GEOMETRÍA

ECUACIÓN DE LA PARÁBOLA

5th

SECONDARY

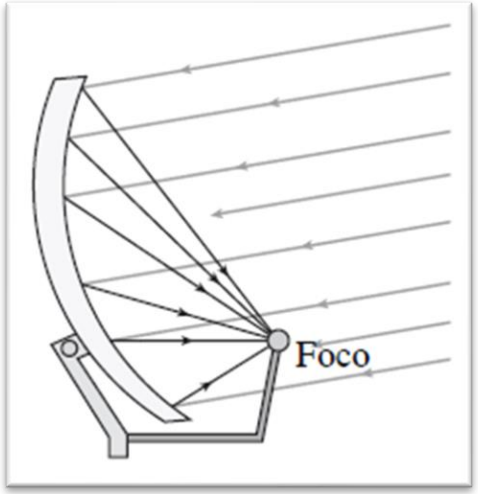
CAPÍTULO 23

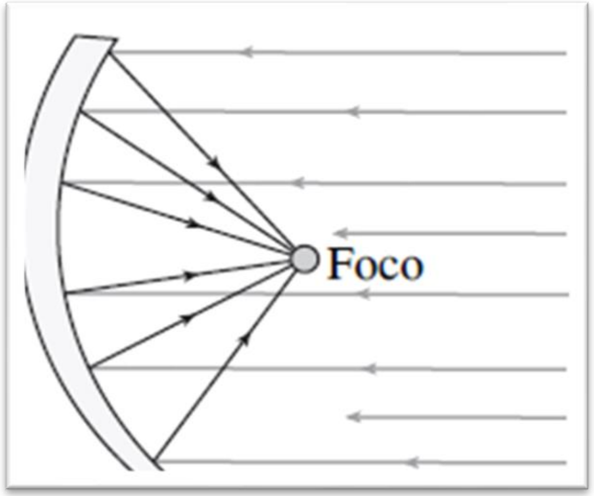
SACO OLIVEROS

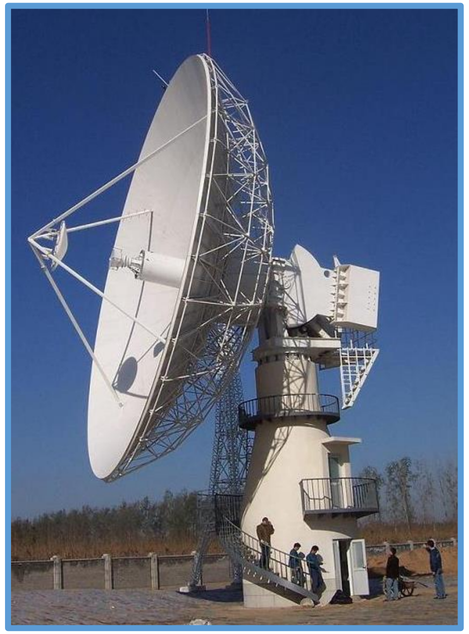
APLICACIONES DE LA PARÁBOLA

Hélicomotivación

Las aplicaciones de las parábolas son básicamente aquellos fenómenos en donde nos interesa hacer converger o divergir un haz de luz y sonido principalmente. La dirección de propagación de una onda se representa mediante líneas que se denominan rayos y según la forma de la superficie en la que inciden así será la dirección de los rayos reflejados. Cuando la forma de dicha superficie es parabólica todos los rayos que llegan paralelos al eje de la parábola se reflejan pasando por un mismo punto que se denomina foco.



