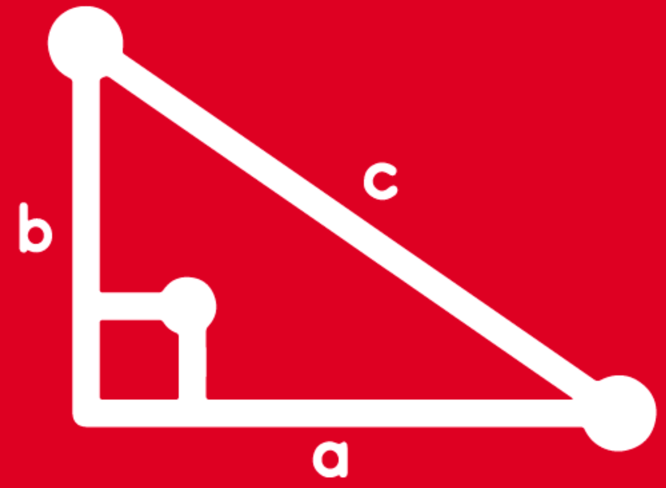
TRIGONOMETRY

Chapter 06



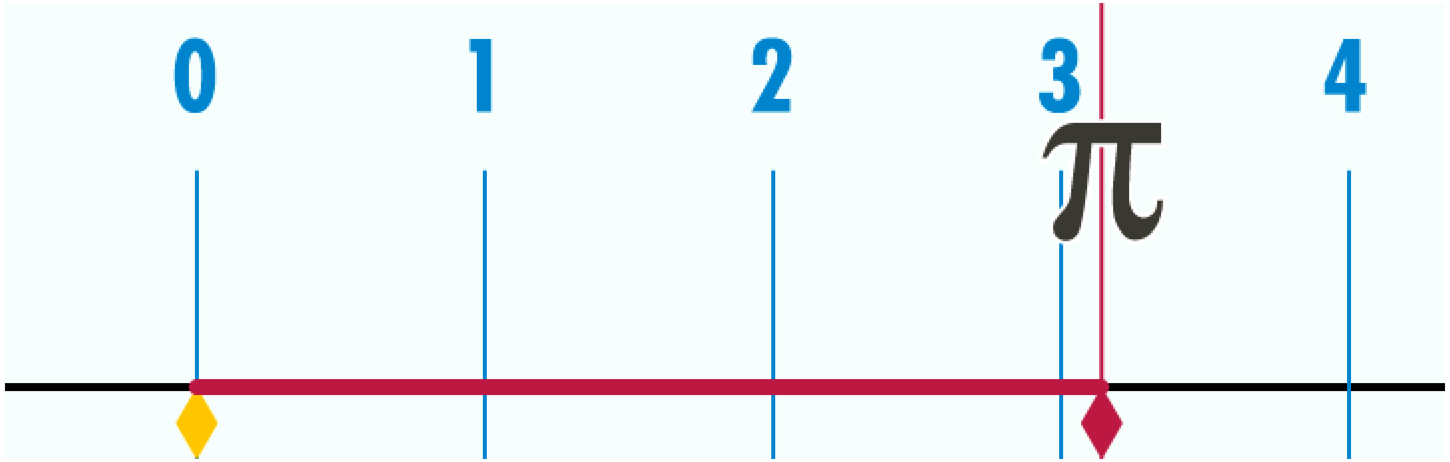
5th
SECONDARY

Razones trigonométricas de un ángulo en posición normal I

SACO OLIVEROS

CURIOSIDADES EN LA MATEMÁTICA

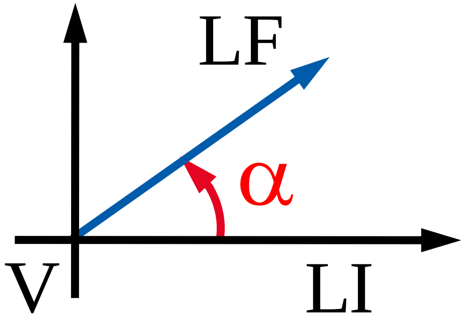
El numero $\pi(pi) = 3.14159\ldots.$



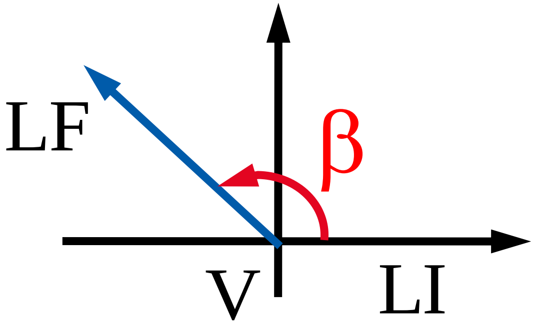
ÁNGULO EN POSICIÓN NORMAL

Es aquel ángulo trigonométrico cuyo vértice (V) está en el origen de coordenadas cartesianas y su lado inicial (LI) coincide con el semieje positivo de las abscisas. El lado final (LF) nos indica el cuadrante al cual pertenece el ángulo.

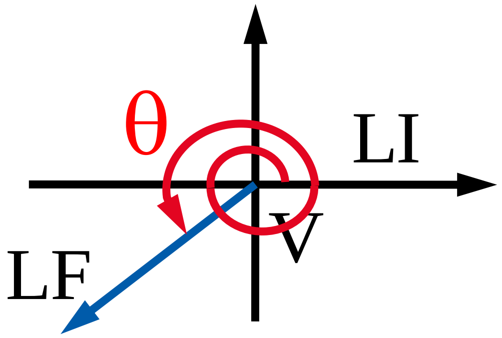
EJEMPLOS:



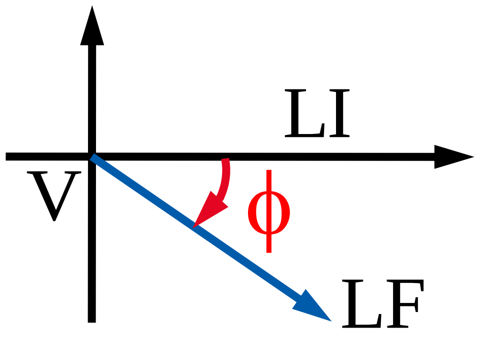
$\alpha \in IC$



$\beta \in IIC$

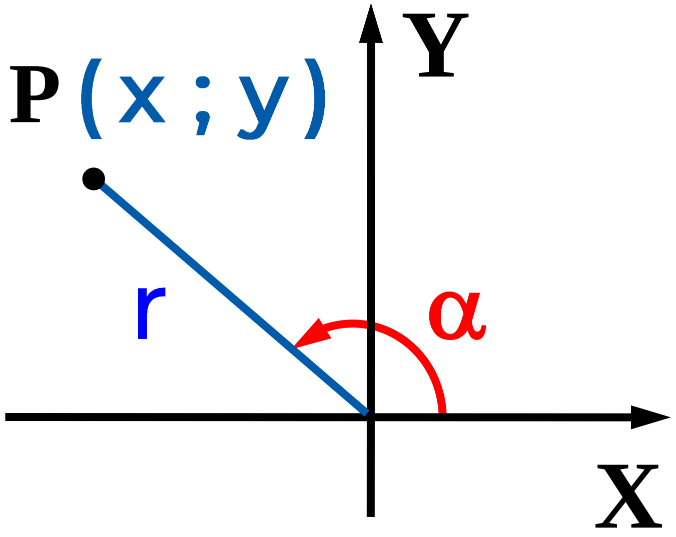


$\theta \in IIIC$



$\phi \in IVC$

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO EN POSICIÓN NORMAL



y : Ordenada del punto **P**

x : Abscisa del punto **P**

r : Radio vector

$$= \sqrt{\quad + \quad}$$

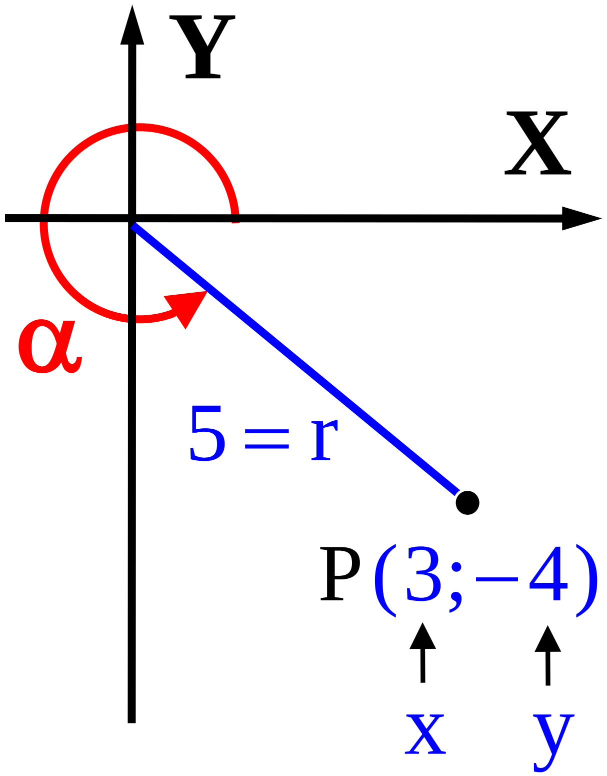
$$> 0$$

DEFINICIONES

senα	cosα	tanα	cotα	secα	cscα
