ALGEBRA

UNI

chapter 5

Teoria de Ecuaciones

PROF. ARTURO CÓRDOVA C.

SACO OLIVEROS

ECUACIÓN

Se denomina **ecuación algebraica** o solo **ecuación** a aquella igualdad que presenta al menos una cantidad desconocida, denominada incógnita o variable.

EJEMPLOS:

$$x^3 = 3x + 2$$

$$4x - 5y = 20$$

$$x^2 + 4y^2 = z + 3$$

Para una sola variable, presenta la forma general: F(x) = G(x)

SOLUCIÓN DE UNA ECUACIÓN

Se llama **solución** al valor de la incógnita o variable que, al reemplazarla en ambos miembros, verifica o satisface la igualdad.

EJEMPLO: Para la ecuación $x^3 = 3x + 2$, son sus soluciones: -1 y 2.

CONJUNTO SOLUCIÓN (C.S.)

Es aquel conjunto que reúne a todas las soluciones que admite una ecuación.

EJEMPLO: Para la ecuación $x^3 = 3x + 2$, su conjunto solución será C.S. = {-1; 2}

CLASIFICACIÓN DE LAS ECUACIONES

1) DE ACUERDO AL NÚMERO DE SUS SOLUCIONES:

- ECUACIONES
  - Ec. Compatibles ($C.S. \neq \varnothing$)
    - Ec. Compatible Determinada (C.S. Finito)
    - Ec. Compatible indeterminada (C.S. Infinito)
  - Ec. Incompatibles ($C.S. = \varnothing$)

2) DE ACUERDO A SU FORMA:

A) ECUACIÓN POLINOMIAL

$$x^4 - 4 = 2x^3 + x$$

$$x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$$

B) ECUACIÓN FRACCIONARIA

$$\frac{x+5}{x+6} + \frac{x+2}{x+3} = \frac{x+3}{x+4} + \frac{x+4}{x+5}$$

C) ECUACIÓN IRRACIONAL

$$\sqrt{2x+1} - \sqrt{3+2x} + \sqrt{3x-1} = \sqrt{3x-2}$$

$$\sqrt[3]{x+6} + x = 4$$

ECUACIÓN DE LA FORMA:

$$\boxed{a.x = b}$$

x : *incognita*

Caso I $(a \neq 0)$

La ecuación es compatible determinada

(tiene solución única)(Ec. de primer grado)

Caso II $(a = 0 \wedge b = 0)$

La ecuación es compatible indeterminada

(tiene infinitas soluciónes)

Caso III $(a = 0 \wedge b \neq 0)$

La ecuación es incompatible (inconsistente)

(no tiene solución) $CS = \emptyset$

Analice la ecuación en "x":

$$(n^2 - 9).x = n^2 - 5n + 6$$

$$(n + 3).(n - 3).x = (n - 3).(n - 2)$$

I *Si* $n + 3 \neq 0 \wedge n - 3 \neq 0$

$$n \neq -3 \wedge n \neq 3$$

La ec. es compatible determinada

II *Si* $n - 3 = 0$

$$n = 3 \rightarrow 0.x = 0$$

La ec. es compatible indeterminada

III *Si* $n + 3 = 0$

$$n = -3 \rightarrow 0.x = 30$$

La ecuación es incompatible

$$CS = \emptyset$$

ECUACIÓN DE SEGUNDO GRADO

Forma general :

$$\boldsymbol{ax^2 + bx + c = 0}$$

Donde:

- ✓ $\boldsymbol{x}$ **es la incognita o variable**
- ✓ $\{a, b, c\} \in \mathbb{R}$, $\boldsymbol{a \neq 0}$

Resolución de la ecuación :

1.-Por factorización:

- **Resolver la ecuación :** $x^2 - x - 6 = 0$

$$(x-3)(x+2) = 0 \leftrightarrow x = 3 \vee x = -2$$

$$\therefore C.S. = \{-2; 3\}$$

- **Resolver la ecuación :**

$$3x^2 + 8x + 5 = 0$$

$$\begin{array}{ccc} 3x & & +5 \\ x & & +1 \end{array}$$

$$(3x+5)(x+1) = 0$$

$$x_1 = -\frac{5}{3} \quad \vee \quad x_2 = -1$$

$$\boldsymbol{CS = \left\{-\frac{5}{3}; -1\right\}}$$

2.- Por la fórmula de Carnot

Sea la ecuación : $ax^2 + bx + c = 0\,;\, a \neq 0$

De raíces : $x_1 \wedge x_2$; se obtienen a partir de :