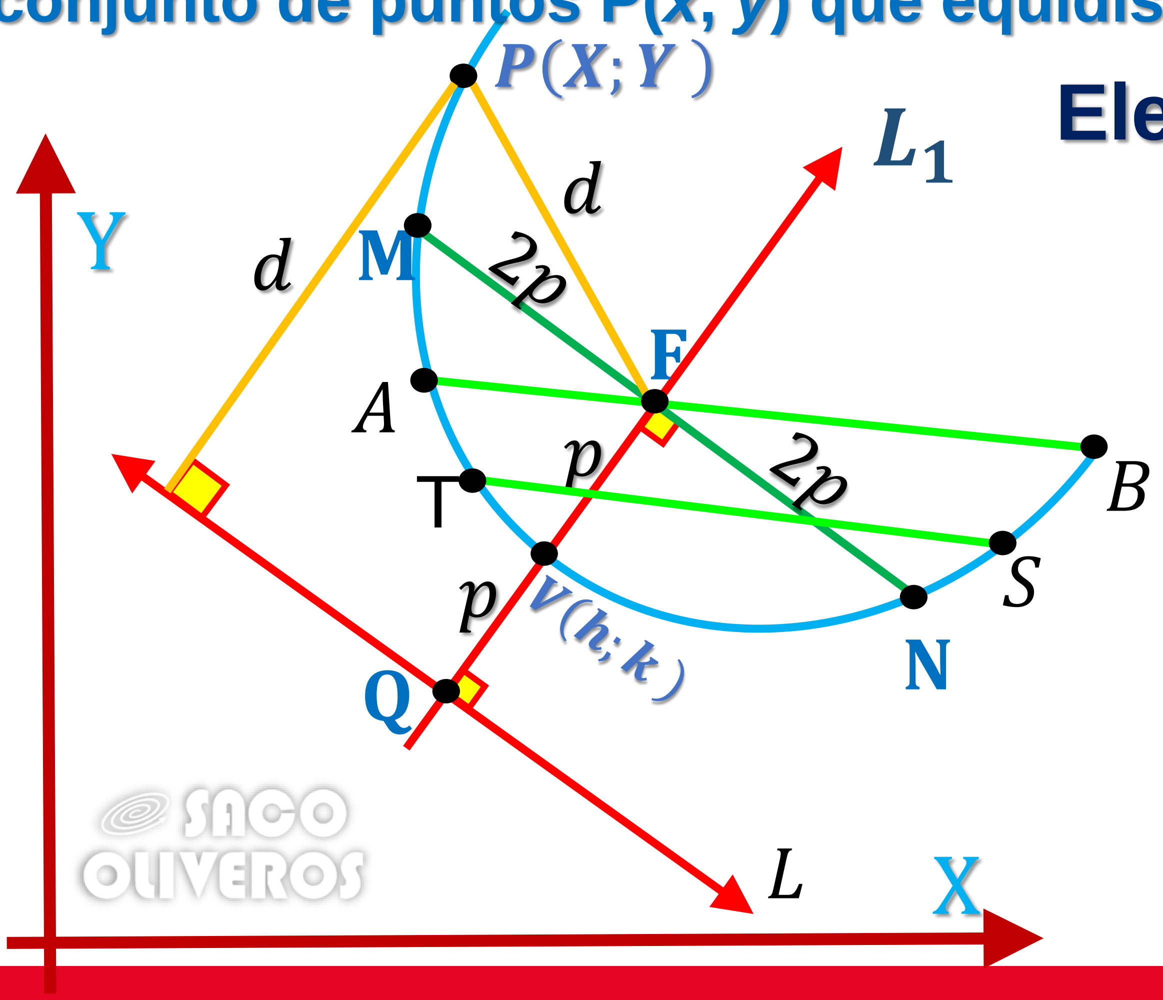




Helicoteoría

Ecuación de la parábola

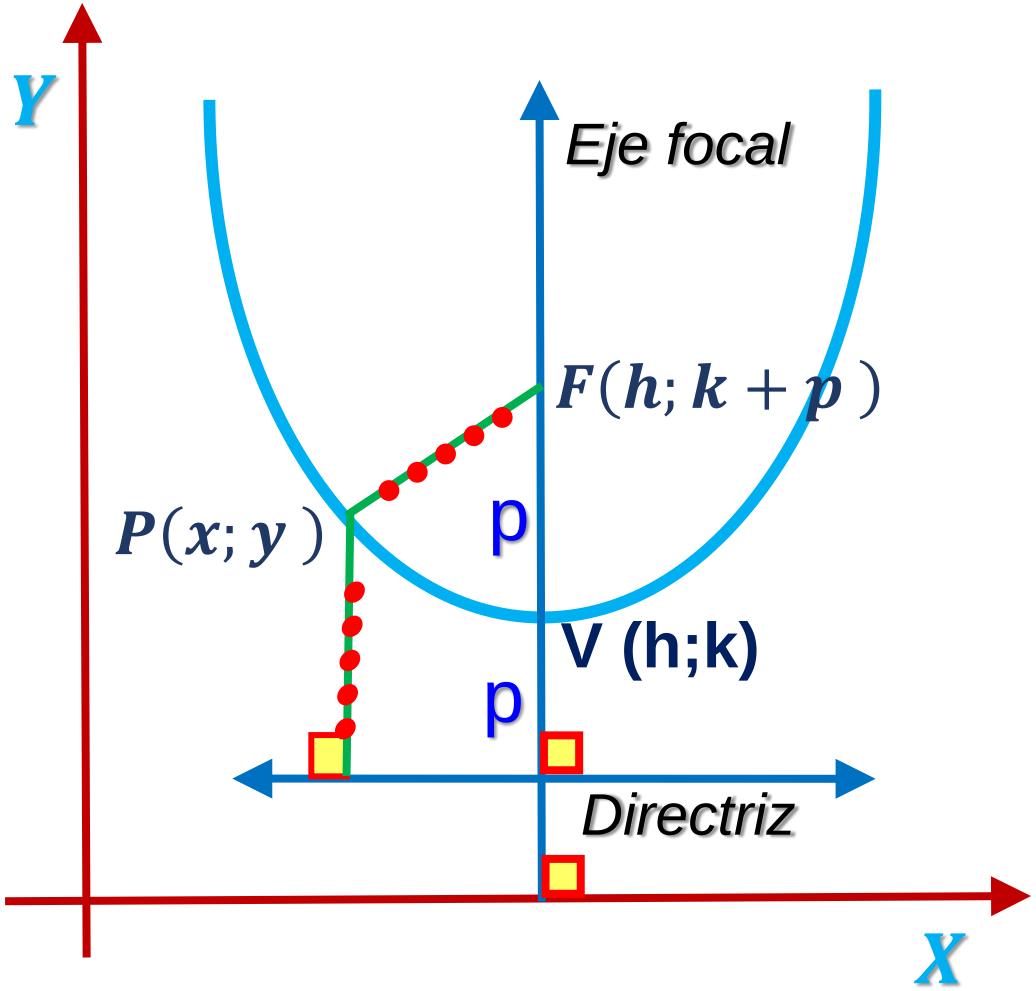
Dada la recta fija L, denominada directriz y un punto fijo F, denominado foco, que no pertenece a dicha recta, se define la parábola como el lugar geométrico del conjunto de puntos P(*x*, *y*) que equidistan del foco F y la recta L.



Elementos asociados a la parábola

- *FOCO* : F
- *EJE FOCAL* : L_1
- *DIRECTRIZ* : L
- *VÉRTICE* : $V(h;k)$
- *PARAMETRO* : $p\ (VF = VQ = p)$
- *CUERDA* : $\overline{ST}$
- *CUERDA FOCAL* : $\overline{AB}$
- *LADO RECTO* : $\overline{MN}(MN = 4p)$

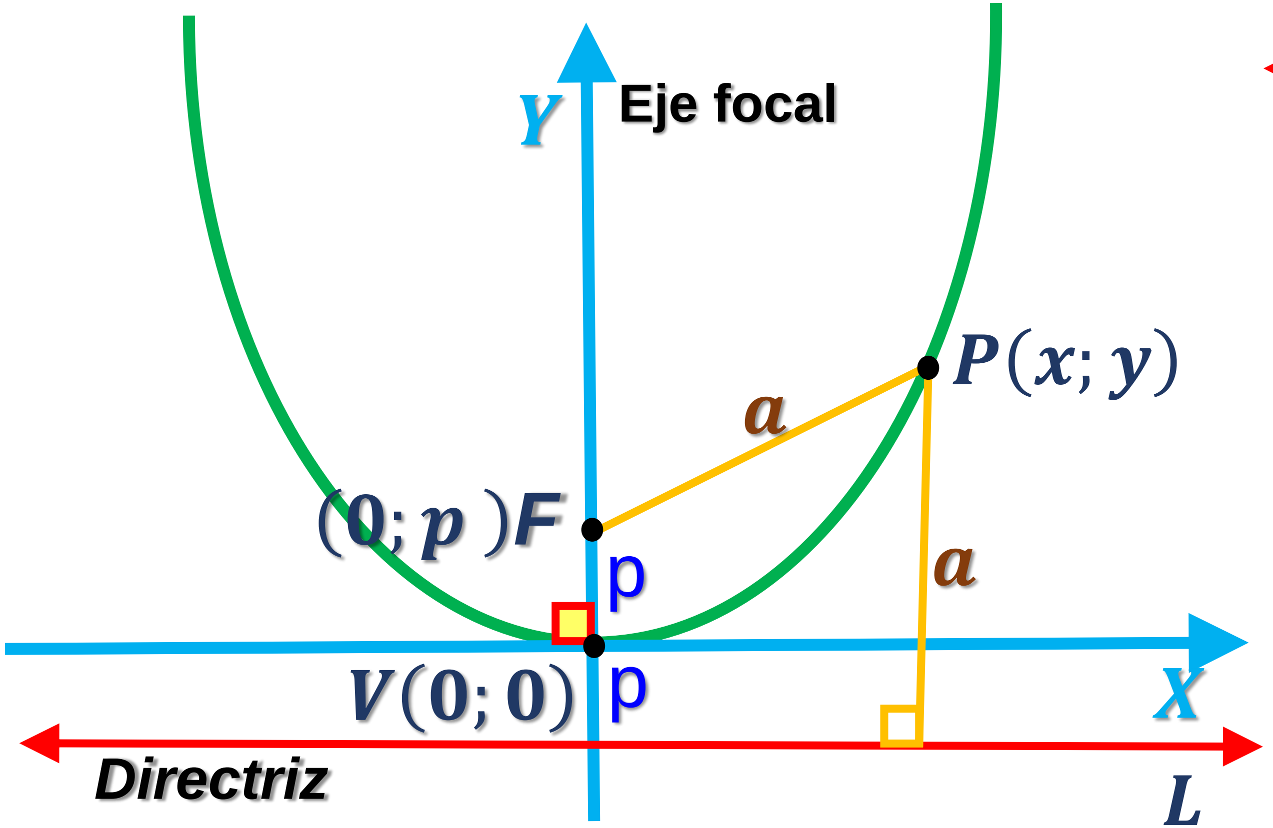
ECUACIÓN DE LA PARÁBOLA CON EJE FOCAL PARALELO AL EJE Y.



