



# GEOMETRÍA

## Capítulo 1

**4th**  
SECONDARY

**TRIÀNGULOS**

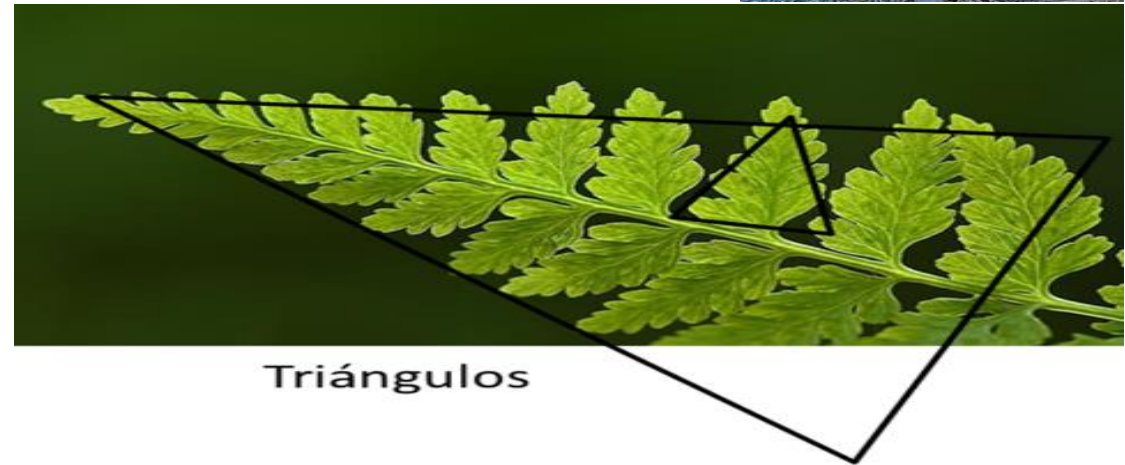
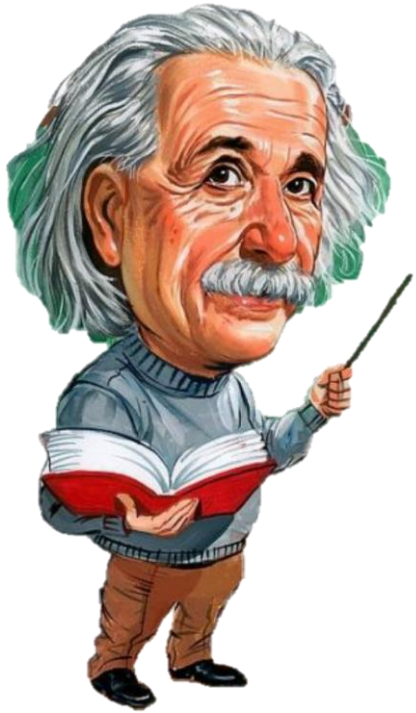
---



 **SACO OLIVEROS**



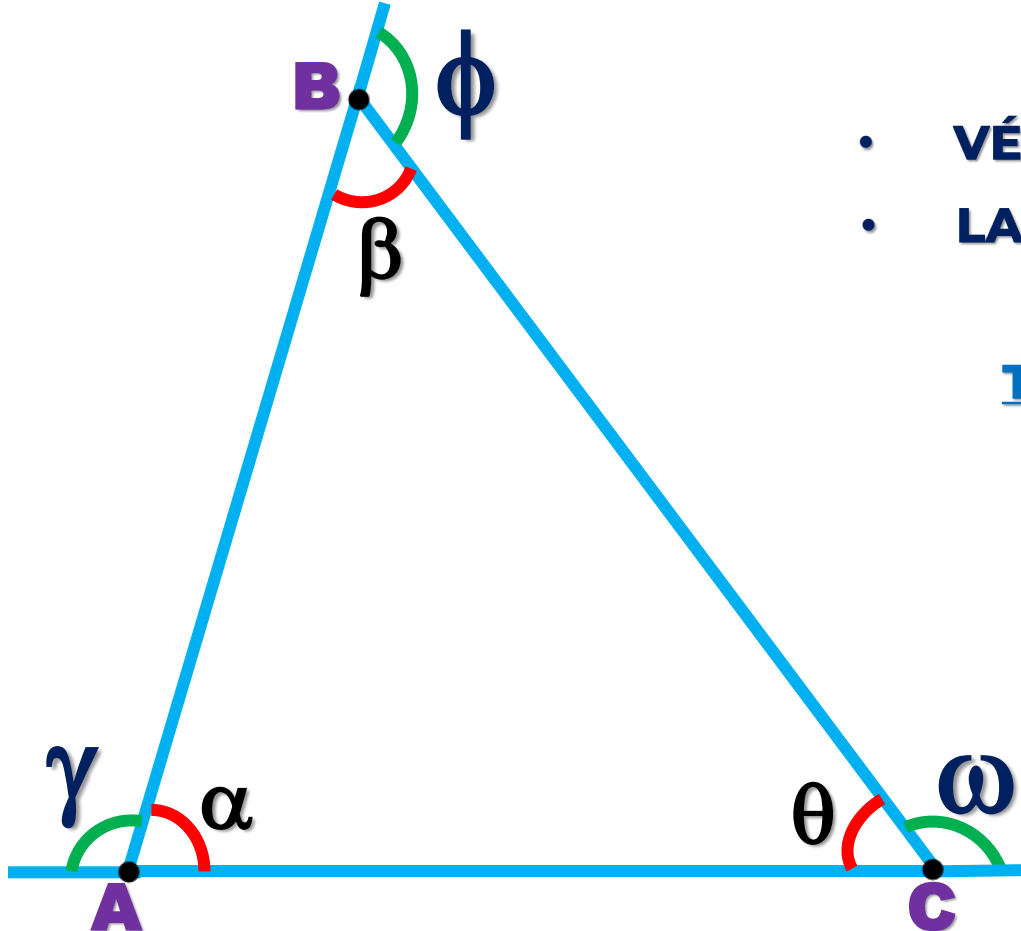
El triángulo es una de las figuras geométricas elementales y, por lo tanto, el conocimiento de sus teoremas, clases, etc., es básico para comprender mejor a las demás figuras geométricas que estudiaremos posteriormente. Esta figura tiene en la actualidad diferentes usos y aplicaciones como podemos observar.



