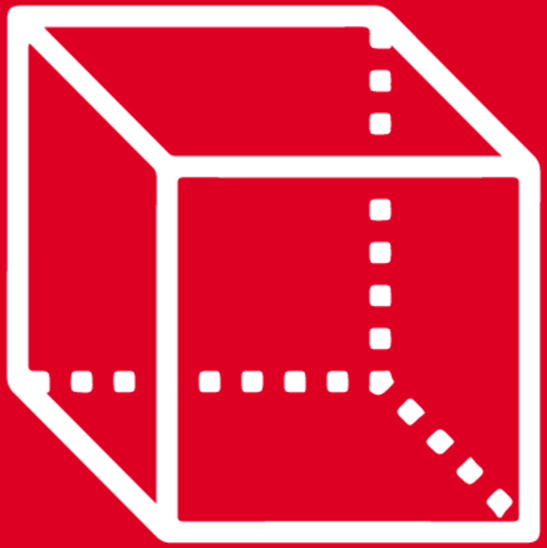
GEOMETRY

VERANO Uni

ACADEMIA

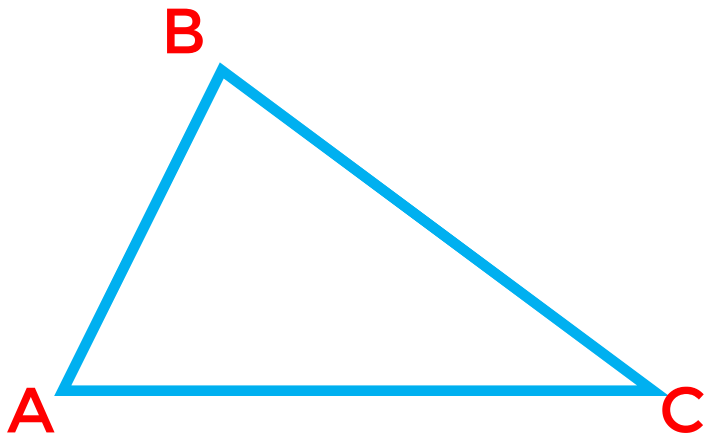
CAPITULO 1 TEORIA



SACO OLIVEROS

TRIÁNGULOS

DEFINICIÓN : Dados A, B y C, tres puntos no colineales, entonces se denomina triángulo a la reunión de los segmentos AB, BC y AC y se denota como ΔABC.



Elementos

Vértices: A, B y C

Lados: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ y $\overline{AC}$

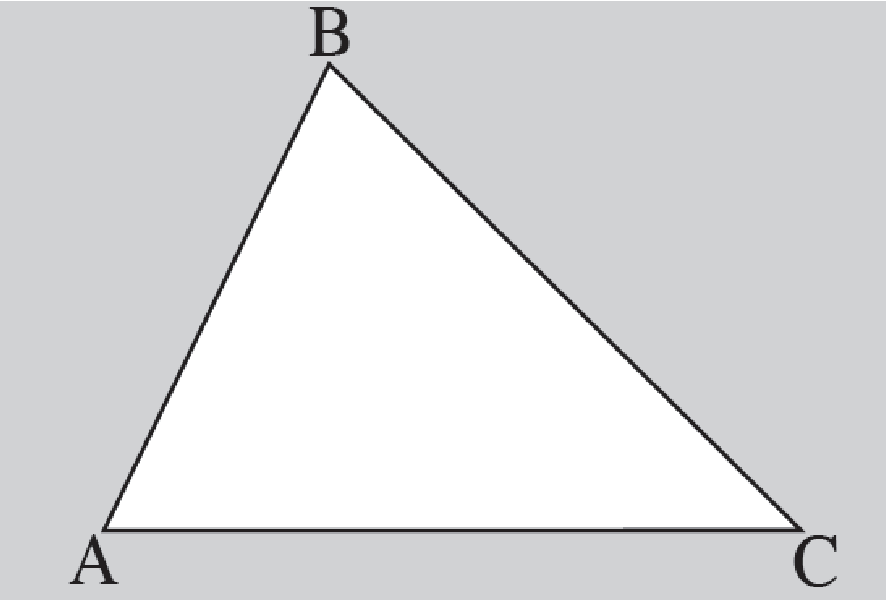
Notación:

$$\Delta ABC = \overline{AB} \cup \overline{BC} \cup \overline{AC} \wedge \overleftrightarrow{B} \notin \overline{AC}$$

TRIÁNGULOS

<u>Exterior de un triángulo :</u> El exterior de un triángulo es el conjunto de todos los puntos que no están en el triángulo ni en su interior.

Region exterior
Relativo a $\overline{AB}$

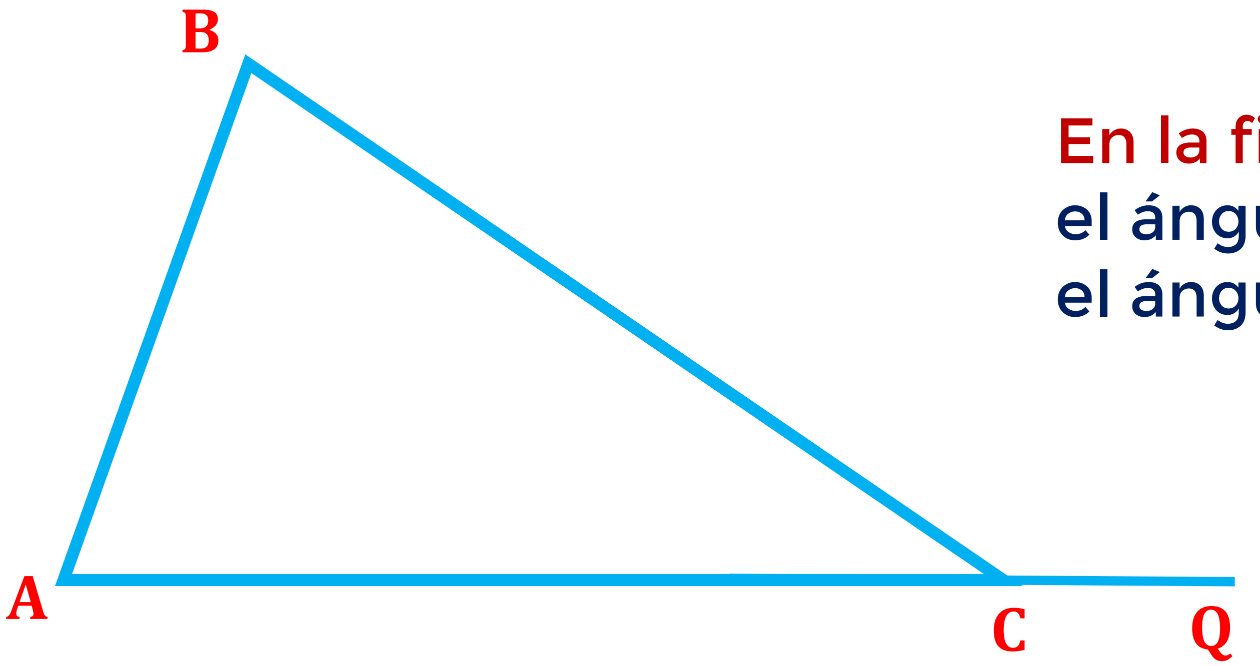


Region exterior
Relativo a $\overline{BC}$

Region exterior
Relativo a $\overline{AC}$

TRIÁNGULOS

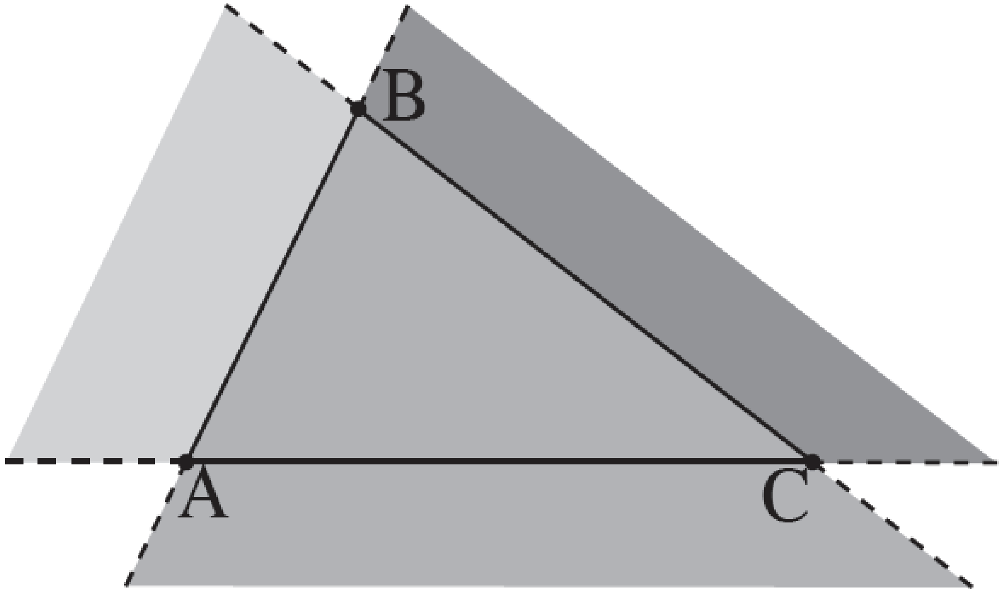
Ángulos en un triángulo



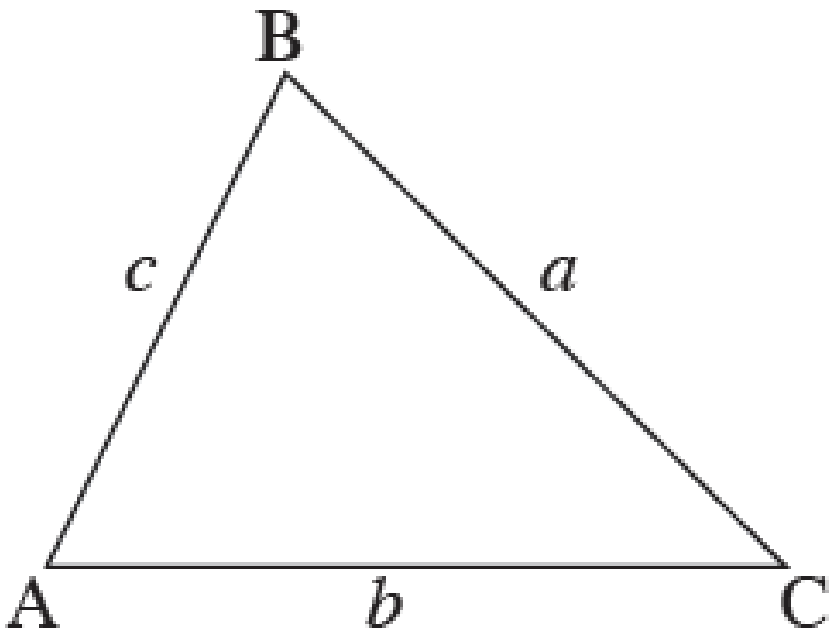
En la figura:
el ángulo BCA es interno.
el ángulo BCQ es externo.

Interior de un triángulo

El interior de un triángulo es la intersección de los interiores de los ángulos del triángulo.



Perímetro de la región triángular



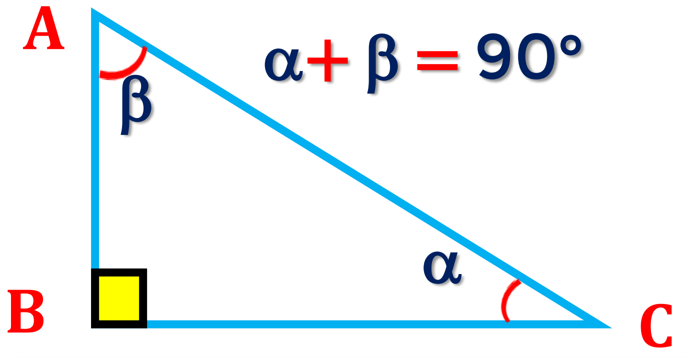
$$2p = a + b + c$$

$$p = \frac{a + b + c}{2}$$

CLASIFICACIÓN DE LOS TRIÁNGULOS

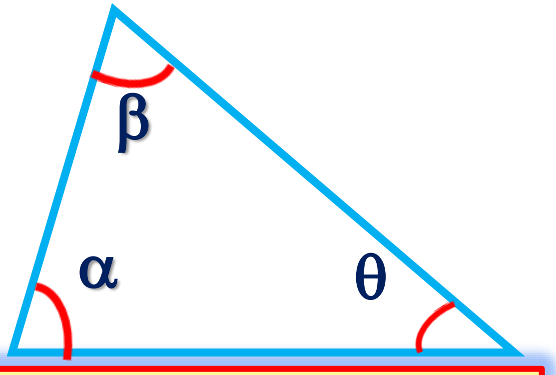
I. Según la medida de sus ángulos

Triángulo rectángulo



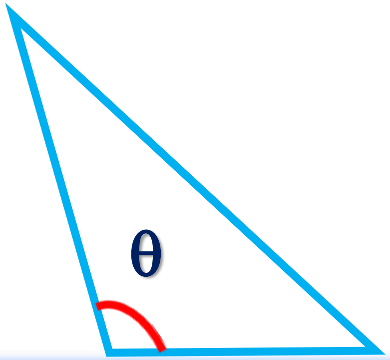
$\overline{AB}$ y $\overline{BC}$: Catetos
$\overline{AC}$: Hipotenusa

