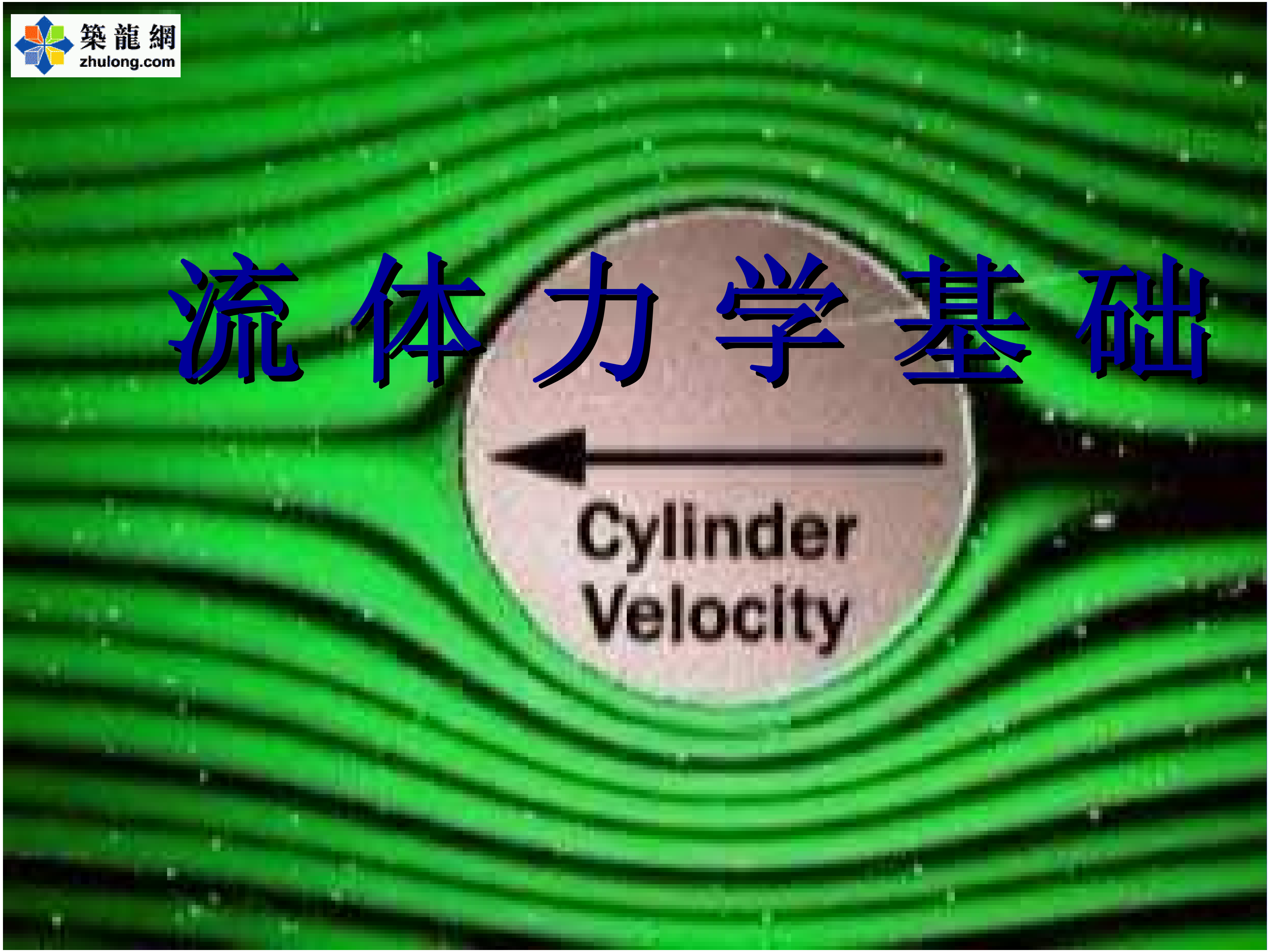
# 流 体 力 学 基 础



# 第一章　绪　论

- §1.1　流体力学的任务及其发展简史
- §1.2　流体的主要物理力学性质
- §1.3　作用在流体上的力
- §1.4　流体的力学模型

# §1.1　流体力学的任务及其发展简史

- 流体力学是研究流体的平衡和流体的机械运动规律及其在工程实际中应用的一门学科
- 流体力学研究的对象是流体，包括液体和气体
- 流体力学在许多工业部门都有着广泛的应用

# 流体力学的发展

- 古代流体力学的情况
- 16世纪以后，西方资本主义处于上升阶段，工农业生产有了很大的发展，对于流体平衡和运动规律的认识才随之有所提高
- 18至19世纪，沿着两条途径建立了流体运动的系统理论

- 一条途径是一些数学家和力学家，以牛顿力学理论和数学分析为基本方法，建立了理想液体运动的系统理论，称为“水动力学”或古典流体力学
- 代表人物有伯努利（D.I.Bernouli）、欧拉（L.Euler）等

- 1738年伯努利给出理想流体运动的能量方程

Daniel Bernoulli

- 1755年欧拉导出理想流体运动微分方程

Leonhard Euler

- 1821-1845年，纳维埃（C.L.M.H.Navier）和斯托克斯（G.G.Stokes）导出适用于实际流体运动的纳维埃-斯托克斯方程，即N-S方程

- 另一途径是一些土木工程师，根据实际工程的需要，凭借实地观察和室内试验，建立实用的经验公式，以解决实际工程问题。这些成果被总结成以实际液体为对象的重实用的水力学
- 代表人物有皮托（H.Pitot）、谢才（A.de Chezy）、达西（H.Darcy）等

- 1732年皮托发明了量测流体流速的皮托管

Henri de Pitot

- 1769年谢才建立了计算均匀流的谢才公式

Antoine Chézy

- 1856年达西提出了线性渗流的达西定律

*Henry Philibert Gaspard Darcy*

- 1883年雷诺（O.Reynolds）发表了关于层流、紊流两种流态的系列试验结果，又于1895年导出了紊流运动的雷诺方程
- 1904年普朗特（L.Prandtl）提出边界层概念，创立了边界层理论。这一理论既明确了理想流体的适用范围，又能计算实际物体运动时的阻力

- 侧重于理论分析的流体力学称为理论流体力学
- 侧重于工程应用的流体力学称为工程流体力学

# §1.2　流体的主要物理力学性质

- 惯性
- 惯性是物体保持其原有运动状态的一种性质
- 表示惯性大小的物理量是质量，质量的单位为g或kg
- 单位体积的质量是密度，密度的单位为$g/cm^3$或$kg/m^3$
- 水的密度　$\rho = 1000 kg/m^3$
- 水银的密度　$\rho = 13.6 \times 1000 kg/m^3$

均质流体的密度

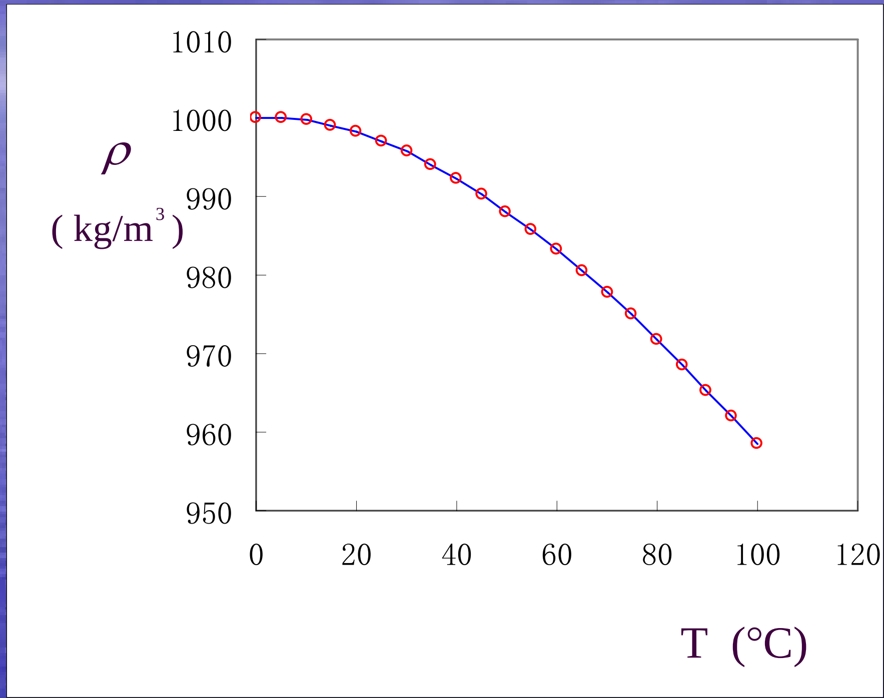
$$\rho = \frac{m}{V}$$

非均质流体的密度

$$\rho = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{dm}{dV}$$

- 水和空气的密度（一个标准大气压下）

| 温度<br>T<br>(℃) | 水<br>ρ<br>（kg/m³） | 空气<br>ρ<br>（kg/m³） | | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 999.9 | 1.293 | | |
| 5 | 1000.0 | 1.270 | | |
| 10 | 999.7 | 1.248 | | |
| 15 | 999.1 | 1.226 | | |
| 20 | 998.2 | 1.205 | | |
| 25 | 997.1 | 1.185 | | |
| 30 | 995.7 | 1.165 | | |
| 35 | 994.1 | | | |
| 40 | 992.2 | 1.128 | | |


1010
1000
990
980
970
960
950
ρ
( kg/m³ )
0
20
40
60
80
100
120
T (°C)

- 物体反抗改变原有运动状态而作用于其他物体上的反作用力称为惯性力
- 万有引力特性
- 地球对地球表面附近物体的引力称为重力。用G表示。重力的大小称为重量
- $G=mg$
- 重量的单位为N，kN
- $1N=1kg\cdot m/s^2$

- 粘性
- 流体具有流动性
- 流动性是流体受切力作用发生连续变形的性质
- 这种变形亦称为减切变形
- 流体在流动状态下抵抗减切变形的性质称为流体的粘性

# 牛顿内摩擦定律

- 液体在作层流运动时，相邻流层之间的切应力与切应变率成线性关系

$$T = \mu A \frac{du}{dy}$$

$$\tau = \mu \frac{du}{dy}$$

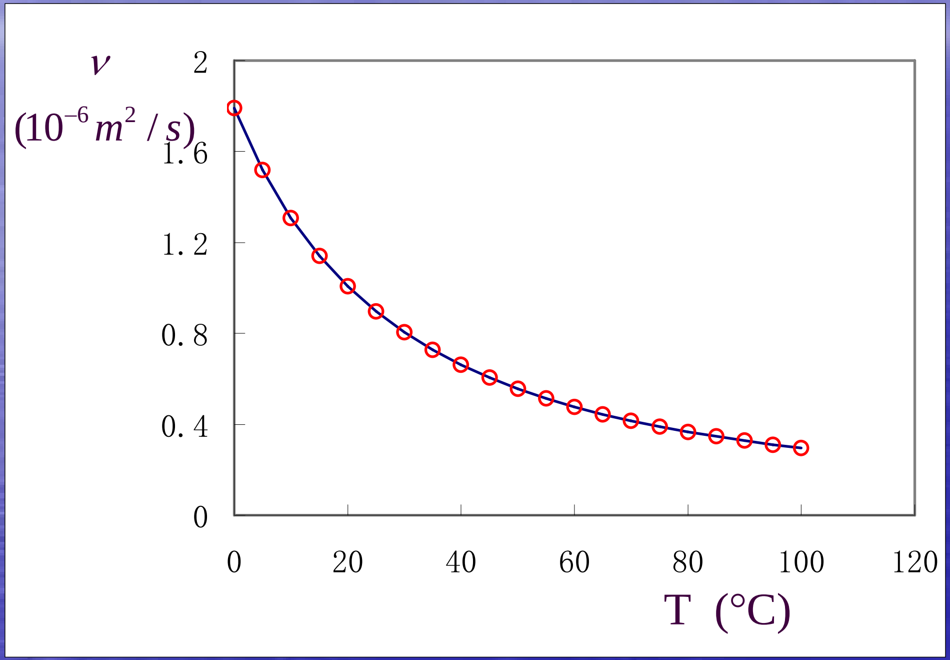
- 流体的运动粘度和动力粘度

$$\mu = \rho \nu$$

- 动力粘度 μ 的单位为N·s/ $m^2$
- 运动粘度 ν 的单位为 $m^2$/ s
- 流体的粘度与流体的种类、温度和压强有关。但对某种流体而言，粘度值受温度的影响较大

# 水和空气的物理性质

| 温度 T (℃) | 水的动力粘度 μ （$10^{-3}$N·s/m²） | 水的运动粘度 v （$10^{-6}$m²/s） | 空气的动力粘度 μ （$10^{-3}$N·s/m²） | 空气的运动粘度 v （$10^{-6}$m²/s） |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 1.792 | 1.792 | 0.0172 | 13.7 |
| 5 | 1.519 | 1.519 | | |
| 10 | 1.308 | 1.308 | 0.0178 | 14.7 |
| 15 | 1.100 | 1.141 | | |
| 20 | 1.005 | 1.007 | 0.0183 | 15.7 |
| 25 | 0.894 | 0.897 | | |
| 30 | 0.801 | 0.804 | 0.0187 | 16.6 |
| 35 | 0.723 | 0.727 | | |
| 40 | 0.656 | 0.661 | 0.0192 | 17.6 |

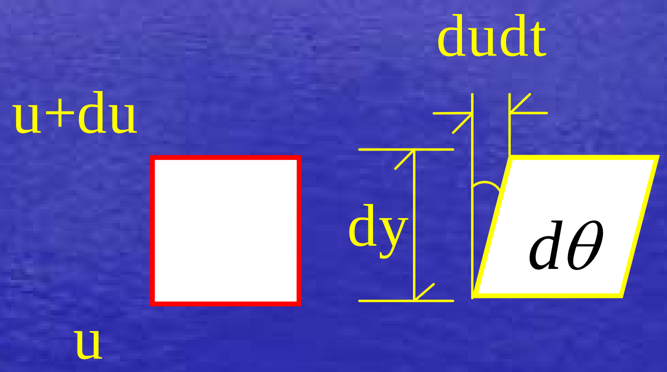


$\nu$
$(10^{-6} m^2/s)$
2
1.6
1.2
0.8
0.4
0
0
20
40
60
80
100
120
T (°C)

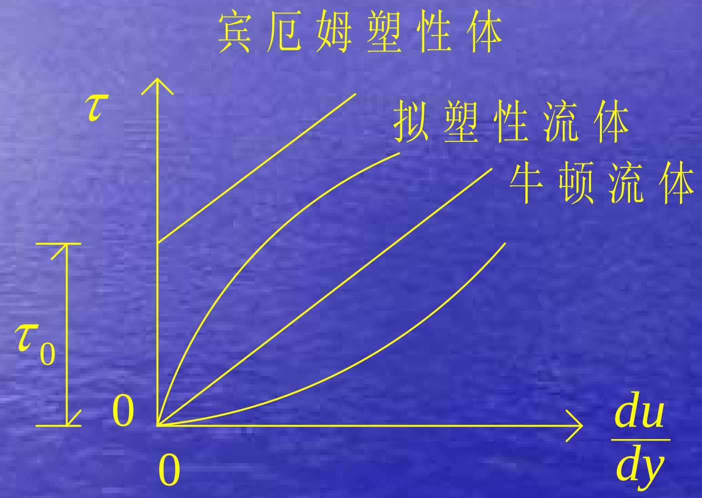
- 流速梯度可以表示为流体的切应变率或角变形率

$$d\theta = \tan d\theta = \frac{dudt}{dy}$$

$$\frac{du}{dy} = \frac{d\theta}{dt}$$



- 凡是满足牛顿内摩擦定律的流体，称为牛顿流体；反之为非牛顿流体

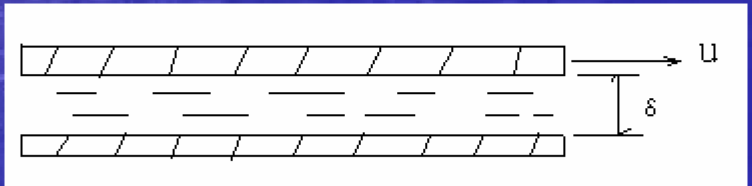


# 例 题

- 两平行平板间隙δ=1cm，水温为20℃，下板固定不动，上板以u=2m/s的速度向右运动。设流速沿间隙δ按线性分布。试求：

（1）切应力τ沿间隙的分布

（2）薄板的面积为$2m^2$，薄板的拖曳力。



- 解：（1）查表得 $\mu=1.005\times10^{-3}N\cdot s/m^2$，

$$\tau=\mu\frac{du}{dy}=\mu\frac{\Delta u}{\Delta y}=\mu\frac{u-0}{\delta}=1.005\times10^{-3}\times\frac{2-0}{0.01}=0.201N/m^2$$

（2）$F=T=\tau\cdot A=0.201\times2=0.402N$

- 压缩性和膨胀性
- 液体只能承受压力，不能承受拉力
- 体积压缩系数

$$\alpha_p = -\frac{dV/V}{dp}$$

- $\alpha_p$ 的单位为$m^2/N$
- 体积弹性模量

$$E = \frac{1}{\alpha_p} = -\frac{dp}{dV/V}$$

- E的单位为$N/m^2$
- 液体的压缩性很小，一般可将水作为不可压缩液体处理

- 体积膨胀系数 $\alpha_v = \dfrac{dV/V}{dT}$

- 气体具有显著的压缩性和膨胀性

- 当气体运动速度小于一定的速度，如50m/s，可不考虑其压缩性

- 表面张力特性
- 液体表层的分子受到上下两侧分子的引力不同，在合引力的作用下，液体表面仿佛是一张拉紧的弹性膜。从宏观上看，这种存在于液体表面上的拉力称为液体的表面张力
- 液体表面张力的大小可用表面张力系数σ表示，σ的单位为N/m
- 由于表面张力的作用，管内的液体表面会高于或低于管外的液面，称为毛细管现象
- 流体分子间的吸引力称为内聚力，流体分子与固体壁面分子之间的吸引力称为附着力

- 当温度为20℃时，水在玻璃管中的升高值的计算公式

$$h = \frac{30.2}{d}$$

- 水银在玻璃管中的降低值的计算公式

$$h = \frac{10.8}{d}$$

- 计算公式中的单位以mm计

# §1.3　作用在流体上的力

- 表面力
- 表面力是作用在流体表面或截面上且与作用面的面积成正比的力，表面力又称面积力或接触力
- 表面力包括压力和切力
- 作用于单位面积上的压力称为压强，以p表示

$$\bar{p} = \frac{\Delta P}{\Delta A} \qquad p = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta P}{\Delta A} = \frac{dp}{dA}$$

- 作用于单位面积上的切力称为切应力，以 τ 表示

$$\bar{\tau} = \frac{\Delta T}{\Delta A} \qquad \tau = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta T}{\Delta A} = \frac{dT}{dA}$$

- 压强和切应力的单位：$N/m^2$（Pa），$KN/m^2$（KPa）

- 质量力
- 质量力是作用于流体的每一个质点上且与质量成正比的力
- 对于均质流体，质量力与体积成正比，又称体积力或超距力
- 质量力包括重力和惯性力
- 单位质量所受到的质量力称为单位质量力，用f表示

对于均质流体

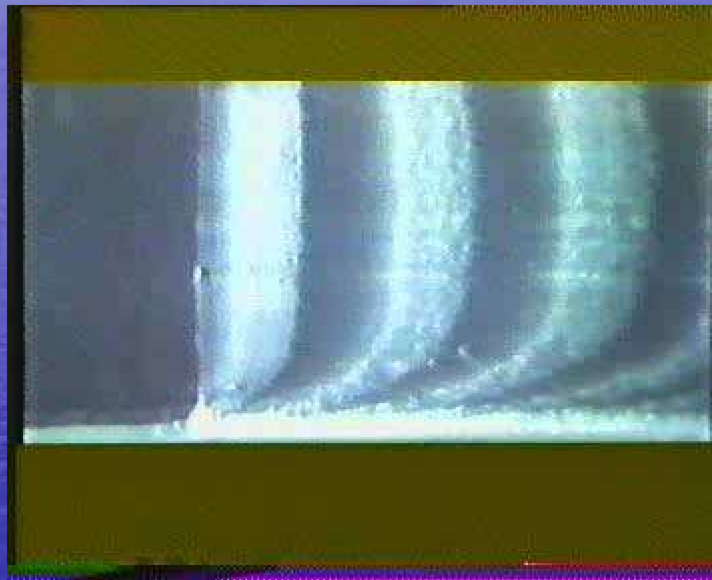
$$f = \frac{F}{m}$$

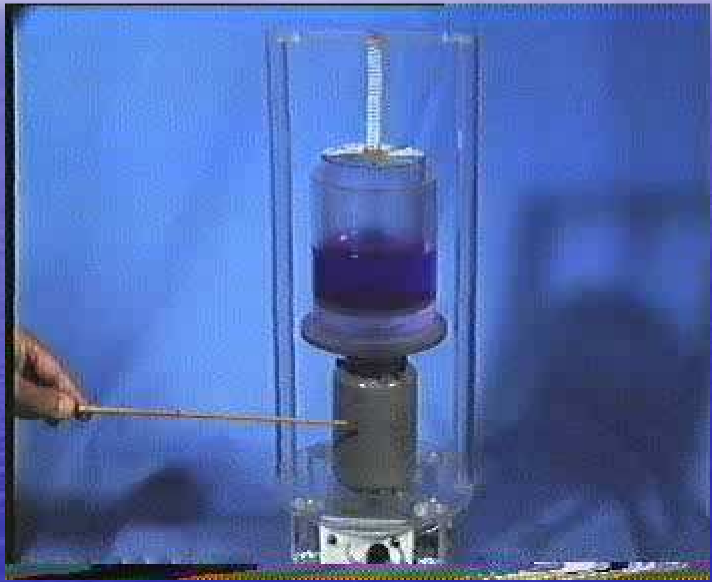
- 单位质量力在直角坐标上的投影分别为X，Y，Z

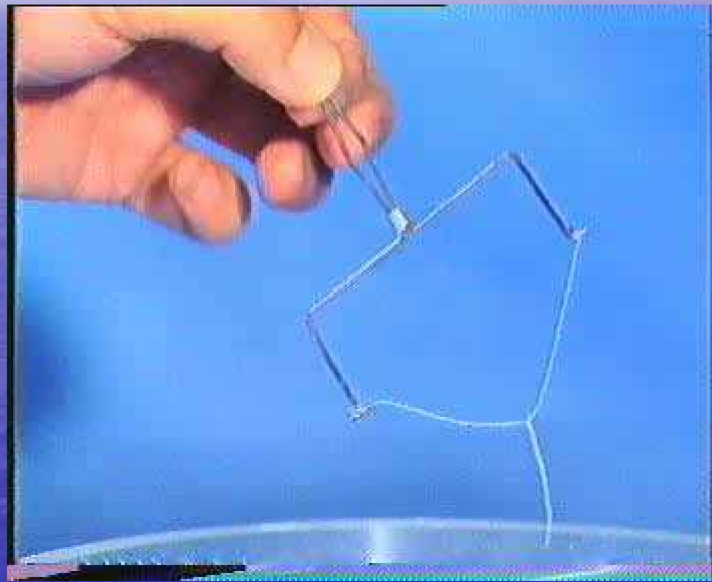
# §1.4　　流体的力学模型

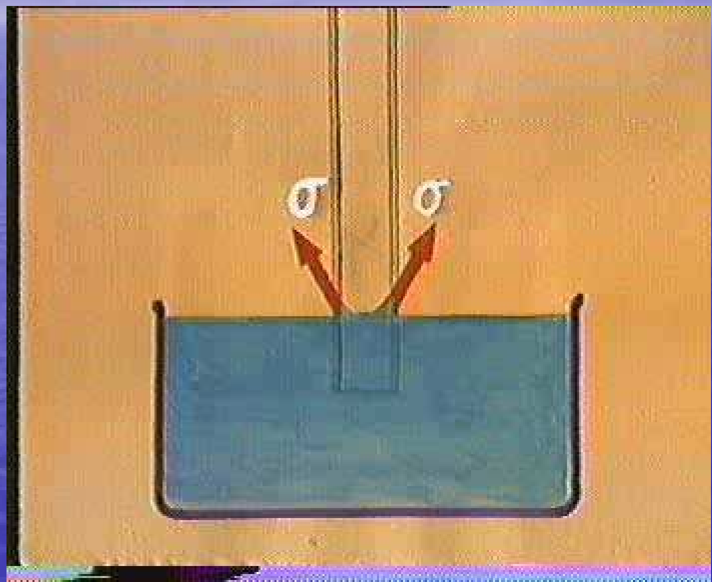
- 连续介质模型
- 流体的宏观特性和微观运动
- 质点的概念：宏观看非常小，可视为空间的一个点；微观看又很大，每个质点包含足够多的分子并保持着宏观运动的的一切特性
- 连续介质模型将流体看作由无数没有微观运动的质点组成的没有空隙的连续体，表征流体运动的各物理量在时间和空间上都是连续分布和连续变化的

- 理想流体
- 实际流体总是存在粘性，实际流体称为粘性流体
- 为简化研究，忽略流体的粘性，引入理想流体的概念
- 不可压缩流体








σ
σ

# 第二章　流体静力学

- 流体静力学研究流体在静止状态下的受力平衡规律及其在工程中的应用
- 根据力学平衡条件研究静压强的空间分布规律，确定各种承压面上静压强产生的总压力，是流体静力学的主要任务
- §2.1　流体静压强特性
- §2.2　流体平衡微分方程
- §2.3　重力场中静水压强的分布
- §2.4　平面上的总压力计算
- §2.5　曲面上的总压力计算

# §2.1　流体静压强特性

- 1、静压强的垂向性
- 2、静压强的各向等值性

## 证明第二个特性

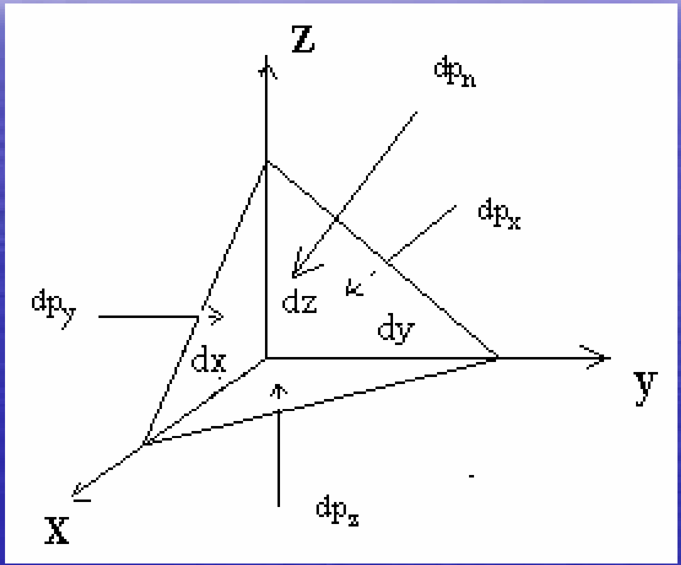
- （1）表面力

$$dP_x = p_x dA_x = p_x \frac{1}{2} dydz$$

$$dP_y = p_y dA_y = p_y \frac{1}{2} dxdz$$

$$dP_z = p_z dA_z = p_z \frac{1}{2} dxdy$$

$$dP_n = p_n dA_n$$

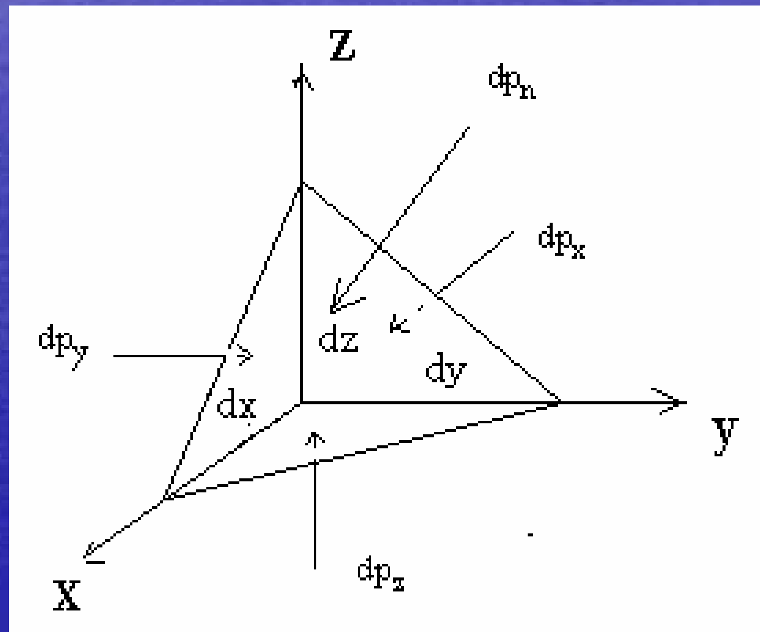


- （2）质量力

$$\frac{1}{6}X\rho dxdydz$$

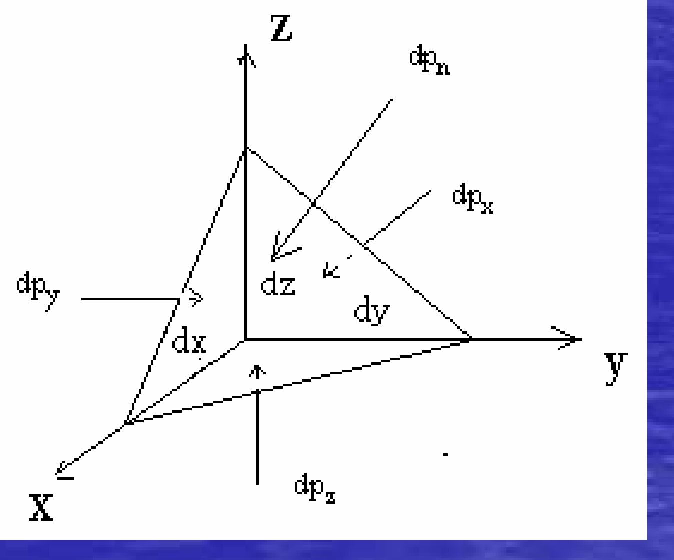
$$\frac{1}{6}Y\rho dxdydz$$

$$\frac{1}{6}Z\rho dxdydz$$



$$\sum F_x = 0 \qquad \sum F_y = 0 \qquad \sum F_z = 0$$

$$\sum F_x = p_x dA_x - p_n dA_n \cos(n, x) + \frac{1}{6} X \rho dxdydz = 0$$



- 由于

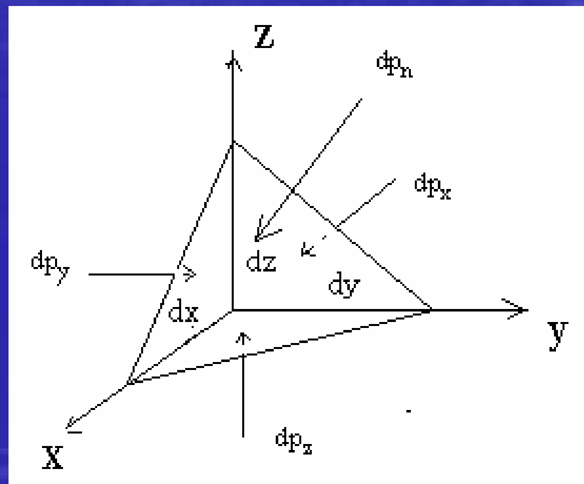
$$dA_n \cos(n,x) = dA_x = \frac{1}{2}dydz$$

$$\sum F_x = p_x dA_x - p_n dA_n \cos(n,x) + \frac{1}{6}X\rho dxdydz = 0$$

$$p_x \frac{1}{2}dydz - p_n \frac{1}{2}dydz + \frac{1}{6}X\rho dxdydz = 0$$

$$p_x - p_n + \frac{1}{3}X\rho dx = 0$$

$$p_x = p_n$$



- 同理

$$p_y = p_n \qquad p_z = p_n$$

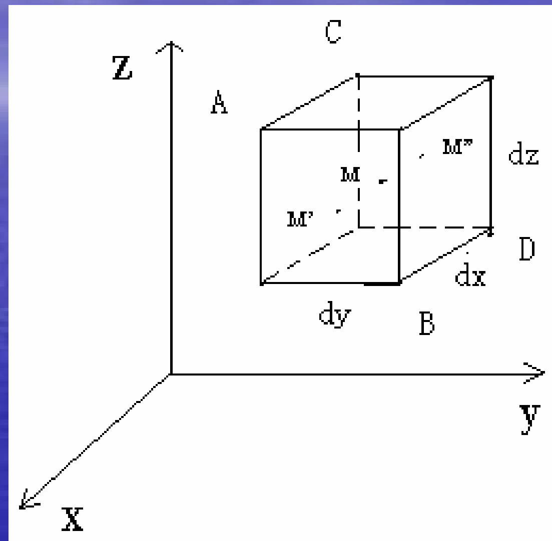
$$p_x = p_y = p_z = p_n$$

$$p = p(x, y, z)$$

静水压强是空间点坐标的标量函数

# §2.2　流体平衡微分方程

- 流体平衡微分方程的推导




（1）表面力

六面体中心点M(x，y，z)的压强为p

根据泰勒级数展开式

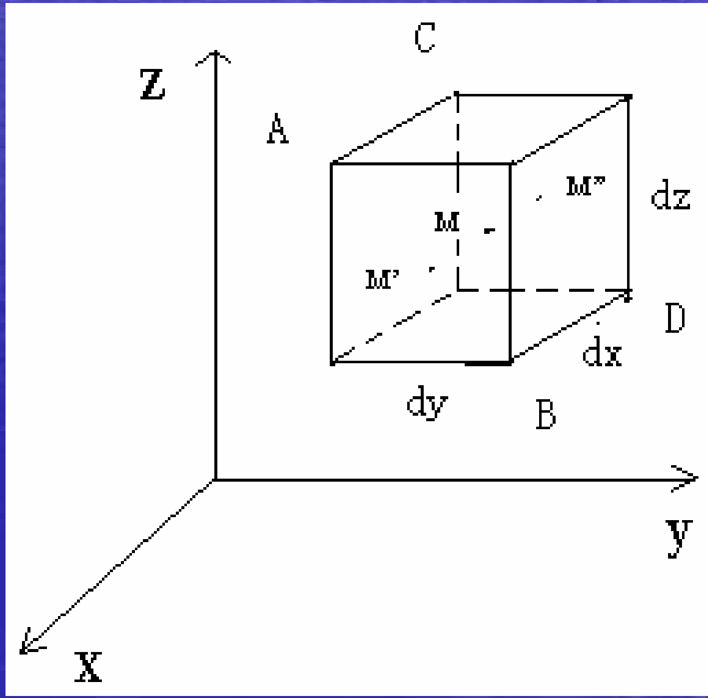
$$f(x)=f(x_o)+f'(x_o)(x-x_o)+\frac{1}{2}f''(x_o)(x-x_o)^2+\cdots\cdots$$