Triángulos



**Definición:** Es aquella figura geométrica formada al unir 3 puntos no colineales mediante segmento de recta.



- **VÉRTICES** : A, B y C
- **LADOS** :  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$  y  $\overline{AC}$

## TEOREMAS

$$\alpha + \beta + \theta = 180^\circ$$

$$\omega + \phi + \gamma = 360^\circ$$

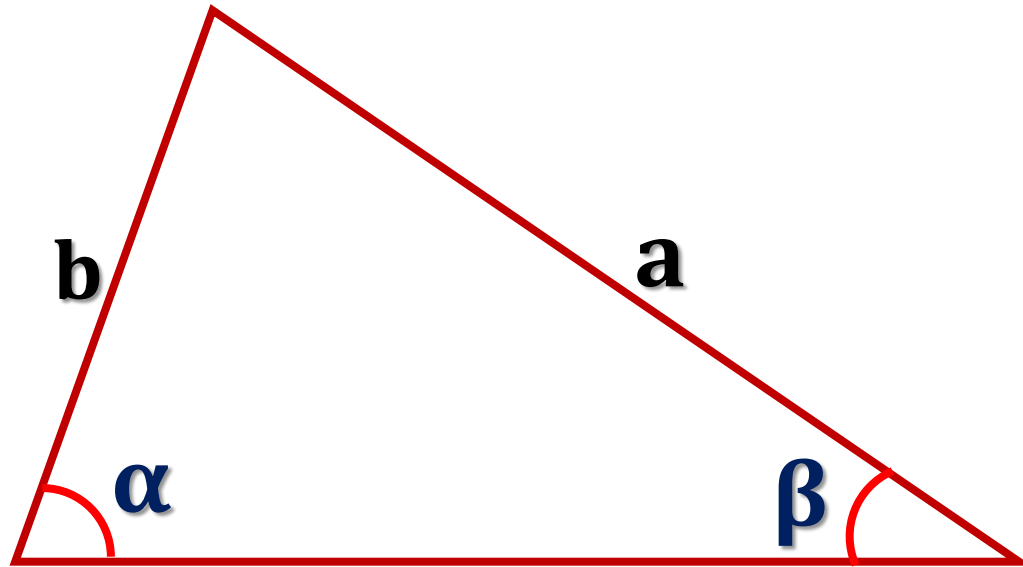
$$\omega = \alpha + \beta$$

$$\phi = \alpha + \theta$$

$$\gamma = \beta + \theta$$



- **Teorema de la correspondencia**

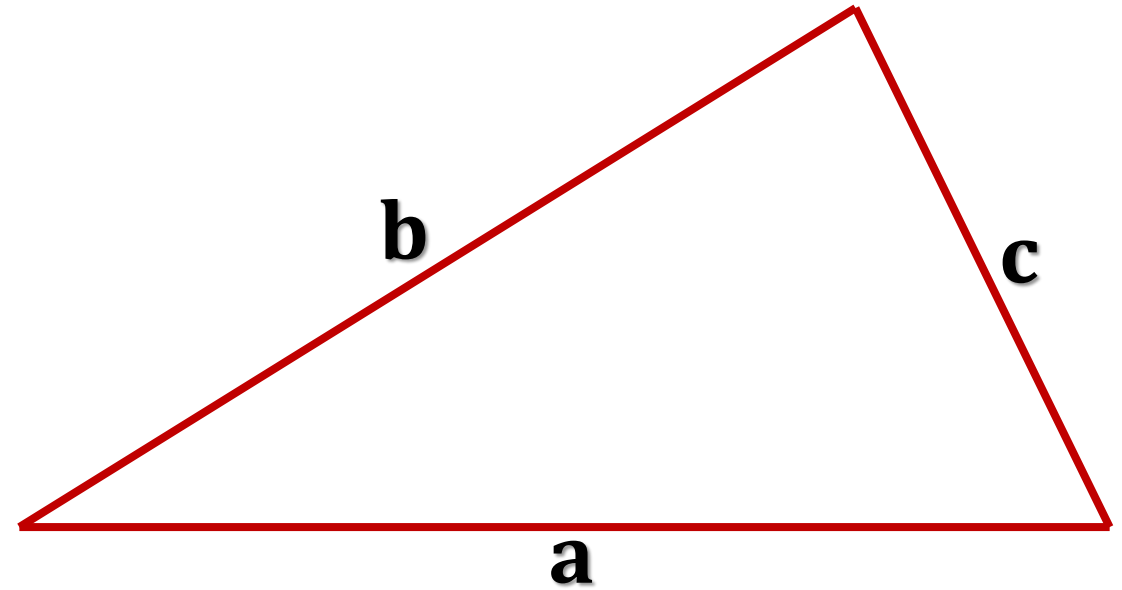


Si:  $\beta < \alpha$



