

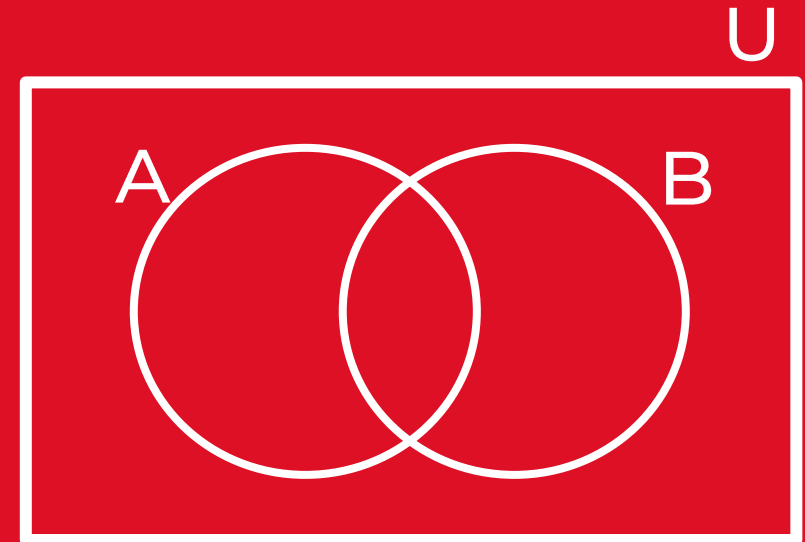


ARITHMETIC

Tomo I

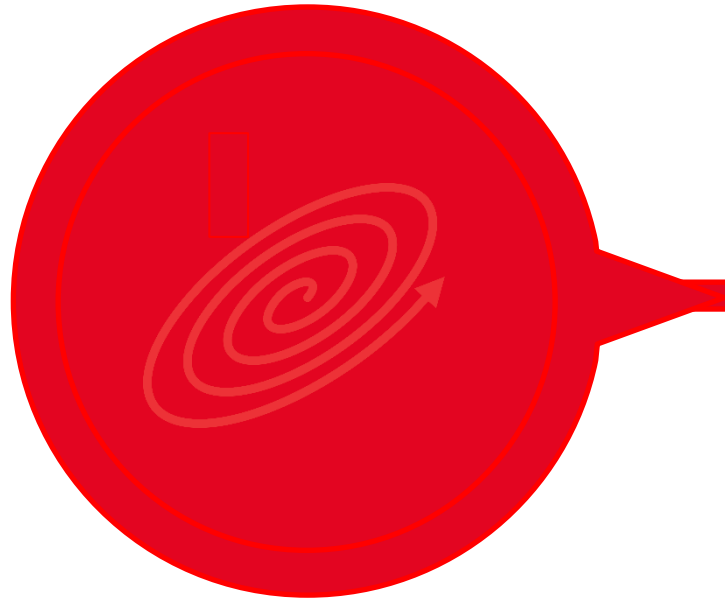
5th
SECONDARY

PROMEDIOS
JUANY COSTA



 **SACO OLIVEROS**

HELICOTHEORY



PROMEDIOS O MEDIAS

Dado un conjunto de datos, se llama promedio o media a una cantidad representativa de dicho conjunto de datos.

Dicho valor se encuentra comprendido entre el mínimo

el máximo dato del conjunto.

En general para n datos

$$a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq \dots \leq a_n$$

Se tiene

$$a_1 \leq \text{Media} \leq a_n$$

HELICOTHEORY

MEDIA ARITMÉTICA (MA)

1

También llamada media o simplemente promedio, es el cociente de la suma de las cantidades entre el número de ellas.

$$M.A.(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n) = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$$

Ejemplo:

$$MA_{(15,18,27)} = \frac{15 + 18 + 27}{3} = 20$$

MEDIA GEOMÉTRICA (MG)

El promedio geométrico de un conjunto de n cantidades, es la raíz enésima del producto de ellas

$$\text{MG}_{(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)} = \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n}$$

Ejemplo:

$$\text{MG}_{(12,18,27)} = \sqrt[3]{12 \cdot 18 \cdot 27} = 18$$

MEDIA ARMÓNICA (MH)