—	—	—	—	—	—

1. El lado terminal de un ángulo α en posición estándar pasa por el punto P(3 ; – 4). Halle el valor de secα – tanα.

RESOLUCIÓN



$$\boxed{r=\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$r=\sqrt{(3)^2+(-4)^2} \Rightarrow r=5$$

Piden:

$$E=\sec\alpha-\tan\alpha$$

$$E=\frac{5}{3}-\frac{-4}{3}=\frac{9}{3}$$

$$\therefore \boxed{E=3}$$

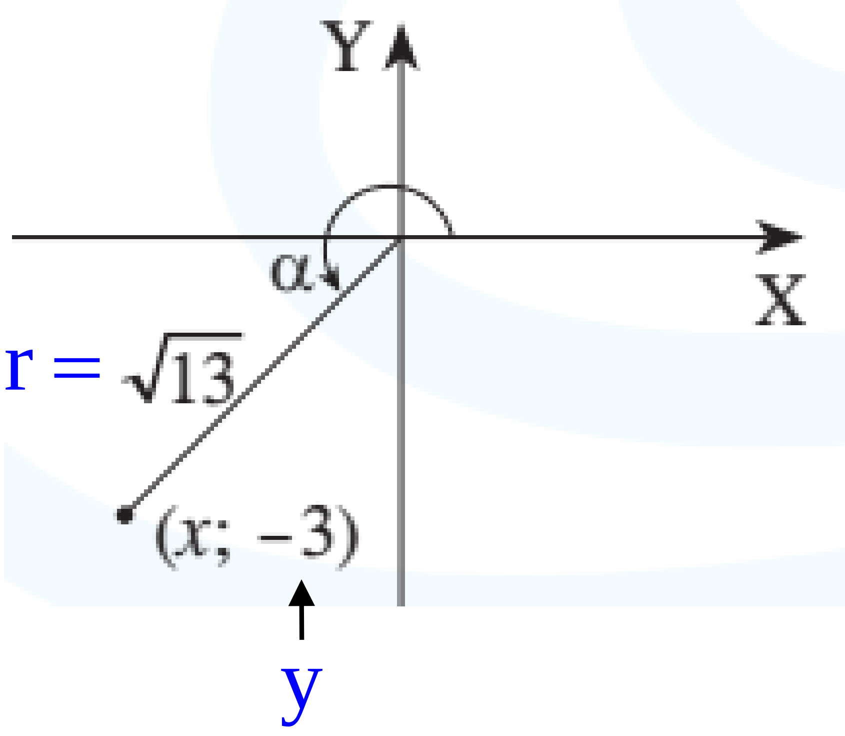
Recordar:

Sen	Cos	Tan
$\frac{y}{r}$	$\frac{x}{r}$	$\frac{y}{x}$

Csc	Sec	Cot
$\frac{r}{y}$	$\frac{r}{x}$	$\frac{x}{y}$

2. Del gráfico mostrado, calcule:

$= \sqrt{\quad}$ $\alpha -$ α



RESOLUCIÓN

- $\sqrt{13} = \sqrt{x^2 + (-3)^2}$

Al cuadrado: $13 = x^2 + 9$

$\Rightarrow 4 = x^2 \Rightarrow x = -2$

- **Piden:** $P = \sqrt{13}\,\text{sen}\alpha - 6\tan\alpha$

$$P = \cancel{\sqrt{13}}\left(\frac{-3}{\cancel{\sqrt{13}}}\right) - 6\left(\frac{-3}{-2}\right) = -3 - 9$$

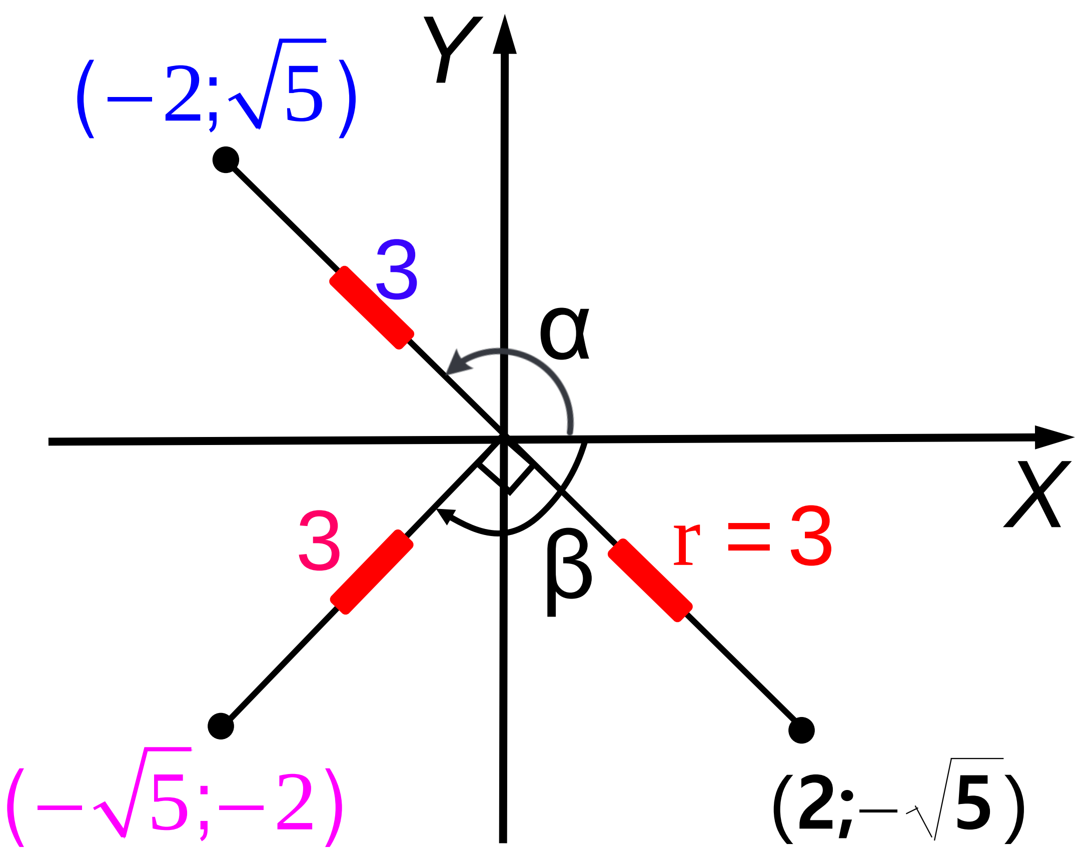
$\therefore \boxed{P = -12}$

Recordar

$$\boxed{r = \sqrt{x^2 + y^2}}$$

Sen	Cos	Tan
$\frac{y}{r}$	$\frac{x}{r}$	$\frac{y}{x}$

3. Del gráfico, calcule: $\alpha + \quad \beta$

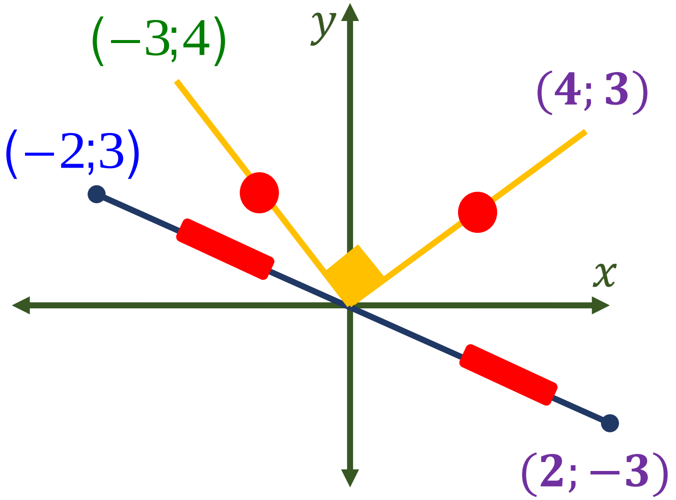


RESOLUCIÓN

Recordar:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$\tan\beta$	$\sec\alpha$
$\dfrac{y}{x}$	$\dfrac{r}{x}$



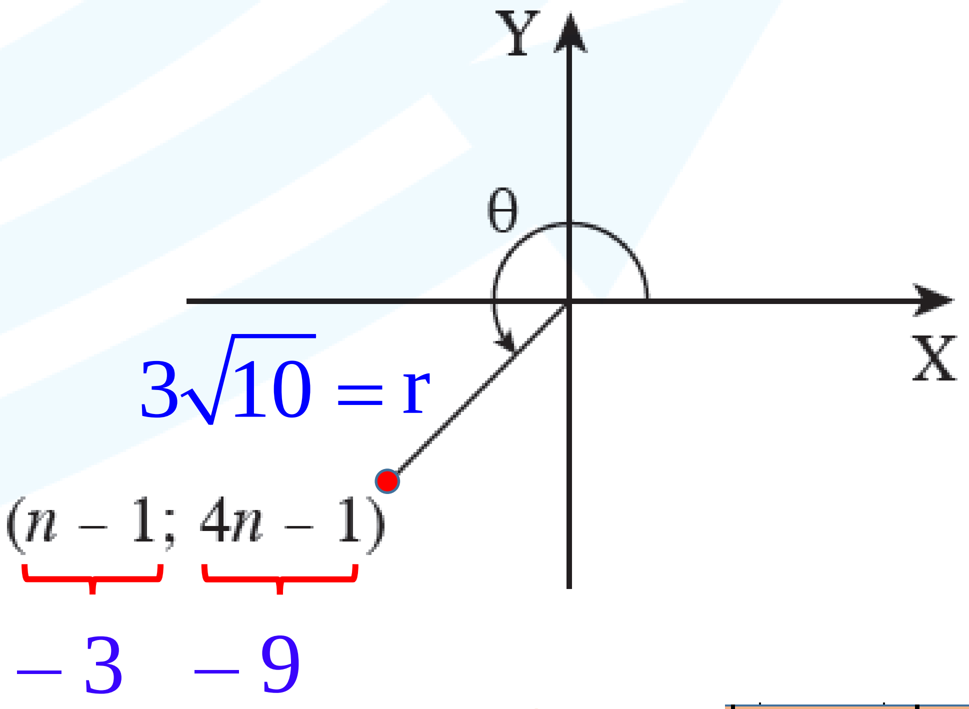
- **Piden:** $E = \sec\alpha + \tan^2\beta$