$$\boxed{x_{1;2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

- Resolver la ecuación : $3x^2 - 2x - 4 = 0$

Observar que : $a = 3\,,\quad b = -2\,,\quad c = -4$

$$x_{1;2} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(3)(-4)}}{2(3)}$$

$$x_{1;2} = \frac{2 \pm \sqrt{52}}{6} = \frac{2 \pm 2\sqrt{13}}{6}$$

$$x_{1;2} = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{3}$$

$$\therefore C.S. = \left\{\frac{1 + \sqrt{13}}{3}\ ;\ \frac{1 - \sqrt{13}}{3}\right\}$$

DISCRIMINANTE (Δ)

Dada la ecuación cuadrática en x :

$$ax^2 + bx + c = 0\,;\, a \neq 0$$

Se define el discriminante :

$$\boxed{\Delta = b^2 - 4ac}$$

$$3x^2 + 8x + 5 = 0 \ \rightarrow\ \boxed{\Delta = 4}$$

NATURALEZA DE LAS RAICES

Sea la ecuación en "x":

$$ax^2 + bx + c = 0$$

- CASO I : Si la ecuación tiene raíces reales y diferentes

$\Rightarrow$ $\boxed{\Delta > 0}$

- CASO II : Si la ecuación tiene raíces reales e iguales

$\boxed{\Delta = 0}$ $\Rightarrow$ $b^2 = 4ac$

- CASO III : Si la ecuación tiene raíces imaginarias y conjugadas

$\Rightarrow$ $\boxed{\Delta < 0}$

PROPIEDAD DE LAS RAICES DE LA ECUACION CUADRÁTICA

Si $x_1 \wedge x_2$ son las raíces de la ecuación cuadrática en "x" :

Se cumple: $ax^2 + bx + c = 0$

1.- Suma de Raíces

$$\boxed{x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}}$$

2.- Producto de Raíces

$$\boxed{x_1 . x_2 = \frac{c}{a}}$$

3.- Diferencia de Raíces $(x_1 > x_2)$

$$\boxed{D = x_1 - x_2 = \frac{\sqrt{\Delta}}{a}} \quad (a > 0)$$

RAICES ESPECIALES

Sea la ecuación : $ax^2 + bx + c = 0$; de raíces $x_1 \wedge x_2$, si estas son :

1.- RAICES SIMÉTRICAS

Se cumple:

$$\boxed{b = 0} \qquad x_1 = -x_2$$

2.- RAICES RECÍPROCAS

Se cumple :

$$\boxed{a = c} \qquad x_1 = \frac{1}{x_2}$$

3.- RAICES IGUALES

Se cumple: $\Delta=0$

$$\boxed{b^2 = 4ac}$$

RECONSTRUCCIÓN DE LA ECUACION CUADRATICA EN x

Siendo : S y P , suma y producto de raíces respectivamente , entonces la ecuación será :

$$\boxed{x^2 - Sx + P = 0} \qquad S= 10 \qquad P= 21$$

$$x_1 = 7 \qquad x_2 = 3 \qquad \boxed{x^2 - 10x + 21 = 0}$$

TEOREMA DE LAS ECUACIONES EQUIVALENTES (tienen el mismo conjunto solución)

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad ; \quad mx^2 + nx + p = 0$$

se cumple :

$$\boxed{\frac{a}{m} = \frac{b}{n} = \frac{c}{p}}$$

$Sea\ la\ ecuación\ cuadrática:$

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad ; a \neq 0$$

$cuyas\ raíces\ son:\ \ x_1;\ \ x_2\ , se\ cumple\ que:$ $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a} \\ x_1 . x_2 = \dfrac{c}{a} \end{cases}$

$además:$ $$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -\frac{b}{c}$$

$$x_1^2 + x_2^2 = \frac{b^2 - 2ac}{a^2}$$

$$x_1^3 + x_2^3 = \frac{3abc - b^3}{a^3}$$

$$(x_1 + x_2)^2 - (x_1 - x_2)^2 = 4 . x_1 . x_2$$

$Resuelva\ la\ ecuaciòn\ cuadràtica$: $(m+7)x^2-(m-4)x=m+1$

$si\ su\ discriminante\ es$ 289.