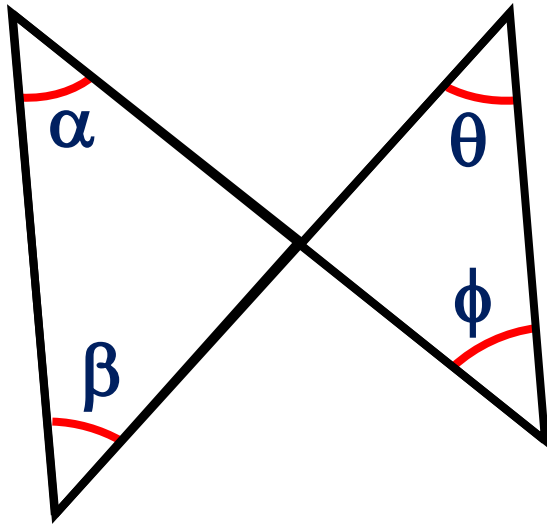
$$b < a$$

- **Teorema de la existencia**

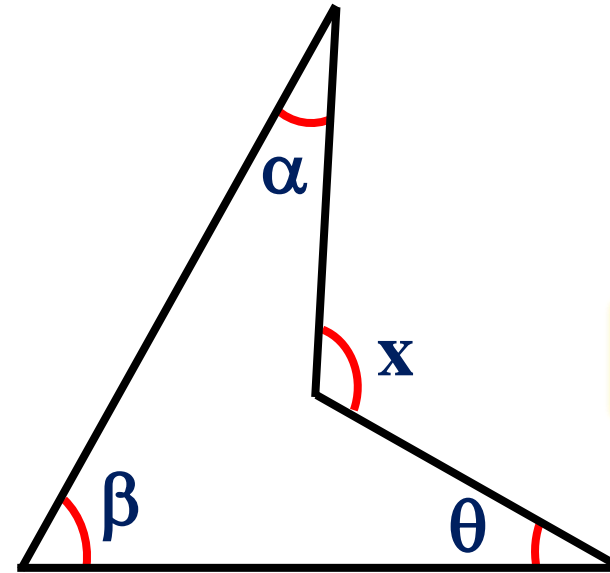


donde:  $c < b < a$

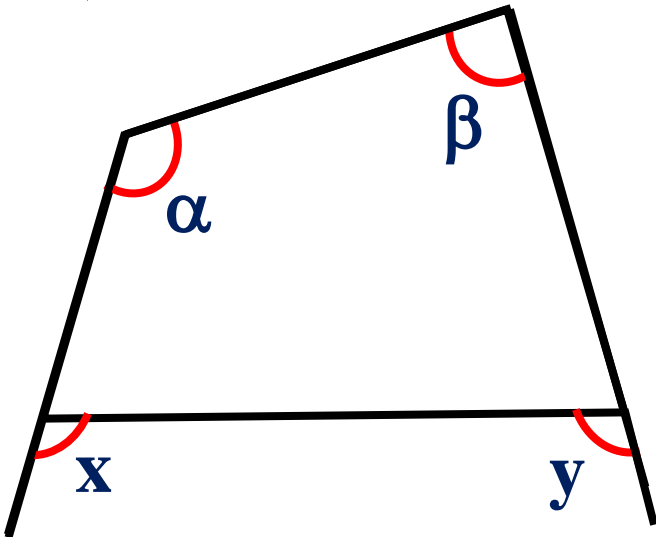
$$b - c < a < b + c$$



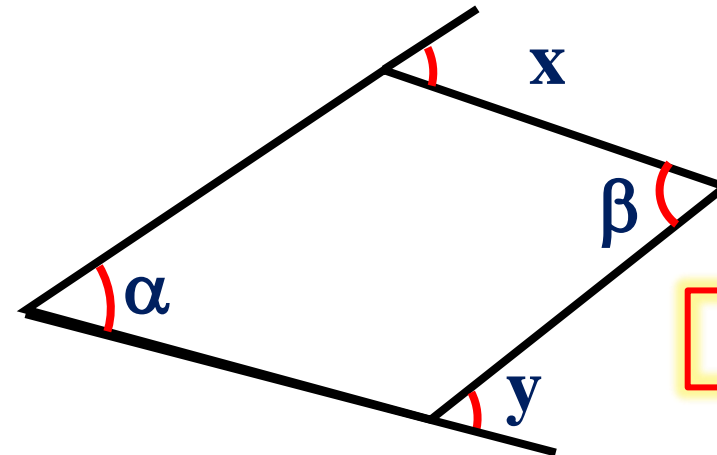
$$\alpha + \beta = \theta + \phi$$



$$x = \alpha + \beta + \theta$$



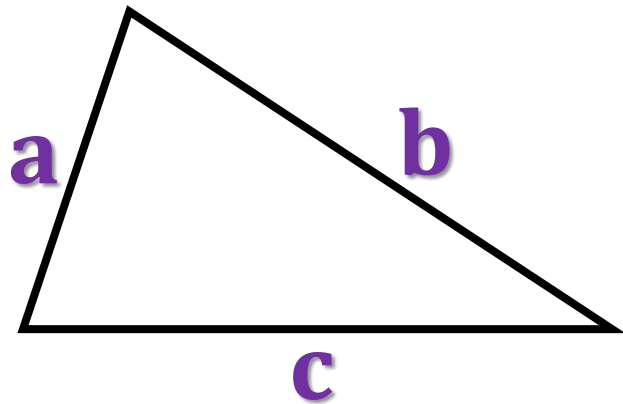
$$x + y = \alpha + \beta$$



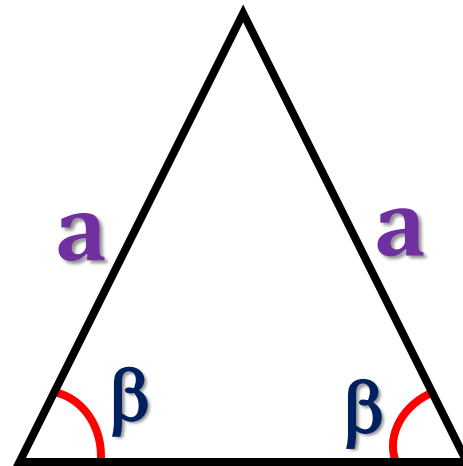
$$x + y = \alpha + \beta$$

# Clasificación

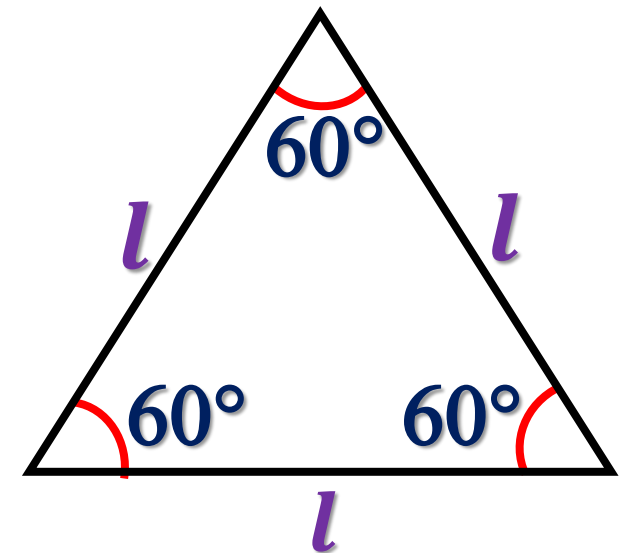
## 1. Según las medidas de los lados.