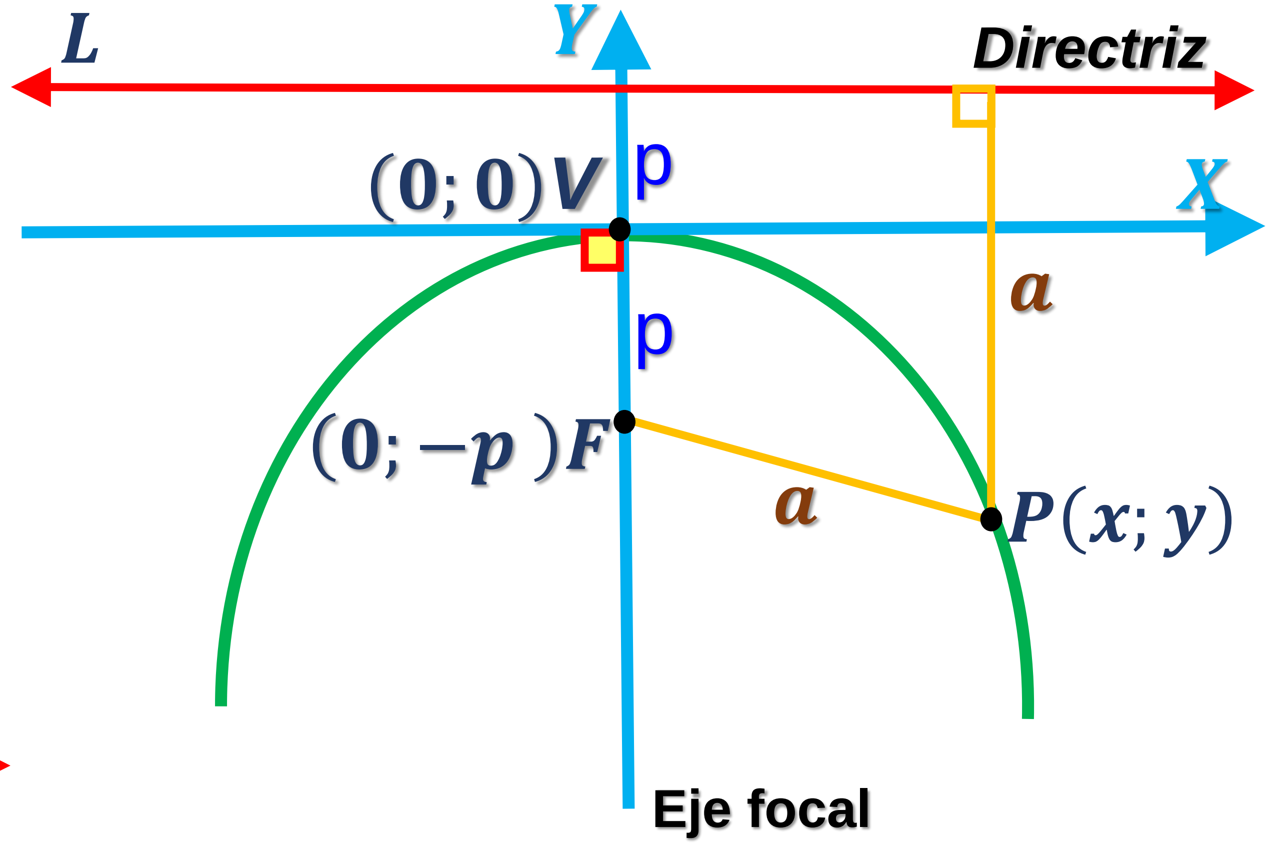
$$(x)^2 = 4p(y-k)$$

Ecuación de la parábola con el eje focal en el eje y

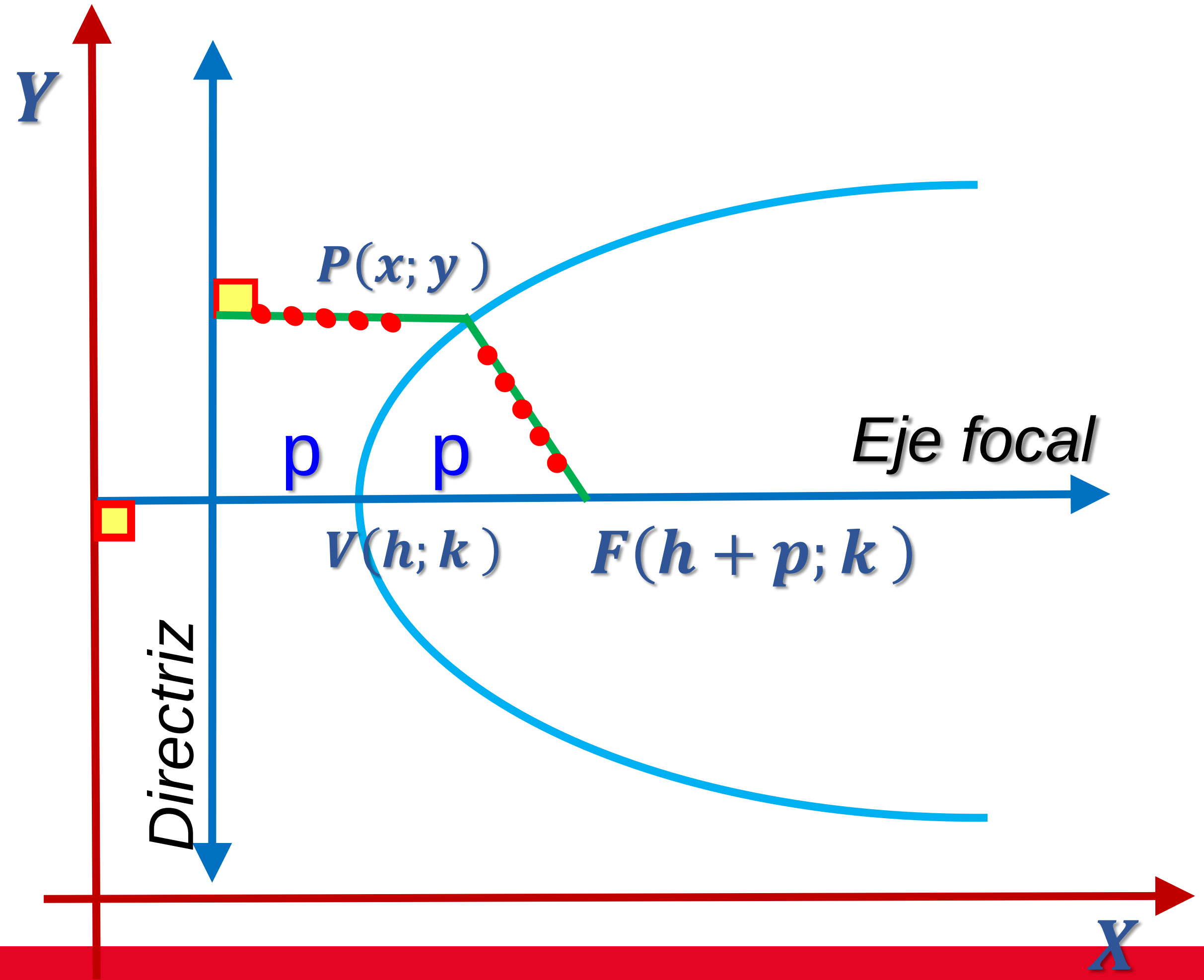
$(x)^2 = 4py$



$(x)^2 = -4py$



ECUACIÓN DE LA PARÁBOLA CON EL EJE FOCAL PARALELO AL EJE X.