$m \in \mathbb{Z}$

RESOLUCIÓN

$$\underset{a}{(m+7)}x^2-\underset{b}{(m-4)}x-\underset{c}{(m+1)}=0$$

$$\Delta=b^2-4ac \quad \rightarrow \quad (m-4)^2+4.(m+7).(m+1)=289$$

$$m^2-8m+16+4.(m^2+8m+7)=289$$

$$5m^2+24m-245=0$$

$$(5m+49)(m-5)=0$$

$$m=-\frac{49}{5} \quad \vee \quad m=5$$

$$12x^2-x-6=0$$

$$(4x-3)(3x+2)=0$$

$$x_1=\frac{3}{4} \quad \vee \quad x_2=-\frac{2}{3}$$

$$CS=\left\{\frac{3}{4};-\frac{2}{3}\right\}$$

PRACTICA PARA LA CLASE

1. Resuelva $x-4+2\sqrt{5-x}=8-x+\sqrt{20-4x}$

RESOLUCIÓN

$$por\ existencia\ de\ raíz: \quad 5-x\geq 0$$

$$x-5\leq 0 \quad \rightarrow \quad x\leq 5$$

$$x-4+\cancel{2\sqrt{5-x}}=8-x+\cancel{2\sqrt{5-x}}$$

$$x-4=8-x$$

$$2x=12 \quad \rightarrow \quad x=6\ (NO\ CUMPLE)$$

$La\ ec.\ no\ tiene\ solución, es\ decir\ es:$ $incompatible$

2. Resuelva y marque lo correcto.

RESOLUCIÓN

$\boldsymbol{factorizando}$:

$$\frac{x-3}{x+2} - \frac{(x-3)(x+3)}{(x+2)(x-1)} = 0$$

$$\left(\frac{x-3}{x+2}\right)\left(1-\frac{x+3}{x-1}\right) = 0$$

$$\left(\frac{x-3}{x+2}\right)\left(\frac{x-1-x-3}{x-1}\right) = 0$$

$$\left(\frac{x-3}{x+2}\right)\cancel{\left(\frac{-4}{x-1}\right)} = 0$$

$$\neq 0$$

$\boldsymbol{Solo\ \ x-3=0 \rightarrow x=3}$

$$\boldsymbol{CS=\{3\}}$$

$\boldsymbol{Hay\ solo\ 1\ raíz}$

3. Respecto a la ecuación en x, $a(a^2-1)x=0$, escriba verdadero (V) o falso (F) según corresponda, luego marque la alternativa correcta.

- Es incompatible para cualquier valor de a. (***F***)
- Si $a=-1$, tiene infinitas soluciones. (***V***)
- Si $a=0$, tiene solución única. (***F***)
- Si $a \in \{0; 1; -1\}$, tiene una única solución e igual a cero. (***F***)

RESOLUCION

$$a(a+1)(a-1)x=0$$

Analizando la ecuación:

$$Si: \begin{cases} a \neq 0 \ \wedge \\ a+1 \neq 0 \rightarrow a \neq -1 \ \wedge \\ a-1 \neq 0 \rightarrow a \neq 1 \end{cases}$$

entonces la ec. tiene solución única y es $x = 0$

$$Si: \begin{cases} a = 0 \ \vee \\ a+1 = 0 \rightarrow a = -1 \ \vee \\ a-1 = 0 \rightarrow a = 1 \end{cases}$$

entonces la ec. tiene infinitas soluciónes.

Esta ec. nunca es incompatible para ningun valor de "a"

FVFF

4. Con respecto a la ecuación en x, escriba verdadero (V) o falso (F) según corresponda, luego marque la alternativa correcta.

$$a^2(a-2)-\left(a+1-a\sqrt{a}-\sqrt{a}\right)x=a-2$$

- Es determinado cuando $a\neq 1 \wedge a\neq -1$ (***F***)
- Es indeterminado cuando $a\neq 1 \vee a\neq -1$ (***F***)
- Es incompatible cuando $a=2$ (***F***)

Analisis dela ecuación

$$Si\ a\neq 1 \ \wedge \ a\geq 0$$

la ecuación tiene sol. única (compatible determinada).

Si $a=1$, la ecuación es indeter – minada (infinitas soluciones)

$$Si\ \ a=2\rightarrow x=0$$

(Ec. compatible determinada).

