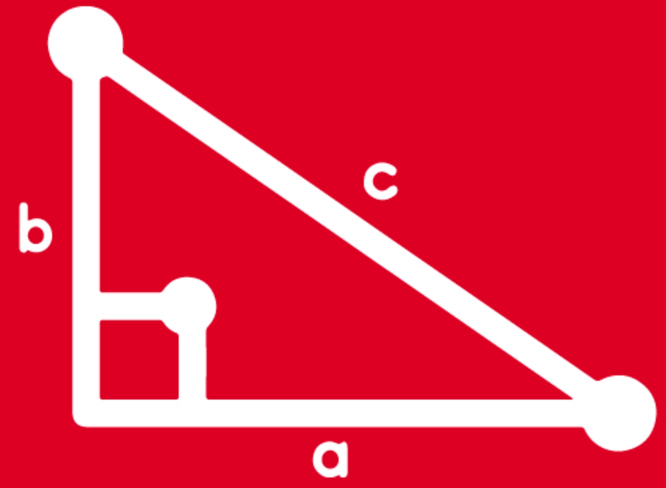
TRIGONOMETRY

Chapter 8



Funciones trigonométricas:

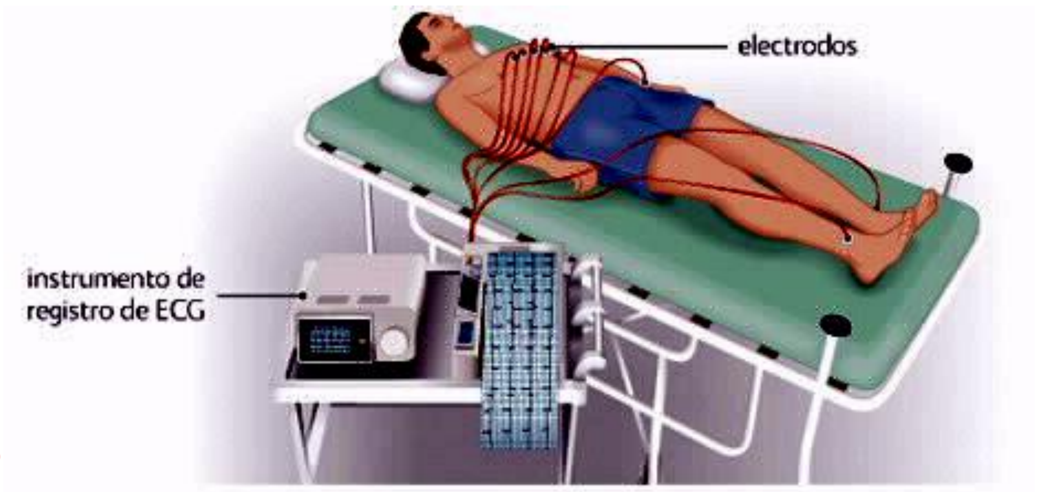
- ✓ FT seno
- ✓ FT coseno

TOMO 2

SACO OLIVEROS

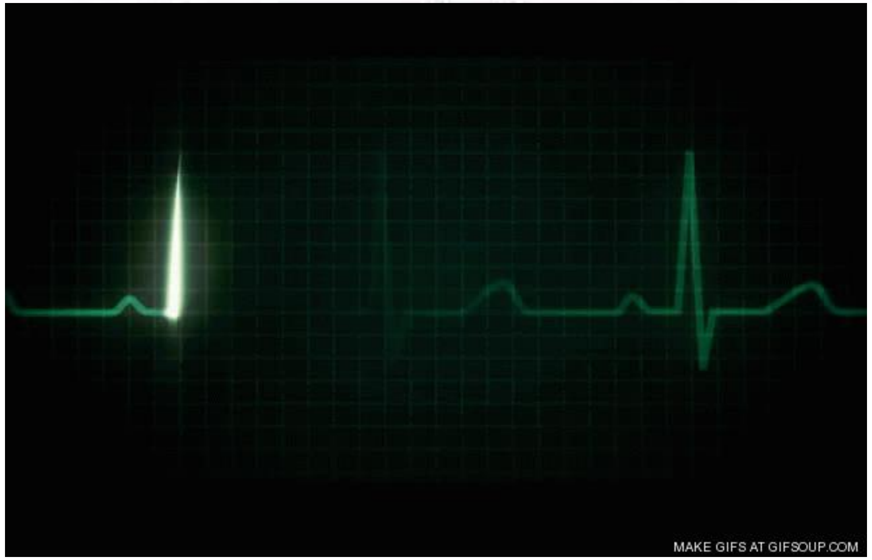
HELICOMOTIVACIÓN

LA TRIGONOMETRÍA DEL CORAZÓN



El electrocardiograma *(ECG) es la representación gráfica de la actividad eléctrica del corazón en función del tiempo, para ello se colocan en diversas partes del cuerpo los electrodos para obtener la información.*

El aparato que genera el ECG, usa a las funciones trigonométricas seno y coseno modificando ***las amplitudes*** *y* ***los periodos****.*



Se recomienda a personas mayores de 40 años realizarse un examen ECG anualmente.

¿Tú profesor ya tiene su ECG?

HELICOTEORÍA

NOCIONES PREVIAS

Función: *f es una función o aplicación de A en B si y solo si f es un subconjunto de A × B que satisface las siguientes condiciones de existencia y unicidad.*

$$i)\ \forall a \epsilon A, \exists b \epsilon B\ /(a;b)\epsilon f \quad y \quad ii)\ (a;b)\epsilon f \wedge (a;c)\epsilon f \Longrightarrow b = c$$

Dominio: *El dominio de una función f de A en B es el conjunto de todas la primeras componentes de los elementos (pares ordenados) de f, esto es.*

$$Dom(f) = \{x \in A/\ \exists y \in B: (x;y) \in f\}$$

Rango: *El rango de una función f es el conjunto de todas la segundas componentes de los elementos (pares ordenados) de f, esto es:*

$$Ran(f) = \{y \in B/\ \exists x \in A: (x;y) \in f\}$$

Ejemplo

Sea la función f. $\quad f = \left\{(0;0), \left(\frac{\pi}{6};\frac{1}{2}\right), \left(\frac{\pi}{4};\frac{\sqrt{2}}{2}\right), \left(\frac{\pi}{3};\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right\}$

$$\Longrightarrow \ Dom(f) = \{0;\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{3}\} \quad y \ \ Ran(f) = \{0;\frac{1}{2};\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{\sqrt{3}}{2}\}$$

HELICOTEORÍA

FUNCION TRIGONOMÉTRICA

Las funciones trigonométricas son conjuntos no vacíos de pares ordenados $(x;y)$ tal que la primera componente es un valor angular expresado en radianes (número real) y la segunda componente es el valor obtenido mediante una dependencia funcional.

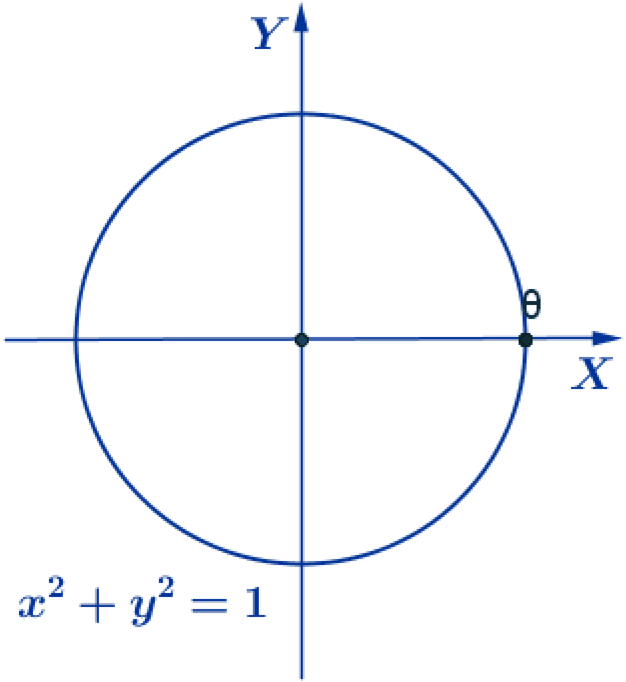
$$f=\{(x;y)\in\mathbb{R}^2\ /y=f(x)\}$$

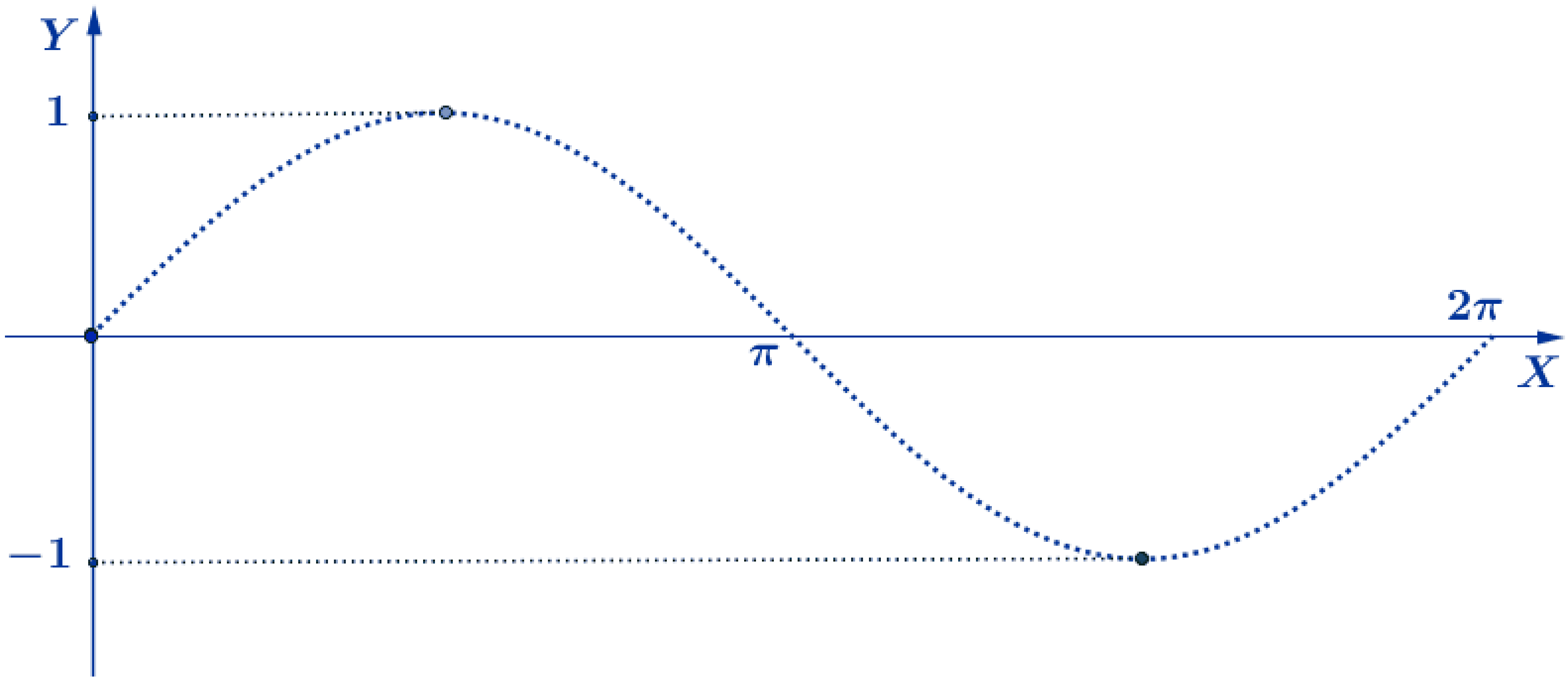
Para obtener las gráficas de las funciones trigonométricas, haremos uso de los conceptos teóricos aprendidos en el tema "Circunferencia trigonométrica".

