ALGEBRA

4th

SECONDARY

ASESORIA

SACO OLIVEROS

PROBLEMA 1

Obtenga el grado absoluto del término del lugar 12

$$P(x) = \left(x^5 + x^8\right)^{18}$$

Resolución

$$t_{12} = t_{11+1} \Rightarrow \boxed{k = 11} \quad \boxed{n = 18}$$

Recordar

$$(a+b)^n$$

$$t_{k+1} = c_k^n a^{n-k} . b^k$$

$$t_{12} = C_{11}^{18}\left(x^5\right)^7 . \left(x^8\right)^{11}$$

$$= C_{11}^{18} x^{35} . x^{88}$$

GA$= 35 + 88$

RPTA: GA= 123

PROBLEMA 2

Indique el término del lugar 6 en el desarrollo : $N(x) = \left(x^3 + \frac{1}{x^2}\right)^{50}$

Resolución

$t_6 = t_{5+1} \Rightarrow$

- $k = 5$
- $n = 50$

Recordar

$(a+b)^n$

$t_{k+1} = c_k^n a^{n-k} . b^k$

Entonces:

$$t_6 = C_5^{50}(x^3)^{45} . \left(\frac{1}{x^2}\right)^5$$

$$= C_5^{50} x^{135} . \left(\frac{1}{x^{10}}\right)$$

RPTA

$$t_6 = C_5^{50} x^{125}$$

PROBLEMA 3

En la expansión $(a^4+b^4)^{3n}$ los términos del lugar $n+6$ y $n+8$ equidistan de los extremos. Determine el exponente de a en el termino central

Resolución

$t_{n+6} = t_{n+5+1}$ ⇒ • $k = n+5$

$$t_{n+6} = C_{n+5}^{3n}(a^4)^{3n-n-5}.(b^4)^{n+5}$$

$$t_{n+8} = C_{n+7}^{3n}(a^4)^{3n-n-7}.(b^4)^{n+7}$$

$$\Rightarrow C_{n+5}^{3n} = C_{n+7}^{3n}$$

se cumple: $n+5 = n+7$ (F)

$n+5+n+7 = 3n$

$2n+12 = 3n$

$12 = n$

$\Rightarrow (a^4+b^4)^{36}$

Como n es par:

$t_c = t_{\frac{n}{2}+1} = t_{18+1} = t_{19}$

$t_{19} = t_{18+1} = c_{18}^{36}(a^4)^{18}(b^4)^{18}$

piden exponente de a: $(a^4)^{18}$ $= a^{72}$

Rpta ⇒ 72

PROBLEMA 4

Sabiendo que: $z = \frac{(1+i)^2}{(1-i)^2} + 10\left(\frac{2+3i}{1-2i}\right)$ Calcular $t = \frac{Im(z)+2}{Re(z)+1}$

Resolución

Recordar:

- $(1+i)^2 = 2i$
- $(1-i)^2 = -2i$
- $i^2 = -1$

$$Z = \frac{2i}{-2i} + 10\,\frac{(2+3i)}{1-2i}\cdot\frac{(1+2i)}{1+2i}$$

$$Z = -1 + 10\,\frac{(2+4i+3i+6i^2)}{1+2^2}$$

$$Z = -1 + \cancel{10}\,\frac{(-4+7i)}{\cancel{5}}$$

$$Z = -1 - 8 + 14i = -9 + 14i$$

$$Z = -9 + 14i$$

Reemplazando

$$t = \frac{14+2}{-9+1}$$

$$\boxed{t = \frac{\cancel{16}}{\cancel{-8}}}$$

RPTA $\boxed{t = -2}$

PROBLEMA 5

De la Identidad: $(1+i)^2+(1+i)^4+(1+i)^8 \equiv a+bi$
Calcular $w=(a+b)^2$

Resolución

Recordar

- $(1+i)^2=2i$
- $(1-i)^2=-2i$
- $i^2=-1$

$$(1+i)^2+\left[(1+i)^2\right]^2+\left[(1+i)^2\right]^4 \equiv a+bi$$

$$2i+(2i)^2+(2i)^4 \equiv a+bi$$

$$2i+2^2.\ i^2+2^4.i^4$$

$$2i+4(-1)+16(1) \equiv a+bi$$

$$12+2i \equiv a+bi$$

$$\boxed{a=12} \quad \boxed{b=2}$$

piden

$$=(12+2)^2$$

$$14^2$$

RPTA $\boxed{=196}$

PROBLEMA 6

Sabiendo que: $\sqrt{A+Bi} = x + yi$, $Halle$:

$$M = \frac{B^2}{y^2A + y^4}$$

Resolución

ELEVANDO AL CUADRADO

$$\left(\sqrt{A+Bi}\right)^2 = (x + y\,i)^2$$

$$A + B\,i = x^2 + 2xyi + (yi)^2$$

$$A + B\,i = x^2 - y^2 + 2xyi$$

$$A = x^2 - y^2 \;\wedge\; B = 2xy$$

REMPLAZANDO

$$M = \frac{(2xy)^2}{y^2(A + y^2)}$$

$$= \frac{4x^2y^2}{y^2(x^2 \cancel{- y^2} \cancel{+ y^2})}$$

$$M = \frac{4\cancel{x^2y^2}}{\cancel{x^2y^2}} = 4$$

Rpta. $\boxed{M = 4}$

PROBLEMA 7

Halle el valor de x , si se cumple :

$$\frac{a+1}{x+b}-\frac{a-b}{a-x}=\frac{b+1}{x+b}$$

Resolución

$$\frac{a+1}{x+b}-\frac{b+1}{x+b}=\frac{a-b}{a-x}$$

$$\frac{\cancel{a-b}}{x+b}=\frac{\cancel{a-b}}{a-x}$$

$$\text{a}-x=x+b$$

$$a-b=2x$$

RPTA

$$\boxed{\frac{a-b}{2}=x}$$

PROBLEMA 8

Determine el valor de x en la ecuación

$$M = \frac{x^2+14x+50}{x^2-6x+10} = \left(\frac{x-3}{x+7}\right)^{-2}$$

Resolución

$$M = \frac{x^2+14x+50}{x^2-6x+10} = \frac{(x+7)^2}{(x-3)^2}$$

$$M = \frac{x^2+14x+50}{x^2-6x+10} = \frac{x^2+14x+49}{x^2-6x+9}$$

$$m = x^2+14x+49$$

$$n = x^2-6x+9$$

$$\frac{m+1}{n+1} = \frac{m}{n}$$

$$\boxed{\cancel{mn}+n = \cancel{mn}+m}$$

$$\boxed{n = m}$$

$$\cancel{x^2}-6x+9 = \cancel{x^2}+14x+49$$

$$-40 = 20x$$

RPTA $\boxed{-2 = x}$

PROBLEMA 9

Si x_0 *es solución de la ecuación lineal*
$\frac{x-2a-b}{b}+\frac{x}{a+b}=3$. Calcule el valor de $=\frac{x_0}{a+b}$; *considere* $a;b\in\mathbb{R}^+$

Resolución

$$\frac{x-2a-b}{b}-1+\frac{x}{a+b}-2=0$$

$$\frac{x-2a-2b}{b}+\frac{x-2a-2b}{a+b}=0$$

$$(x-2a-2b)\underbrace{\left[\frac{1}{b}+\frac{1}{a+b}\right]}_{+}=0$$

Entonces

$$x-2a-2b=0$$

$$x=2a+2b$$

$$x=2(a+b)$$

$$x=x_0$$

$$x_0=2(a+b)$$

Piden:

$$\frac{x_0}{a+b}$$

Remplazando

$$=\frac{2\cancel{(a+b)}}{\cancel{a+b}}$$

Rpta: 2

PROBLEMA 10

Paúl quiere regalar una laptop a su hija Anita para sus clases virtuales; si Paúl tiene ahorrado s/ 1000. ¿_Cuánto dinero le falta? Sí la laptop cuesta $10x$, soles donde x se obtiene al resolver

$$\sqrt[3]{14+\sqrt{x}}+\sqrt[3]{14-\sqrt{x}}=4$$

Resolución

IDENTIDAD DE CAUCHY

$$(a+b)^3=a^3+b^3+3(a+b)(ab)$$

Elevando al cubo:

$$\left(\sqrt[3]{14+\sqrt{x}}+\sqrt[3]{14-\sqrt{x}}\right)^3=(4)^3$$

$$14+\cancel{\sqrt{x}}+14-\cancel{\sqrt{x}}+3\left(\sqrt[3]{14^2-x}\right)(4)=64$$

$$28+3\left(\sqrt[3]{14^2-x}\right)(4)=64$$

$$\cancel{12}\left(\sqrt[3]{14^2-x}\right)=\cancel{36}\ 3$$

$$\left(\sqrt[3]{14^2-x}\right)=3$$

Elevando al cubo: $14^2-x=27$

$$196-27=x$$

$$169=x$$

remplazando:

$laptop\ 10(169)$

$$=1690$$

$1690-1000=690$

RPTA

Le falta: s/690