Triángulo acutángulo



$0° < \alpha < 90°$
$0° < \beta < 90°$
$0° < \theta < 90°$

Triángulo obtusángulo

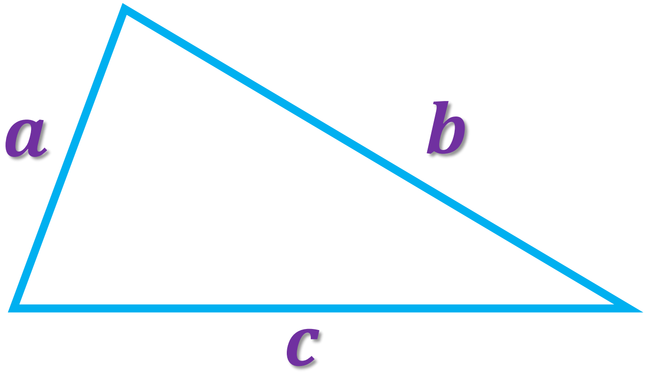


$90° < \theta < 180°$

CLASIFICACIÓN DE LOS TRIÁNGULOS

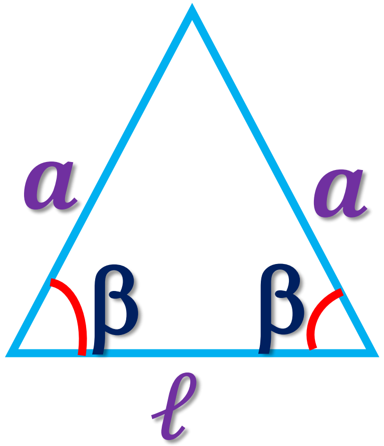
II. Según la longitud de sus lados

Triángulo escaleno



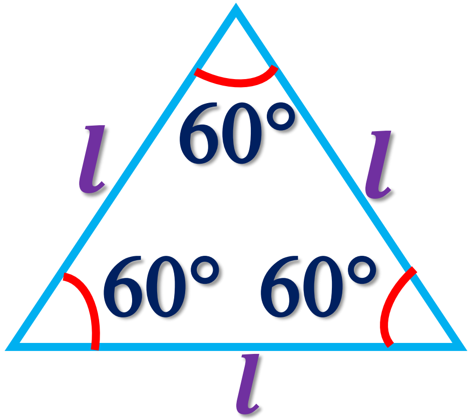
$a \neq b$
$b \neq c$
$a \neq c$

Triángulo isósceles

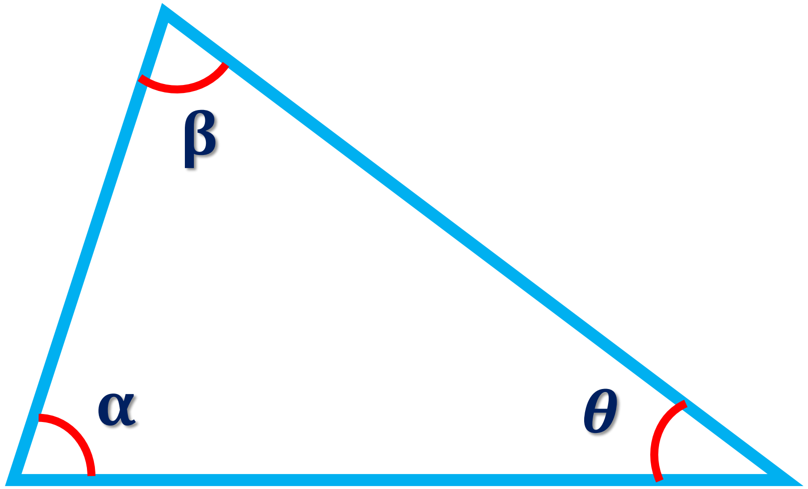


$\ell \neq a$

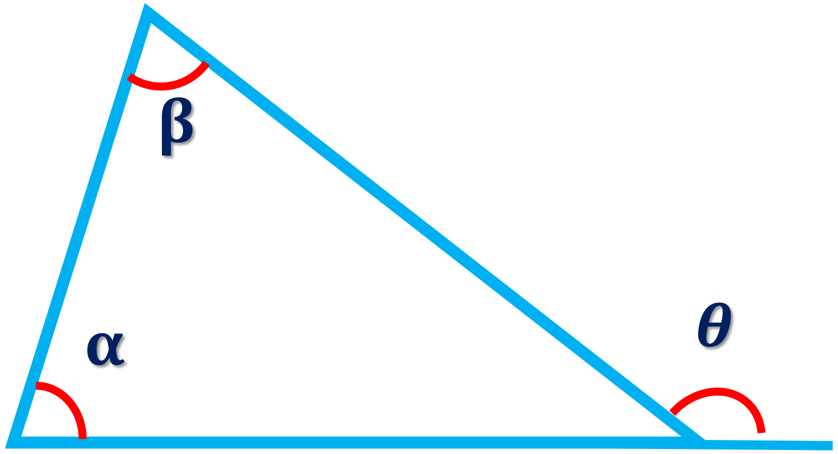
Triángulo equilátero



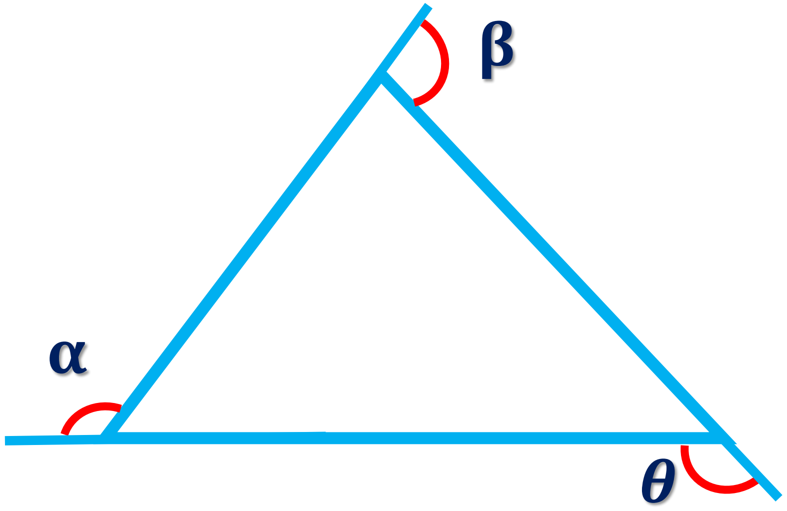
TEOREMA FUNDAMENTAL EN EL TRIÁNGULO



$\alpha + \beta + \theta = 180°$



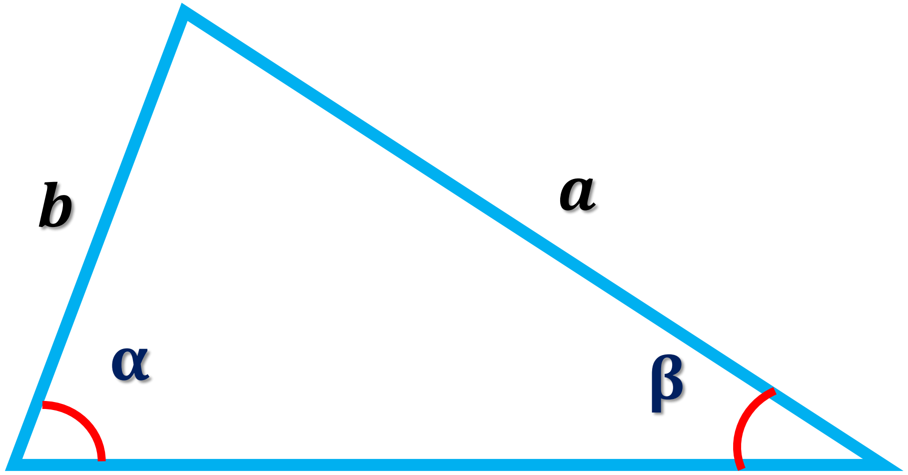
$\theta = \alpha + \beta$



$\alpha + \beta + \theta = 360°$

TEOREMA FUNDAMENTAL EN EL TRIÁNGULO

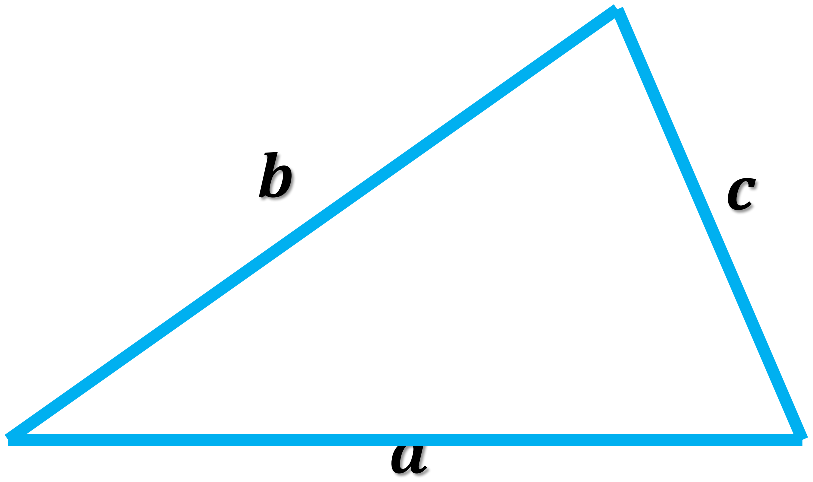
- Teorema de la correspondencia



Si: $\beta < \alpha$

$\boxed{b < a}$

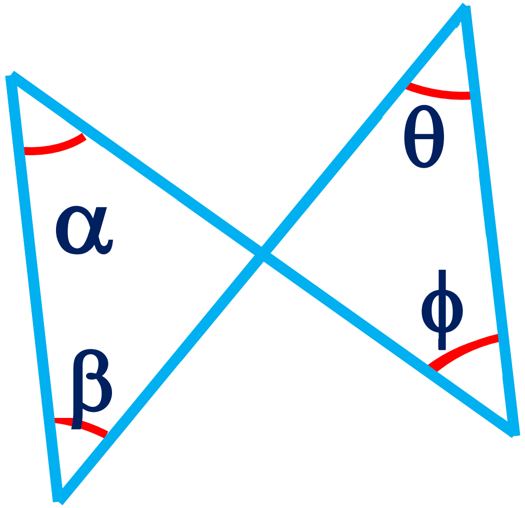
- Teorema de la existencia



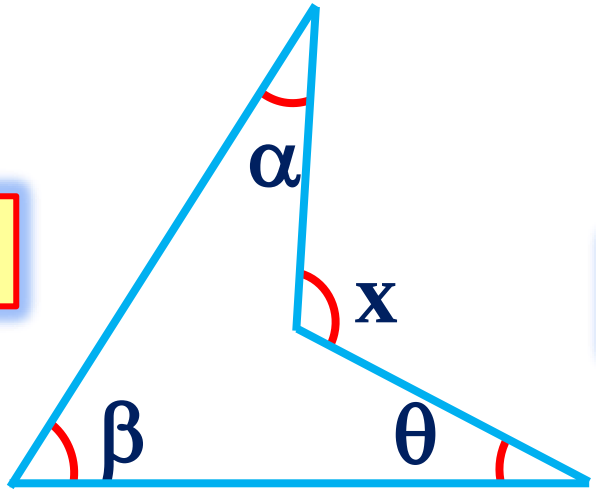
donde: $c < b < a$

$\boxed{b - c < a < b + c}$

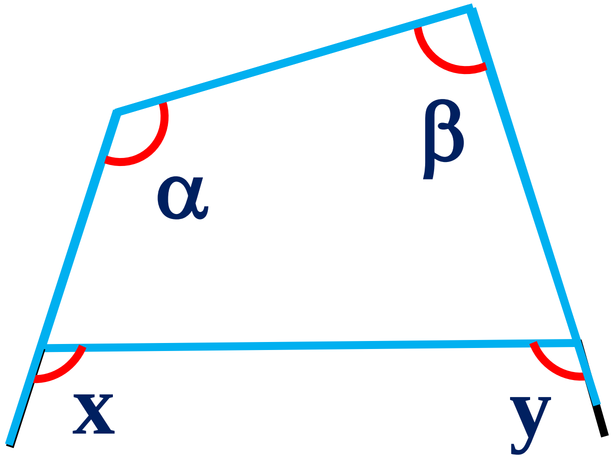
TEOREMAS ADICIONALES



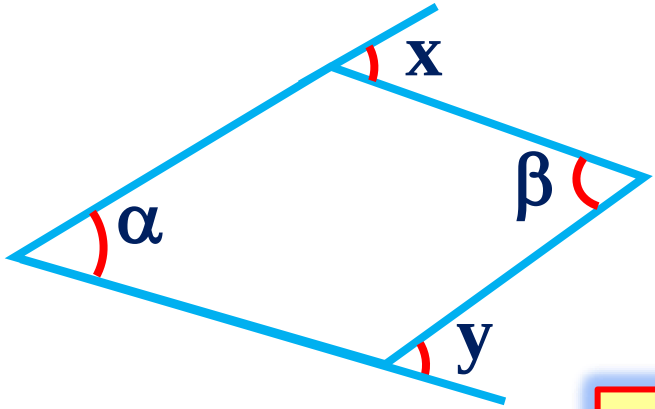
$\alpha + \beta = \theta + \phi$



$x = \alpha + \beta + \theta$



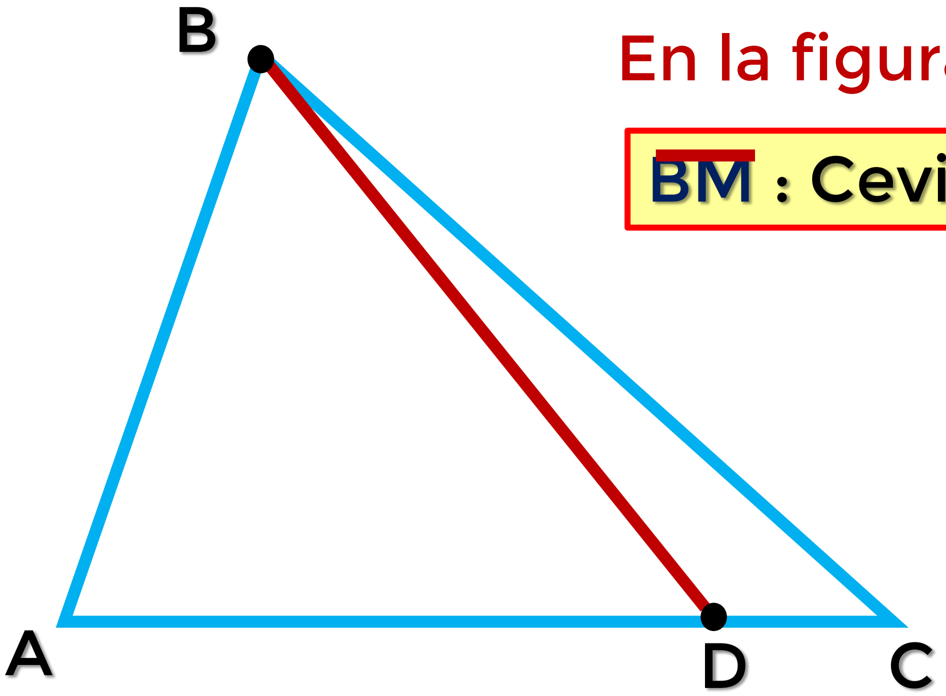
$x + y = \alpha + \beta$



$x + y = \alpha + \beta$

LÍNEAS NOTABLES EN EL TRIÁNGULO

CEVIANA: Se denomina ceviana en un triángulo, al segmento cuyos extremos son un vértice y un punto cualquiera de lado opuesto a dicho vértice.

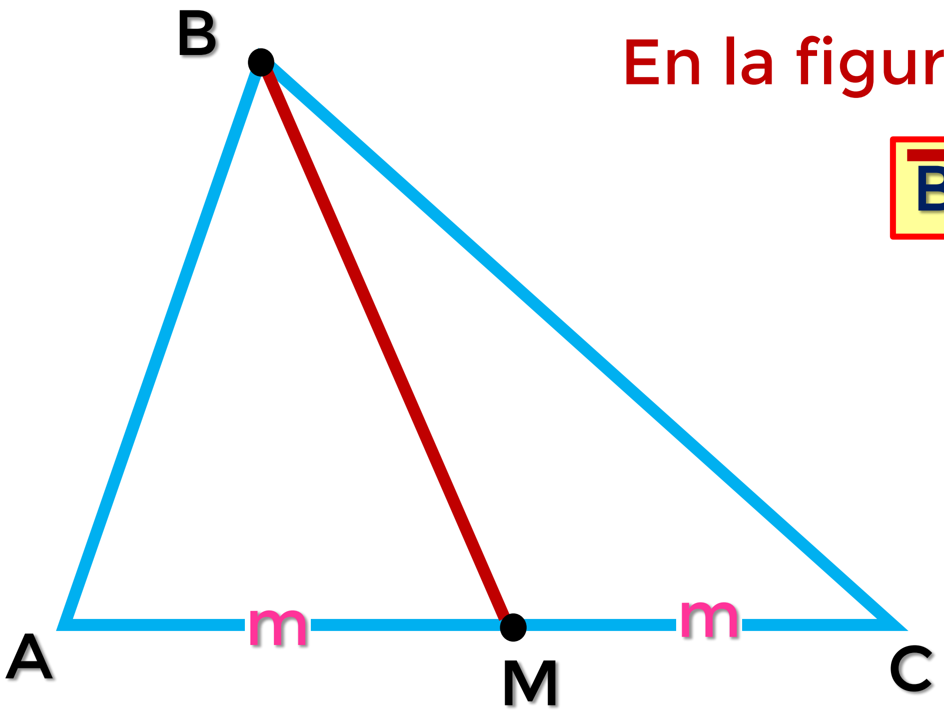


En la figura:

$\overline{BM}$: Ceviana relativa a $\overline{AC}$

LÍNEAS NOTABLES EN EL TRIÁNGULO

MEDIANA : Es el segmento cuyos extremos son un vértice del triángulo y el punto medio del lado opuesto.



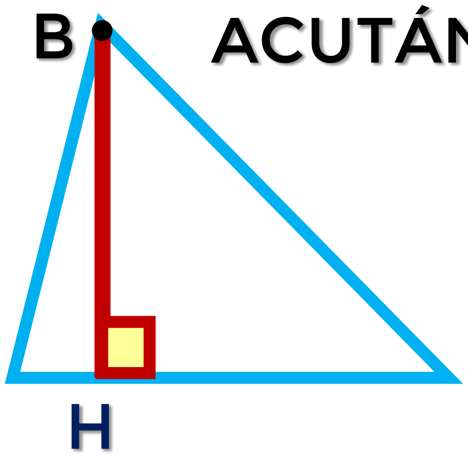
En la figura:

$\overline{BM}$: Mediana relativa a $\overline{AC}$

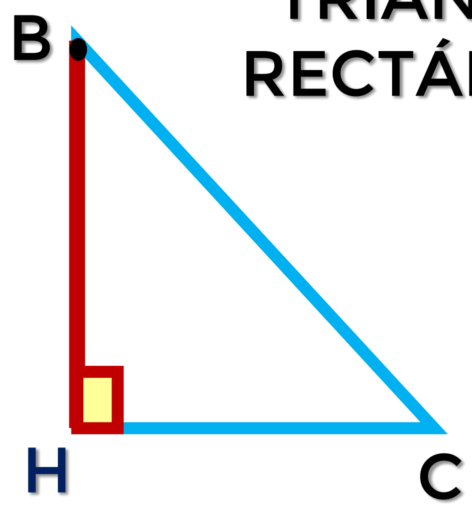
LÍNEAS NOTABLES EN EL TRIÁNGULO

ALTURA : Es el segmento perpendicular a la recta que contiene a uno de los lados y que tiene por extremos un punto de esta recta y el vértice opuesto a dicho lado.

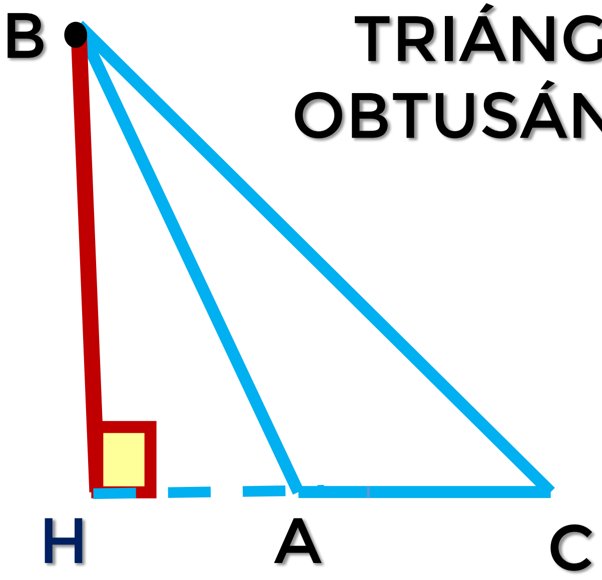
TRIÁNGULO ACUTÁNGULO



TRIÁNGULO RECTÁNGULO



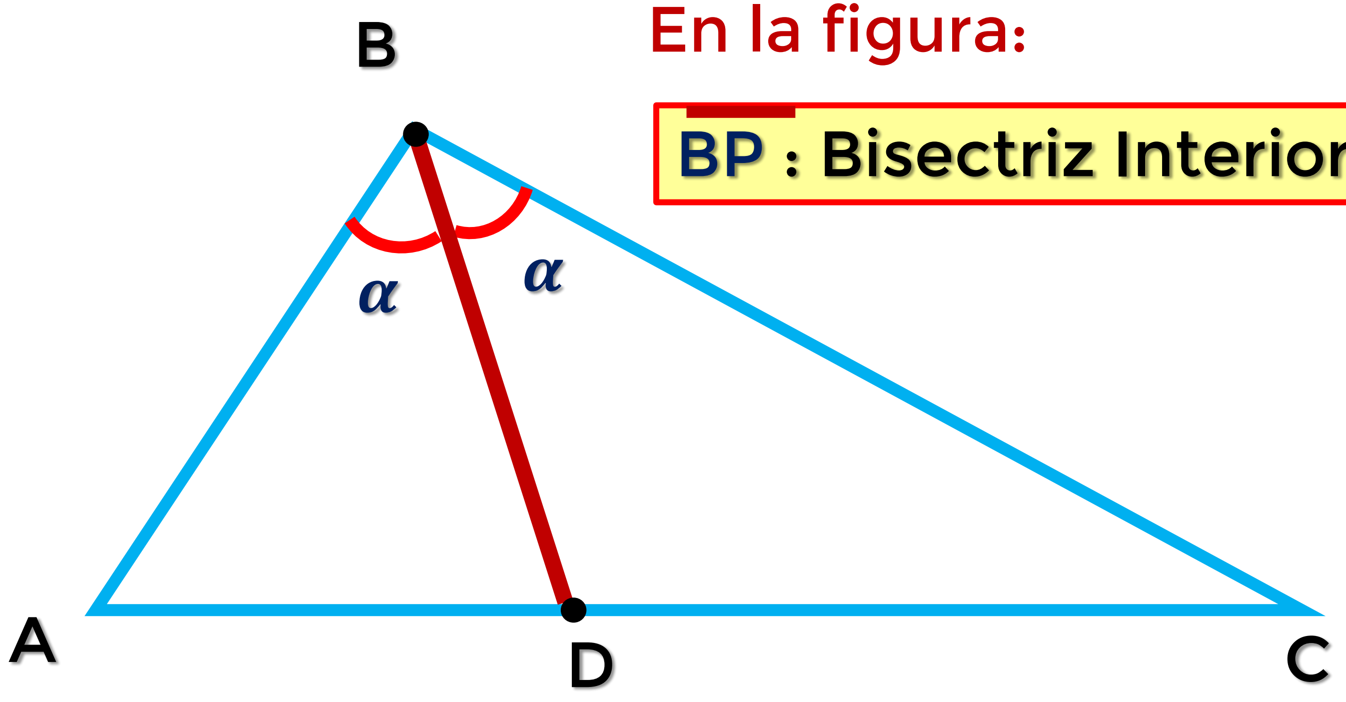
TRIÁNGULO OBTUSÁNGULO



BH : Altura

LÍNEAS NOTABLES EN EL TRIÁNGULO

BISECTRIZ INTERIOR : Es el segmento de una bisectriz de un ángulo de un triángulo, cuyos extremos son el vértice del ángulo y un punto del lado opuesto.

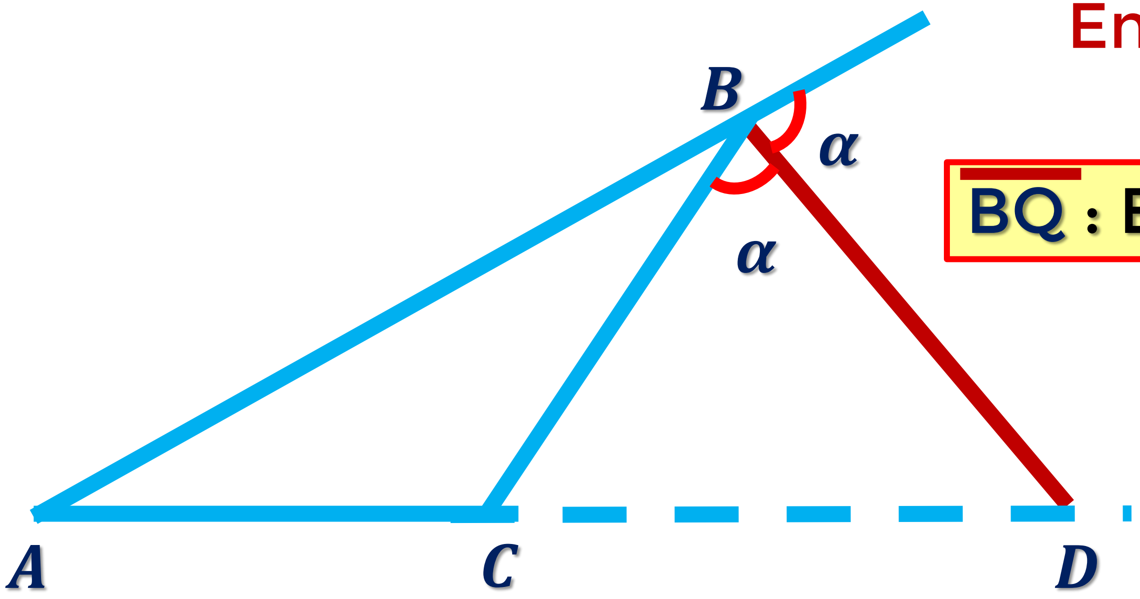


En la figura:

$\overline{BP}$: Bisectriz Interior relativa al lado $\overline{AC}$

LÍNEAS NOTABLES EN EL TRIÁNGULO

BISECTRIZ EXTERIOR : Es el segmento de una bisectriz de un ángulo externo de un triángulo cuyos extremos son el vértice del ángulo y un punto de la recta que contiene al lado opuesto.

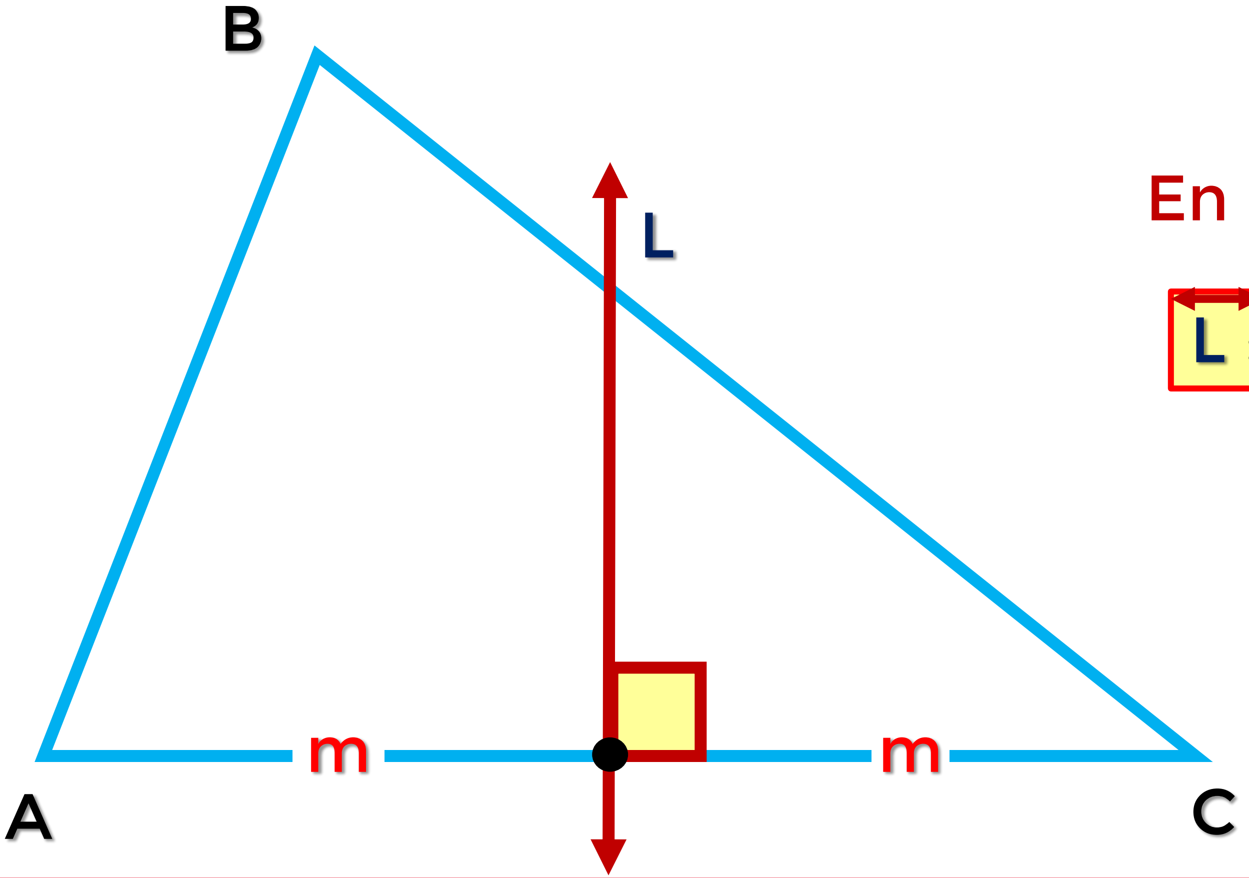


En la figura:

$\overline{BQ}$: Bisectriz Exterior relativa a $\overline{AC}$

LÍNEAS NOTABLES EN EL TRIÁNGULO

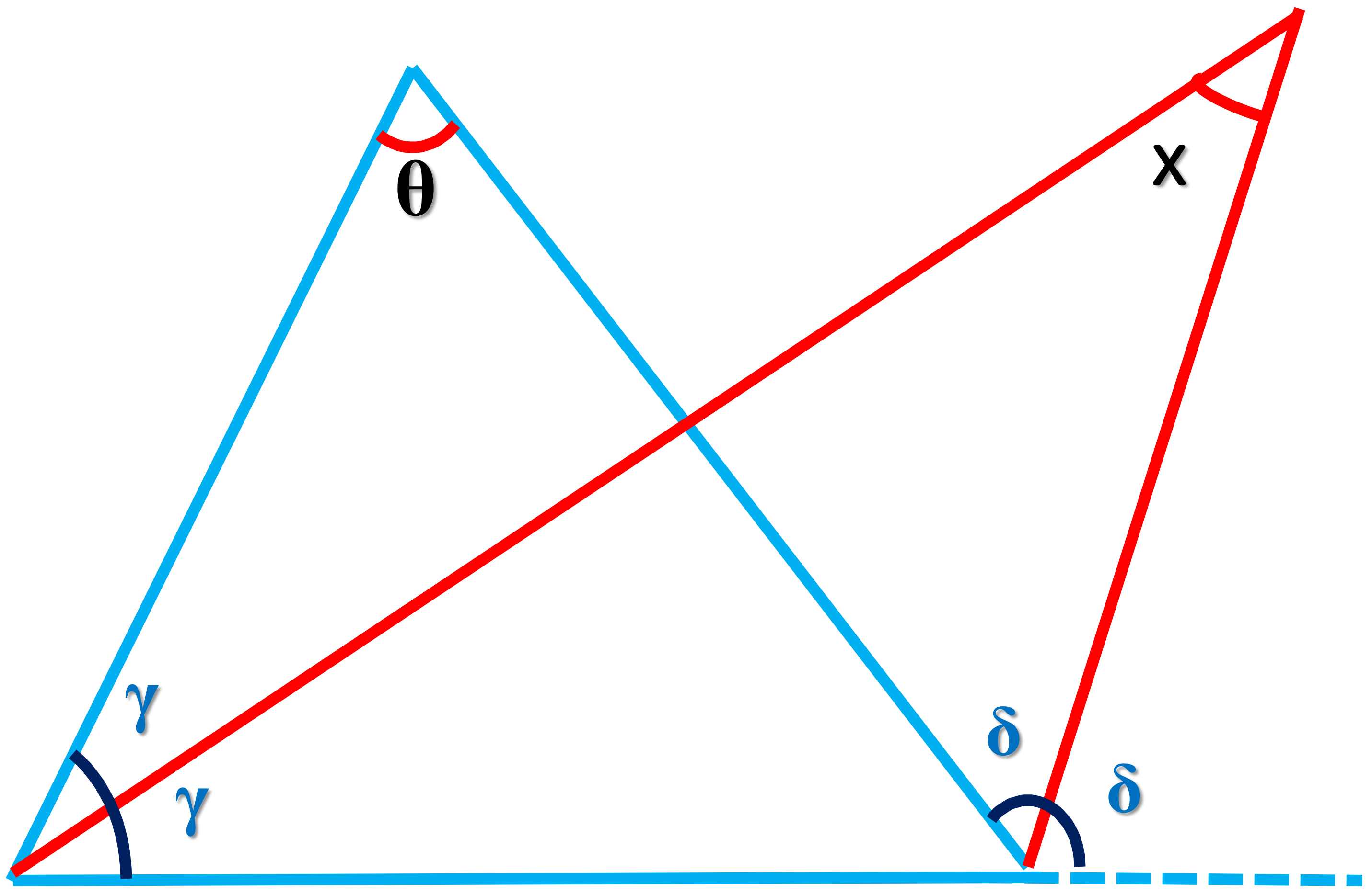
MEDIACTRIZ : Es la recta perpendicular a un lado del triángulo en su punto medio.



