



北京大学

博士研究生学位论文

题目：面向调节阀的模块化非线性
系统研究

姓 名： 房雷

学 号： 1301111407

院 系： 工学院

专 业： 一般力学与力学基础

研究方向： 非线性控制理论

导师姓名： 王建东 教授

二〇一六年六月

On Block-Oriented Nonlinear Systems with Application to Control Valves

Dissertation Submitted to
Peking University

**In partial fulfillment of the requirements for the degree of
Doctor of Natural Science**

By
**Lei Fang, Doctor Candidate
(General Mechanics and Foundation of Mechanics)**

Dissertation Supervisor: **Professor Jiandong Wang**

Department of Industrial Engineering & Management

College of Engineering

Peking University

June, 2016, Beijing

版权声明

任何收存和保管本论文各种版本的单位和个人，未经本论文作者同意，不得将本论文转借他人，亦不得随意复制、抄录、拍照或以任何方式传播。否则，引起有碍作者著作权之问题，将可能承担法律责任。



摘要

本论文^①研究具有迟滞非线性的模块化非线性系统及其在调节阀非线性的建模、辨识、分析与控制上的应用。首先，研究具有 Preisach 迟滞输入非线性的广义 Hammerstein 系统辨识理论，根据 Preisach 模型的表示定理，证明 Preisach 模型能够描述回差类和继电器类迟滞非线性；提出正则化的过参数化方法来估计模型参数，证明一般性的输入信号通常也满足持续激励条件，建立系统参数的统计一致性，这极大地放宽了现有广义模块化非线性系统辨识文献对迟滞非线性的类型与输入信号设计上的严格限制。其次，研究基于广义 Hammerstein 系统辨识的调节阀粘滞建模，证明 Preisach 模型能够描述常用的数据驱动粘滞模型，并且，Preisach 模型能够描述数据驱动模型无法描述的、上升和下降边界不对称的复杂粘滞行为；提出正则化的迭代方法，并建立振荡输入下新的持续激励条件。然后，研究气动调节阀的半物理建模，根据气动调节阀的物理结构，分别对包含在阀门定位器中的电–气转换过程、阀门驱动器中的气–力转换过程和阀体中的力–位置转换过程进行建模，最终形成了一个新的半物理模型。接着，研究调节阀粘滞引起的振荡现象的分析与补偿方法，在时域上分析具有粘滞调节阀的反馈控制回路中的振荡现象，建立比例积分控制器参数与振荡幅度和周期参数之间的解析关系；基于这一解析关系与其它诸如针对模型不确定性的鲁棒性等限制，提出一种能够使得振荡幅度减小到任意满意值的、定量的控制器整定方法。最后，研究迟滞系统的谐波分析，提出一种基于增量谐波平衡的数值方法对具有 Prandtl-Ishlinskii 算子的闭环系统进行频率响应分析，该方法可以利用迟滞输入的任意阶次谐波近似，因而，性能要远胜于基于基频谐波近似的描述函数方法。通过数值、实验和工业案例验证了本论文提出的理论结果的正确性与各类建模、辨识、分析与控制方法的有效性。

关键词：模块化非线性系统，系统辨识，迟滞系统，阀门粘滞，PID 控制器设计

^① 本项研究得到国家自然科学基金（编号：61074105、61061130559、61174108）、国家留学基金委员会的国家建设高水平大学公派研究生项目（编号：201406010203）和美国自然科学基金（编号：CMMI 1301243）的资助。

On Block-Oriented Nonlinear Systems with Application to Control Valves

Lei Fang (General Mechanics and Foundation of Mechanics)

Directed by Professor Jiandong Wang

ABSTRACT

This dissertation studies the block-oriented nonlinear systems with hysteretic nonlinearities and their applications to modeling, identification, analysis and control of control valve nonlinearities. First, identification of the extended Hammerstein systems with Preisach model as hysteretic input nonlinearity is investigated. According to the representation theorem of Preisach model, Preisach model is proved to be capable of describing the backlash-type and relay-type hysteretic nonlinearities in the existing identification literatures. The regularized over-parameterized method is proposed to estimate the model parameters. The persistently exciting (PE) condition of input is proved to achieve the consistency of parameter estimation from the conventional over-parameterized method. The PE condition can be satisfied by the general inputs, which greatly relaxes the limitations of the existing identification literatures on the types of hysteretic nonlinearities and strong design of inputs. Second, the extended Hammerstein systems with Preisach model as input nonlinearity are studied for modeling sticky control valves. Preisach model is proved to capture the widely-used data-driven stiction models, and shown to illustrate the behaviors of control valves with asymmetric opening and closing borders. The regularized iterative method is proposed, and a new PE condition is established to suit the case of oscillatory inputs. Then, a new semi-physical model is built up for pneumatic control valves based on the involved physical principles. The model consists of a backlash nonlinearity in the electric-pneumatic conversion process, an input-direction dependent dynamics in the pneumatic-force conversion process, and an updated model for the force-position conversion process. Afterwards, the oscillation phenomena in closed control loops caused by control valve stiction are analyzed in time domain to formulate an analytical relationship between the proportional-integral controller and oscillation amplitude and period parameters; based on this relationship and other important considerations such as robustness to model uncertainties, a new and quantitative compensation method by tuning controller parameters is proposed to reduce the oscillation amplitude to a desired value. Finally, the frequency responses of closed-loop systems with Prandtl-Ishlinskii operator are analyzed through a numerical method based

on the incremental harmonic balance. This new method can capture the harmonics up to an arbitrary order; hence, excellent approximation can be achieved for systems with strong hysteresis, where the describing function method deteriorates considerably due to the presence of significant high-order harmonics. Numerical, laboratorial and industrial examples are provided to prove the correctness of the obtained theoretical results and effectiveness of the proposed methods for modeling, identification, analysis and control.