RESOLUCIÓN $a\geq 0$

$$a^2(a-2)-(a-2)=\left(a+1-a\sqrt{a}-\sqrt{a}\right)x$$

$$(a-2)(a^2-1)=\left[a+1-\sqrt{a}(a+1)\right]x$$

$$(a-2)(a+1)(a-1)=(a+1)(1-\sqrt{a})x$$

FFF

5. Luego de resolver la ecuación en x

$$x + a + \frac{x-2a}{3} + \frac{x-3a}{5} = \frac{23x-4a}{15}$$

Es cierto que

RESOLUCION

$$\frac{15x + 15a + 5x - 10a + 3x - 9a}{\cancel{15}} = \frac{23x - 4a}{\cancel{15}}$$

$$23x - \cancel{4a} = 23x - \cancel{4a}$$

$$23x = 23x \rightarrow 0x = 0 \quad (Ec.\, compatible\ indeterminada)$$

La ec. tiene infinitas soluciones

6. Luego de resolver la ecuación en x, escriba verdadero (V) o falso (F) según corresponda, luego marque la alternativa correcta.

$$\frac{x-a}{bc}+\frac{x-b}{ac}+\frac{x-c}{ab}=2\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$$

- Si $a+b+c=0$ la ecuación tiene infinitas soluciones con $abc \neq 0$. (***V***)
- Si $a+b+c \neq 0$ siempre existe solución y es única. (***F***)
- Siempre la solución es $a+b+c$. (***F***)

RESOLUCIÓN $MCM = abc$, $abc \neq 0$

$$\frac{a(x-a)+\ b(x-b)+\ c(x-c)}{\cancel{abc}} = 2\,.\left(\frac{bc+ac+ab}{\cancel{abc}}\right)$$

$$ax-a^2+bx-b^2+cx-c^2=2(ab+ac+bc)$$

$$ax+bx+cx = a^2+b^2+c^2+2(ab+ac+bc)$$

$$(a+b+c)x=(a+b+c)^2$$

VFF

7. Si $\sqrt{x-1}=1+\sqrt{x-4}$, ¿cuál es la solución de la ecuación anterior?

RESOLUCIÓN

$$\sqrt{x-1} = 1 + \sqrt{x-4}$$

por existencia de raíz:

$$x - 4 \geq 0 \rightarrow x \geq 4$$

elevando al cuadrado la ec.:

$$\left(\sqrt{x-1}\right)^2 = \left(1 + \sqrt{x-4}\right)^2$$

$$\cancel{x} - 1 = 1 + 2\sqrt{x-4} + \cancel{x} - 4$$

$$2 = 2.\sqrt{x-4}$$

$$1 = \sqrt{x-4}$$

elevando al cuadrado

$$1 = x - 4$$

$$x = 5 \ (cumple)$$

$$CS = \{5\}$$

$$x = 5$$

8. Halle el valor de x, que verifica $\sqrt[3]{14+\sqrt{x}}+\sqrt[3]{14-\sqrt{x}}=4$

RESOLUCIÓN

elevando al cubo la ec.:

$$\cancel{\sqrt[3]{14+\sqrt{x}}^{3}}+\cancel{\sqrt[3]{14-\sqrt{x}}^{3}}+3.\underline{\sqrt[3]{14+\sqrt{x}}.\sqrt[3]{14+\sqrt{x}}}\underbrace{\left(\sqrt[3]{14+\sqrt{x}}+\sqrt[3]{14-\sqrt{x}}\right)}_{4}=4^3$$

$$14+\cancel{\sqrt{x}}+14-\cancel{\sqrt{x}}+3.\sqrt[3]{(14+\sqrt{x}).(14-\sqrt{x}).(4)}=64$$

$$28+3.\sqrt[3]{196-x}.(4)=64$$

$$12.\sqrt[3]{196-x}=36$$

$$\sqrt[3]{196-x}=3$$

elevando al cubo :

$$196-x=27$$

$$x=169$$

9. Halle el valor de x en la siguiente ecuación. $\dfrac{x-a^2b^2}{a^2+b^2}+\dfrac{x-b^2c^2}{b^2+c^2}+\dfrac{x-a^2c^2}{a^2+c^2}=a^2+b^2+c^2$

