ARITHMETIC

Chapter 8

VERANO UNI

Máximo Común Divisor y Mínimo Común Múltiplo

SACO OLIVEROS

INTRODUCCIÓN

En temas anteriores ya se ha hablado sobre los múltiplos y divisores. En las Matemáticas, algunas “cosas” ya se han dado hace unos cuántos siglos; ya Pitágoras y los pitagóricos habían iniciado el estudio de los números naturales, colocaron por un lado aquellos números que podían definirse como el producto de otros dos números y, por otro lado, esos que eran resultado del producto de 1 por ellos mismos.

Así bien podemos definir otras dos nociones básicas, divisores y múltiplos de un número.

Los divisores de un número se obtienen dividiendo ese número por otros más pequeños. ¡Ojo! Un número solo es divisor de otro, cuando el resultado de la división es exacta.

Ejemplo: la abuela Elva tiene 16 caramelos para repartir entre sus nietos de forma que a cada niño le corresponda el mismo número de caramelos y no sobre ninguno. ¿Podemos dar 2 caramelos a cada niño?, ¿podremos dar 3 caramelos?.

Los múltiplos de un número se obtienen multiplicando ese número por algún entero.

Ejemplo: Paula y Marcos van a equitación al mismo lugar. Marcos va cada 3 días y Paula cada 2 días. Hoy han ido los dos. ¿Dentro de cuántos días volverán a coincidir?

MÁXIMO COMÚN DIVISOR

Dado un conjunto de números $\mathbb{Z}^+$, su **MCD** cumple con las siguientes condiciones:

- Es un **divisor $\mathbb{Z}^+$ común** de dichos números.
- Es el **mayor** de los divisores comunes.

Por ejemplo:

Sean los números $\mathbb{Z}^+$: 18 y 24

Observemos:

$\mathbb{Z}^+$	Divisores
18	1 2 3 6 9 18
24	1 2 3 4 6 8 12 24

Divisores comunes de 18 y 24: 1, 2, 3 y 6

Mayor divisor común de 18 y 24: 6

Por lo tanto: MCD(18, 24) = 6

¡Tenga en cuenta!

Cada uno de los números contiene a su MCD.

Los divisores comunes de un conjunto de números son también divisores de su MCD.

MÉTODOS PARA EL CÁLCULO DEL MCD

POR DESCOMPOSICIÓN SIMULTÁNEA

Por ejemplo:

Calcule el MCD de los $\mathbb{Z}^+$: 36; 90 y 54.

Observemos:

36	90	54	2
18	45	27	3
6	15	9	3
2	5	3	

PESI

×

Por lo tanto:

$$MCD(36, 90, 54) = 18$$

¡Importante!

$$36 = 18 \times 2$$
$$90 = 18 \times 5$$
$$54 = 18 \times 3$$

PESI

POR DESCOMPOSICIÓN CANÓNICA

Por ejemplo:

Calcule el MCD de los $\mathbb{Z}^+$: 1440; 7000 y 19800.

Observemos:

$$1440 = 2^5 \times 3^2 \times 5 \quad \text{DC}$$
$$7000 = 2^3 \times 5^3 \times 7 \quad \text{DC}$$
$$19800 = 2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 11 \quad \text{DC}$$

Seleccionamos primos comunes, elevados a sus menores exponentes y luego multiplicamos.

Por lo tanto:

$$MCD(1440, 7000, 19800) = 2^3 \times 5$$

$$MCD(1440, 7000, 19800) = 40$$

POR DIVISIONES SUCESIVAS

Solo para determinar el **MCD** de **dos números**.

Teorema:

El MCD del dividendo divisor de una división inexacta es igual al MCD del divisor y residuo.

Por ejemplo:

Calcule el MCD de los $\mathbb{Z}^+$: 488 y 200.

Observemos:

Dividendo	Divisor
488	200
88	2

Dividendo	Divisor
200	88
24	2

Dividendo	Divisor
88	24
16	3

Dividendo	Divisor
24	16
8	1

Dividendo	Divisor
16	8
0	2

El procedimiento culmina, ya que la división ha resultado exacta, siendo el MCD 8.

Podemos organizar dichas divisiones en el siguiente esquema:

Cocientes sucesivos

	2	2	3	1	2
488	200	88	24	16	8
	88	24	16	8	0

MCD(488,200)

Residuos sucesivos

Por lo tanto: MCD(488, 200) = 8

¡Tenga en cuenta!