KEYWORDS: Block-oriented nonlinear systems, System identification, Hysteretic systems, Valve stiction, PID controller design

目录

第一章 绪论	1
1.1 研究背景	1
1.1.1 模块化非线性系统辨识	1
1.1.2 调节阀非线性的建模、辨识、分析与控制	3
1.2 研究内容和方法	7
1.3 论文结构	8
第二章 具有 Preisach 迟滞输入非线性的广义 Hammerstein 系统辨识	10
2.1 问题描述	12
2.2 Preisach 模型和图 2.1 中的迟滞非线性的关系	13
2.2.1 Preisach 模型回顾	13
2.2.2 Preisach 模型与回差类非线性的关系	14
2.2.3 Preisach 模型与切换类非线性的关系	18
2.2.4 Preisach 模型与迟滞-继电器类非线性的关系	20
2.3 正则化的过参数化辨识方法	20
2.4 持续激励条件和估计一致性	23
2.5 验证案例	26
2.6 小结	30
第三章 基于广义 Hammerstein 系统辨识的调节阀粘滞建模	31
3.1 问题描述	33
3.2 Preisach 模型与数据驱动粘滞模型的关系	34
3.3 正则化的迭代辨识方法	37
3.4 持续激励条件	39
3.5 验证案例	41
3.6 小结	50
第四章 气动调节阀的半物理模型	51
4.1 气动调节阀半物理模型	52
4.1.1 气动调节阀结构	52
4.1.2 信号转换过程	53
4.1.3 建立新的半物理模型	56

4.2 实验验证	57
4.2.1 实验装置	58
4.2.2 参数辨识	58
4.2.3 与 Karnopp 模型的比较	59
4.2.4 基于多组实验对新半物理模型进行验证	61
4.3 小结	65
第五章 调节阀粘滞引起的振荡现象的分析与补偿	66
5.1 问题描述	66
5.2 描述函数方法回顾	68
5.3 振荡现象的时域分析方法	70
5.3.1 主要思路	70
5.3.2 对过程输出 $y(t)$ 的分析	71
5.3.3 对控制器输出 $u(t)$ 的分析	72
5.3.4 求解振荡的时间参数 T_1 和 T_2	73
5.4 振荡补偿方法	74
5.5 实验案例	77
5.6 小结	83
第六章 基于增量谐波平衡的迟滞系统谐波分析	84
6.1 问题描述	84
6.2 描述函数方法回顾	85
6.3 新的基于增量谐波平衡的方法	86
6.3.1 主要思路	87
6.3.2 增量谐波平衡	87
6.3.3 Play 算子的新描述	89
6.3.4 形成线性矩阵方程	90
6.4 数值结果	92
6.5 小结	94
第七章 结论与展望	96
7.1 全文总结	96
7.2 未来展望	98
参考文献	101
个人简历、博士期间发表和完成的论文	111

致谢 113

北京大学学位论文原创性声明和使用授权说明 115

第一章 绪论

1.1 研究背景

本节介绍模块化非线性系统辨识与其在调节阀非线性建模、辨识、分析与控制上的应用的研究背景。

1.1.1 模块化非线性系统辨识

系统辨识研究如何从观测数据中建立系统的数学模型，在科学和工业领域拥有着十分广泛的应用空间^[1-5]。系统辨识研究可分为线性系统辨识和非线性系统辨识两大类。目前，对线性系统辨识的研究已经日趋成熟，出现了许多较为有效的辨识方法和较为完善的辨识理论^[6-9]。然而在生产实际中，几乎所有的系统都是非线性的，如果对非线性系统进行线性近似的效果不令人满意，就必然要通过非线性系统辨识技术建立描述这些非线性系统的非线性模型。由于非线性系统的复杂性和多样性，非线性系统辨识还存在着大量的尚未解决的问题，是目前国际上最为活跃的研究领域之一^[1,4,10-12]。

非线性系统辨识的研究工作可分成两类，一类是面向一般的非线性模型，另一类则针对某些特定类型的非线性模型。由于非线性系统具有复杂性与多样性，面向一般的非线性模型的研究结果往往过于复杂、过于特殊，很少能在生产过程中直接使用，并且无法扩展到对其它非线性系统建模。因此，从实际应用出发，非常有必要研究既有一定的普遍性、又有广阔的应用前景的某一大类非线性模型——模块化非线性系统（Block-Oriented Nonlinear System）很好地满足了这一需求。模块化非线性系统将简单的线性动态模块（L）与非线性静态模块（N）连接起来，以描述复杂的非线性系统，例如，N-L 的组合、L-N 的组合和 N-L-N 的组合被分别称为 Hammerstein 系统、Wiener 系统和 Hammerstein-Wiener 系统^[13]。

模块化非线性系统具有一些显著的优点，使之成为广泛使用的非线性系统模型。首先，模块化非线性系统能够准确地描述很多实际系统，特别是工业、生物和医学系统等^[2,14-19]。其次，模块化非线性系统能够较为容易地继承线性系统的现有研究成果，例如，可以轻松地将线性系统的控制理论和方法推广到模块化非线性系统，用来解决非线性系统的控制问题^[20-22]。最后，模块化非线性系统还能够有效地利用实际系统的已有知识，例如，在建立工业过程的数学模型时，根据系统设计师和生产工程师对工业过程稳态特征的了解，可以直接建立非线性静态模块模型，这样只需要考虑线性动态模型的建立^[14,23]。

模块化非线性系统辨识假设系统的内部信号不可测量，只利用输入输出数据对系

统参数进行估计。模块化非线性系统的辨识问题一直深受国内外的研究者和工程技术人员的关注^[2, 13, 14], 典型的辨识方法包括过参数化方法^[24]、迭代方法^[25]、递归方法^[26]、子空间方法^[27]、极大似然方法^[28]、盲方法^[29]和频域方法^[30]等。目前, 大多数相关研究的主要问题是模块化非线性系统的组成模块或者实验条件做出了某些特殊的限制, 因此, 获得的研究成果无法应用于一些重要的实际工业系统中。在这些研究工作中, 最具代表性的限制有这样几点:

- (1) 认为模块化非线性系统中的组成模块是线性动态模块和静态非线性模块^[24, 31], 然而, 对于迟滞系统(hysteretic systems)等非线性系统, 其动态特性和非线性特征无法按照该限制条件进行模块的分解, 也就是说, 它们的非线性具有记忆效应, 不再是静态的。
- (2) 对模块化非线性系统中的静态非线性模块作出限制^[32, 33], 假设它属于特定的某一类, 一个典型的限制就是假设静态非线性模型是可逆的, 这种假设可以大幅度地简化模块化非线性系统辨识问题, 但付出的代价是这些模型都只能表征较少的实际非线性系统, 甚至无法描述绝对值函数和平方函数等常见的非线性特征。
- (3) 现有的很多辨识方法都采用高斯信号、多步阶跃信号和正弦信号等特殊信号作为输入激励信号^[30, 34, 35], 对工业过程而言, 通常不允许采用这样特殊的信号作为激励, 因此, 设计只需要普通激励信号的辨识方法是非常重要的。

