

# 新疆消费价格指数的马氏链分析及预测

(新疆财经大学 统计与数据科学学院,乌鲁木齐市,830012) 徐艳梅

**摘要** 采用居民消费价格指数变动的比率衡量通货膨胀率,根据居民消费价格指数与通货膨胀的关系并检验了二者状态转移的马氏性后,将新疆居民消费价格指数数据划分为通货紧缩、正常、通货膨胀、严重通货膨胀4个区间,通过各状态转移的频数矩阵和概率矩阵预测新疆居民消费价格指数所对应的通货状态区间。

**关键词** CPI;居民消费价格指数;马氏链

中图分类号:F063.2 文献标识码:B

文章编号:1008-0899(2019)08-0047-05

## 1 绪论

改革开放以来,中国经济迅速发展,人民生活水平一直在提高,因此作为社会经济指标的价格指数也与人民生活水平息息相关。依据国家统计局的报告,自2003年以来,全国居民消费价格指数正在一直升高,即经济会通货膨胀从而给我们的生活带来一些不利影响,也会让贫富差距进一步扩大。近年来我国物价上涨的商品主要是农产品等生活必需品,因此对于劳动力成本和原材料成本的不断提高所带来的物价上涨、通货膨胀是必然现象,其也会影响每一个人的生活。

现在中国正处于“十三五”期间,全民奔小康的口号从未停止过,而小康生活的基础是人民生活的水平要提上来,所以居民消费价格指数的研究也必不可少。新疆作为西部大开发的重要区域,消费价格指数指标十分重要,近年来我们明显可以看到新疆的物价居高不下并有持续上涨之势。经济迅速发展的今天,政府、人民都希望经济处于正常状态,而市场的不稳定性让CPI及通货膨胀的预测对于及时制定、调整宏观经济政策显得尤为重要。因此本文主要研究新疆CPI与通货膨胀的状态关系,从而预测新疆未来的经济状态。便于政府制定预防性经济政策,如紧缩性货币政策、财政政策和扩张性货币政策、财政政策。

近些年来,中国CPI研究得到了很大重视并取得许多研究成果,根据研究方法分类主要如下:董

梅<sup>[1]</sup>在《基于VAR模型的CPI影响因素分析及预测》中研究我国未来通货膨胀可能性;李亚楠<sup>[2]</sup>在《我国近年CPI波动影响因素的主成分回归分析》提出如何正确运用货币政策稳定CPI;王少平<sup>[3]</sup>在《中国CPI的宏观成分与宏观冲击》揭示冲击效应;代洪伟<sup>[4]</sup>《时间序列分析在我国居民消费价格指数中的应用》也得到了CPI较为显著的预测等等。

有随机影响因素的动态系统虽然在各个时期的状态都是随机的,但各个时期的状态都是按照一定的概率转移的,下一个时期的状态取决于本时期的概率和转移概率,且这一状态与过去各个时期的状态没有关系,马尔可夫链就是计算随机时间序列中事物不同状态的初始概率及状态之间的转移概率,进而研究和预测事物未来状态。马氏链模型在经济、社会、生态、遗传等许多领域中都有着广泛的运用,它既可以解决随即转移过程的工具,也可以解决一些确定性系统的状态转移问题。具体来说,企业产品销售状况、市场占有率、企业期望利润研究,贷款风险分析,股票价格指数预测,人民币汇率预测,企业人力资源管理,教学质量评价,农作物产量的预测,基因遗传,GDP预测等多方面都运用了马尔科夫链。<sup>[5]</sup>

其中居民消费价格指数也可以用马尔科夫链进行预测,如滕飞,于卓熙<sup>[6]</sup>的《马尔科夫链的应用——基于中国居民消费价格指数的研究》、宋千红<sup>[7]</sup>《加权马尔科夫链在预测居民消费价格指数中的应用》,但这些都预测的是一个国家的居民消费价格指数,而对于地方尤其是新疆的CPI分析及预测却是没有的,所以本文主要是运用马氏链对新疆居民消费价格指数进行分析预测。

## 2 CPI预测与马尔科夫链

### 2.1 居民消费价格指数

作者简介:徐艳梅(1995-),女,汉族,新疆伊犁人;研究方向:金融数学。

居民消费价格指数是根据与居民生活有关的产品及劳务价格统计出来的物价变动指标,可按城乡分别编制城市居民消费价格指数和农村居民消费价格指数,也可按全社会编制全国居民消费价格指数。居民消费指数是众多国家普遍运用的一种指数,它可分析市场价格的波动状态以此观察该国的通货膨胀水平,以便政府可以进行宏观政策调整。<sup>[8]</sup>