$M'(x+\frac{1}{2}dx,y,z)$ 点的压强为 $(p+\frac{\partial p}{\partial x}\frac{dx}{2})$

$$M''(x-\frac{1}{2}dx, y, z)$$ 点的压强为 $$(p-\frac{\partial p}{\partial x}\frac{dx}{2})$$

$$dP_{AB}=(p+\frac{\partial p}{\partial x}\frac{dx}{2})dydz$$

$$dP_{CD}=(p-\frac{\partial p}{\partial x}\frac{dx}{2})dydz$$



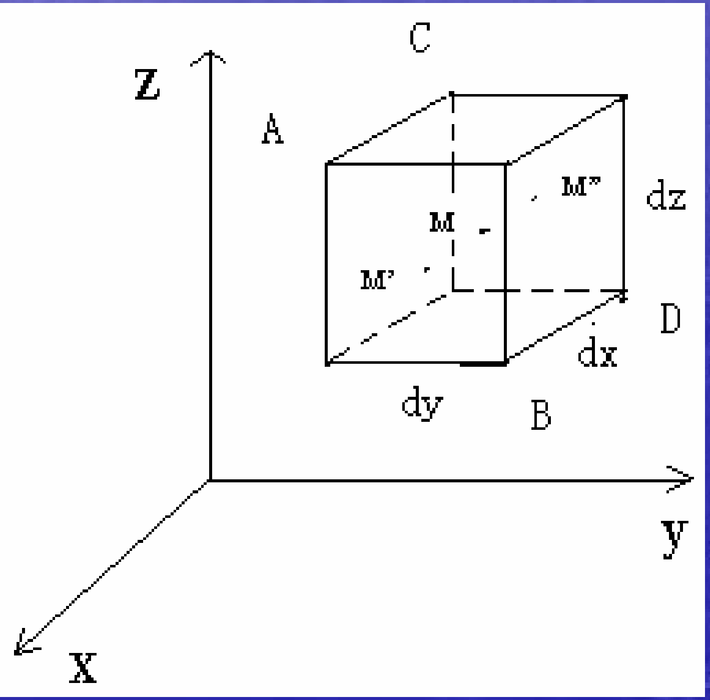
- （2）质量力

$\rho dxdydz$

$X\rho dxdydz$

$Y\rho dxdydz$

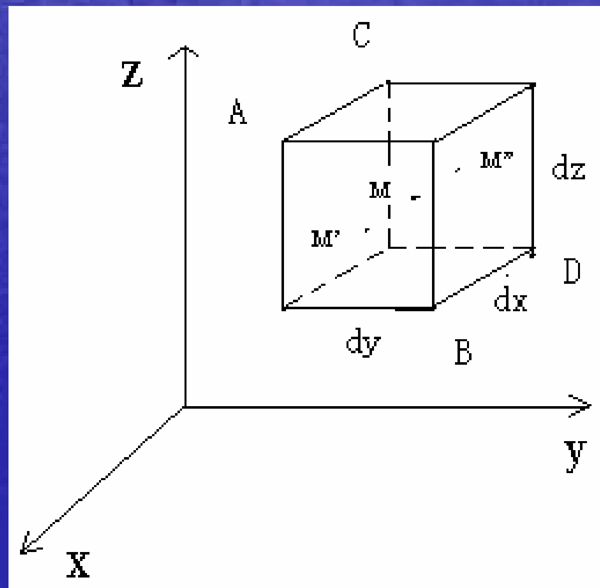
$Z\rho dxdydz$



- X方向平衡微分方程

$$(p-\frac{\partial p}{\partial x}\frac{dx}{2})dydz-(p+\frac{\partial p}{\partial x}\frac{dx}{2})dydz+X\rho dxdydz=0$$

$$X-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}=0$$



$$X-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}=0$$

$$Y-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}=0$$

$$Z-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}=0$$

由瑞士学者欧拉于1775年首次导出，称为欧拉平衡微分方程

$$Xdx+Ydy+Zdz=\frac{1}{\rho}(\frac{\partial p}{\partial x}dx+\frac{\partial p}{\partial y}dy+\frac{\partial p}{\partial z}dz)$$

$$dp=\rho(Xdx+Ydy+Zdz)$$

- 有势力场中的静压强

$$dp = \rho dW \qquad W = W(x, y, z)$$

$$dW = Xdx + Ydy + Zdz$$

$$dW = \frac{\partial W}{\partial x}dx + \frac{\partial W}{\partial y}dy + \frac{\partial W}{\partial z}dz$$

$$X = \frac{\partial W}{\partial x} \qquad Y = \frac{\partial W}{\partial y} \qquad Z = \frac{\partial W}{\partial z}$$

- 等压面

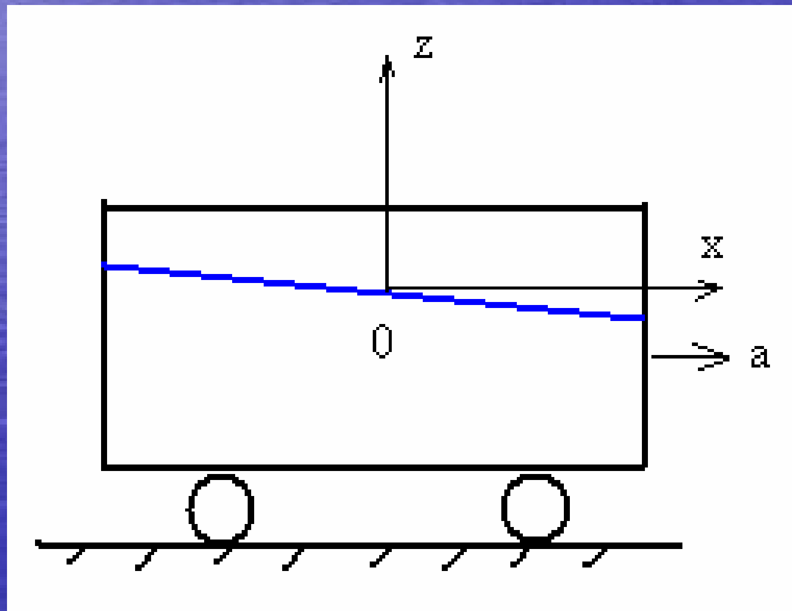
$$dp = \rho(Xdx + Ydy + Zdz)$$

$$Xdx + Ydy + Zdz = 0$$

$$\vec{f} \cdot d\vec{s} = 0$$

- 质量力势函数和有势力
- 等压面上任意点处的质量力与等压面正交

- 例题：一洒水车以加速度a沿x方向行驶，求压强分布与自由面方程。



# §2.3　重力场中静水压强的分布

- 重力场中流体的平衡方程

$$dp = \rho(Xdx + Ydy + Zdz)$$

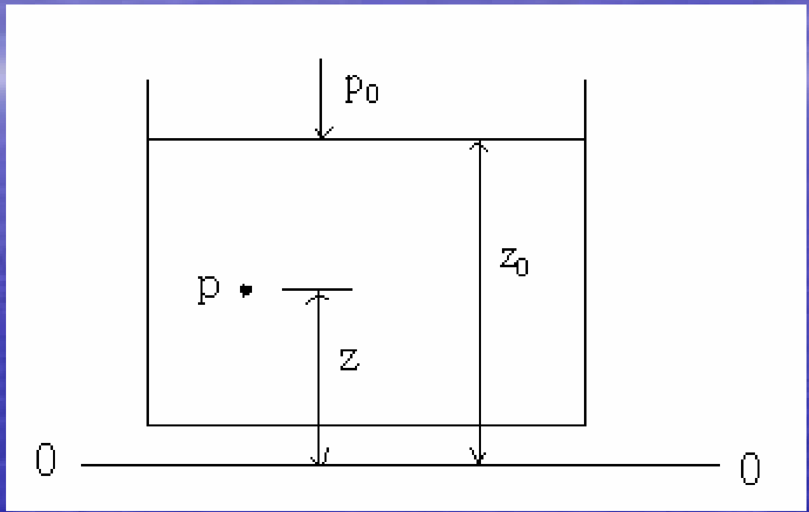
$X=Y=0,\ Z=-g$

$dp = -\rho g dz$

$p = -\rho g z + C'$

$$z + \frac{p}{\rho g} = C$$

$$z+\frac{p}{\rho g}=z_o+\frac{p_o}{\rho g}$$




$$p=p_o+\rho g(z_o-z)=p_o+\rho gh$$

- 液体静力学基本方程

- 绝对压强、相对压强与真空值
- 标准大气压

$$p_{标准} = 13.6 \times 1000 \times 9.81 \times 0.76 = 101.293 KN/m^2$$

工程大气压

$$p_{工程} = 1000 \times 9.81 \times 10 = 98.1 KN/m^2$$

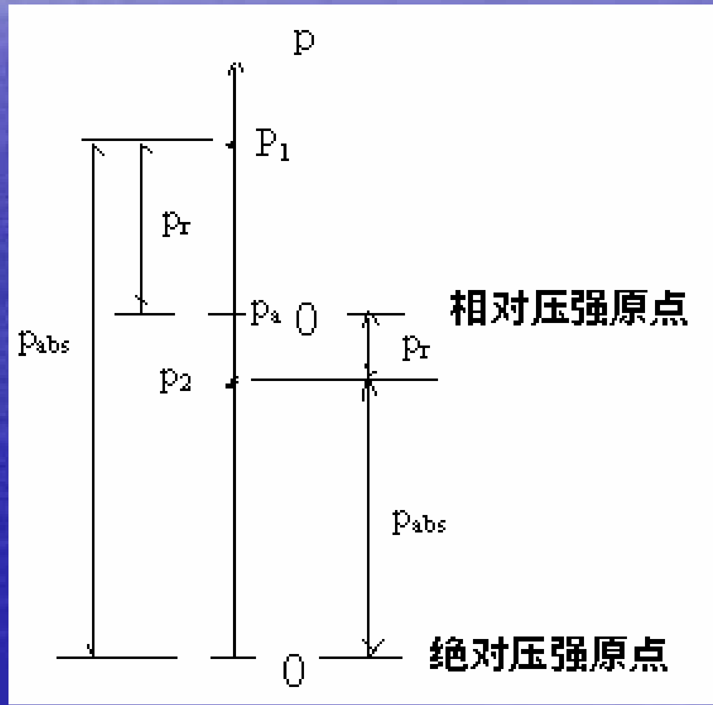
当地大气压 $p_a$

- 绝对压强 $p_{abs}$
- 相对压强 $p_r$

$$p_r = p_{abs} - p_a$$

- 负压　　真空
- 真空压强

$$p_v = p_a - p$$

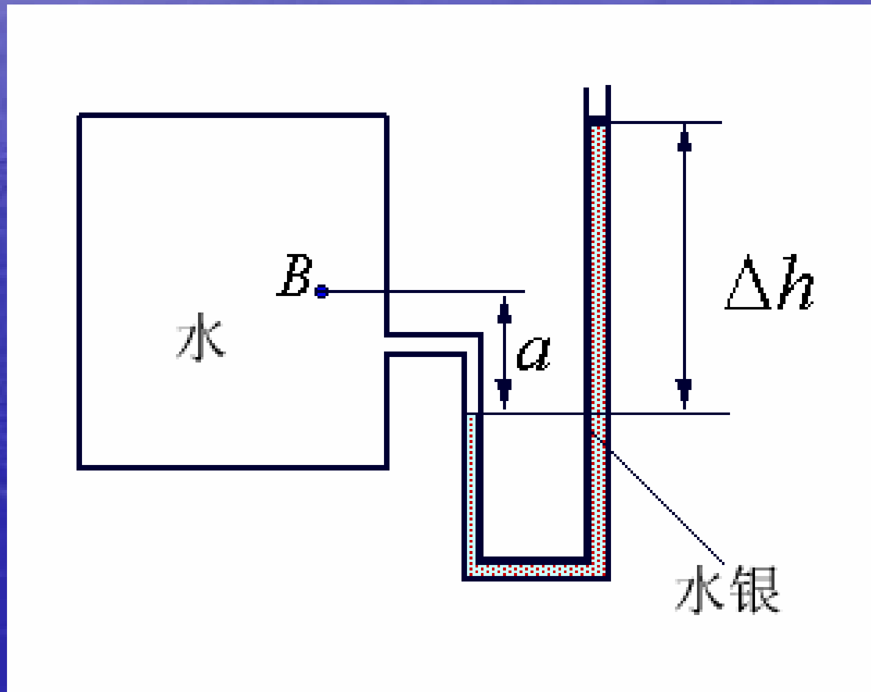


# 等压面的应用

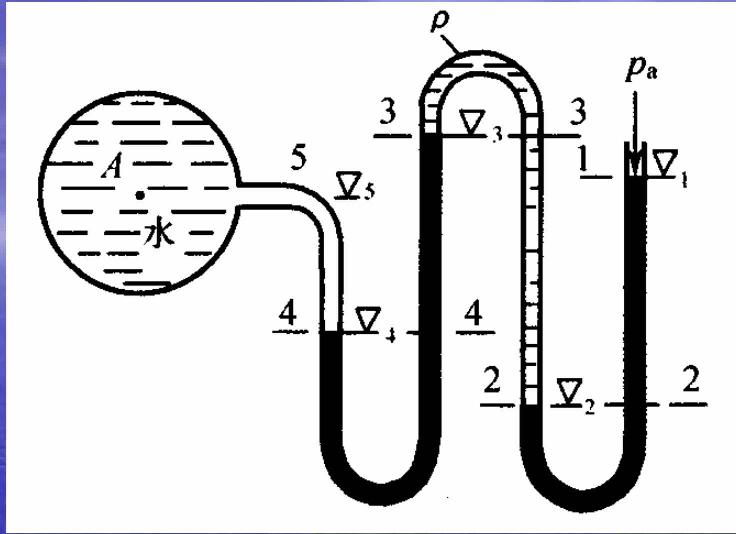
- U形水银测压计

$$p_a + \rho_m g\Delta h - \rho g a = p_B$$

$$p_B = p_a + \rho_m g\Delta h - \rho g a$$



- 例：在管道M上装一复式U形水银测压计，已知测压计上各液面及A点的标高为：$\nabla_1$=1.8m，$\nabla_2$=0.6m，$\nabla_3$=2.0m，$\nabla_4$=1.0m，$\nabla_A$=$\nabla_5$=1.5m。试确定管中A点压强。




- 解：

$$p_A = p_a + \rho_m g(\nabla_1 - \nabla_2) - \rho g(\nabla_3 - \nabla_2) + \rho_m g(\nabla_3 - \nabla_4) - \rho g(\nabla_5 - \nabla_4)$$

$$= p_a + \rho_m g(\nabla_1 - \nabla_2 + \nabla_3 - \nabla_4) - \rho g(\nabla_3 - \nabla_2 + \nabla_5 - \nabla_4)$$

$$= p_a + \rho_m g(1.8 - 0.6 + 2.0 - 1.0) - \rho g(2.0 - 0.6 + 1.5 - 1.0)$$

$$= p_a + 13.6\times 10^3 \times 9.81 \times 2.2 - 10^3 \times 9.81 \times 1.9$$

$$= p_a + 274.88\times 10^3 (N/m^2)$$

$$p_{Aabs} = 101.3 + 274.9 = 376.2 KN / m^2$$

$$p_A = 274.9 KN / m^2$$

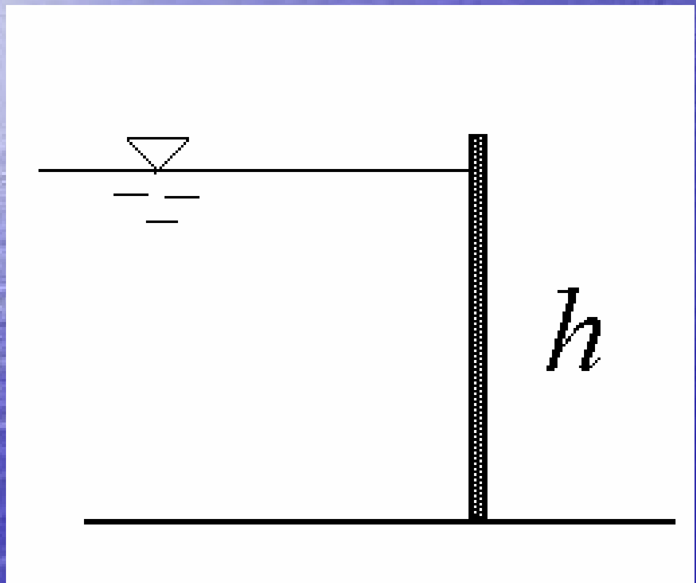
- 水头、液柱高度与能量守衡

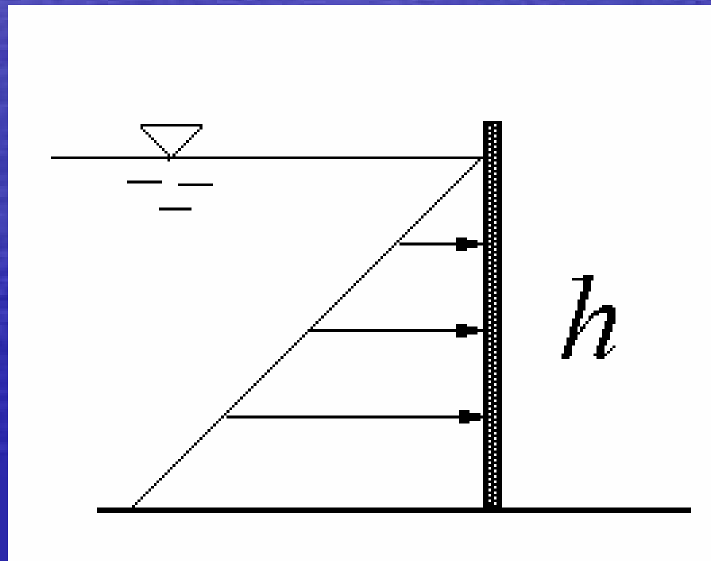
$$z + \frac{p}{\rho g} = C$$

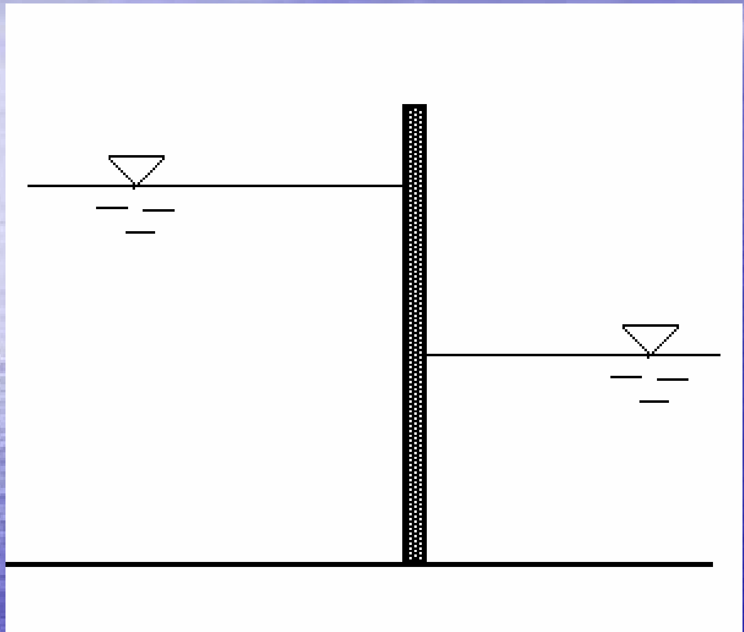
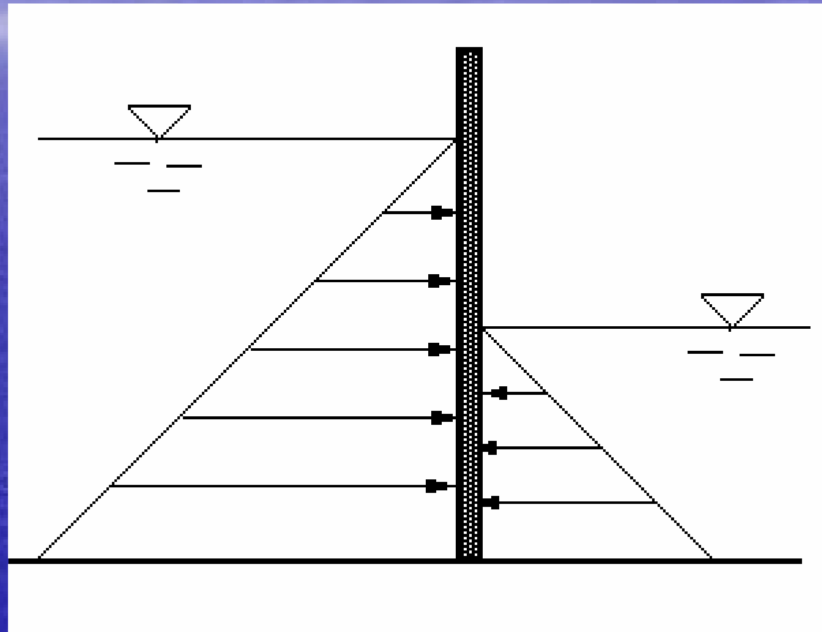
| | 能量意义 | 几何意义 |
| --- | --- | --- |
| $z$ | 单位重量液体的位置势能。 | 位置水头 |
| $\dfrac{p}{\rho g}$ | 单位重量液体的压强势能 | 压强水头 |
| $z+\dfrac{p}{\rho g}$ | 单位重量液体的总势能 | 测压管水头 |
| $\dfrac{v^2}{2g}$ | 单位重量液体的动能 | 流速水头 |
| $z+\dfrac{p}{\rho g}+\dfrac{v^2}{2g}$ | 单位重量液体的总能量 | 总水头 |

# §2.4　平面上的总压力计算

- 压强分布图



- 总压力计算的解析法

1. 静止液体总压力的大小

$$p = \rho g h$$

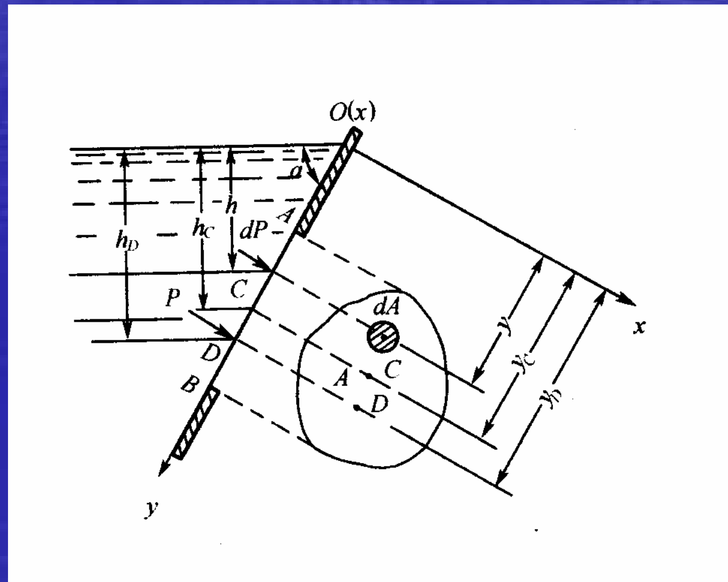
$$dP = p dA = \rho g h dA = \rho g y \sin\alpha dA$$

$$P = \int dP = \int_A \rho g y \sin\alpha dA$$

$$= \rho g \sin\alpha \int_A y dA$$

$$= \rho g \sin\alpha \, y_c A$$

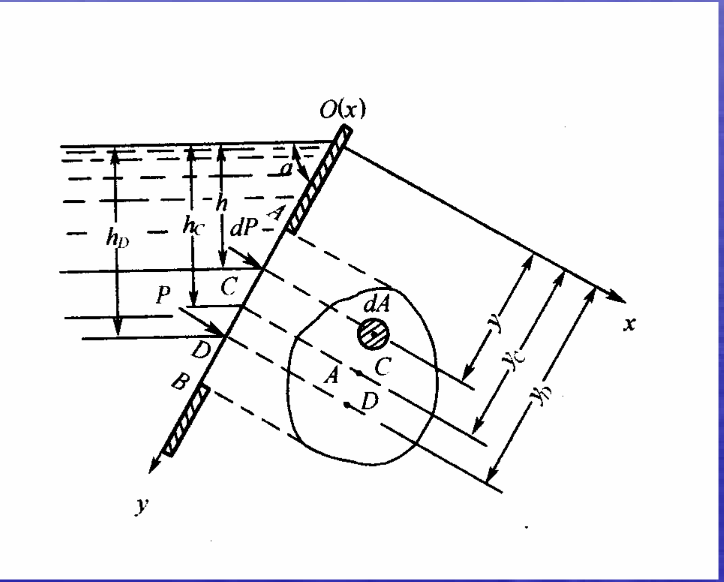
$$= \rho g h_c A \quad = p_c A$$



2. 静止液体总压力的作用点

合力矩定理：合力对任一轴的力矩等于各分力对同一轴力矩之和

$$P \cdot y_D = \int_A y dP = \int_A y p dA$$




$$y_D = \frac{1}{P}\int_A y p dA$$

$$x_D = \frac{1}{P}\int_A x p dA$$

$$y_D = \frac{1}{\rho g \sin\alpha y_c A}\int_A y \rho g y \sin\alpha dA$$

$$= \frac{1}{y_c A}\int_A y^2 dA = \frac{I_x}{y_c A}$$

- 惯性矩的平行移轴定理

$$I_x = I_{xc} + y_c^2 A$$

$$I_{xc} = \int_A (y - y_c)^2 dA$$

$$= \int_A (y^2 - 2yy_c + y_c^2) dA$$

$$= \int_A y^2 dA - 2\int_A yy_c dA + \int_A y_c^2 dA$$

$$= I_x - 2y_c \int_A y dA + y_c^2 \int_A dA$$

$$= I_x - 2y_c y_c A + y_c^2 A \quad = I_x - y_c^2 A$$

$$I_x = I_{xc} + y_c^2 A$$

$$y_D = \frac{I_x}{y_c A} = \frac{I_{xc} + y_c^2 A}{y_c A} = y_c + \frac{I_{xc}}{y_c A}$$

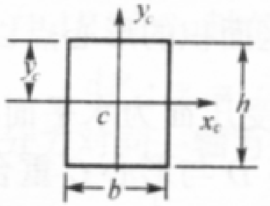
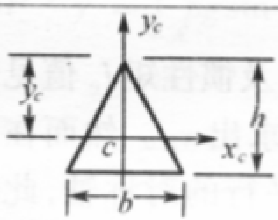
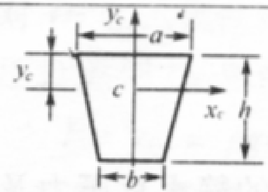
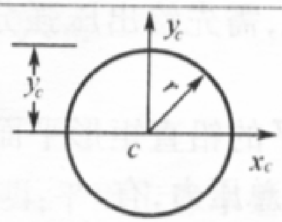
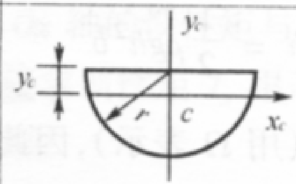
$$P = p_c A \qquad y_D = y_c + \frac{I_{xc}}{y_c A}$$

矩形

圆

$$I_{xc} = \frac{1}{12} b h^3 \qquad I_{xc} = \frac{1}{4} \pi r^4$$

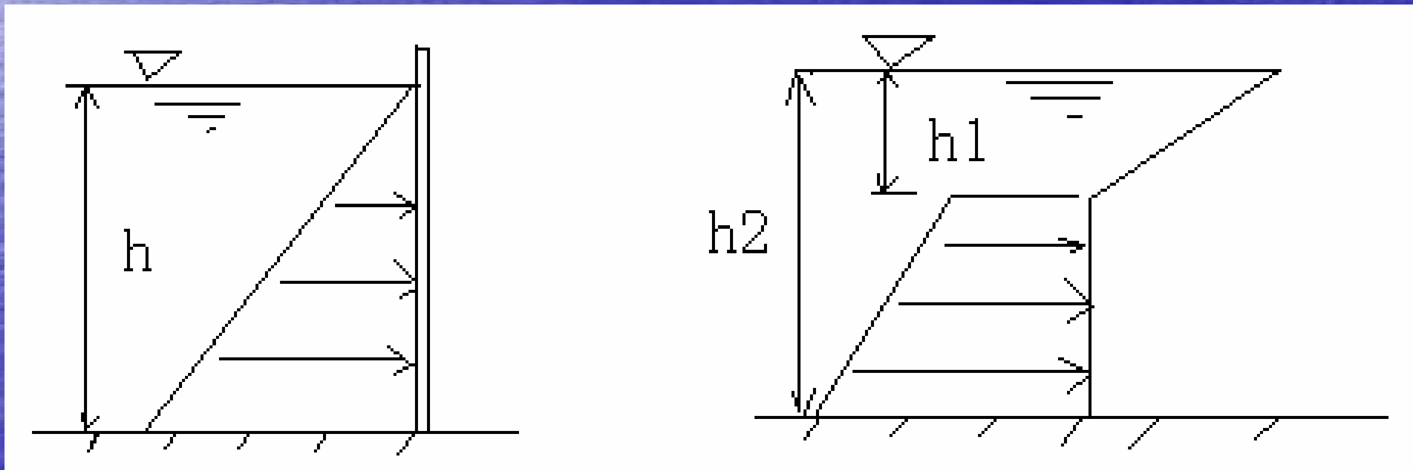
表 2.1　　常见图形的 $A$, $y_c$ 及 $I_c$ 值

| 几　何　图　形 | | 面积 $A$ | 形心纵坐标 $y_c$ | 对形心横轴的惯性矩 $I_c$ |
|---|---|---|---|---|
| 矩　形 |  | $bh$ | $\frac{1}{2}h$ | $\frac{1}{12}bh^3$ |
| 三角形 |  | $\frac{1}{2}bh$ | $\frac{2}{3}h$ | $\frac{1}{36}bh^3$ |
| 梯　形 |  | $\frac{1}{2}h(a+b)$ | $\frac{h}{3}\left(\frac{a+2b}{a+b}\right)$ | $\frac{1}{36}h^3\left(\frac{a^2+4ab+b^2}{a+b}\right)$ |
| 圆　形 |  | $\pi r^2$ | $r$ | $\frac{1}{4}\pi r^4$ |
| 半圆形 |  | $\frac{1}{2}\pi r^2$ | $\frac{4}{3}\frac{r}{\pi}$ | $\frac{9\pi^2-64}{72\pi}r^4$ |