La media armónica de un conjunto de n es el cociente del número de cantidades entre la suma de las inversas de las mismas

$$MH_{(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)} = \frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}}$$

Ejemplo:

$$MH_{(6,8,12)} = \frac{3}{\frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{12}} = 8$$

LA MEDIA ARITMÉTICA PONDERADA

La media aritmética ponderada es apropiada cuando en un conjunto de datos $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ cada uno de ellos tiene una importancia relativa (o peso) $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$. Se obtiene multiplicando cada uno de los datos por su ponderación (peso) para luego sumarlos, y finalmente dividir esta suma entre la suma de los pesos.

**MEDIA
ARITMÉTICA
PONDERADA**

$$\frac{a_1 \cdot p_1 + a_2 \cdot p_2 + \dots + a_n \cdot p_n}{p_1 + p_2 + \dots + p_n}$$

HELICOTHEORY

Ejemplo Un profesor proporciona la siguiente información a uno de sus alumnos para que calcule la media aritmética de sus notas. ¿Cuál fue esa nota?

	Nota	Peso
Cuaderno	18	1
Oral	17	1
Práctica	10	2
Examen	12	3

$$= \frac{18(1) + 17(1) + 10(2) + 12(3)}{1 + 1 + 2 + 3} = 13$$

HELICOTHEORY

Observación:

Para dos cantidades no nulas a y b con $a > b$, se tiene

$$\begin{aligned} \text{MA}_{(a, b)} &= \frac{a + b}{2} \\ \text{MG}_{(a, b)} &= \sqrt{a \times b} \\ \text{MH}_{(a, b)} &= \frac{2ab}{a + b} \end{aligned}$$

HELICOTHEORY

PROPIEDADES

1

$MH \leq MG \leq MA$; OBSERVACIÓN $MH = MG = MA$

Si los datos son iguales

2

Para dos cantidades

$$**$MA \times MH = MG^2$**$$

HELICOPRACTICE

1. El promedio aritmético de 4 números es 48, al aumentar un quinto número; el promedio aumenta en 2 unidades. Halle el quinto número.

$$\frac{a + b + c + d}{4} = 48$$

$$\rightarrow a + b + c + d = 192$$

$$\frac{a + b + c + d + e}{5} = 50$$

$$\frac{192 + e}{5} = 50 \rightarrow 192 + e = 250$$
$$e = 58$$

Rpta: 58

HELICOPRACTICE

- 2.** El promedio de 12 números distintos es 14; el promedio de otros 14 números también distintos es 12; halle el promedio de los 26 números.

$$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{12}}{12} = 14 \Rightarrow a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{12} = 168$$

$$\frac{b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_{14}}{14} = 12 \Rightarrow b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_{14} = 168$$

$$\text{Piden: } \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{12} + b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_{14}}{26}$$

$$= \frac{168 + 168}{26} = \frac{336}{26} = 12.92$$

***Rpta:* 12,92**

HELICOPRACTICE

3. EL promedio de las edades de 6 personas es 52 años, si ninguna de ellas es menor de 48 años, ¿Cuál es la máxima edad que puede tener cualquiera de ellas?

$$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6}{6} = 52 \rightarrow a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 312$$

Dato: $(a_1 ; a_2 ; a_3 ; a_4 ; a_5 ; a_6) \geq 48$

Para que una ellas tenga edad máxima las restantes deben tener la mínima edad posible

$$\begin{aligned} a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 &= 312 \\ + a_6 & \\ 48 + 48 + 48 + 48 + &= 312 \\ 48 + a_6 & \quad 240 + \\ a_6 &= 72 \end{aligned}$$