En la figura:

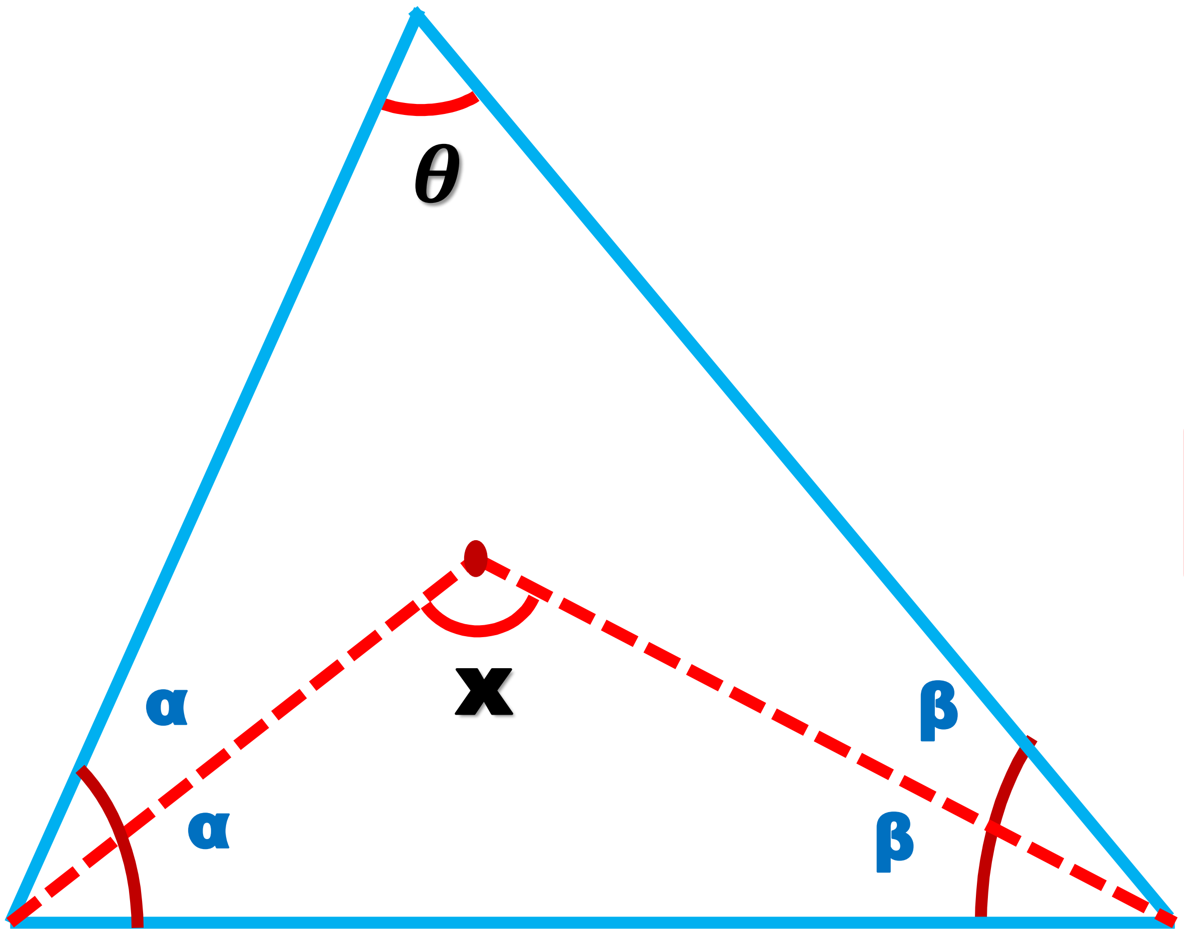
$\overleftrightarrow{L}$:Mediatriz del lado $\overline{AC}$

TEOREMAS



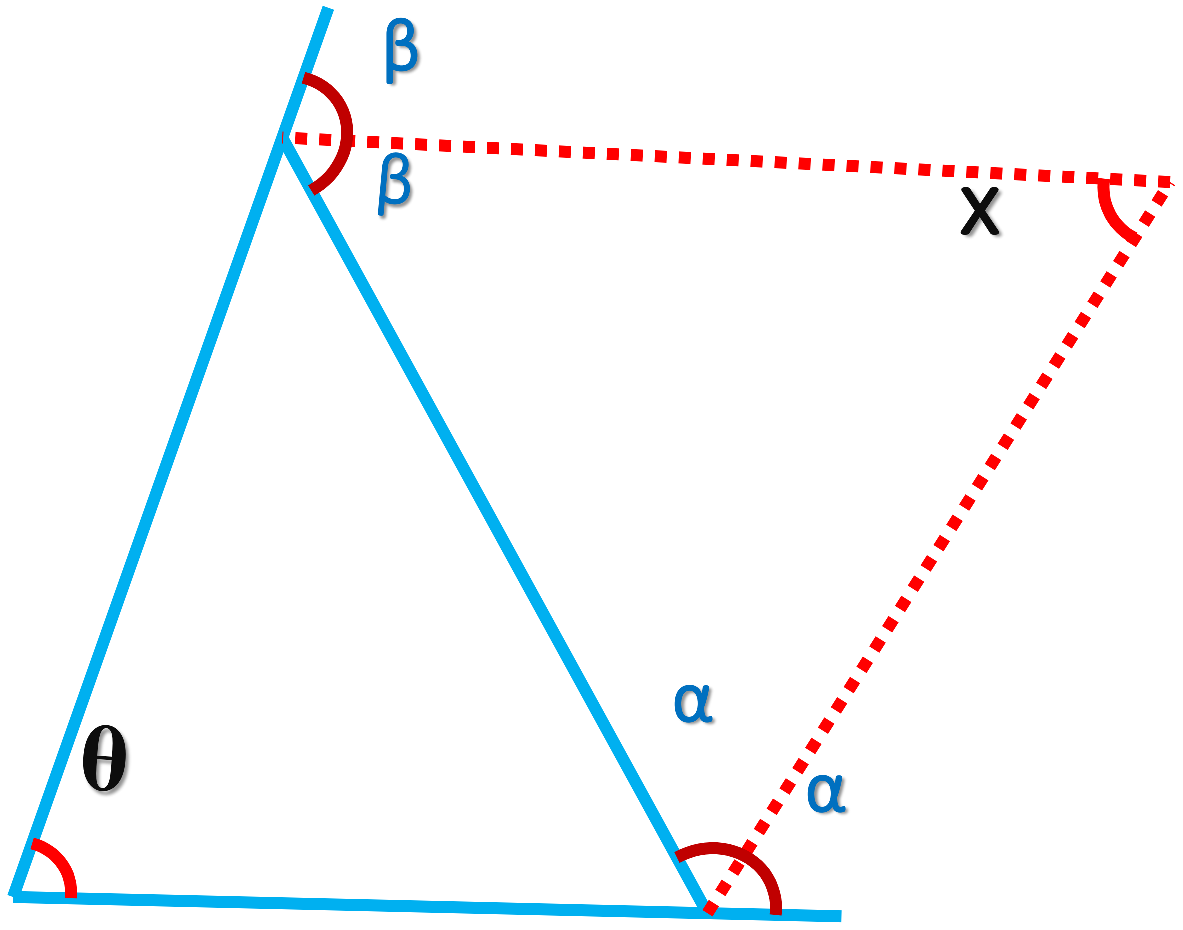
$$x = \frac{\theta}{2}$$

TEOREMAS



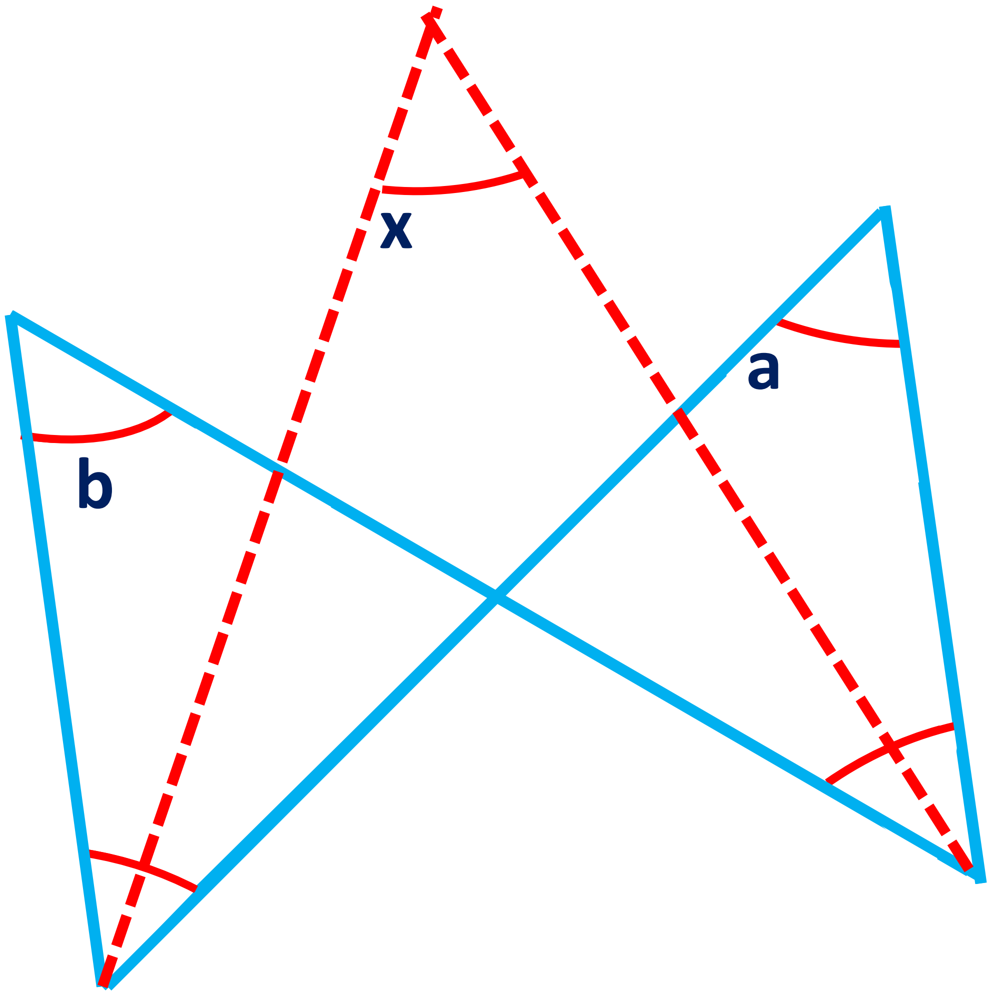
$$x = 90° + \frac{\theta}{2}$$

TEOREMAS



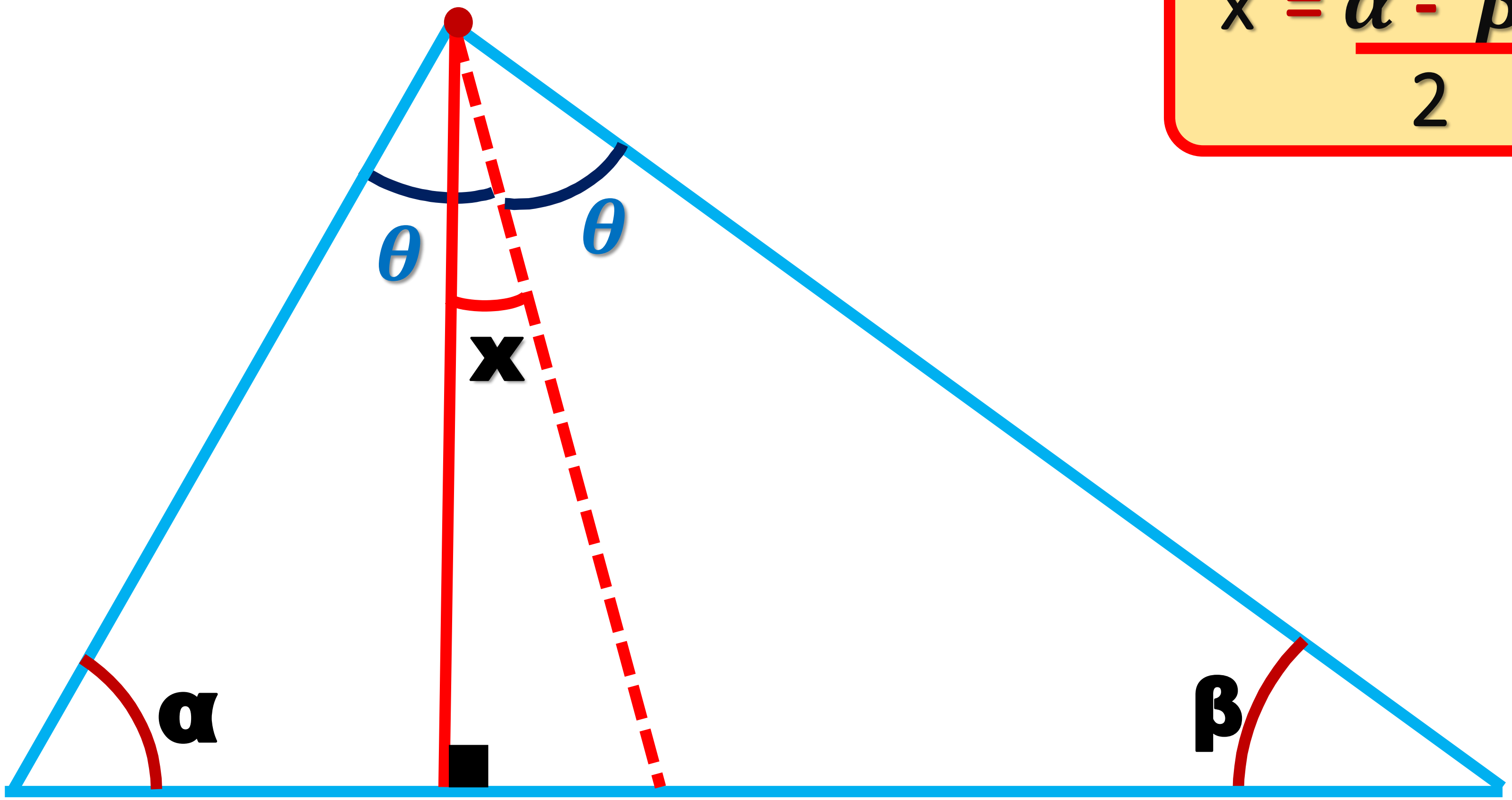
$$x = 90° - \frac{\theta}{2}$$

TEOREMAS



$$x = \frac{a+b}{2}$$

TEOREMAS

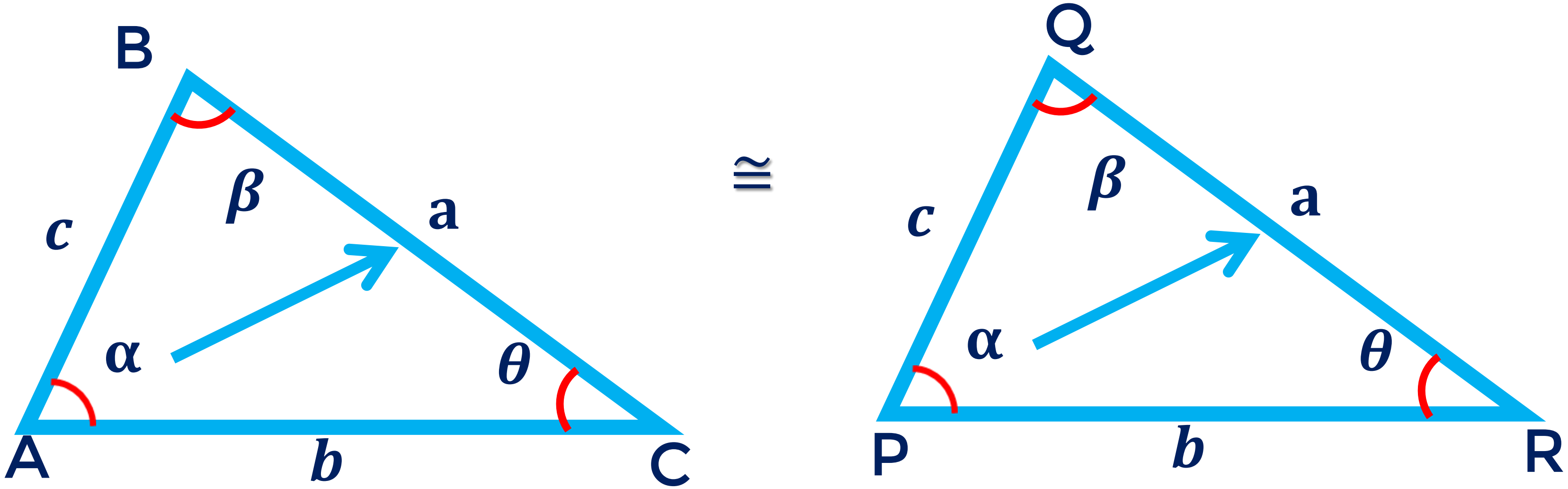


$$x = \frac{\alpha - \beta}{2}$$

CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS

DEFINICIÓN: Son dos o más triángulos que tienen igual forma e igual tamaño, es decir, tienen sus lados y ángulos, respectivamente, congruentes. En triángulos congruentes, se cumple a lados congruentes se oponen ángulos congruentes y viceversa.

Si:

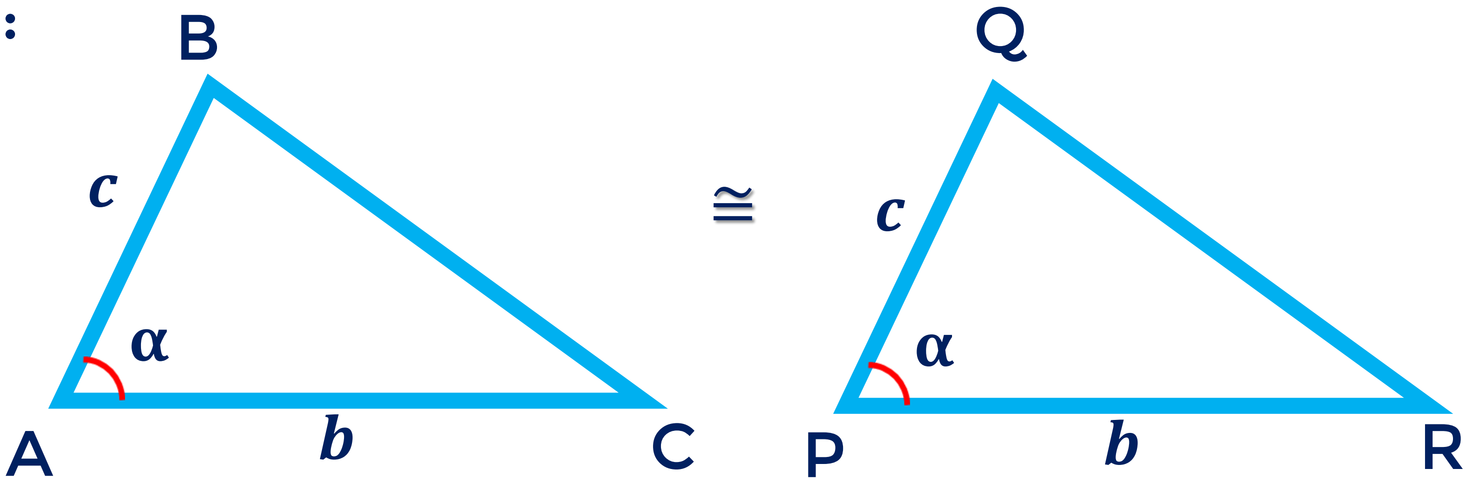


$\triangle ABC \cong \triangle PQR$

TEOREMA DE CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS

1 **Lado - ángulo - lado (L - A - L)** Dos triángulos son congruentes si tienen un ángulo interno de igual medida y los lados que determinan a dichos ángulos son de igual longitud, respectivamente.