- 总压力计算的图解法
- 适用于上、下边与水面平行的矩形平面上的静水总压力及其作用点位置。

1. 静止液体总压力的大小

$$P = \Omega b$$



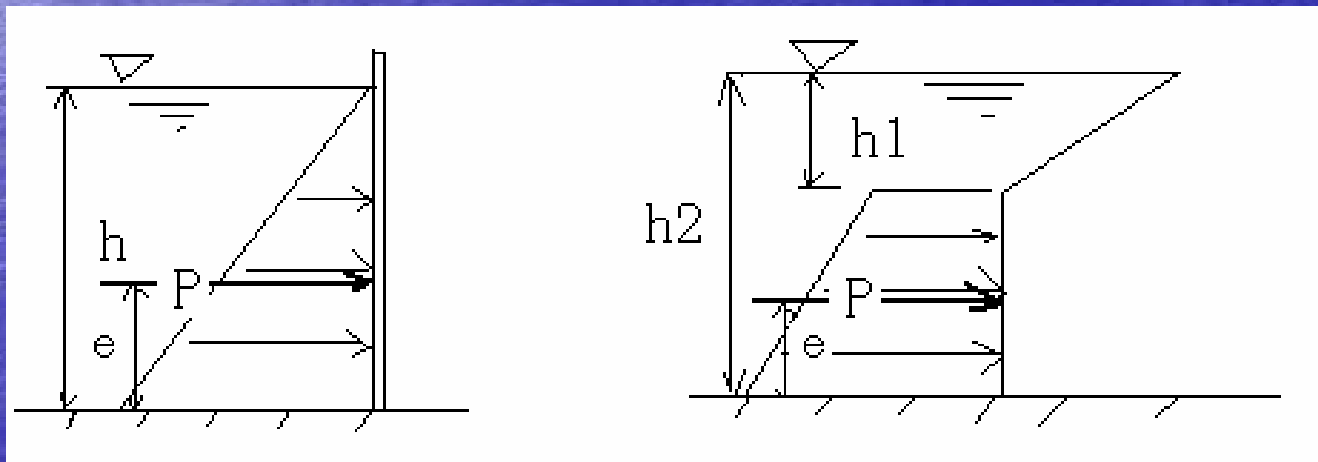
2. 静止液体总压力的作用点

- 三角形压强分布

$$e=\frac{1}{3}h$$

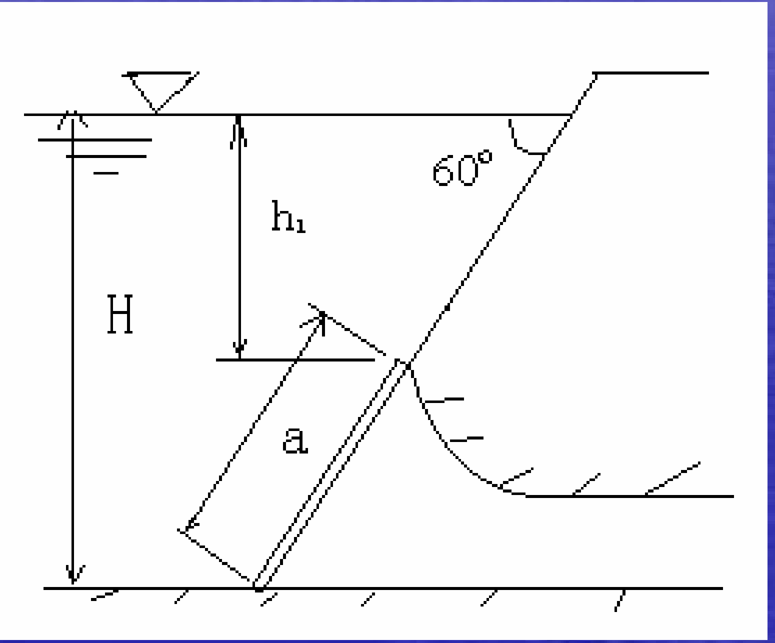
梯形压强分布

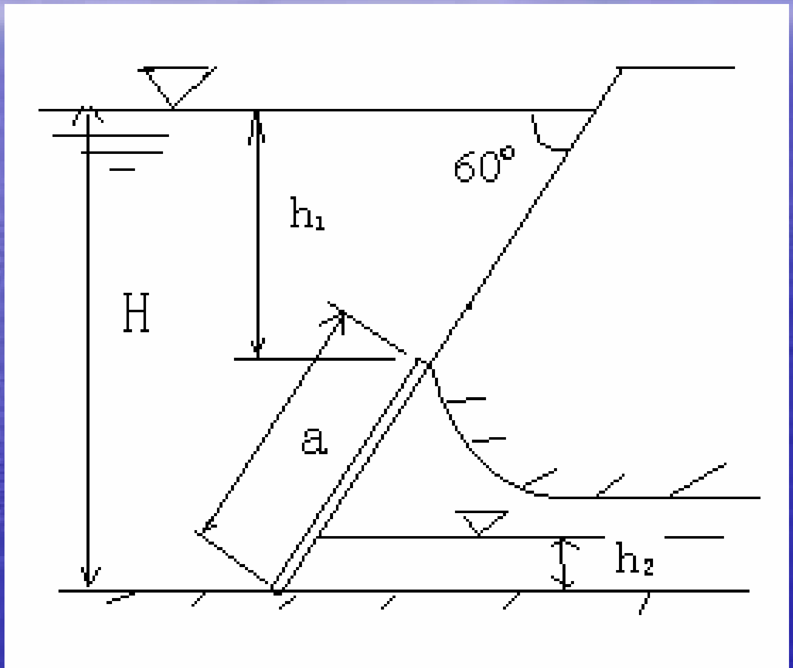
$$e=\frac{a}{3}\frac{2b_1+b_2}{b_1+b_2}$$



- 例：某干渠进口为一底孔引水洞，引水洞进口处设矩形平面闸门，其高度a=2.5m，宽度b=2.0m。闸门前水深H=7.0m,闸门倾斜角为60°。求作用于闸门上的静水总压力的大小和作用点。
- 解析法

压力图法





60°
h₁
H
a
h₂

# §2.5 曲面上的总压力计算

1. 静水总压力的大小

$$p = \rho g h$$

$$dP = p dA = \rho g h dA$$

静水总压力在X方向投影

$$dP_x = \rho g h dA \cos\alpha = \rho g h dA_x$$

$$P_x = \int dP_x = \int_{Ax} \rho g h dA_x = \rho g \int_{Ax} h dA_x$$

$$= \rho g h_c A_x$$

静水总压力在z方向投影

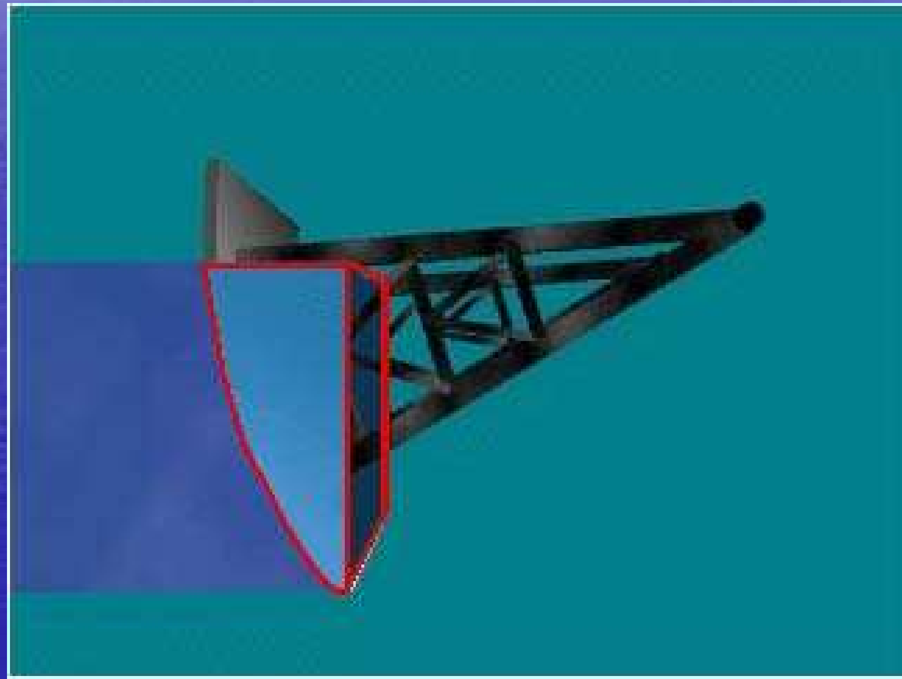
$$dP_z = \rho g h dA \sin\alpha$$

$$= \rho g h dA_z$$

$$P_z = \int dP_z = \int_{A_z} \rho g h dA_z$$

$$= \rho g \int_{A_z} h dA_z$$

$$= \rho g V$$



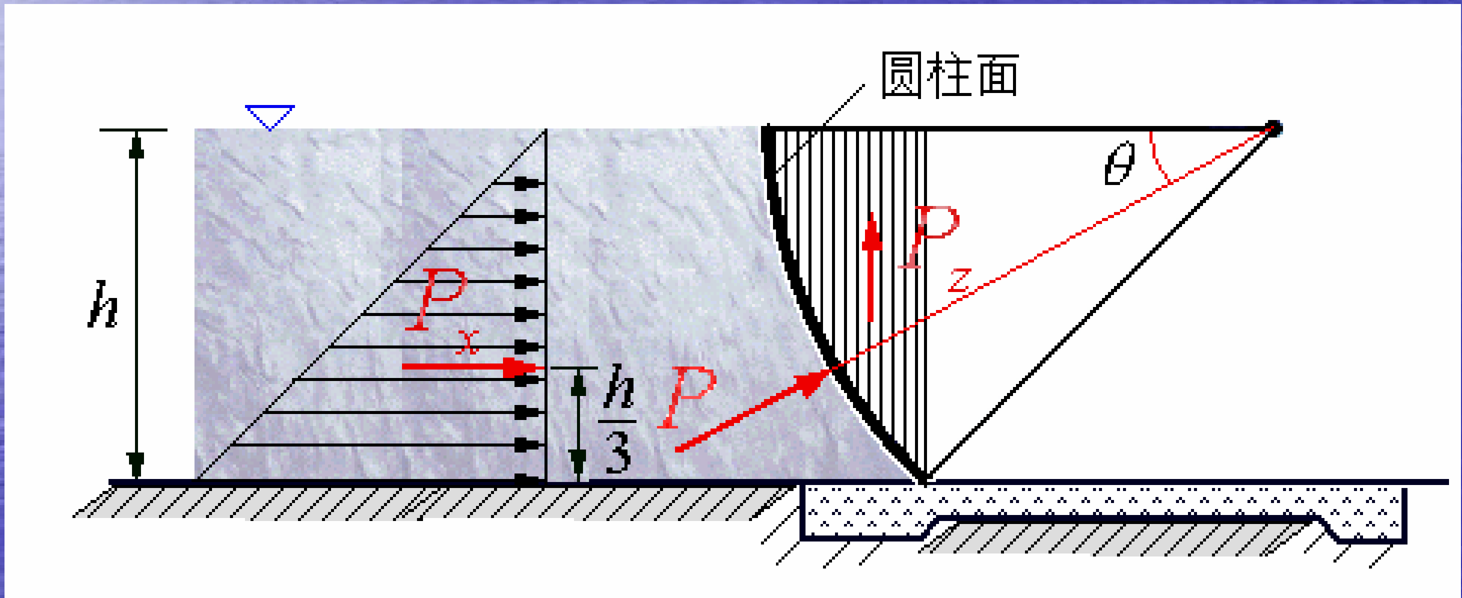
静水总压力的大小

$$P = \sqrt{P_x^2 + p_z^2}$$

2. 静水总压力的方向

$$\tan\theta = \frac{P_z}{P_x} \qquad \theta = \arctan\frac{P_z}{P_x}$$

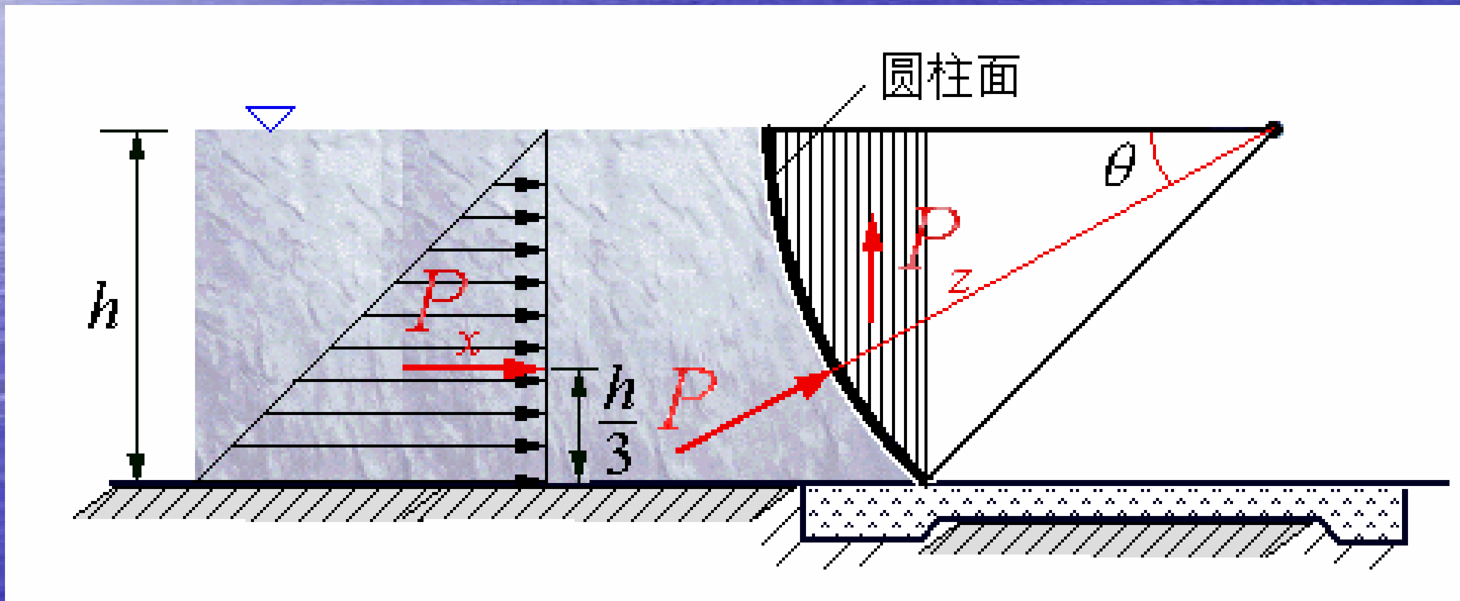
3. 静水总压力的作用点

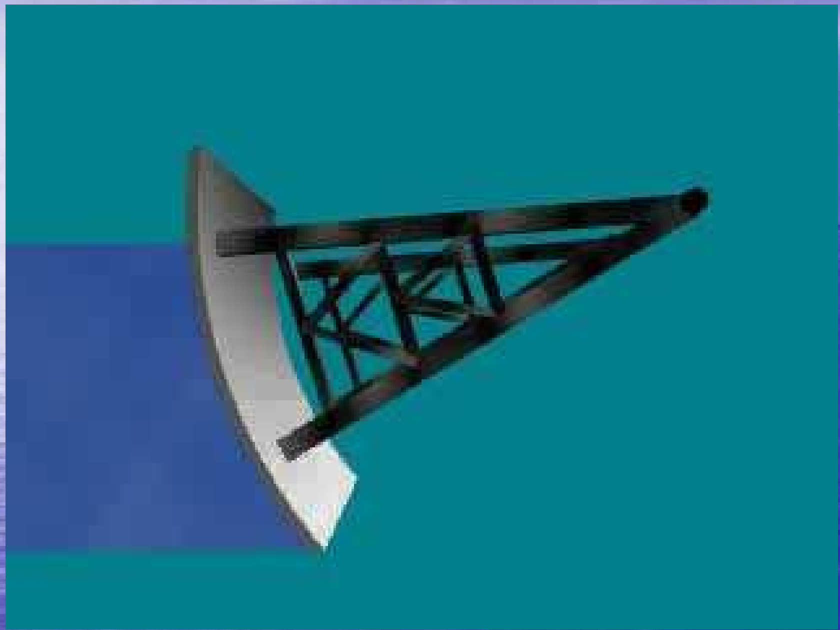


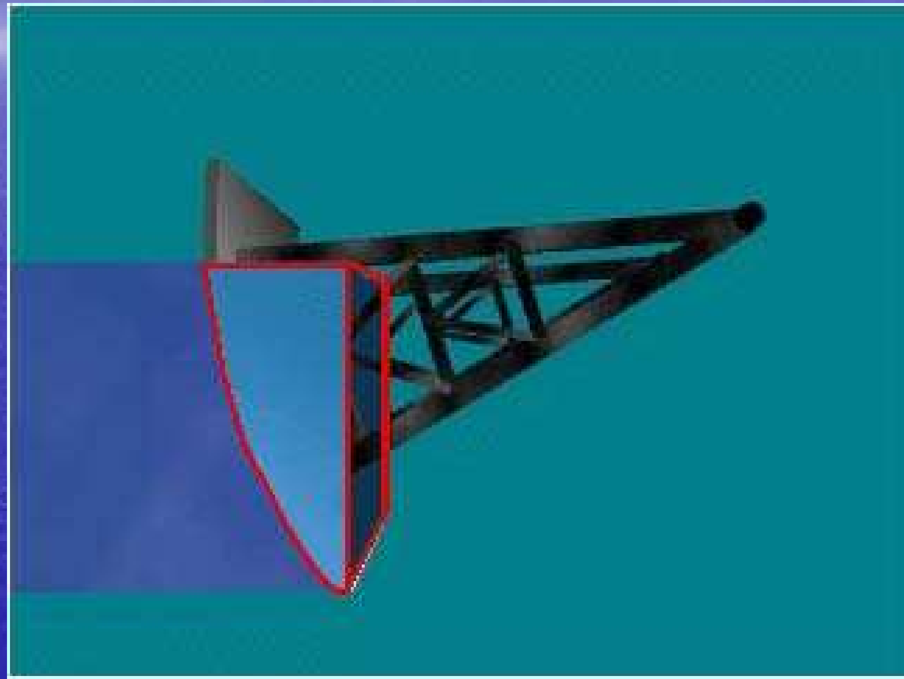
# 压力体的绘制

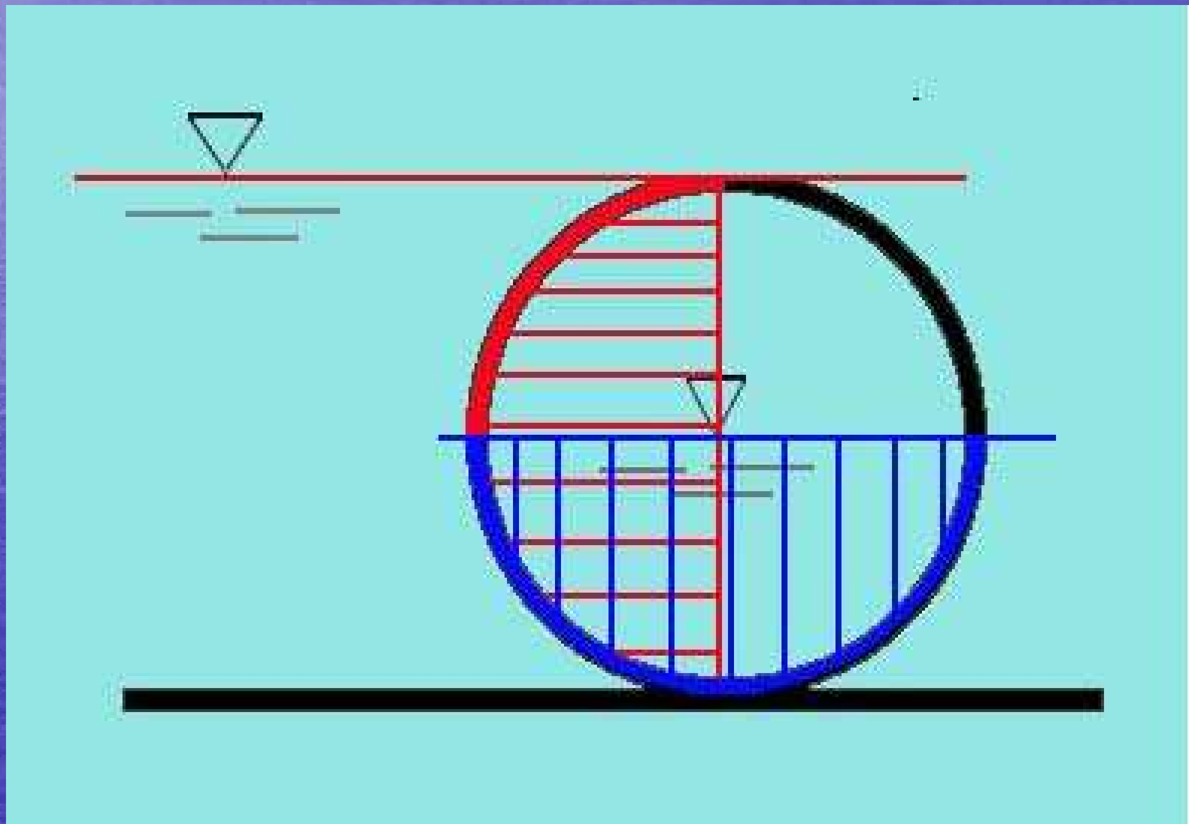
- 压力体由三部分构成
- （1） 曲面本身
- （2） 通过曲面周界的铅垂面
- （3） 自由液面或其延续面
- 实压力体和虚压力体

- 例：某水闸弧形闸门，宽度 b=10m，圆弧半径R=8.5m，圆心0与水面齐平，中心角为45°。求作用在闸门上的静水总压力的大小、方向和作用点。









# 第三章　流体运动学

研究描述流体运动的方法，确定能够表征流体运动特征的运动要素，根据运动要素研究流体运动的特征

§3.1　流体运动的描述方法

§3.2　流场的基本概念

§3.3　流体运动的质量守恒方程

## §3.1　流体运动的描述方法

- 拉格朗日法

$$x = x(a,b,c,t)$$

$$y = y(a,b,c,t)$$

$$z = z(a,b,c,t)$$

$a$，$b$，$c$，$t$ 称为拉格朗日变数

- 速度分量可写为

$$u = u(a,b,c,t) = \frac{\partial x(a,b,c,t)}{\partial t}$$

$$v = v(a,b,c,t) = \frac{\partial y(a,b,c,t)}{\partial t}$$

$$w = w(a,b,c,t) = \frac{\partial z(a,b,c,t)}{\partial t}$$

- 加速度分量可写为

$$a_x = a_x(a,b,c,t) = \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 x(a,b,c,t)}{\partial t^2}$$

$$a_y = a_y(a,b,c,t) = \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial^2 y(a,b,c,t)}{\partial t^2}$$

$$a_z = a_z(a,b,c,t) = \frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\partial^2 z(a,b,c,t)}{\partial t^2}$$

- 欧拉法
- 速度分量

$$u = u(x, y, z, t)$$

$$v = v(x, y, z, t)$$

$$w = w(x, y, z, t)$$

$$p = p(x, y, z, t)$$

$x$, $y$, $z$, $t$ 称为欧拉变数

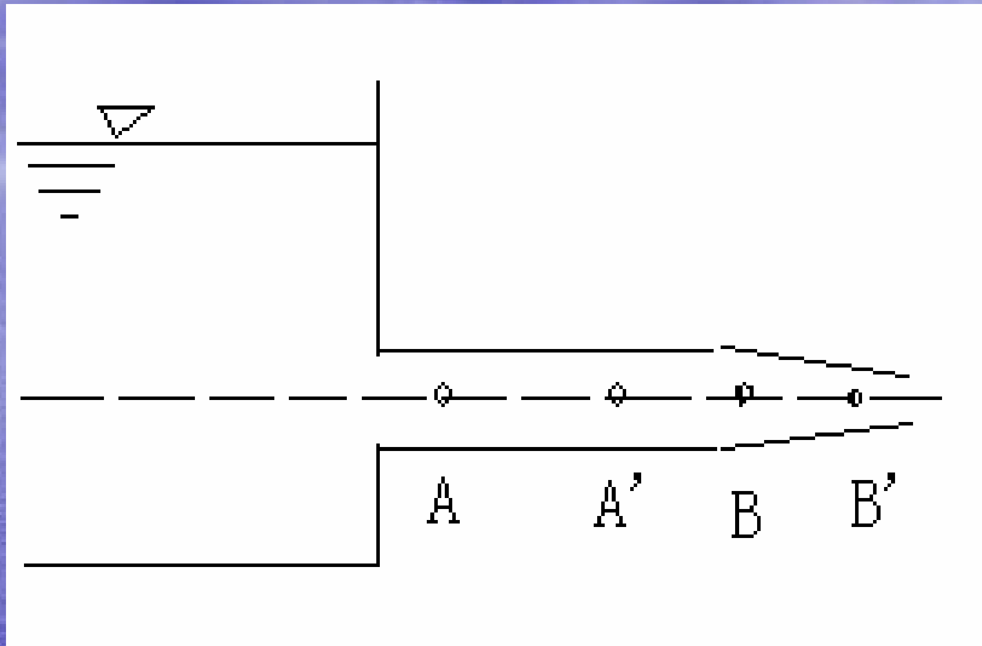
- 加速度分量

$$a_x = \frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial u}{\partial y}\frac{dy}{dt} + \frac{\partial u}{\partial z}\frac{dz}{dt}$$

$$= \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z}$$

$$a_y = \frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z}$$

$$a_z = \frac{\partial w}{\partial t} + u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z}$$




$$a_x = \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z}$$

# §3.2　流场的基本概念

- 恒定流、非恒定流
- 流线、迹线

  流线一般不相交

  流线是光滑曲线或直线

  流线的形状与固体边界的形状有关

  断面小处，流速大、流线密

  断面大处，流速小，流线疏

  迹线是某一流体质点的运动轨迹线
- 流管、元流、总流

- 过流断面、流量、断面平均流速

$$dQ = UdA$$

$$Q = \int_A dQ = \int_A UdA = VA$$

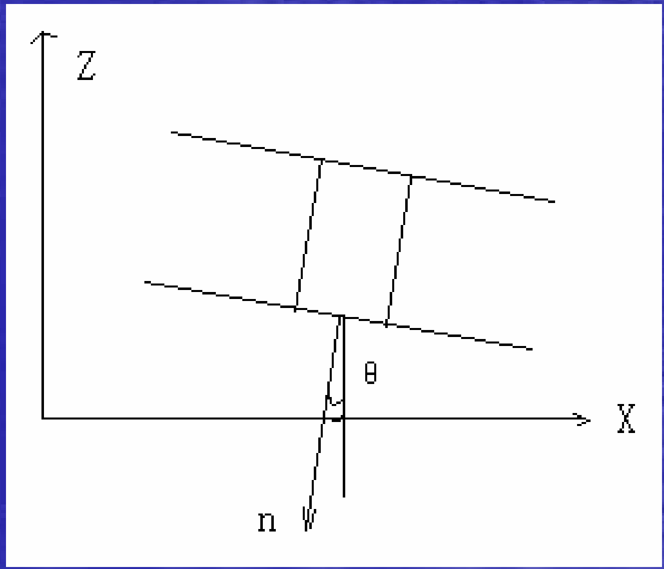
$$V = \frac{Q}{A}$$

- 均匀流、非均匀流、渐变流、急变流
- 均匀流的特性

流线是相互平行的直线，过流断面是平面，过流断面的面积沿程不变

同一 根流线上各点的流速相等，流速分布沿流不变，断面平均流速也沿流不变

过流断面上的压强分布规律符合液体静力学压强分布规律




- 一维流动、二维流动、三维流动

# §3.3　流体运动的质量守恒方程

- 恒定总流的连续性方程

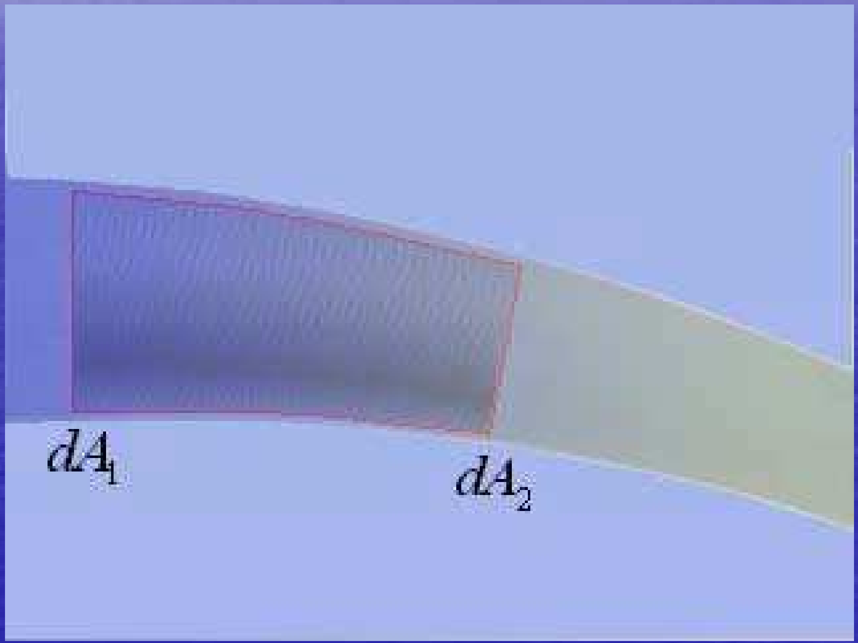
$$\rho U_1 dA_1 = \rho U_2 dA_2$$

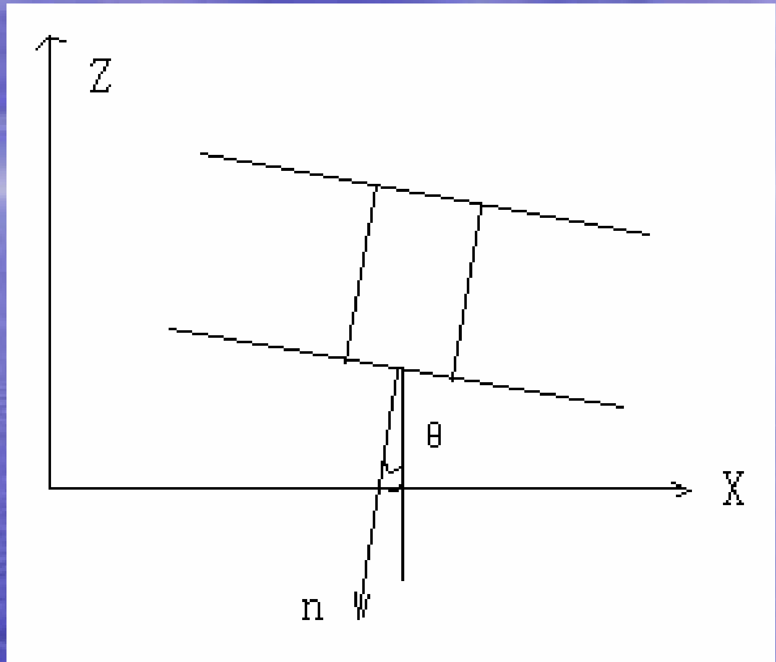
$$dQ = U_1 dA_1 = U_2 dA_2$$

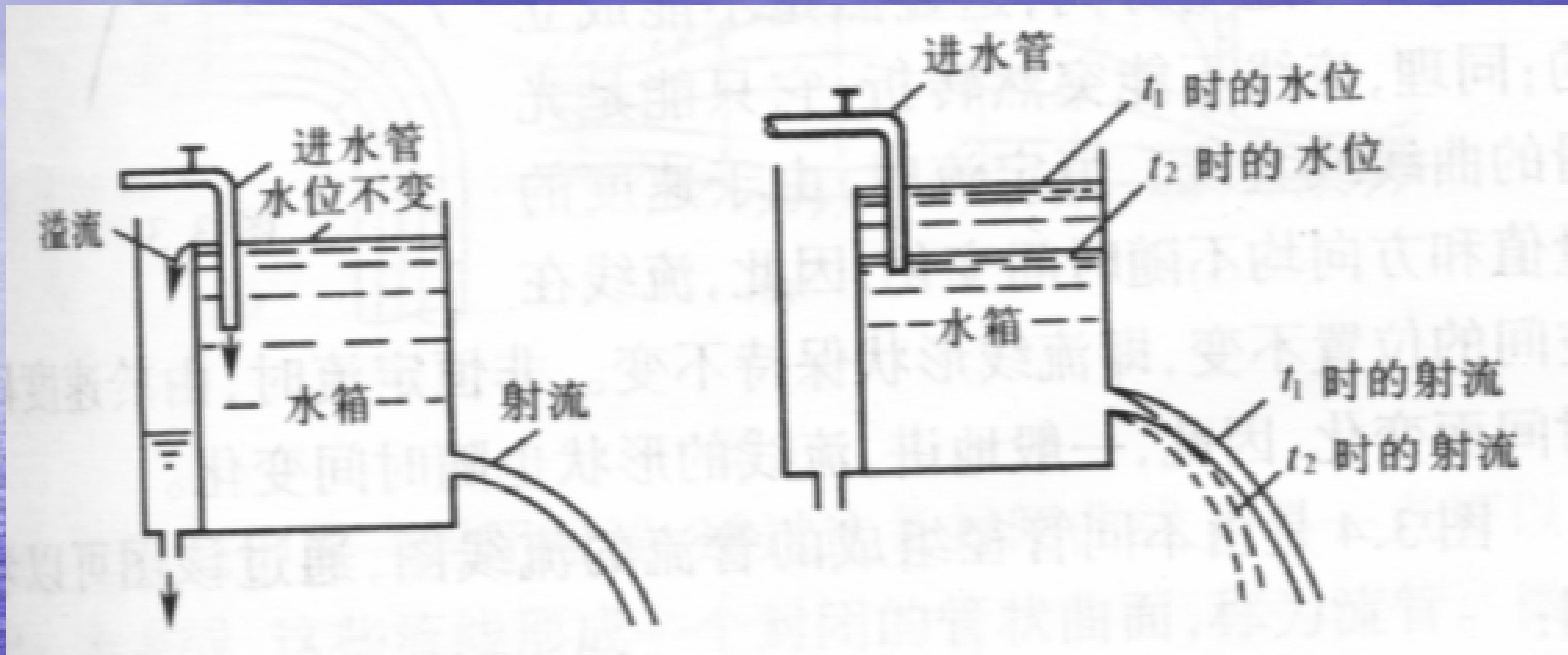
$$\int_{A_1} U_1 dA_1 = \int_{A_2} U_2 dA_2$$