RESOLUCIÓN

$$\frac{x-a^2b^2}{a^2+b^2}-c^2+\frac{x-b^2c^2}{b^2+c^2}-a^2+\frac{x-a^2c^2}{a^2+c^2}-b^2=0$$

$$\frac{x-a^2b^2-a^2c^2-b^2c^2}{a^2+b^2}+\frac{x-b^2c^2-a^2b^2-a^2c^2}{b^2+c^2}+\frac{x-a^2c^2-a^2b^2-b^2c^2}{a^2+c^2}=0$$

$$\underbrace{(x-a^2b^2-a^2c^2-b^2c^2)}_{0}\cdot\left(\frac{1}{a^2+b^2}+\frac{1}{b^2+c^2}+\frac{1}{a^2+c^2}\right)=0$$

$$x-a^2b^2-a^2c^2-b^2c^2=0 \rightarrow \boxed{x=a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2}$$

10. Resuelva $\underbrace{(x-9)}\underbrace{(x-7)}\underbrace{(x-5)}\underbrace{(x-1)}=\underbrace{(x-2)}\underbrace{(x-4)}\underbrace{(x-6)}\underbrace{(x-10)}$

RESOLUCIÓN

Múltiplicando convenientemente

$$\underbrace{(x^2-10x+9)}_{a}\underbrace{(x^2-12x+35)}_{b}=\underbrace{(x^2-10x+24)}_{a+15}\underbrace{(x^2-12x+20)}_{b-15}$$

$$ab=(a+15)(b-15)$$

$$\cancel{ab}=\cancel{ab}+15b-15a-225$$

$$15a+225=15b$$

$$a+15=b$$

$$\cancel{x^2}-10x+9+15=\cancel{x^2}-12x+35$$

$$-10x+24=-12x+35$$

$$2x=-11 \rightarrow x=-5,5$$

$$\boxed{CS=\{-5,5\}}$$

11. Resuelva

$$\frac{(12346)^2-(24691)^2}{(12344)^2-(24689)^2}=\frac{3x+2}{3x-2}$$

$$(a)^2-(b)^2=(a+b)(a-b)$$

RESOLUCIÓN

$$\frac{(24691)^2-(12346)^2}{(24689)^2-(12344)^2}=\frac{3x+2}{3x-2}$$

$$\frac{(37037)\,\cancel{(12345)}}{(37033)\,\cancel{(12345)}}=\frac{3x+2}{3x-2}$$

$$\frac{37035+2}{37035-2}=\frac{3x+2}{3x-2}$$

por comparación:

$$37035=3x\ \rightarrow\ x=12345$$

$$CS=\{12345\}$$

12. Halle el valor de n de modo que la ecuación $(n+1)x=n^2+3$ sea compatible.

RESOLUCIÓN

$\boldsymbol{Solo\ se\ debe\ cumplir\ que}$: $\quad \boldsymbol{n+1 \neq 0}$

$$\boldsymbol{n \neq -1}$$

$$\boldsymbol{n \in \mathcal{R} - \{-1\}}$$

13. Halle la mayor raíz de la ecuación $$\frac{x+3}{x-1}+2=\frac{2x+2}{x-2}$$

RESOLUCIÓN

$$Reestringuiendo: \begin{cases} x-1\neq 0 \rightarrow x\neq 1 \\ x-2\neq 0 \rightarrow x\neq 2 \end{cases}$$

$$MCM=(x-1)(x-2)$$

$$(x+3)(x-2)+2(x-1)(x-2)=(2x+2)(x-1)$$

$$x^2+x-6+\cancel{2x^2}-6x+4=\cancel{2x^2}-2$$

$$x^2-5x=0$$

$$(x).\ (x-5)=0 \begin{cases} x=0 \\ x=5\ (mayor\ raíz) \end{cases}$$

5

14. Calcule ab, si en la ecuación cuadrática

$$2x^2 - (a+3)x + b = 1$$

la suma de raíces es 7 y su producto es 3.

