años de fundado



**7.** ¿Cuántos divisores múltiplos de 4 pero no de 6 tiene el número 14112?

RESOLUCIÓN

Descomponiendo en forma canónica

$$14112 = 2^5 \cdot 3^2 \cdot 7^2$$

Hallando divisores  $\overset{\circ}{4}$

$$2^2 \times (2^3 \cdot 3^2 \cdot 7^2)$$

$$C.D_{14112\overset{\circ}{4}} = (3 + 1)(2 + 1)(2 + 1)$$

$$\Rightarrow C.D_{14112\overset{\circ}{4}} = 36$$

∴ Su área incrementa en 125%



8. Si:  $N=15^{k+1}+15^k$  tiene 320 divisores. Halle el valor de  $k$ .

RESOLUCIÓN

∴ Podría comprar 22  
camisetas