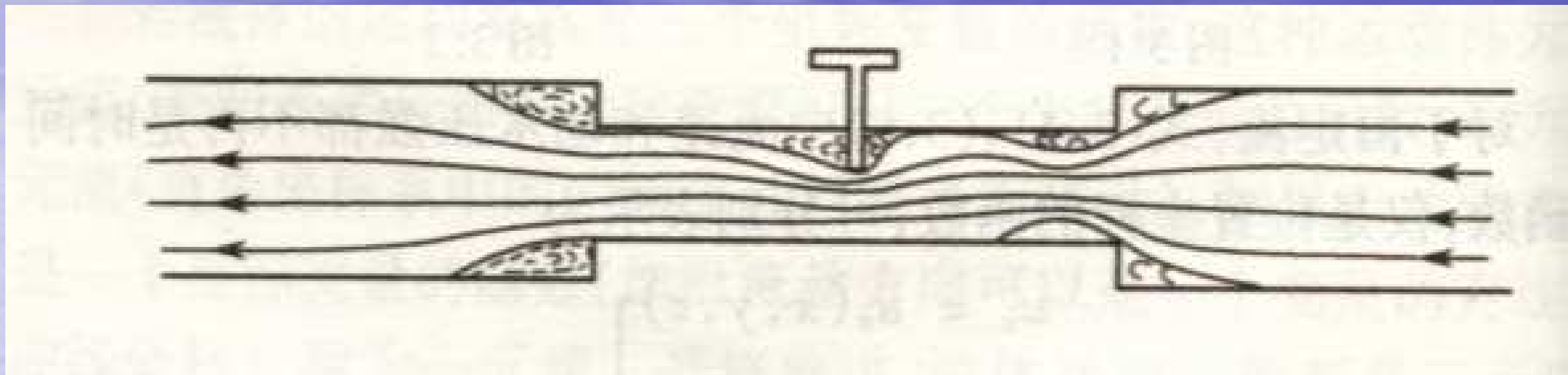
$$Q_1 = Q_2$$

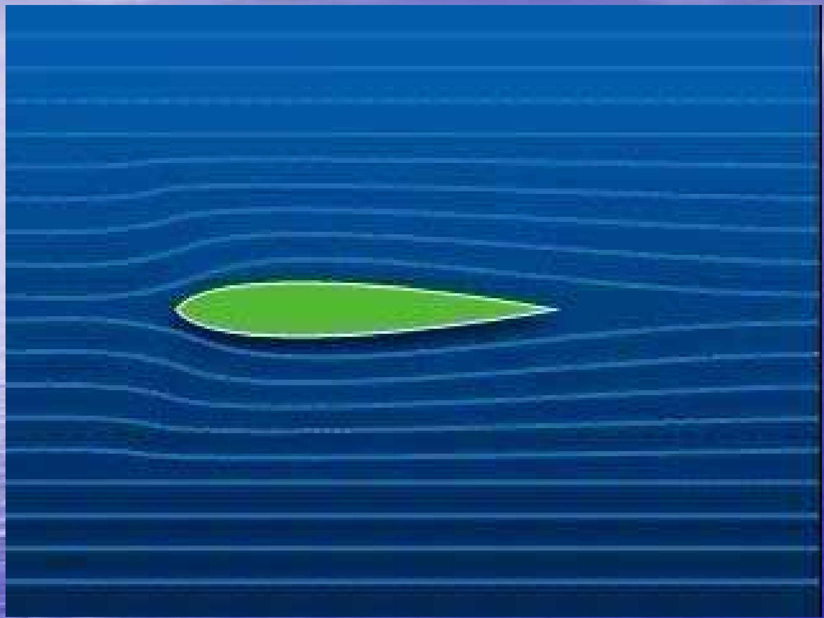
$$V_1 A_1 = V_2 A_2$$

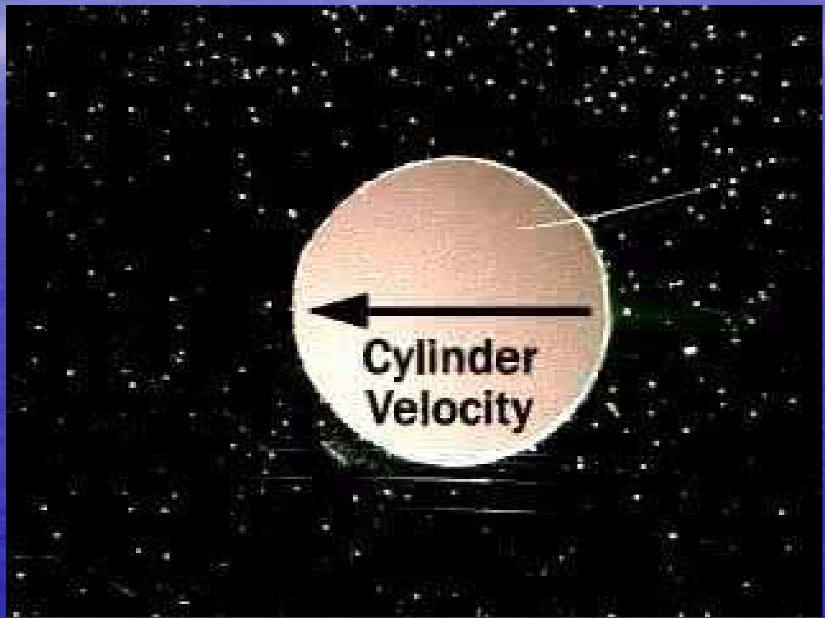


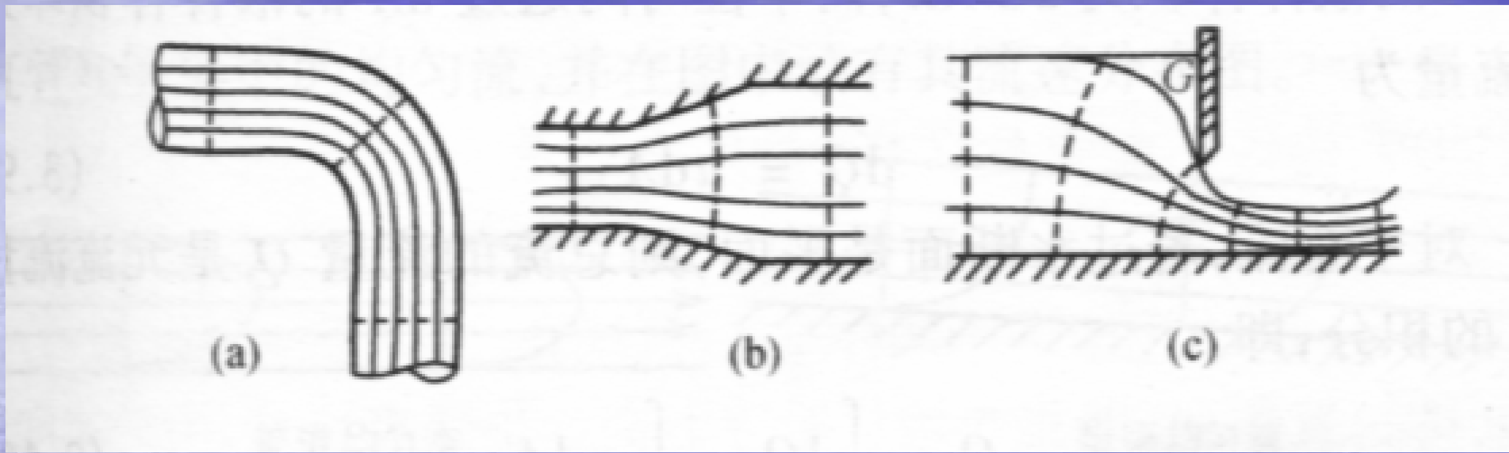

Z
θ
X
n

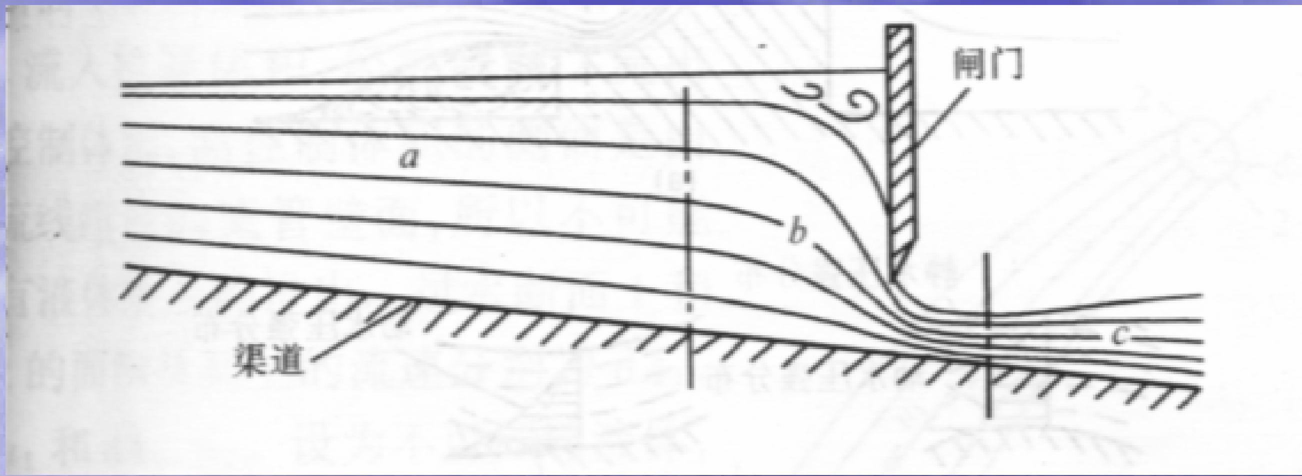

进水管
水位不变
溢流
水箱
射流
进水管
$t_1$ 时的水位
$t_2$ 时的水位
水箱
$t_1$ 时的射流
$t_2$ 时的射流

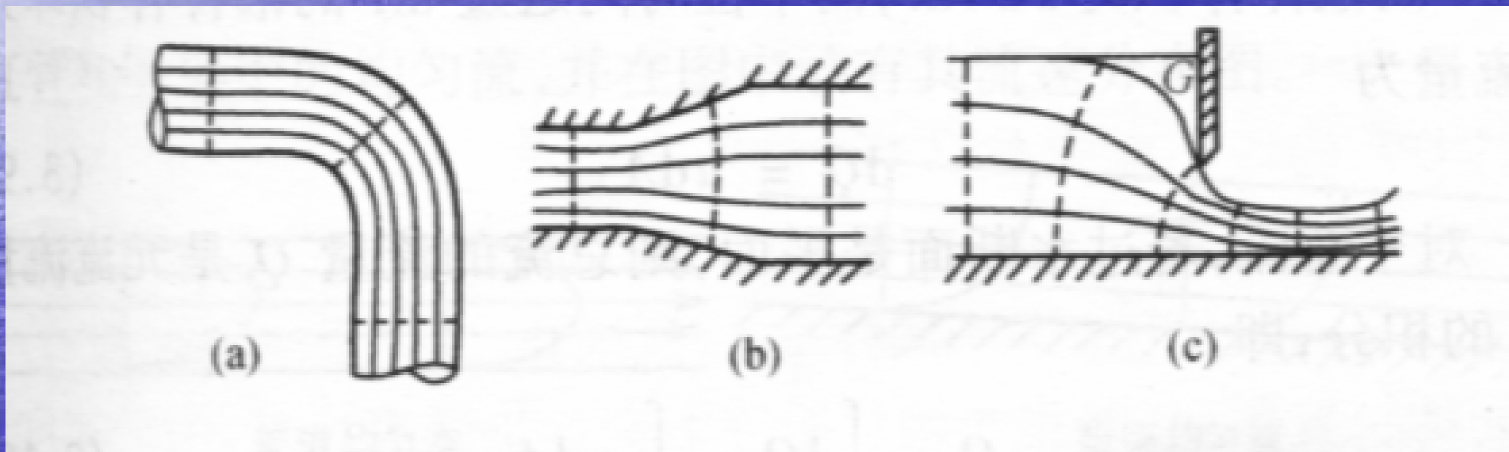





Cylinder
Velocity


G
(a)
(b)
(c)


闸门
a
b
c
渠道


G
(a)
(b)
(c)

# 第四章　流体动力学基础

研究流体机械运动的基本规律，即流体运动要素与引起运动的动力要素之间的关系，其方法是根据物理学与理论力学中的能量守恒和动量守恒定律，建立流体运动的动力学方程

# §4.2 实际流体的能量方程

- 理想流体恒定元流的能量方程

动能定理：运动物体在某一时段内动能的增量等于各外力对物体所作的功之和

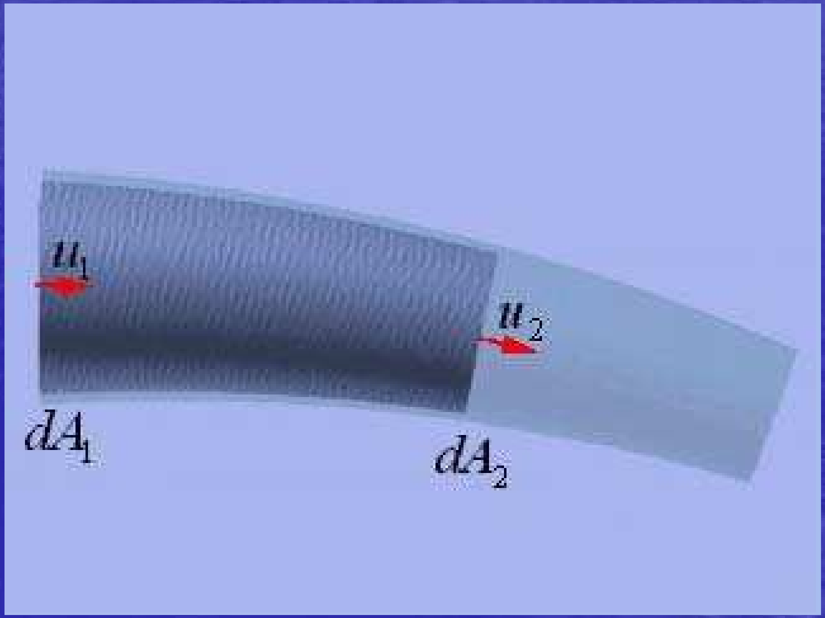
$$\sum W = \frac{1}{2}mV^2 - \frac{1}{2}mV_o^2$$

# 动能的增量

$$\Delta E_K = E_{K1'-2'} - E_{K1-2}$$

$$= (E_{K1'-2} + E_{K2-2'}) - (E_{K1-1'} + E_{K1'-2})$$

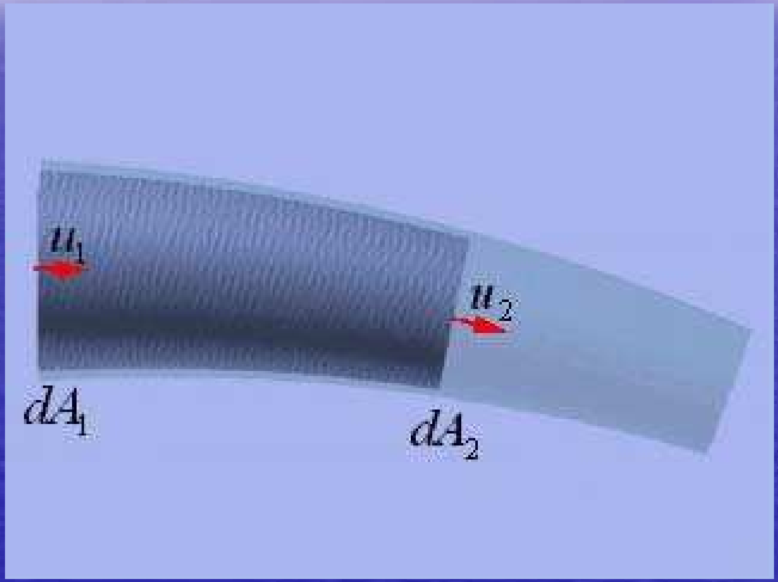
$$= E_{K2-2'} - E_{K1-1'}$$



$$\Delta E_K = \frac{1}{2} dmU_2^2 - \frac{1}{2} dmU_1^2$$

$$= \frac{1}{2} \rho dQdt(U_2^2 - U_1^2)$$

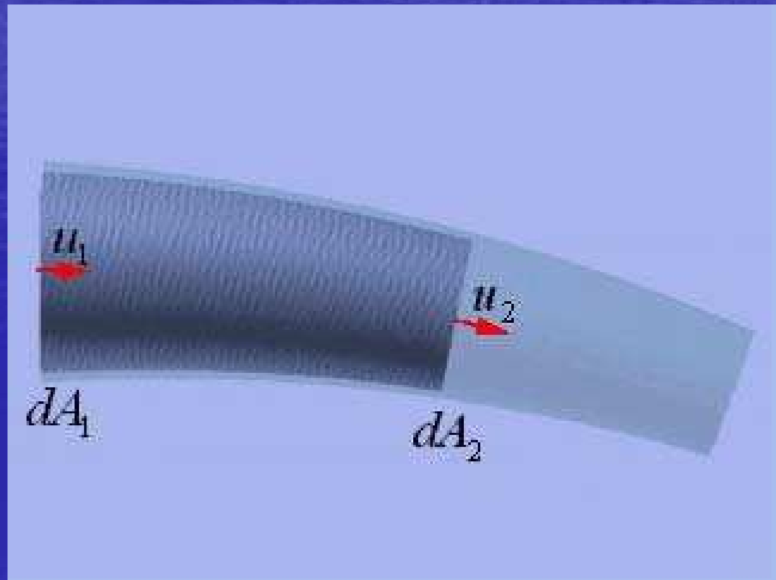
$$= \rho gdQdt(\frac{U_2^2}{2g} - \frac{U_1^2}{2g})$$



- 重力作功：

$$W_G = dmg(z_1 - z_2)$$

$$= \rho g dQ dt (z_1 - z_2)$$

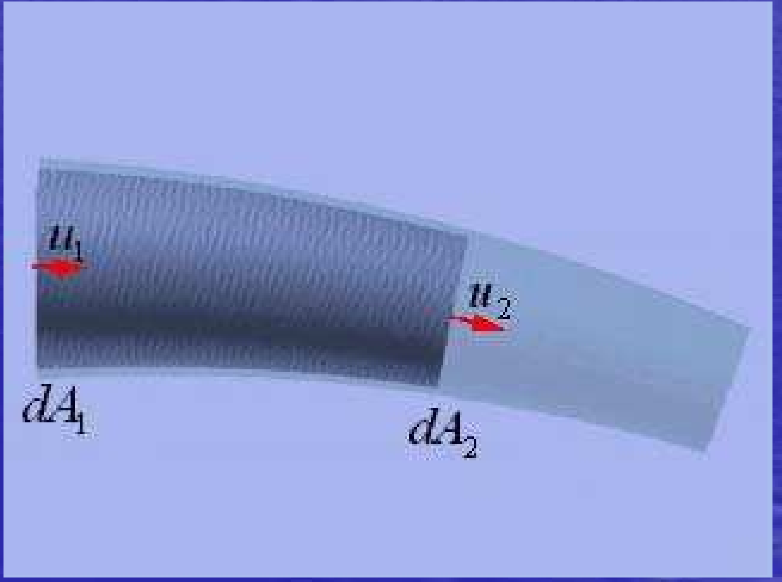


- 压力作功：

$$W_P = p_1 dA_1 dS_1 - p_2 dA_2 dS_2$$

$$= p_1 dA_1 U_1 dt - p_2 dA_2 U_2 dt$$

$$= dQdt(p_1 - p_2)$$



$$W_G + W_P = \Delta E_K$$

$$\rho g dQdt(z_1 - z_2) + dQdt(p_1 - p_2) = \rho g dQdt\left(\frac{U_2^2}{2g} - \frac{U_1^2}{2g}\right)$$

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{U_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{U_2^2}{2g}$$

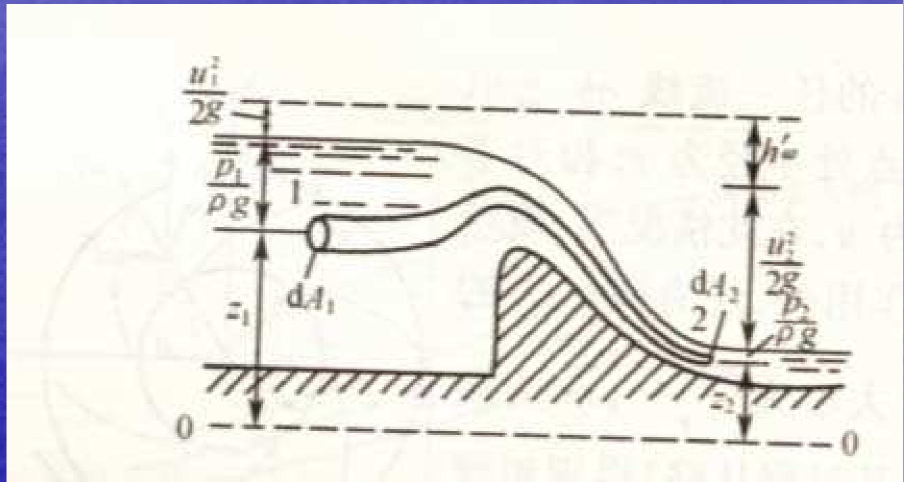
伯努利方程

- 实际流体恒定元流的能量方程

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{U_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{U_2^2}{2g} + h_w^{'}$$

- 实际流体恒定总流的能量方程

$$z_1+\frac{p_1}{\rho g}+\frac{U_1^2}{2g}=z_2+\frac{p_2}{\rho g}+\frac{U_2^2}{2g}+h_w^{'}$$




$$(z_1+\frac{p_1}{\rho g}+\frac{U_1^2}{2g})\rho gU_1dA_1dt$$

$$=(z_2+\frac{p_2}{\rho g}+\frac{U_2^2}{2g})\rho gU_2dA_2dt+h_w^{'}\rho gdQdt$$

$$\int_{A_1}(z_1+\frac{p_1}{\rho g}+\frac{U_1^2}{2g})\rho g U_1 dA_1 dt$$

$$=\int_{A_2}(z_2+\frac{p_2}{\rho g}+\frac{U_2^2}{2g})\rho g U_2 dA_2 dt+\int_Q h_w^{'}\rho g dQ dt$$

$$\frac{1}{Q}\int_{A_1}(z_1+\frac{p_1}{\rho g})U_1 dA_1+\frac{1}{Q}\int_{A_1}\frac{U_1^2}{2g}U_1 dA_1$$

$$=\frac{1}{Q}\int_{A_2}(z_2+\frac{p_2}{\rho g})U_2 dA_2+\frac{1}{Q}\int_{A_2}\frac{U_2^2}{2g}U_2 dA_2+\frac{1}{Q}\int_Q h_w^{'} dQ$$

- 势能积分

$$\frac{1}{Q}\int_A (z+\frac{p}{\rho g})UdA=\frac{1}{Q}(z+\frac{p}{\rho g})\int_A UdA$$

$$=(z+\frac{p}{\rho g})\frac{1}{Q}\int_A dQ=z+\frac{p}{\rho g}$$

- 动能积分

$$\frac{1}{Q}\int_A \frac{U^2}{2g} U dA = \alpha \frac{V^2}{2g}$$

$$a = \frac{\dfrac{1}{Q}\displaystyle\int_A \frac{U^3}{2g} dA}{\dfrac{V^2}{2g}} = \frac{\displaystyle\int_A U^3 dA}{V^2 \cdot VA} = \frac{\displaystyle\int_A U^3 dA}{V^3 A}$$

- 水头损失积分

$$\frac{1}{Q}\int_Q h_w' dQ = h_w$$

代入整理后得到恒定总流能量方程

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} + h_w$$

| | 能量意义 | 几何意义 |
| --- | --- | --- |
| $z$ | 单位重量液体的位置势能。 | 位置水头 |
| $\dfrac{p}{\rho g}$ | 单位重量液体的压强势能 | 压强水头 |
| $z+\dfrac{p}{\rho g}$ | 单位重量液体的总势能 | 测压管水头 |
| $\dfrac{v^2}{2g}$ | 单位重量液体的动能 | 流速水头 |
| $z+\dfrac{p}{\rho g}+\dfrac{v^2}{2g}$ | 单位重量液体的总能量 | 总水头 |

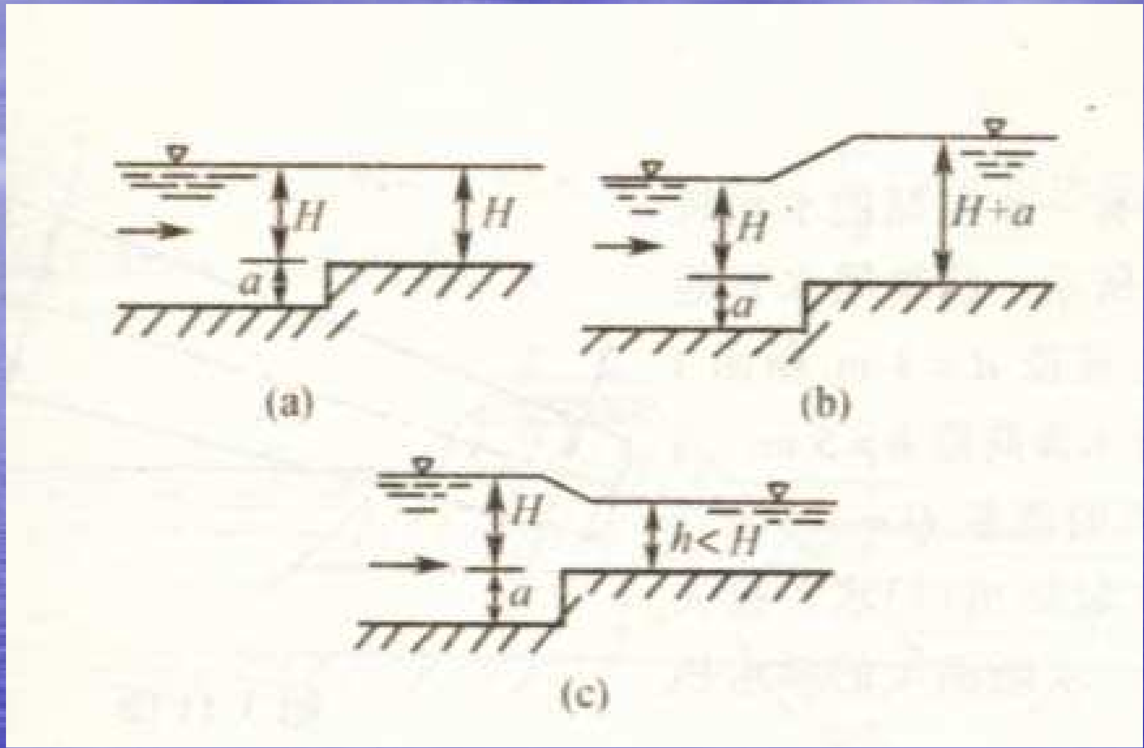
- 总水头线
- 测压管水头线
- 水力坡度

$$J=-\frac{d(z+\frac{p}{\rho g}+\frac{\alpha V^2}{2g})}{ds}=\frac{dh_w}{ds}$$

测压管坡度

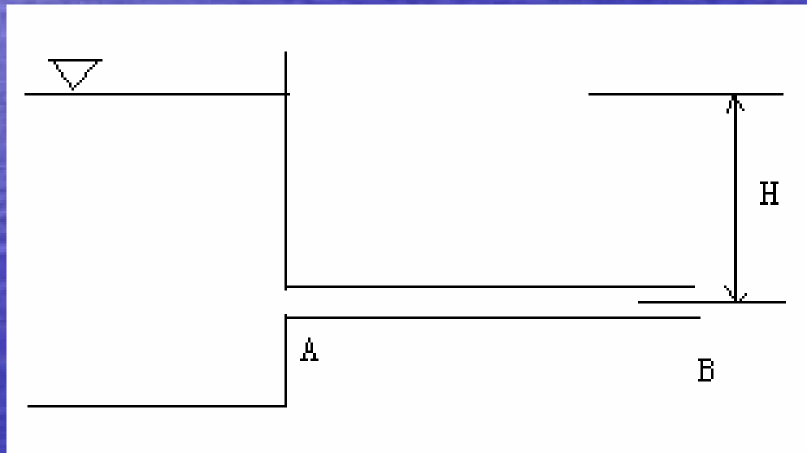
$$J_p=-\frac{d(z+\frac{p}{\rho g})}{ds}$$

- 总流能量方程的应用

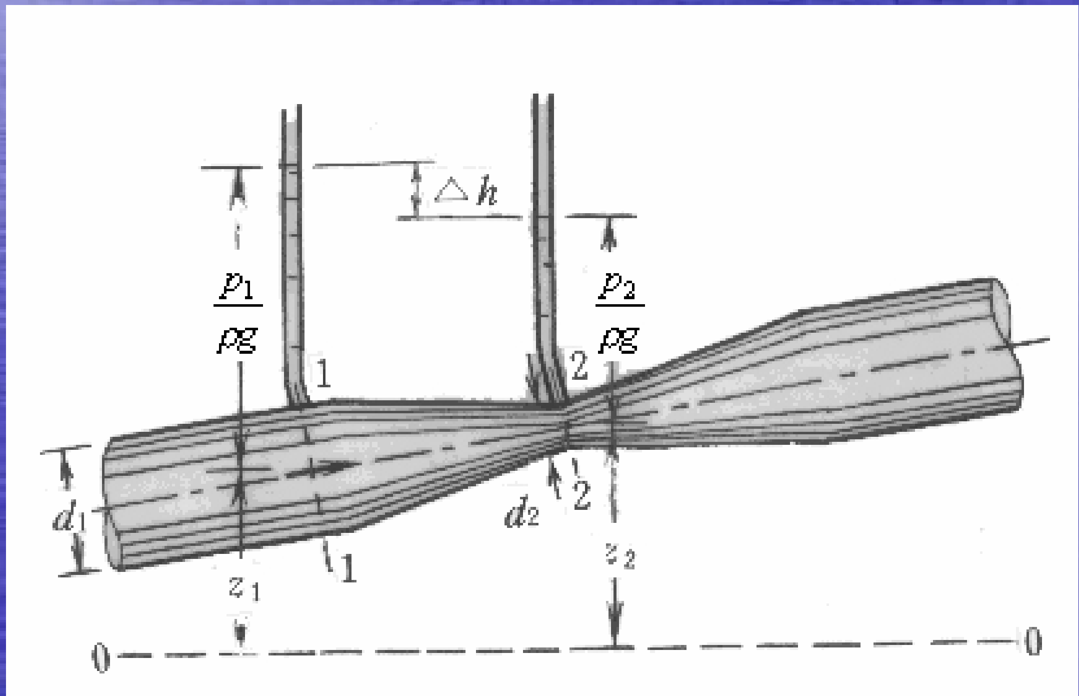



$$z_1+\frac{p_1}{\rho g}+\frac{\alpha_1 V_1^2}{2g}=z_2+\frac{p_2}{\rho g}+\frac{\alpha_2 V_2^2}{2g}+h_w$$