Si:

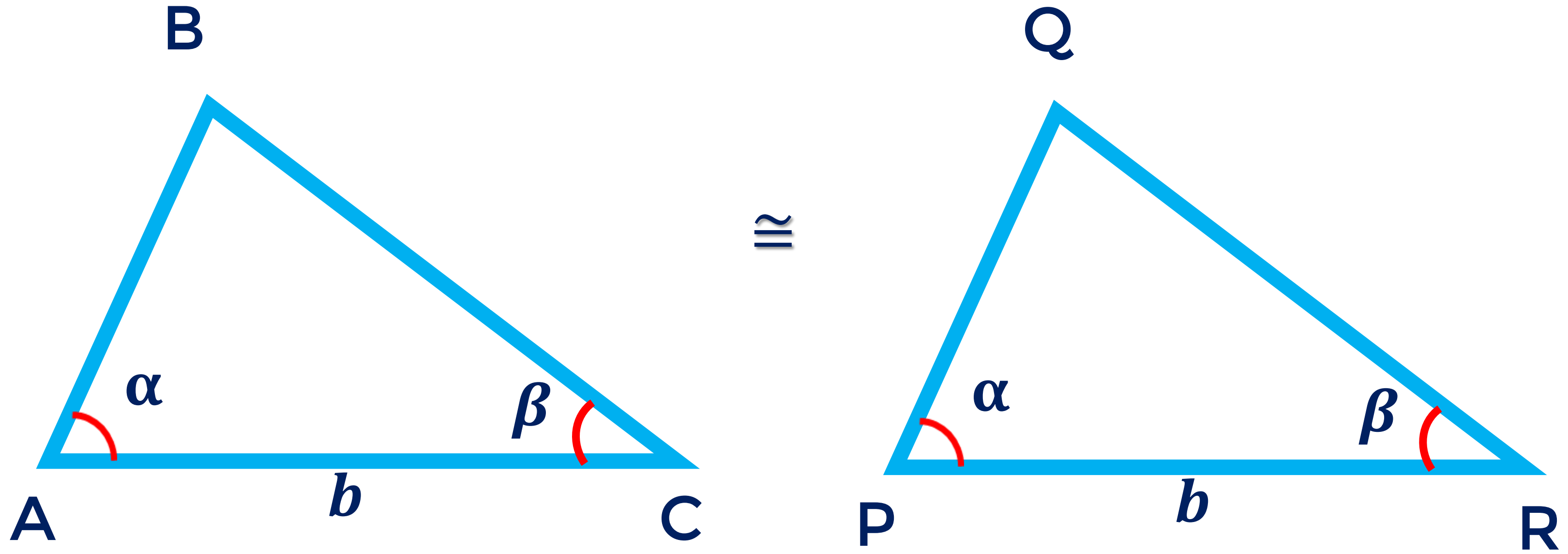


$\triangle ABC \cong \triangle PQR$

TEOREMA DE CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS

2 <u>Ángulo – lado - ángulo (A – L - A)</u> Si dos triángulos tienen ordenadamente congruentes un lado y los ángulos adyacentes a este lado, entonces los triángulos son congruentes.

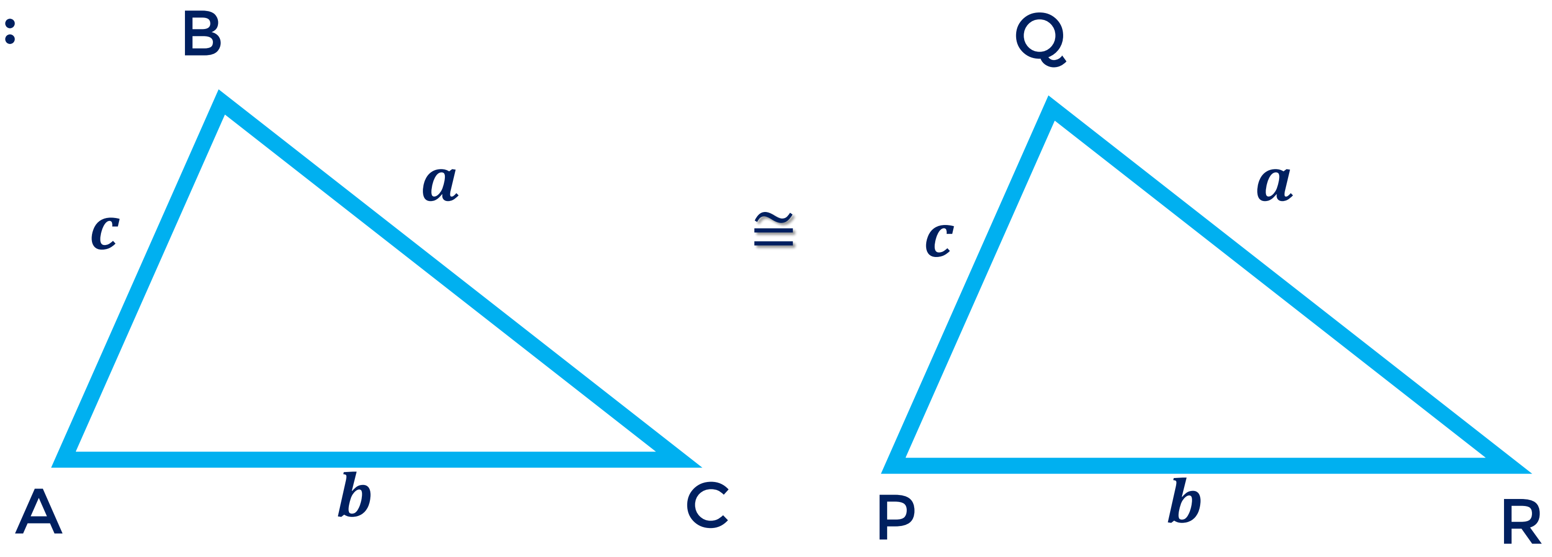
Si:



$\triangle ABC \cong \triangle PQR$

3 Lado – lado - lado (L – L - L) Dos triángulos son congruentes si tienen sus tres lados de igual longitud, respectivamente.

Si:

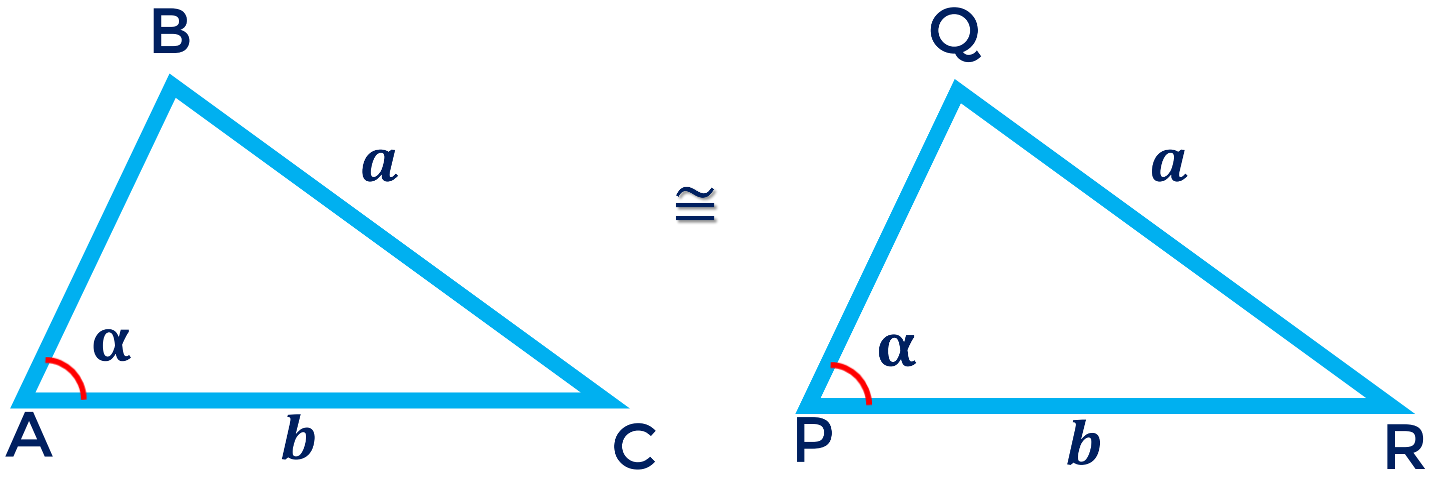


$\triangle ABC \cong \triangle PQR$

TEOREMA DE CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS

4 <u>Lado – lado - ángulo (L – L - A)</u> Si dos triángulos tienen ordenadamente congruentes dos lados y el ángulo opuesto al mayor de estos dos lados, entonces los triángulos son congruentes.

Si: a > b



$\triangle ABC \cong \triangle PQR$

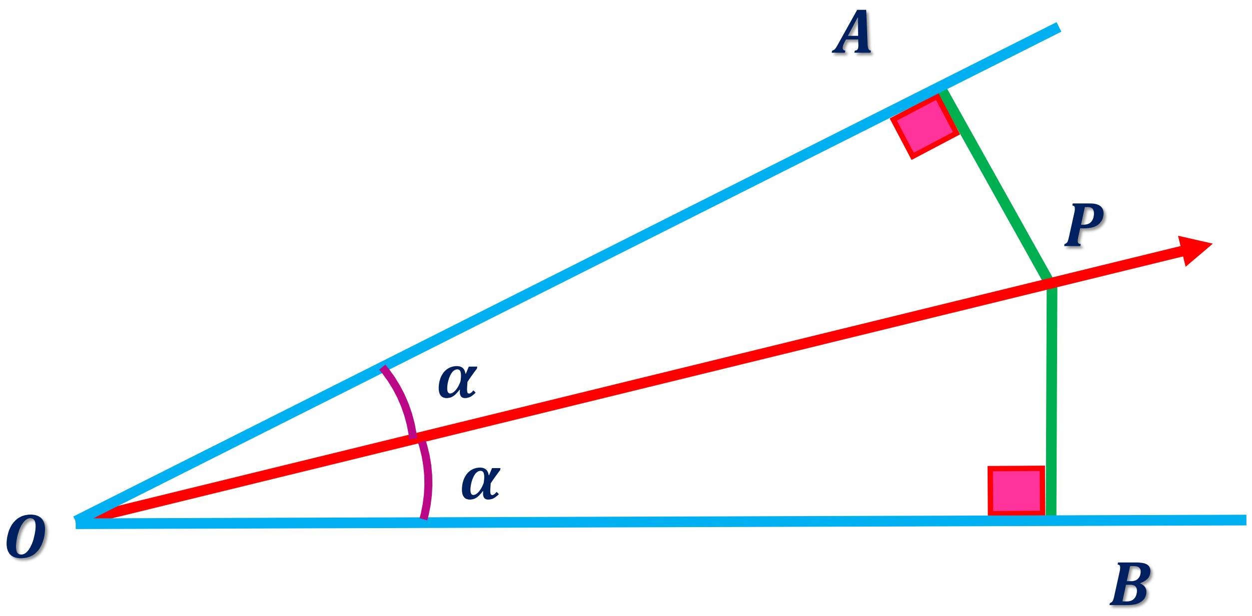
APLICACIONES DE LA CONGRUENCIA

1 **TEOREMA DE LA BISECTRIZ:** Todo punto de la bisectriz de un ángulo equidista de los lados del ángulo.

Según la figura, $\overrightarrow{OP}$ es bisectriz del ∡ AOB

Entonces:

$$\overline{PA} \cong \overline{PB} \text{ Y } \overline{OA} \cong \overline{OB}$$

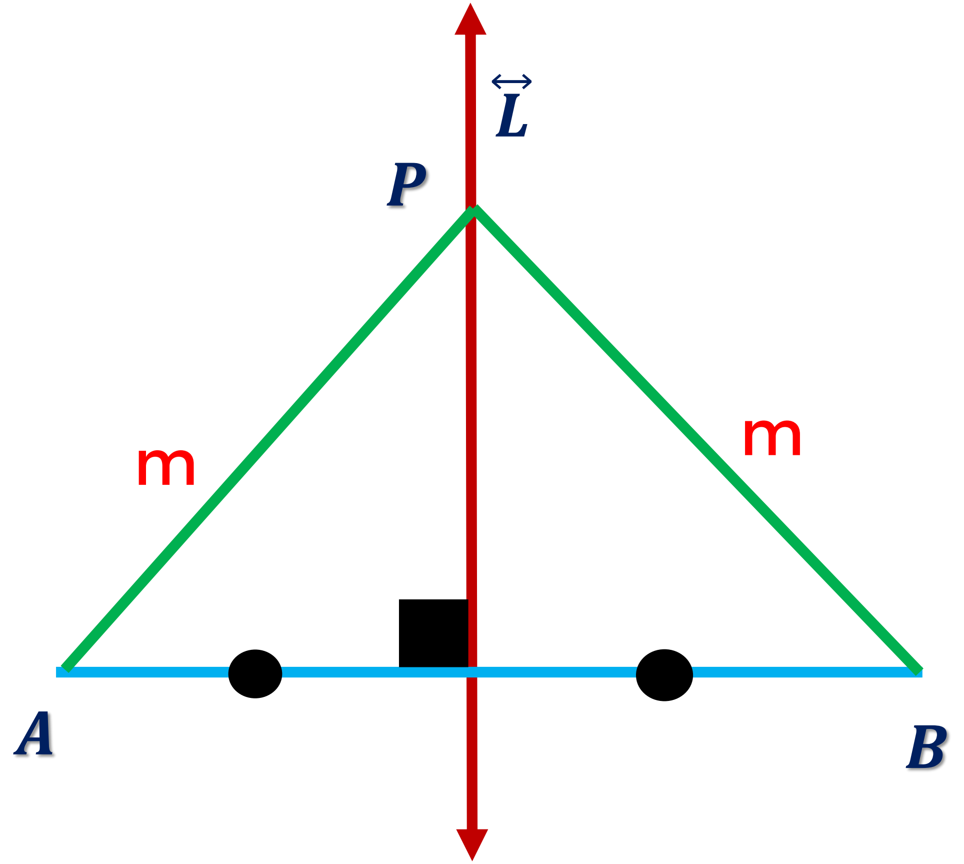


APLICACIONES DE LA CONGRUENCIA

2 <u>Teorema de la mediatriz</u> Todo punto de la mediatriz de un segmento equidista de los extremos del segmento.

Según la figura,
$\overleftrightarrow{L}$ es mediatriz de $\overline{AB}$
Entonces:

$$\boxed{\overline{AP} \cong \overline{PB} \text{ y } \measuredangle A \cong \measuredangle B}$$



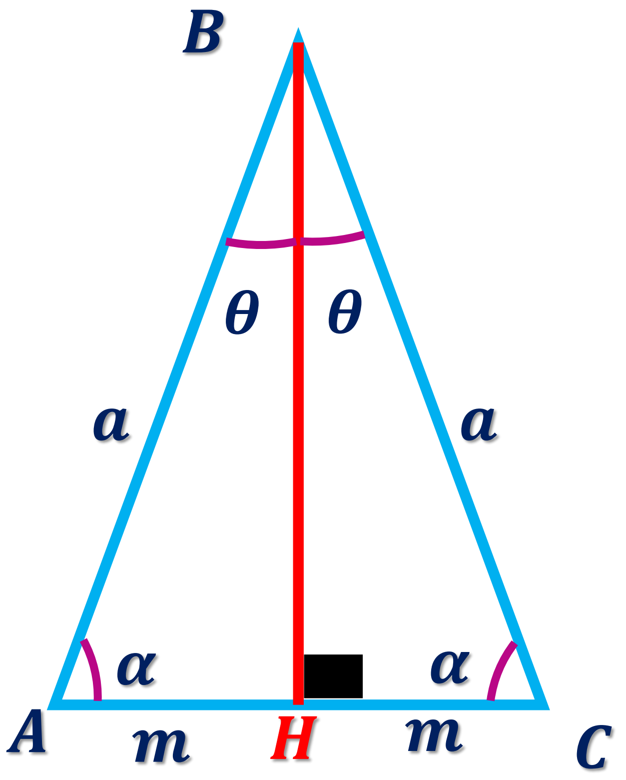
APLICACIONES DE LA CONGRUENCIA

3 Teorema de los triángulos isósceles

En un triángulo isósceles la altura relativa a la base, es también una mediana, una bisectriz interior y una parte de la mediatriz $\overline{BH}$.

Según la figura,
el triángulo ABC es isósceles ($\overline{AB} \cong \overline{BC}$)
Entonces

$\overline{BH}$ $\begin{cases} \text{Altura} \\ \text{Mediana} \\ \text{Bisectriz} \\ \text{Parte de la recta mediatriz BH} \end{cases}$



4 Teorema de los puntos medios

Toda recta trazada por el punto medio de un lado de un triángulo paralela a otro lado, interseca al tercer lado en su punto medio.

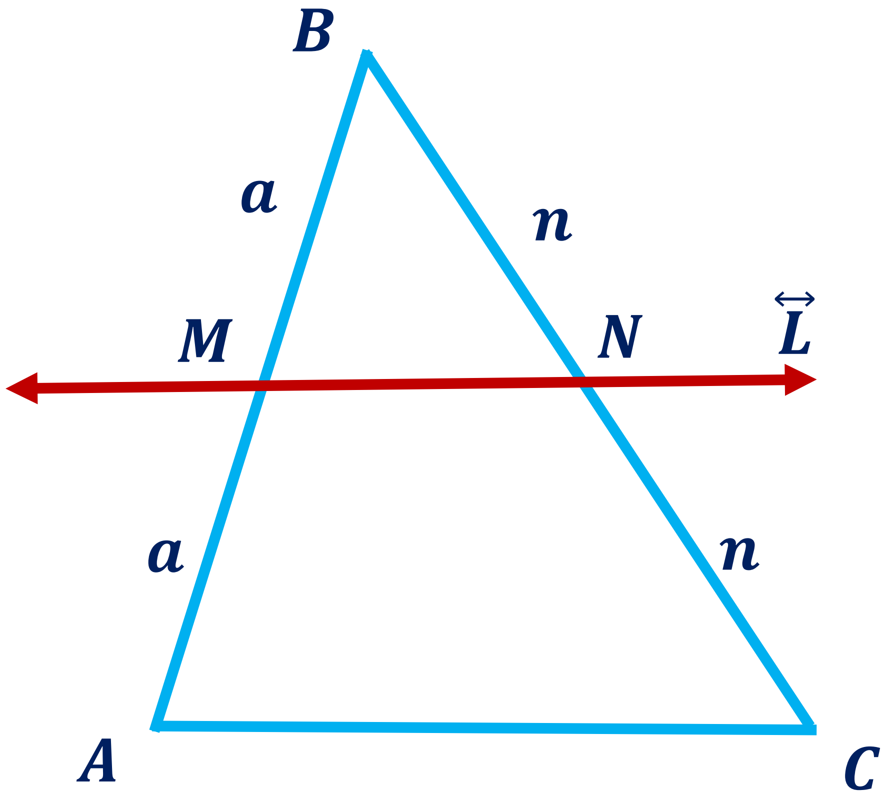
Según la figura:

$\overline{AM} \cong \overline{BM}$ y $\overleftrightarrow{L} \,//\, \overline{BM}$

Entonces

$$\boxed{\overline{BN} \cong \overline{NC}}$$

$\overline{BM}$ es base mediana



APLICACIONES DE LA CONGRUENCIA

5 Teorema de la base media

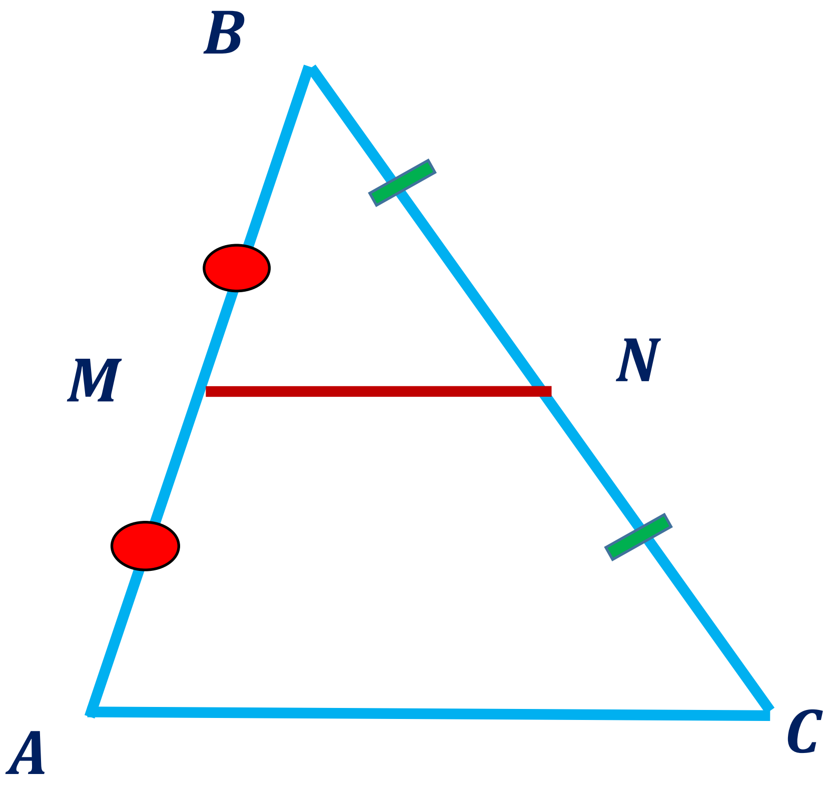
En todo triángulo, una base media es paralela al tercer lado y su longitud es la mitad de la longitud de dicho lado.

Según la figura,
si $\overline{AM} \cong \overline{BM}$ y $\overline{AN} \cong \overline{NC}$
entonces

$\overline{MN}$: base media

$\boxed{\overline{MN} \,//\, \overline{AC}}$

$\boxed{AC = 2(MN)}$



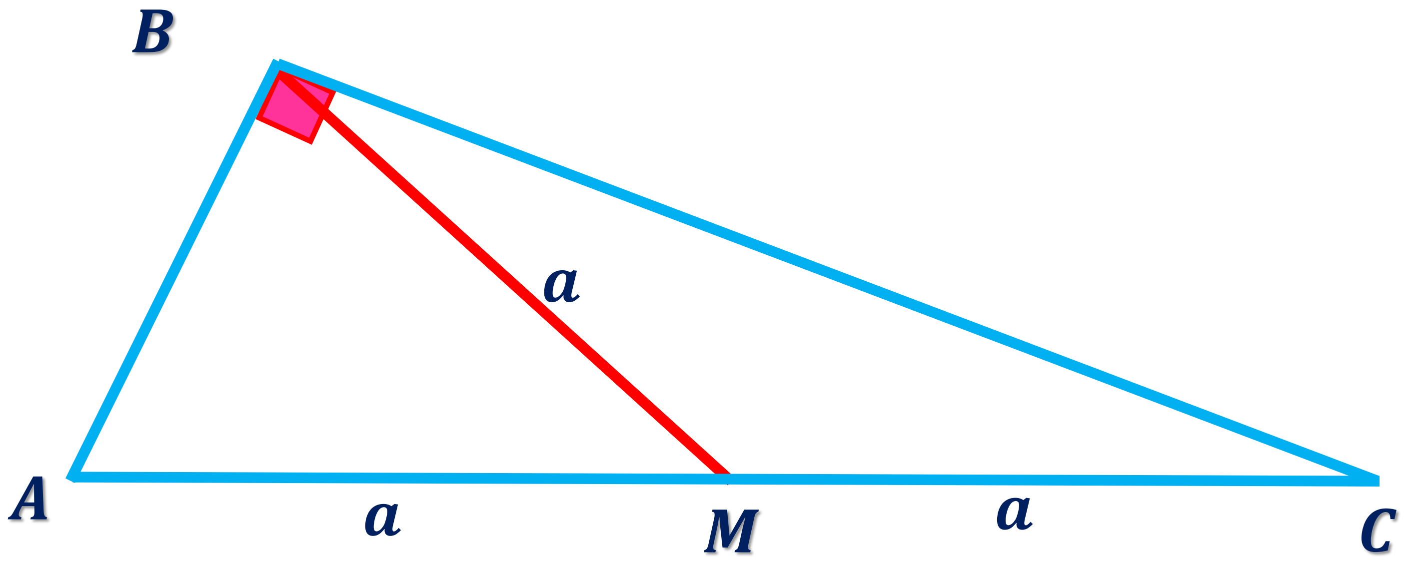
6 Teorema de la menor mediana en el triángulo rectángulo

La longitud de la mediana relativa a la hipotenusa de un triángulo rectángulo es igual a la mitad de la longitud de la hipotenusa.