Recordemos…

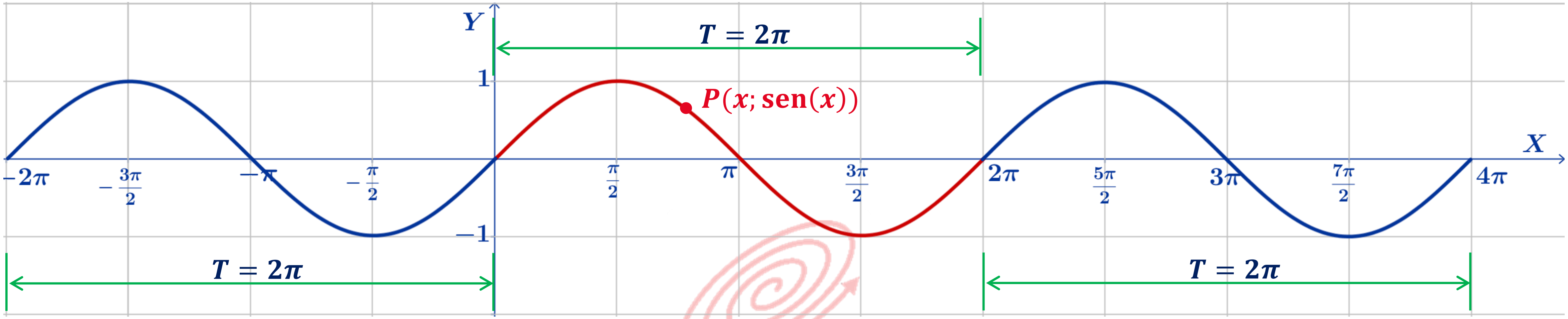
***La línea seno**: se representa en la CT mediante la ordenada del extremo del arco en posición normal, sus valores extremos son 1 y -1.*
***La línea coseno**: se representa en la CT mediante la abscisa del extremo del arco en posición normal, sus valores extremos son 1 y -1.*

FUNCION TRIGONOMÉTRICA SENO: $f = \{(x;y) \in \mathbb{R}^2 / y = sen(x); x \in \mathbb{R}\}$





FUNCION TRIGONOMÉTRICA SENO: $f=\{(x;y)\in\mathbb{R}^2/y=sen(x);x\in\mathbb{R}\}$

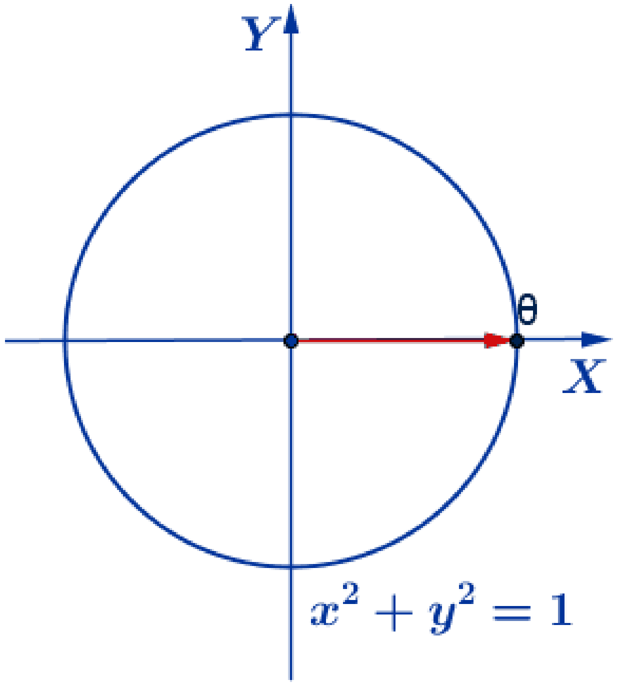


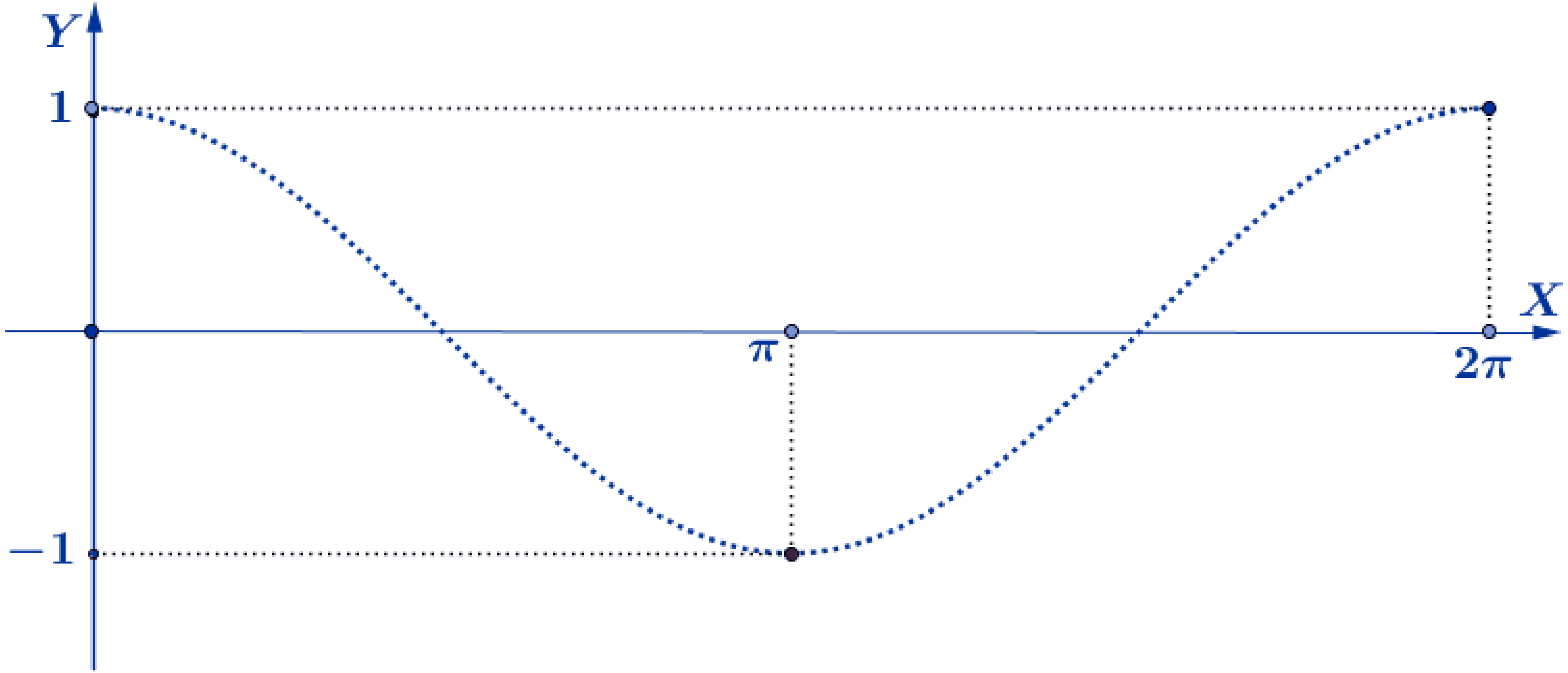
Análisis de la gráfica

- ✓ $Dom(f)=\mathbb{R}$
- ✓ $Ran(f)=[-1;1]$ *es decir* $-1\leq sen(x)\leq 1$
- ✓ *Es función impar dado que* $sen(-x)=-sen(x)$
- ✓ *Su periodo principal es* $T=2\pi$
- ✓ *Es creciente* $\forall x\in\left\langle 2k\pi-\frac{\pi}{2};2k\pi+\frac{\pi}{2}\right\rangle,k\in\mathbb{Z}$
- ✓ *Es decreciente* $\forall x\in\left\langle 2k\pi+\frac{\pi}{2};2k\pi+\frac{3\pi}{2}\right\rangle,k\in\mathbb{Z}$
- ✓ *Es continua.*
- ✓ *Interceptos con el eje x:* $(k\pi;0),k\in\mathbb{Z}$

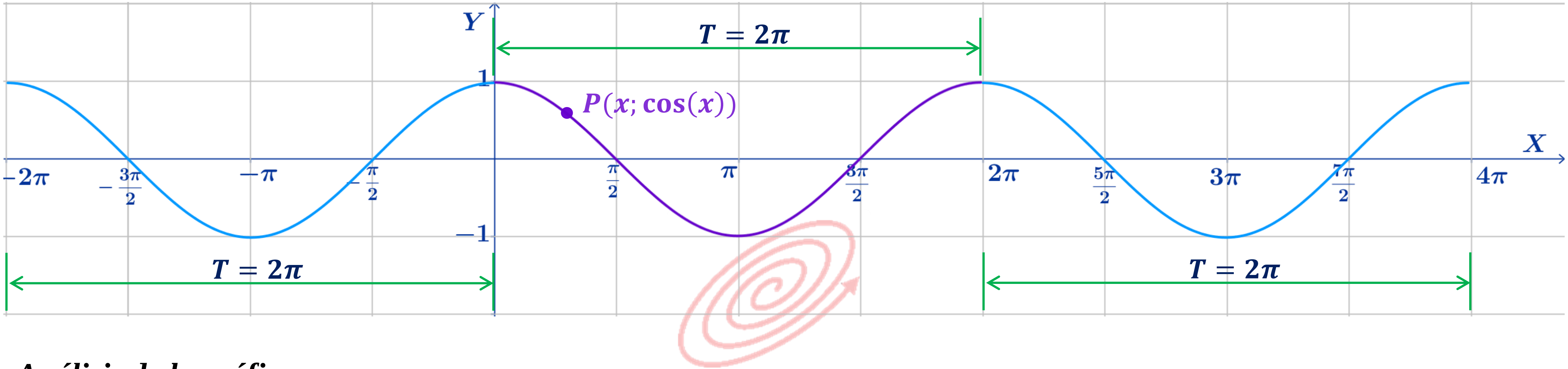
FUNCION TRIGONOMÉTRICA COSENO:

$$f = \{(x; y) \in \mathbb{R}^2 / y = cos(x); x \in \mathbb{R}\}$$





FUNCION TRIGONOMÉTRICA COSENO: $f = \{(x; y) \in \mathbb{R}^2 / y = cos(x); x \in \mathbb{R}\}$