Las divisiones se pueden realizar por defecto y/o por exceso.

PROPIEDADES DEL MÁXIMO COMÚN DIVISOR

PARA DOS NÚMEROS

Si dos números son divisibles entre sí, el MCD de ellos es el menor.

Por ejemplo:

Sean los números $\mathbb{Z}^+$: 143 y 11.

Observe: $143 = \overset{\circ}{11}$ $\Rightarrow$ MCD(143, 11) = 11

Si dos números son primos entre sí (PESI), el MCD de ellos igual a la unidad.

Por ejemplo:

Sean los números $\mathbb{Z}^+$: 25 y 9.

Observe: 25 y 9 son PESI. $\Rightarrow$ MCD(25, 9) = 1

CONSECUENCIAS

Si el menor de varios números, está contenido en los demás, él es el MCD.

Para un conjunto de factoriales, el MCD de ellos, será el menor factorial.

Si dos o más números son PESI, entonces su MCD es igual a la unidad .

PARA DOS O MÁS NÚMEROS

Si: MCD(A, B, C) = d, entonces:

$MCD(A \times n, B \times n, C \times n) = d \times n$

$MCD\left(\frac{A}{n}, \frac{B}{n}, \frac{C}{n}\right) = \frac{d}{n}$

$MCD(A^n, B^n, C^n) = d^n$

Donde: $n \in \mathbb{Z}^+$

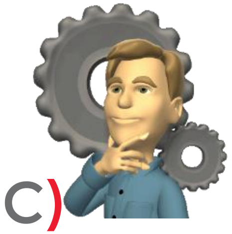
Si: MCD(A, B, C) = d, entonces:

$A = d \times p$ $B = d \times q$ $C = d \times r$

Donde: p, q y r son PESI

El MCD de varios números no se altera reemplazando dos de ellos por su MCD.

Observemos:



$MCD(A, B, C) = MCD(MCD(A, B), C)$

$MCD(A, B, C, D) = MCD(MCD(A, B), MCD(C, D))$

Dados los números:

$A = \underbrace{\overline{(n-1)(n-1)\ldots(n-1)}_{(n)}}_{\text{a cifras}} = n^a - 1$

$B = \underbrace{\overline{(n-1)(n-1)\ldots(n-1)}_{(n)}}_{\text{b cifras}} = n^b - 1$

$C = \underbrace{\overline{(n-1)(n-1)\ldots(n-1)}_{(n)}}_{\text{c cifras}} = n^c - 1$

Entonces:

$MCD(A, B, C) = n^{MCD(a, b, c)} - 1$

MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO

Dado un conjunto de números $\mathbb{Z}^+$, su **MCM** cumple con las siguientes condiciones:

- Es un **múltiplo** $\mathbb{Z}^+$ **común** de dichos números.
- Es el **menor** de estos múltiplos comunes.

Por ejemplo:

Sean los números $\mathbb{Z}^+$: 8 y 6

Observemos:

	Múltiplos $\mathbb{Z}^+$								
m8	8	16	24	32	40	48	56	64	...
m6	6	12	18	24	30	36	42	48	...

Múltiplos comunes de 8 y 6:

24, 48, 72, 96, ...

Menor múltiplo común de 8 y 6: 24

Por lo tanto: MCM(8, 6) = 24

¡Tenga en cuenta!

Cada uno de los números está contenido en su MCM.

Los múltiplos comunes de un conjunto de números son también múltiplos de su MCM.

MÉTODOS PARA EL CÁLCULO DEL MCM

POR DESCOMPOSICIÓN SIMULTÁNEA

Por ejemplo:

Calcule el MCM de los $\mathbb{Z}^+$: 36; 90 y 54.

Observemos:

36	90	54	18
2	5	3	2
1	5	3	3
1	5	1	5
1	1	1	

×

Por lo tanto:

MCM(36, 90, 54) = 540

¡Importante!

$540 = 36 \times 15$

$540 = 90 \times 6$

$540 = 54 \times 10$

PESI

POR DESCOMPOSICIÓN CANÓNICA

Por ejemplo:

Calcule el MCM de los $\mathbb{Z}^+$: 1440; 7000 y 19800.

Observemos:

$1440 = 2^5 \times 3^2 \times 5$ DC

$7000 = 2^3 \times 5^3 \times 7$ DC

$19800 = 2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 11$ DC

Seleccionamos primos comunes y no comunes, elevados a sus mayores exponentes y luego multiplicamos.