Según la figura, si el triángulo ABC es recto en B y $\overline{BM}$ es mediana

Entonces

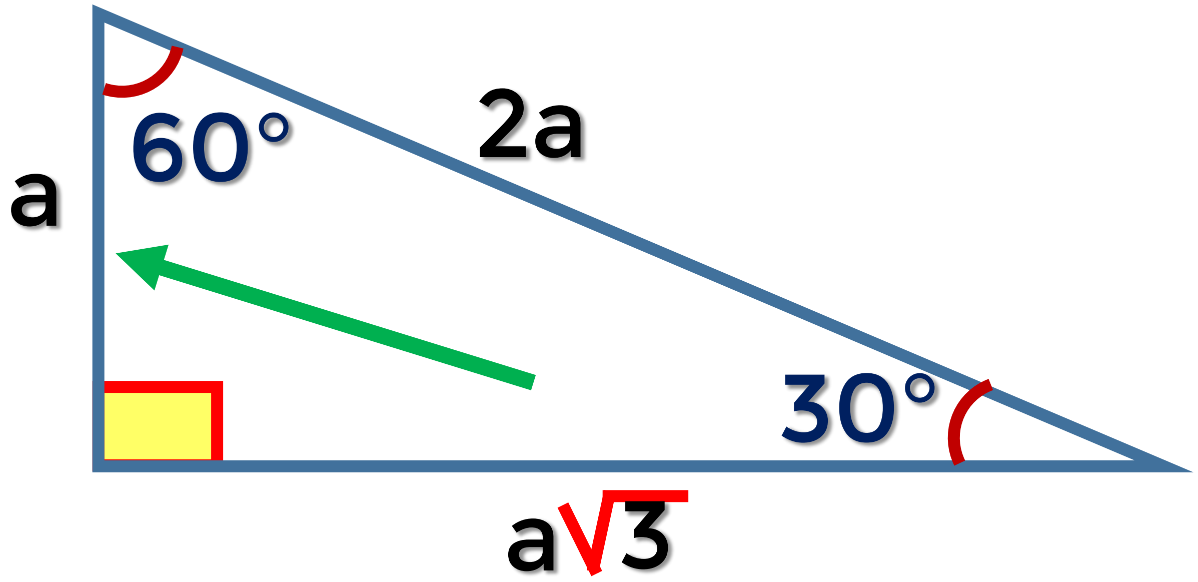
$\boxed{BM = AC/2}$

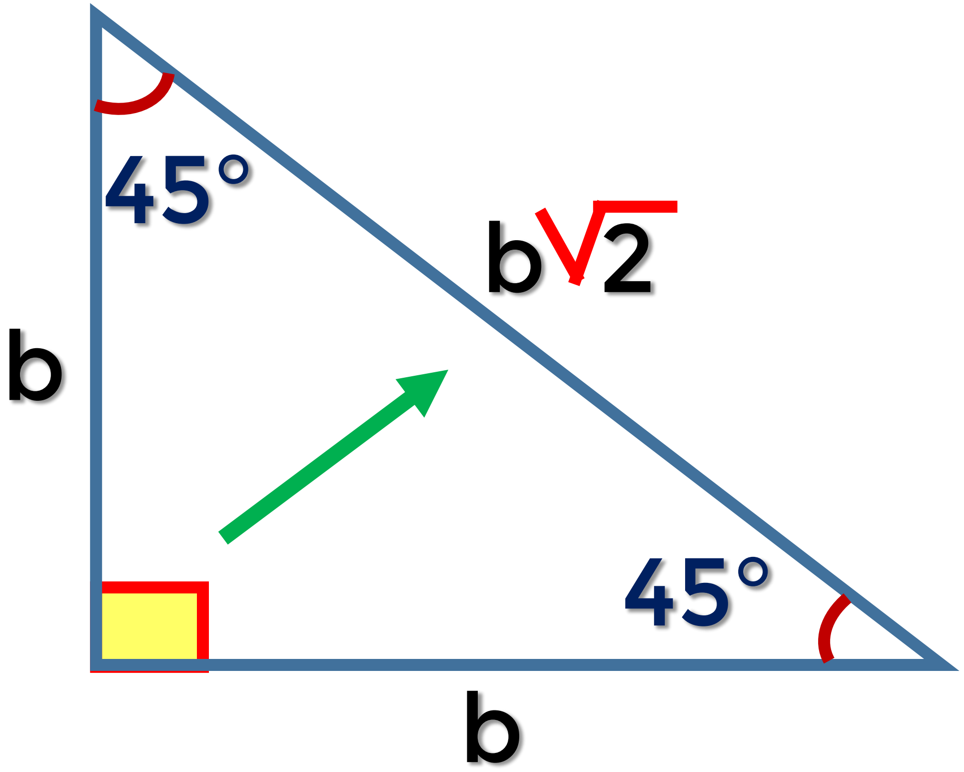


TRIÁNGULOS RECTANGULOS NOTABLES

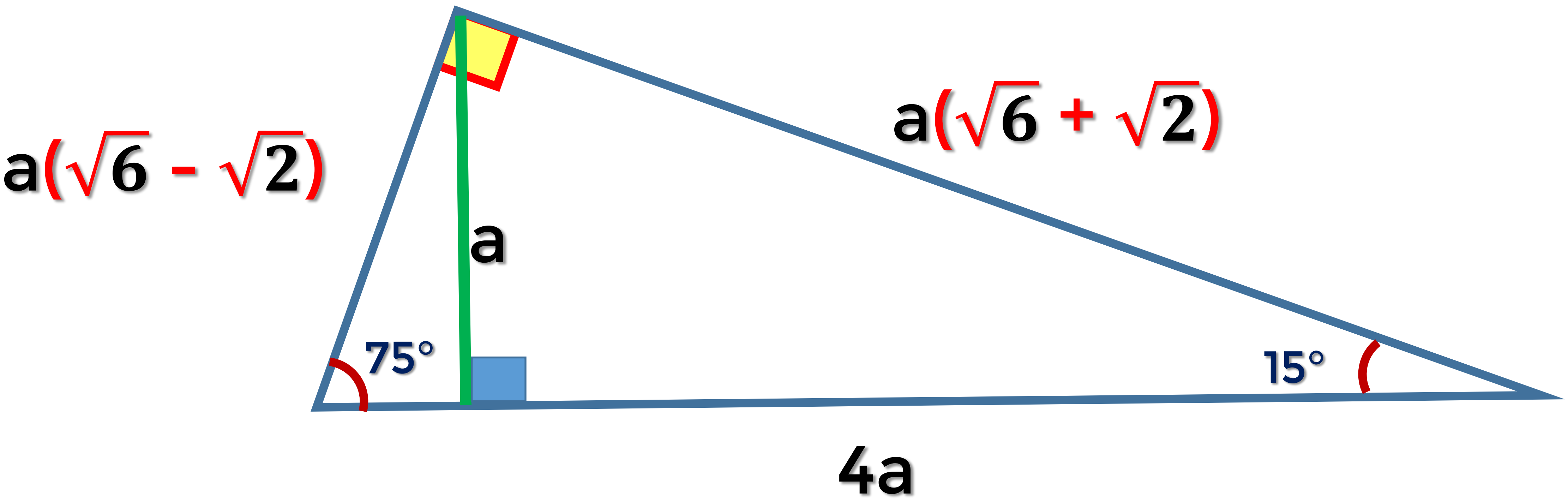
Son aquellos triángulos rectángulos en los cuales las medidas de los ángulos agudos son exactas. Conociendo la medida de uno de sus ángulos agudos se conoce también la razón entre las longitudes de sus lados.

Triángulos rectángulos notables



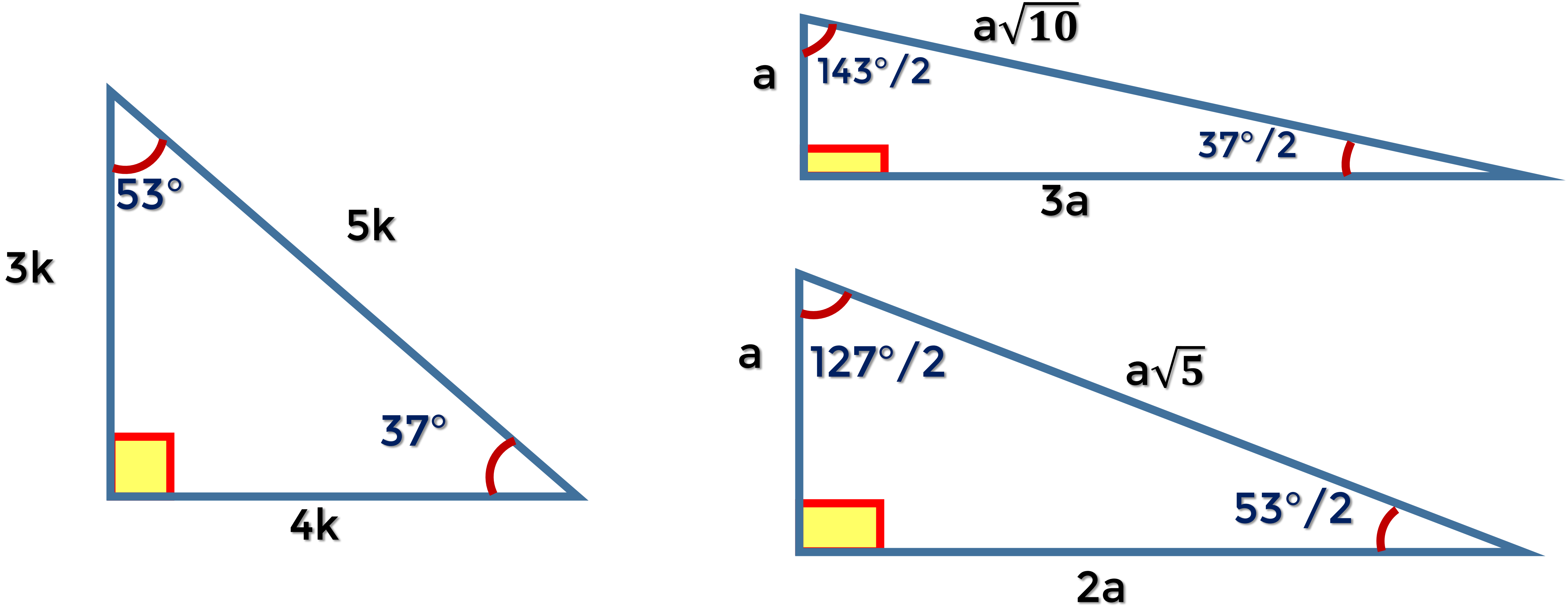


Triángulos rectángulos notables



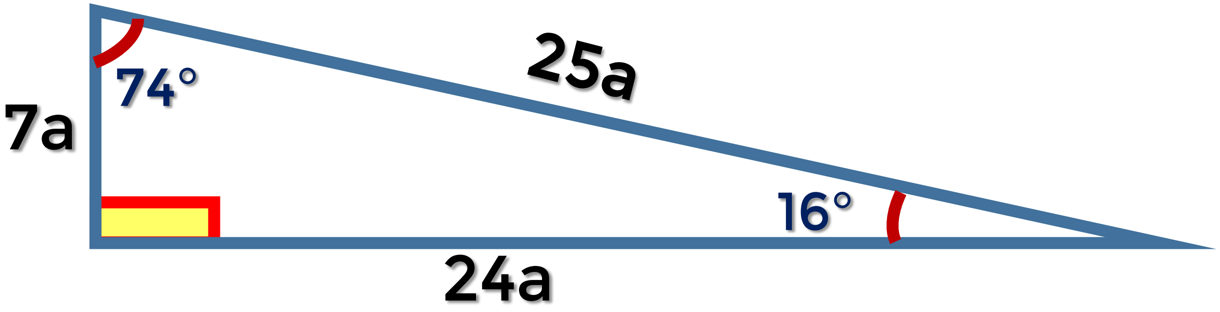
TRIÁNGULOS RECTANGULOS NOTABLES

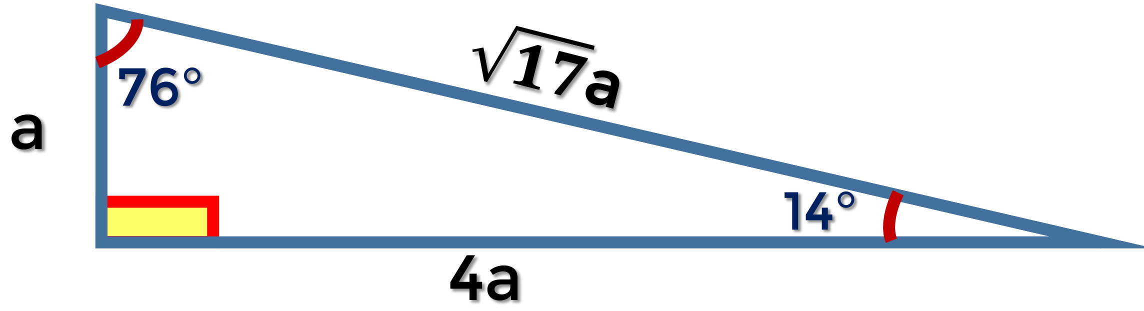
Triángulos rectángulos aproximados

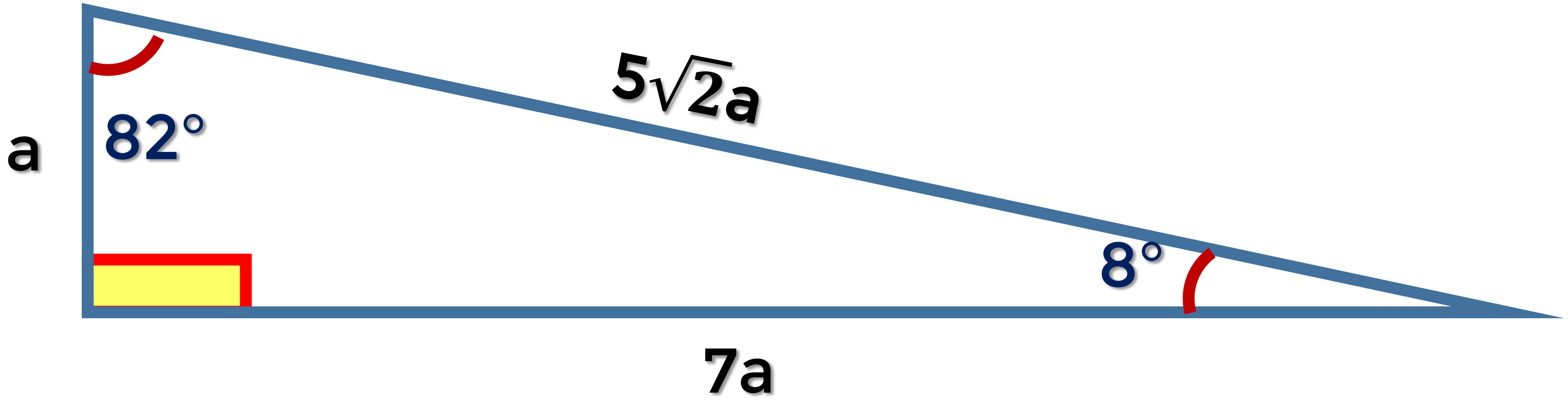


TRIÁNGULOS RECTANGULOS NOTABLES

Triángulos rectángulos aproximados







GEOMETRY

VERANO Uni

ACADEMIA

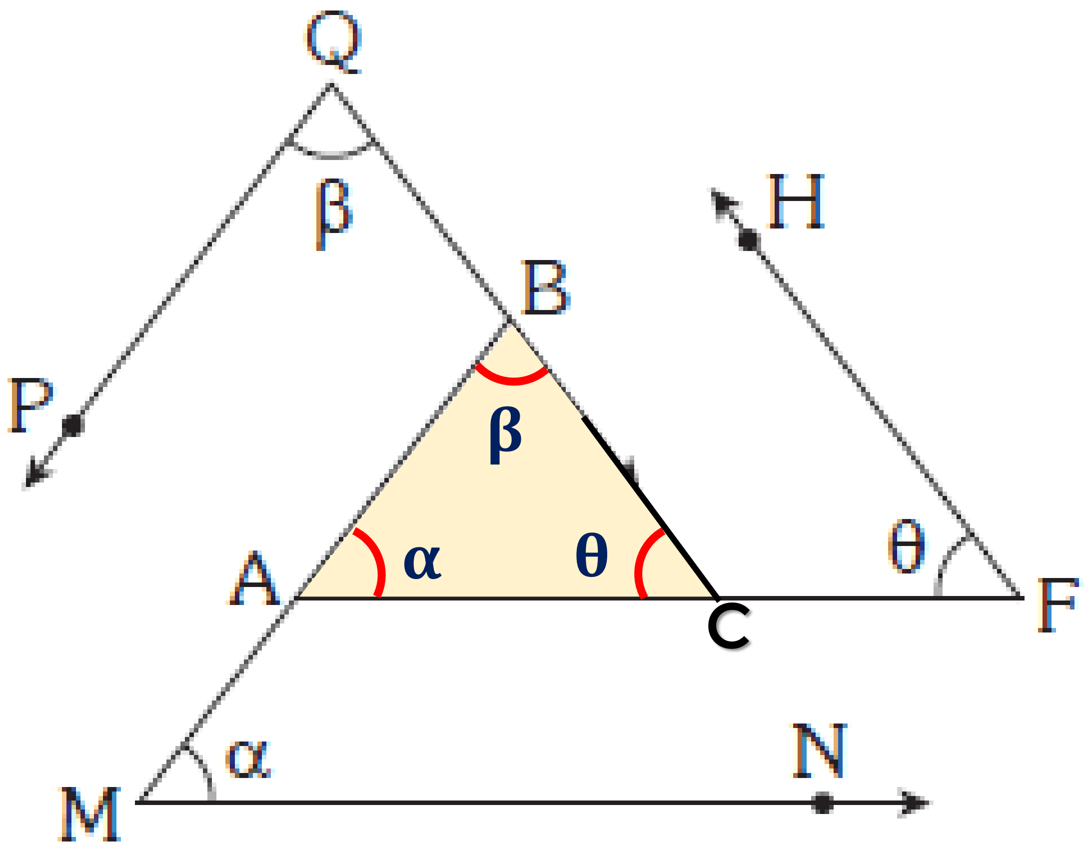
CAPITULO 1 PRACTICA

SACO OLIVEROS

PROBLEMA 1 En la figura; $\overline{PQ} \,//\, \overline{AB}$, $\overline{MN} \,//\, \overline{AF}$ y $\overline{FH} \,//\, \overline{BQ}$. Calcule $\alpha + \beta + \theta$

RESOLUCIÓN :

Piden: $\alpha + \beta + \theta$



- Se prolonga $\overline{QB}$ hasta C
- **Si:** $\overline{PQ} \,//\, \overline{AB}$

  m ∢ PQB = m ∢ ABC = β
- **Si:** $\overline{MN} \,//\, \overline{AC}$

  m ∢ NMB = m ∢ CAB = α
- **Si:** $\overline{FH} \,//\, \overline{CB}$

  m ∢ HFA = m ∢ BCA = θ
- En el Δ ABC

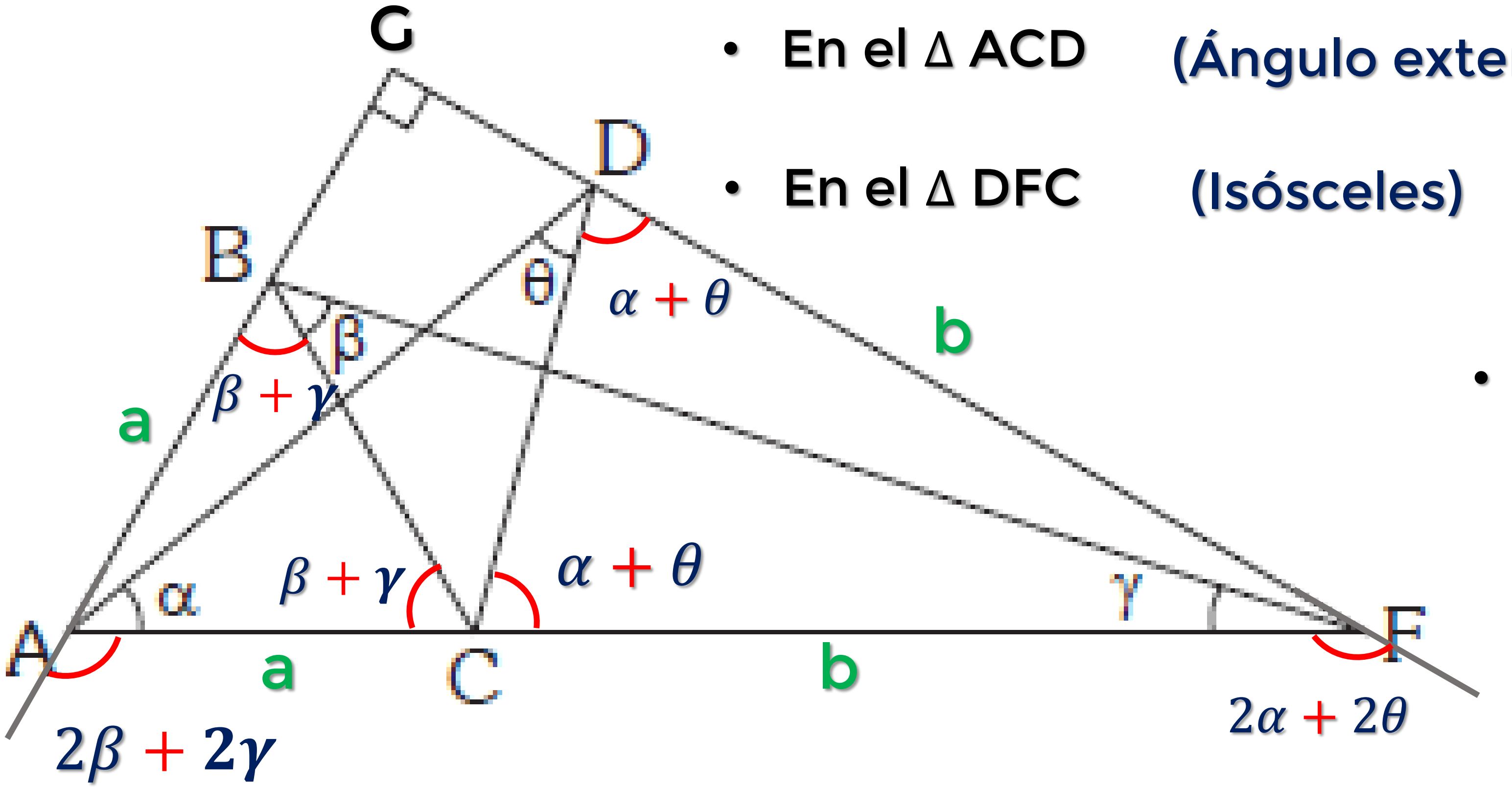
$$.:\ \alpha + \beta + \theta = 180°$$

PROBLEMA 2 En el gráfico , AB = AC y FC = FD. Calcule $\alpha + \beta + \theta + \gamma$.