RESOLUCIÓN

$$2x^2 - (a+3)x + (b-1) = 0$$

$$S = x_1 + x_2 = \cancel{-}\,\frac{\cancel{-}(a+3)}{2} = 7$$

$$a + 3 = 14 \rightarrow \boxed{a = 11}$$

$$P = x_1 . x_2 = \frac{b-1}{2} = 3$$

$$\boxed{b = 7}$$

$$\boxed{a.b = 77}$$

15. Si x_1 y x_2 son los raíces de la ecuación $x^2-(n-1)x+n=-1$ halle el valor de n si

$$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{2}{3}$$

RESOLUCIÓN

$$\underset{a}{1}.x^2-\underset{b}{(n-1)}.x+\underset{c}{(n+1)}=0$$

$$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\cancel{-}\frac{\cancel{-}(n-1)}{n+1}$$

$$-\frac{b}{c}$$

$$\frac{n-1}{n+1}=\frac{2}{3}$$

$$3n-3=2n+2$$

$$\boxed{n=5}$$

16. Halle el valor de m de modo que la suma de los cuadrados de las raíces de $x^2-(m-2)x+m-3=0$ sea igual a 2.

$$ax^2+bx+c=0$$

$$x_1^2+x_2^2=\frac{b^2-2ac}{a^2}$$

RESOLUCIÓN

$$1.\ \underset{a}{x^2}-\underset{b}{(m-2)}x+\underset{c}{(m-3)}=0$$

$$x_1^2+x_2^2=\frac{(m-2)^2-2(m-3)}{1^2}=2$$

$$m^2-4m+4-2m+6=2$$

$$m^2-6m+10=2$$

$$m^2-6m+8=0$$

$$(m-4)(m-2)=0$$

$$m=4\ \vee\ m=2$$

$$m\in\{4;2\}$$

17. Una de las raíces de la ecuación $9x^2+mx+3=0$ es $x_1=-\frac{1}{3}$. Halle el valor de m aumentando en la otra raíz.

RESOLUCIÓN

El polinomio se anula para: $x=-\frac{1}{3}$

$$9\left(-\frac{1}{3}\right)^2+m\left(-\frac{1}{3}\right)+3=0$$

$$9\left(\frac{1}{9}\right)-\frac{m}{3}+3=0$$

$$1-\frac{m}{3}+3=0$$

$$4=\frac{m}{3}\ \rightarrow\ m=12$$

$$9x^2+12x+3=0$$

$$3x^2+4x+1=0$$

$$(3x+1)\,.\,(x+1)=0$$

$$x_1=-\frac{1}{3}\qquad x_2=-1$$

piden:

$$m+x_2$$

$$12+(-1)$$

$$\boxed{11}$$

18. En la ecuación: $x^2-2x+q=0$, halle el valor de q de modo que sus raíces x_1 y x_2, cumplan $4x_1+3x_2=0$.

RESOLUCIÓN

$$x^2-2x+q=0\begin{cases}x_1+x_2=2\\ x_1.x_2=q\end{cases}$$

del dato:

$$4x_1+3x_2=0$$

$$x_1+\underline{3x_1+3x_2}=0$$

$$x_1+3(x_1+x_2)=0$$

$$x_1+3\,(2)=0$$

$$x_1=-6$$

en el dato:

$$4\,(-6)+3x_2=0$$

$$3x_2=24\ \rightarrow\ x_2=8$$

$$q=(-6).(8)$$

$$\boxed{q=-48}$$

19. En la ecuación

$$(m-3)x^2-(3m-1)x+3m+2=0$$

halle el valor de m, de modo que

- las raíces sean simétricas.
- las raíces sean recíprocas.

RESOLUCIÓN

$$ax^2+bx+c=0$$

$$(m-3)x^2-(3m-1)x+(3m+2)=0$$

Si las raíces son simétricas $\rightarrow\ b=0$

$$\cancel{-}(3m-1)=0 \rightarrow m=\frac{1}{3}$$

Si las raíces son recíprocas $\rightarrow\ a=c$

$$m-3=3m+2 \rightarrow m=-\frac{5}{2}$$

$$\boxed{\frac{1}{3}\ ;\ -\frac{5}{2}}$$

20. Halle el valor de m, de modo que las raíces de

$$(4-m)x^2+2mx+2=0$$

sean iguales.

RESOLUCIÓN

$$a\,x^2+b\,x+c=0$$

$$(4-m)x^2-2mx+2=0$$

Como la ec. tiene raíces iguales su discriminante es cero

$$\Delta=b^2-4ac=0$$

$$(-2m)^2-4\underline{(4-m)(2)}=0$$

$$\cancel{4}m^2-\cancel{4}(8-2m)=0$$

$$m^2-8+2m=0$$

$$m^2+2m-8=0$$

$$(m-2)(m+4)=0$$

$$m-2=0\ \vee\ m+4=0$$

$$\boxed{m=2\ \vee\ m=-4}$$