与传统的静态非线性不同, 迟滞是一种特殊的非线性。在文献^[36]中, “迟滞”被定义为“速率独立的记忆效应(rate-independent memory effect)”。与静态非线性不同, 迟滞具有记忆效应, 即它的输出不但依赖于当前输入, 还依赖于输入的历史值; 与线性动态系统不同, 迟滞的记忆特性是速率独立的, 即输出只与输入有关, 与输入速率无关。迟滞现象广泛出现在生物学^[37]、经济学^[38]、铁磁学^[39]和各种智能材料^[40, 41]中。值得一提的是, 迟滞系统的建模、辨识、分析与控制在过去十几年里由于智能材料的应用获得了学界广泛的关注^[42, 43]。在那里, 往往假设迟滞非线性的输出可以测量, 而在模块化非线性系统辨识中, 中间信号是不可测量的, 这是模块化非线性系统辨识与基于智能材料应用发展起来的迟滞系统辨识的本质区别。常见的迟滞模型有 Preisach 模型^[44, 45]、Prandtl-Ishlinskii 模型^[46, 47]、Preisach-Krasnoselskii-Pokrovskii 模型^[48, 49]、Duhem 模型^[50]、Bouc-Wen 模型^[51]和 Maxwell-slip 模型^[52]等; 在模块化非线性系统辨识中, 研究的迟滞模型则主要为回差^[53](Backlash)、继电器^[54](Relay)和切换^[55](Switch)等。

为了区别于传统的具有静态非线性的模块化非线性系统, 本文将具有迟滞非线性的模块化非线性系统称为广义模块化非线性系统。广义模块化非线性系统辨识主要包括广义 Hammerstein 系统辨识和广义 Wiener 系统辨识等。在广义 Hammerstein 系统辨

识方面, Cheng & Yu^[56] 使用继电器反馈测试估计了具有线性平行边界的回差的宽度和线性子系统的最终增益与频率。Bai^[54] 根据分离最小二乘思想辨识了迟滞-继电器和迟滞-切换这两类迟滞非线性。Cerone & Regruto^[57] 推导了当输出测量误差有界时的回差和线性子系统的参数界限。Miyashita & Yamakita^[58] 利用二进制序列输入解耦了回差和线性子系统的辨识。Giri *et al.*^[59] 设计特殊输入信号分别辨识了线性子系统与两类迟滞-回差非线性和两类迟滞-继电器非线性。Wang *et al.*^[35] 利用回差类非线性的分段恒定属性估计了不可测量的内部信号。Vörös^[53, 60] 运用关键变量分离方法分别辨识了含有线性边界回差和多项式边界回差的广义 Hammerstein 系统。Rochdi *et al.*^[55] 和 Giri *et al.*^[61] 设计了两个实验将包含一般性边界回差和切换的广义 Hammerstein 系统辨识分解为两个相对简单的、具有静态输入非线性的 Hammerstein 系统辨识问题。然而, 这些广义 Hammerstein 系统辨识文献存在着两个主要问题。第一, 这些工作都假设输入端的迟滞非线性属于某一特定的类型, 提出的参数估计方法充分利用该类型迟滞非线性的迟滞环形状。然而, 迟滞非线性的具体类型往往无法预先知晓; 因此, 也无法提前有针对性地选择合适的辨识方法。另外, 针对特定类型迟滞非线性的广义 Hammerstein 系统辨识方法也不适用于其他类型迟滞非线性的辨识。第二, 上述辨识文献通常针对特定类型的迟滞非线性设计特殊的输入信号, 如矩形波信号^[56]、二进制序列^[58]、分段恒定值输入^[35]和其他特殊设计输入信号^[55, 59, 61]等。结果, 这些辨识方法无法应用到输入信号无法自行设计的工业等场合另外, 文献^[62, 63] 分别采用 Bouc-Wen 模型和 Preisach 模型作为广义 Hammerstein 系统的迟滞输入非线性。在广义 Wiener 系统辨识方面, 主要采用回差非线性作为输出非线性模块^[30, 64-67], 然而, 它具有与广义 Hammerstein 系统辨识类似的不足, 距离工程应用还有较大差距。

下一节将介绍广义 Hammerstein 系统辨识在调节阀粘滞故障建模、辨识、分析与补偿中的应用。由于调节阀的阀门位置通常不可测量, 因此, 调节阀与被控对象一起构成了一个广义 Hammerstein 系统结构, 可以采用广义 Hammerstein 系统辨识的技术手段来对调节阀的粘滞故障进行建模与参数估计, 进而基于建立的模型开展振荡分析、补偿控制等后续工作。

1.1.2 调节阀非线性的建模、辨识、分析与控制

调节阀 (control valve, 又称控制阀) 是依据分布式控制系统中控制器输出的控制信号, 通过调节阀门开度来改变过程工业中流动介质的流量、压力、温度、液位等工艺参数的终端控制元件 (final control element)^[68-70], 也是石化、化工、电力、冶金、造纸等流程工业领域中使用最多的终端控制元件^[71]。调节阀主要由驱动器 (valve actuator) 和阀体 (valve body) 组成^[69], 如图1.1 所示。按照驱动能源的不同, 调节阀可分为气动、电动和液动三大类; 其中, 气动调节阀由于结构简单、输出推力大、本质安全防爆

等优点，占据流程工业中全部调节阀的 90% 以上^[72]。调节阀安装在工业现场，直接接触生产介质，经常受到介质的冲击和腐蚀；并且在使用过程中，阀杆等机械零部件在大量的往返运动中易出现磨损。因此，随着使用时间的增加，调节阀可能出现多种故障，甚至无法使用，直接影响工业生产的正常运行^[73-76]。另外，很多闭环控制系统虽处于正常运行状态，但控制性能差，其根源之一是调节阀对控制系统产生不利影响。加拿大 EnTech 控制工程公司的调查报告^[77]指出，在造纸生产过程的 5000 余个控制回路中，近 80% 的控制回路的波动过大，而调节阀的状况较差是导致控制回路波动的最主要因素之一。美国 Fisher 控制公司的调查报告^[78]指出，在石化炼油生产过程的 7000 余个控制回路中，有超过 50% 的调节阀无法对设定值的 2% 变化量产生响应，而通过维护调节阀能将生产效率提高 2% ~ 5% 以上。例如，巴西第三大石化厂 Petroquimica Uniao S.A. 通过对 350 个调节阀及其控制仪表进行优化调整，使得乙烯、丙烯、C4、汽油等产率分别提高了 1.13%、15.4%、16.1%、4.2%，年经济效益增加 400 万美元^[79]。