RESOLUCIÓN:

Piden: $\alpha + \beta + \theta + \gamma$

- En el Δ FBC (Ángulo exterior) $m\measuredangle BCA = \beta + \gamma$
- En el Δ CAB (Isósceles) $m\measuredangle ACB = m\measuredangle ABC = \beta + \gamma$
- En el Δ ACD (Ángulo exterior) $m\measuredangle DCF = \alpha + \theta$
- En el Δ DFC (Isósceles) $m\measuredangle FCD = m\measuredangle CDF = \alpha + \theta$



- En el Δ AGF:

$2\alpha + 2\theta + 2\beta + 2\gamma = 180° + 90°$

$2(\alpha + \theta + \beta + \gamma) = 270°$

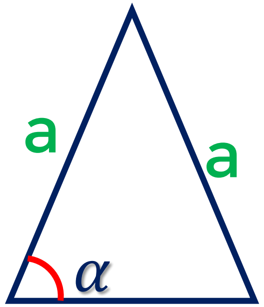
$\boxed{\therefore\ \alpha + \theta + \beta + \gamma = 135°}$

PROBLEMA 3 Escriba verdadero (V) o falso (F) según corresponda, luego marque la alternativa correcta.

RESOLUCIÓN :

- En todo triángulo isósceles, los ángulos congruentes son ángulos agudos.

i)

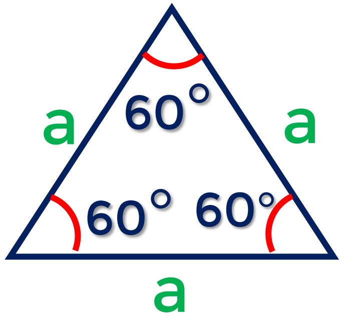


$\boxed{\alpha < 90°}$

(V)

- Un triángulo acutángulo siempre es un triángulo escaleno.

ii)

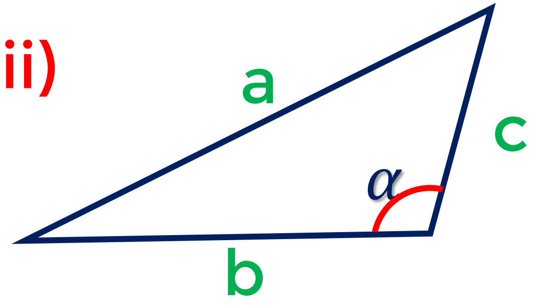


$\boxed{\alpha = 60°}$

(F)

- En un triángulo oblicuángulo, uno de los ángulos interiores puede ser recto.

iii)



$\boxed{\alpha > 90°}$

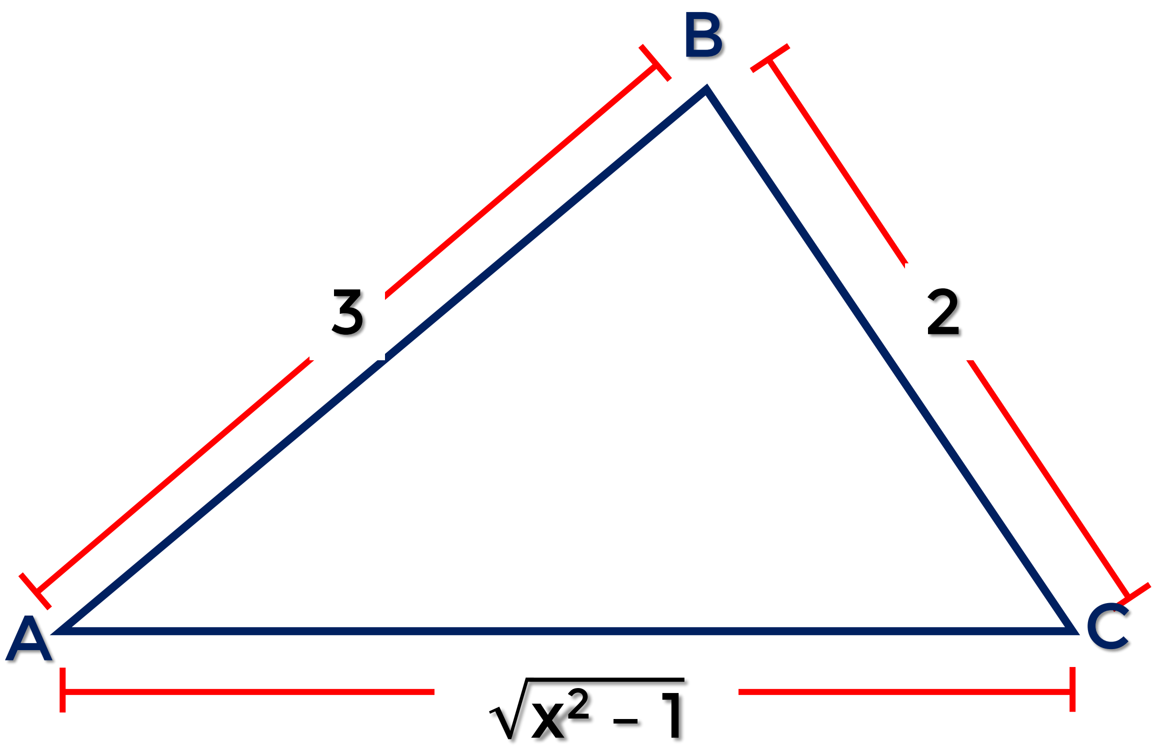
(F)

$Rpta$: V F F

PROBLEMA 4 En un triángulo; sus lados miden 3, 2 y $\sqrt{x^2 - 1}$. Calcule el máximo valor entero de x.

RESOLUCIÓN :

Piden: el máximo valor entero de x



<u>Teorema EXISTENCIA</u>

$$3 - 2 < \sqrt{x^2 - 1} < 3 + 2$$

$$1 < \sqrt{x^2 - 1} < 5$$

$$1 < x^2 - 1 < 25$$

$$2 < x^2 < 26$$

$$1.41... < x < 5,09...$$

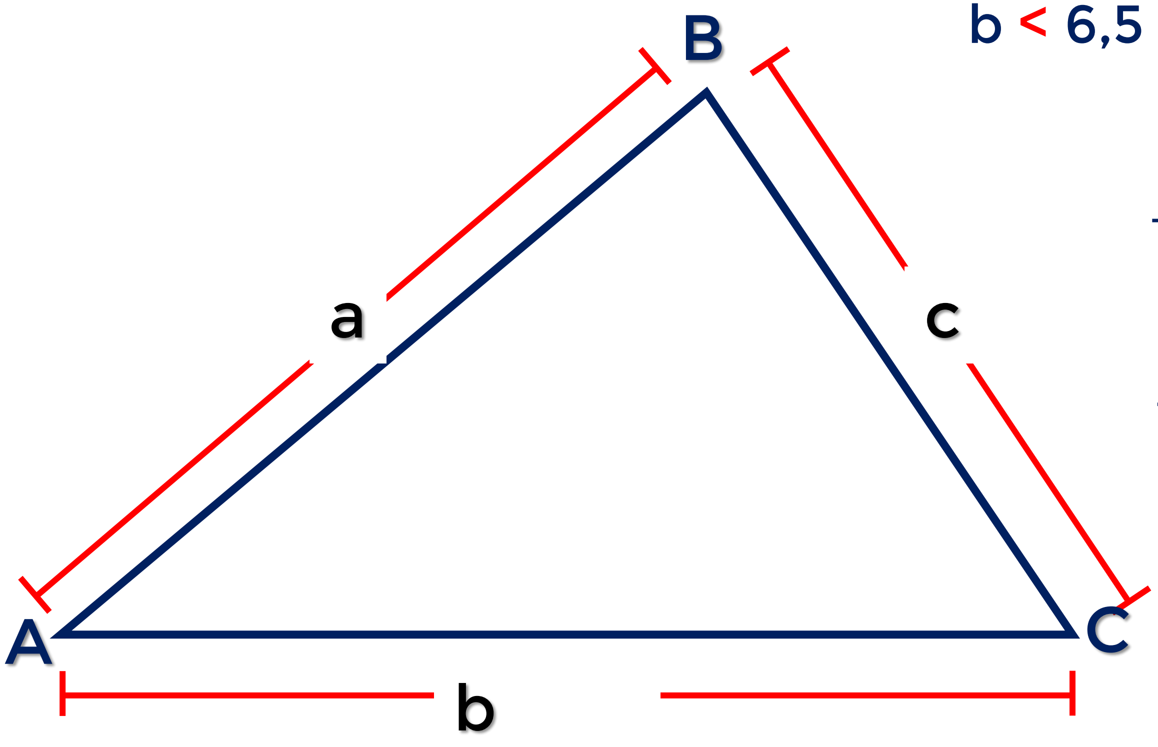
$$\therefore X_{máx} \text{ entero} = 5 \text{ u}$$

PROBLEMA 5 Si las longitudes de los lados de un triángulo son números enteros y su perímetro es menor que 13. ¿Cuál es el número de triángulos escalenos?

RESOLUCIÓN :

Piden: el número de triángulos escalenos

Dato : $a + b + c = 13$; $a, b, c \in \mathbb{Z}$



Teorema EXISTENCIA

$$b < a + c$$

$$2b < a + c + b$$

$b < 6{,}5$ $\rightarrow b = 6$ $\rightarrow a+c = 7$ $\rightarrow a = 5; c = 2$ ✓

$\rightarrow a = 4; c = 3$ ✓

$\rightarrow b = 5$ $\rightarrow a+c = 8$ $\rightarrow a = 6;\ c = 2$ ✗

$\rightarrow b = 4$ $\rightarrow a+c = 9$ $\rightarrow a = 6;\ c = 3$ ✗

$\rightarrow b = 3$ $\rightarrow a+c = 10$ $\rightarrow a = 6;\ c = 4$ ✗

$\rightarrow b = 2$ $\rightarrow a+c = 11$ $\rightarrow a = 6;\ c = 5$ ✗

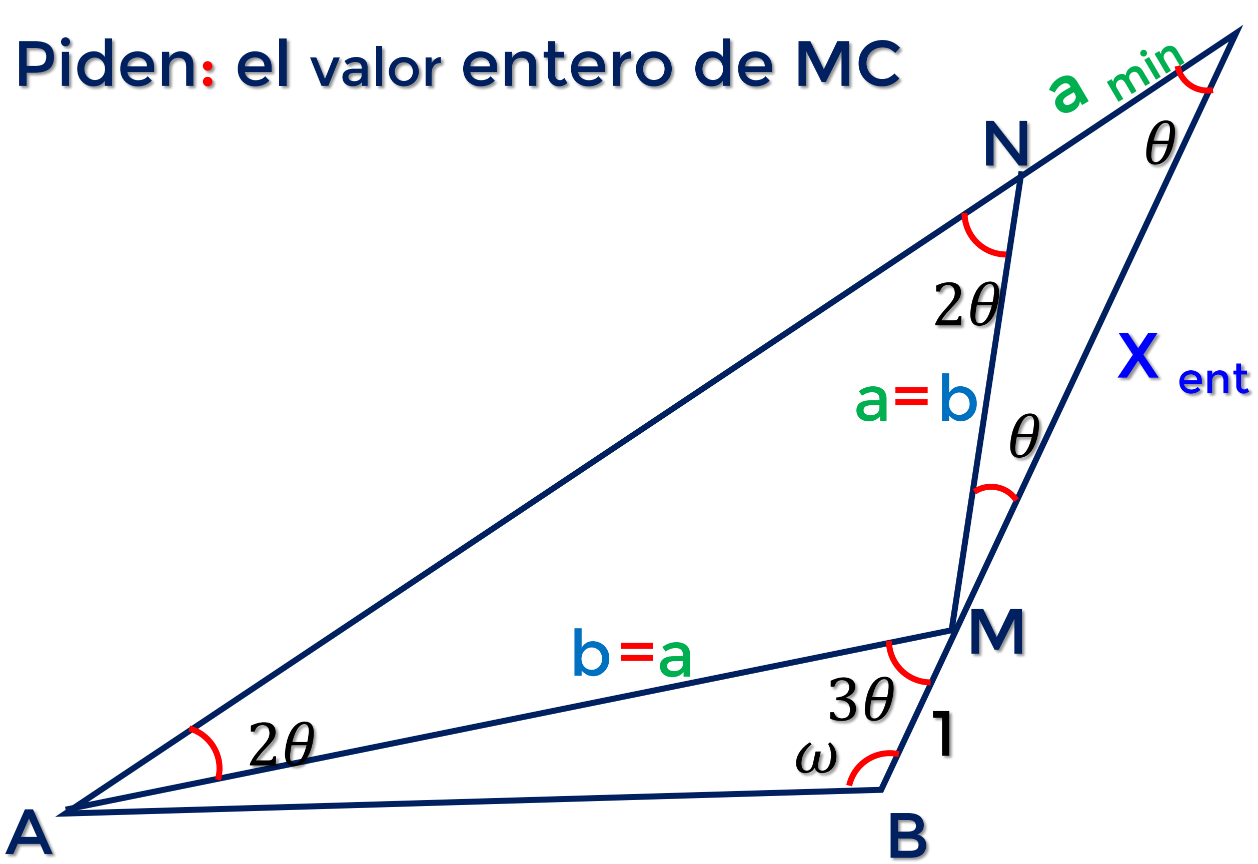
$\boxed{\therefore \text{ El número de triángulos escalenos } = 2}$

PROBLEMA 6

En un triángulo ABC, obtuso en B; en el lado $\overline{BC}$ se ubica el punto M, tal que BM = 1 y en $\overline{AC}$ se ubica el punto N, tal que AM = MN, la m∢AMB = 3(m∢C). Calcule el valor entero de MC cuando NC toma su mínimo valor entero

RESOLUCIÓN :

Piden: el valor entero de MC



- $\omega > 90°$ → $\boxed{a > 1}$
- $a_{min} = 2$

En el Δ MNC

$0 < x < 2a$

$0 < x < 4$ . . .(1)

En el Δ AMC

$2\theta > \theta$ → $X > a = 2$ . . .(2)

De (1) y (2)

$2 < x < 4$

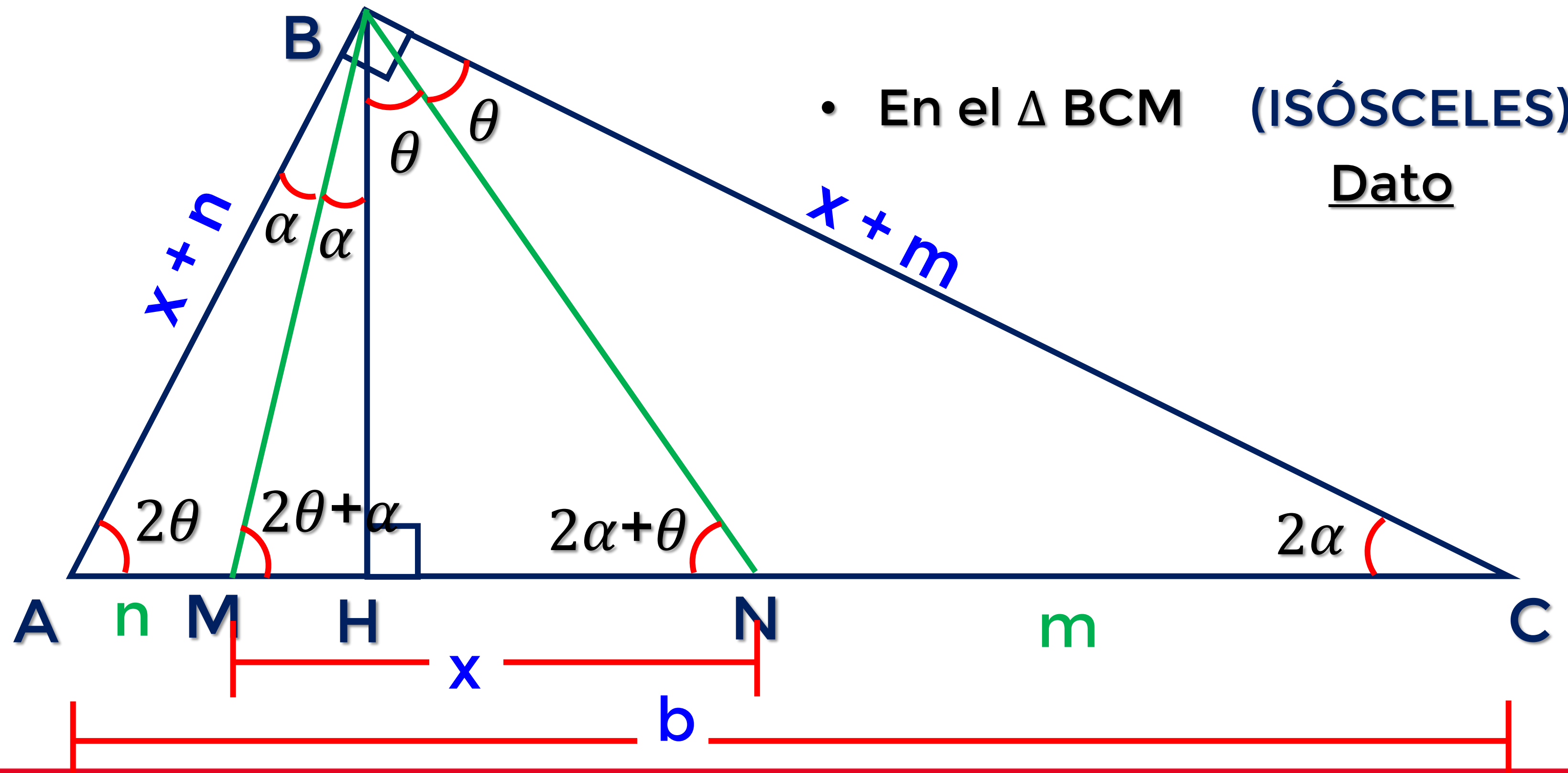
$\boxed{.: X_{entero} = 3}$

PROBLEMA 7

En un triángulo ABC, recto en B, se traza la altura $\overline{BH}$. Luego se trazan las bisectrices de los ángulos ABH y HBC, las cuales intersecan a $\overline{AC}$ en M y N, respectivamente. Si AC = b y el perímetro de la región ABC es 2p, calcule MN.

RESOLUCIÓN :

Piden: el valor de MN



- En el Δ BAN (ISÓSCELES) ➡ AB = AN = x + n
- En el Δ BCM (ISÓSCELES) ➡ BC = MC = x + m

Dato

2p = AB + BC + AC

2p = x + n + x + m + b

$$2p = 2x + \underbrace{n + m}_{} + b$$

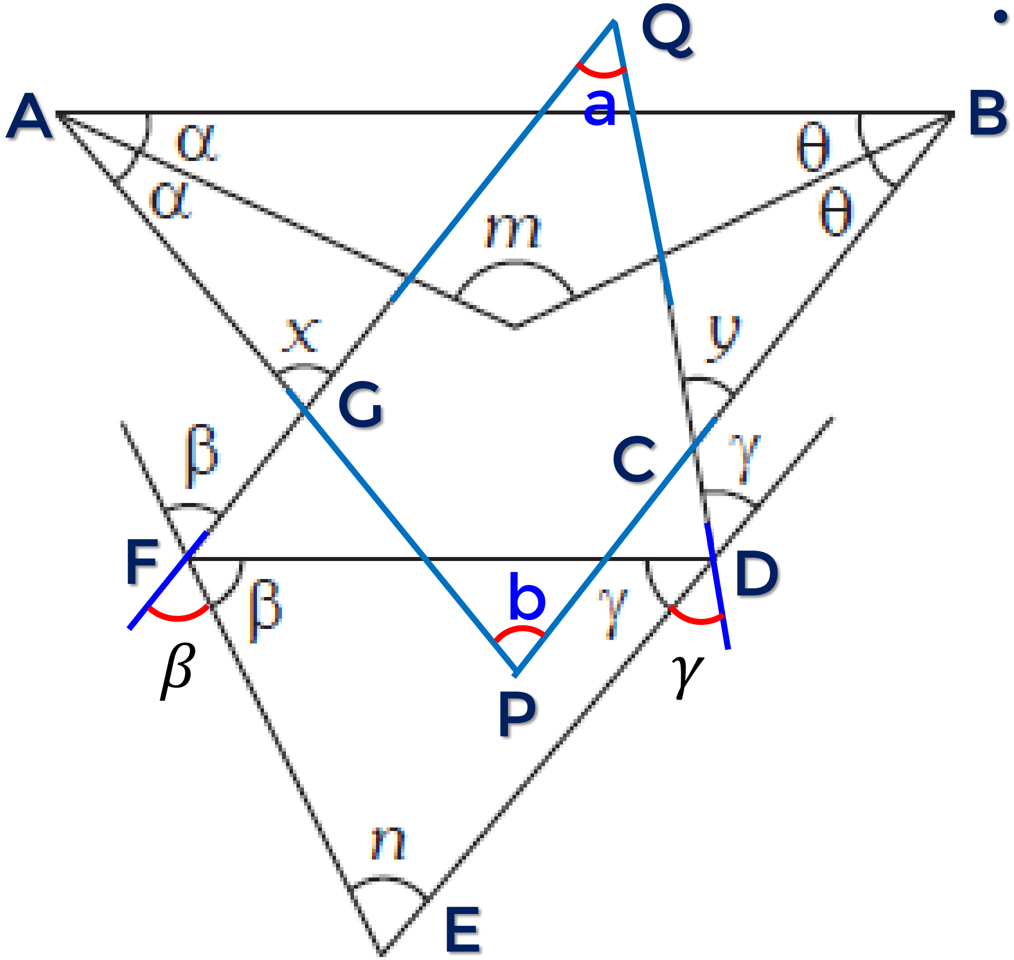
2p = 2x + b - x + b

$$\boxed{.: X = 2(p - b)}$$

PROBLEMA 8 En el gráfico mostrado, m – n = 55°. Calcule x + y.