<u>*Análisis de la gráfica*</u>

- ✓ $Dom(f) = \mathbb{R}$
- ✓ $Ran(f) = [-1; 1]$ *es decir* $-1 \leq cos(x) \leq 1$
- ✓ *Es función par dado que* $cos(-x) = cos(x)$
- ✓ *Su periodo principal es* $T = 2\pi$
- ✓ *Es creciente* $\forall x \in \langle 2k\pi + \pi; 2k\pi + 2\pi \rangle, k \in \mathbb{Z}$
- ✓ *Es decreciente* $\forall x \in \langle 2k\pi; 2k\pi + \pi \rangle, k \in \mathbb{Z}$
- ✓ *Es continua.*
- ✓ *Interceptos con el eje x:* $((2k + 1)\pi/2; 0), k \in \mathbb{Z}$

Multiplicación de la funciones trigonométricas seno o coseno por una constante

$i) \quad y = A \cdot sen(x) \;;\; A \neq 0$

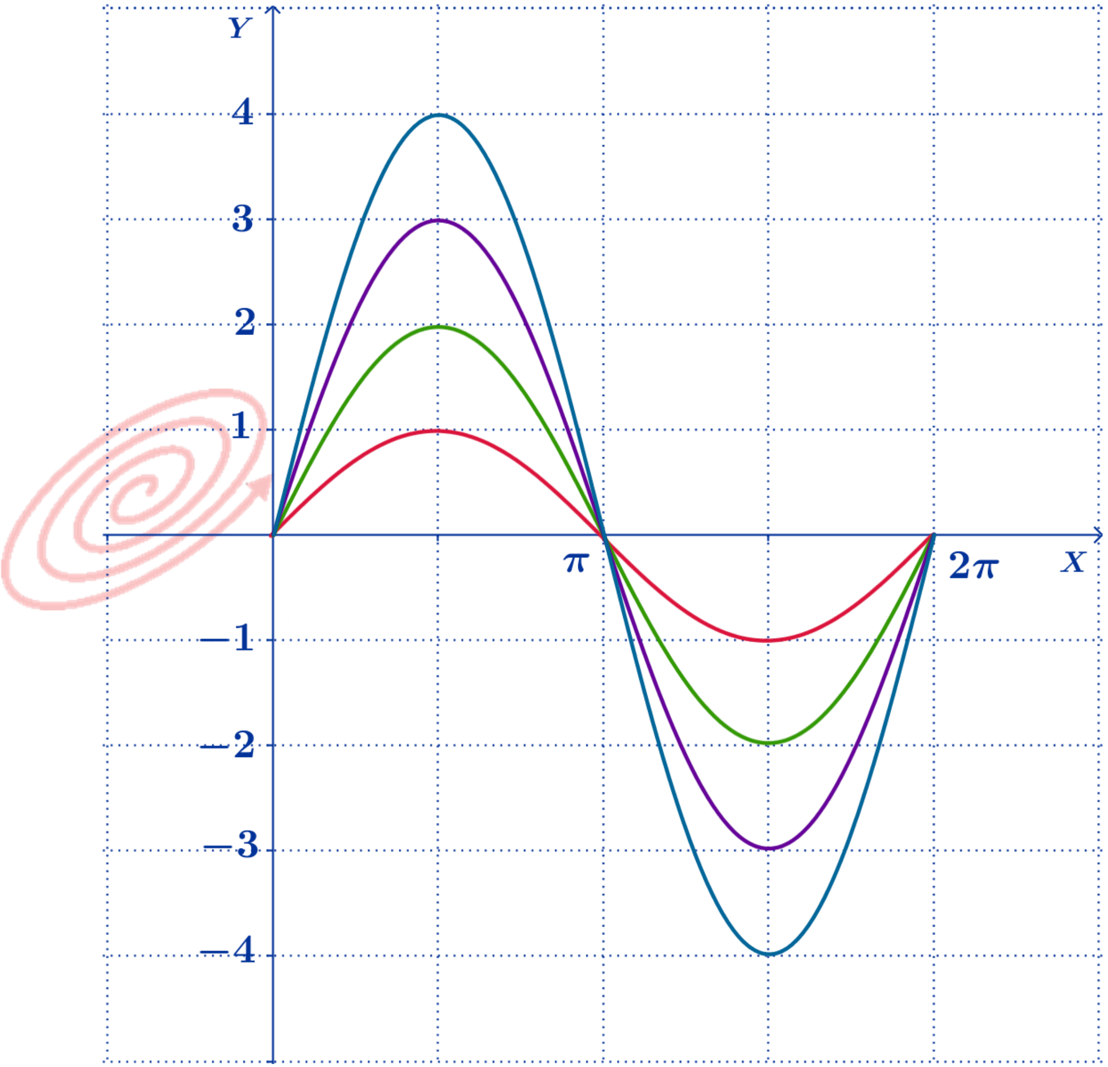
Ejemplos

$a) \quad y = sen(x)$

$b) \quad y = 2 \cdot sen(x)$

$c) \quad y = 3 \cdot sen(x)$

$d) \quad y = 4 \cdot sen(x)$



$|A|$: se *llama amplitud para las funciones seno y coseno.*

Multiplicación de la funciones trigonométricas seno o coseno por una constante

$ii) \quad y = A \cdot cos(x) \;\; ; \;\; A \neq 0$

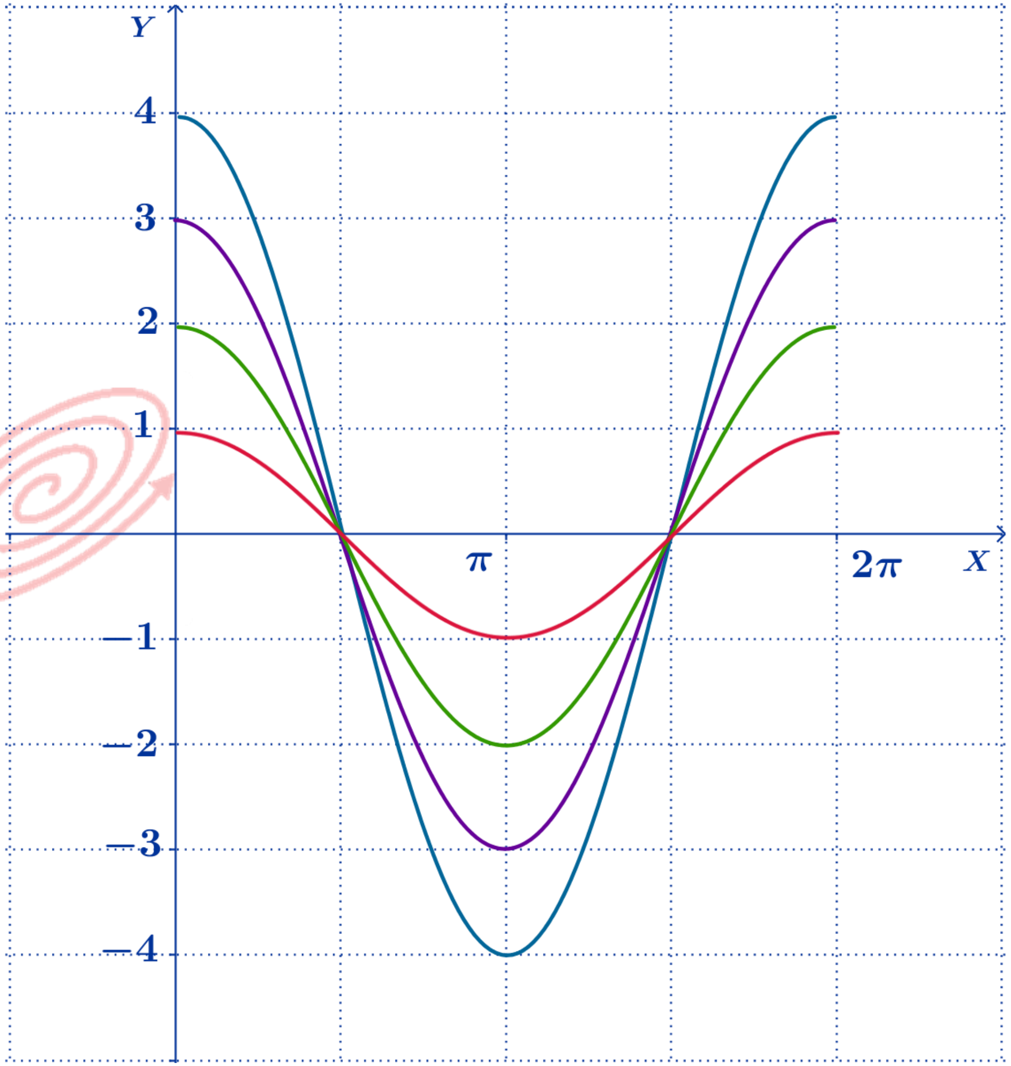
Ejemplos

$a) \quad y = cos(x)$

$b) \quad y = 2 \cdot cos(x)$

$c) \quad y = 3 \cdot cos(x)$

$d) \quad y = 4 \cdot cos(x)$



$|A|$: se *llama amplitud para las funciones seno y coseno.*

Al multiplicar el argumento por una constante B, tiene el efecto de alterar el periodo (T) de la función.