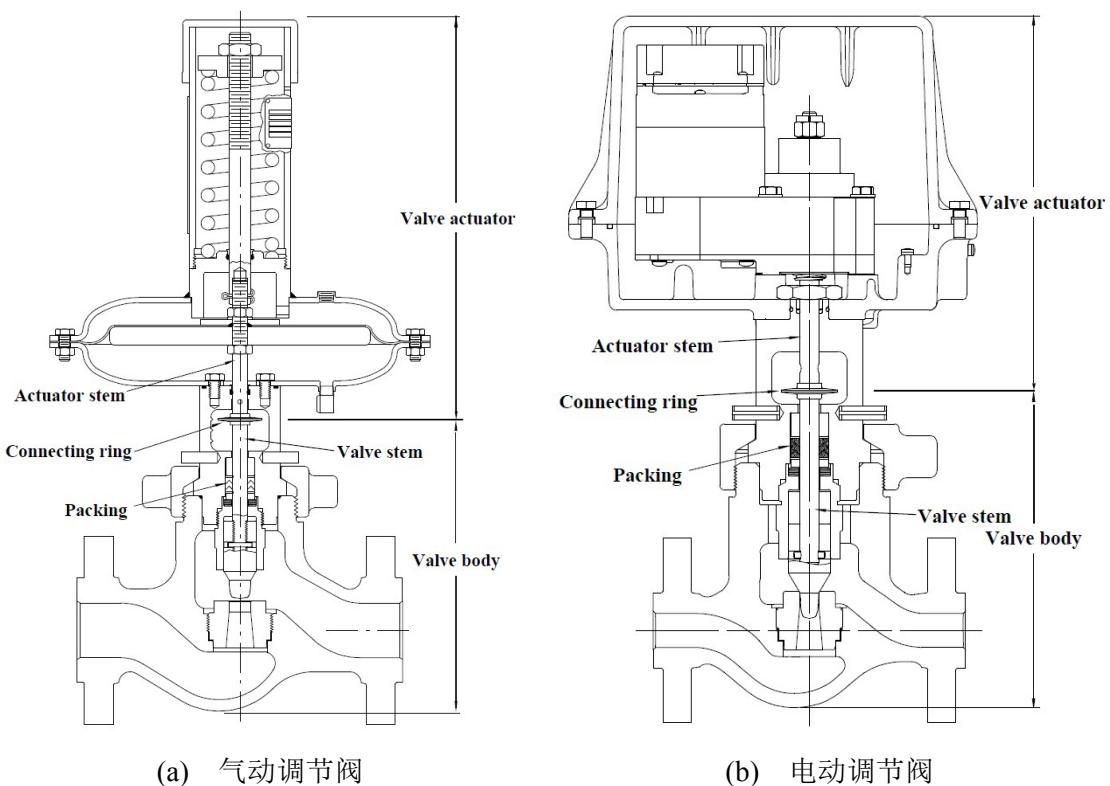


图 1.1 气动调节阀和电动调节阀的结构示意图^[69,73]

调节阀的一种典型故障是回差与粘滞等具有记忆效应的迟滞非线性^{[81][82]}，如图1.2所示。调节阀采用机械传动结构，而机械结构之间往往存在着松动与间隙，这被称为回差特征，是导致死区（deadband，指当阀门输入发生变化时，阀门输出不随之变化）现象的主要原因。另外，为了防止液体泄漏，阀门阀杆与阀体密封件之间通常采用紧密封，而紧密封导致阀杆与阀体之间的动静摩擦力的数值显著不同，使得调节阀具

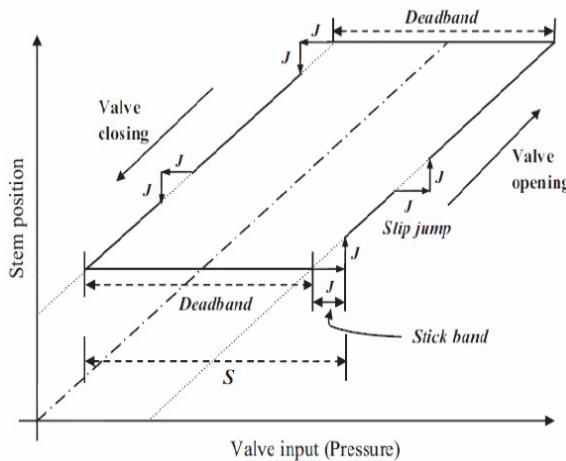


图 1.2 调节阀的回差与粘滞非线性特征示意图^[80]: 横坐标为阀门输入、纵坐标为阀杆位置

有粘滞 (stiction) 特征，导致粘滑 (stick-slip) 现象——当阀门停止运动时，如果阀门输入的变化与阀门停止前输入的变化方向相同，那么阀门输出先保持不动，后突然变化，如图1.2所示。由于调节阀在不同阀杆位置的工作时间通常是不同的，回差与粘滞非线性的严重程度也是不均匀的，这意味着调节阀的开启与关闭边界可能是不对称的（例如，图3.2）。

调节阀的回差与粘滞非线性特征可导致振荡现象。由于回差与粘滞非线性特征的存在，调节阀输入的变化量通常需要足够大，才能使调节阀输出产生相应的变化。因此，调节阀的输入可能会围绕着与控制目标相应的理想位置反复运动，从而出现振荡现象。这种现象不是偶然的，基于描述函数方法的理论分析^[83] 表明，带有回差或粘滞的闭环控制系统可能存在着一个稳定的极限环，从而出现振荡现象。除此之外，调节阀的回差与粘滞非线性特征还会对控制系统的性能产生明显影响。当调节阀的输入步长过小时，可能无法克服回差或粘滞的影响，使得调节阀的输出没有产生相应的变化，这意味着调节阀的输出需要更长时间才能对输入的变化做出响应。如果调节阀的时间常数与被控对象的时间常数的比例超过 0.2，那么在控制器设计过程中，就无法忽略调节阀的动态特性，否则会对控制系统的性能产生明显影响^[68]。

