

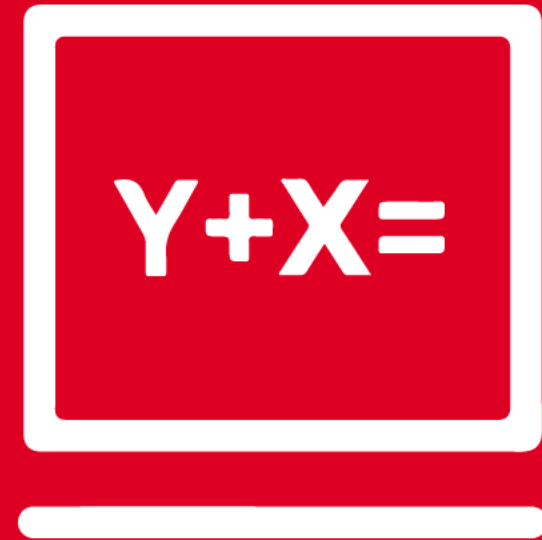


ARITHMETIC

Chapter 6

4th of Secondary

ADICION Y SUSTRACCION



 **SACO OLIVEROS**



MOTIVATING STRATEGY

Resuelva la siguiente operación

$$1 + 1 + 2 + 4 + 3 + 9 + 4 + 16 + \dots + 10 + 100$$



En cuanto
tiempo
puedes
resolverlo.



1

ADICIÓN

$$S = a + b$$

$$\begin{array}{r}
 \overset{1}{\curvearrowright} \overset{1}{\curvearrowright} \quad \leftarrow \text{lleva} \\
 241_{(7)} + \\
 345_{(7)} \\
 516_{(7)} \\
 \hline
 1435_{(7)}
 \end{array}$$

En otras bases

Orden 1

$$(1 + 5 + 6) = 12 = \textcircled{1} \times 7 + 5$$

Orden 2

$$(\textcolor{teal}{1} + 4 + 4 + 1) = 10 = \textcircled{1} \times 7 + 3$$

Orden 3

$$(\textcolor{teal}{1} + 2 + 3 + 5) = 11 = \textcircled{1} \times 7 + 4$$



Formula notables (\mathbb{Z}^+)

A

Suma de primeros números enteros positivos

$$S = 1 + 2 + 3 + \cdots + \underline{n}$$

Último término

$$S = \frac{n(n+1)}{2}$$

Ejm

$$S = 1 + 2 + 3 + \cdots + 45$$

$n = 45$

$$S = \frac{45(46)}{2} = 1035$$



B Suma de primeros números pares

$$S = 2 + 4 + 6 + \cdots + \underbrace{(2n)}$$

$$S = n(n + 1) \quad \text{Último término}$$

Ejm $S = 2 + 4 + 6 + \cdots + 64$

$$2n = 64$$

$$n = 32$$

$$S = 32(33) = 1056$$

C Suma de primeros números impares

$$S = 1 + 3 + 5 + \cdots + \underbrace{(2n - 1)}$$

$$S = n^2 \quad \text{Último término}$$

Ejm $S = 1 + 3 + 5 + \cdots + 59$

$$(2n - 1) = 59$$

$$n = 30$$

$$S = 30^2 = 900$$



D

Suma de primeros números al cuadrado

$$S = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + \underbrace{n^2}$$

$$S = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \quad \text{Último término}$$

Ejm $S = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 22^2$

$$n^2 = 22^2$$

$$n = 22$$

$$S = \frac{22(23)(45)}{6} = 3795$$

E

Suma de primeros números al cubo

$$S = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + \underbrace{n^3}$$

$$S = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2 \quad \text{Último término}$$

Ejm $S = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 15^3$

$$n^3 = 15^3$$

$$n = 15$$

$$S = \left[\frac{15(16)}{2} \right]^2 = 14400$$



2

SUSTRACCIÓN

Es la operación inversa a la adición, dados dos números enteros llamados minuendo (**M**) y sustraendo (**S**), nos permite encontrar un tercer número llamado diferencia (**D**).

En otras bases

Ejm

$$65 - 38 = 27$$

$$M - S = D$$

$$\begin{array}{r} +8 \quad +8 \\ \curvearrowright \quad \curvearrowright \\ 562_{(8)} - \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 376_{(8)} \\ \hline 164_{(8)} \end{array}$$

Orden 1 $(8 + 2) - 6 = 4$

Orden 2 $(8 + 5) - 7 = 6$

Orden 3 $4 - 3 = 1$



Propiedades

1

Suma de los términos

Ejm 1

➤ En la siguiente sustracción

$$65 - 28 = 37$$

➤ Si sumamos los términos

$$65 + 28 + 37 = 130 = 2(65)$$

➤ En general:

$$M + S + D = 2M$$

2

Resta notable

Ejm 2

En base 10

$$\begin{array}{r} 762 \\ - 267 \\ \hline 495 \end{array}$$

$$4 + 5 = 9 = 10 - 1 \quad \wedge \quad 1 + 5 = 6 = 7 - 1$$

➤ En general:

$$\overline{abc}_{(n)} - \overline{cba}_{(n)} = \overline{xyz}_{(n)}$$

$$x + z = y = n - 1$$

$$a - c = x + 1$$

En base 7

$$\begin{array}{r} 634_{(7)} \\ - 436_{(7)} \\ \hline 165_{(7)} \end{array}$$




Complemento aritmético (CA)

Ejm 1

$$CA(74) = 100 - 74 = 26$$

Luego:

$$CA(N)_{(n)} = 100 \dots 0_{(n)} - N_{(n)}$$


 "K" ceros

K = cantidad de cifras de N

FORMA PRÁCTICA

$$CA(458) = 542$$

9 9 10
9 9 10

$$CA(263_{(7)}) = 404$$

6 6 7
6 6 7



La suma de los tres términos de una sustracción es 1784. Si el sustraendo es el CA del minuendo, halle el valor de la diferencia.