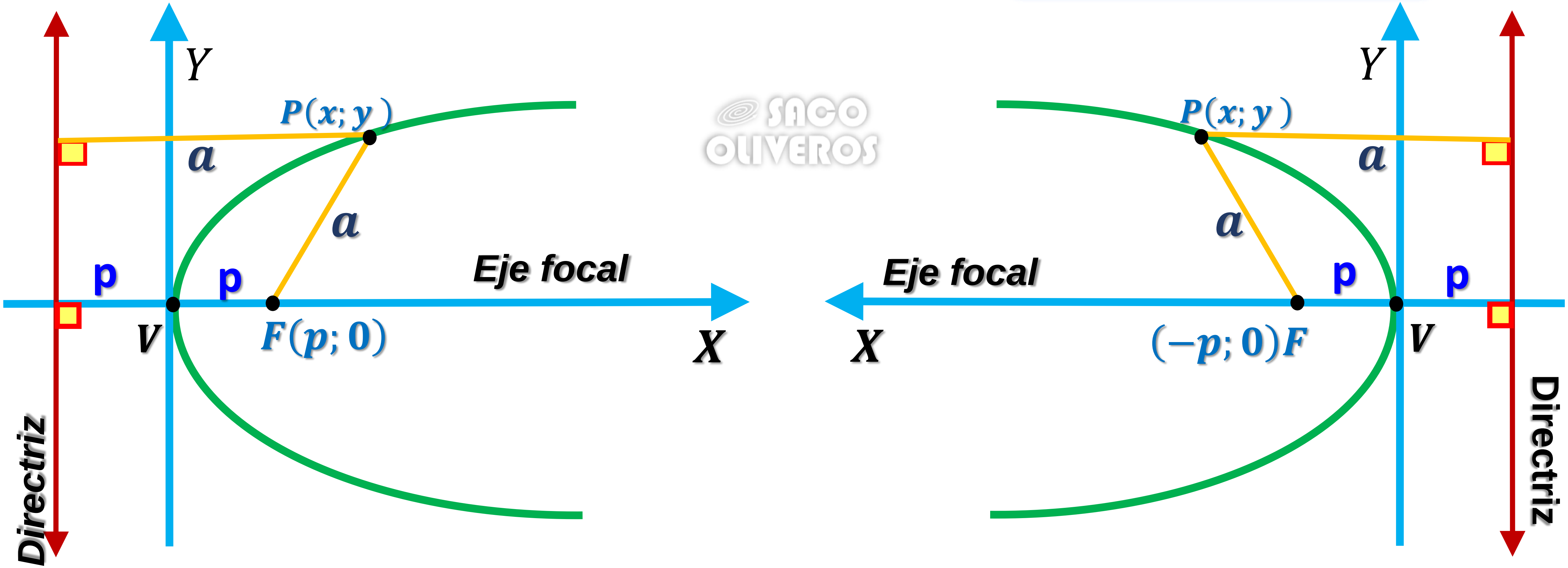


$$(y-k)^2 = 4p\,(x-h)$$

Ecuación de la parábola con eje focal en el eje x

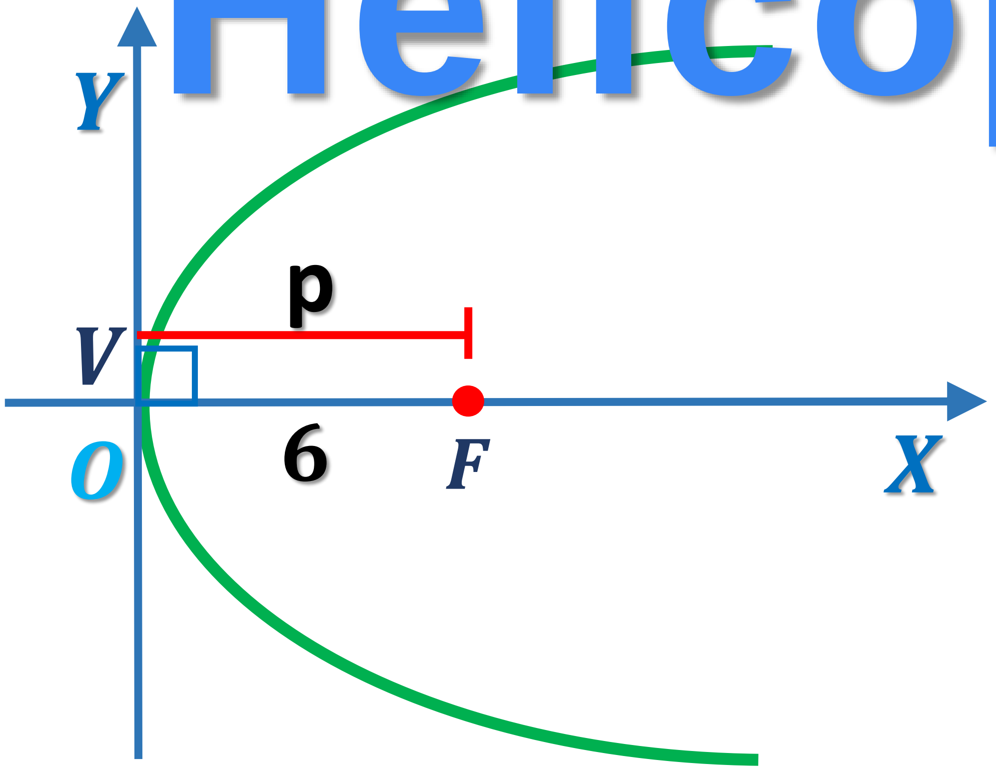
$$(y)^2 = 4px$$

$$(y)^2 = -4px$$



1. Halle la ecuación de la parábola, si F es foco.

Resolución



- **Piden:** La ecuación de parábola

$$y^2 = 4px$$

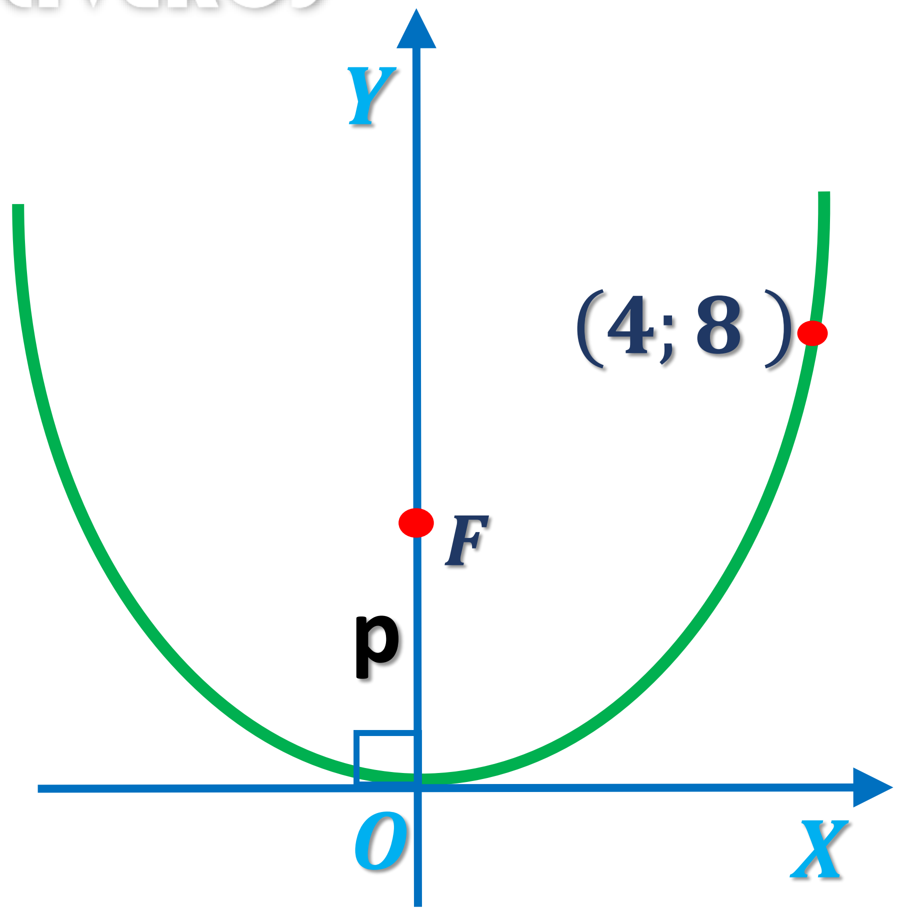
- El parámetro : $\boxed{p = 6}$

- Remplazando en la ecuación

$$y^2 = 4(6)x$$

$$\boxed{y^2 = 24x}$$

2. Halle la ecuación de la parábola, si F es foco.