综上所述，非常有必要基于生产过程的日常运行数据，对调节阀的回差、粘滞等非线性进行建模与参数辨识，指出更换或维修调节阀的必要性。当调节阀无法更换或维修时，应采用某种技术手段，避免或减小调节阀的回差、粘滞等非线性对控制系统性能的不利影响。

在上述的针对调节阀应用的研究中，对调节阀的回差、粘滞等非线性现象进行建模与参数辨识是核心；只有建立了合适的调节阀模型，才能开展后续的控制性能评价和调节阀非线性的补偿设计等工作。在工业过程中，阀门输入通常为分布式控制系统中的控制器输出，因此是可测量的；然而，阀门位置往往是不可测量的，因此，调节阀

的迟滞非线性特征与被控对象的动态特征是相互叠加、无法分离的。此时，调节阀与被控对象一起可视作一个广义模块化非线性系统，阀门的回差、粘滞等非线性的建模和参数辨识可通过模块化非线性系统辨识这一技术手段获得^[13,81]。本节的最后，对调节阀的粘滞建模、辨识、分析与振荡补偿方面的研究现状进行综述。

在调节阀建模与辨识方面，现有的研究结果主要是关于调节阀粘滞非线性的。调节阀模型可分为机理模型^[84–88] 和数据驱动模型^[80,89–95] 两大类。机理模型主要建立在牛顿第二运动定律与摩擦力的基础上，多由非线性方程组表示，结构复杂，在使用时需要知道模型的物理参数，如阀杆重量、弹簧弹性系数等，其中一些参数可以从阀门说明书中获得，另一些参数的辨识则存在着较大困难^[96]。与之对应的是数据驱动模型，它们只利用阀门的输入输出数据来建立模型，模型结构简单，参数很少（1–2个）。数据驱动模型的主要缺点是不具有外推（extrapolation）能力，即仅能描述调节阀在特定的观测数据（例如带有振荡现象的观测数据）中的输入输出关系，无法描述任意输入条件下的输入输出关系。除此之外，机理模型和数据驱动模型没有考虑气动式驱动器的动态特征，更没有考虑驱动器与阀体之间的作用关系。例如，阀杆运动导致气动驱动器的气室体积变化，从而直接影响气室气压，而气室气压的变化会显著影响阀杆驱动力的大小。因此，机理模型和数据驱动模型并不能有效地描述调节阀的回差、粘滞等非线性特征和依赖于阀门开关方向的动态特征。

由于调节阀位于被控对象的输入端，而且调节阀主要由驱动器和阀体组成，无论是同时辨识调节阀和被控对象的模型，还是仅估计调节阀的模型参数，都可以采用广义模块化非线性模型的辨识方法。在基于广义 Hammerstein 系统辨识的调节阀粘滞建模方面，文献^[97–106] 等采用了具有单参数或者双参数的数据驱动粘滞模型来描述调节阀粘滞现象，因此，模型结构受到严格的限制。实际上，数据驱动粘滞模型可能无法描述工业实际中的开启与关闭边界不对称的调节阀。文献^[107] 使用两个点线模型（point-slope model）来分别描述调节阀的上升和下降路径，因此，该模型可以描述不对称的调节阀粘滞现象；然而，文献^[107] 提出的广义 Hammerstein 系统辨识方法要求输入信号在两个极值点间来回振荡，而在闭环回路的设定点发生变化或者负载有扰动时，输入信号无法满足这一限制条件。因此，缺乏一个能够描述复杂的调节阀粘滞现象并在振荡和一般性输入下都能够进行辨识的调节阀粘滞模型。

在分析和控制调节阀不利影响方面，研究结果主要是关于对调节阀的回差、粘滞非线性特征的补偿方法。一类方法是基于调节阀的机理模型去设计补偿摩擦力的控制器^[108–111]，总体来说，这些控制器都比较复杂，很大程度上限制了它们在过程工业中的应用。另一类方法的目标是消除或减弱调节阀非线性导致的振荡现象^[112]，包括门环法^[72,97,113]（knocker method）、恒定增强法^[101]（constant reinforcement method）、两步法^[114–116]（two-movement method）和控制器整定法^[83,117,118]（controller tuning method）

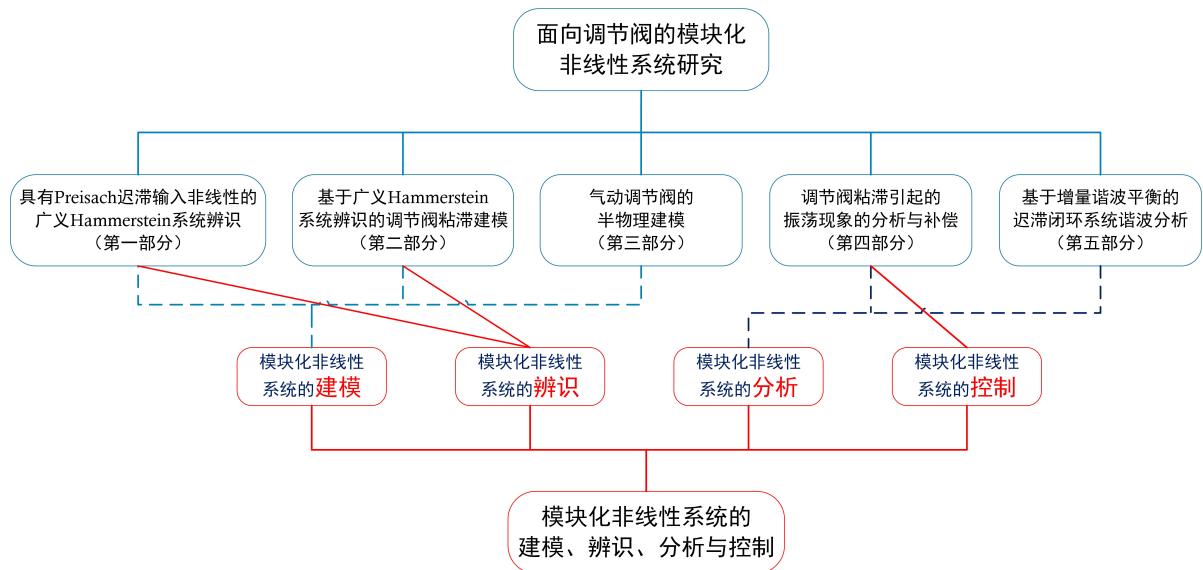


图 1.3 论文的整体框架及各部分工作的关系

等。在带有调节阀非线性的控制系统稳定性分析方面，描述函数分析方法可定性分析调节阀回差或粘滞导致的振荡现象^[83]，然而，定量分析的技术方法基本处于空白状态，因而，控制器参数的具体值需要通过费时费力的试错法来确定。