$\Delta$  Escaleno



$\Delta$  Isósceles

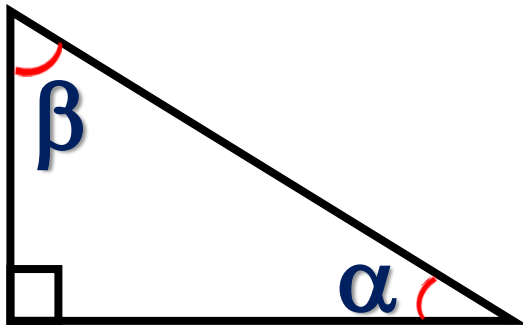


$\Delta$  Equilátero



## 2. Clasificación según las medidas de sus ángulos.

### $\Delta$ Rectángulo



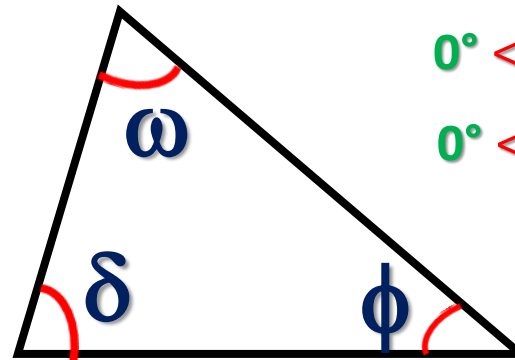
$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

### $\Delta$ Oblicuángulo

$$0^\circ < \omega < 90^\circ$$

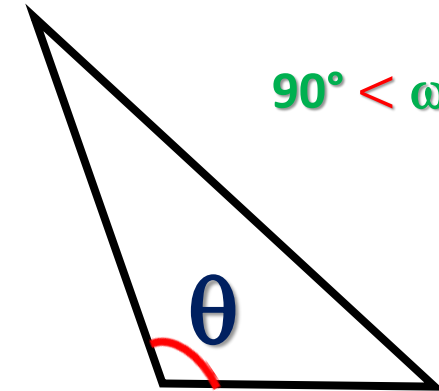
$$0^\circ < \delta < 90^\circ$$

$$0^\circ < \phi < 90^\circ$$



### $\Delta$ Acutángulo

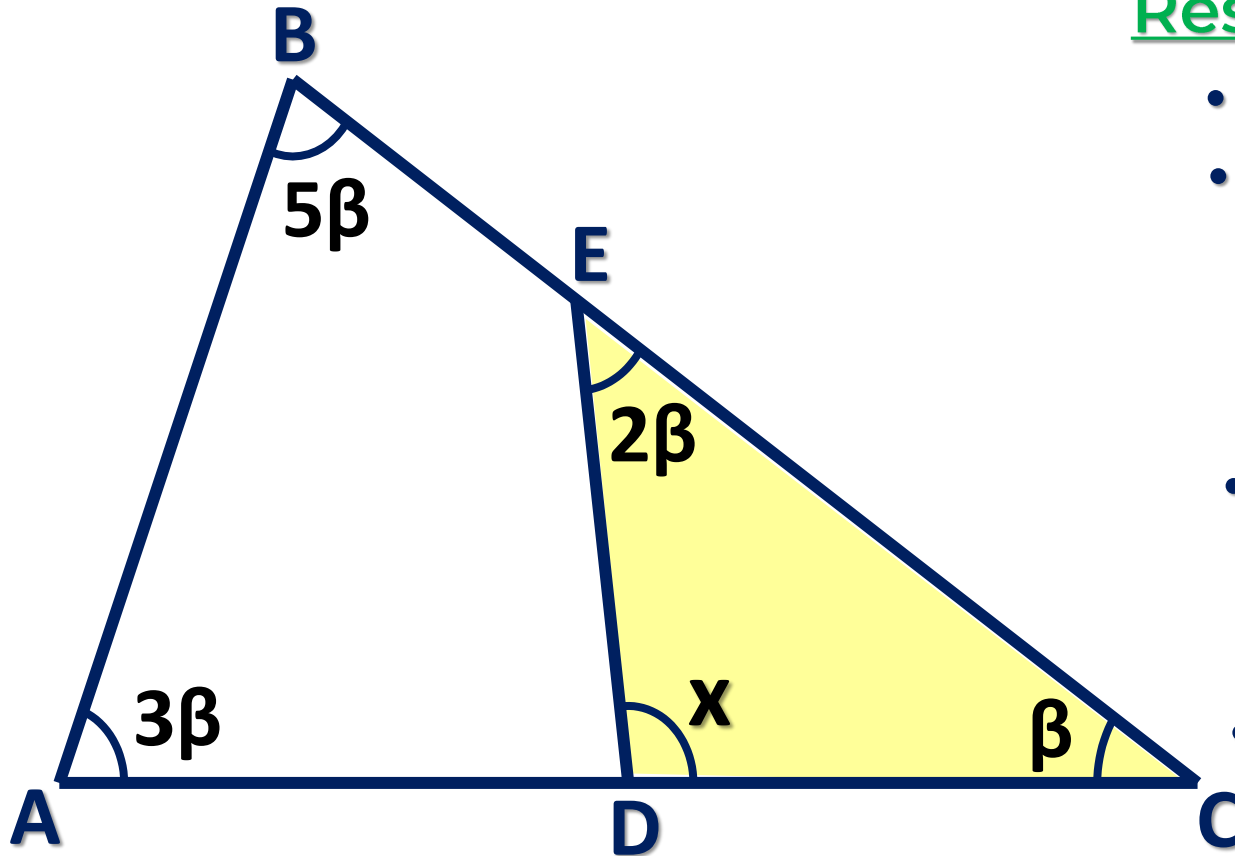
$$90^\circ < \omega < 180^\circ$$



### $\Delta$ Obtusángulo



1. En la figura, halle el valor de  $x$ .



### Resolución

- Piden:  $x$

- $\triangle ABC$ :

$$3\beta + 5\beta + \beta = 180^\circ$$

$$9\beta = 180^\circ$$

$$\beta = 20^\circ$$

- $\triangle DEC$ :

$$x + 2\beta + \beta = 180^\circ$$

$$x + 3\beta = 180^\circ$$

- Reemplazando:

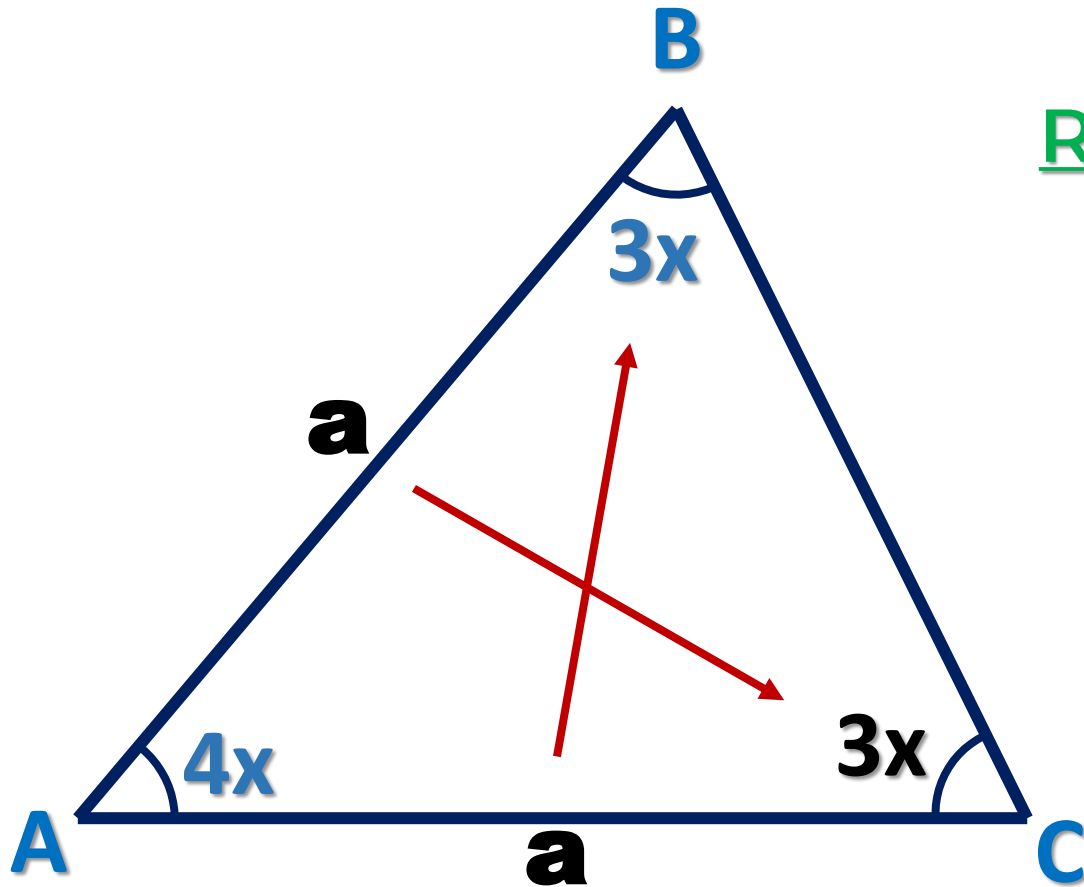
$$x + 3(\mathbf{20^\circ}) = 180^\circ$$

$$\mathbf{x = 120^\circ}$$





## 2. Halle el valor de $x$ , si $AB = AC$



### Resolución

- Piden:  $x$
- $\triangle ABC$ : **Isósceles**

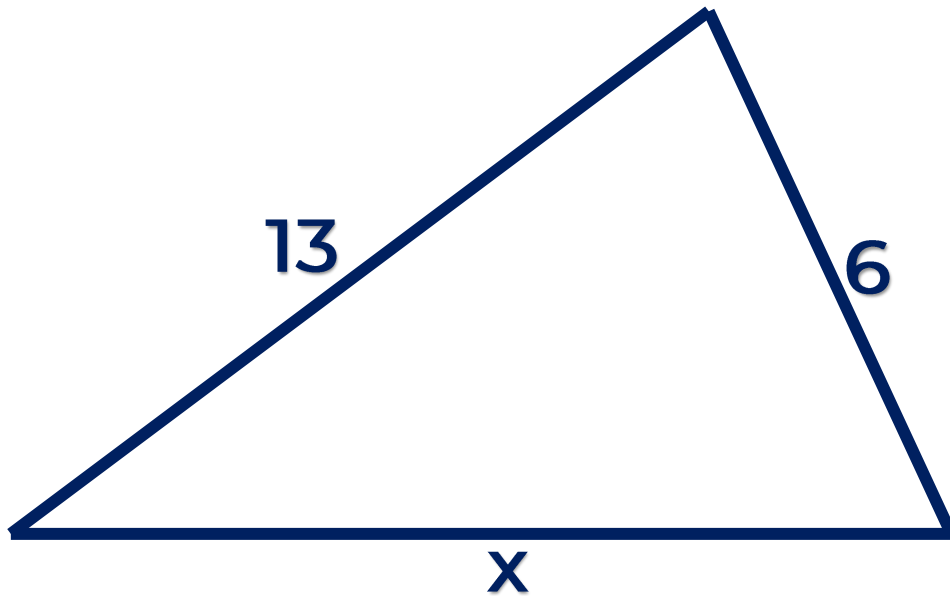
$$4x + 3x + 3x = 180^\circ$$

$$10x = 180^\circ$$

$$\mathbf{x = 18^\circ}$$



3. Las longitudes de los lados de un triángulo son 6 y 13. Calcule la diferencia entre el máximo y el mínimo valor entero que puede tomar la longitud del tercer lado.



### Resolución

- Piden:  $x_{\text{máx}} - x_{\text{min}}$
- Por teorema de la existencia.