Resolución

- **Piden:** La ecuación de parábola

$$x^2 = 4py$$

- Remplazando el par ordenado (4 ; 8) en la ecuación:

$$(4)^2 = 4p(8) \Rightarrow \boxed{p = \frac{1}{2}}$$

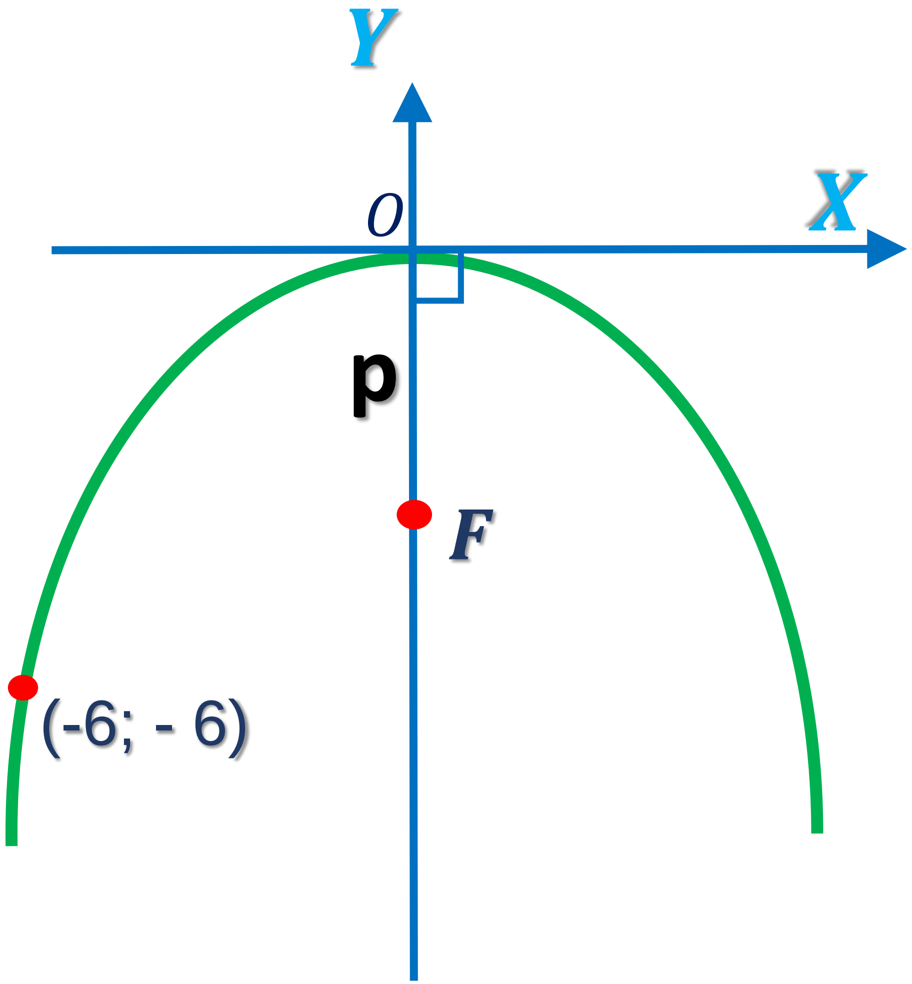
- Reemplazando:

$$x^2 = 4\left(\frac{1}{2}\right)y$$

$$\boxed{x^2 = 2y}$$

3. Halle la ecuación de la parábola, si F es foco.

Resolución



- **Piden:** La ecuación de parábola

$$\boxed{x^2 = -4py}$$

- Remplazando el par Ordenado (-6 ; -6) en la ecuación.