1.2 研究内容和方法

根据上一节论述的广义模块化非线性系统辨识以及在调节阀粘滞非线性的建模、辨识、分析与补偿控制方面的研究现状，本文将开展以下五个方面的研究工作：一是具有 Preisach 迟滞输入非线性的广义 Hammerstein 系统辨识；二是基于广义 Hammerstein 系统辨识的调节阀粘滞建模；三是气动调节阀的半物理建模；四是调节阀粘滞引起的振荡现象的分析与补偿方法；五是基于增量谐波平衡的迟滞系统的谐波分析方法。论文的整体框架及各章节的关系如图1.3所示。

本论文的第一部分研究具有 Preisach 迟滞输入非线性的广义 Hammerstein 系统辨识。本论文的这部分工作引入 Preisach 模型作为广义 Hammerstein 系统的输入非线性，并采用正则化的过参数化方法来估计模型参数，建立广义 Hammerstein 系统辨识的输入的持续激励条件，并证明系统参数的统计一致性。与现有的广义 Hammerstein 系统辨识文献相比，该部分内容展现了两点优势。第一，Preisach 模型不但能够描述现有辨识文献中频繁出现的回差类与切换类迟滞非线性，还可以描述更加复杂的迟滞现象，因此，Preisach 模型可以作为一个通用的迟滞模型，具有更强的灵活性。第二，提出的辨识方法不需要强烈设计的输入信号，一般的输入信号也能满足建立的持续激励条件，这使得广义 Hammerstein 系统辨识技术可能应用到工业过程当中。

本论文的第二部分工作研究基于广义 Hammerstein 系统辨识的调节阀粘滞建模。本

论文的这部分工作采用 Preisach 模型作为广义 Hammerstein 系统的输入非线性来描述调节阀粘滞非线性，并提出正则化的迭代方法来估计模型参数。建立振荡输入下的新的持续激励条件，以确保迭代辨识方法对常见的振荡输入的有效性。在振荡输入下，证明 Preisach 模型能够描述常用的数据驱动粘滞模型。因此，Preisach 模型不但能够描述数据驱动粘滞模型能够描述的调节阀粘滞现象，而且能够描述更加复杂的、开启与关闭边界不对称的调节阀粘滞现象；并且，在振荡或者一般性的输入下，都能够对调节阀粘滞非线性进行有效的辨识。

本论文的第三部分工作研究气动调节阀的半物理建模。新的半物理模型分别对阀门定位器中的电–气转换过程、阀门驱动器中的气–力转换过程和阀体中的力–位置转换过程这三个信号转换过程进行建模。与文献中现有的模型相比，新半物理模型有两个新的模块，即描述电–气转换过程的回差非线性和描述气–力转换过程的依赖于输入方向的动态；另外，当阀门运动时，力–位置转换过程的非线性模型更新为一个过阻尼二阶系统。这些不同点使得新半物理模型与实验观察保持一致，而现有文献中的模型则表现较差。

本论文的第四部分工作研究调节阀粘滞引起的振荡现象的分析与补偿方法。本文的这部分工作将在时域上分析出现在具有粘滞调节阀的反馈控制回路中的振荡现象，并建立比例积分（Proportional-Integral, PI）控制器参数与振荡幅度和周期参数之间的解析关系。基于这一解析关系与其它诸如针对模型不确定性的鲁棒性等限制，提出一种新的补偿方法来定量地获得使振荡幅度减小到任意满意值的控制器参数。与描述函数方法相比，所提出的时域分析方法更加准确地计算了振荡参数。与文献中的定性的控制器整定方法相比，所提出的振荡补偿方法是定量的，可以直接给出准确的控制器参数。因此，所提出的方法能够更有效率地补偿调节阀粘滞导致的振荡。

本文的第五部分工作研究基于增量谐波平衡的迟滞系统的谐波分析方法。本文的这部分工作将提出一种基于增量谐波平衡的新方法来分析含有 Prandtl-Ishlinskii 算子的闭环系统的频率响应。与传统的描述函数方法相比，新方法可以采用任意阶次的谐波近似；因此，即便是迟滞程度很严重的系统也能获得优秀的近似性能，而此种情形下，描述函数方法通常会由于高阶谐波的显著影响而性能迅速恶化。

1.3 论文结构

论文总共包含七章内容。第一章介绍面向调节阀的模块化非线性系统研究的背景、国内外的相关研究状况和本论文的研究内容与方法。第二章研究具有 Preisach 迟滞输入非线性的广义 Hammerstein 系统辨识，提出正则化的过参数化方法来估计模型参数，并建立持续激励条件与参数估计一致性等理论结果。第三章研究基于广义 Hammerstein 系统辨识的调节阀粘滞建模，提出正则化的迭代方法，并建立 Preisach 模型与常用的数

据驱动粘滞模型的关系。第四章研究气动调节阀的半物理建模，根据气动调节阀包含的三个信号转换过程建立一个新的半物理模型并进行实验验证。第五章研究调节阀粘滞引起的振荡现象的分析与补偿方法，在时域上对具有粘滞调节阀的反馈控制回路中的振荡现象进行分析，建立 PI 控制器参数与振荡幅度和周期参数之间的解析关系，并提出一种定量的振荡补偿方法。第六章研究迟滞系统的谐波分析，提出一种基于增量谐波平衡技术的新方法来对迟滞系统的任意阶次谐波进行近似。第七章总结全文取得的研究结果，并展望未来的工作。