Resolution:

$$\begin{aligned} M + S + D &= 1784 \\ 2M &= 1784 \\ M &= 892 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} S &= \overset{9910}{\text{CA}(M)} = \text{CA}(892) \\ S &= 108 \\ \therefore M - S &= D \\ 892 - 108 &= \end{aligned}$$

RPTA: **784**



Si $CA(\overline{abcd}) = 28$, halle $CA(a + b + c + d)$.

Resolution:

$$\begin{array}{ccccccc} & 9 & 9 & 9 & (10) & & \\ CA(abcd) = & & & & & 0028 & \\ & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ & \text{red} & \text{blue} & \text{purple} & \text{purple} & \text{blue} & \text{purple} \end{array}$$

$9 - a = 0$	$9 - b = 0$	$9 - c = 2$	$10 - d = 8$
$a = 9$	$b = 9$	$c = 7$	$d = 2$

Piden: $CA(a + b + c + d) = CA(27) =$

RPTA:

73

3

Si la suma de los n primeros números enteros positivos es igual al numeral \overline{aaa} , calcule $a + n$.

Recordemos

$$\begin{aligned}\overline{aaa} &= a \times 10^2 + a \times 10 + a \\ &= 111a\end{aligned}$$

Resolution:

$$\begin{aligned}1 + 2 + 3 + \dots + n &= \overline{aaa} \\ \hline \frac{n(n+1)}{2} &= 111a \\ n(n+1) &= 2 \times 111a \\ &= 2 \times 3 \times 37a\end{aligned}$$

$$\underline{n}(n+1) = \underline{6a} \times 37 = \underline{36} \times 37$$

$$\Rightarrow n = 36 \quad \wedge \quad a = 6$$

$$\therefore a + n = \text{RPTA: } 42$$



4

El guardián de un pozo ha plantado a partir del pozo cada 5 m y en una misma dirección un total de 32 árboles, y solo puede sacar agua del pozo para el riego de un solo árbol. ¿Cuánto tiene que recorrer diariamente para regar los 32 árboles?

Resolution:
Gráficamente



1° 2° 3° 32°
árbol árbol árbol árbol

$$S = 10 + 20 + 30 + \dots + 320$$

$$S = 10 (1 + 2 + 3 + \dots + 32)$$

$$S = 10 \left[\frac{(32)(33)}{2} \right]$$

RPTA: **5280 m**



5

Si el CA de un número de tres cifras excede a dicho número en 48, indique el producto de cifras de dicho número.

Resolution:

$$\begin{array}{rcl}
 \underbrace{CA(\overline{abc})} & - & \overline{abc} = 48 \\
 1000 - \overline{abc} & - & \overline{abc} = 48 \\
 1000 & - & 2(\overline{abc}) = 48 \\
 & & \cancel{952} = \cancel{2(\overline{abc})} \\
 & & 476 = \overline{abc}
 \end{array}$$

$$a = 4 \quad b = 7 \quad c = 6$$

Piden: $(a \times b \times c)$

$$(4 \times 7 \times 6) = 168$$

RPTA: **168**



6

Si el $CA(\overline{a2b7}) = \overline{4c8d}$, halle el valor del CA de $a + b + c + d$.

Resolution:

$$\overset{9}{CA}(\overset{9}{\overline{a2b}}\overset{10}{7}) = \overline{4c8d}$$

Piden:

CA(16) =

$$\begin{aligned} 9 - a &= 4 \\ a &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 9 - 2 &= c \\ 7 &= c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 9 - b &= 8 \\ b &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 10 - 7 &= d \\ 3 &= d \end{aligned}$$

RPTA:

84



Si

$$\overline{abc} - \overline{cba} = 2pn$$

$$\overline{abc} + \overline{cba} = 1049$$

Efectúe $Q = \frac{\overline{cba}}{p-n}$

Resolution:

$$\overline{abc} - \overline{cba} = 297$$

$$\overline{abc} + \overline{cba} = 1049$$

$$2 \overline{abc} = 1346$$

$$\overline{abc} = 673$$

$$\begin{array}{r} \overline{abc} \\ - \overline{cba} \\ \hline \overline{2pn} \end{array}$$

$$p = 9$$

$$n = 7$$

Piden:

$$Q = \frac{\overline{cba}}{p-n}$$

$$Q = \frac{376}{9-7} = 188$$

RPTA:

188



8

La edad de un abuelo es un número de dos cifras y la edad de su hijo los mismos dígitos pero en orden invertido. Las edades de dos nietos coinciden con cada una de las cifras de la edad del abuelo; se sabe que la edad del hijo es a la edad del nieto mayor como 5 es a 1. Calcule la suma de cifras de la edad de la esposa del hijo sabiendo que dicha edad es la mitad de la edad del abuelo.

Resolution:



$$= \overline{ab}$$



$$= \overline{ba}$$



$$= a$$



$$= b$$

$$\frac{\overline{ba}}{a} = \frac{5}{1}$$

$$\overline{ba} = 5a$$

$$a = 5 \quad b = 2$$



$$= \frac{\overline{ab}}{2} = \frac{52}{2}$$

$$= 26$$

Piden:

$$2 + 6 = 8$$

RPTA:

8