

ALGEBRA

Volume 1 - 2

4th
SECONDARY

Asesoría



 **SACO OLIVEROS**

1.

Si: $P(x) = 8x - 9$

$$P(F(x)) = 16x + 15$$

Calcular: $F(3)$

Recordar

Valor Numérico

$$P(x) = 3x - 10$$

$$x = F(x)$$

$$\Rightarrow P(F(x)) = 3(F(x)) - 10$$

Resolución:

$$P(x) = 8x - 9$$

Valor Numérico

$$x = F(x)$$

$$\Rightarrow P(F(x)) = 8(F(x)) - 9$$

$$16x + 15 = 8F(x) - 9$$

$$\Rightarrow 16x + 24 = 8F(x)$$

$$2x + 3 = F(x)$$

Nos piden: $F(3)$

$$2(3) + 3 = F(3)$$

$$F(3) = 9$$

2.Si: $m + m^{-1} = 3$

Calcular el valor de:

$$m^3 + m^{-3}$$

Recordar

Identidad de Cauchy

$$(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$

Resolución:

$$m + m^{-1} = 3$$

Elevamos al cubo

$$(m + m^{-1})^3 = (3)^3$$

Aplicando Cauchy

$$(m)^3 + (m^{-1})^3 + 3 \underset{1}{(m)} \underset{3}{(m^{-1})} (m + m^{-1}) = 27$$

$$\Rightarrow m^3 + m^{-3} + 9 = 27$$

$$\therefore m^3 + m^{-3} = 18$$

3. Si : $x^2 + 5x = 1$,
Calcular

$$M = (x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) - 5x(x + 5)$$

Recordar

Steven

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + a \cdot b$$

Resolución:

Acomodando factores

$$M = (x + 1)(x + 4)(x + 2)(x + 3) - 5x(x + 5)$$

Aplicando Steven

$$M = \underbrace{(x^2 + 5x + 4)}_1 \underbrace{(x^2 + 5x + 6)}_1 - 5 \underbrace{(x^2 + 5x)}_1$$

$$M = (1 + 4)(1 + 6) - 5(1)$$

$$\Rightarrow M = (5)(7) - 5$$

$$\therefore M = 30$$

4. Si la división

$$\frac{12x^4 + 11x^3 + 19x^2 + Ax + B}{4x^2 - 3x + 2}$$

es exacta, Calcule A+B

Recordar

- 1° Dividir
- 2° Multiplicar
- 3° Sumar

Resolución:

4	12	11	19	A	B
<hr style="border: 1px solid red;"/>					
3		9	-6		
-2	X	20	15	-10	
X			28	21	-14
<hr style="border: 1px solid red;"/>					
	3	5	7	0	0

$$A + (-10) + 21 = 0$$

$$A = -11$$

$$B + (-14) = 0$$

$$B = 14$$

$$\therefore 3$$

5. Obtenga el residuo de:

$$\frac{x^{40} - (5x)^{20} - x^{13} + 125x^{10} + 9}{x - 5}$$

Recordar

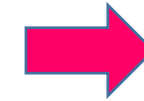
Teorema del Resto

$$d(x) = 0$$

Resolución:

Por el Teorema del Resto

$$x - 5 = 0$$



$$x = 5$$

$$(5)^{40} - (5 \cdot 5)^{20} - (5)^{13} + 125(5)^{10} + 9$$

$$(5)^{40} - (5^2)^{20} - (5)^{13} + 5^3(5)^{10} + 9$$

$$(\cancel{5})^{40} - (\cancel{5})^{40} - (\cancel{5})^{13} + (\cancel{5})^{13} + 9$$

$$r(x) = 9$$

6. El número de alumnos de ajedrez en el colegio Saco Oliveros es la cantidad de Factores primos del polinomio

$$P(x, y) = x^4 + xy^3 + x^3y + y^4$$

Indique cuántos son los alumnos de ajedrez

Recordar

$$\underbrace{(A^m + B^n)(A^{2m} - A^m B^n + B^{2n})}_{(A^{3m} + B^{3n})}$$

Resolución:

Agrupando

$$P(x, y) = x^4 + xy^3 + x^3y + y^4$$

Factor común en cada grupo

$$P(x, y) = x(x^3 + y^3) + y(x^3 + y^3)$$

Factor polinomio común

$$P(x, y) = \underbrace{(x^3 + y^3)}_{\text{Suma de cubos}}(x + y)$$

Suma de cubos

$$P(x, y) = (x + y)(x^2 - xy + y^2)(x + y)$$

$$\Rightarrow P(x, y) = (x + y)^2(x^2 - xy + y^2)$$

\therefore 2 alumnos de ajedrez

7. Si: $a + b + c = 0$

Calcular el valor de:

$$\frac{a^2}{bc} + \frac{b^2}{ac} + \frac{c^2}{ab}$$

Recordar

Condicionales

Si: $x + y + z = 0$

$$x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$$

Resolución:

Aplicando fracción equivalente

$$\frac{a^2}{bc} \cdot \frac{a}{a} + \frac{b^2}{ac} \cdot \frac{b}{b} + \frac{c^2}{ab} \cdot \frac{c}{c}$$