第二章 具有 Preisach 迟滞输入非线性的广义 Hammerstein 系统 辨识

在广义 Hammerstein 系统辨识方面, Cheng & Yu^[56] 使用继电器反馈测试估计了具有线性平行边界的回差(图2.1a)的宽度和线性子系统的最终增益与频率。Bai^[54]根据分离最小二乘思想辨识了迟滞-继电器(图2.1c)和迟滞-切换(图2.1g)这两类迟滞非线性。Cerone & Regruto^[57]推导了当输出测量误差有界时的回差(图2.1a)和线性子系统的参数界限。Miyashita & Yamakita^[58]利用二进制序列输入解耦了回差(图2.1a)和线性子系统的辨识。Giri *et al.*^[59]设计特殊输入信号分别辨识了线性子系统与两类迟滞-回差非线性(图2.1a和图2.1f)和两类迟滞-继电器非线性(图2.1d和图2.1e)。Wang *et al.*^[35]利用回差类非线性(图2.1a和图2.1b)的分段恒定属性估计了不可测量的内部信号。Vörös^[53,60]运用关键变量分离方法分别辨识了含有线性边界回差(图2.1a)和多项式边界回差(图2.1b)的广义 Hammerstein 系统。Rochdi *et al.*^[55]和 Giri *et al.*^[61]设计了两个实验将包含一般性边界回差(图2.1b)和切换(图2.1h)的广义 Hammerstein 系统辨识分解为两个相对简单的、具有静态输入非线性的 Hammerstein 系统辨识问题。

上述的广义 Hammerstein 系统辨识文献存在着两个主要问题。第一, 这些工作都假设输入端的迟滞非线性属于某一特定的类型, 提出的参数估计方法充分利用该类型迟滞非线性的迟滞环形状。然而, 迟滞非线性的具体类型往往无法预先知晓; 因此, 也无法提前有针对性地选择合适的辨识方法。另外, 针对特定类型迟滞非线性的广义 Hammerstein 系统辨识方法也不适用于其他类型迟滞非线性的辨识。因此, 期望有一个能够包含图2.1 中的迟滞非线性的全部(或者大部分)的通用的迟滞模型。第二, 上述辨识文献通常针对特定类型的迟滞非线性设计特殊的输入信号, 如矩形波信号^[56]、二进制序列^[58]、分段恒定值输入^[35]和其他特殊设计输入信号^[55,59,61]等。结果, 这些辨识方法无法应用到输入信号无法自行设计的工业等场合。上述的两点不足启发我们在本章中解决以下两个问题:

- Q1 是否存在一个能够涵盖图2.1的全部(或者大部分)迟滞非线性的通用迟滞模型?
- Q2 如果存在这样的迟滞模型, 那么, 能否在一般性的输入信号下就对该模型进行参数辨识?

本章的目标是研究具有 Preisach 迟滞输入非线性的广义 Hammerstein 系统辨识理论, 主要工作有两项。第一, 证明 Preisach 模型能够涵盖图2.1a和图2.1b中的回差类非线性与图2.1c和图2.1d中的迟滞-继电器类非线性, 但是不能描述图2.1e-h 中的切换类非

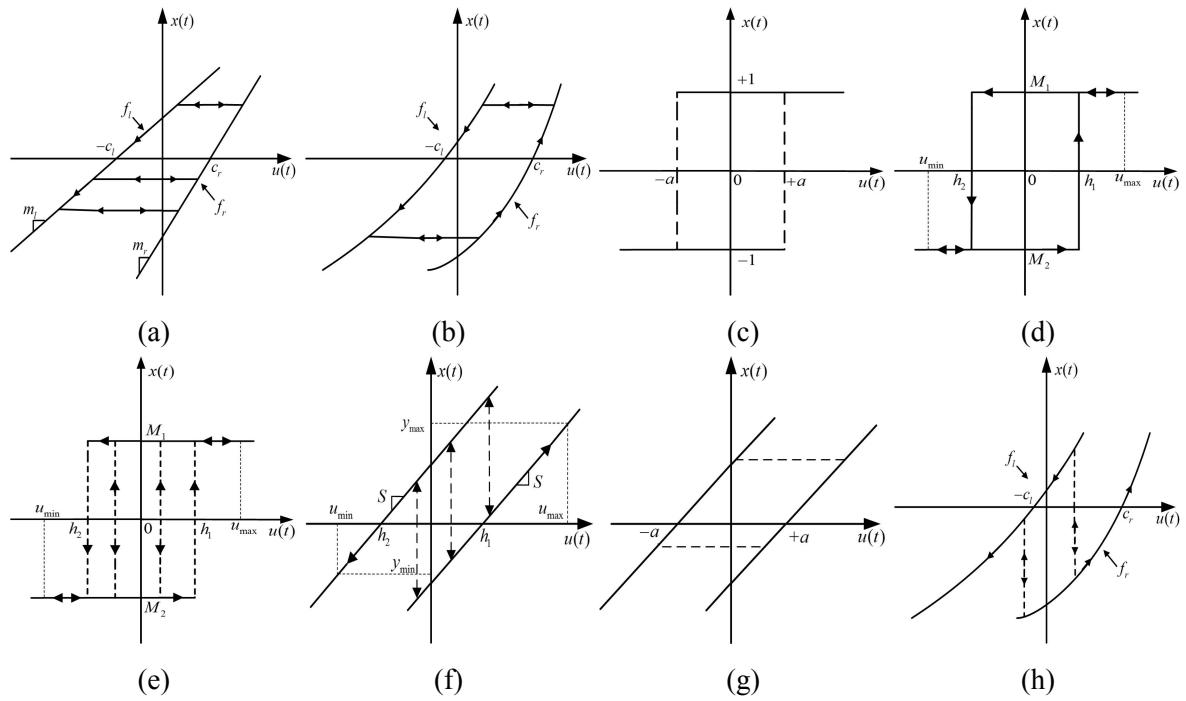


图 2.1 广义 Hammerstein 系统辨识文献中出现的迟滞非线性，其中的输入为 $u(t)$ ，输出为 $x(t)$ ：
 (a) 在文献 Cerone & Regruto^[57]、Miyashita & Yamakita^[58]、Vörös^[53]、Cheng & Yu^[56] 和 Giri *et al.*^[59] 中讨论的具有线性边界的回差非线性；(b) 在文献 Vörös^[60]、Rochdi *et al.*^[55] 和 Giri *et al.*^[61] 中讨论的一般性边界的回差非线性；(c) 在文献 Bai^[54] 中讨论的迟滞-继电器非线性；(d) 在文献 Giri *et al.*^[59] 中讨论的 I 类迟滞-继电器非线性；(e) 在文献 Giri *et al.*^[59] 中讨论的 II 类迟滞-继电器非线性；(f) 在文献 Giri *et al.*^[59] 中讨论的 II 类迟滞-回差非线性；(g) 在文献 Bai^[54] 中讨论的迟滞-切换非线性；(h) 在文献 Rochdi *et al.*^[55] 中讨论的一般性边界的切换非线性