El periodo se calcula así: $\boxed{T = \dfrac{2\pi}{|B|}}$

i) $y = sen(B \cdot x)$; $B \neq 0$

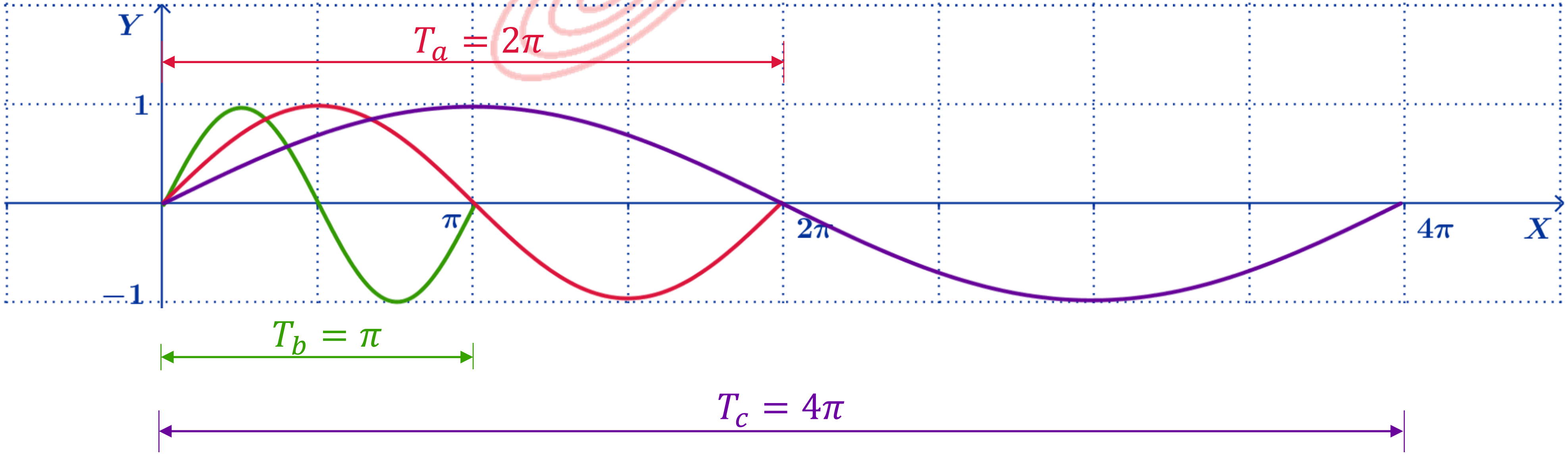
ii) $y = cos(B \cdot x)$; $B \neq 0$

Ejemplos

a) $y = sen(x)$

b) $y = sen(2x)$

c) $y = sen(\frac{x}{2})$



HELICO-PRACTICE 1

Determine el dominio de la función f definida por:

$$f(x) = \cos x + sen(\frac{2}{x})$$

A) $\mathbb{R}$

B) $\mathbb{R} - \{0;1\}$

C) $\mathbb{R} - \{0;2\}$

$\cancel{D}$) $\mathbb{R} - \{0\}$

E) $\mathbb{R} - \{2\}$

Recordar

***Dominio**: Conjunto formado por todos los valores de x, para los cuales $f(x)$ esta definida en los reales.*

Resolución:

f estará definida en los reales si:

$$En: \quad y = sen(\frac{2}{x}) \; ; \; x \neq 0$$

$$\Rightarrow \quad Dom(f) = \mathbb{R} - \{0\}$$

HELICO-PRACTICE 2

Determine el dominio de la función f definida por:

$$f(x) = 2cos\sqrt{x} - sen(3x)$$

$\cancel{A)}$ $[0;+\infty\rangle$ $B)$ $\mathbb{R}$ $C)$ $\langle 0;+\infty\rangle$

$D)$ $\mathbb{R}-\{0\}$ $E)$ $\langle 0;1]$

Recordar

***Dominio**: Conjunto formado por todos los valores de x, para los cuales $f(x)$ esta definida en los reales.*

Resolución:

f estará definida en los reales si:

$En:\quad y = 2\cos\sqrt{x} \quad ; x \geq 0$

$$\Longrightarrow \quad Dom(f) = \mathbb{R}_0^+$$

O también: $Dom(f) = [0;+\infty\rangle$

HELICO-PRACTICE 3

Sea la función real f, definida por:

$$f(x) = \frac{\cos(x)}{sen(2x) - 1}$$

Determine el dominio de f.

$A)\ \mathbb{R} - \{2n\pi + \frac{\pi}{2}, n\epsilon\mathbb{Z}\}$

$\cancel{B)}\ \mathbb{R} - \{n\pi + \frac{\pi}{4}, n\epsilon\mathbb{Z}\}$

$C)\ \mathbb{R} - \{2n\pi + \frac{\pi}{4}, n\epsilon\mathbb{Z}\}$

$D)\ \mathbb{R} - \{n\pi + \frac{\pi}{2}, n\epsilon\mathbb{Z}\}$

$E)\ \mathbb{R} - \{\frac{n\pi}{2}, n\epsilon\mathbb{Z}\}$

Recordar

$Si\ \ sen(\theta) = 1 \Longrightarrow \quad \theta = \frac{\pi}{2} + 2n\pi,\ n\epsilon\mathbb{Z}$

Resolución:

f estará definida en los reales si:

* *Denominador:*

$$sen(2x) - 1 \neq 0$$

$$sen(2x) \neq 1$$

$$2x \neq \frac{\pi}{2} + 2n\pi, n\epsilon\mathbb{Z}$$

$$x \neq \frac{\pi}{4} + n\pi, n\epsilon\mathbb{Z}$$

$$Dom(f) = \mathbb{R} - \{n\pi + \frac{\pi}{4}, n\epsilon\mathbb{Z}\}$$

HELICO-PRACTICE 4

Determine el rango de la función f definida por:

$$f(x) = 2 + 3sen(x)$$

$A)\ [-2;5]$ $\quad$ $B)\ [-1;3]$ $\quad$ $\cancel{C)}\ [-1;5]$

$D)\ [0;5]$ $\quad$ $E)\ [1;3]$

Recordar

Rango: *Conjunto formado por todos los valores de $f(x)$, o segundas componentes de los pares ordenados de f.*

Resolución:

Dado que f está definida para todo valor real de x.

$$Dom(f) = \mathbb{R}$$

Entonces se tendrá que:

$$-1 \leq sen(x) \leq 1$$

Multiplicamos por 3: $\quad -3 \leq 3 \cdot sen(x) \leq 3$

Sumamos 2: $\quad -1 \leq \boxed{\mathbf{3 \cdot sen(x) + 2}} \leq 5$

$$\therefore \quad Ran(f) = [-1;5]$$

HELICO-PRACTICE 5

Determine el rango de la función f definida por:

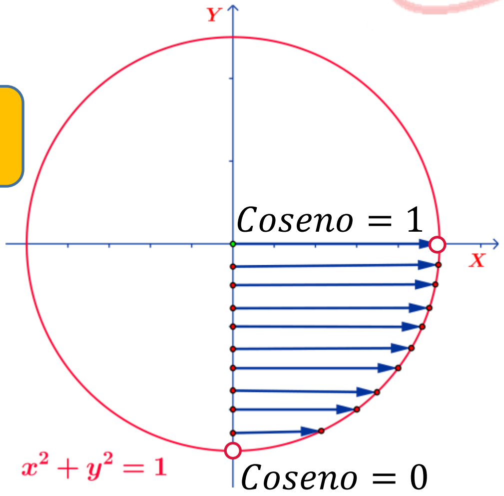
$$f(x) = \frac{5\cos(x) - 3}{2}, x \epsilon IVC$$

$A)\ [-4; 1]$ $\quad B)\ [-2; 1]$ $\quad \cancel{C)}\ \left\langle -\frac{3}{2}; 1 \right\rangle$

$D)\ \langle -4; 1 \rangle$ $\quad E)\ [-\frac{3}{2}; 1]$

Recordar

$Si\ \theta \epsilon IVC: \quad 0 < \cos(\theta) < 1$



Resolución:

Dado que x no presenta restricciones en f.

$$Dom(f) = \left\langle 2n\pi + \frac{3\pi}{2}; 2n\pi + 2\pi \right\rangle, n\epsilon\mathbb{Z}$$

Entonces se tendrá que: $\quad 0 < cos(x) < 1$

Multiplicamos por 5: $\quad 0 < 5cos(x) < 5$

Restamos 3: $\quad -3 < 5cos(x) - 3 < 2$

Multiplicamos por 1/2: $-\frac{3}{2} < \boxed{\frac{5cos(x) - 3}{2}} < 1$

$$\therefore \quad Ran(f) = \left\langle -\frac{3}{2}: 1 \right\rangle$$

HELICO-PRACTICE 6

Determine el rango de la función f definida por:

$$f(x) = \frac{3}{2 + sen(2x)}$$

~~A)~~ $[1; 3]$ B) $[\frac{1}{3}; 1]$ C) $[2; 3]$

D) $[\frac{1}{3} : 3]$ E) $[\frac{1}{3}; 3]$

Recordar

***Rango**: Conjunto formado por todos los valores de $f(x)$, o segundas componentes de los pares ordenados de f.*

Resolución:

Dado que f está definida para todo valor de x.

$$Dom(f) = \mathbb{R}$$

Entonces se tendrá que: $-1 \leq sen(2x) \leq 1$

Sumamos 2: $1 \leq 2 + sen(2x) \leq 3$

Multiplicamos por 1/3: $\frac{1}{3} \leq \frac{2 + sen(2x)}{3} \leq 1$

Invertimos: $3 \geq \boxed{\frac{3}{2 + sen(2x)}} \geq 1$

$\therefore \quad Ran(f) = [1; 3]$

HELICO-PRACTICE 7

Determine el rango de la función f definida por:

$$f(x) = (\cos(x) + sen(x))(\cos(x) - sen(x))$$

$x\epsilon[0;\pi]$

$\cancel{A})$ $[-1;1]$ $B)$ $[-1;0]$ $C)$ $[0;1]$

$D)$ $\left\langle 0;\frac{1}{2}\right]$ $E)$ $\left[-1;\frac{1}{2}\right]$

Recordar

$$(a+b)(a-b) = (a^2 - b^2)$$

$$\cos(2x) = \cos^2(x) - sen^2(x)$$

Resolución:

Dado que x no presenta restricciones en f.

$$Dom(f) = [0;\pi]$$

Reducimos la regla de correspondencia

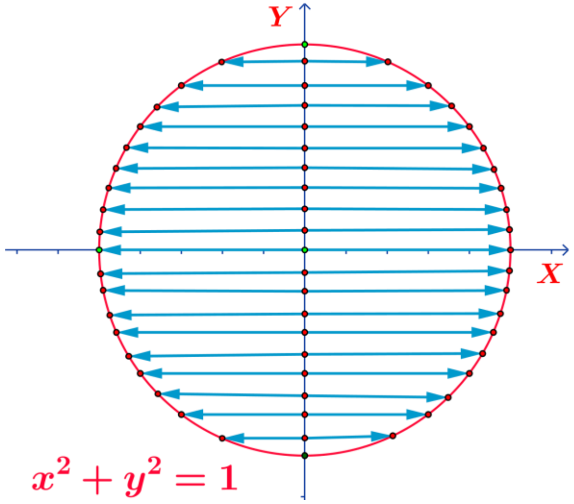
$$f(x) = \cos^2(x) - sen^2(x)$$

$$f(x) = \cos(2x)$$

Partimos de: $0 \le x \le \pi$

$$\Rightarrow \underbrace{0 \le 2x \le 2\pi}$$

$$-1 \le \boxed{\cos(2x)} \le 1$$



$\therefore$ $Ran(f) = [-1;1]$

HELICO-PRACTICE 8

El punto $P(\frac{\pi}{12}; y_1)$ *pertenece a la gráfica de la función f definida por:* $f(x) = 4sen(2x)$

Calcule y_1.