## 2.2 马氏链及其基本方程

按照系统的发展,时间离散化  $n=0,1,2,\dots$ ,对每个  $n$ ,系统的状态用随机变量  $X_n$  表示,设  $X_n$  能够取  $k$  个值  $X_n=1,2,\dots,k$ ,且记  $a_i(n)=P(X_n=i)$ ,即状态概率,从  $X_n=i$  到  $X_{n+1}=j$  的概率记  $p_{ij}=P(X_{n+1}=j|X_n=i)$ ,即转移概率,假如  $X_{n+1}$  的取值只取决于  $X_n$  的取值及转移概率,而与  $X_{n-1}, X_{n-2}, \dots$  的取值没有关系,那么这种离散状态依照离散时间的随机转移过程称为马氏链,由状态转移的无后效性和全概率公式能够写出马氏链的基本方程<sup>[5]</sup>:

$$a_i(n+1)=\sum_{j=1}^k a_j(n)p_{ji}, i=1,2,\dots,k$$

并且  $a_i(n)$  和  $p_{ij}$  应满足:

$$\sum_{i=1}^k a_i(n)=1, n=0,1,2,\dots$$

$$p_{ij} \geq 0, i,j=1,2,\dots,k$$

$$\sum_{j=1}^k p_{ij}=1, i=1,2,\dots,k$$

引入状态概率向量和转移概率矩阵:

$$a(n)=(a_1(n), a_2(n), \dots, a_k(n)), P=\{p_{ij}\}_{k \times k}$$

则基本方程可以表示为:

$$a(n+1)=a(n)P$$

$$a(n)=a(0)P^n$$

马尔科夫链其数学定义为:设  $(\Omega, F, P)$  为一概率空间,  $\{x_n | n \geq 0\}$  是定义在其上的取值为整数(或它的子集)的随机序列,若对所有  $m \geq 1$  及非负整数  $t_1 < t_2 < \dots < t_m < t_{m+1}$ ,有:

$$P\{X_{(t_{m+1})}=i_{m+1} | X_{(t_1)}=i_1, X_{(t_2)}=i_2, \dots, X_{(t_m)}=i_m\} =$$

$$P\{X_{(t_{m+1})}=i_{m+1} | X_{(t_m)}=i_m\}$$

其中  $i_1, i_2, \dots, i_{m+1} \in I$ ,  $I$  为  $\{x_n | n \geq 0\}$  的状态空间,且假定等式两端的条件概率都有意义,则称  $\{x_n | n \geq 0\}$  为马尔可夫链。

## 2.3 CPI 预测的基本思想和具体步骤

### 2.3.1 CPI 预测的基本思想

各个时段的居民消费价格指数序列都是由一系列有相互关系的随机变量组成,其各阶的自相关系数可以直观的反映出各时段居民消费价格指数的关联程度。所以我们可以分别根据其之前价格指数的状态对该时间段价格指数的状态进行预测,然后按前面各时段与该时段相依关系的强弱进行加权求和以进行预测和综合分析。以上阐述即为马尔科夫链对 CPI 指数预测的思想。

### 2.3.2 马尔可夫链预测的具体步骤

(1)划分状态空间。根据 CPI 指数和物价水平变动之间的关系可将新疆的 CPI 指数划分为 4 个不同的状态。

(2)确定 CPI 所处状态。按步骤一所划分的区间,确定各年新疆居民消费价格指数序列所处的区间状态。

(3)“马氏性”检验。以马尔科夫链模型进行预测必须对系统随机变量序列作马氏性检验。通常用  $\chi^2$  统计量来计算检验马尔可夫链。设 CPI 指数序列有  $m$  个不同的状态,指标值序列为  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , 用  $f_{ij}$  表示其从状态  $i$  到状态  $j$  的转移的次数,  $i, j \in E$ 。根据转移次数做出矩阵计算出“边际概率”,记为  $p_{\cdot j}$ , 即

$$p_{\cdot j} = \frac{\sum_{i=1}^m f_{ij}}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m f_{ij}}$$

当  $n$  趋向正无穷时,  $\chi^2 = 2 \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m f_{ij} \left| \log \frac{p_{ij}}{p_{\cdot j}} \right|$  服从自由度为  $(m-1)^2$  的  $\chi^2$  分布。给定显著性水平  $\alpha$  查表得  $\chi_{\alpha}^2(m-1)^2$ , 比较  $\chi_{\alpha}^2(m-1)^2$  与  $\chi^2$  值的大小,如果  $\chi^2 > \chi_{\alpha}^2(m-1)^2$  则满足马氏性,可以进行马尔科夫链模型分析预测。