$$E = \left(\frac{3}{-2}\right) + \left(\frac{-2}{-\sqrt{5}}\right)^2$$

$$E = -\frac{3}{2} + \frac{4}{5}$$

$$\therefore \boxed{E = -\frac{7}{10}}$$

4. Del gráfico, si $\tan\theta = 3$; efectúe: $= \sqrt{} \quad \theta - n$



Recordar

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$\cos\theta$	$\tan\theta$
$\frac{x}{r}$	$\frac{y}{x}$

RESOLUCIÓN

Dato: $\tan\theta = 3 = \underbrace{\frac{4n-1}{n-1}}$

$$3n - 3 = 4n - 1$$

$$n = -2$$

- **Piden:** $= \sqrt{10} \quad \theta - n$

$$= \cancel{\sqrt{10}}\left(\frac{-3}{3\cancel{\sqrt{10}}}\right) - (-2)$$

$$= -1 + 2$$

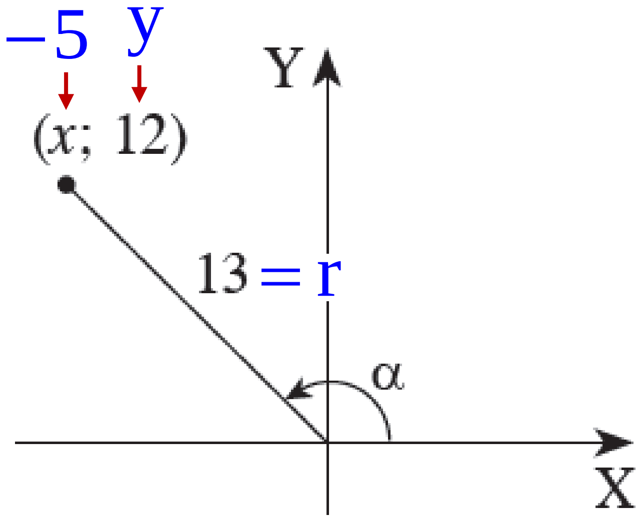
$$\therefore \boxed{M = 1}$$

5. Lucas ha rendido sus exámenes de Trigonometría, Geometría y Álgebra obteniendo las notas A, B y C, respectivamente. Si los valores de A, B y C se obtienen resolviendo los siguientes ejercicios, ¿en cuál de los cursos obtuvo la mejor calificación?

$A = 13\text{sen}\alpha + 5$

$B = 11 - 13\cos\alpha$

$C = 5 - 24\cot\alpha$



senα	cosα	cotα
$\frac{y}{r}$	$\frac{x}{r}$	$\frac{x}{y}$

RESOLUCIÓN

$r = \sqrt{x^2 + y^2}$

$\Rightarrow 13 = \sqrt{x^2 + (12)^2} \Rightarrow x^2 = 25$

$\Rightarrow x = -5$

Reemplazando:

- $A = 13\left(\frac{12}{13}\right) + 5 \Rightarrow A = 17$
- $B = 11 - 13\left(\frac{-5}{13}\right) \Rightarrow B = 16$
- $C = 5 - 24\left(\frac{-5}{12}\right) \Rightarrow C = 15$

$\therefore \boxed{A = \text{Trigonometría}}$

6. Si el lado final de un ángulo α en posición normal pasa por el punto de intersección de las rectas

$L_1: 3x + y + 8 = 0$ ... (I)

$L_2: 5x - 2y - 5 = 0$ ... (II)