- 有一从水箱引水的管道，其管径d=20cm, 图中H=25m，水头损失为$h_{wAB}= 2\dfrac{V^2}{2g}$ ，求通过管道的流量。

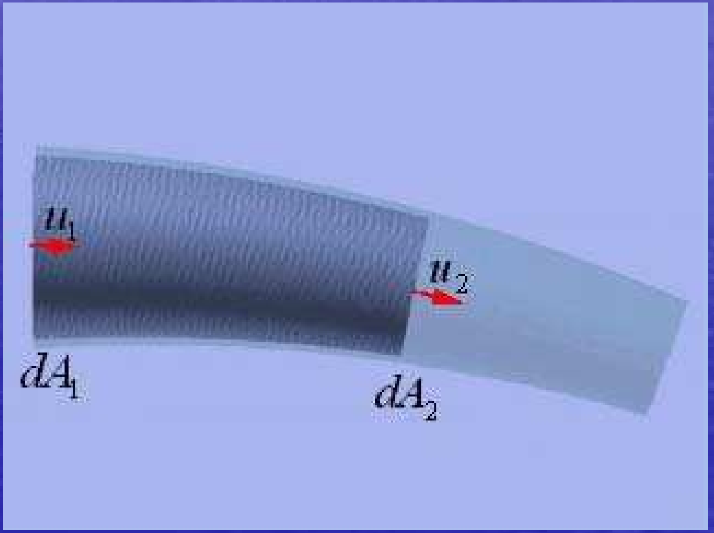


- 文德里流量计是一种量测管道中流量的设备。在管道中安装一段逐渐收缩后又逐渐扩散的管段，并在收缩段的前后断面各安装一根测压管。收缩段前后的管径为d1和d2。只需测出两测压管中的水面高差，即可求得通过管道的流量。试导出流量计的流量公式。



# §4.3　实际流体恒定总流的动量方程

- 动量定律：单位时间内物体的动量变化等于作用于该物体上外力的总和




$$\frac{d\vec{P}}{dt}=\sum\vec{F}$$

$$d\vec{P}=\vec{P}_{1'-2'}-\vec{P}_{1-2}$$

$$=(\vec{P}_{1'-2}+\vec{P}_{2-2'})-(\vec{P}_{1-1'}+\vec{P}_{1'-2})$$

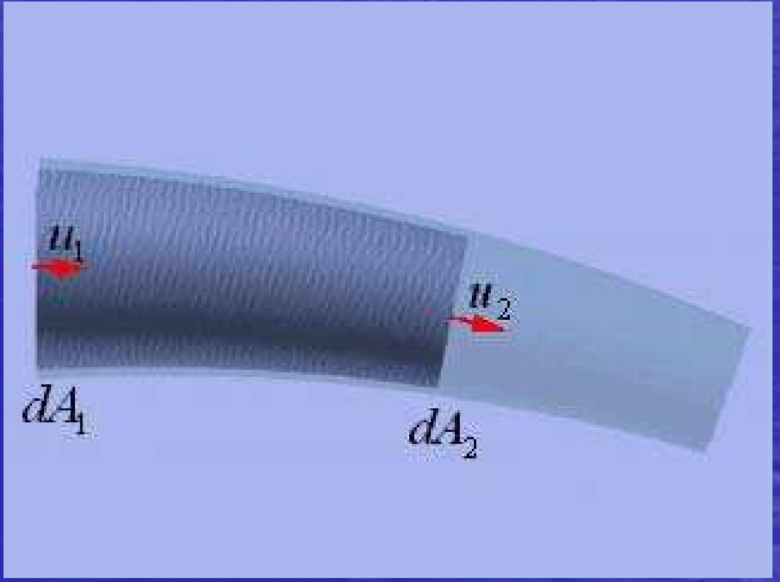
$$=\vec{P}_{2-2'}-\vec{P}_{1-1'}$$

$$\vec{P}_{2-2'} = \rho U_2 dA_2 dt \vec{U}_2$$

$$\vec{P}_{1-1'} = \rho U_1 dA_1 dt \vec{U}_1$$

$$d\vec{P} = \rho U_2 dA_2 dt \vec{U}_2 - \rho U_1 dA_1 dt \vec{U}_1$$

$$= \rho dQdt(\vec{U}_2 - \vec{U}_1)$$



- 元流的动量方程

$$\sum d\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} = \rho dQ(\vec{U}_2 - \vec{U}_1)$$

- 恒定总流的动量方程

$$\sum d\vec{P} = \int_{A_2} \rho dQdt\vec{U}_2 - \int_{A_1} \rho dQdt\vec{U}_1$$

$$= \int_{A_2} \rho U_2 dA_2 dt\vec{U}_2 - \int_{A_1} \rho U_1 dA_1 dt\vec{U}_1$$

- 对均匀流或渐变流断面

$$\int_A \rho U dA dt \vec{U} = \int_A \rho U^2 dt dA$$

积分式

$$\int_A \rho U^2 dt dA = \beta \rho V^2 dt A \quad = \beta \rho Q dt \vec{V}$$

$$\beta = \frac{\int_A U^2 dA}{V^2 A}$$

$$\sum d\vec{P} = \int_{A_2} \rho U_2 dA_2 dt \vec{U}_2 - \int_{A_1} \rho U_1 dA_1 dt \vec{U}_1$$

$$= \beta_2 \rho Q dt \vec{V}_2 - \beta_1 \rho Q dt \vec{V}_1$$

恒定总流的动量方程

$$\sum \vec{F} = \frac{\sum d\vec{K}}{dt} = \rho Q(\beta_2 \vec{V}_2 - \beta_1 \vec{V}_1)$$

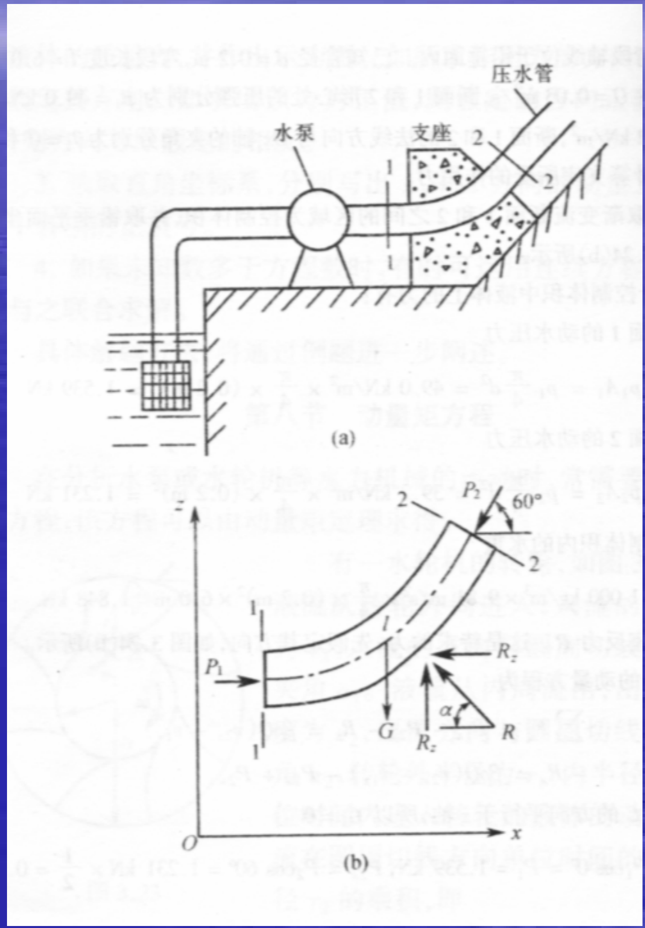
- 写为x，y，z方向的投影方程

$$\sum F_x = \rho Q(\beta_2 V_{2x} - \beta_1 V_{1x})$$

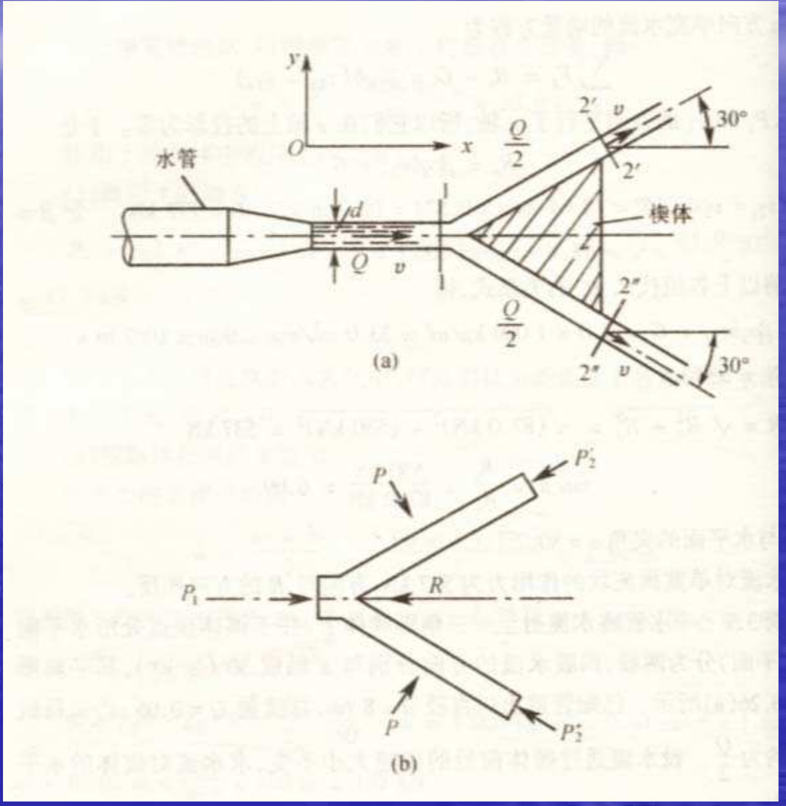
$$\sum F_y = \rho Q(\beta_2 V_{2y} - \beta_1 V_{1y})$$

$$\sum F_z = \rho Q(\beta_2 V_{2z} - \beta_1 V_{1z})$$

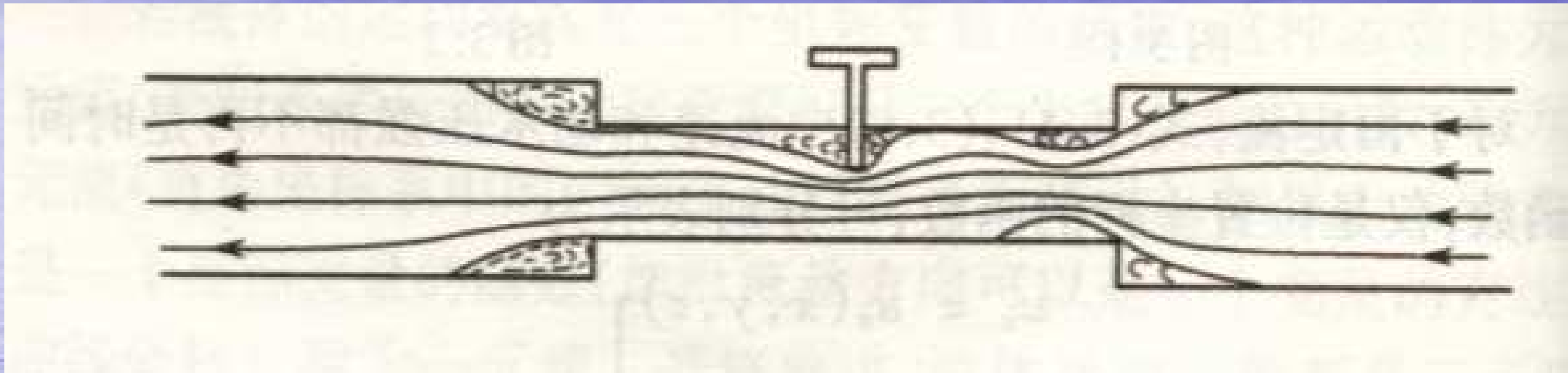
- 有一水泵的压水管，其中有一弯段，弯段轴线位于铅垂面内，已知管径 d=0.2m，弯段长度 $l$=6.0m，通过的流量 Q=0.03$m^3/s$，断面1和断面2形心处的压强分别为 $p_1$=49.0KN/$m^2$和 $p_2$=39.2KN/$m^2$，断面1和2的法线方向与ox轴的夹角分别为 $\theta_1=0°$和 $\theta_2=60°$。试计算支座所受的作用力。



- 一水管将水流射至一三角形楔体上，并于楔体顶点处沿水平面分为两股，两股水流的方向分别与x轴成30 °。已知管道出口直径d=8cm，总流量 Q=0.05m³/s, 每股流量均为Q/2。设水流通过楔体前后的流速大小不变，求水流对楔体的水平作用力。



# 第五章 层流、紊流及其能量损失

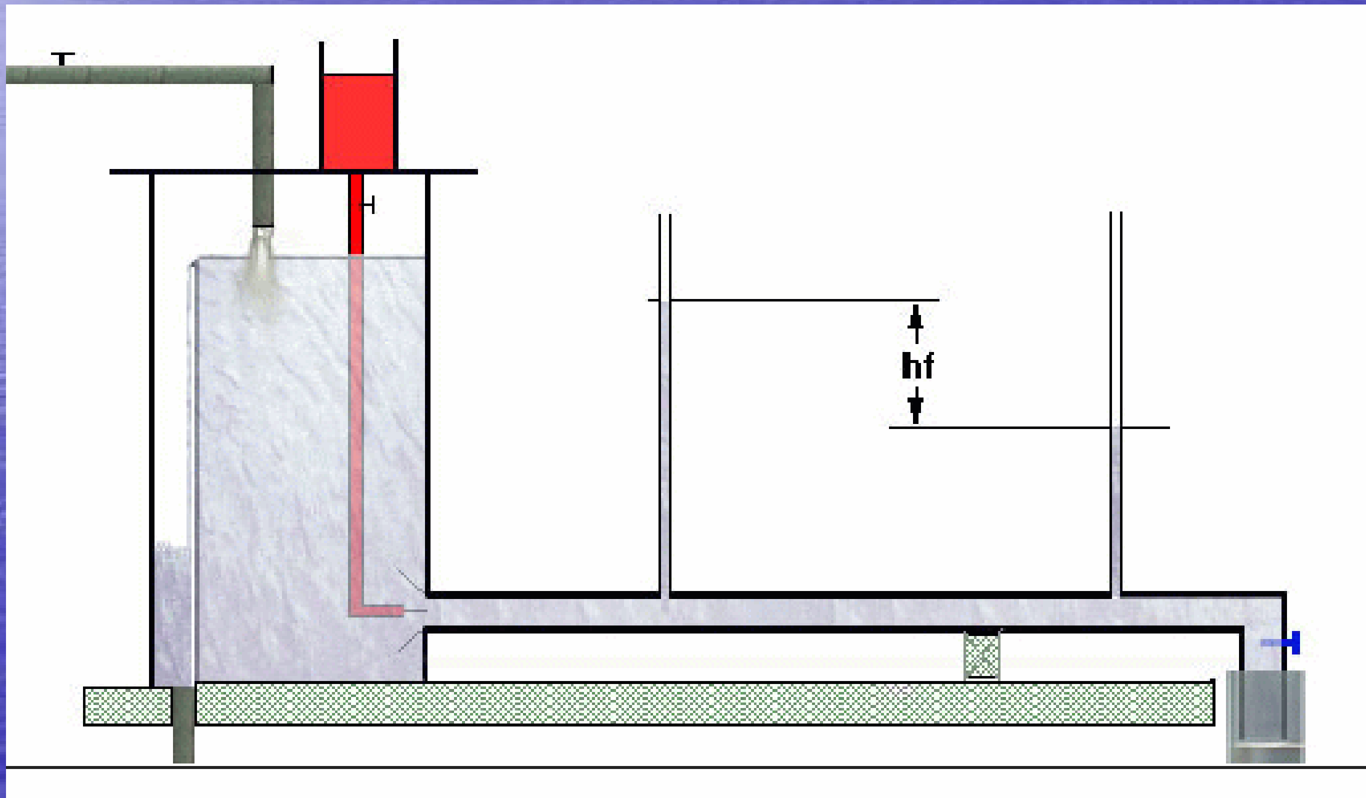


沿程水头损失$h_f$、局部水头损失$h_j$

$$h_w = \sum h_f + \sum h_j$$

# §5.1　层流与紊流的概念

- 雷诺实验



- 沿程损失$h_f$和平均流速 $v$的关系

$$z_1+\frac{p_1}{\rho g}+\frac{a_1V_1^2}{2g}=z_2+\frac{p_2}{\rho g}+\frac{a_2V_2^2}{2g}+h_w$$

均匀流

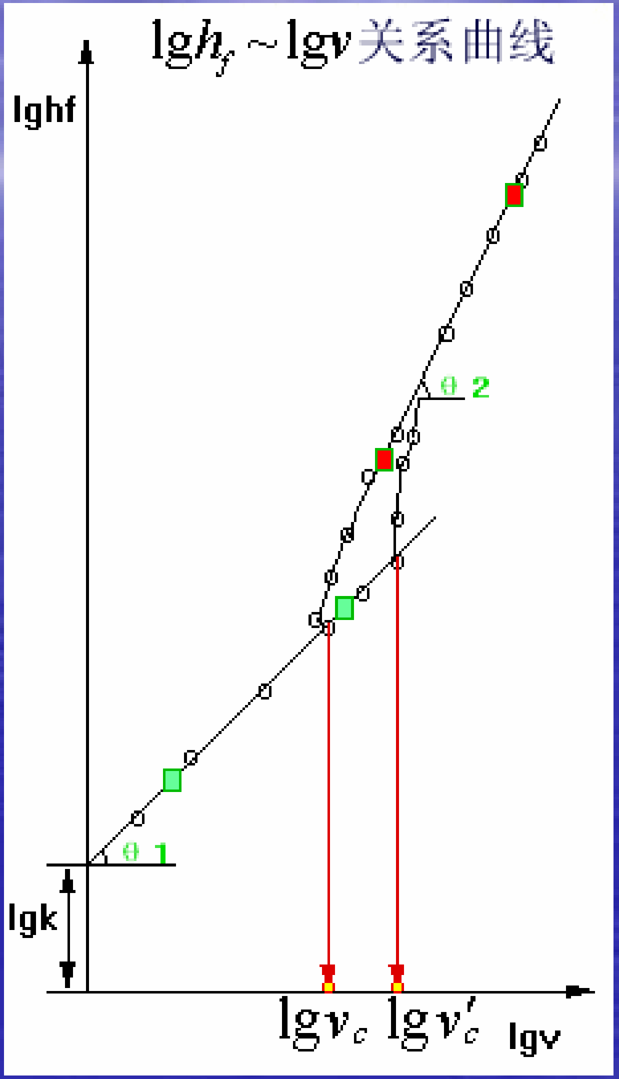
$$h_w=h_f=(z_1+\frac{p_1}{\rho g})-(z_2+\frac{p_2}{\rho g})=\Delta h$$

$$\lg h_f = \lg k + m \lg V$$

$$h_f = kV^m$$

层流：$m=1$，$h_f \sim V^1$

紊流：$m=1.75\sim2$，$h_f \sim V^{1.75\sim2}$



- 流态的判别——雷诺数

雷诺数

$$Re = \frac{V \cdot d}{\nu}$$

明渠中的雷诺数

$$Re = \frac{V \cdot R}{\nu}$$

临界雷诺数

$$Re_c \approx 2000$$

$$Re_c \approx 500$$

雷诺数可理解为水流惯性力和粘滞力之比

惯性力　ma　　量纲为　$\rho L^3 \frac{V}{T} = \rho L^2 V^2$

粘滞力　$\mu A \frac{du}{dy}$　　量纲为　$\mu L^2 \frac{V}{L} = \rho \nu L V$

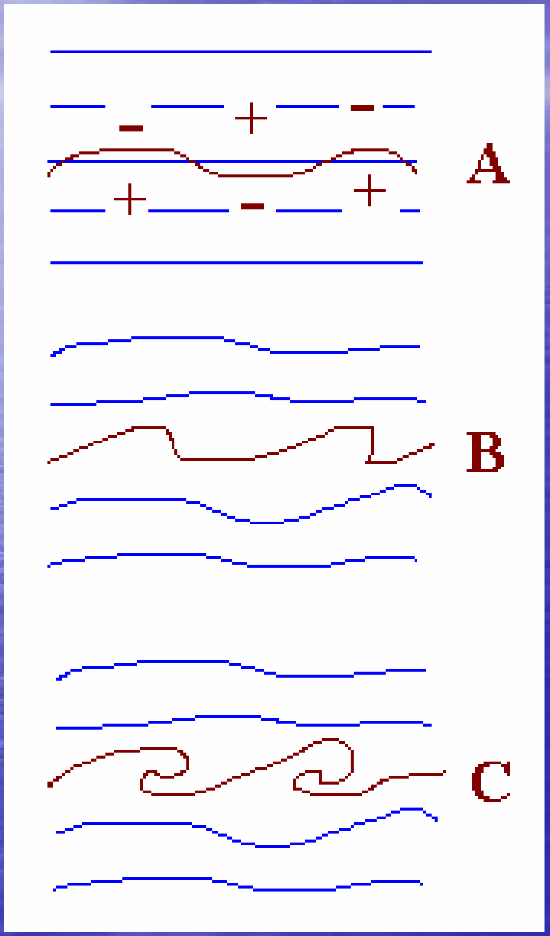
$$\frac{\text{惯性力}}{\text{粘带力}} = \frac{\rho L^2 V^2}{\rho \nu L V} = \frac{VL}{\nu}$$

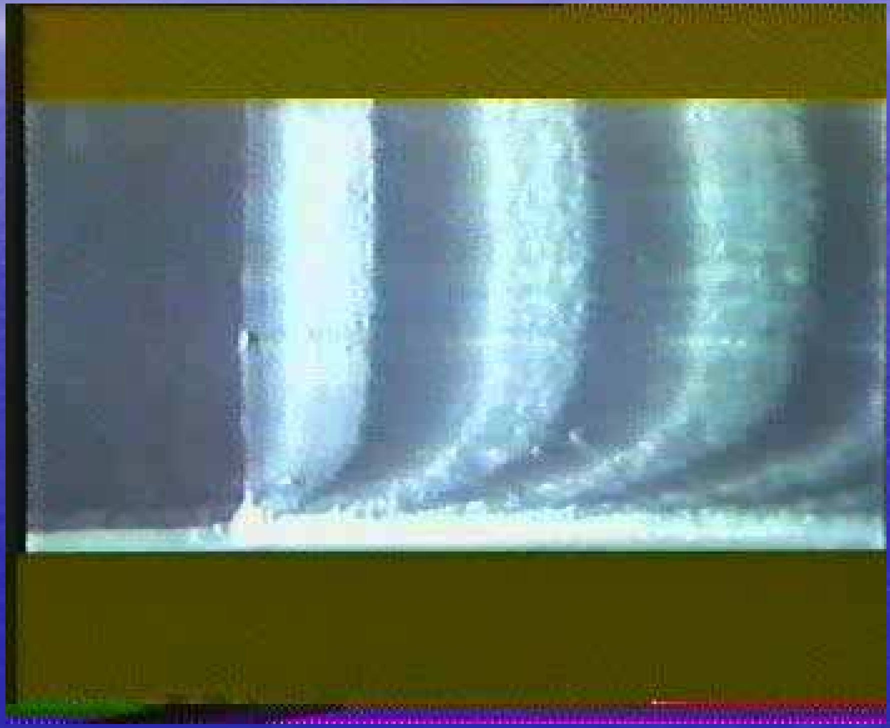
湿周 $\chi$

水力半径 $$R=\frac{A}{\chi}$$

对管流 水力半径 $$R=\frac{A}{\chi}=\frac{\frac{\pi d^{2}}{4}}{\pi d}=\frac{d}{4}$$

- 紊流的成因



# §5.2　均匀流的沿程损失

- 沿程损失与切应力的关系

作用于流束的外力

（1）两端断面上的动水压力为$p_1A'$和$p_2A'$

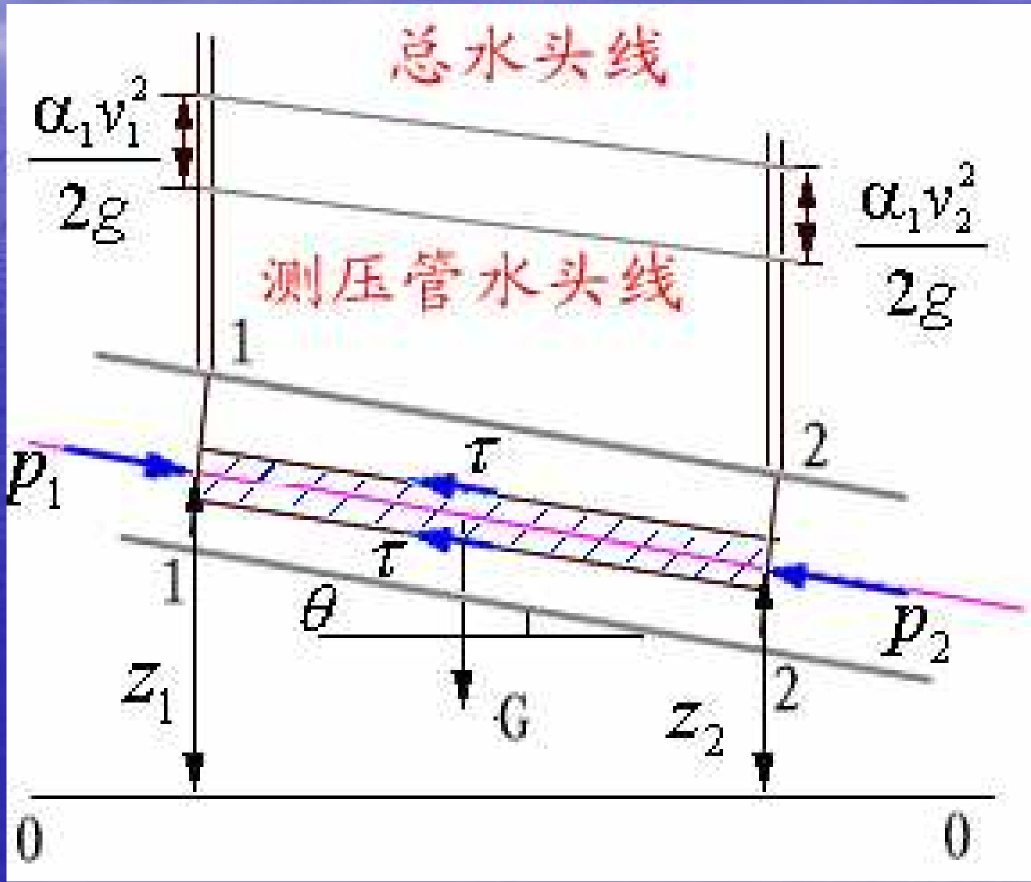
（2）侧面上的动水压力，垂直于流速

（3）侧面上的切力

$$T=\tau\chi' l$$

（4）重力

$$G=\rho g A' l$$



# 流束的受力平衡方程

$$p_1A' - p_2A' + \rho g A'\ell \sin\theta - \tau\chi^{'} l = 0$$

$$\sin\theta = \frac{z_1 - z_2}{\ell}$$

$$\frac{p_1A'}{\rho g A'} - \frac{p_2A'}{\rho g A'} + \frac{\rho g A'\ell}{\rho g A'} \cdot \frac{z_1 - z_2}{\ell} - \frac{\tau\chi^{'}\ell}{\rho g A'} = 0$$

$$\frac{p_1 A'}{\rho g A'} - \frac{p_2 A'}{\rho g A'} + \frac{\rho g A' \ell}{\rho g A'} \cdot \frac{z_1 - z_2}{\ell} - \frac{\tau \chi' \ell}{\rho g A'} = 0$$

$$\frac{p_1}{\rho g} - \frac{p_2}{\rho g} + (z_1 - z_2) - \frac{\tau \chi' \ell}{\rho g A'} = 0$$

$$(z_1 + \frac{p_1}{\rho g}) - (z_2 + \frac{p_2}{\rho g}) - \frac{\tau \ell}{\rho g R'} = 0$$

$$\frac{\tau}{\rho g R'} = \frac{\left( z_1 + \frac{p_1}{\rho g} \right) - \left( z_2 + \frac{p_2}{\rho g} \right)}{\ell}$$

由能量方程

$$\frac{\tau}{\rho g R'} = \frac{h_f}{\ell}$$

$$\tau = \rho g R' J$$

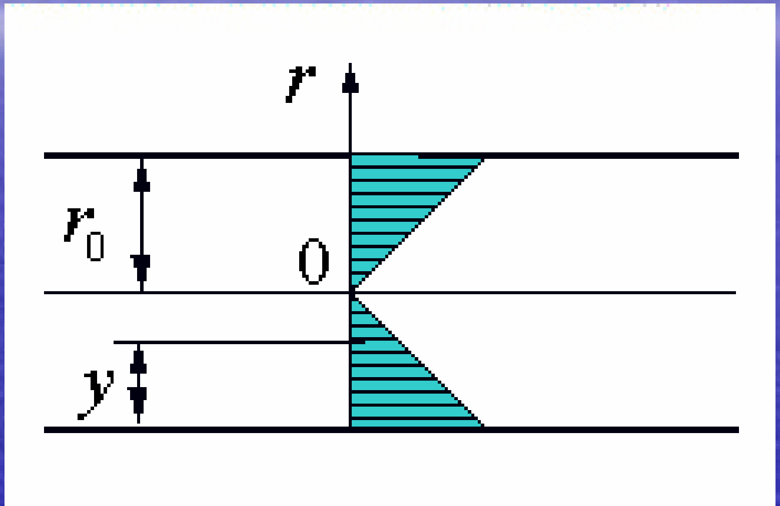
同理

$$\boxed{\tau_o = \rho g R J}$$

# 切应力的分布

$$\frac{\tau}{\tau_o} = \frac{\rho g R' J}{\rho g R J} = \frac{R'}{R} = \frac{\frac{r}{2}}{\frac{r_o}{2}} = \frac{r}{r_o}$$

$$\tau = \frac{\tau_o}{r_o} r$$



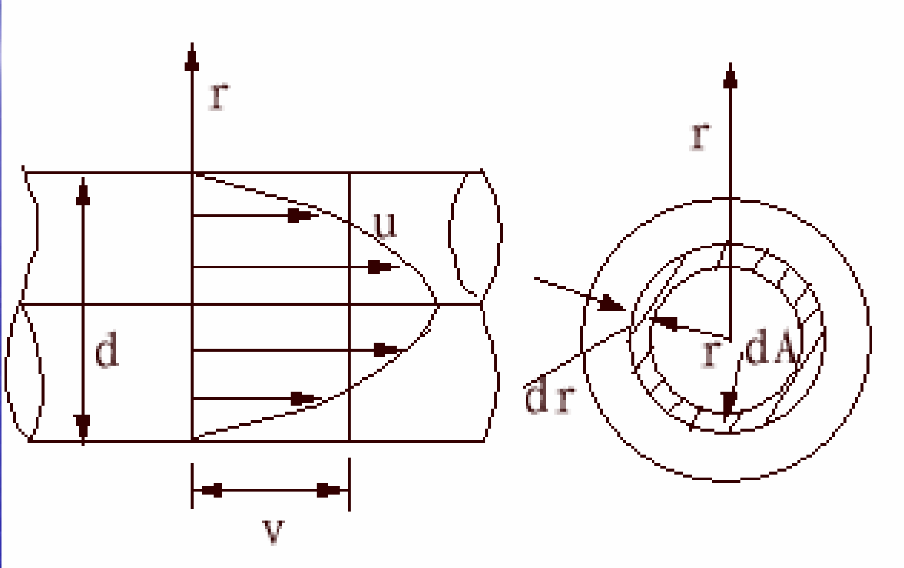
- 沿程损失的通用公式
- 达西——魏斯巴赫公式

$$h_f = \lambda \frac{\ell}{d} \frac{V^2}{2g} \qquad h_f = \lambda \frac{\ell}{4R} \frac{V^2}{2g}$$

# §5.3 圆管中的层流流动

- 断面流速分布特征

（一）断面流速分布




$$\tau = -\mu \frac{du}{dr}$$

$$\tau = \rho g R' J = \rho g \frac{r}{2} J$$

$$-\mu \frac{du}{dr} = \rho g \frac{r}{2} J \qquad du = -\frac{gJ}{2\nu} r dr \qquad u = -\frac{gJ}{4\nu} r^2 + C$$