Por lo tanto:

$\text{MCM}(1440, 7000, 19800) = 2^5 \times 3^2 \times 5^3 \times 7 \times 11$

MCM(1440, 7000, 19800)2772000
=

PROPIEDADES DEL MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO

PARA DOS NÚMEROS

Si dos números son divisibles entre sí, el MCM de ellos es el mayor.

Por ejemplo:

Sean los números $\mathbb{Z}^+$: 143 y 11.

Observe: $143 = \overset{\circ}{11}$ ➡ MCM(143, 11) = 143

Si dos números son primos entre sí (PESI), el MCM de ellos es su producto.

Por ejemplo:

Sean los números $\mathbb{Z}^+$: 25 y 9.

Observe: 25 y 9 son PESI ➡ MCM(25, 9) $= 25 \times 9 = 225$

CONSECUENCIAS

Si el mayor de varios números, contiene a cada uno de los otros, él es el MCM.

Para un conjunto de factoriales, el MCM de ellos, está dado por el mayor factorial.

Si un grupo de números son PESI 2 a 2, entonces su MCM es igual al producto de ellos.

PARA DOS O MÁS NÚMEROS

Si: MCM(A, B, C) = k, entonces:

$MCM(A \times n, B \times n, C \times n) = k \times n$

$MCM\left(\frac{A}{n}, \frac{B}{n}, \frac{C}{n}\right) = \frac{k}{n}$

$MCM(A^n, B^n, C^n) = k^n$

Donde: $n \in \mathbb{Z}^+$

Si: MCM(A, B, C) = k, entonces:

$k = A \times p$ $k = B \times q$ $k = C \times r$

Donde: p, q y r son PESI

El MCM de varios números no se altera reemplazando dos de ellos por su MCM.

Observemos:

$MCM(A, B, C) = MCM(MCM(A, B), C)$

$MCM(A, B, C, D) = MCM(MCM(A, B), MCM(C, D))$

PROPIEDAD QUE RELACIONA EL MCD Y MCM DE DOS NÚMEROS.

Sean los $\mathbb{Z}^+$: A y B

Donde: $MCD(A, B) = d$

Sabemos: $A = d \times p$

$B = d \times q$ P y q PESI

Entonces:

$MCM(A, B) = MCD(A, B) \times p \times q = d \times p \times q$

$A \times B = MCD(A, B) \times MCM(A, B)$

1. ¿Cuántos números menores que 7680 tiene con él un MCD igual a 24?

A) 128 B) 130 C) 132
D) 134 E) 136

RESOLUCIÓN

Sea "N" el número

Por Dato:

MCD(N; 7680) = 24

Sabemos:

$\frac{N}{24} = \boxed{p} \rightarrow N = 24 \times p$

$\frac{7680}{24} = \boxed{320}$

Donde:

p y 320 **PESI**

Además:

N < 7680

$\cancel{24} \times p < \overset{320}{\cancel{7680}}$

P < 320

Entonces:

Los valores de "p" $= \varnothing_{320}$

Pero: $320 = 2^6 . 5^1$ ...DC

$\varnothing_{320} = 2^5.(2-1).5^0.(5-1)$

$\varnothing_{320} = 32 \times p(1) \times (1) \times 4 = 128$

∴ Existen 128 numeros

Rpta: A

2. ¿Cuántos números de tres cifras tiene con su C.A. un MCD igual a 40?

A) 17 B) 18 C) 19
D) 20 E) 21

RESOLUCIÓN

Sea: $\overline{abc}$ el número

Por Dato:

MCD($\overline{abc}$; CA($\overline{abc}$)) = 40

➡ $\overline{abc} = \overset{\circ}{40} \longrightarrow \overline{abc} = 40K$

Donde: $CA(\overline{abc}) = \overset{\circ}{40}$

Sabemos:

$10^2 < \overline{abc} < 10^3$

$100 < 40K < 1000$

Dividiendo entre 40 :

$2,5 < K < 25$

$K : \underbrace{3; 4; 5; \ldots ;24}_{\text{22 VALORES}}$

Pero si : $k = \overset{\circ}{5} = 5q$

Como: $\overline{abc} = 40\boxed{K}$

➡ $\overline{abc} = 40 \times \boxed{5q}$

Donde : $\overline{abc} = 200q$

MCD($\overline{abc}$; CA($\overline{abc}$)) = 200

$\therefore$ K $\neq$ 5; 10; 15 y 20

➡ Existen:

22 – 4 = 18 Valores

Rpta: B

3. Al calcular el MCD de dos números mediante el Algoritmo de Euclides se obtuvo como cocientes sucesivos 1; p; 3 y 2. Calcule el valor de p, si la suma de los números es igual a 53 veces el MCD.