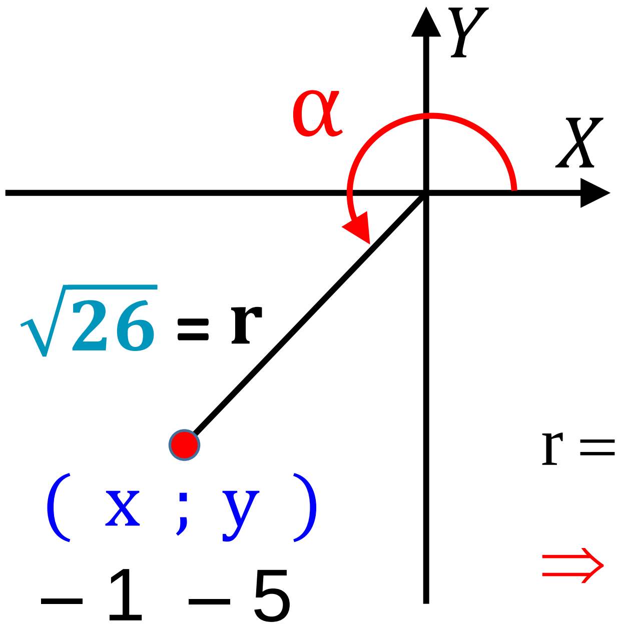
Efectúe: $\quad = \sqrt{\quad}\left(\quad \alpha + \quad \alpha\right)$

RESOLUCIÓN

Multiplicamos por 2 la ecuación (I)

$$\begin{aligned} 6x + \cancel{2y} + 16 &= 0 \\ 5x - \cancel{2y} - 5 &= 0 \end{aligned} \quad (+)$$

$$11x + 11 = 0 \Rightarrow x = -1 \ \wedge \ y = -5$$



$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$r = \sqrt{(-1)^2 + (-5)^2}$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{26}$$

- **Piden:** $W = \sqrt{26}\left(\operatorname{sen}\alpha + \cos\alpha\right)$

$$\Rightarrow W = \sqrt{26}\left(\frac{-5}{\sqrt{26}} + \frac{-1}{\sqrt{26}}\right)$$

$$\Rightarrow W = \cancel{\sqrt{26}}\left(\frac{-6}{\cancel{\sqrt{26}}}\right) \qquad \therefore \boxed{W = -6}$$

7. Si α = − — α ∈ efectúe: = α − α

RESOLUCIÓN

DATO:

- $\cos\alpha = -\dfrac{5}{13}$

Como α ∈ IIIC

$$\cos\alpha = \frac{-5}{13} = \frac{x}{r}$$

Recordar

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$13 = \sqrt{(-5)^2 + y^2}$$

$$169 = 25 + y^2$$

$$144 = y^2$$

Como α ∈ IIIC

$$y = -12$$

Piden:

$$Q = \csc\alpha - \cot\alpha$$

$$Q = \frac{r}{y} - \frac{x}{y}$$

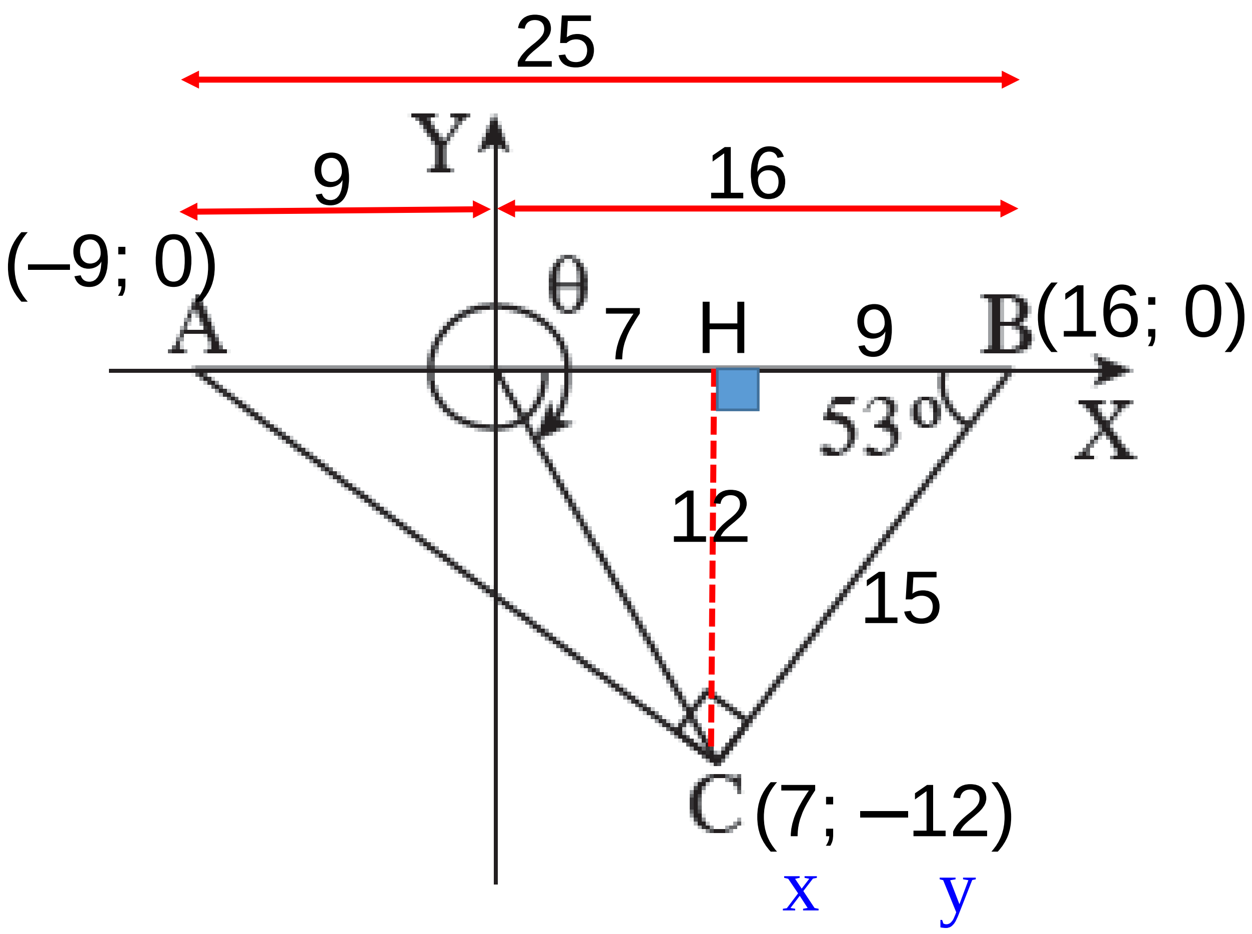
$$Q = \frac{13}{-12} - \frac{-5}{-12}$$

$$Q = -\frac{13}{12} - \frac{5}{12}$$

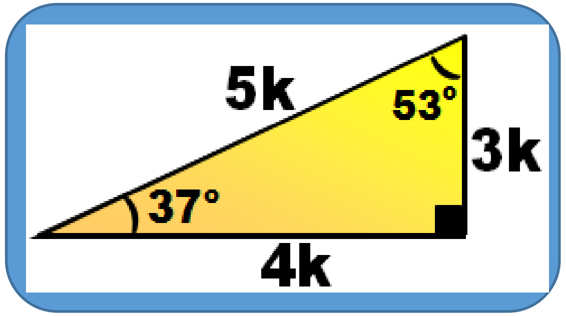
$$Q = -\frac{18}{12}$$

$$\therefore \boxed{Q = -\frac{3}{2}}$$

8. En el gráfico A(-9;0) y B(16;0)
Calcule: $\theta +$



RESOLUCIÓN



Piden: $E = 12\cot\theta + 13$

$$E = 12\left(\frac{x}{y}\right) + 13$$

$$E = \cancel{12}\left(\frac{7}{\cancel{-12}}\right) + 13 = -7 + 13$$

$$\therefore \boxed{E = 6}$$