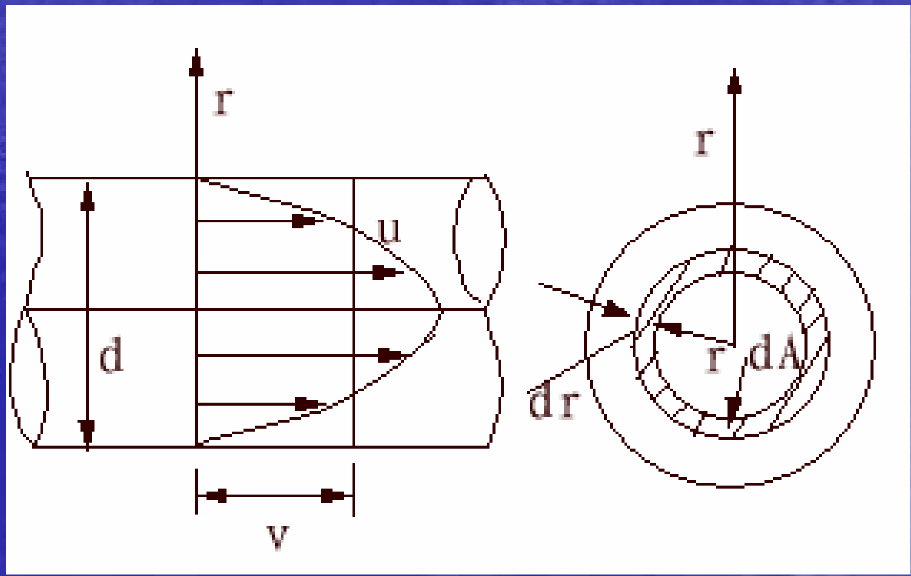
$$u = -\frac{gJ}{4\nu}r^2 + C$$

由边界条件

$r = r_o$ 时 $u = 0$ $\qquad C = \frac{gJ}{4\nu}r_o^2$

$$u = \frac{gJ}{4\nu}(r_o^2 - r^2)$$

$$u_{\max} = \frac{gJ}{4\nu}r_0^2 = \frac{gJ}{16\nu}d^2$$



## （二）流量

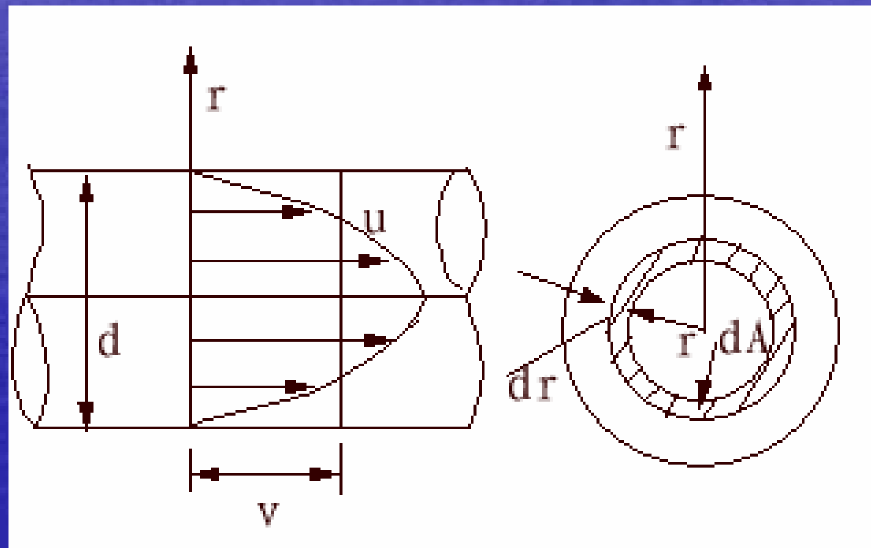
$$dQ = udA = \frac{gJ}{4\nu}(r_o^2 - r^2)2\pi r dr$$

$$Q = \int_o^{r_o} \frac{gJ}{4\nu}(r_o^2 - r^2)2\pi r dr$$

$$= \frac{gJ\pi}{2\nu}\int_o^{r_o}(r_o^2 - r^2) r dr$$

$$= \frac{gJ\pi}{2\nu}\left[\frac{1}{2}r_o^2 r^2 - \frac{1}{4}r^4\right]_o^{r_o}$$

$$= \frac{\pi g J}{8\nu} r_o^4 = \frac{\pi g J}{128\nu} d^4$$



## （三）断面平均流速

$$V=\frac{Q}{A}=\frac{\dfrac{\pi gJ}{128\nu}d^{4}}{\dfrac{\pi d^{2}}{4}}=\frac{gJ}{32\nu}d^{2}$$

$$u_{\max}=\frac{gJ}{4\nu}r_{0}^{2}=\frac{gJ}{16\nu}d^{2}$$

$$V=\frac{1}{2}u_{\max}$$

## （四）动能校正系数和动量校正系数

$$u=\frac{gJ}{4\nu}(r_o^2-r^2) \qquad V=\frac{gJ}{32\nu}d^2=\frac{gJ}{8\nu}r^2$$

$$\alpha=\frac{\int_A u^3dA}{V^3A}=2 \qquad \beta=\frac{\int_A u^2dA}{V^2A}=\frac{4}{3}$$

- 沿程损失与沿程阻力系数

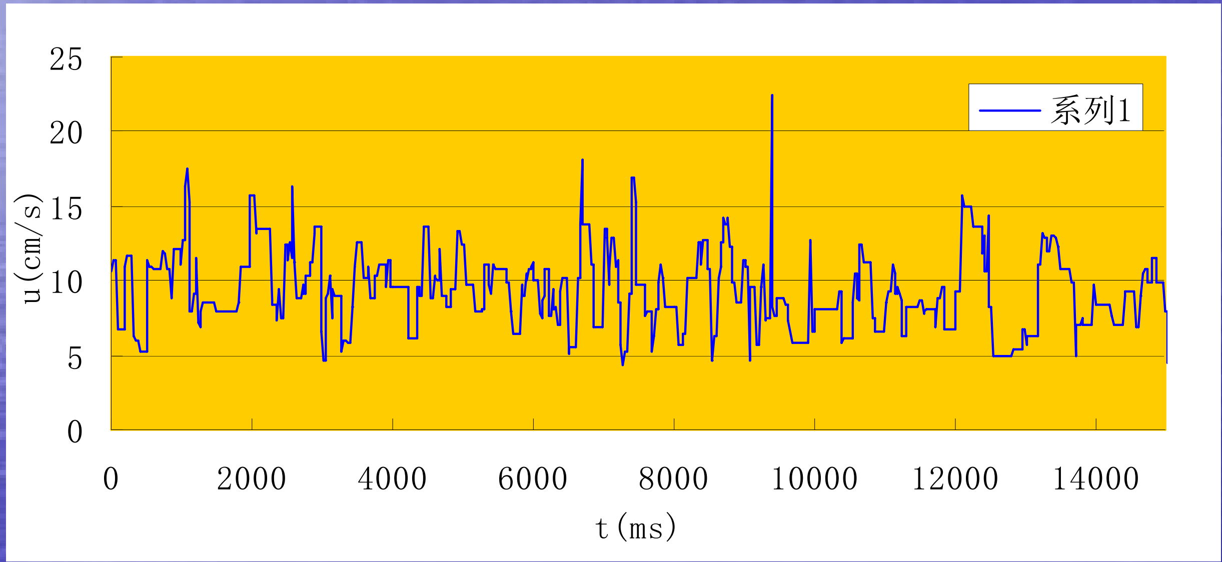
$$V=\frac{gJ}{32\nu}d^2 \qquad V=\frac{gd^2}{32\nu}\frac{h_f}{l}$$

$$h_f=\frac{32\nu\ell V}{gd^2}=\frac{64}{\frac{Vd}{\nu}}\frac{\ell}{d}\frac{V^2}{2g}=\lambda\frac{\ell}{d}\frac{V^2}{2g}$$

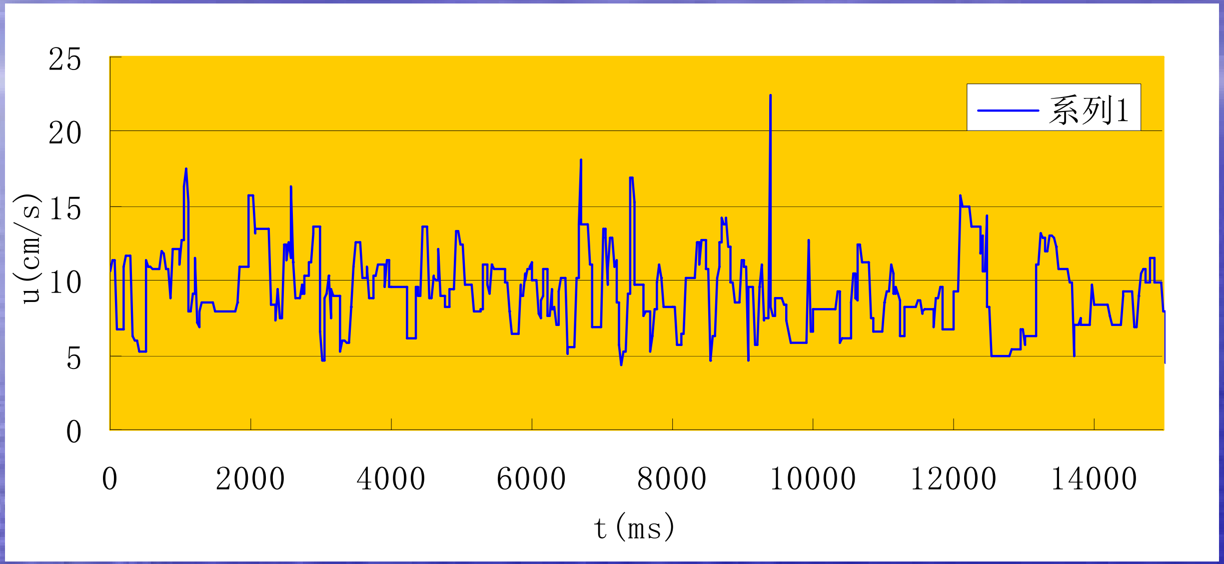
对圆管层流 $\lambda=\frac{64}{\mathrm{Re}}$

# §5.4　紊流流动的特征

- 紊流运动的随机性



- 紊流运动的模化方法




$$f = \overline{f} + f'$$

- 瞬时流速，时均流速，脉动流速

$$\overline{f} = \frac{1}{T}\int_{o}^{T} f dt$$

- 脉动值的时均值为零

$$\overline{f'} = \frac{1}{T}\int_{o}^{T} f' dt = \frac{1}{T}\int_{o}^{T} (f - \overline{f}) dt$$

$$= \frac{1}{T}\int_{o}^{T} f dt - \frac{1}{T}\int_{o}^{T} \overline{f} dt$$

$$= \overline{f} - \overline{f} = 0$$

- 均方根值

$$\sigma = \sqrt{\overline{f'^2}} = \left[\frac{1}{T}\int_0^T f'^2 dt\right]^{\frac{1}{2}}$$

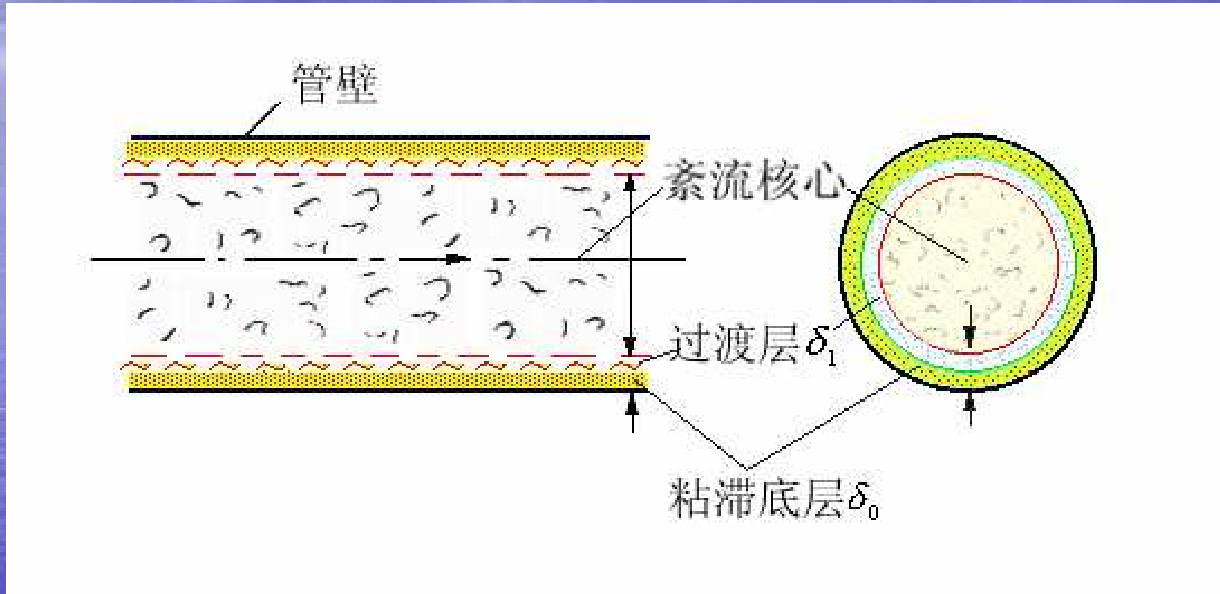
- 紊动强度

$$I = \frac{\sqrt{\frac{1}{3}(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2})}}{\overline{u}}$$

- 流场的一些基本概念在紊流中的适用性

  在时均意义上，有关流线、流管、均匀流、非均匀流、恒定流和非恒定流等概念对紊流均适用。

- 紊流流动的近壁特征




- 粘性底层 过渡层 紊流核心区

$$\delta_0 = \frac{32.8d}{\mathrm{Re}\sqrt{\lambda}}$$

- 定义摩阻流速

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_o}{\rho}} = \sqrt{\frac{\rho g R J}{\rho}} = \sqrt{gRJ}$$

$$h_f = \lambda \frac{l}{4R}\frac{V^2}{2g} \qquad \frac{h_f}{l} = \lambda \frac{1}{4R}\frac{V^2}{2g} = J$$

$$u_* = \sqrt{gR\lambda \frac{1}{4R}\frac{V^2}{2g}} = V\sqrt{\frac{\lambda}{8}} \qquad \lambda = 8\left(\frac{u_*}{V}\right)^2$$

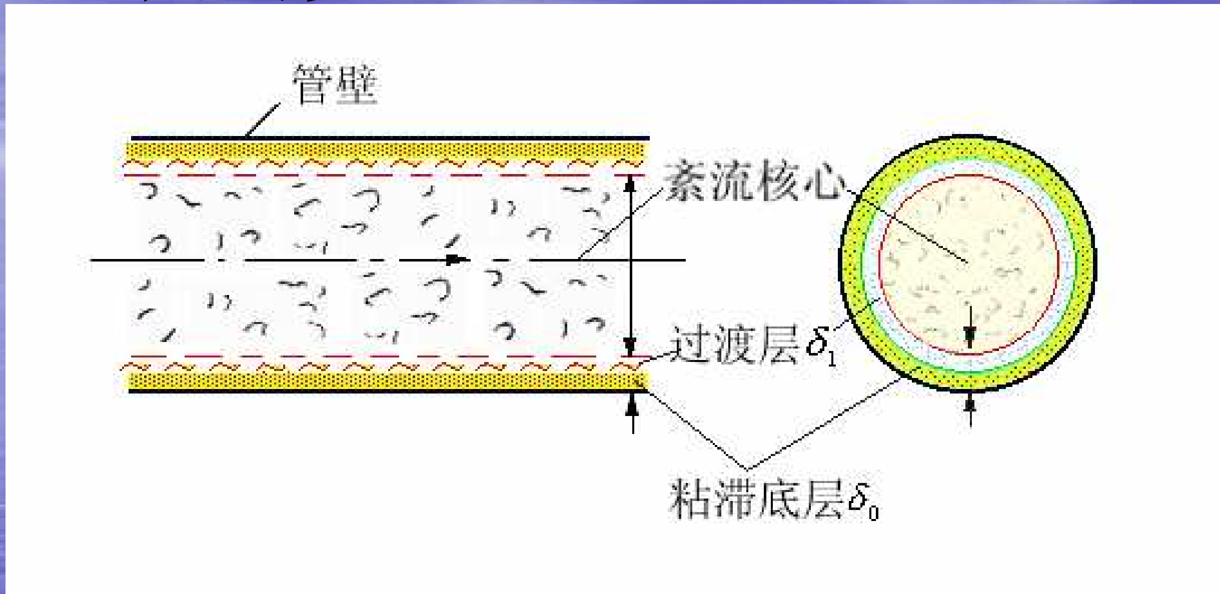
$$\delta_0 = \frac{32.8d}{\mathrm{Re}\sqrt{\lambda}} \qquad \lambda = 8\left(\frac{u_*}{V}\right)^2 \qquad \mathrm{Re} = \frac{Vd}{\nu}$$

$$\delta_0 = \frac{32.8d}{\frac{Vd}{\nu}\sqrt{8}\frac{u_*}{V}} = 11.6\frac{\nu}{u_*} \qquad \frac{\delta_0 u_*}{\nu} = 11.6$$

- 定义近壁区的雷诺数

$$y^+ = \frac{u_* y}{\nu} \qquad u^+ = \frac{u}{u_*}$$

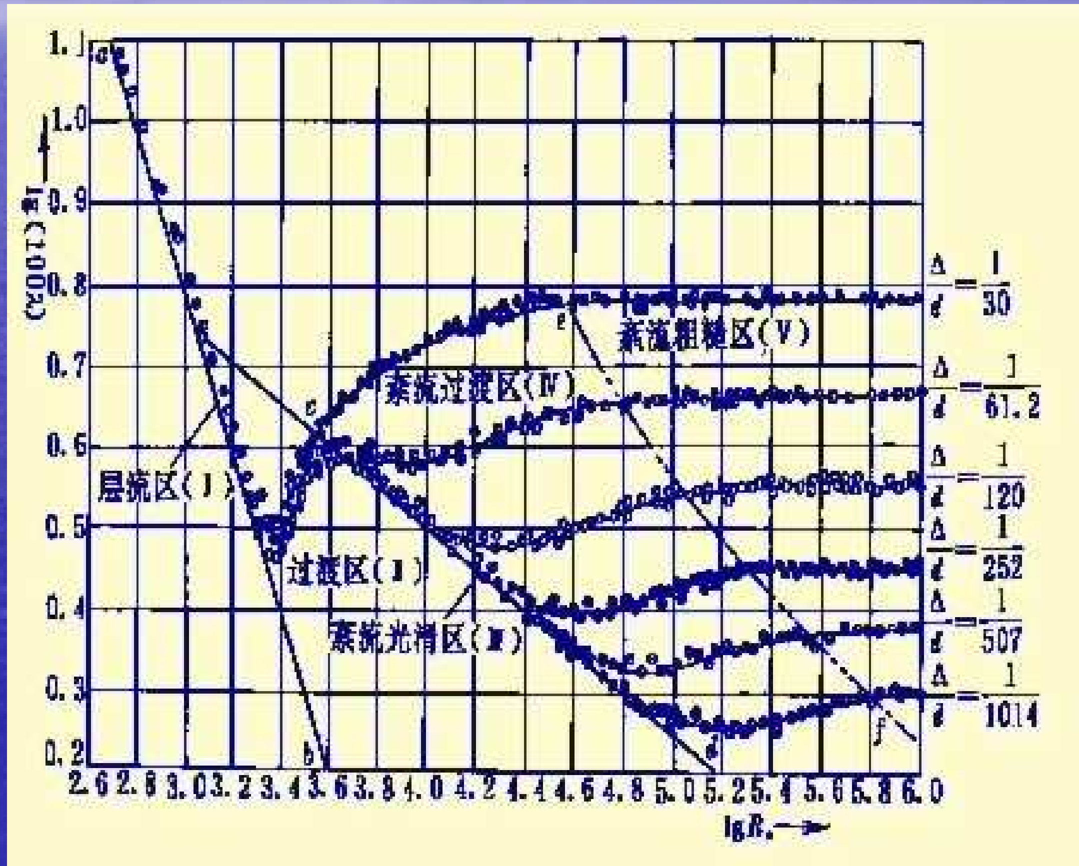
- 流道壁面的类型



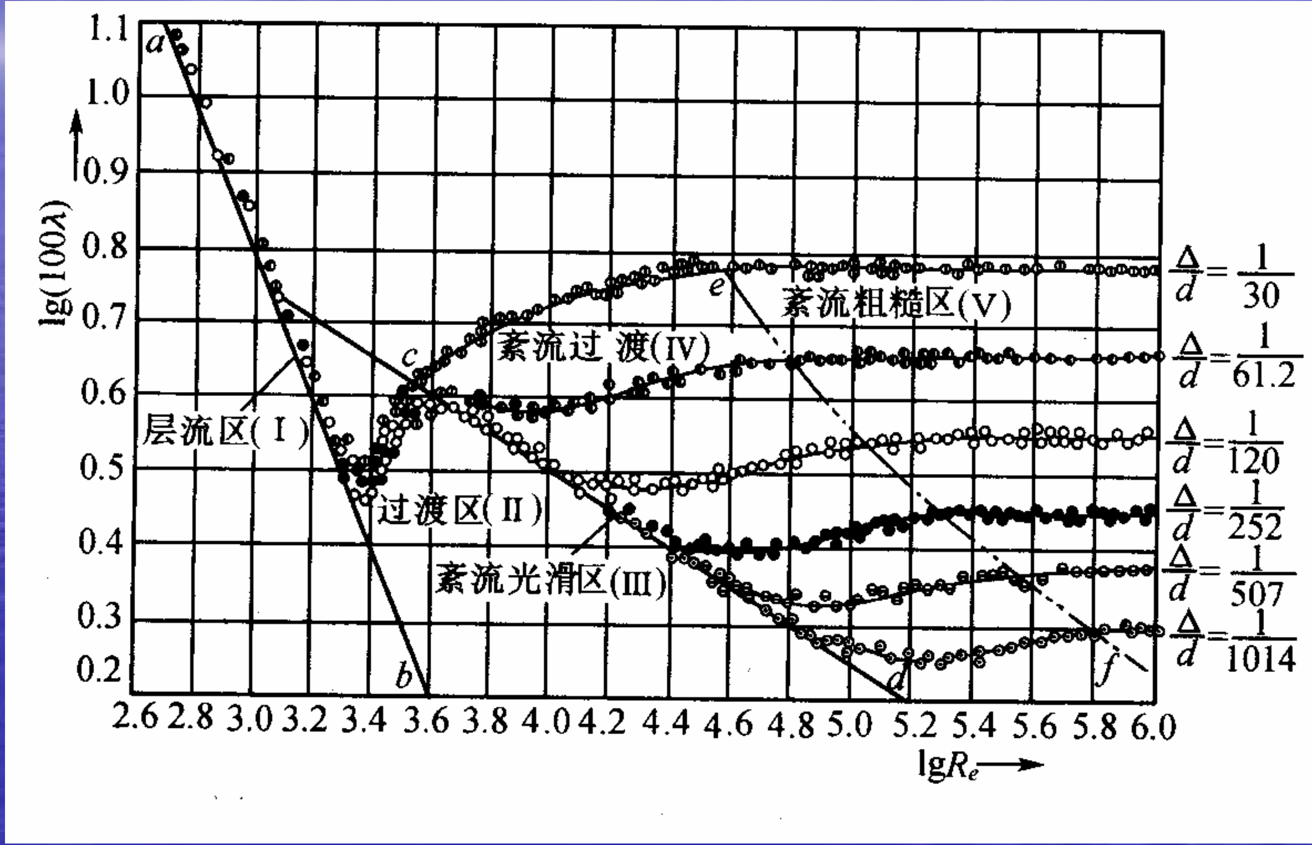

- 紊流的光滑面、过渡粗糙面和粗糙面
- 绝对粗糙度 $k_s$
- 相对粗糙度 $\dfrac{k_s}{d}$ $\dfrac{k_s}{R}$

# §5.5　紊流的沿程损失

- 尼古拉兹试验



- 层流区
- 层流转变为紊流的过渡区
- 紊流光滑区
- 紊流过渡粗糙区
- 紊流粗糙区



| | | |
|---|---|---|
| 层流 | $\lambda = \lambda(\text{Re})$ | $h_f \sim V^1$ |
| 紊流光滑区 | $\lambda = \lambda(\text{Re})$ | $h_f \sim V^{1.75}$ |
| 紊流过渡粗糙区 | $\lambda = \lambda(\text{Re}, \dfrac{k_s}{d})$ | $h_f \sim V^{1.75\sim 2}$ |
| 紊流粗糙区 | $\lambda = \lambda(\dfrac{k_s}{d})$ | $h_f \sim V^2$ |

- 定义粗糙雷诺数

$$\mathrm{Re}_* = \frac{k_s u_*}{\nu}$$

紊流光滑区

$$\mathrm{Re}_* = \frac{k_s u_*}{\nu} \le 5.0$$

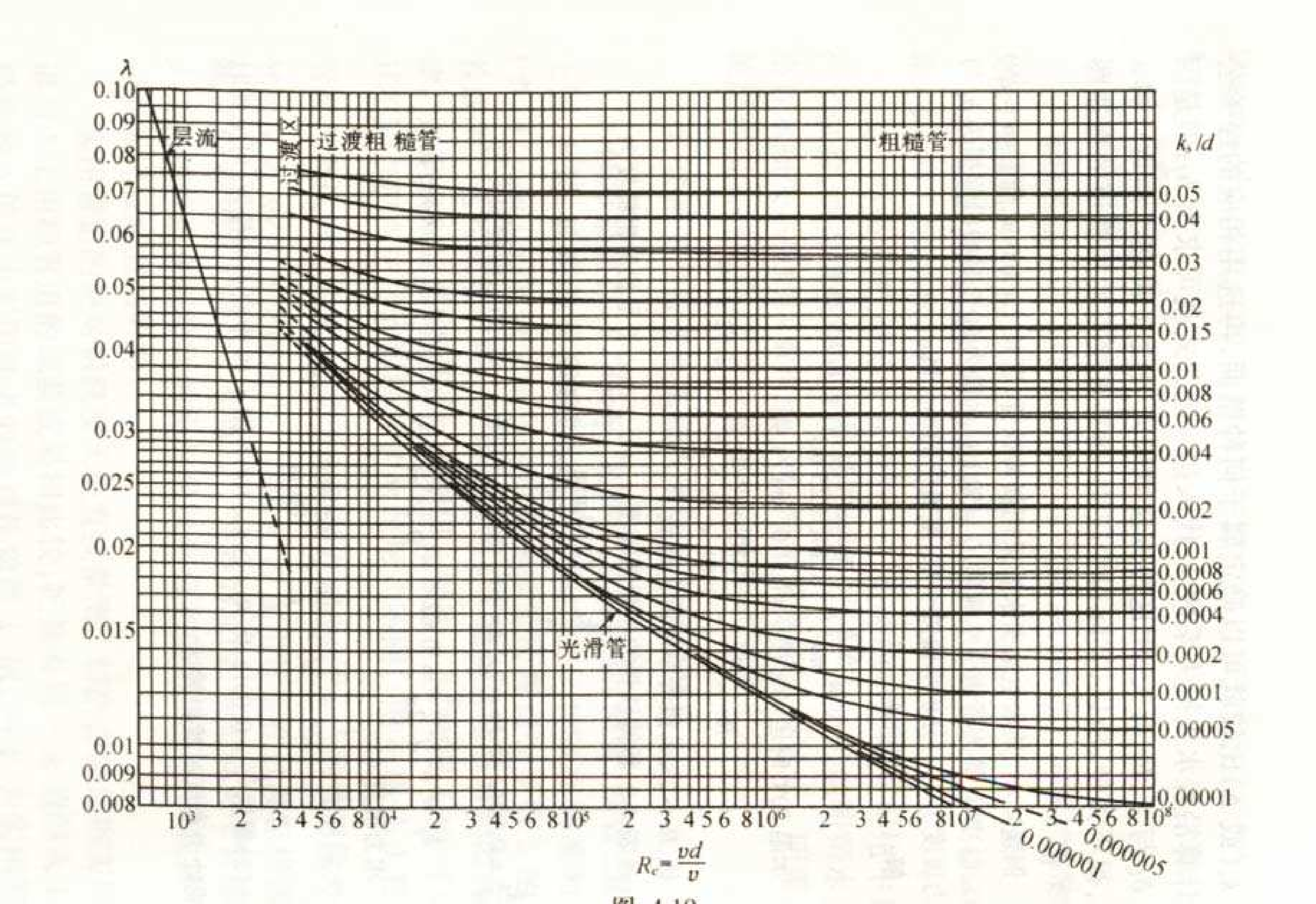
紊流过渡粗糙区

$$5.0 < \mathrm{Re}_* = \frac{k_s u_*}{\nu} < 70.0$$

紊流粗糙区

$$\mathrm{Re}_* = \frac{k_s u_*}{\nu} \ge 70.0$$

- 管流的沿程损失



λ
0.10
0.09
0.08
0.07
0.06
0.05
0.04
0.03
0.025
0.02
0.015
0.01
0.009
0.008
层流
过渡区
过渡粗糙管
粗糙管
光滑管
$k_s/d$
0.05
0.04
0.03
0.02
0.015
0.01
0.008
0.006
0.004
0.002
0.001
0.0008
0.0006
0.0004
0.0002
0.0001
0.00005
0.00001
0.000001
0.000005
$10^3$ 2 3 4 5 6 8 $10^4$ 2 3 4 5 6 8 $10^5$ 2 3 4 5 6 8 $10^6$ 2 3 4 5 6 8 $10^7$ 2 3 4 5 6 8 $10^8$
$R_e=\frac{vd}{\nu}$

紊流光滑区 $$\mathrm{Re}_* = \frac{k_s u_*}{\nu} \le 0.3$$

紊流过渡粗糙区 $$0.3 < \mathrm{Re}_* = \frac{k_s u_*}{\nu} < 70.0$$

紊流粗糙区 $$\mathrm{Re}_* = \frac{k_s u_*}{\nu} \ge 70.0$$

- 明渠流的沿程损失
  - 谢才公式

$$V = C\sqrt{RJ} \qquad Q = CA\sqrt{RJ}$$

- 曼宁公式

$$C = \frac{1}{n} R^{1/6}$$

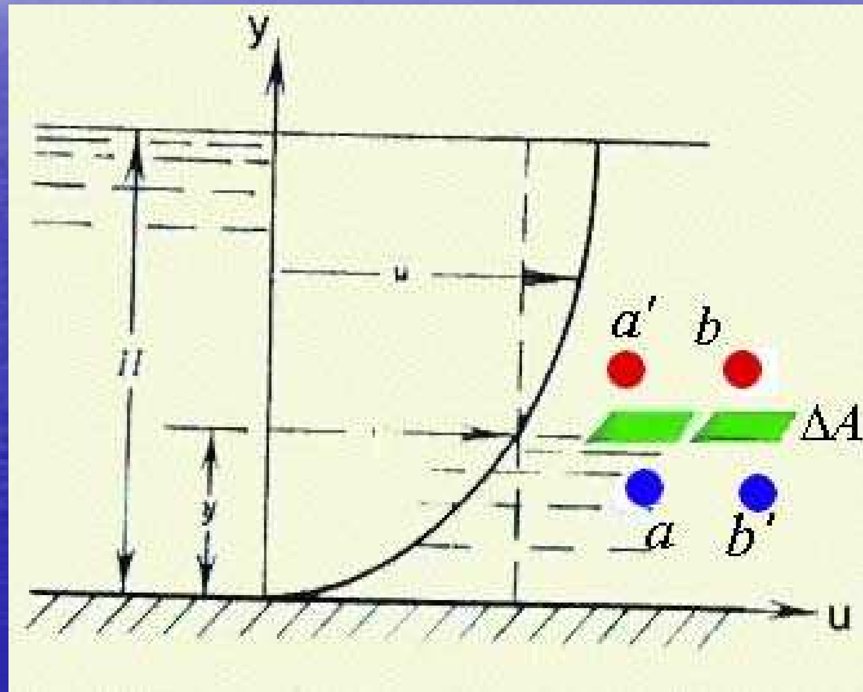
$$Q = \frac{1}{n} R^{2/3} J^{1/2} A$$

# § 5.6 紊流的断面流速分布

- 紊动切应力

$$\tau = \tau_1 + \tau_2$$

$$\tau_1 = \mu \frac{du}{dy}$$



- 雷诺应力分析

  液体质量

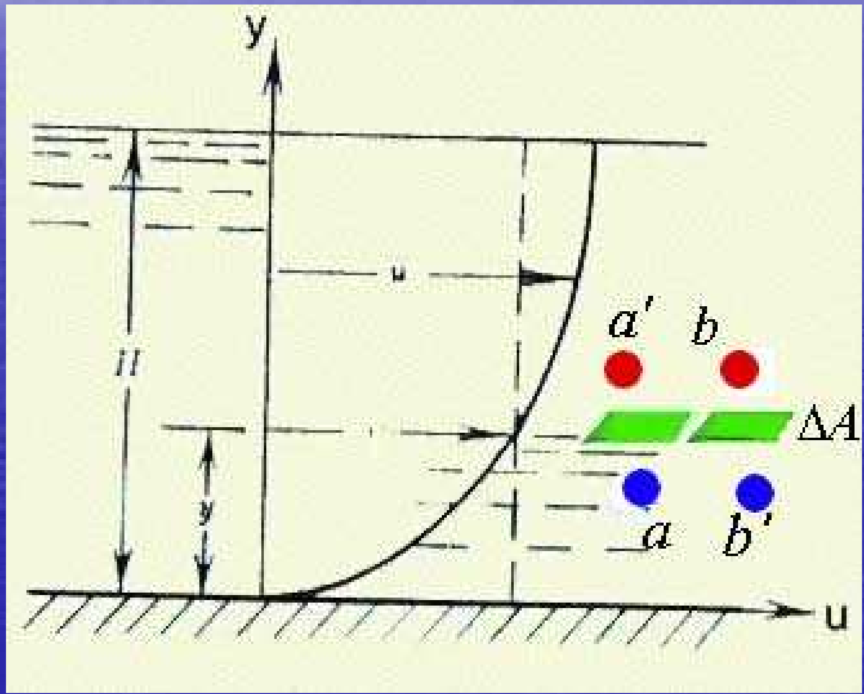
$$\Delta m = \rho v' \Delta A \Delta t$$