Efectuando

$$\frac{a^3}{abc} + \frac{b^3}{abc} + \frac{c^3}{abc}$$

Luego

$$\frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc}$$

$$\rightarrow \frac{\cancel{3abc}}{\cancel{abc}}$$

$$\therefore 3$$

8. Que valor debe tomar “ $m + 2n$ ”, en la

siguiente división exacta

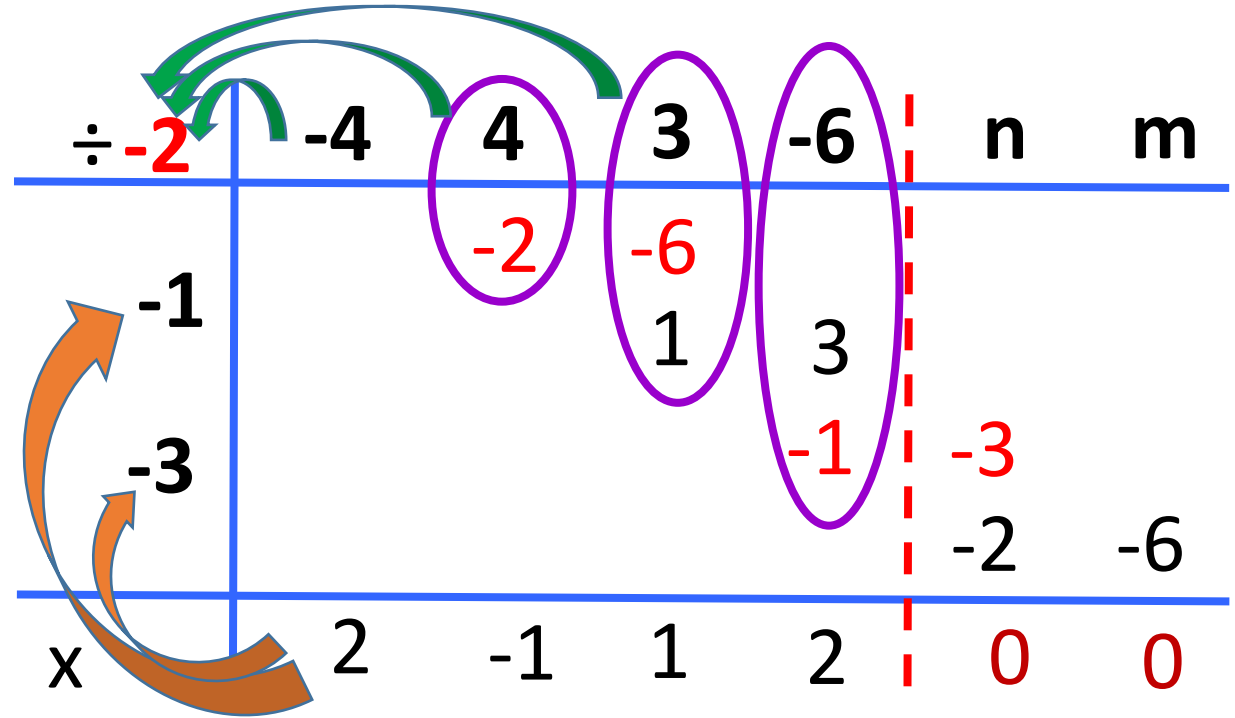
$$\frac{mx^5 + nx^4 + 3x^2 - 6x^3 + 4x - 4}{3x^2 + x - 2}$$

Recordar

Si la División es exacta
cumple Horner invertido

Resolución:

Aplicando Horner Invertido



$$n - 3 - 2 = 0 \Rightarrow n = 5$$

$$m - 6 = 0 \Rightarrow m = 6$$

$$\therefore m + 2n = 16$$

9. Obtenga el residuo de:

$$\frac{x^5 + 2x^4 + 3x^3 + x^2 + 1}{x^3 - 3}$$

Recordar

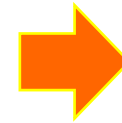
Teorema del Resto

$$d(x) = 0$$

Resolución:

$$\frac{x^5 + 2x^4 + 3x^3 + x^2 + 1}{x^3 - 3}$$

$$x^3 - 3 = 0$$



$$x^3 = 3$$

Dando forma al Dividendo

$$x^3 \cdot x^2 + 2x^3 \cdot x + 3x^3 + x^2 + 1$$

Reemplazando

$$R(x) = 3 \cdot x^2 + 2 \cdot 3 \cdot x + 3 \cdot 3 + x^2 + 1$$

$$R(x) = 3x^2 + 6x + 9 + x^2 + 1$$

$$R(x) = 4x^2 + 6x + 10$$

10. Factorice:

$$P(x) = (x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) + 1$$

Recordar

Steven

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + a \cdot b$$

Resolución:

Ordenando factores

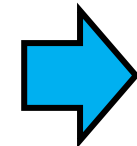
$$P(x) = (x + 1)(x + 4)(x + 2)(x + 3) + 1$$

Aplicando Steven

$$P(x) = (x^2 + 5x + 4)(x^2 + 5x + 6) + 1$$

Cambio de variable

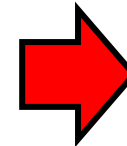
$$x^2 + 5x = m$$



$$P(x) = (m + 4)(m + 6) + 1$$

Aplicando Steven

$$P(x) = (m^2 + 10m + 24) + 1$$



$$P(x) = (m + 5)^2$$

Reemplazando

La variable original

$$P(x) = (x^2 + 5x + 5)^2$$

$$(x^2 + 5x + 5)^2$$

Problema 11

En la división algebraica, el término independiente del cociente es 7. Calcule el grado del dividendo

$$\frac{x^{n-1} - (4 - n)x + n + 1}{x - 1}$$

Problema 12

Que valor debe tomar “m.n” en la siguiente división de modo que su resto sea idéntico a $3x + 4$:

$$\frac{x^4 + mx + n}{x^2 + x + 1}$$

Problema 13

Si el número de goles que logro el profesor Christian en el campeonato de Saco Oliveros, es representado por el término independiente del cociente en la siguiente división.

¿Cuántos goles logro anotar el profesor Christian?

Problema 14

Calcule $m+n$ si la división deja por residuo $3x + 4$

$$\frac{mx^5 + nx^4 - 6x^3 + 4x^2 + 10x - 8}{3x^2 + x - 4}$$