A) 1 B) 3 C) 5

D) 7 E) 9

RESOLUCIÓN

Sean: A y B Los números

Completando el algoritmo de Euclides tenemos:

	1	p	3	2
A	B	7k	2k	k
	7k	2k	k	0

← MCD

De Donde:

$B = 7pk + 2k$

$A = (7pk+2k) \times 1 + 7k = 7pk + 9k$

Por Dato:

$$\underbrace{A} + \underbrace{B} = 53 \times k$$

$$(7pk+9k) + (7pk+2k) = 53 \times k$$

Efectuando:

$$14p\cancel{k} + 11\cancel{k} = 53 \times \cancel{k}$$

$$14p = 42$$

$$\therefore \; p = 3$$

Rpta: B

4. Calcule (a+b+c) sabiendo que los cocientes obtenidos al calcular el MCD de $\overline{a(a+1)a}$ y $\overline{(a+1)bc}$ por el Algoritmo de Euclides fueron 1, 2 y 3.

A) 9 B) 10 C) 11

D) 12 E) 13

RESOLUCIÓN

Sean: A y B los números

Completando el algoritmo de Euclides tenemos:

	1	2	3
A	B	3k	k
	3k	k	0

MCD

De Donde:

$B = 6k + k = 7k$

$A = (7k)\times 1 + 3k = 10k$

Pero:

$B = \overline{a(a+1)a} = 7k$

$A = \overline{(a+1)bc} = 10k$

Observamos que:

(criterio de divisibilidad por 7)

$\overset{2\;\;3\;\;1}{\overline{a(a+1)a}} = 7k = \overset{\circ}{7}$

$2a + 3(a+1) + a = \overset{\circ}{7}$

$6a + 3 = \overset{\circ}{7}$ ➡ $\boxed{a = 3}$

Reemplazando:

$343 = 7k$ ➡ $\boxed{k = 49}$

Además:

$\overline{4bc} = 10\times 49 = 490$

➡ $\boxed{b = 9}$ $\boxed{c = 0}$

$\therefore\ a + b + c = 12$

Rpta: D

5. Si el MCD de A, B, C y D es 16, calcule el valor de K, si está comprendido entre 30 y 180.

$$\text{MCD}(A;\,B) = \frac{3k-8}{4}$$

$$\text{MCD}(C;\,D) = \frac{k+8}{5}$$

A) 137 B) 142 C) 147

D) 152 E) 157

RESOLUCIÓN

Por Dato:

$$\text{MCD}\left(\frac{3k-8}{4};\,\frac{k+8}{5}\right) = 16$$

Multiplicando todo por 20:

$$\text{MCD}\left(\frac{\overset{5}{\cancel{20}}(3k-8)}{\cancel{4}};\,\frac{\overset{4}{\cancel{20}}(k+8)}{\cancel{5}}\right) = 20\times16$$

Efectuando tenemos:

$$\text{MCD}(15k-40;\,4k+32) = 320$$

Entonces se cumple:

$$15k-40 = \overset{\circ}{320}$$

$$\cancel{5}(3k-8) = \overset{64}{\cancel{320}}p = \overset{\circ}{64}$$

$$\Rightarrow 3k-8 = \overset{\circ}{64}$$

Sumando 128 a cada lado:

$$3k-8+128 = \overset{\circ}{64}+128$$

$$3k+120 = \overset{\circ}{64}$$

$$3(k+40) = \overset{\circ}{64} \qquad \boxed{3 \neq \overset{\circ}{64}}$$

$$k+40 = \overset{\circ}{64}\ {}^{+192} \Rightarrow \boxed{k = \overset{\circ}{64}+152}$$

Por otro lado:

$$4k+32 = \overset{\circ}{320}$$

$$\cancel{4}(k+8) = \overset{80}{\cancel{320}}p = \overset{\circ}{80}$$

$$k+8 = \overset{\circ}{80}\ {}^{+160} \Rightarrow \boxed{k = \overset{\circ}{80}+152}$$

Como: $30 < K < 180$

$\therefore\ k = 152$

Rpta: D

6. Si el MCD($\overline{2a2}$; N)=17, ¿cuántos valores puede tomar N, si se sabe que es menor que 500 pero mayor que 200?