$$(-6)^2 = -4p(-6)$$

$$36 = 24p \Rightarrow \boxed{p = \frac{3}{2}}$$

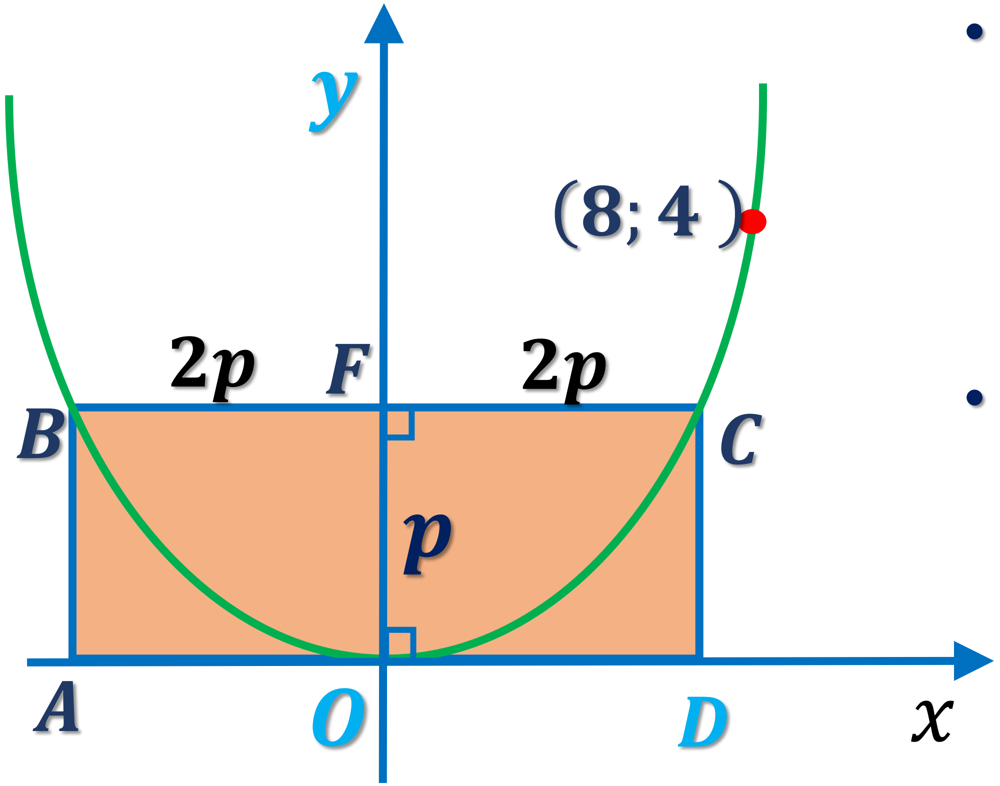
- Reemplazando:

$$x^2 = -4\left(\frac{3}{2}\right)y$$

$$\boxed{x^2 = -6y}$$

4. Calcule el área de la región rectangular ABCD, si F es foco de la parábola.

$\overline{BC}$: Lado recto.



Resolución

- Piden: S_{ABCD}

$$x^2 = 4py$$

- Remplazando el par ordenado (8; 4) en la ecuación:

$$8^2 = 4p(4)$$

$$64 = 16p \Rightarrow \boxed{p = 4}$$

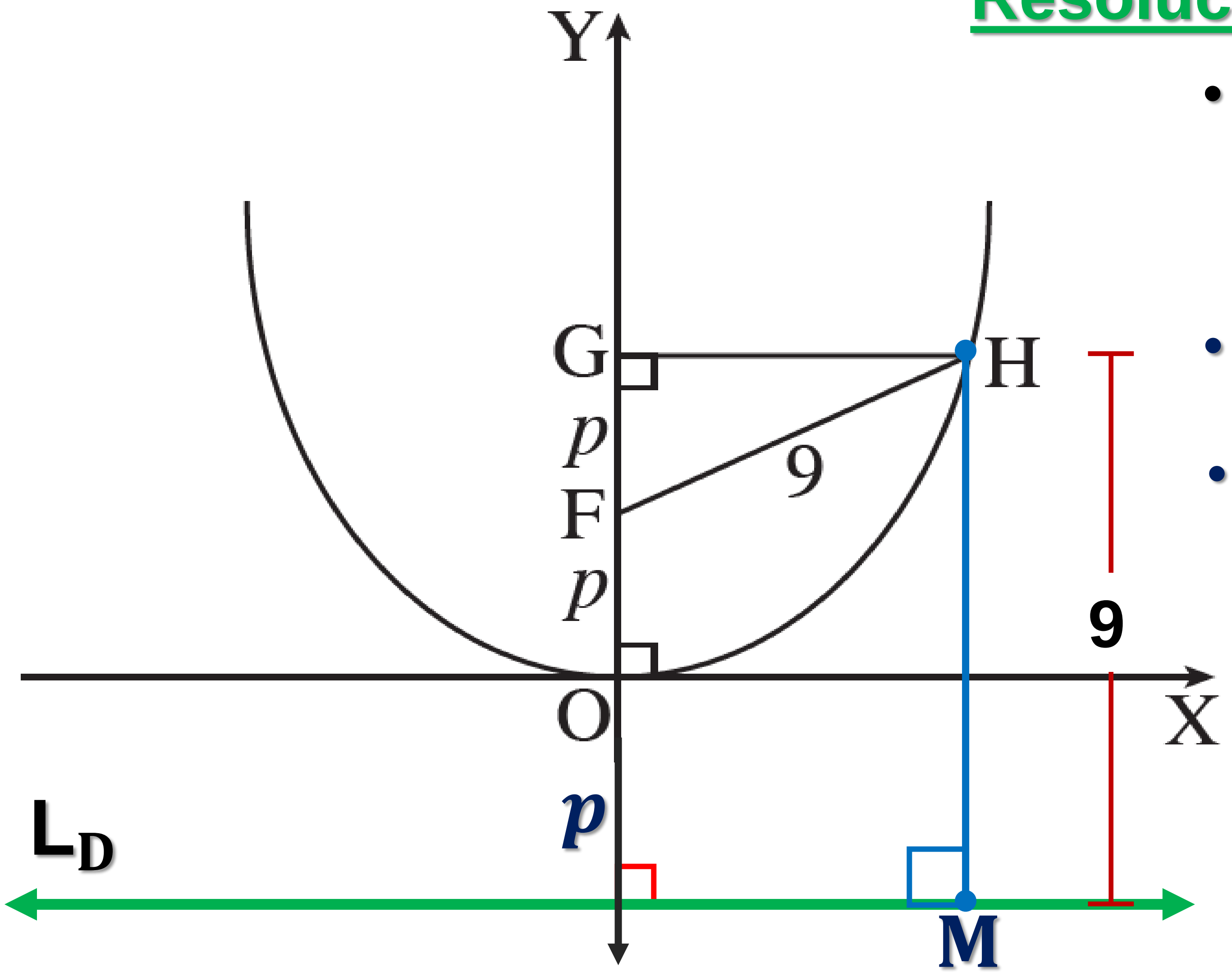
- Calculando el área:

$$S_{ABCD} = (4p)(p)$$

$$S_{ABCD} = (4.4).(4)$$

$$\boxed{S_{ABCD} = 64\ u^2}$$

5. Halle la ecuación de la parábola, si F es foco.



Resolución

- Piden: La ecuación de parábola

$$\boxed{x^2 = 4py}$$

- Trazamos la recta directriz ($\overleftrightarrow{L_D}$)