RESOLUCIÓN :

Piden: el valor de x + y



- Se prolonga $\overline{FG}$ y $\overline{DC}$ hasta el punto Q
- Se prolonga $\overline{AG}$ y $\overline{BC}$ hasta el punto P

En el Δ ABP $\quad m = 90° + \frac{b}{2}$ . . .(1)

En el Δ FQD $\quad n = 90° - \frac{a}{2}$ . . .(2)

La (1)–(2) $\quad \underbrace{m - n}_{55°} = \frac{a+b}{2} \Rightarrow a + b = 110°$

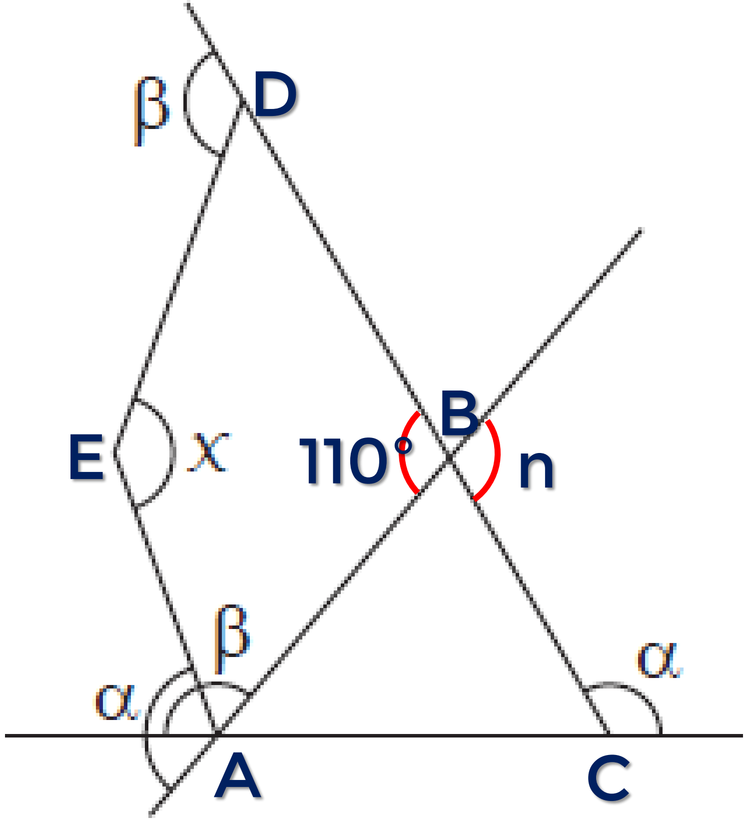
En el ▱QCP $\quad a + b = x + y$

.: x + y = 110°

PROBLEMA 9 En la figura, $\alpha + \beta = 250°$. Calcule x.

RESOLUCIÓN :

Piden: el valor de x



En el Δ ABC (suma ángulos externos)

$$\alpha + \beta + n = 360°$$

$$250° + n = 360°$$

$\boxed{n = 110°}$

En el ▱ ABDE

$$110° + x = \alpha + \beta$$

$$110° + x = 250°$$

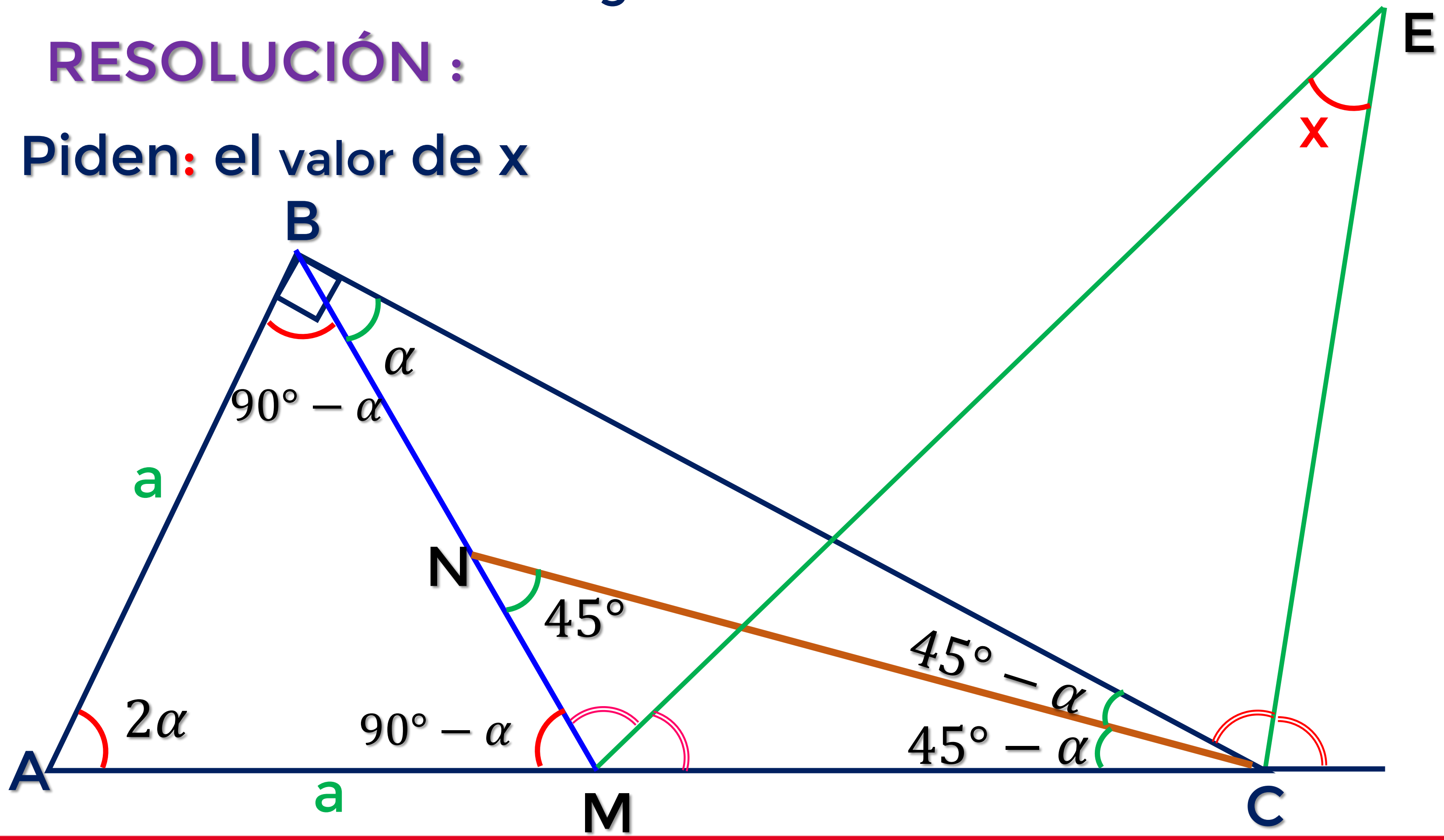
$\boxed{\therefore X = 140°}$

PROBLEMA 10

En un triángulo rectángulo ABC, recto en B, se traza la ceviana interior $\overline{BM}$ y en el triángulo BMC se traza la bisectriz interior $\overline{CN}$ ($N \in \overline{BM}$). Si AB = AM, calcule la medida del ángulo determinado por la bisectriz interior y exterior de los ángulos M y C en el triángulo MNC.

RESOLUCIÓN :

Piden: el valor de x



- m ∢ BAC = 2α
- <u>En el Δ ABM</u> (Isósceles)

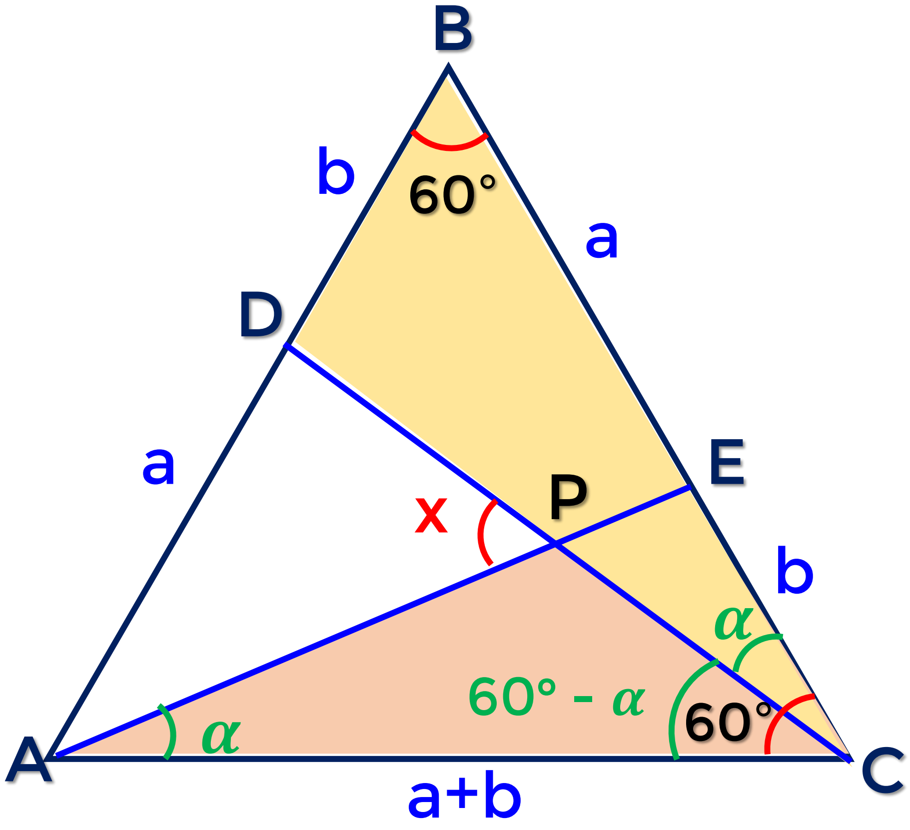
  m∢ ABM = m∢BMA = 90°-α
- $\overline{CN}$ es bisectriz del ∡ BCM
- <u>En el Δ BCN</u> (Áng. externo)
- <u>En el Δ MNC</u> X = $\frac{45°}{2}$

$\boxed{.: X = 22{,}5°}$

PROBLEMA 11 En un triángulo equilátero ABC se trazan las cevianas interiores $\overline{AE}$ y $\overline{CD}$. Si AD = BE, calcule la medida del menor ángulo que determinan $\overline{AE}$ y $\overline{CD}$.

RESOLUCIÓN :

Piden: el valor de x



- En el Δ ABC (Equilátero)

AD = BE = a y DB = EC = b

→ AB = BC = AC = a + b

- Δ CBD $\cong$ Δ ACE (LAL)

m ∢ BCD = m ∢ CAE = α

→ m ∢ PCA = 60° - α

- En el Δ APC (Ángulo externo)

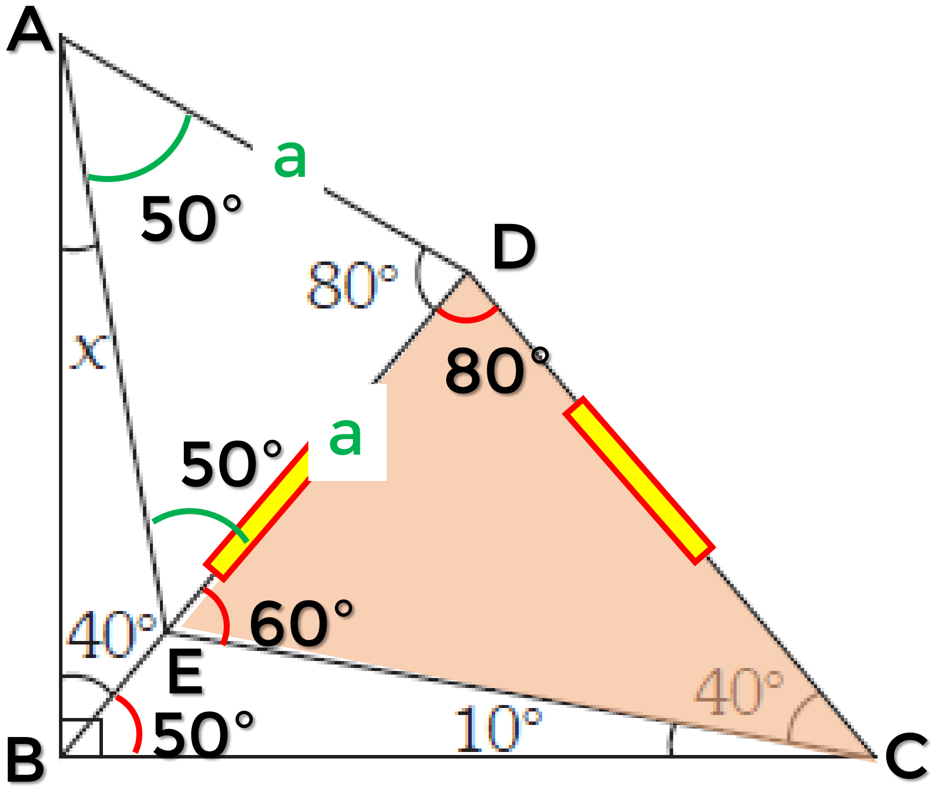
x = α + 60° - α

$\boxed{∴ X = 60°}$

PROBLEMA 12 Del gráfico, calcule x.

RESOLUCIÓN:

Piden: el valor de x



- <u>El Δ BDC</u> (Isósceles)

  m ∢ CBD = m ∢ DCB = 50° y BD = DC

- Δ CDE $\cong$ Δ BDA (ALA)

  AD = ED = a

- <u>El Δ ADE</u> (Isósceles)

  m ∢ DAE = m ∢ AED = 50°

- <u>En el Δ AEB</u> (Ángulo externo)

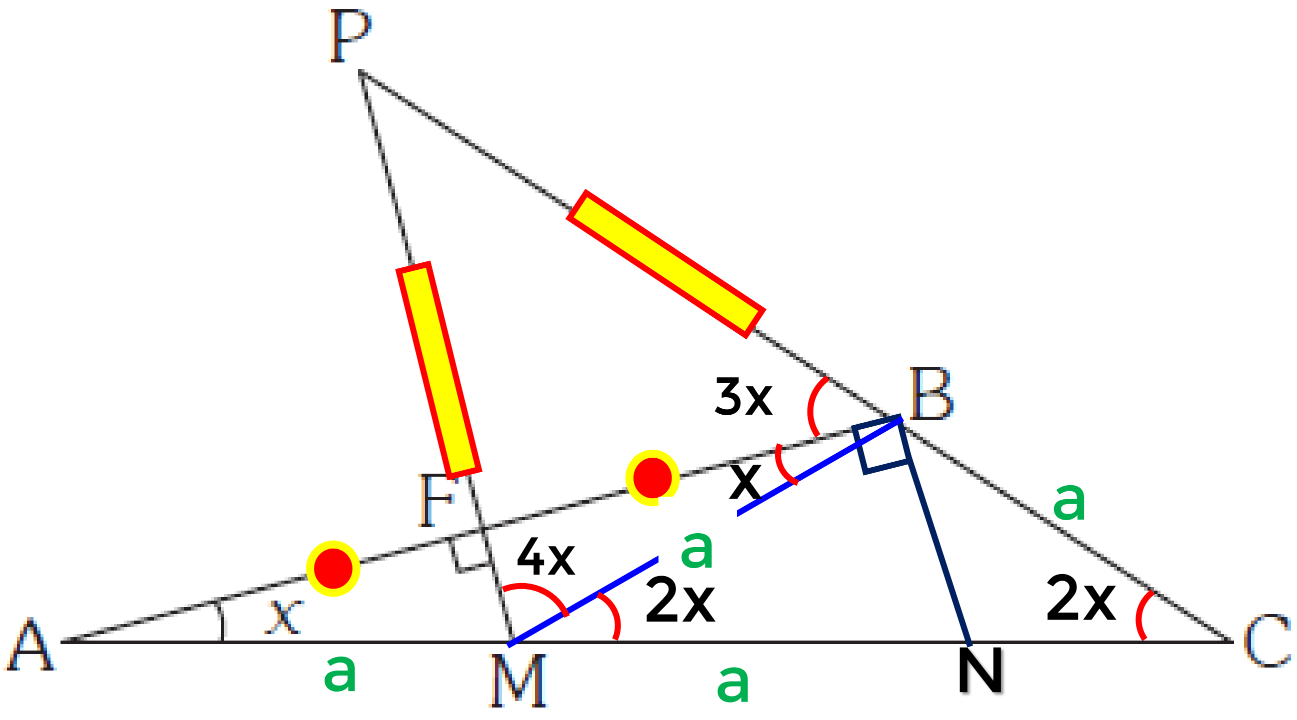
  $x + 40° = 50°$

  $\boxed{\therefore\ X = 10°}$

PROBLEMA 13 En la figura, AM = BC, AF = FB y PM = PB. Calcule x.

RESOLUCIÓN :

Piden: el valor de x



- Se traza $\overline{BN} \; // \; \overline{FM}$

  ➡ AM = MN = a

- Se traza la mediana $\overline{BM}$

  ➡ BM = MN = a

- <u>En el Δ MBC</u> (Isósceles)

  m ∢ BMC = m ∢ BCM = 2x

- <u>En el Δ MPB</u> (Isósceles)

  m ∢ PMB = m ∢ PBM = 4x

- <u>En el ⊿ MFB</u>

  x + 4X = 90°

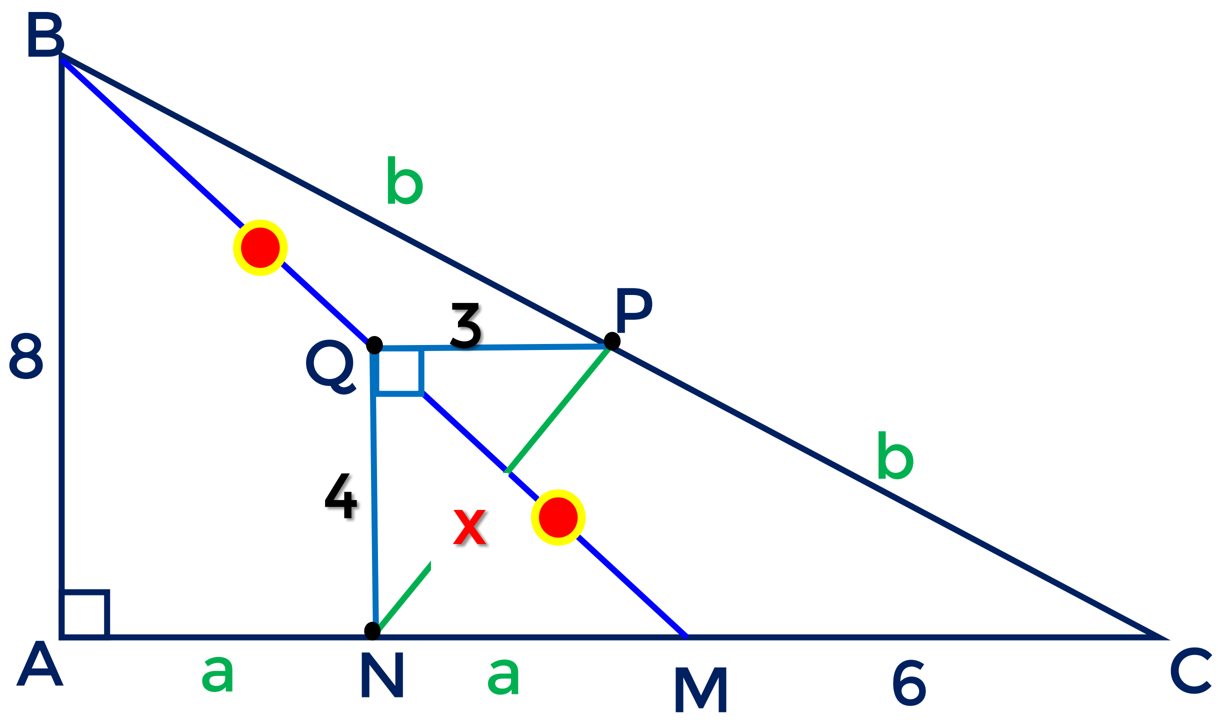
$\boxed{.:\ X = 18°}$

PROBLEMA 14

En un triángulo ABC se traza la ceviana interior $\overline{BM}$; AB = 8, MC = 6 y m∢BAC = 90°. Calcule la longitud del segmento que une los puntos medios de $\overline{AM}$ y $\overline{BC}$.