- 引起当地动量变化

$$\Delta m \cdot u' = \rho v' \Delta A \Delta t \cdot u'$$

- 根据动量定理

$$\Delta T = \frac{\rho v' \Delta A \Delta t \cdot u'}{\Delta t}$$



$$\tau_2 = \rho u'v' \qquad \tau_2 = -\rho u'v'$$

$$\bar{\tau}_2 = -\overline{\rho u'v'} \qquad \tau_2 = -\overline{\rho u'v'}$$

- 混合长度假说

$$-\overline{u'v'} \propto \overline{|u'|} \cdot \overline{|v'|} \qquad \overline{|u'|} \propto \overline{|v'|}$$

$$\overline{|u'|} \propto \frac{du}{dy} l' \quad \overline{|u'|} = c_1 \frac{du}{dy} l' \quad \overline{|v'|} = c_2 \overline{|u'|} \quad \overline{|v'|} = c_2 c_1 \frac{du}{dy} l'$$

$$-\overline{u'v'} = c_3 c_1 \frac{du}{dy} l' \cdot c_2 c_1 \frac{du}{dy} l' = c(l')^2 \left(\frac{du}{dy}\right)^2$$

$$\tau_2 = -\overline{\rho u'v'}$$

$$\tau_2 = \rho c(l')^2 (\frac{du}{dy})^2 \qquad \tau_2 = \rho l^2 (\frac{du}{dy})^2$$

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 = \mu \frac{du}{dy} + \rho \ell^2 (\frac{du}{dy})^2$$

$$\tau_2 = \rho l^2 (\frac{du}{dy})^2 = \mu_T (\frac{du}{dy}) \qquad \mu_T = \rho l^2 (\frac{du}{dy})$$

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 = (\mu + \mu_T)\frac{du}{dy}$$

- 圆管紊流的断面流速分布

$$\tau = \rho l^2 (\frac{du}{dy})^2 \qquad du = \frac{1}{l}\sqrt{\frac{\tau}{\rho}}dy$$

- 假设

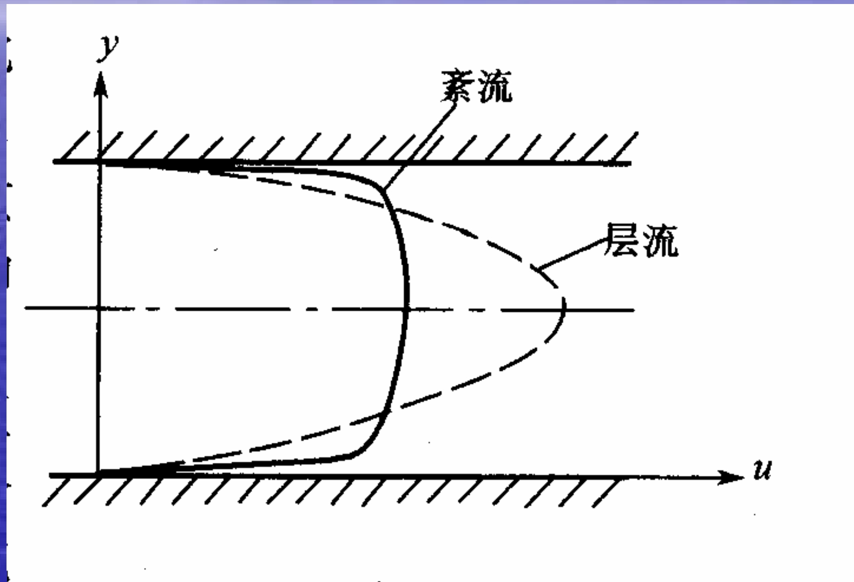
$$\tau = \tau_o \qquad l = ky$$

$$du = \frac{1}{ky}\sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}dy$$

$$du = \frac{1}{k} u_* \frac{1}{y} dy$$

$$u = \frac{u_*}{k} \ln y + C$$

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{k} \ln \frac{u_* y}{\nu} + C_1$$



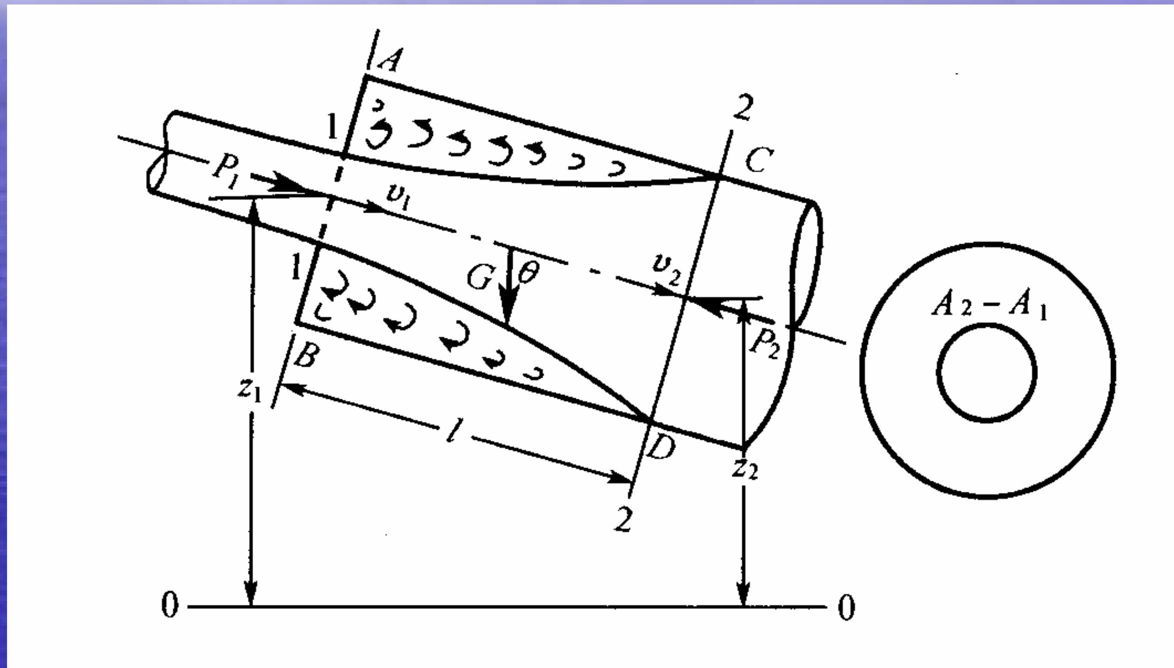

$$\frac{u}{u_*} = \frac{2.3}{k} \lg \frac{u_* y}{\nu} + C_1$$

$$\frac{u}{u_*} = 5.75 \lg \frac{u_* y}{\nu} + 5.5$$

$$\frac{u}{u_*} = 5.75 \lg \frac{y}{k_s} + 8.5$$

# §5.7　流动的局部损失

$$h_j = \zeta \frac{V^2}{2g}$$



- 突扩圆管的局部损失分析

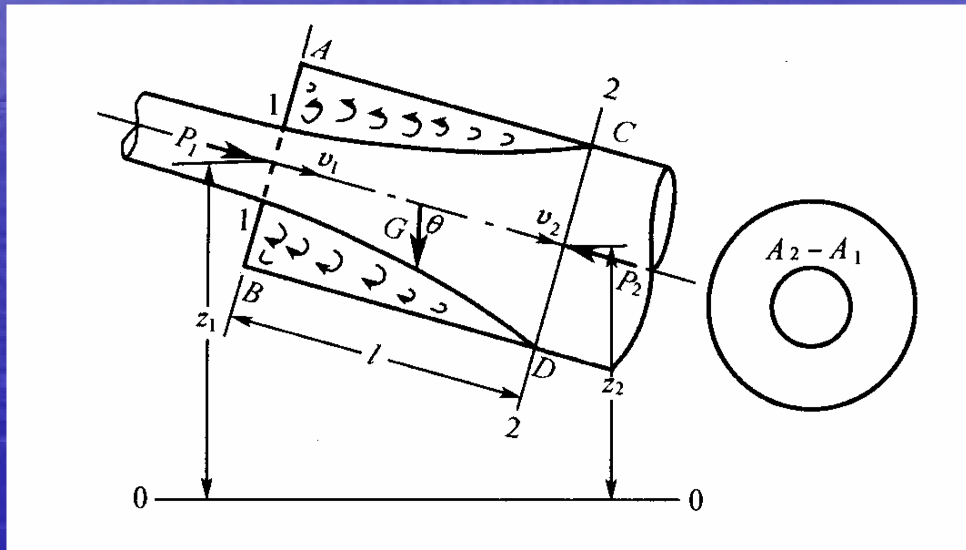
$$h_j = (z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g}) - (z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g})$$

$$\sum F_s = \beta\rho Q(V_2 - V_1)$$

$$P_1 = p_1 A_1 \qquad P_2 = p_2 A_2$$

$$P_3 = p_1 (A_2 - A_1)$$

$$G_s = \rho g A_2 l \cos\theta$$




$$\cos\theta = \frac{z_1 - z_2}{l}$$

$$G_s = \rho g A_2 (z_1 - z_2)$$

$$p_1A_1+p_1(A_2-A_1)-p_2A_2+\rho gA_2(z_1-z_2)=\beta\rho Q(V_2-V_1)$$

$$(z_1+\frac{p_1}{\rho g})-(z_2+\frac{p_2}{\rho g})=\beta\frac{V_2}{g}(V_2-V_1)$$

$$h_j=(z_1+\frac{p_1}{\rho g})-(z_2+\frac{p_2}{\rho g})+\frac{\alpha_1V_1^2}{2g}-\frac{\alpha_2V_2^2}{2g}$$

$$h_j=\beta\frac{V_2}{g}(V_2-V_1)+\frac{\alpha_1V_1^2}{2g}-\frac{\alpha_2V_2^2}{2g}$$

$$h_j = \beta\frac{V_2}{g}(V_2 - V_1) + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} - \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g}$$

$$= \frac{2V_2^2}{2g} - \frac{2V_1V_2}{2g} + \frac{V_1^2}{2g} - \frac{V_2^2}{2g}$$

$$= \frac{1}{2g}(V_1 - V_2)^2$$

波达公式

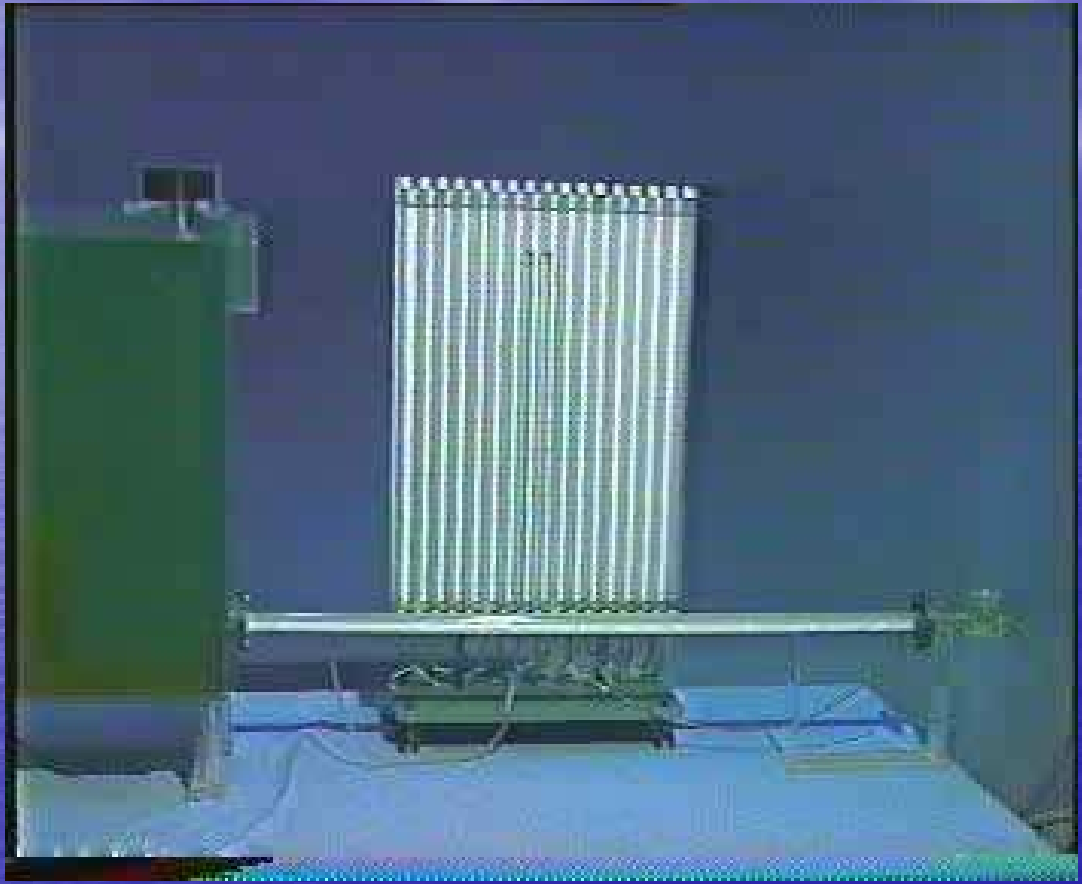
- 局部损失系数

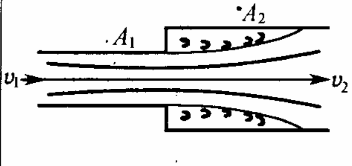
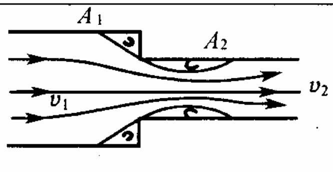
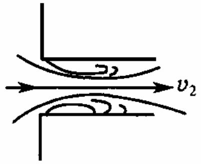
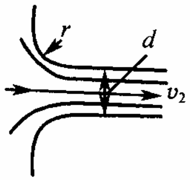
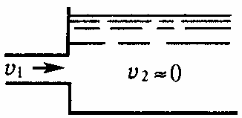
$$h_j = \frac{1}{2g}(V_1 - V_2)^2$$

$$= \frac{1}{2g}(V_2\frac{A_2}{A_1} - V_2)^2 = \frac{V_2^2}{2g}(\frac{A_2}{A_1} - 1)^2 = \zeta_2\frac{V_2^2}{2g}$$

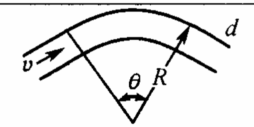
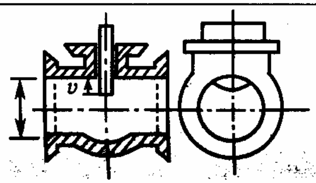
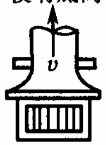
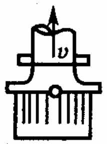
$$= \frac{1}{2g}(V_1 - V_1\frac{A_1}{A_2})^2 = \frac{V_1^2}{2g}(1 - \frac{A_1}{A_2})^2 = \zeta_1\frac{V_1^2}{2g}$$

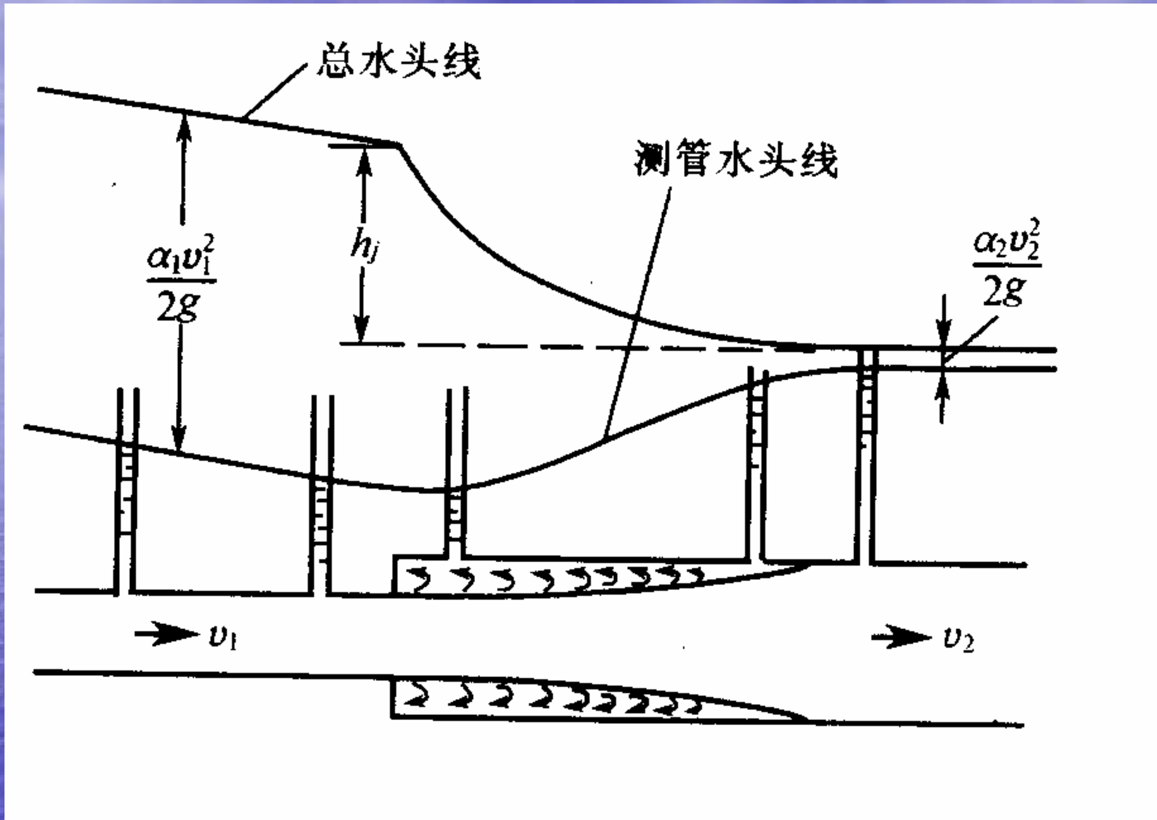
$$\zeta_2 = (\frac{A_2}{A_1} - 1)^2 \qquad \zeta_1 = (1 - \frac{A_1}{A_2})^2$$



| 名称 | 简图 | $\zeta$ | 公式 |
|---|---|---|---|
| 管道突然扩大 |  | $\zeta=\left(1-\dfrac{A_1}{A_2}\right)^2$ | $h_j=\zeta\dfrac{v_1^2}{2g}$ |
| 管道突然收缩 |  | $\zeta=0.5\left(1-\dfrac{A_2}{A_1}\right)$ | $h_j=\zeta\dfrac{v_2^2}{2g}$ |
| 管道进口 | 直角进口  | 0.5 | $h_j=\zeta\dfrac{v_2^2}{2g}$ |
| | 圆角进口  | $r/d$: 0, 0.02, 0.06, 0.10, 0.16, 0.22; $\zeta$: 0.50, 0.35, 0.20, 0.11, 0.05, 0.03 | $h_j=\zeta\dfrac{v_2^2}{2g}$ |
| 管道出口 | 出口淹没在水面下  | 1.0 | $h_j=\zeta\dfrac{v_1^2}{2g}$ |

| $r/d$ | 0 | 0.02 | 0.06 | 0.10 | 0.16 | 0.22 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $\zeta$ | 0.50 | 0.35 | 0.20 | 0.11 | 0.05 | 0.03 |

<table>
<tr>
<td>圆角弯管</td>
<td><br></td>
<td>$$\zeta = \left[0.131 + 0.163\left(\frac{d}{R}\right)^{3.5}\right]\left(\frac{\theta^{\circ}}{90^{\circ}}\right)^{1/2}$$</td>
<td>$h_j = \zeta \frac{v^2}{2g}$</td>
</tr>
<tr>
<td>折角弯管</td>
<td><br></td>
<td>$$\zeta = 0.946\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) + 2.05\sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)$$</td>
<td>$h_j = \zeta \frac{v^2}{2g}$</td>
</tr>
<tr>
<td>闸阀</td>
<td><br></td>
<td>在各种关闭度时：
<table>
<tr><td>$a/d$</td><td>0</td><td>1/8</td><td>2/8</td><td>3/8</td><td>4/8</td><td>5/8</td><td>6/8</td><td>7/8</td></tr>
<tr><td>$\zeta$</td><td>0.00</td><td>0.15</td><td>0.26</td><td>0.81</td><td>2.06</td><td>5.52</td><td>17.0</td><td>97.8</td></tr>
</table></td>
<td rowspan="3">$h_j = \zeta \frac{v^2}{2g}$<br>（$v$ 为管中流速）</td>
</tr>
<tr>
<td rowspan="2">滤水网</td>
<td>没有底阀<br><br></td>
<td>2 – 3</td>
</tr>
<tr>
<td>有底阀<br><br></td>
<td><table>
<tr><td>$d$(mm)</td><td>40</td><td>50</td><td>75</td><td>100</td><td>150</td><td>200</td><td>250</td><td>300</td><td>350 – 450</td><td>500 – 600</td></tr>
<tr><td>$\zeta$</td><td>12</td><td>10</td><td>8.5</td><td>7.0</td><td>6.0</td><td>5.2</td><td>4.4</td><td>3.7</td><td>3.6</td><td>3.5</td></tr>
</table></td>
</tr>
</table>


总水头线
测管水头线
$\frac{\alpha_1 v_1^2}{2g}$
$h_j$
$\frac{\alpha_2 v_2^2}{2g}$
$v_1$
$v_2$

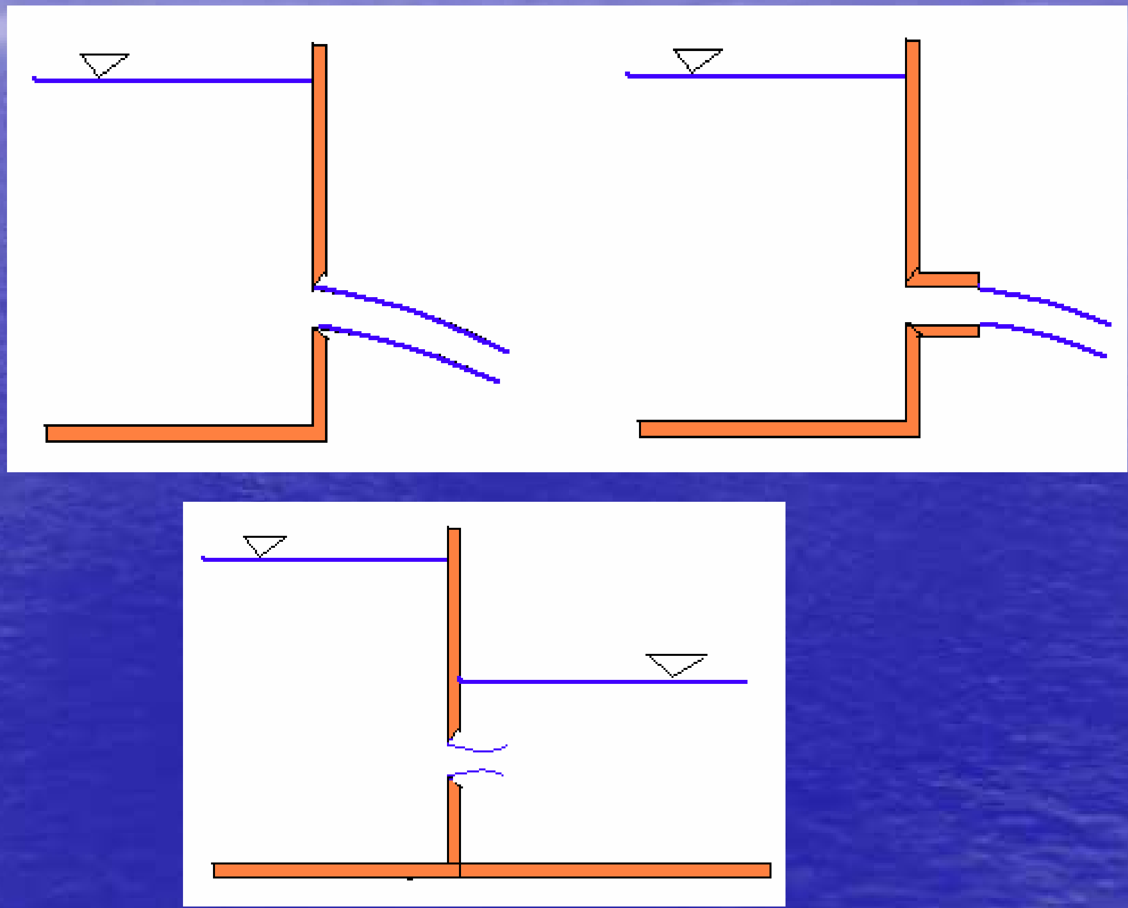
# 第六章 孔口、管嘴出流与有压管流



孔 口
管 嘴

有压管道
- 有压流
- 无压流
- 短管
- 长管

自由出流
淹没出流



§6.1　薄壁孔口出流

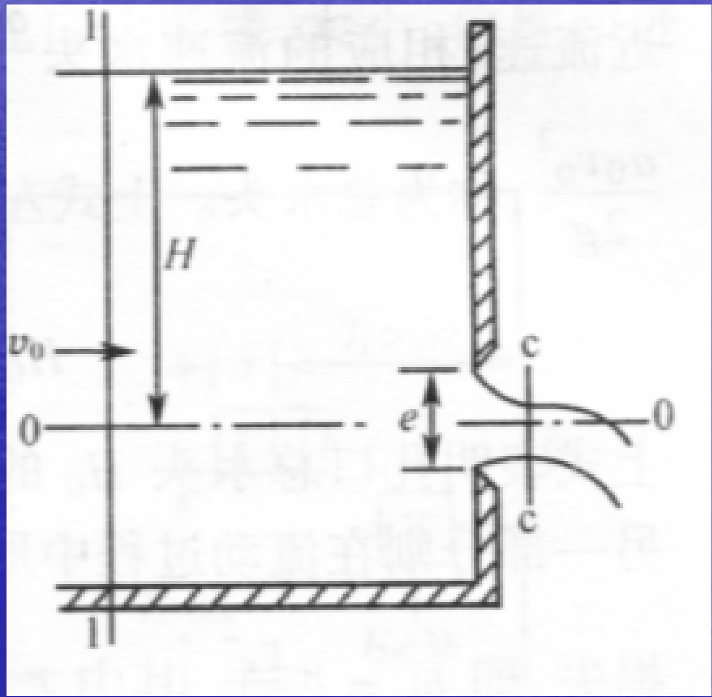
§6.2　管嘴出流

§6.3　有压管道恒定流计算

# §6.1　薄壁孔口出流

小孔口　$\dfrac{d}{H} < 0.1$

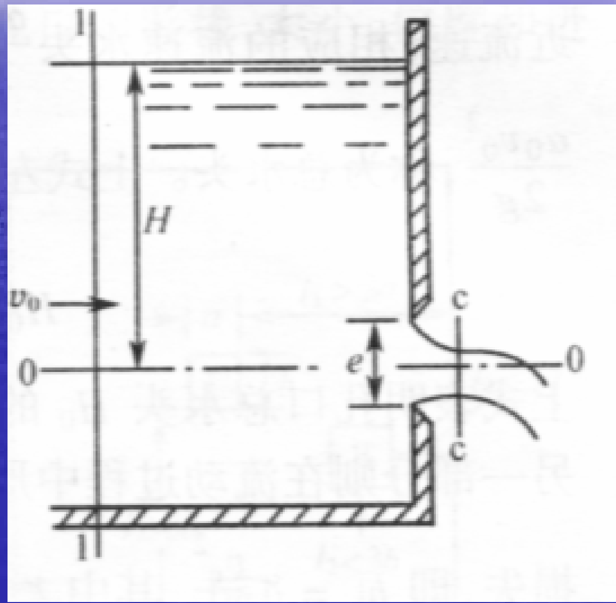
大孔口　$\dfrac{d}{H} > 0.1$



- 薄壁小孔口出流公式

1. 自由出流

$$z_1+\frac{p_1}{\rho g}+\frac{\alpha_1 V_1^2}{2g}=z_2+\frac{p_2}{\rho g}+\frac{\alpha_2 V_2^2}{2g}+h_w$$




$$H+0+\frac{\alpha_0 V_0^2}{2g}=0+0+\frac{\alpha_c V_c^2}{2g}+\zeta\frac{V_c^2}{2g}$$

$$H_0=\frac{\alpha_c V_c^2}{2g}+\zeta\frac{V_c^2}{2g}\quad=(\alpha_c+\zeta)\frac{V_c^2}{2g}$$

$$V_c=\frac{1}{\sqrt{\alpha_c+\zeta}}\sqrt{2gH_0}$$

$$V_c = \frac{1}{\sqrt{\alpha_c + \zeta}} \sqrt{2gH_0}$$

$$V_c = \varphi\sqrt{2gH_0}$$ φ称为流速系数

$$\varepsilon = \frac{A_c}{A}$$ 称为收缩系数

$$Q = A_c V_c = \varepsilon A \varphi \sqrt{2gH_0} = \mu A \sqrt{2gH_0}$$

$$\mu = \varepsilon\varphi$$ 称为孔口流量系数

## 2．收缩系数

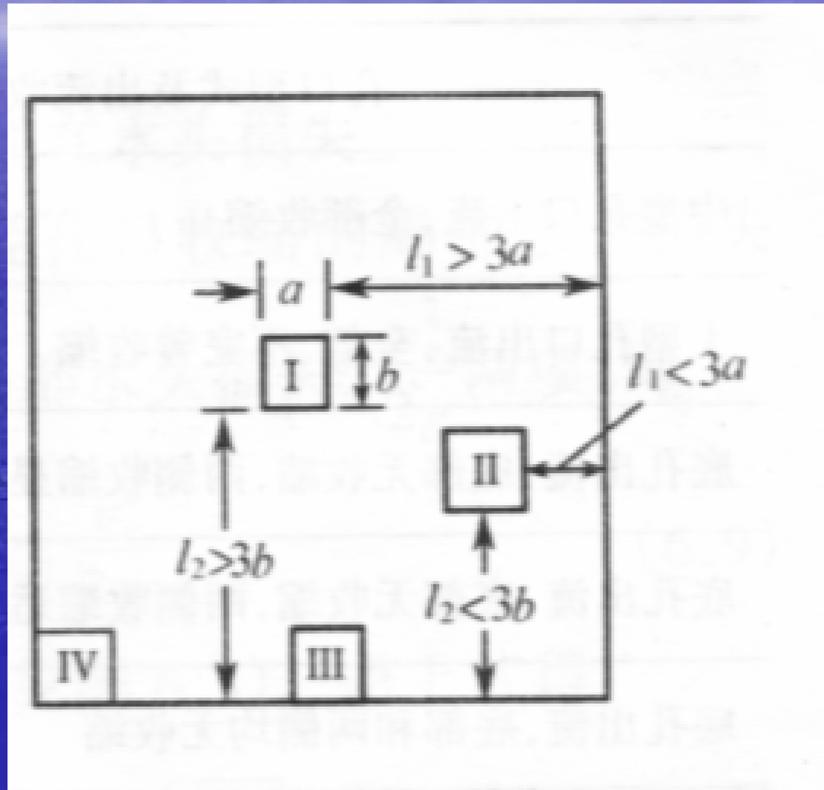
- 全部收缩
- 不全部收缩
- 完善收缩
- 不完善收缩

完善收缩的薄壁圆形小孔口

ε =0.64

φ =0.97

μ =0.62



# 3. 淹没出流

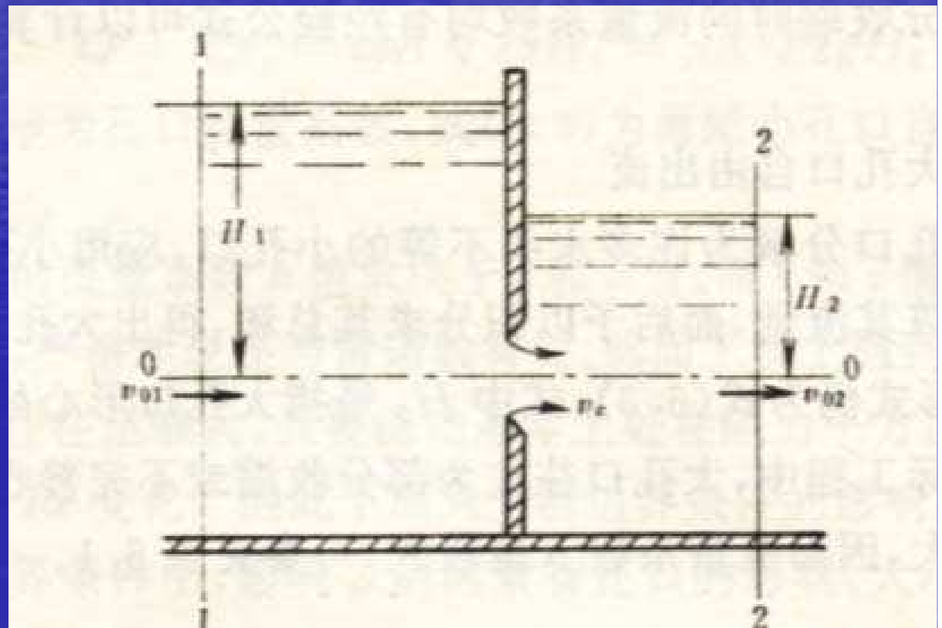
$$z_1+\frac{p_1}{\rho g}+\frac{\alpha_1 V_1^2}{2g}=z_2+\frac{p_2}{\rho g}+\frac{\alpha_2 V_2^2}{2g}+h_w$$

$$H_1+0+\frac{\alpha_{01}V_{01}^2}{2g}=H_2+0+\frac{\alpha_{02}V_{02}^2}{2g}+h_w$$

$$H=h_w$$

$$h_w=\zeta\frac{V_c^2}{2g}+\zeta_1\frac{V_c^2}{2g}$$

$$V_c=\frac{1}{\sqrt{\zeta+\zeta_1}}\sqrt{2gH}=\varphi\sqrt{2gH}$$



$$Q = A_c V_c = \varepsilon A \varphi \sqrt{2gH} = \mu A \sqrt{2gH}$$

- 比较自由出流和淹没出流的基本公式
- 自由出流

$$V_c = \frac{1}{\sqrt{\alpha_c + \zeta}} \sqrt{2gH_0} \qquad Q = \mu A \sqrt{2gH_0}$$