A) 12 B) 11 C) 10

D) 9 E) 8

RESOLUCIÓN

Por Dato:

$$\text{MCD}(\overline{2a2}\ ;\ N) = 17$$

Se cumple que:

$$\overline{2a2} = 17\underset{\boxed{16}}{p} = 272$$

$$N = 17q$$

Donde: p y q son **PESI**

$$p = 16 = 2^4$$

$$\Rightarrow q \neq \overset{\circ}{2}$$

Además:

$$200 < N < 500$$

$$200 < 17q < 500$$

Dividiendo ÷17:

$$11{,}7 < q < 29{,}4$$

$$q:\ \underbrace{13; 15; 17; \ldots\ldots ; 29}_{\text{9 VALORES}}$$

∴ N toma 9 valores

Rpta: D

7. Si tres números de la forma $\overline{p5p}$; $\overline{q7q}$ y $\overline{r27}$ poseen como MCD a 11, calcule (p+q+r).

A) 19 B) 20 C) 21
D) 22 E) 23

RESOLUCIÓN

Por Dato:

$$MCD(\overline{p5p};\ \overline{q7q};\ \overline{r27}) = 11$$

$$\overset{+\,-\,+}{\overline{p5p}} = \overset{\circ}{11} \Rightarrow p - 5 + p = \overset{\circ}{11}$$

$\boxed{p = 8}$

$$\overset{+\,-\,+}{\overline{q7q}} = \overset{\circ}{11} \Rightarrow q - 7 + q = \overset{\circ}{11}$$

$\boxed{q = 9}$

$$\overset{+\,-\,+}{\overline{r27}} = \overset{\circ}{11} \Rightarrow r - 2 + 7 = \overset{\circ}{11}$$

$\boxed{r = 6}$

$\therefore\ p + q + r = 23$

Rpta: E

8. Determine la diferencia de dos números enteros sabiendo que su MCD es 48 y que su suma es 288.

A) 192 B) 240 C) 252
D) 360 E) 96

RESOLUCIÓN

Sean: A y B los números

Donde:

$MCD(A\ ;\ B) = 48$

Se cumple que:

$A = 48\boxed{p}$

$B = 48\boxed{q}$

PESI

Además:

$A + B = 288$

$\cancel{48}p + \cancel{48}q = \overset{6}{\cancel{288}}$

$p + q = 6$

$p = 5 \quad q = 1$

Entonces:

$A = 48 \times 5 = 240$

$B = 48 \times 1 = 48$

$\therefore\ A - B = 192$

Rpta: A

9. Un número entero de tres cifras y su C. A. tienen como MCD a 100. ¿Cuántos números cumplen esta condición?

A) 1 B) 2 C) 3

D) 4 E) 5

RESOLUCIÓN

Sea: $\overline{abc}$ el número

Por Dato:

$MCD(\overline{abc}\,;\,CA(\overline{abc})) = 100$

$\overline{abc} = \overset{\circ}{100}$ → $\boxed{\overline{abc} = 100K}$

$CA(\overline{abc}) = \overset{\circ}{100}$

Entonces:

K : 1; 3; 7 y 9

Para valores pares de k su MCD no es 100.

Reemplazando los valores de k:

$\overline{abc}$: 100; 300; 700 y 900

$CA(\overline{abc})$: 900; 700; 300 y 100

∴ Existen: 4 valores

Rpta: D

10. Al calcular el MCD de dos números A y B por el método del Algoritmo de Euclides se observó que los dos primeros residuos fueron 54 y 36, además la suma de los cocientes sucesivos fue 17. Si el número A es el mayor posible. ¿Cuál es su valor?

A) 2 596　　B) 2 856　　C) 2 952

D) 2 690　　E) 2 876

RESOLUCIÓN

Sean: A y B los números

Completando el algoritmo de Euclides tenemos:

	n	m	1	2
A	B	54	36	18
	54	36	18	0

Además:

$n + m + 1 + 2 = 17$

$\Rightarrow n + m = 14$

$n = 7$, $m = 7$

Donde n=m=7, para que A sea el mayor posible.