RESOLUCIÓN :

Piden: el valor de x



- Sea Q punto medio de $\overline{BM}$
- Se traza $\overline{QN}$ (Base media del ΔAMB)

  ➡ QN = 4
- Se traza $\overline{QP}$ (Base media del ΔMBC)

  ➡ QP = 3
- Además: $\overline{QN} // \overline{AB}$ y $\overline{QP} // \overline{MC}$

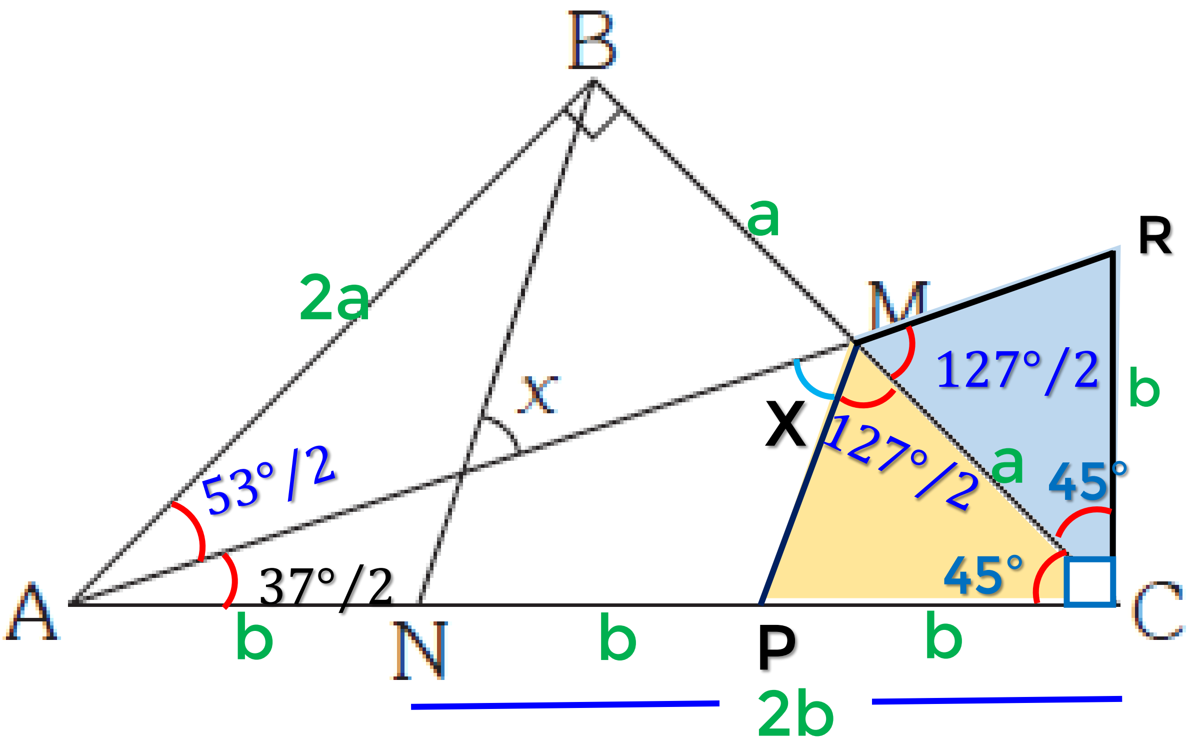
  m ∢ NQP = 90°
- **En el ⊿ NQP :** $x^2 = 3^2 + 4^2$

$\therefore$ X = 5

PROBLEMA 15 En la figura; BM = MC, AB = BC y NC = 2AN. Calcule x.

RESOLUCIÓN :

Piden: el valor de x



- E l ⊿ ABM → m ∢ BAM = 53°/2
- Se prolonga $\overline{AM}$ hasta R y se traza $\overline{RC} \perp \overline{AC}$ → m ∢ RMC = 127°/2
- Se traza: $\overline{PM}$ // $\overline{NB}$
- El ⊿ ACR → m ∢ BAM = 37°/2

  → NP = PC = RC = b
- Δ CBD ≅ Δ ACE (L – A – L)

  m ∢ RMC = m ∢ PMC = 127°/2
- En el vértice M

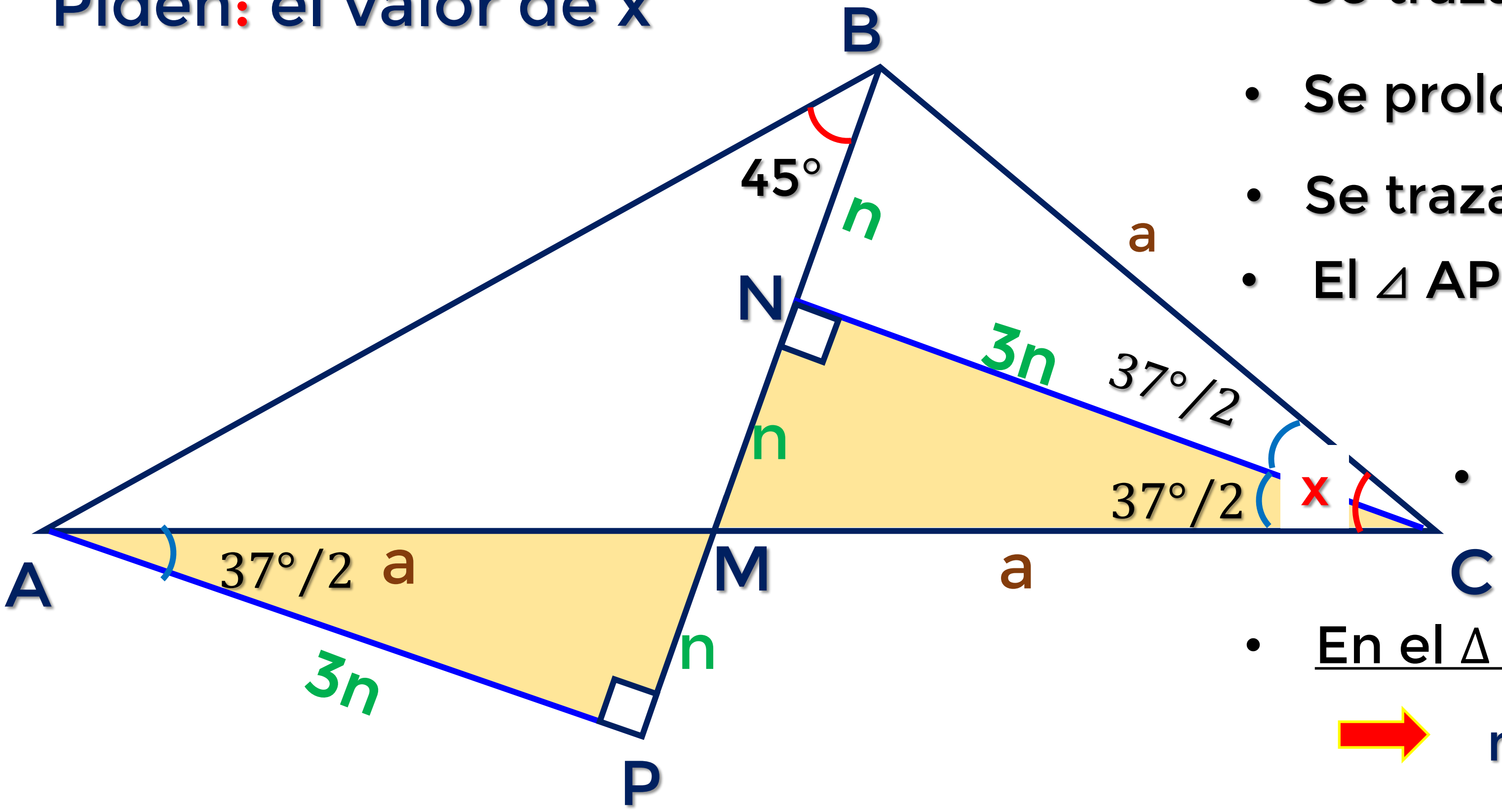
$$x + \frac{127°}{2} + \frac{127°}{2} = 180°$$

$\boxed{.: x = 53°}$

PROBLEMA 16 En un triángulo ABC se traza la mediana $\overline{BM}$, MC = BC y la m ∢ ABM = 45°. Calcule m∢ACB

RESOLUCIÓN :

Piden: el valor de x



- $\overline{BM}$ es mediana ➡ AM = MC = BC = a
- Se traza la altura $\overline{CN}$ ➡ MN = NB = n
- Se prolonga $\overline{BM}$ hasta P ➡ MP = n
- Se traza $\overline{AP} \perp \overline{MP}$
- El ⊿ APB (notable 45° - 45°)

➡ AP = PB = 3n

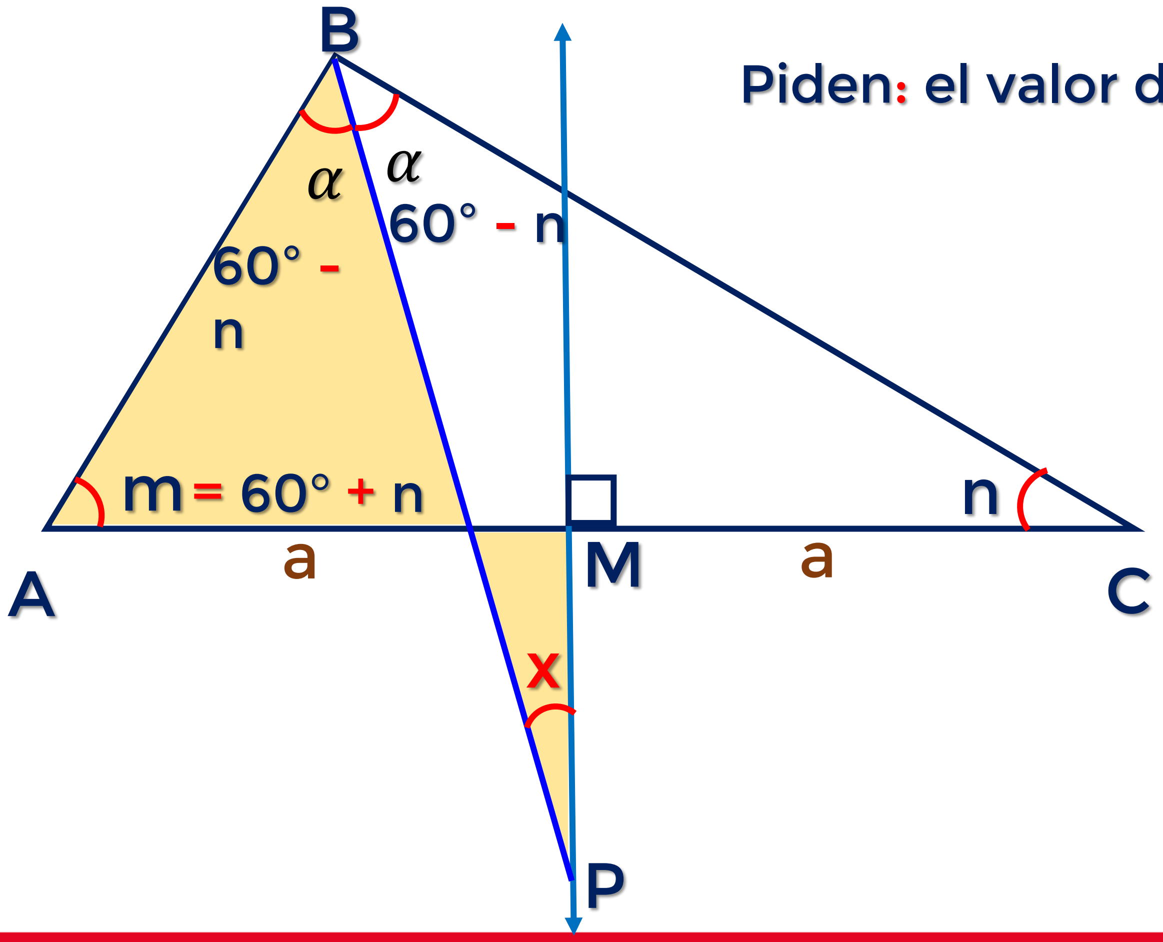
- ⊿ APM ≅ ⊿ MNC (notable 37°/2)
- <u>En el Δ MCB</u> (Isósceles)

➡ m ∢ MCN = m ∢NCB = 37°/2

$\boxed{.:\ X = 37°}$

PROBLEMA 17 En un triángulo ABC, la mediatriz de $\overline{AC}$ y la bisectriz del ángulo B se intersecan en P y m ∢ BAC – m ∢ ACB= 60°. Calcule m ∢ BPM siendo M el punto medio de $\overline{AC}$.

RESOLUCIÓN :



Piden: el valor de x

Dato: m – n = 60°

$\boxed{m = 60° + n}$

- <u>En el Δ ABC</u>

60° + n + 2α + n = 180°

2α = 120° - 2n

$\boxed{\alpha = 60° - n}$

- <u>En ABPM:</u>

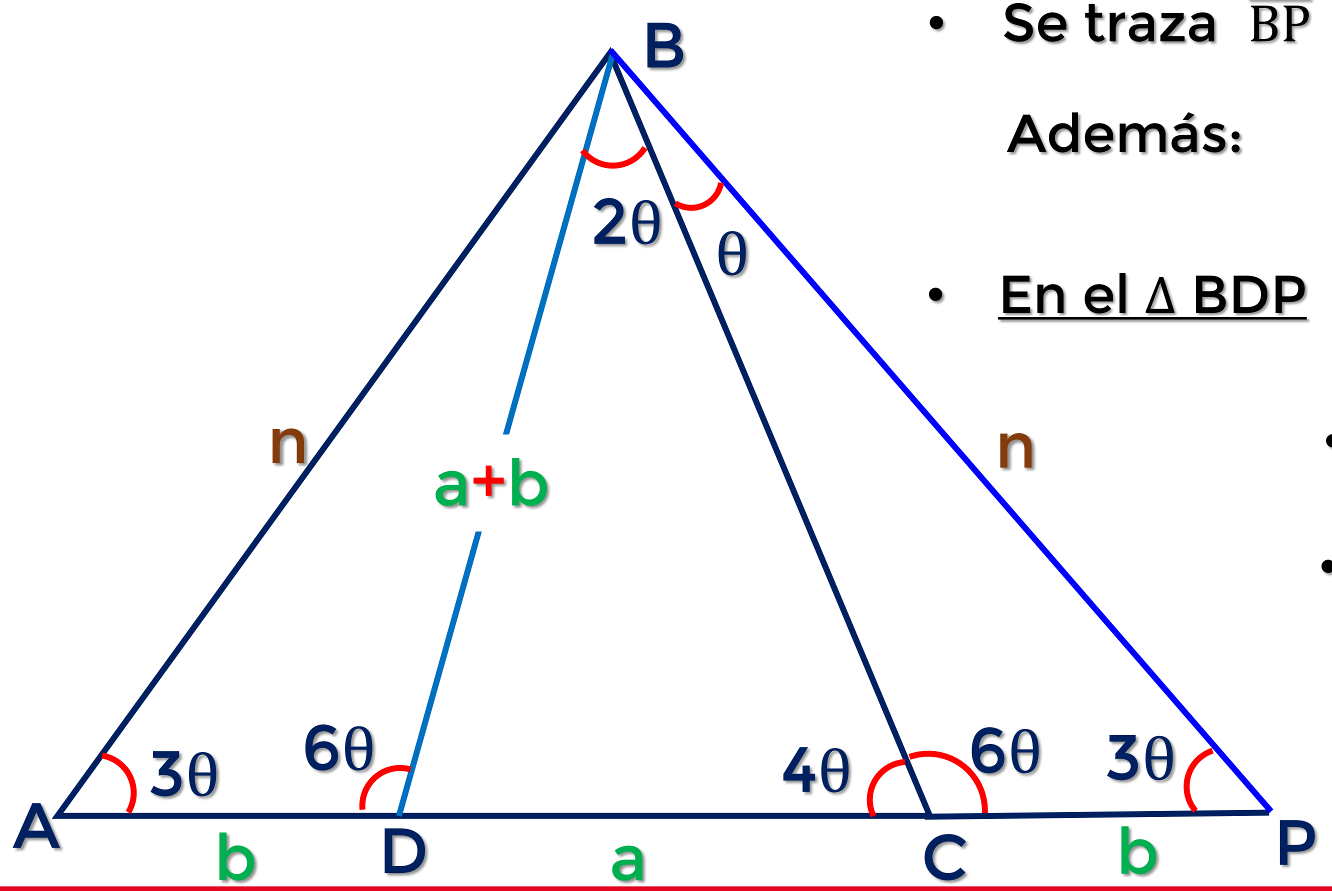
60° + n + 60° - n = 90° + x

$\boxed{.: X = 30°}$

PROBLEMA 18 En un triángulo ABC se traza la ceviana interior $\overline{BD}$ con la condición que BD = AC, m $\measuredangle$ ACB=4θ, m $\measuredangle$ BAC=3θ y m $\measuredangle$ DBC=2θ. Calcule θ.

RESOLUCIÓN :

Piden: el valor de θ



- Se prolonga $\overline{DC}$ hasta P → AD = CP = b
- Se traza $\overline{BP}$ → Δ BDP isosceles

Además: m $\measuredangle$DAB = m $\measuredangle$CPB = 3θ
m $\measuredangle$CBP = θ

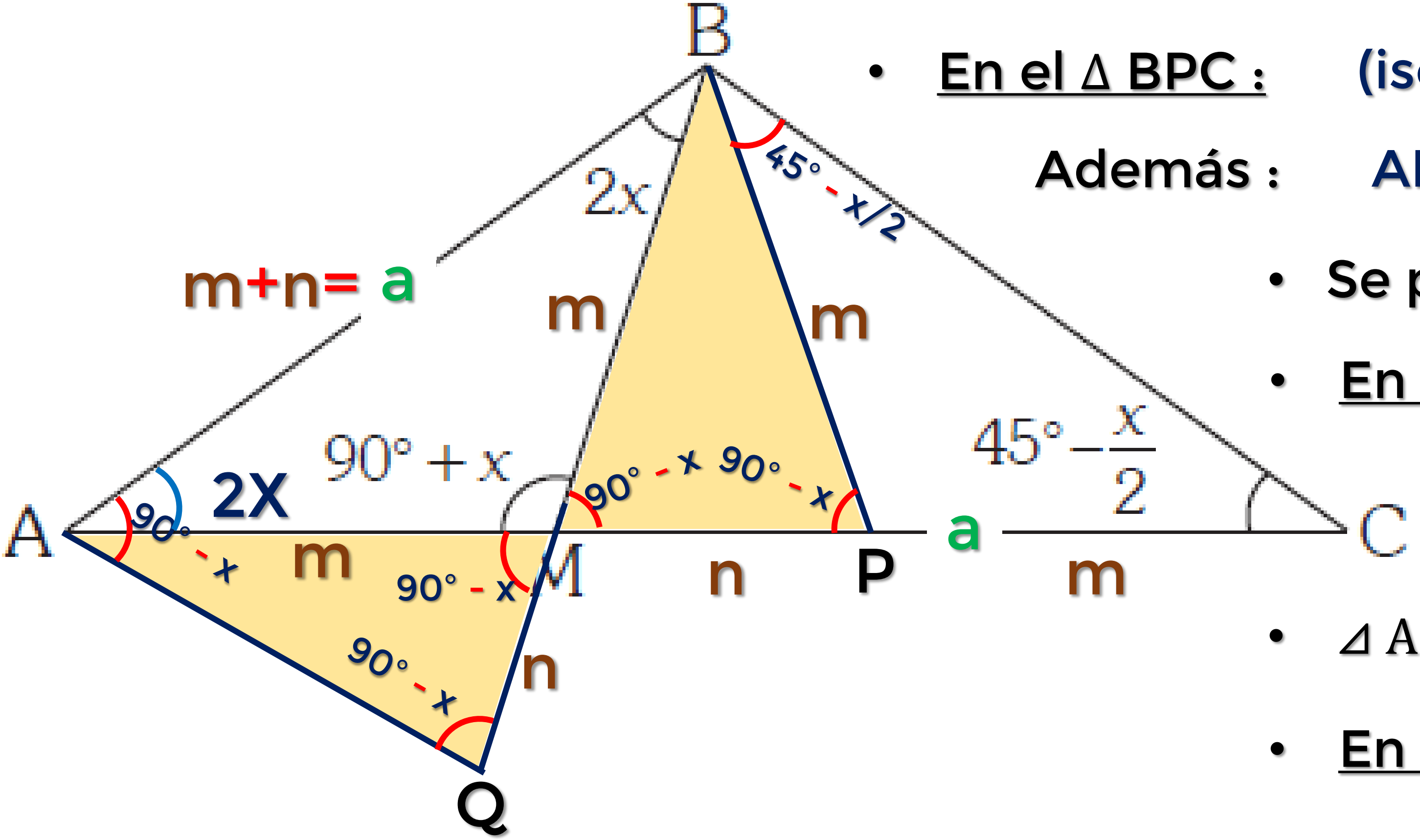
- <u>En el Δ BDP</u> (Ángulo externo) → m $\measuredangle$ ADB = 6θ
- $\Delta BAD \cong \Delta BPC$ → m $\measuredangle$BCP = 6θ
- En el vértice C : $4\theta + 6\theta = 180°$

$$\therefore \theta = 18°$$

PROBLEMA 19 En la figura, AB = MC. Calcule x.

RESOLUCIÓN :

Piden: el valor de x



- Se traza $\overline{BP}$: MB = BP = m ;m ∢PMB = m ∢MPB = 90° - x

  Además : m ∢PBC = 45° - x/2

- <u>En el Δ BPC :</u> (isósceles) BP = PC = m y MP = n

  Además : AB = m + n

- Se prolonga $\overline{BM}$ hasta Q ➡ MQ = n
- <u>En el Δ ABQ</u> (isósceles)

  m ∢QAB = m ∢AQB = 90° - x

- ⊿ AQM ≅ ⊿ BMP (AM = MB = m)
- <u>En el Δ AMB</u> 2 x + 2x = 90 - x

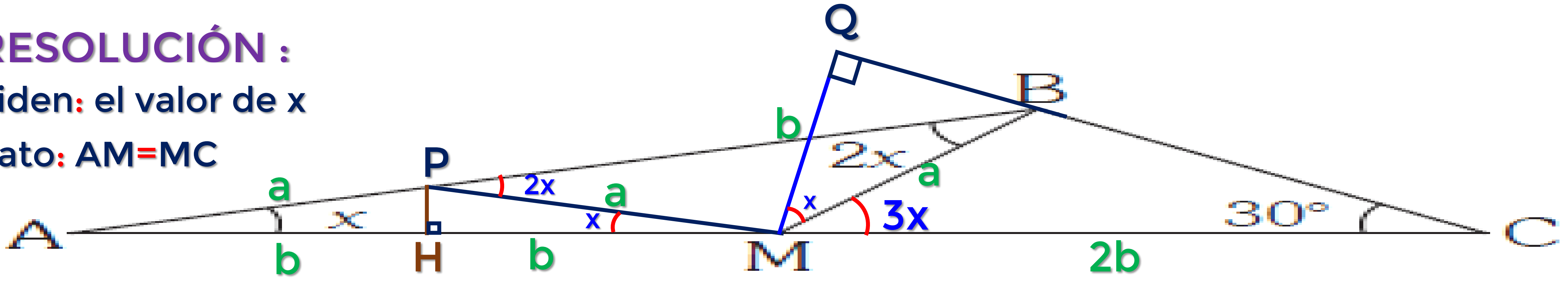
$\boxed{.:\ X = 18°}$

PROBLEMA 20 En la figura, AM = MC. Calcule x.

RESOLUCIÓN :

Piden: el valor de x

Dato: AM=MC



- Se ubica un punto P en $\overline{AB}$
- Se traza $\overline{PM}$ AP = PM = a
- Se traza la altura $\overline{PH}$ y $\overline{MQ}$
- <u>En el Δ APM</u> (Isósceles)

  m ∢PAM = m ∢PMA = x

  m ∢BPM = 2 x (Áng. Externo)

- <u>En el Δ PMB</u> (Isósceles) PM = MB = a

  AH = HM = b

  m ∢BMC = 3 x (Áng. Externo)

- En ΔMQC (notable 30°y 60°) (HM = MQ = b)
- ⊿ PHM ≅ ⊿ BQM
- El ⊿ MQC x + 3x + 30 = 90°

.: X = 15°