- Por teorema: FH = HM

3p = 9 ➡ $\boxed{p = 3}$

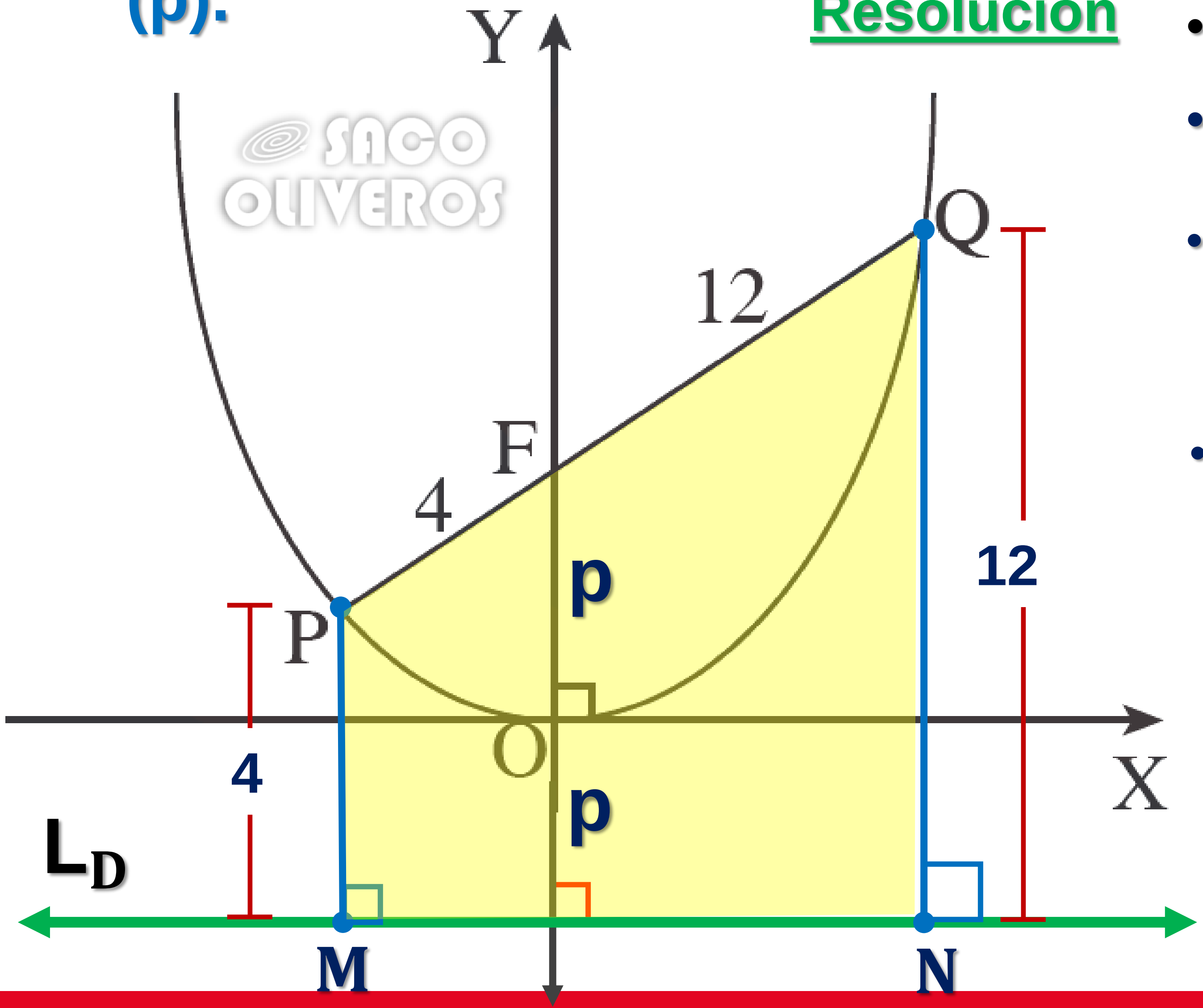
- Remplazando en la ecuación

$$x^2 = 4(3)y$$

$$\boxed{x^2 = 12y}$$

6. En la parábola mostrada, F es foco. Halle el valor de su parámetro (p).

Resolución



- **Piden: p**
- **Trazamos la recta directriz ($\overleftrightarrow{L_D}$)**
- **Trazamos $\overline{PM}$ y $\overline{QN}$ perpendicular a $\overleftrightarrow{L_D}$**