$A)\ 1$ $\quad$ ~~B)~~ 2 $\quad$ $C)\ 1/2$

$D)\ 3/2$ $\quad$ $E)\ 4$

Recordar

Si el punto $(x_o; y_o)$ *pertenece a la gráfica de una función f, entonces se verifica que:* $y_o = f(x_o)$

Resolución:

Dado que $P(\frac{\pi}{12}; y_1)$ *pertenece a la gráfica de la función* $f(x) = 4sen(2x)$, *entonces se verifica que:*

$$y_1 = f(\frac{\pi}{12})$$

$$y_1 = 4sen(2 \cdot \frac{\pi}{12})$$

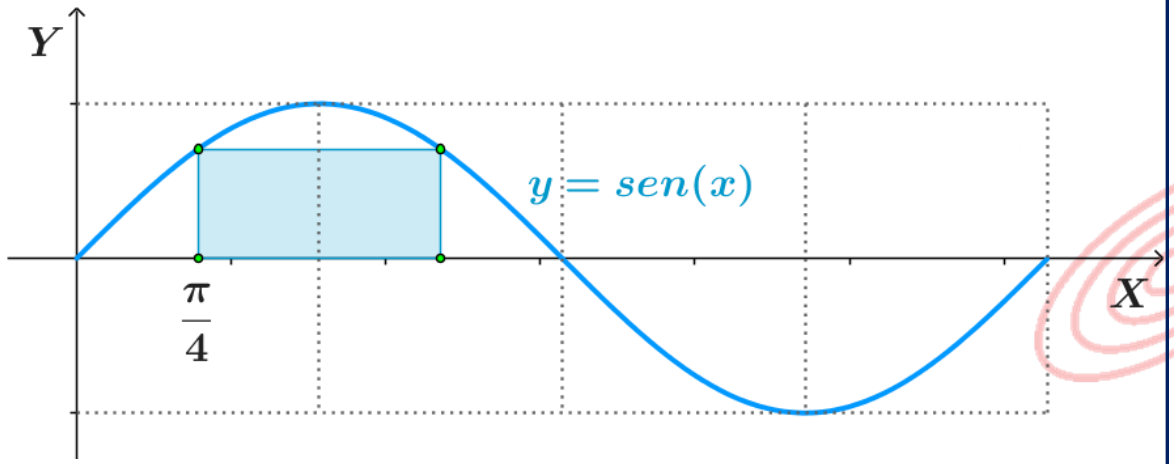
$$y_1 = 4sen(\frac{\pi}{6})$$

$$y_1 = 4 \cdot \frac{1}{2}$$

$$\therefore y_1 = 2$$

HELICO-PRACTICE 9

A partir del gráfico, calcule el área de la región sombreada.



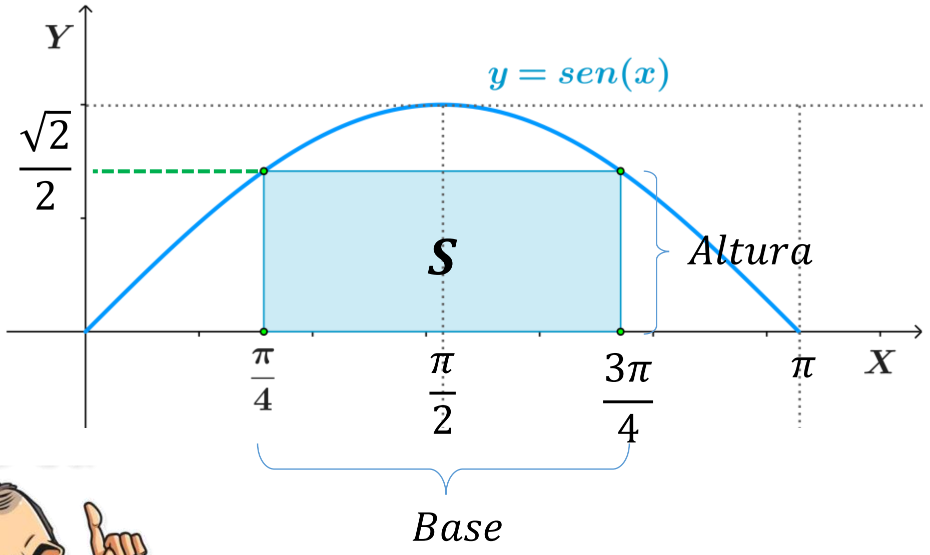
A) $\frac{\pi\sqrt{2}}{4}u^2$ B) $\frac{\pi\sqrt{2}}{8}u^2$ C) $\frac{\pi\sqrt{2}}{2}u^2$

D) $\frac{\pi}{4}u^2$ E) $\frac{\pi}{2}u^2$

Resolución:

Evaluamos para $x = \pi/4 \implies y = sen\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Luego se tendrá:

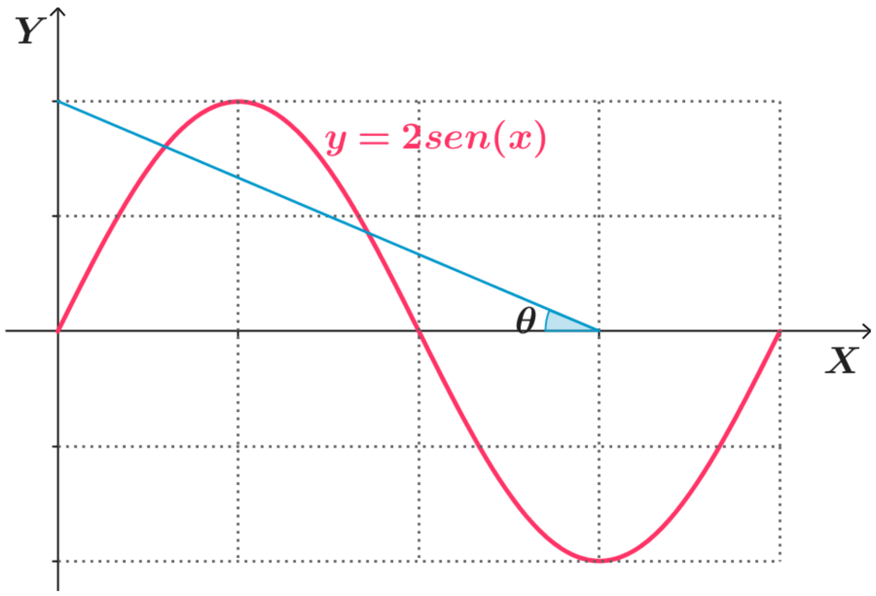


$$S = \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\left(\frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{4}\right) \qquad \therefore S = \frac{\pi\sqrt{2}}{4}\,u^2$$

HELICO-PRACTICE 10

Amplitud: $A = 2$

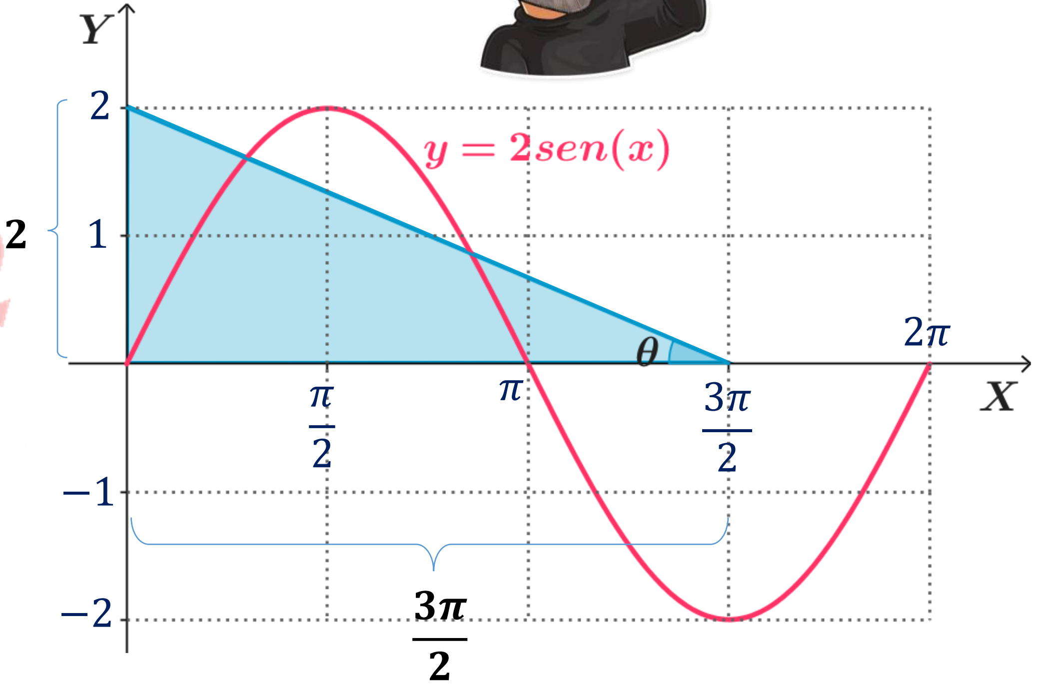
A partir del gráfico, calcule $\tan(\theta)$.



A) $\dfrac{2}{3\pi}$ B) $\dfrac{2}{\pi}$ C) $\dfrac{3\pi}{4}$

~~D)~~ $\dfrac{4}{3\pi}$ E) $\dfrac{3\pi}{2}$

Resolución:

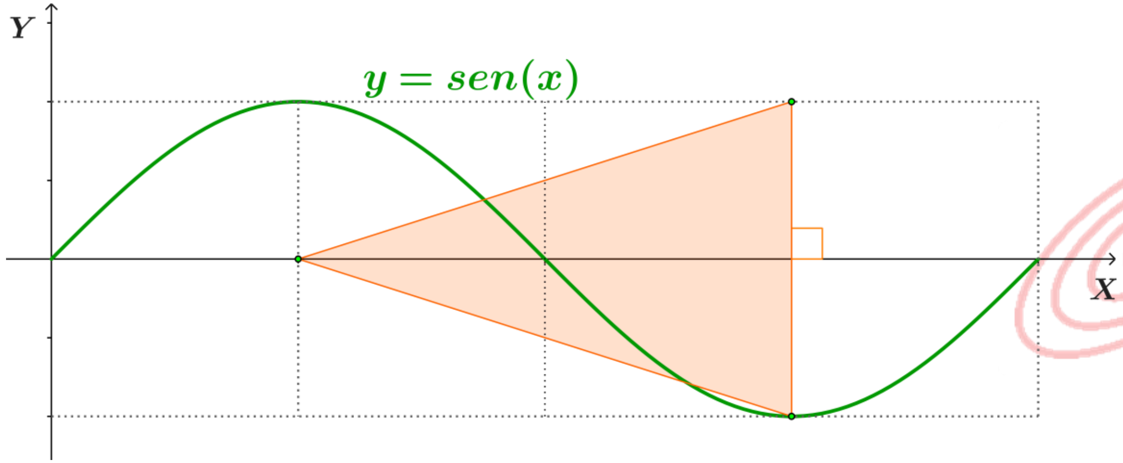


Del gráfico:

$$\tan(\theta) = \frac{2}{\frac{3\pi}{2}} \qquad \therefore \tan(\theta) = \frac{4}{3\pi}$$

HELICO-PRACTICE 11

A partir del gráfico mostrado, halle el área de la región sombreada.