Además:

$B = (54 \times 7) + 36 = 414$

$A = (414 \times 7) + 54$

$\therefore A = 2952$

Rpta: C

11. El MCM de cuatro números consecutivos es 5460. Calcule la suma de los dígitos del menor de los números si éste es múltiplo de 3.

A) 3
B) 6
C) 9
D) 12
E) 15

RESOLUCIÓN

Sean los números: 3a; (3a+1); (3a+2); (3a+3)

Además: MCM(3a; 3a+1; 3a+2; 3a+3) = 5460

$$5460 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 13$$

12 13 14 15

Nos piden la suma de cifras del menor:

$$\underbrace{12}$$

$$\therefore\ 1 + 2 = 3$$

Rpta: A

12. Dos números de dos cifras A y B son (m10+5) y (m10+6) respectivamente. Si el valor del MCM de A y B es 330, ¿cuál es el valor de B?

A) 46 B) 56 C) 66

D) 76 E) 86

RESOLUCIÓN

Por dato: A y B de 2 cifras

A = m10 + 5 = ...5

B = m10 + 6 = ...6

Además: MCM (A ; B) = 330

➜ A y B **son divisores** de 330

Luego: 330 = 2×3×5×11

$\boxed{A = 15}$ $\boxed{A = 55}$ $\boxed{B = 66}$

Nos piden: ∴ B = 66

Rpta: C

13. Si MCM de $\overline{ab}$, $\overline{(a+1)(b+1)}$, $\overline{(a+2)(b+2)}$ es 660, la suma máxima de a y b es

A) 6

B) 7

C) 8

D) 9

E) 10

RESOLUCIÓN

De los datos:

$$\text{MCM}\,(\overline{ab};\ \overline{(a+1)(b+1)};\ \overline{(a+2)(b+2)}) = 660$$

$$\text{MCM}\,(\overline{ab};\ \overline{ab}+11;\ \overline{ab}+22) = 660$$

$$660 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 11$$

Se observa:

$$\overline{ab} = \text{m}11 \text{ ó } \overline{ab}+11 = m11 \text{ ó } \overline{ab}+22 = m11$$

$$\Rightarrow \overline{ab} = \text{m}11$$

Luego:

$\overline{ab}$	$\overline{ab}+11$	$\overline{ab}+22$
11	22	~~33~~
22	33	~~44~~
33	44	55
44	55	66
55	66	~~77~~
⋮	⋮	⋮

$\overline{ab} = 33$

$\overline{ab} = 44$

$\therefore\ (a+b)_{máx} = 4+4 = 8$

Rpta: C

14. ¿Cuál es el menor de 3 cifras número que es: $(\overset{\circ}{m5}+2)$, $(\overset{\circ}{m6}+1)$, $(\overset{\circ}{m7}+2)$ y $(\overset{\circ}{m8}+5)$? Dar como respuesta la suma de sus cifras.

A) 24 B) 23 C) 22

D) 21 E) 20

RESOLUCIÓN

Por Dato:

$$\left.\begin{aligned} N &= m5 + 2 + 35 \\ N &= m6 + 1 + 36 \\ N &= m7 + 2 + 35 \\ N &= m8 + 5 + 32 \end{aligned}\right\} N = m[MCM(5;\ 6;\ 7;\ 8)] + 37$$

$$\Rightarrow N = m[840] + 37$$

Nos piden el menor:

$$N_{mín} = 840 + 37$$

$$N_{mín} = 877$$

$$\therefore \quad 8 + 7 + 7 = 22$$

Rpta: C

15. Determine el mayor número de cuatro cifras que al dividirlo entre 6; 7; 8 y 9 nos de residuos iguales, tal que éste sea el máximo posible.

A) 9579

B) 9577

C) 9575

D) 9573

E) 9581

RESOLUCIÓN

Por Dato: $N = \overline{abcd}$

$$\left.\begin{aligned} N &= m6 + r \\ N &= m7 + r \\ N &= m8 + r \\ N &= m9 + r \end{aligned}\right\} N = m[MCM(6; 7; 8; 9)] + r$$

$$\Rightarrow N = m[504] + r$$

Nos piden el mayor: $N_{máx} = m[504] + r_{máx} \leq 9999$

$$N = 504(19) + 5$$

$$\therefore N = 9581$$

Rpta: E

16. Determine la superficie del menor terreno rectangular que puede ser dividido en lotes rectangulares de (12m)(10m); (20m)(8m); (16m)(24m), sabiendo que las primeras dimensiones representan el largo y las segundas el ancho.