$$13 - 6 < x < 13 + 6$$

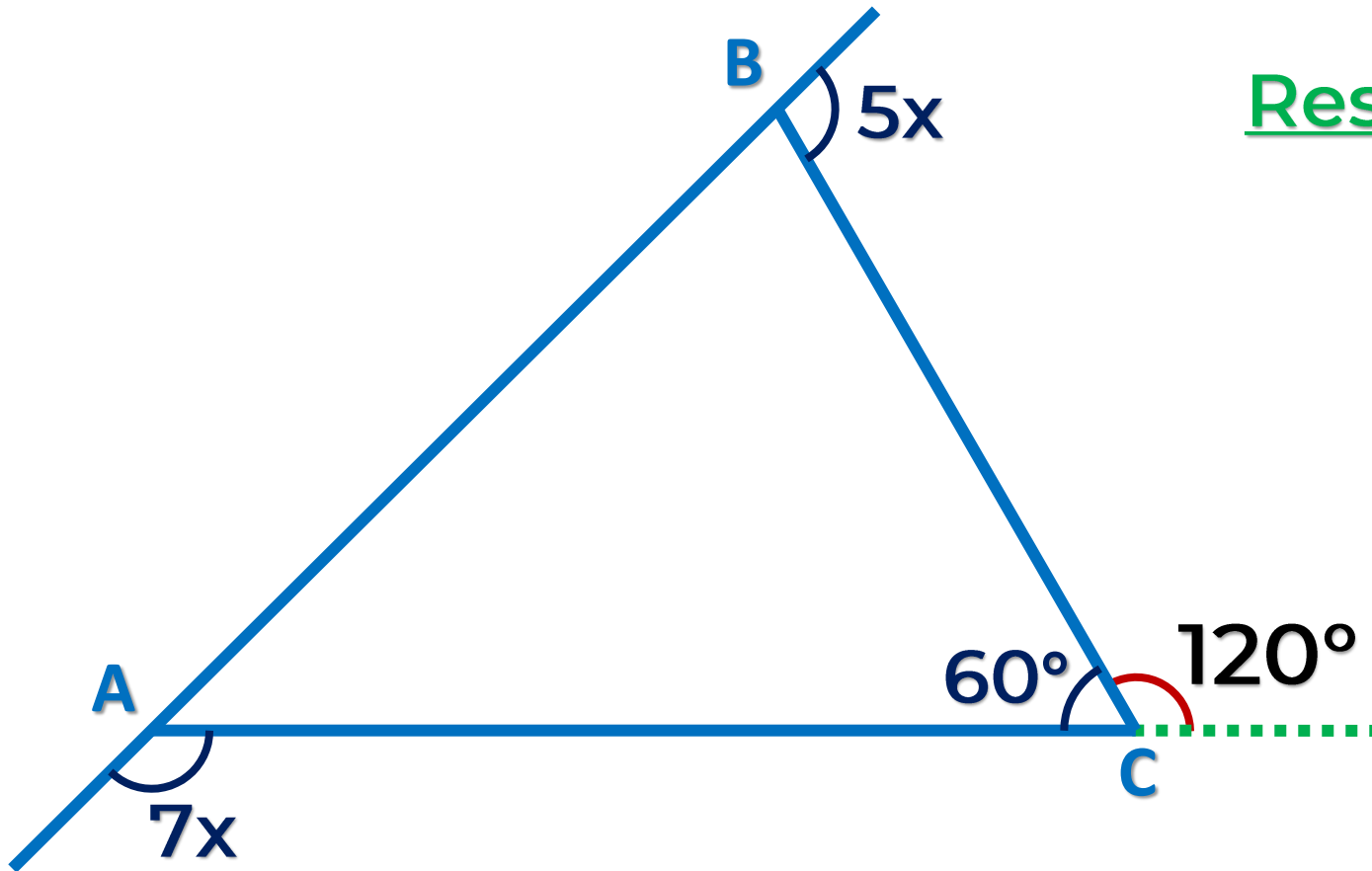
$$7 < x < 19$$

$$x = 8 ; 9 ; 10 ; \dots 16 ; 17 ; 18$$

$$x_{\text{máx}} - x_{\text{min}} = 10$$



## 4. Halle el valor de x.



### Resolución

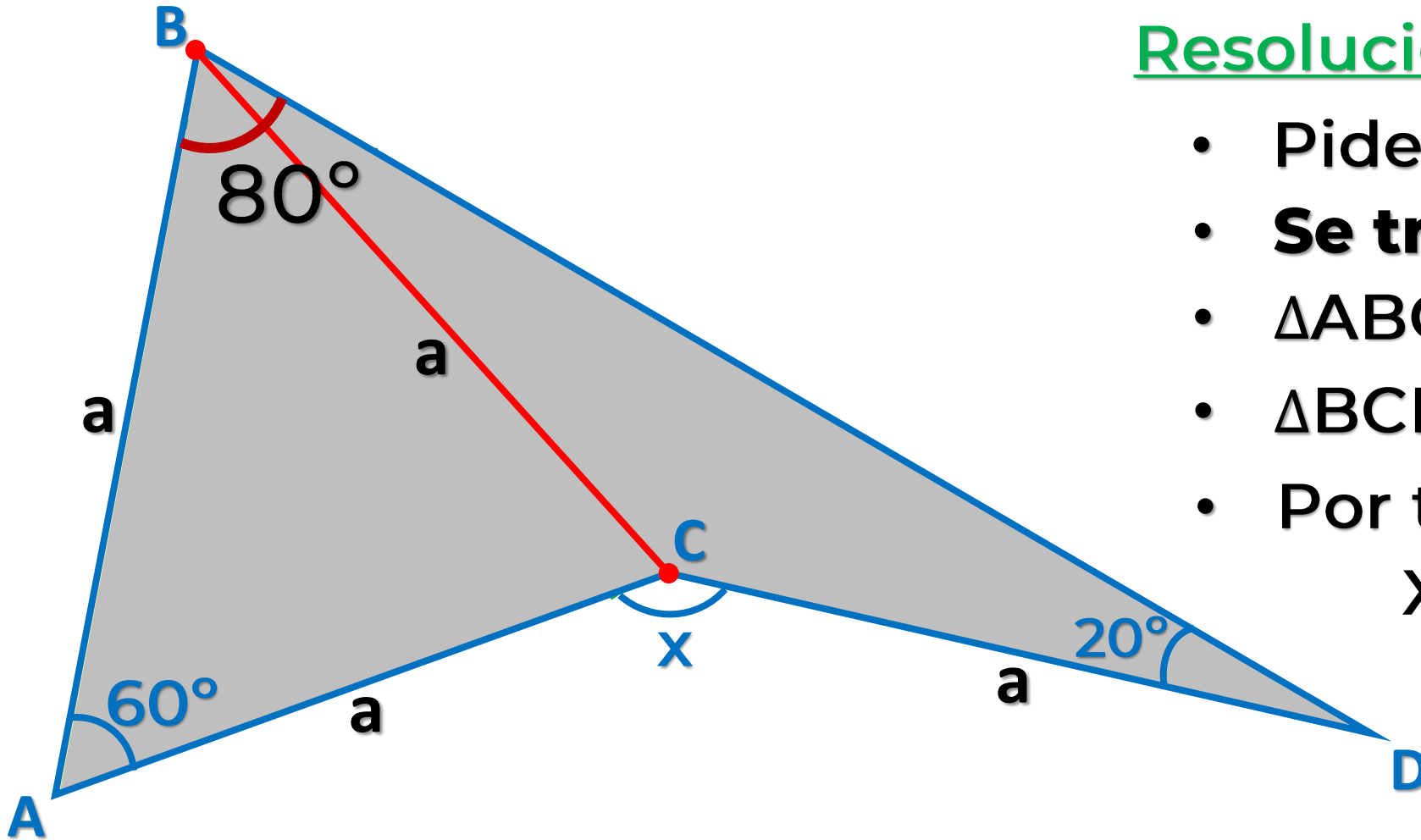
- Piden: x
- Por teorema:

$$7x + 5x + 120^\circ = 360^\circ$$

$$12x = 240^\circ$$

$$x = 20^\circ$$

5. En la figura,  $AB = AC = CD$ . Halle el valor de  $x$ .



### Resolución

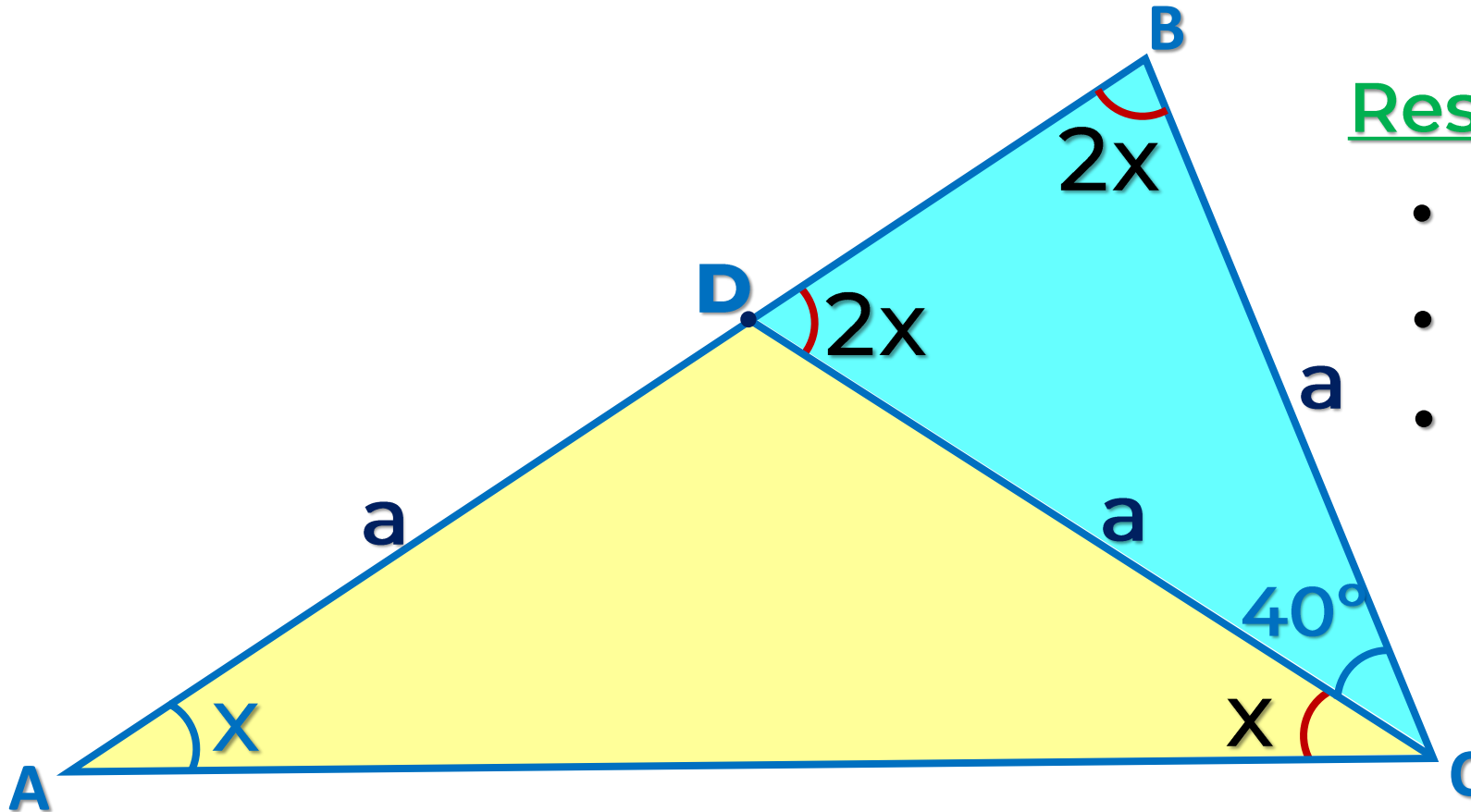
- Piden:  $x$
- **Se traza  $\overline{BC}$ .**
- $\triangle ABC$  : **Equilátero**
- $\triangle BCD$  : **Isósceles**
- Por teorema:

$$X = 60^\circ + 80^\circ + 20^\circ$$

$$x = 160^\circ$$



6. En un  $\triangle ABC$ , en  $\overline{AB}$  se ubica el punto D, tal que  $AD = DC = BC$  y  $m\angle BCD = 40^\circ$ . Halle  $m\angle DAC$ .