淹没出流

$$V_c = \frac{1}{\sqrt{\zeta + \zeta_1}} \sqrt{2gH} \qquad Q = \mu A \sqrt{2gH}$$

## §6.2　管嘴出流

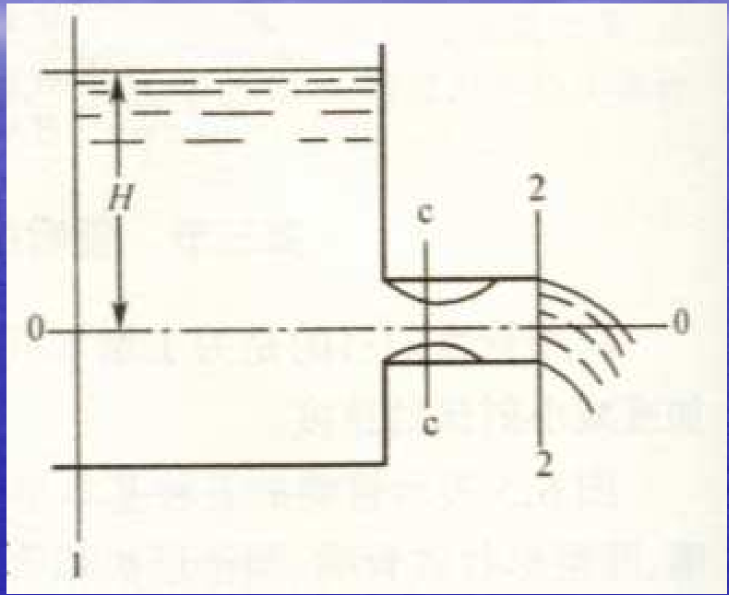
- 管嘴出流流量公式

$$z_1+\frac{p_1}{\rho g}+\frac{\alpha_1 V_1^2}{2g}=z_2+\frac{p_2}{\rho g}+\frac{\alpha_2 V_2^2}{2g}+h_w$$

$$H+0+\frac{\alpha_0 V_0^2}{2g}=0+0+\frac{\alpha V^2}{2g}+\zeta\frac{V^2}{2g}$$

$$V=\frac{1}{\sqrt{\alpha+\zeta}}\sqrt{2gH_0}=\varphi\sqrt{2gH_0}$$

$$\varphi=\frac{1}{\sqrt{\alpha+\zeta}}=\frac{1}{\sqrt{1+0.5}}=0.82$$



$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{\alpha+\zeta}} = \frac{1}{\sqrt{1+0.5}} = 0.82$$

$$\mu = \varepsilon\varphi = 0.82$$

$$Q = AV = \mu A\sqrt{2gH_0}$$

- 比较孔口和管嘴的流速系数和流量系数

孔口

ε =0. 64

ϕ =0. 97

μ =0. 62

管嘴

ε =1

ϕ =0. 82

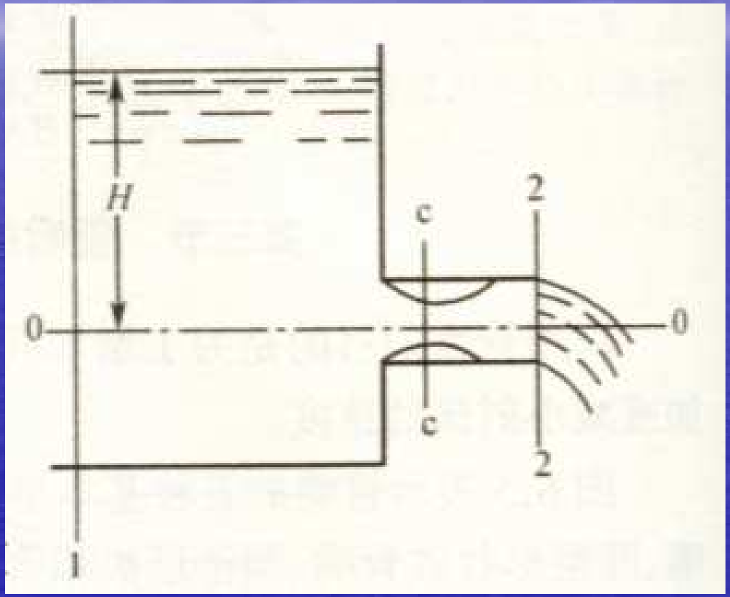
μ =0. 82

- 柱状管嘴内的真空度

$$z_1+\frac{p_1}{\rho g}+\frac{\alpha_1 V_1^2}{2g}=z_2+\frac{p_2}{\rho g}+\frac{\alpha_2 V_2^2}{2g}+h_w$$

$$0+\frac{p_c}{\rho g}+\frac{\alpha_c V_c^2}{2g}=0+0+\frac{\alpha V^2}{2g}+h_w$$

$$V_c=\frac{A}{A_c}V=\frac{1}{\varepsilon}V$$




$$\frac{\alpha_c V_c^2}{2g}=\frac{\alpha_c V^2}{\varepsilon^2 2g}$$

$$h_w=\frac{(V_c-V)^2}{2g}=(\frac{1}{\varepsilon}-1)^2\frac{V^2}{2g}$$

$$0+\frac{p_c}{\rho g}+\frac{\alpha_c V_c^2}{2g}=0+0+\frac{\alpha V^2}{2g}+h_w$$

$$\frac{p_c}{\rho g}+(\frac{1}{\varepsilon})^2\frac{V^2}{2g}=\frac{V^2}{2g}+(\frac{1}{\varepsilon}-1)^2\frac{V^2}{2g}$$

$$\frac{p_c}{\rho g}=(1+(\frac{1}{\varepsilon}-1)^2-(\frac{1}{\varepsilon})^2)\frac{V^2}{2g}$$

$$\frac{p_c}{\rho g}=(1-\frac{2}{\varepsilon}+1)\frac{V^2}{2g}=(2-\frac{2}{0.64})\frac{V^2}{2g}=-1.125\frac{V^2}{2g}$$

$$\frac{p_c}{\rho g} = (1 - \frac{2}{\varepsilon} + 1)\frac{V^2}{2g} = (2 - \frac{2}{0.64})\frac{V^2}{2g} = -1.125\frac{V^2}{2g}$$

$$V = \varphi\sqrt{2gH_0}$$

$$\frac{V^2}{2g} = \varphi^2 H_0$$

$$\frac{p_c}{\rho g} = -1.125\frac{V^2}{2g} = -1.125\varphi^2 H_0$$

$$= -1.125 \times 0.82^2 H_0 = -0.756 H_0$$

# §6.3　有压管道恒定流计算

- 短管恒定流计算

1. 自由出流

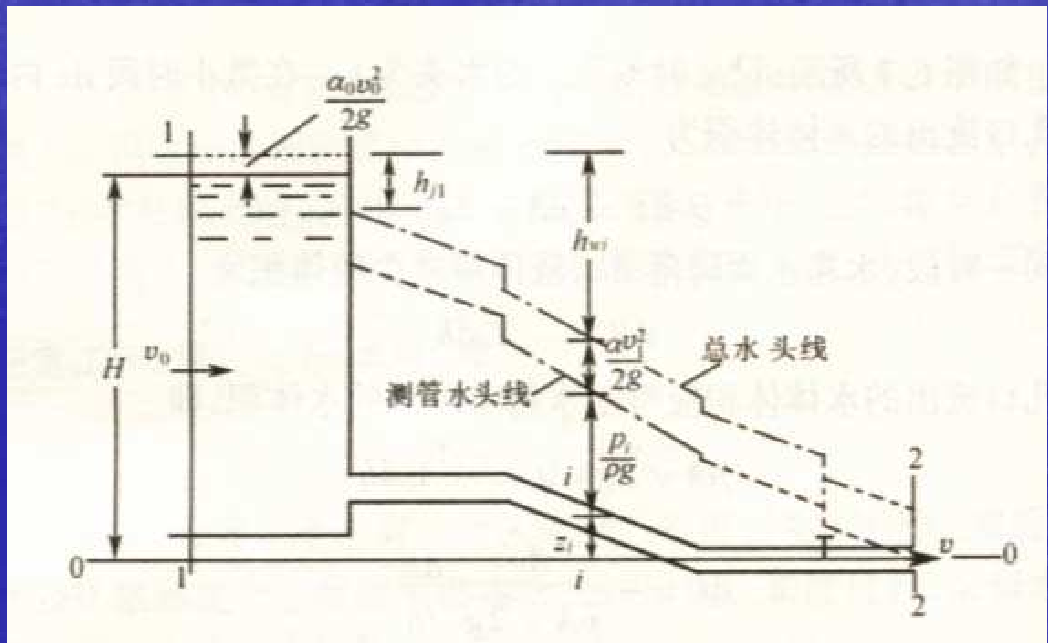
$$z_1+\frac{p_1}{\rho g}+\frac{\alpha_1 V_1^{\;2}}{2g}=z_2+\frac{p_2}{\rho g}+\frac{\alpha_2 V_2^{\;2}}{2g}+h_w$$

$$H+0+\frac{\alpha_0 V_0^{\;2}}{2g}=0+0+\frac{\alpha V^2}{2g}+h_w$$

$$h_w=(\sum\lambda\frac{l}{d}+\sum\zeta)\frac{V^2}{2g}$$

$$V=\frac{1}{\sqrt{\alpha+\sum\lambda\frac{l}{d}+\sum\zeta}}\sqrt{2gH_0}$$

$$Q=AV=\mu_c A\sqrt{2gH_0}$$



## 2. 淹没出流

$$z_1+\frac{p_1}{\rho g}+\frac{\alpha_1 V_1^2}{2g}=z_2+\frac{p_2}{\rho g}+\frac{\alpha_2 V_2^2}{2g}+h_w$$

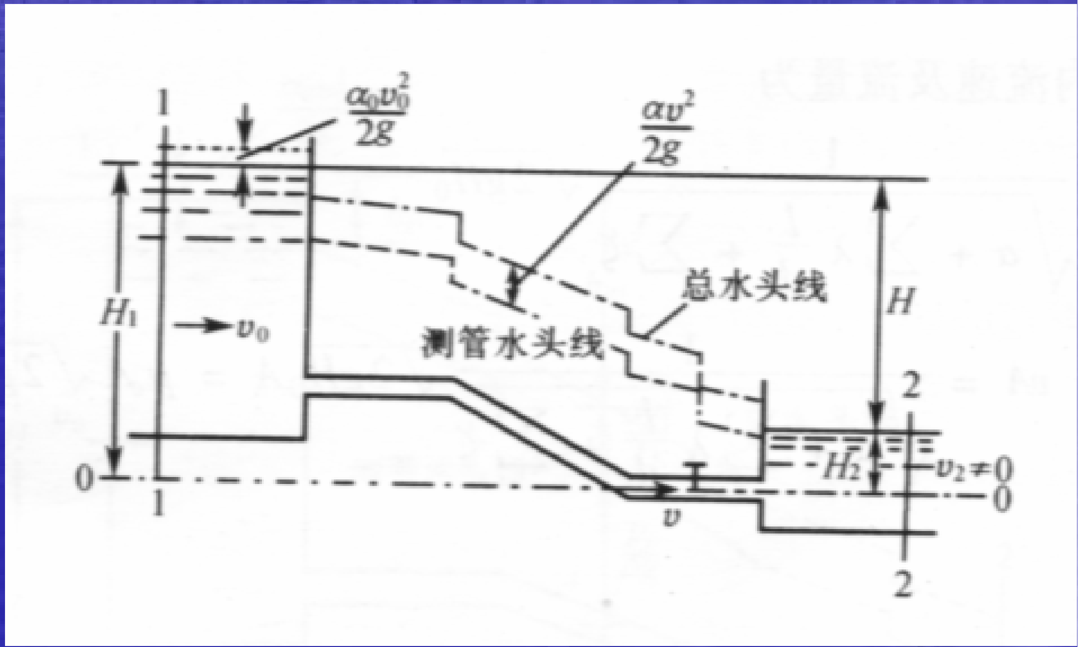
$$H_1+0+\frac{\alpha_{01}V_{01}^2}{2g}=H_2+0+\frac{\alpha_{02}V_{02}^2}{2g}+h_w$$

$$H=h_w$$

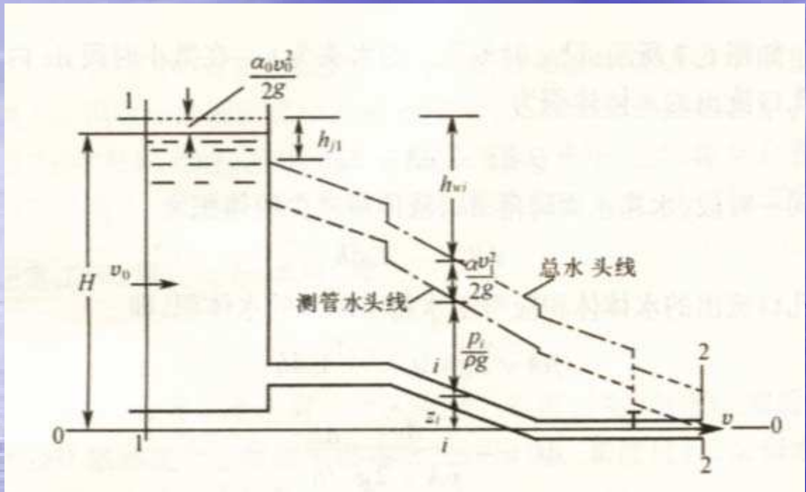
$$h_w=(\sum\lambda\frac{l}{d}+\sum\zeta)\frac{V^2}{2g}$$

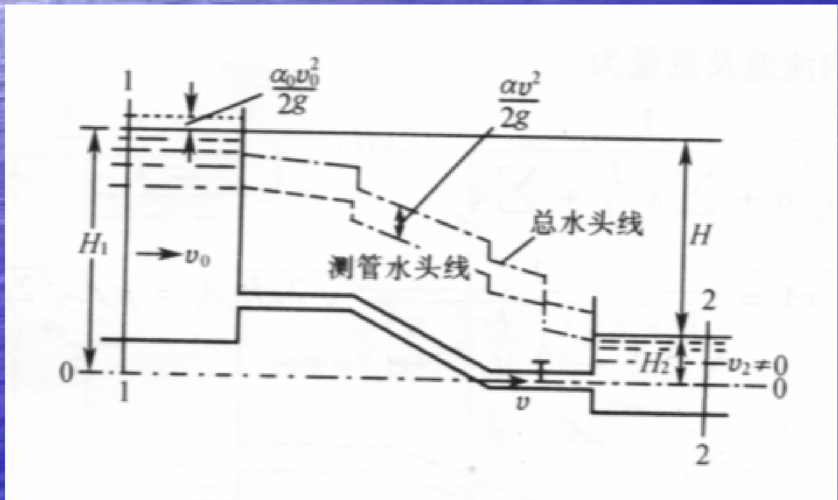
$$V=\frac{1}{\sqrt{\sum\lambda\frac{l}{d}+\sum\zeta}}\sqrt{2gH}$$

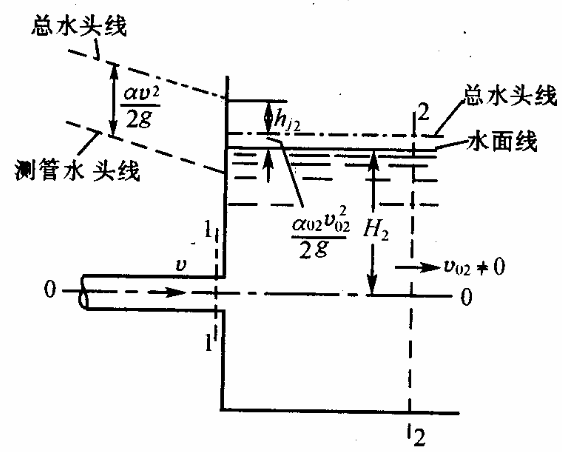
$$Q=AV=\mu_c A\sqrt{2gH}$$



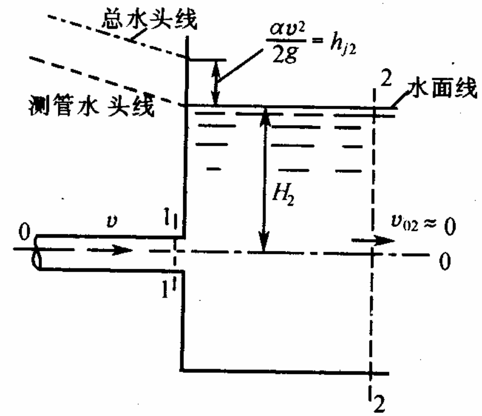
# 总水头线和测压管水头线的绘制



(a)



(b)

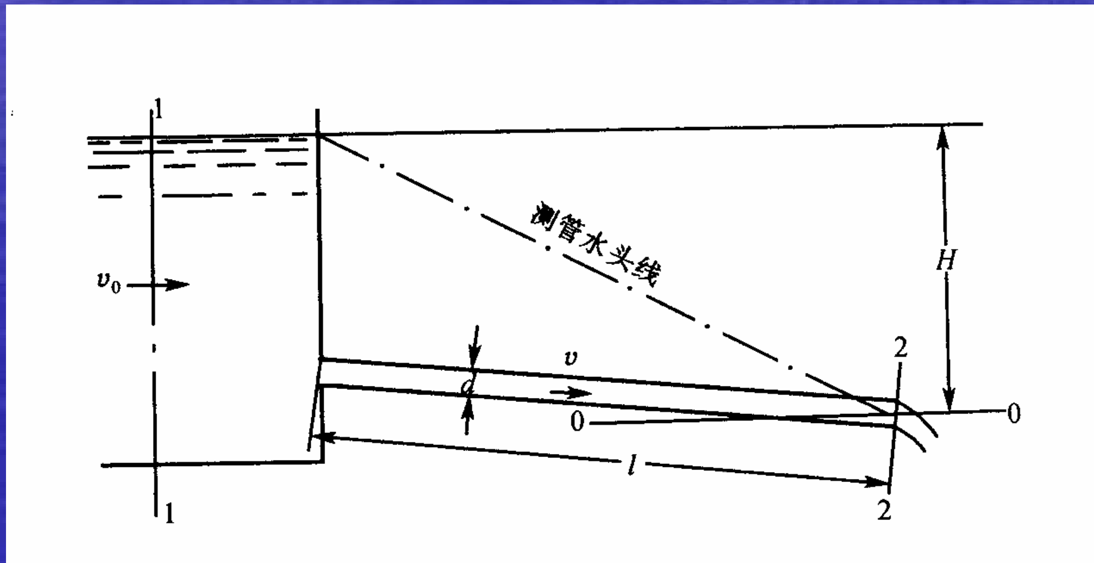
- 长管简单管道恒定流计算

  直径不变没有分支的管道称为简单管道

$$z_1+\frac{p_1}{\rho g}+\frac{\alpha_1 V_1^2}{2g}=z_2+\frac{p_2}{\rho g}+\frac{\alpha_2 V_2^2}{2g}+h_w$$

$$H=h_f$$

$$V=C\sqrt{RJ}$$

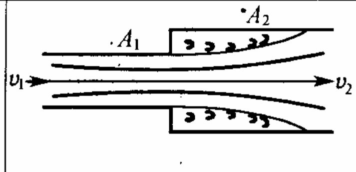
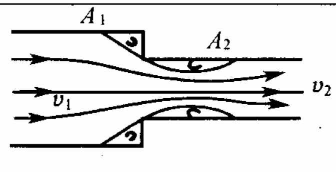
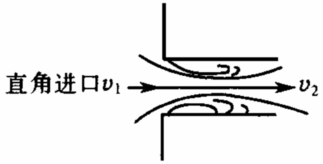
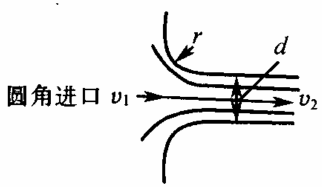
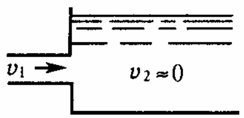


$$H = h_f$$

$$V = C\sqrt{RJ} \qquad Q = CA\sqrt{RJ} \qquad Q = K\sqrt{J}$$

$$J = \frac{V^2}{C^2R} \qquad J = \frac{Q^2}{C^2A^2R} \qquad J = \frac{Q^2}{K^2}$$

$$h_f = H = \frac{V^2}{C^2R}l \qquad h_f = H = \frac{Q^2}{C^2A^2R}l \qquad h_f = H = \frac{Q^2}{K^2}l$$

<table>
<tr><th>名称</th><th>简　　图</th><th>$\zeta$</th><th>公　式</th></tr>
<tr><td>管道突然扩大</td><td>
</td><td>$\zeta=\left(1-\frac{A_1}{A_2}\right)^2$</td><td>$h_j=\zeta\frac{v_1^2}{2g}$</td></tr>
<tr><td>管道突然收缩</td><td>
</td><td>$\zeta=0.5\left(1-\frac{A_2}{A_1}\right)$</td><td>$h_j=\zeta\frac{v_2^2}{2g}$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">管道进口</td><td>
</td><td>0.5</td><td>$h_j=\zeta\frac{v_2^2}{2g}$</td></tr>
<tr><td>
</td><td><table><tr><td>$r/d$</td><td>0</td><td>0.02</td><td>0.06</td><td>0.10</td><td>0.16</td><td>0.22</td></tr><tr><td>$\zeta$</td><td>0.50</td><td>0.35</td><td>0.20</td><td>0.11</td><td>0.05</td><td>0.03</td></tr></table></td><td>$h_j=\zeta\frac{v_2^2}{2g}$</td></tr>
<tr><td>管道出口</td><td>出口淹没在水面下<br>
</td><td>1.0</td><td>$h_j=\zeta\frac{v_1^2}{2g}$</td></tr>
</table>

# 第七章　明渠均匀流

- §7.1　概述
- §7.2　明渠均匀流的水力特性和基本公式
- §7.3　梯形断面明渠均匀流的水力计算

# §7.1　概述

明渠水流是一种具有自由液面的水流，水流的表面压强为大气压强，即相对压强为零，明渠水流也称为无压流。

- 明渠的横断面

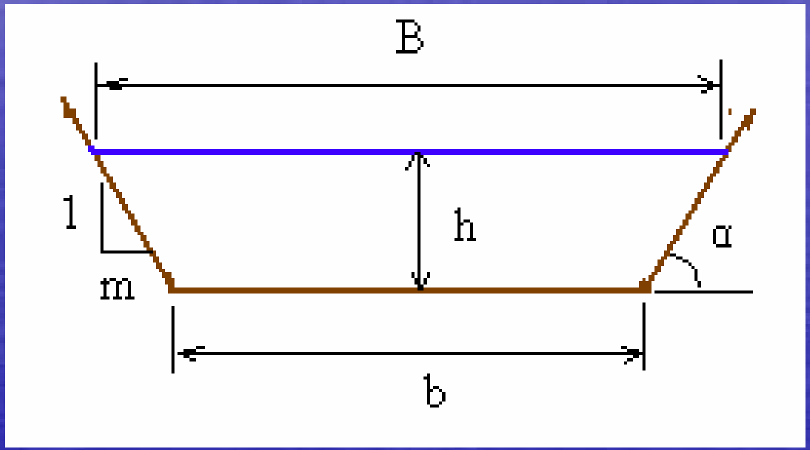
- 与渠道中心线相垂直的铅垂面与渠底及渠壁的交线，　　构成明渠的横断面
- 横断面与过流断面的区别

- 以梯形断面为例，各水力要素的关系

水面宽度 $B = b + 2mh$

过流断面面积

$$A = \frac{1}{2}h(b + 2mh + b) = (b + mh)h$$



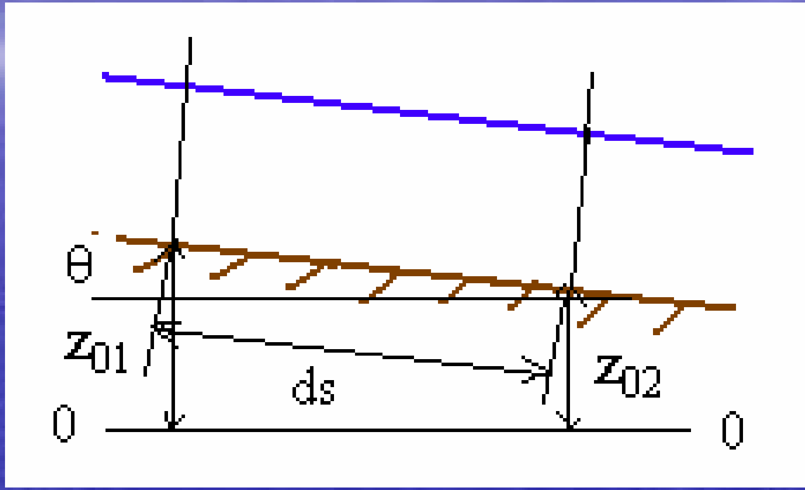

湿周 $\chi = b + 2h\sqrt{1 + m^2}$

水力半径 $$R = \frac{A}{\chi} = \frac{(b + mh)h}{b + 2h\sqrt{1 + m^2}}$$

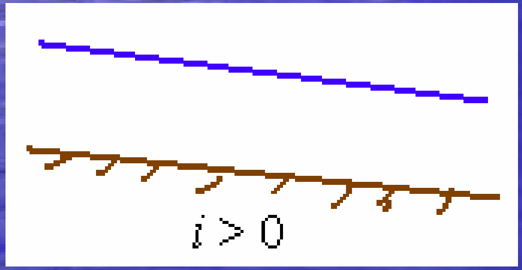
- 棱柱形明渠
- 非棱柱形明渠

- 渠道的底坡

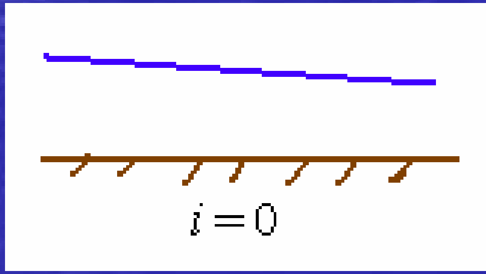
$$i=\frac{z_1-z_2}{L}=-\frac{dz_o}{ds}=\sin\theta$$



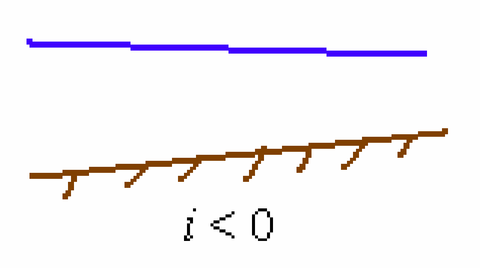

顺坡




平坡




逆坡



- 渠道的允许流速

  最大允许流速、最小允许流速

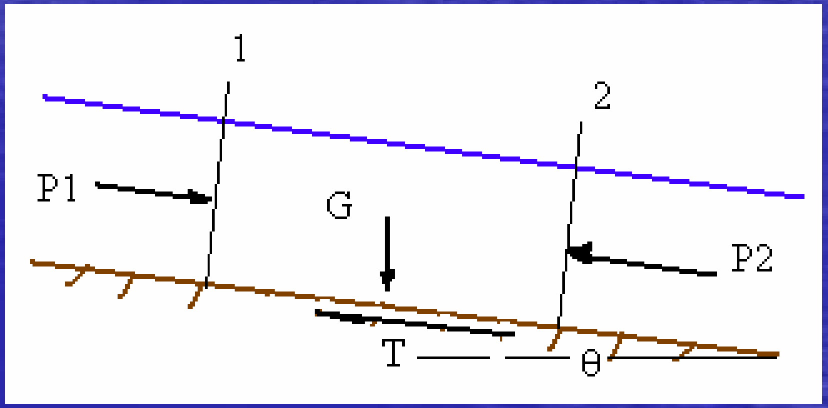
$$V_{\min} < V < V_{\max}$$

# §7.2　明渠均匀流的水力特性和基本公式

- 明渠均匀流的水力特征及其形成条件
- 明渠均匀流是流速沿程不变，流线为一系列相互平行的直线，明渠的水深和断面的流速分布均沿流不变的流动
- 明渠均匀流的特性

$$J = J_P = i$$

分析明渠均匀流流段的受力




$$P_1 + G\sin\theta - P_2 - T = 0$$

$$G\sin\theta = T$$

# 形成明渠均匀流的条件:

- 恒定流
- 顺坡，底坡沿程不变，棱柱形渠道
- 糙率沿程不变
- 渠道充分长，渠道中没有建筑物的局部干扰

- 明渠均匀流的基本公式
- 谢才公式

$$V = C\sqrt{Ri} \qquad Q = CA\sqrt{Ri} = K\sqrt{i}$$

K称为流量模数

曼宁公式

$$C = \frac{1}{n}R^{1/6} \qquad Q = \frac{1}{n}R^{2/3}J^{1/2}A$$

**表 7.2　各种材料明渠的糙率 $n$ 值**

| 明渠壁面材料情况及描述 | 表面粗糙情况 | | |
|---|---|---|---|
| | 较　好 | 中　等 | 较　差 |
| 1. 土渠 | | | |
| 清洁、形状正常 | 0.020 | 0.0225 | 0.025 |
| 不通畅、并有杂草 | 0.027 | 0.030 | 0.035 |
| 渠线略有弯曲、有杂草 | 0.025 | 0.030 | 0.033 |
| 挖泥机挖成的土渠 | 0.0275 | 0.030 | 0.033 |
| 沙砾渠道 | 0.025 | 0.027 | 0.030 |
| 细砾石渠道 | 0.027 | 0.030 | 0.033 |
| 土底、石砌坡岸渠 | 0.030 | 0.033 | 0.035 |
| 不光滑的石底、有杂草的土坡渠 | 0.030 | 0.035 | 0.040 |
| 2. 石渠 | | | |
| 清洁的、形状正常的凿石渠 | 0.030 | 0.033 | 0.035 |
| 粗糙的断面不规则的凿石渠 | 0.040 | 0.045 | |
| 光滑而均匀的石渠 | 0.025 | 0.035 | 0.040 |
| 精细地开凿的石渠 | | 0.020 ~ 0.025 | |

正常水深$h_0$，与其相应的水力要素可写为$A_0$、$\chi_0$、$R_0$、$C_0$和$K_0$

$$V = C_0\sqrt{R_0 i} \qquad Q = C_0 A_0 \sqrt{R_0 i} = K_0\sqrt{i}$$

## §7.3 梯形断面明渠均匀流的水力计算

- 梯形断面明渠均匀流的三类基本问题

明渠水力计算 $Q = CA\sqrt{Ri}$

计算流量 $h_0 \rightarrow A_0 \rightarrow \chi_0 \rightarrow R_0 \rightarrow C_0 \rightarrow Q$

计算正常水深 试算图解法

# 试算图解法：

- 使用Excel软件计算

- 正常水深试算.xls

三类基本问题：

1　验证渠道的输水能力

2　确定渠道底坡

3　设计渠道断面尺寸