(4)计算转移频数矩阵和转移概率矩阵。对步骤二所得的结果进行统计,求得不同步长马尔可夫链的转移频数矩阵和转移概率矩阵。

(5)预测 CPI。分别以前面几年的消费价格指数值为初始状态,结合其相应的各阶转移概率矩阵预测该年消费价格指数值的状态概率  $p_i^{(k)}$ ,  $i \in E$ ,  $k=1,2,\dots,m$ ;将同一状态的各预测概率加权求和作为消费价格指数指标值处于该状态的预测概率,即

表3 马氏性检验统计量计算

状态	$f_{i1} \left  \ln \frac{p_{i1}}{p_{.1}} \right $	$f_{i2} \left  \ln \frac{p_{i2}}{p_{.2}} \right $	$f_{i3} \left  \ln \frac{p_{i3}}{p_{.3}} \right $	$f_{i4} \left  \ln \frac{p_{i4}}{p_{.4}} \right $	合计
1	0.7 885	0.1 924	0.2 776	0	1.2 585
2	0.0 690	1.4 168	0.5 798	0.3 567	2.4 223
3	0.2 877	1.0 128	0.2 231	1.1 506	2.6 742
4	0	0.6 931	0.9 400	1.3 862	3.0 193
合计	1.1 452	3.3 151	2.0 205	2.8 935	18.7 486

$p_i = \sum_{k=1}^m w_k p_i^{(k)}$ ,  $i \in E \max\{P_i, i \in E\}$  所对应的状态即为该年CPI预测状态。

### 3 马尔科夫链在新疆CPI预测中的应用

本章主要是运用加权马尔科夫链方法对新疆的CPI价格指数进行分析和预测。

#### 3.1 马尔科夫链预测验证

新疆居民消费价格指数资料如表1所示:

表1 新疆CPI及其状态表

年份	居民消费价格指数	状态
1995	119.7	4
1996	110.5	4
1997	103.7	3
1998	100.2	2
1999	97.4	1
2000	99.4	1
2001	104.0	3
2002	99.4	1
2003	100.4	2
2004	102.7	2
2005	100.7	2
2006	101.3	2
2007	105.5	4
2008	108.1	4
2009	100.7	2
2010	104.3	3
2011	105.9	4
2012	103.8	3
2013	103.9	3
2014	102.1	2
2015	100.6	2
2016	102.0	2
2017	101.6	2
2018	102.1	2

数据来源:中国统计年鉴

##### 3.1.1 划分状态空间

根据消费价格指数和通货膨胀率之间的关系,将新疆居民消费价格指数划分为4个状态空间如表2所示:

表2 CPI状态区间表

状态	级别	区间
1	通货紧缩	$x < 100$
2	正常	$100 \leq x < 103$
3	通货膨胀	$103 \leq x < 105$
4	严重通货膨胀	$x \geq 105$

##### 3.1.2 确定CPI所处状态

按步骤一所确立的状态区间,确定各年新疆居民消费价格指数序列所属的区间状态,如表1所示。

##### 3.1.3 “马氏性”检验

对于给定的新疆消费价格指数序列做马尔可夫性检验。由表1所提供的资料计算一步转移频数矩阵和一步转移概率矩阵:

$$f_{ij} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \end{bmatrix} P^{(1)} = \begin{bmatrix} 1/3 & 1/3 & 1/3 & 0 \\ 1/7 & 4/7 & 1/7 & 1/7 \\ 1/5 & 2/5 & 1/5 & 1/5 \\ 0 & 1/5 & 2/5 & 2/5 \end{bmatrix}$$

根据统计量计算公式  $\chi^2 = 2 \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m f_{ij} \left| \log \frac{p_{ij}}{p_{.j}} \right|$  对指数序列进行马氏性检验,计算结果如表3所示:

计算得  $\chi^2 = 18.7486$ ,  $\chi_{\alpha=0.05}^2(9) = 16.9190$ , 因为  $\chi^2 > \chi_{\alpha=0.05}^2(m-1)^2$ , 所以新疆消费价格指数序列满足马氏性。

##### 3.1.4 计算转移频数矩阵和转移概率矩阵

新疆CPI状态共4级,计算步长为2,3,4的马尔可夫链转移频数矩阵和转移概率矩阵:

两步转移频数矩阵和两步转移概率矩阵:

$$f_{ij} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 0 \end{bmatrix} P^{(2)} = \begin{bmatrix} 1/3 & 1/3 & 1/3 & 0 \\ 1/6 & 1/3 & 0 & 1/2 \\ 1/5 & 3/5 & 1/5 & 0 \\ 0 & 2/5 & 3/5 & 0 \end{bmatrix}$$

三步转移频数矩阵和三步转移概率矩阵:

$$f_{ij} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \end{bmatrix} P^{(3)} = \begin{bmatrix} 1/3 & 2/3 & 0 & 0 \\ 0 & 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ 1/4 & 1/2 & 1/4 & 0 \\ 1/5 & 2/5 & 1/5 & 1/5 \end{bmatrix}$$

四步转移频数矩阵和四步转移概率矩阵:

$$f_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} P^{(4)} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1/6 & 1/6 & 1/3 & 1/3 \\ 0 & 2/3 & 1/3 & 0 \\ 2/5 & 1/5 & 1/5 & 1/5 \end{bmatrix}$$

预测CPI验证。根据2014年、2013年、2012年、2011年新疆居民消费价格指数状态,引入各步长的转移概率矩阵对2015年新疆居民消费价格指数所处状态进行预测,如表4:

表4 2015年新疆居民消费价格指数预测表

年	初始	步	状态				概率来
份	状态	长	1	2	3	4	源
2014	2	1	1/7	4/7	1/7	1/7	$P^{(1)}$
2013	3	2	1/5	3/5	1/5	0	$P^{(2)}$
2012	3	3	1/4	1/2	1/4	0	$P^{(3)}$
2011	4	4	2/5	1/5	1/5	1/5	$P^{(4)}$
P(2015)			0.9929	1.8714	0.7929	0.3429	

由表4可知,  $\max\{P_i, i \in E\} = 1.8714$ , 此时2015年新疆居民消费价格指数相应的状态为2, 即该年居民消费价格指数在100~103之间, 与实际值100.6相符。

根据以上计算验证, 马尔科夫链可以分析预测将来其他年份新疆CPI的状态。

### 3.2 马氏链预测CPI

按照上文步骤五, 我们可以根据1995~2018年的资料预测2019、2020年新疆居民消费价格指数状态。如表9和表10所示:

表9 2019年新疆居民消费价格指数预测表

年	初始	步	状态				概率来
份	状态	长	1	2	3	4	源
2018	2	1	1/7	4/7	1/7	1/7	$P^{(1)}$
2017	2	2	1/6	1/3	0	1/2	$P^{(2)}$
2016	2	3	0	1/3	1/3	1/3	$P^{(3)}$
2015	2	4	1/6	1/6	1/3	1/3	$P^{(4)}$
P(2019)			0.4762	1.4048	0.8095	1.3095	

表10 2020年新疆居民消费价格指数预测表

年	初始	步	状态				概率来
份	状态	长	1	2	3	4	源
2019	2	1	1/7	4/7	1/7	1/7	$P^{(1)}$
2018	2	2	1/6	1/3	0	1/2	$P^{(2)}$
2017	2	3	0	1/3	1/3	1/3	$P^{(3)}$
2016	2	4	1/6	1/6	1/3	1/3	$P^{(4)}$
P(2020)			0.4762	1.4048	0.8095	1.3095	

由表9和表10可知, 2019年和2020年新疆居民消费价格指数相应的状态为2, 即居民消费价格指数在100~103之间, 通货水平正常。

通过以上分析预测新疆居民消费价格指数我们可以看到, 新疆居民消费价格指数近些年均在100~103之间, 所处状态为2, 即通货水平平均正常, 并且在未来很长一段时期内都处于正常状态。即对于给定的状态转移概率, 当  $n \rightarrow \infty$  时状态概率  $a_1(n)$ ,  $a_2(n)$  趋向于稳定值, 该值与初始状态没有关系, 这是马氏链的一个重要性质。

### 4 小结

通过加权马尔科夫链分析预测新疆居民消费价格指数我们可以看到, 新疆居民消费价格指数近些年所处状态为2, 通货水平正常, 并且在未来很长一段时期内都处于状态2, 则意味着新疆的经济持平平衡稳态。为了维持这种稳态, 新疆政府可以制定一些激励政策以鼓励这种良好经济态势稳步前进, 但也应进行预防性经济政策制定, 如紧缩性货币政策、财政政策和扩张性货币政策、财政政策, 避免出现因其他因素所导致的问题。