### Resolución

- Piden:  $x$
- $\triangle ADC$  : Isósceles
- $\triangle BCD$  : Isósceles

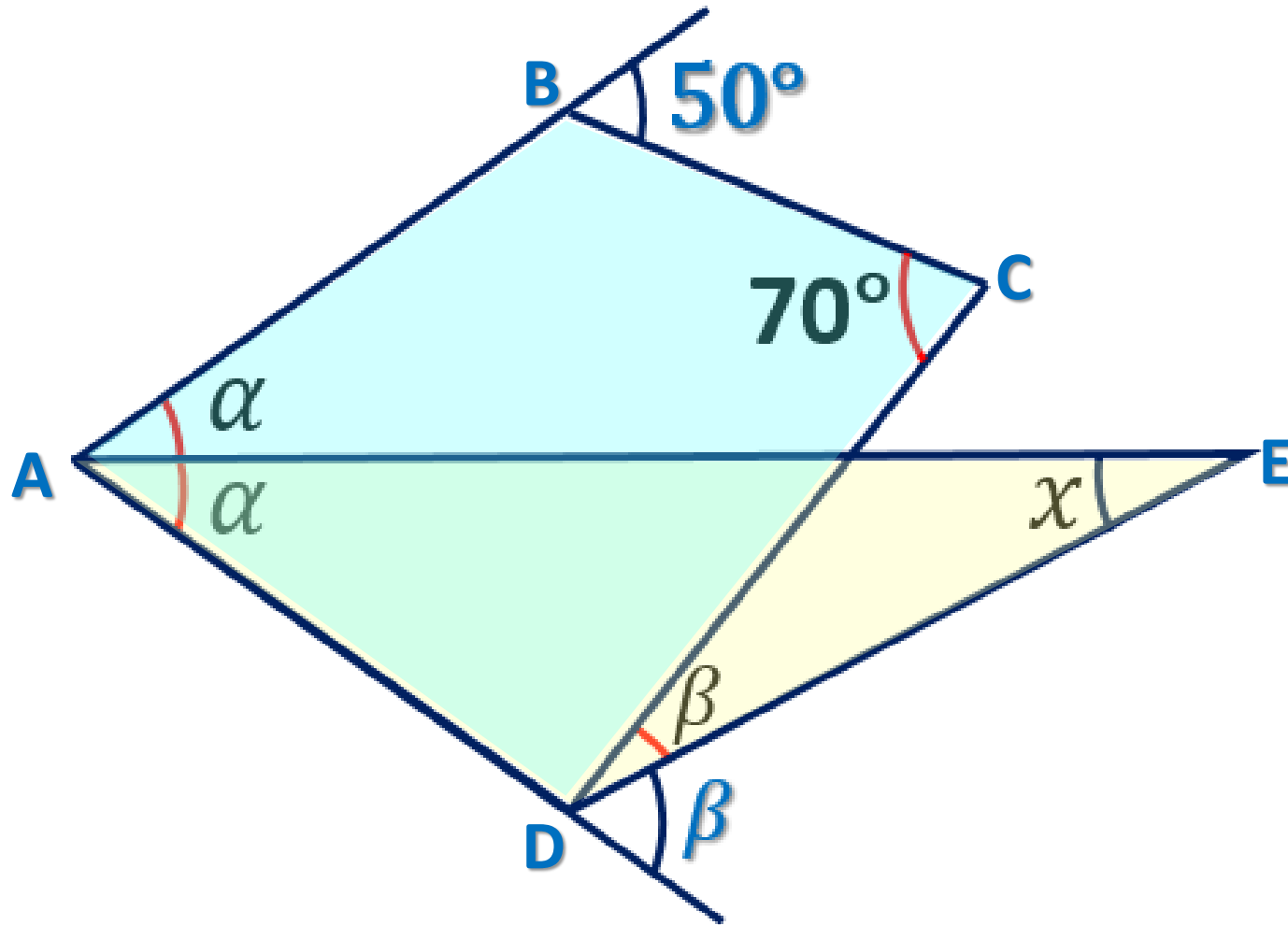
$$2x + 2x + 40^\circ = 180^\circ$$

$$4x = 140^\circ$$

$$x = 70^\circ$$



7. En la figura, halle el valor de  $x$ .



### Resolución

- Piden:  $x$
- $\triangle ADE$  :  

$$x + \alpha = \beta$$

$$x = \beta - \alpha \quad \dots (1)$$
- $ABCD$  :  

$$2\alpha + 70^\circ = 2\beta + 50^\circ$$

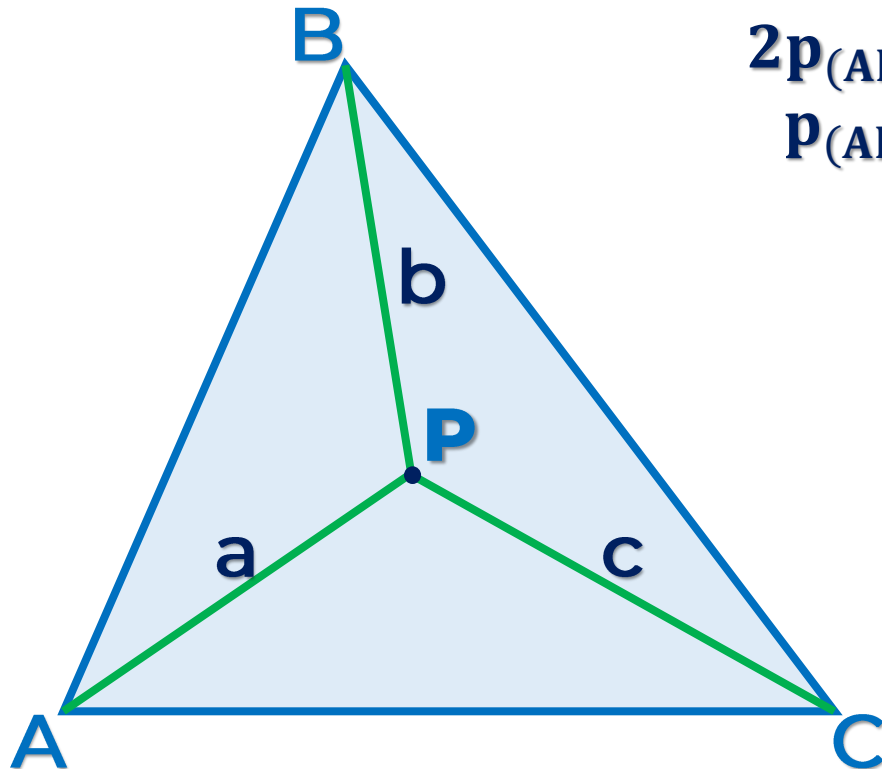
$$20^\circ = 2\beta - 2\alpha$$

$$10^\circ = \beta - \alpha \quad \dots (2)$$
- Reemplazando 2 en 1.

$$x = 10^\circ$$



8. Se muestra el piso de una pileta en forma de región  $\triangle ABC$ . Del punto  $P$  se distribuye agua por tubos hacia los puntos  $A$ ,  $B$  y  $C$ . Si el perímetro del piso es 16 m, determine el menor número entero de metros de tubo, que se deben comprar para hacer dichas conexiones.



$$2p_{(ABC)} = 16 \text{ m}$$

$$p_{(ABC)} = 8 \text{ m}$$

$$(x = a + b + c)$$

### Resolución

- Piden:  $x_{\text{menor}}$
- Por teorema:

$$p < x < 2p$$

$$8 < x < 16$$

$$\textcircled{x} = 9 ; 10 ; \dots 16 ; 17 ; 18$$

$$x_{\text{mín}} = 9 \text{ m}$$