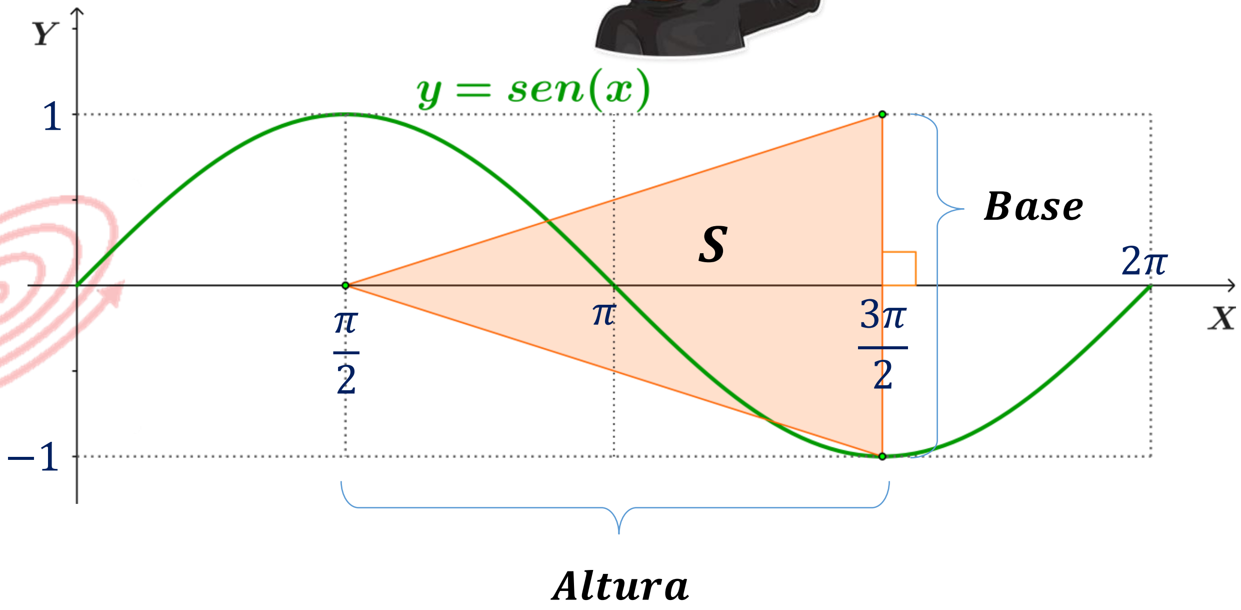


A) $\frac{\pi}{4}u^2$ B) $\frac{\pi}{2}u^2$ ~~C)~~ πu^2

D) $\frac{3\pi}{2}u^2$ E) $\frac{\pi}{3}u^2$

Amplitud: $A = 1$

Resolución:



Del gráfico:

$$S = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \left(\frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{2}\right) \qquad \therefore \quad S = \pi u^2$$

HELICO-PRACTICE 12

Si T_1 *y* T_2 *son los periodos mínimos de las funciones definidas por:*

$$f(x) = 3sen(4x) \quad y \quad g(x) = 2sen(x)$$

Determine $T_1 + T_2$.

$A)\ \pi$ $\qquad B)\ 2\pi$ $\qquad C)\ 3\pi$

$D)\ \frac{5\pi}{2}$ $\qquad E)\ \frac{7\pi}{2}$

Si: $\boldsymbol{y = A \cdot sen(Bx)}$

$*$ *Amplitud:* $|A|$

$*$ *Periodo:* T

$$\boxed{\boldsymbol{T = \frac{2\pi}{|B|}}}$$

Resolución:

Determinamos el periodo de cada una de la funciones:

$i)\quad f(x) = 3sen(\mathbf{4}x) \qquad T_1 = \frac{2\pi}{\mathbf{4}}$

$$\boxed{T_1 = \frac{\pi}{2}}$$

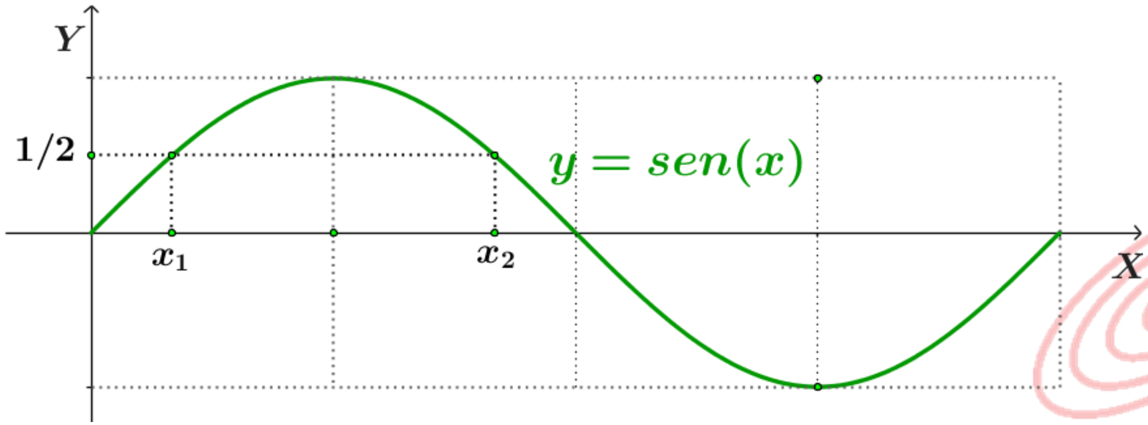
$ii)\quad g(x) = 2sen(\mathbf{1}x) \qquad T_2 = \frac{2\pi}{\mathbf{1}}$

$$\boxed{T_2 = 2\pi}$$

$$\therefore \quad T_1 + T_2 = \frac{5\pi}{2}$$

HELICO-PRACTICE 13

En el gráfico mostrado, halle el valor de $x_2 - x_1$



$A)\ \dfrac{\pi}{2}$ $\qquad$ $\cancel{B)}\ \dfrac{2\pi}{3}$ $\qquad$ $C)\ \pi$

$D)\ \dfrac{5\pi}{2}$ $\qquad$ $E)\ \dfrac{3\pi}{2}$

Resolución:

Si el punto $(x_o; y_o)$ *pertenece a la gráfica de una función f, entonces se verifica que:* $y_o = f(x_o)$

Del gráfico tenemos:

$$A\left(x_1; \frac{1}{2}\right)\ y\ B\left(x_2; \frac{1}{2}\right) \epsilon f:$$

$$i)\quad \frac{1}{2} = sen(x_1) \implies \boxed{x_1 = \frac{\pi}{6}}$$

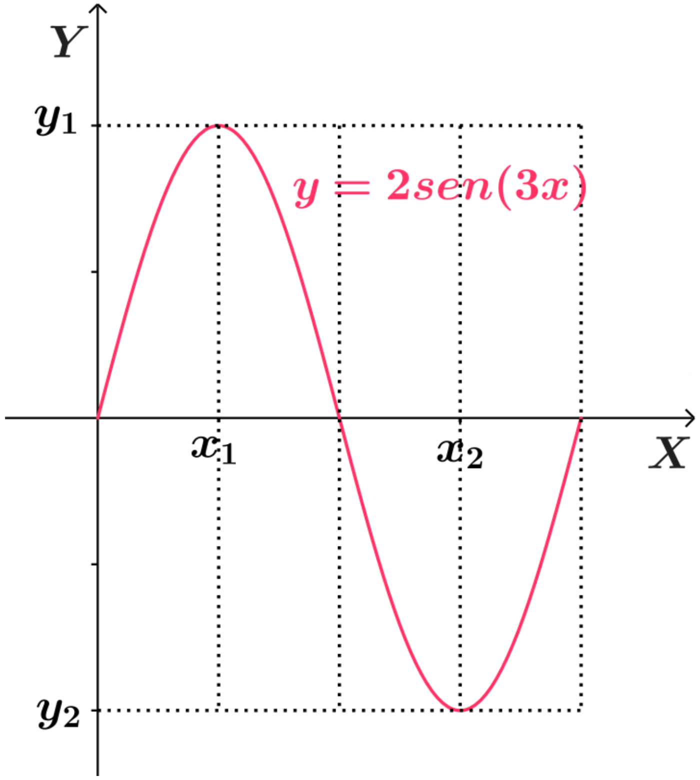
$$ii)\quad \frac{1}{2} = sen(x_2) \implies x_2 = \pi - \frac{\pi}{6} \qquad \boxed{x_2 = \frac{5\pi}{6}}$$

$$x_2 - x_1 = \frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6} \qquad \therefore\ x_2 - x_1 = \frac{2\pi}{3}$$

HELICO-PRACTICE 14

En el gráfico mostrado, halle el valor de

$$\frac{x_2}{x_1}+\frac{y_2}{y_1}$$



$A)\ \frac{1}{2}$

$B)\ -1$

$C)\ 4$

$\cancel{D)}2$

$E)\ -2$

Resolución:

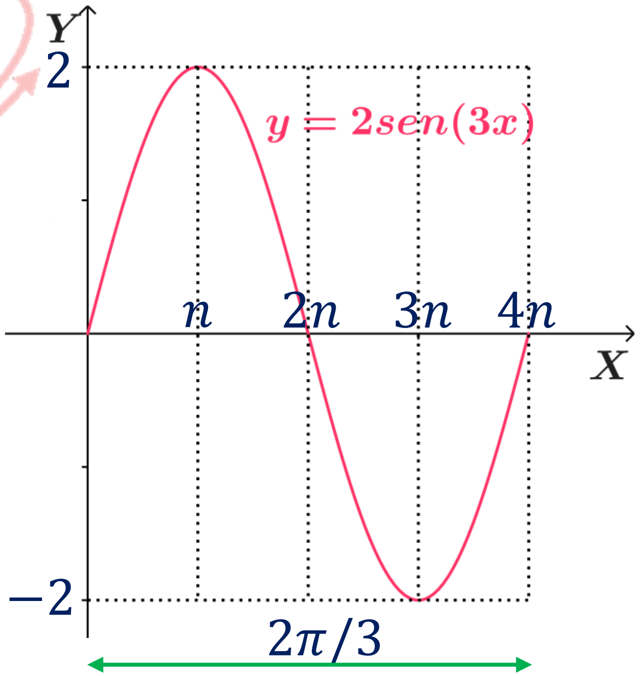
Si: $\boldsymbol{y = A\cdot sen(Bx)}$

$*$ *Amplitud:* $|A|$

$*$ *Periodo:* $T = 2\pi/|B|$

Amplitud

$$y = 2\cdot sen(3x) \qquad \frac{2\pi}{3} = T$$



A partir del gráfico:

$$*\ \frac{x_2}{x_1} = \frac{3n}{n} = 3$$

$$*\ \frac{y_2}{y_1} = -\frac{2}{2} = -1$$

$$\therefore\ \frac{x_2}{x_1}+\frac{y_2}{y_1} = 2$$

HELICO-PRACTICE 15

Señale el periodo mínimo de la función

$$f(x) = sen(2x) + \cos(3x)$$

$A)\ \pi$ $\qquad B)\ \dfrac{3\pi}{2}$ $\qquad C)\ \dfrac{4\pi}{3}$

$D)\ \dfrac{2\pi}{3}$ $\qquad E)\ 2\pi$

Si el periodo de la función f, es T, entonces se verifica que: $f(x) = f(x+T)$

Resolución:

Sea T el periodo de f, entonces:

$$f(x+T) = sen(2(\boldsymbol{x+T})) + \cos(3(\boldsymbol{x+T}))$$

$$f(x+T) = sen(2x+2T) + \cos(3x+3T)$$

$$Si\quad \left.\begin{array}{ll} 2T = 2\pi k_1, & k_1 \epsilon \mathbb{Z} \\ 3T = 2\pi k_2, & k_2 \epsilon \mathbb{Z} \end{array}\right\}$$

$$f(x+T) = sen(2x) + \cos(3x) \implies f(x+T) = f(x)$$

$$Siendo: \left\{\begin{array}{l} T = \pi k_1 = \pi, 2\pi, 3\pi, \ldots \\ T = \dfrac{2\pi k_2}{3} = \dfrac{2\pi}{3}, \dfrac{4\pi}{3}, 2\pi, \ldots . \end{array}\right.$$

$$\therefore \quad T = 2\pi$$

HELICO-PRACTICE 16

Si T es el periodo de la función f definida por:

$$f(x) = 4sen(x)\cos(x)\cos(2x) - 7$$

Calcule T/π

$\cancel{A)}\ \frac{1}{2}$ $\quad B)\ \frac{1}{4}$ $\quad C)\ \frac{1}{8}$

$D)\ 2$ $\quad E)\ 4$

$sen(2\theta) = 2sen(\theta)\cos(\theta)$

Si: $y = A \cdot sen(Bx)$

$*$ *Amplitud:* $|A|$

$*$ *Periodo:* $T = 2\pi/|B|$

Resolución:

Reducimos la regla de correspondencia

$$f(x) = 2 \cdot \boxed{2sen(x)\cos(x)} \cdot \cos(2x)$$

$$f(x) = \boxed{2 \cdot sen(2x) \cdot \cos(2x)}$$

$$f(x) = sen(4x)$$

Entonces el periodo de f es:

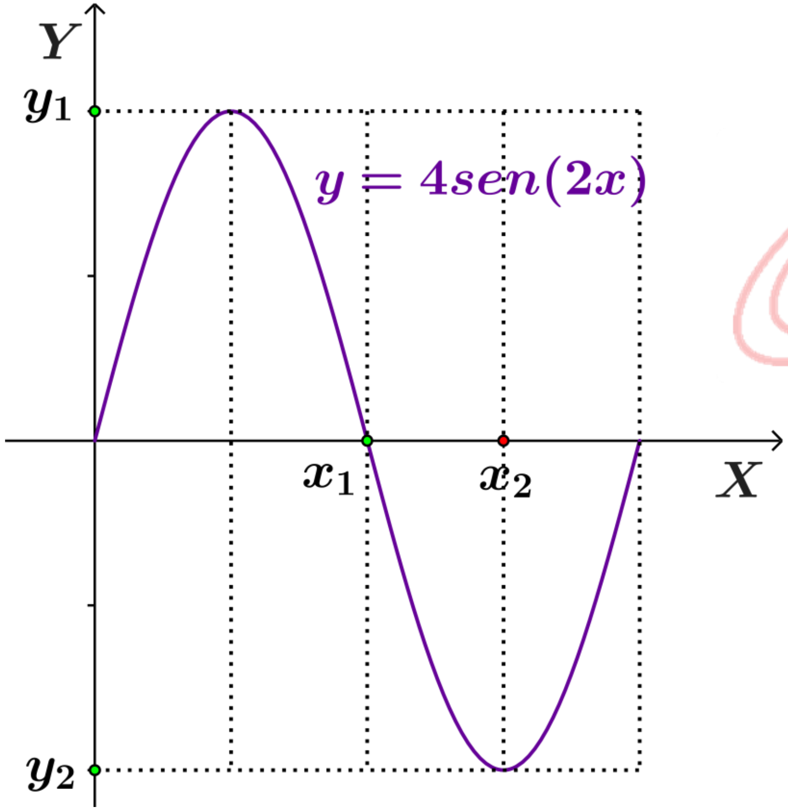
$$T = \frac{2\pi}{4} \implies T = \frac{\pi}{2}$$

$$\therefore \frac{T}{\pi} = \frac{1}{2}$$

HELICO-PRACTICE 17

En el gráfico mostrado, halle el valor de

$$\frac{x_2}{x_1}+\frac{y_2}{y_1}$$



A) $\frac{1}{2}$

B) -1

C) 4

D) 2

E) -2

Resolución:

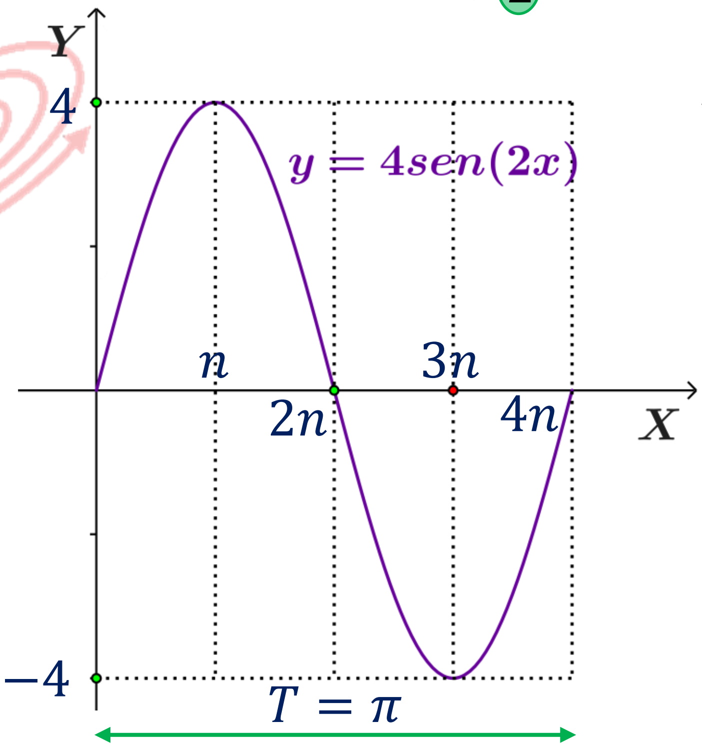
Si: $\boldsymbol{y = A \cdot sen(Bx)}$

$*$ *Amplitud:* $|A|$

$*$ *Periodo:* $T = 2\pi/|B|$

Amplitud

$$y = 4 \cdot sen(2x) \qquad \frac{2\pi}{2} = \pi = T$$



A partir del gráfico:

$$* \quad \frac{x_2}{x_1} = \frac{3n}{2n} = \frac{3}{2}$$

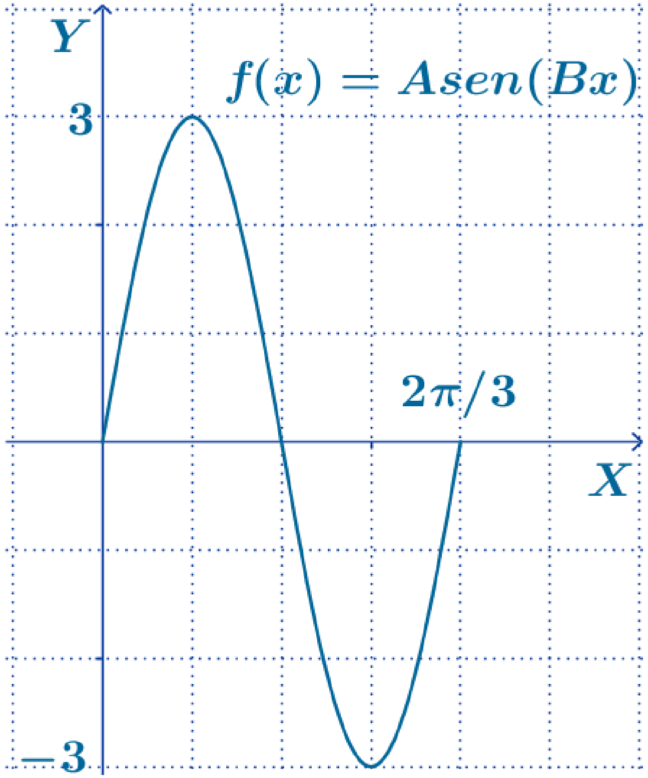
$$* \quad \frac{y_2}{y_1} = -\frac{4}{4} = -1$$

$$\therefore \quad \frac{x_2}{x_1}+\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2}$$

HELICO-PRACTICE 18

A partir del gráfico mostrado, calcule

$$2f\left(\frac{5\pi}{6}\right)+\sqrt{2}f\left(-\frac{\pi}{12}\right)$$



~~A~~) 3

B) 2

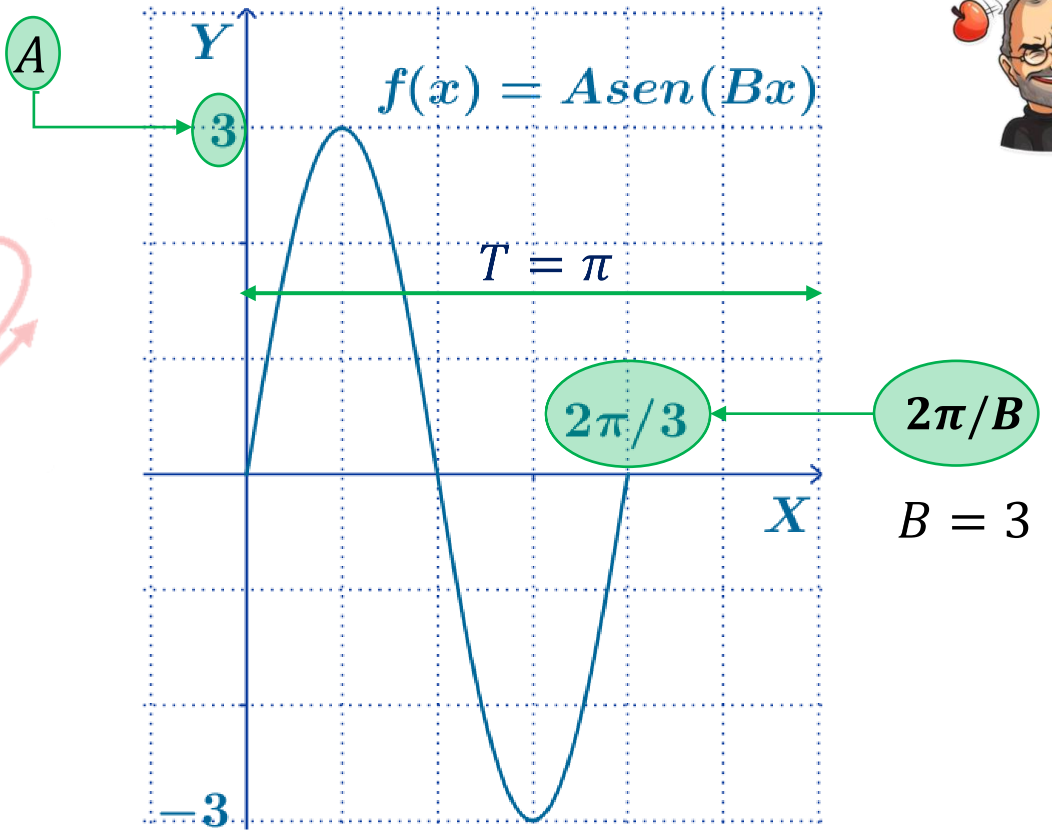
C) 4

D) 5

E) 1

Resolución:

Si: $y = A \cdot sen(Bx)$
* *Amplitud:* $|A|$
* *Periodo:* $T = 2\pi/|B|$



$B = 3$

Entonces: $\boldsymbol{f(x) = 3sen(3x)}$

HELICO-PRACTICE 18

Resolución:

$$sen\left(\frac{5\pi}{2}\right) = sen\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$$

Ahora determinamos los valores funcionales: $f\left(\frac{5}{6}\right)$ *y* $f(-\frac{\pi}{12})$

$$\boldsymbol{f(x) = 3sen(3x)}$$

$\boldsymbol{i})$ $f(\frac{5\pi}{6}) = 3 \cdot sen(3 \cdot \frac{5\pi}{6}) = 3 \cdot sen(\frac{5\pi}{2}) \Longrightarrow \boldsymbol{f(\frac{5\pi}{6}) = 3}$

$\boldsymbol{ii})$ $f(-\frac{\pi}{12}) = 3 \cdot sen(-3 \cdot \frac{\pi}{12}) = -3 \cdot sen(\frac{\pi}{4}) \Longrightarrow \boldsymbol{f\left(-\frac{\pi}{12}\right) = -\frac{3\sqrt{2}}{2}}$

$$2f\left(\frac{5\pi}{6}\right) + \sqrt{2}f\left(-\frac{\pi}{12}\right) = 2 \cdot \boldsymbol{3} + \sqrt{2}(\boldsymbol{-\frac{3\sqrt{2}}{2}}) \qquad \therefore\ 2f\left(\frac{5\pi}{6}\right) + \sqrt{2}f\left(-\frac{\pi}{12}\right) = 3$$

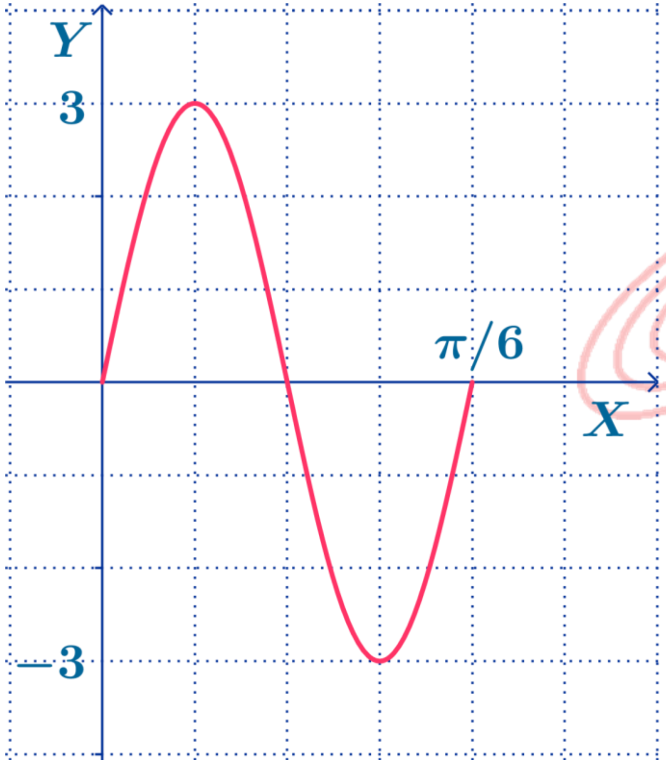
HELICO-PRACTICE 19

Si: $\boldsymbol{y = A \cdot sen(Bx)}$

$*$ *Amplitud:* $|A|$

$*$ *Periodo:* $T = 2\pi/|B|$

Determine la regla de correspondencia de la siguiente gráfica.



A) $y = 3sen(6x)$

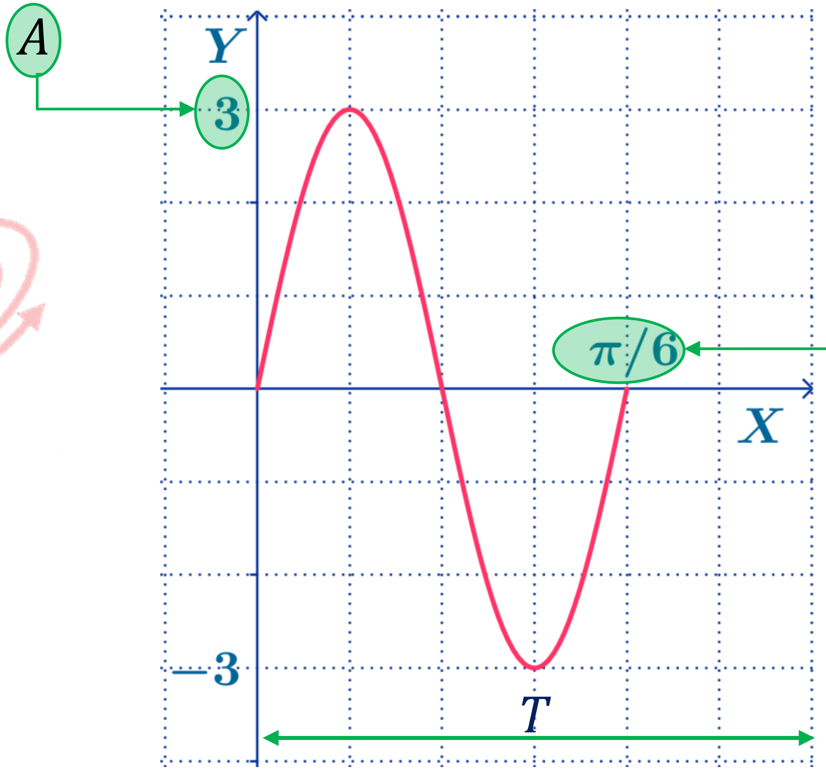
B) $y = 3sen(8x)$

C) $y = 3sen(x)$

D) $y = 3sen(24x)$

~~E)~~ $y = 3sen(12x)$

Resolución:



$2\pi/B$

$$\frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{B}$$

$$B = 12$$

La regla de correspondencia de f es: $\boldsymbol{f(x) = 3sen(12x)}$

HELICO-PRACTICE 20

El punto P pertenece a la gráfica de $y = 2sen(2x)$. Determine el área máxima de la región sombreada

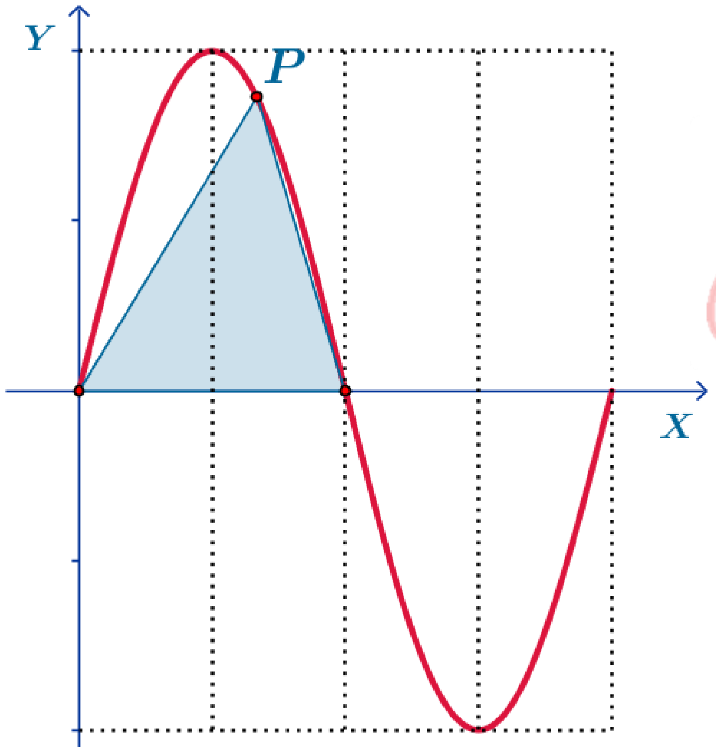
A) $\frac{\pi}{4}u^2$

B) $\frac{\pi}{3}u^2$

C) $\frac{\pi}{2}u^2$

D) $\frac{2\pi}{3}u^2$

E) πu^2



Si: $y = A \cdot sen(Bx)$
- $*$ Amplitud: $|A|$
- $*$ Periodo: $T = 2\pi/|B|$

Resolución:

De regla de correspondencia de f :

Amplitud: $A = 2$

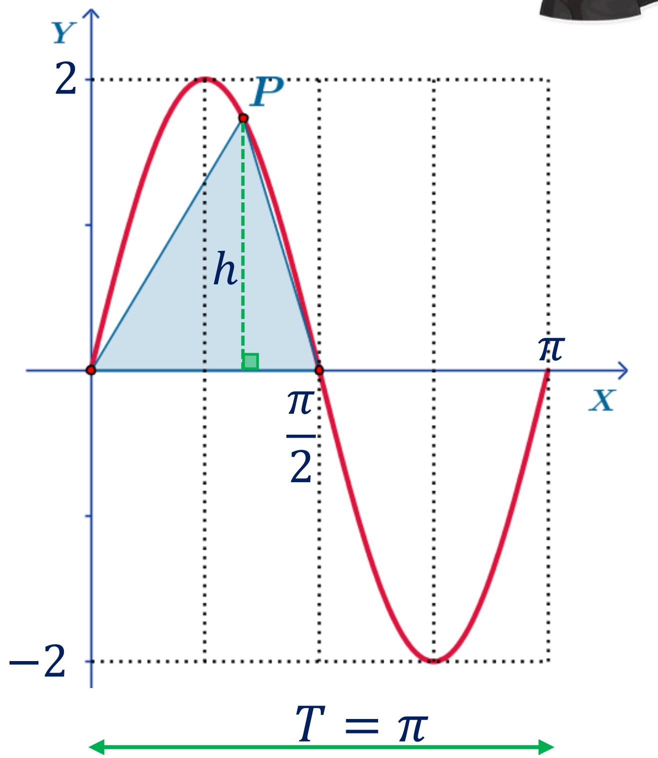
Periodo: $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$

Del gráfico:

$$S = \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot h$$

Pero, h máximo= 2

$$\therefore S_{Máx} = \frac{\pi}{2}u^2$$



COLEGIOS
SACO OLIVEROS APEIRON
SISTEMA HELICOIDAL

MUCHAS GRACIAS POR TU ATENCIÓN

Tu curso amigo

TRIGONOMETRÍA