加权马尔科夫链与普通马尔可夫链预测方法相比, 加权马尔可夫链是以各阶的自相关系数为权重, 用各种步长的马尔可夫链加权和来预测CPI所处状态, 此方法用于新疆居民消费价格指数预测优点可充分体现出来, 但是应用加权马尔科夫链分析预测新疆居民消费价格指数的结果仅是一个状态(即一个区间), 并不是具体的数值, 因此对于如何根据最后计算得到的状态概率分布求出新疆居民消费价格指数的具体值仍是一个有待解决的问题。

### 参考文献

- [1] 董梅. 基于VAR模型的CPI影响因素分析及预测[J]. 兰州商学院学报, 2010.06.20
- [2] 李亚楠. 我国近年CPI波动影响因素的主成分回归分析[J]. 商业时代, 2011.06.10
- [3] 王少平. 中国CPI的宏观成分与宏观冲击



[J]. 经济研究, 2012.12.20

[4]代洪伟. 时间序列分析在我国居民消费价格指数中的应用研究[J]. 合肥工业大学, 2012.04.01

[5]姜启源, 谢金星, 叶俊. 数学模型[M]. 高等教育出版社第四版: 414

[6]滕飞, 于卓熙. 马尔科夫链的应用——基于中国居民消费价格指数的研究[J]. 科技信息, 2014.04.25

[7]宋千红. 加权马尔科夫链在预测居民消费

价格指数中的应用[J]. 黑龙江八一农垦大学学报, 2012

[8]陈梦根, 尹德才. 消费者价格指数偏差: 理论与测度方法[J]. 首都经济贸易大学学报, 2016.11.03

[9]钟昌宝. 基于灰色——马尔可夫模型预测房地产价格[J]. 统计与决策, 2015(1): 120-121

[10]陈曦译. 马尔科夫链: 模型、算法与应用[M]. 清华大学出版社, 2015

### 云计算和大数据重点专项项目成果“多模态自然人机交互神经系统疾病辅助诊断工具”入选国家卫健委“医疗健康人工智能应用落地30最佳案例”

中国科学院软件研究所和中国医学科学院北京协和医院在国家重点研发计划“云计算和大数据”重点专项项目“云端融合的自然交互设备和工具”的支持下, 将自然人机交互技术与神经系统疾病临床诊断方法结合, 研制了“多模态自然人机交互神经系统疾病辅助诊断工具”, 成功应用于神经系统疾病的早期预警与辅助诊断当中, 在国家健康医疗相关领域发挥了重要作用, 入选国家卫健委颁发的“医疗健康人工智能应用落地30最佳案例”。

脑卒中、帕金森病、阿尔兹海默症等是常见的神经系统疾病, 已经成为严重威胁我国人口健康的重大神经系统疾病。神经功能评价是神经系统疾病早期预警和临床诊断的主要手段。临床上主要是通过各种量表、测试、问卷调查等方法对病人的神经功能进行评价。但是这些方法依赖于专业医疗设备和医疗人员, 成本较高, 无法作为日常健康评价手段; 同时由于神经系统结构和功能的复杂性, 这些方法无法对检测关键要素进行全程数据存储和定量分析, 受评价者主观判断影响较大。自然人机交互是新一代的人机交互方式, 它使计算机系统具有强感知能力、多通道能力与自然性等特点, 可以解决传统神经功能评价方法存在的不足, 为神经医学检测提供定量化、多模态和非任务态监测的支持。

多模态自然人机交互神经系统疾病辅助诊断工具主要由认知检查子系统、书写运动功能检查子系统、步态功能检查子系统、语音功能检查子系统、智能积木检查子系统、智能餐具检查子系统和手机日常操作异常检测子系统组成, 利用笔式、姿态、智能实物、语音、触屏移动设备等多通道交互技术进行神经系统疾病的早期预警与辅助诊断, 为神经功能评价提供预警筛查、临床诊断、预后评估、康复监测以及长程跟踪等关键技术支撑。

该套系统在北京协和医院、湘雅医院、天津医科大学总医院、大连第三人民医院等国内大型三甲医院得到应用, 获卫健委等相关部门充分认可, 在国家农村心脑血管疾病危险因素调查、缺血性脑卒中长程随访等重大任务中发挥重要作用。目前, 基于该系统已收集神经系统疾病临床病例5226人, 累计进行医学临床检查约20000多次, 建立了包括手写、语音、步态、抓握、生理、影像的医学数据库, 为临床辅助诊断提供了技术基础。

(摘自科技部网站 [http://www.most.gov.cn/gnwkjdt/201907/t20190729\\_147984.htm](http://www.most.gov.cn/gnwkjdt/201907/t20190729_147984.htm))