A) 28 800 m^2

B) 14 400 m^2

C) 25 000 m^2

D) 72 000 m^2

E) 57 600 m^2

RESOLUCIÓN

Del Enunciado:

L

A $\boxed{S = (A \times L)_{mín}}$

Por condición:

$$\left.\begin{array}{l} L = m12 \\ L = m20 \\ L = m16 \end{array}\right\} L = m240 \qquad \left.\begin{array}{l} A = m10 \\ A = m8 \\ A = m24 \end{array}\right\} A = m120$$

Nos piden:

$$S_{mín} = 240 \times 120$$

$$\therefore \; S_{mín} = 28800 \; m^2$$

Rpta: A

17. A un número de tres cifras m6 se le agrega uno y se convierte en m7 y si se agrega una unidad más se convierte en m8. Determine la suma de cifras de todas las soluciones.

A) 48 B) 54 C) 60

D) 66 E) 72

RESOLUCIÓN

Del Enunciado:

$$\left.\begin{aligned} \overline{abc} &= m6 + 6 \\ \overline{abc} + 1 &= m7 + 7 \\ \overline{abc} + 2 &= m8 + 8 \end{aligned}\right\} \quad \overline{abc} = m[MCM(6;7;8)] + 6$$

$$\Rightarrow \overline{abc} = m[168] + 6$$

Nos piden los valores:

	Σ cifras
$\overline{abc} = 168(1) + 6 = 174$	12
$\overline{abc} = 168(2) + 6 = 342$	9
$\overline{abc} = 168(3) + 6 = 510$	6
$\overline{abc} = 168(4) + 6 = 678$	21
$\overline{abc} = 168(5) + 6 = 846$	18
	$\therefore$ 66

Rpta: D

18. Se divide dos números y el cociente exacto resulta igual a su MCD; la suma del MCD y MCM resulta ser igual a 56. Determine el producto de ambos números.

A) 256

B) 289

C) 320

D) 343

E) 450

RESOLUCIÓN

Sean los números: A y B MCD(A; B) = d B = m(d)

De los datos: $\frac{A}{B} = \underbrace{MCD(A;B)}_{d}$ ➡ A = B×d

Además: $\underbrace{MCD(A;B)}_{d} + \underbrace{MCM(A;B)}_{B\times d} = 56$

d(1+B) = 56

1	55
2	~~27~~
4	~~13~~
7	7
8	~~6~~
14	~~3~~
28	~~1~~

$\boxed{B = 55}$ $\boxed{A = 55}$ ✗

$\boxed{B = 7}$ $\boxed{A = 49}$

∴ A×B = 7×49 = 343

Rpta: D

19. La suma de dos números es a su diferencia como 8 es a 3. El mínimo común múltiplo de los números es 55 veces su máximo común divisor. Halle la suma de dichos números, sabiendo que son los mayores posibles y que tienen dos cifras.

A) 156 B) 127 C) 132

D) 151 E) 144

RESOLUCIÓN

Del Enunciado: $\dfrac{A+B}{A-B} = \dfrac{8}{3} \Rightarrow \dfrac{A}{B} = \dfrac{11}{5} \Rightarrow$ $\boxed{A = 11d}$ $\boxed{B = 5d}$

MCD(A, B) = d

Además:

$\underbrace{\text{MCM(A, B)}}_{11\times5\times d} = 55\ \underbrace{\text{MCD(A; B)}}_{d}$ ¡Cumple!

Nos piden: A y B son máximos y de 2 cifras

$\boxed{A = 11(9) = 99}$

$\boxed{B = 5\ (9) = 45}$

$\therefore$ A + B = 99 + 45 = 144

Rpta: E

20. Sabiendo que el MCM (N; N+1;3N)=546, calcule el MCM(N+2, 2N+1).

A) 135 B) 140 C) 145
D) 150 E) 155

RESOLUCIÓN

Del Enunciado:

MCM(N; N+1; 3N) = 546

546 = 2×3×7×13

3N= 39 | N+1= 14 | N = 13

Nos piden:

MCM(N+2; 2N+1)

MCM(15; 27)

∴ MCM(15; 27) = 135

Rpta: A

MUCHAS GRACIAS

ATENTAMENTE SU PROFESOR