$$PF = PM = 4 \quad y \quad QF = QN = 12$$

- **Por teorema:**

$$2p = \frac{(PM)(FQ)+(QN)(PF)}{PF+FQ}$$

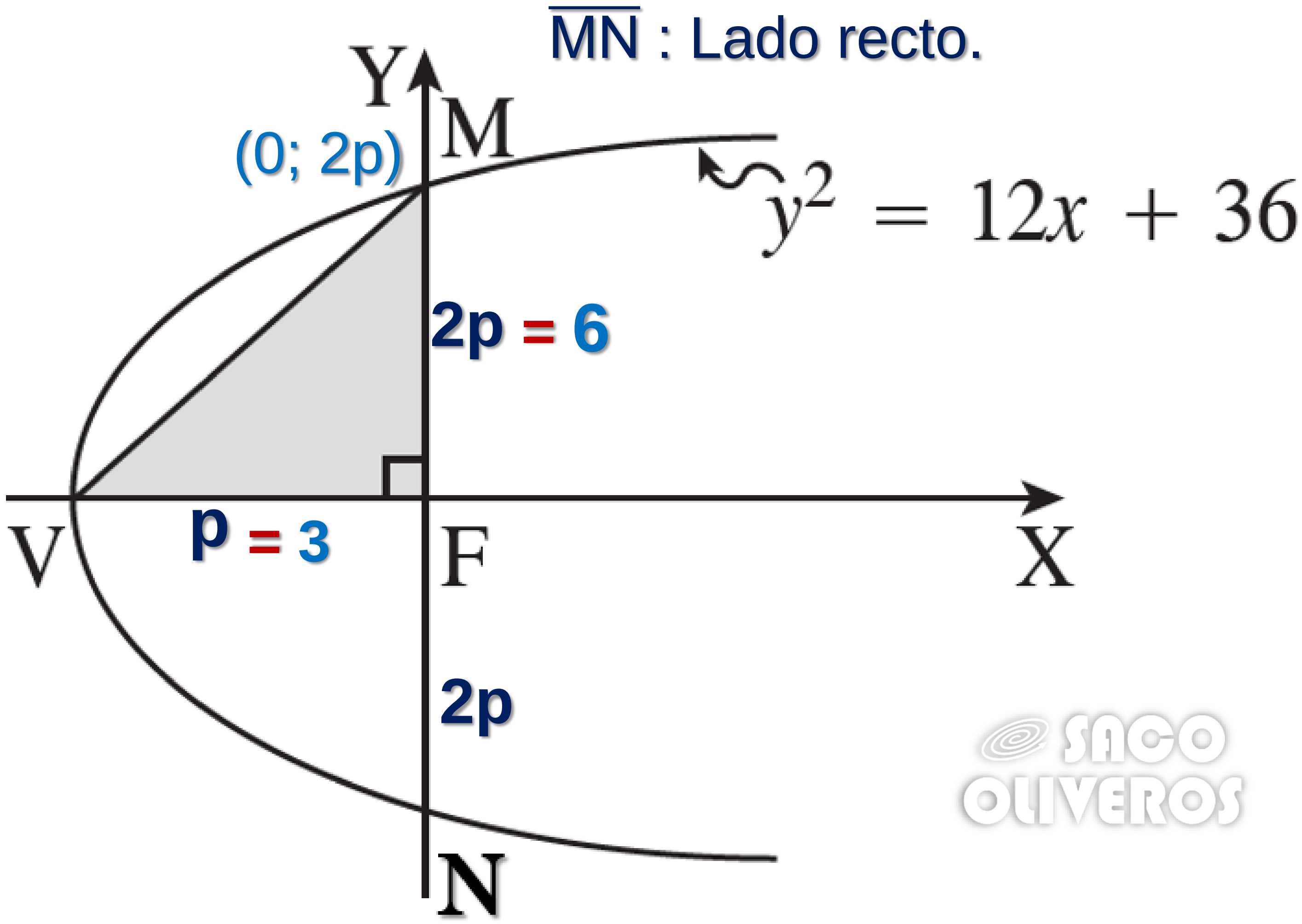
- **Reemplazando:**

$$2p = \frac{(4)(12)+(12)(4)}{4+12}$$

$$2p = \frac{96}{16} = 6$$

$$\boxed{p = 3}$$

7. **En la parábola mostrada, V es vértice y F es foco. Calcule el área de la región triangular VFM.**



Resolución

- Piden: S_{VFM}
- Remplazando el par ordenado del punto P a la ecuación:

$$(2p)^2 = 4(0) + 36$$

$$(2p)^2 = 36$$

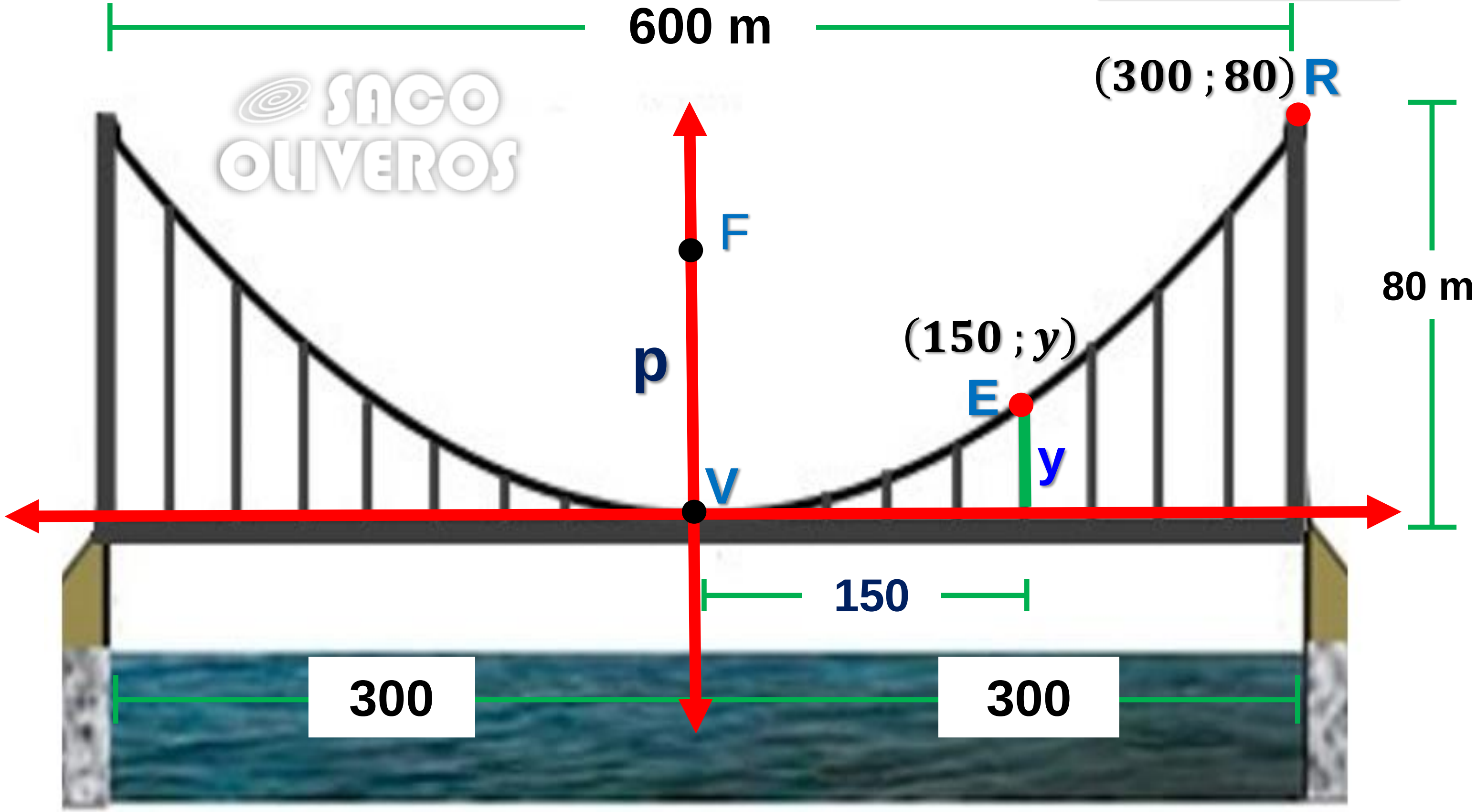
$$\boxed{p = 3}$$

- Calculando el área:

$$S_{VFM} = \frac{(3)(6)}{2}$$

$$\boxed{S_{VFM} = 9\ u^2}$$

8. Los cables que sostienen un puente colgante adquieren forma parabólica, las torres que sostienen los cables están separadas 600 m y son de 80 m de altura. Si los cables tocan la superficie de la carretera a la mitad de la distancia entre las torres, ¿cuál es la altura del cable en un punto situado a 150 m del centro del puente?



Resolución

- Piden: y

$$\boxed{x^2 = 4py}$$

- Remplazando el par ordenado (300; 80) en la ecuación:

$$(300)^2 = 4p(80) \quad \text{... (1)}$$

- Remplazando el par ordenado (150 ; y) en la ecuación:

$$(150)^2 = 4p(y) \quad \text{... (2)}$$

- Dividiendo 1 y 2.

$$\frac{\cancel{300}^{2}.\cancel{300}^{2}}{\cancel{150}_{1}.\cancel{150}_{1}} = \frac{\cancel{4p}(80)}{\cancel{4p}(y)}$$

$$4 = \frac{80}{y}$$

$$\boxed{y = 20\ m}$$