***Rpta:* 72**

HELICOPRACTICE

4. La MG de 3 números pares diferentes es 14; calcule el promedio aritmético de dichos números.

Dato: a y b y c son pares diferentes

$$\sqrt[3]{a \cdot b \cdot c} = 14$$

$$a \cdot b \cdot c = 14^3$$

$$a \cdot b \cdot c = 14 \cdot 14 \cdot 14$$

$$a \cdot b \cdot c = 2 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 7$$

$$a \cdot b \cdot c = 2 \cdot 14 \cdot 98$$

Piden:

$$MA_{(a, b, c)} = \frac{2 + 14 + 98}{3} = 38$$

***Rpta:* 38**

HELICOPRACTICE

5. El producto de dos números por su MA, por MG y por su MH es 1024. Halle la MG de dichos números.

Sean los números a y b

Dato $a \cdot b \cdot MA \cdot MH \cdot MG = 1024$



$$a \cdot b \cdot MA \cdot MH \cdot \underbrace{MG}_{MG^2} = 1024$$

$$MG^2 \cdot MG^2 \cdot MG = 1024$$

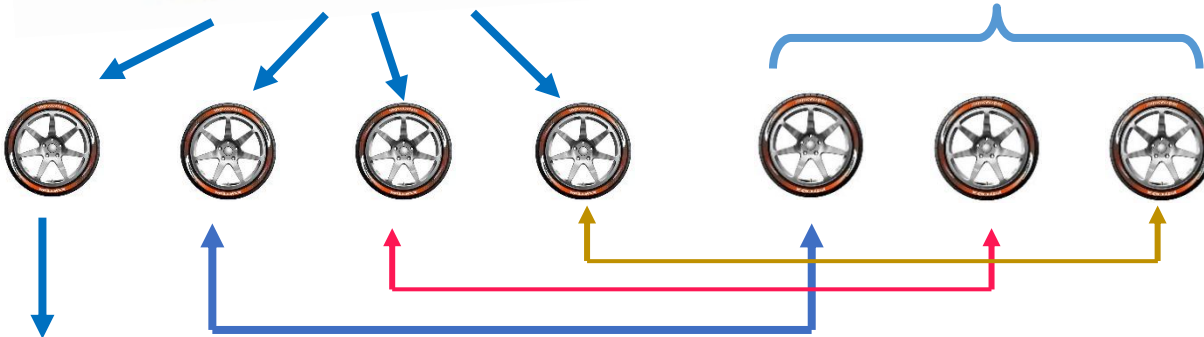
$$MG^5 = 1024$$

$$MG = 4$$

Rpta: 38

HELICOPRACTICE

- 6.** Un señor compra un auto y como obsequio le regalan 3 llantas (de repuesto) de la misma calidad. Si después de haber viajado 2100 km. no tiene llantas para cambiar, ¿Qué distancia promedio recorrió cada llanta?



$$\frac{2100 + 2100 + 2100 + 2100}{7} = 1200$$

***Rpta:* 1200**

HELICOPRACTICE

7. La MH de dos números es igual a la mitad del número mayor y la MA excede a la MH en 8 unidades. Calcule la diferencia de los 2 números.

Sean los números "a" y "b"

Donde $a > b$

Datos:

$$\underbrace{MH(a; b)} = \frac{a}{2}$$
$$\frac{\cancel{2}b}{a+b} = \frac{\cancel{a}}{2}$$
$$4b = a + b$$
$$3b = a \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{3k}{1k}$$

$$\underbrace{MA(a; b)} - \underbrace{MH(a; b)} = 8$$
$$\frac{a+b}{2} - \frac{a}{2} = 8$$
$$\frac{3k+k}{2} - \frac{3k}{2} = 8$$
$$2k - 1,5k = 8$$
$$k = 16$$

Piden: $a - b = 3k - k = 2k = 2(16) = 32$

Rpta: 32

HELICOPRACTICE

8. El promedio de 40 números es 18, ¿cuántos números 12 debemos eliminar para que el número promedio resulte 24?

Datos:

$$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{40}}{40} = 18 \Rightarrow a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{40} = 720$$

De los 40 números existen "x" de ellos que son 12

Piden:

$$\frac{(a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{40} - 12(x))}{40 - x} = 24$$
$$\frac{720 - 12(x)}{40 - x} = 24$$

$$720 - 12(x) = 24(40 - x)$$

$$720 - 12x = 960 - 24x$$

$$12x = 240$$

$$x = 20$$

Por lo tanto debemos eliminar 20 números 12.

Rpta: 20