线性。第二，采用正则化改进的过参数化方法估计具有 Preisach 迟滞输入非线性的广义 Hammerstein 系统参数，证明一般性的输入信号通常具有持续激励条件，并建立系统参数的统计一致性。因此，我们部分回答了上面提到的两个问题：作为一个通用迟滞模型，Preisach 模型能够描述图2.1中一半的迟滞非线性（图2.1a-d），并且能够使用一般性的输入信号进行参数辨识。

本章的内容安排如下：第2.1节描述本章要解决的数学问题；第2.2节分析 Preisach 模型与图2.1中各类迟滞非线性的关系；第2.3节提出正则化的过参数化辨识方法；第2.4节建立输入的持续激励条件和过参数化方法参数估计的一致性条件；第2.5节基于三个仿真案例验证本章提出的理论结果的正确性和辨识方法的有效性；第2.6节对本章进行总结。

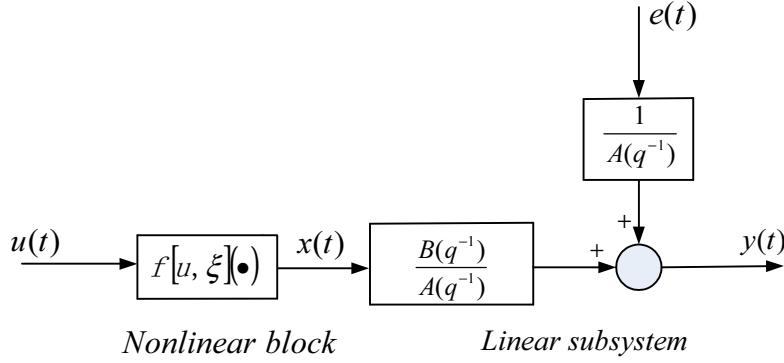


图 2.2 广义 Hammerstein 系统的示意图

2.1 问题描述

考虑如图2.2所示的广义 Hammerstein 系统，

$$x(t) = f[u, \xi](t), \quad (2.1)$$

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})x(t) + e(t). \quad (2.2)$$

其中, $A(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_nq^{-n_a}$, $B(q^{-1}) = b_1q^{-n_k-1} + \dots + b_nq^{-n_k-n_b}$; $u(t)$ 、 $y(t)$ 、 $x(t)$ 和 $e(t)$ 分别是离散时间形式的输入、输出、内部信号和噪声。内部信号 $x(t)$ 和噪声 $e(t)$ 是不可测量的。符号 q^{-1} 是一个一步延迟算子, 即 $q^{-1}x(t) = x(t-1)$ 。由于 Preisach 模型是一个连续时间模型, 而线性子系统 (2.2) 是一个以 t 作为时间变量的离散时间模型, 这里为了后续描述的方便, 将继续使用 t 来表示连续时间变量(不再定义一个新符号来表示连续时间变量)。此时, 由 Preisach 模型描述的输入非线性模块 $f[u, \xi](\cdot)$ 的表达式为^[119, 120],

$$f[u, \xi](t) = \iint_{(\beta, \alpha) \in P} \mu(\beta, \alpha) \gamma_{\beta\alpha}[u, \xi](t) d\beta d\alpha. \quad (2.3)$$

这里, P 表示一个有效 Preisach 平面, 其定义为

$$P \triangleq \{(\beta, \alpha) \mid \beta \geq u_{\min}, \alpha \leq u_{\max}, \beta \leq \alpha\},$$

对应输入 $u(t)$ 的变化范围为 $[u_{\min}, u_{\max}]$ 。符号 $\mu(\beta, \alpha)$ 表示在有效 Preisach 平面上的位置 (β, α) 处的权重。符号 $\gamma_{\beta\alpha}$ 是一个继电器算子,

$$\gamma_{\beta\alpha}[u, \zeta](t) = \begin{cases} +1, & \text{if } u(t) > \alpha, \\ -1, & \text{if } u(t) < \beta, \\ \gamma_{\beta\alpha}[u, \zeta](t^-) \triangleq \lim_{t' < t, t' \rightarrow t} \gamma_{\beta\alpha}[u, \zeta](t'), & \text{if } \beta \leq u(t) \leq \alpha, \end{cases}$$

其中, ζ 表示继电器算子的初值, 即 $\zeta = \gamma_{\beta\alpha}[u, \zeta](0^-)$ 。相应地, 公式 (2.3) 中的 ξ 表示有效 Preisach 平面 P 上的所有继电器算子的初始状态。显然, 公式 (2.1) 中的内部信号 $x(t)$ 不仅依赖于当前的输入, 还依赖于输入的历史值。在本章后续描述中, 将 $f[u, \xi](\cdot)$

简写为 $f(\cdot)$ 。

本章的工作需要下面的几个假设：

假设 2.1 噪声 $e(t)$ 是一个零均值、有限方差的白噪声信号，并且与时刻 t' 的输入 $u(t')$ 相互独立， $\forall t' \leq t$ 。

假设 2.2 线性子系统 (2.2) 是渐近稳定的，即多项式 $A(q^{-1})$ 的所有零点都落在单位圆内。多项式 $A(q^{-1})$ 和 $B(q^{-1})$ 互质，即 $A(q^{-1})$ 和 $B(q^{-1})$ 没有任何公因式。

注 2.3 在假设 2.1 下，公式 (2.2) 表示一个可能运行在具有至少一步延迟的反馈控制回路中的有源自回归模型^[6] (Auto-Regression with eXtra input (ARX) model)。一个高阶 ARX 模型能够充分近似任意的线性动态系统^[8]；另外，如果附加到 $y(t)$ 的噪声是一个强有色噪声，仍然可以通过高阶 ARX 模型估计加上模型降阶方法得到线性系统的一个具有一致性的估计^[121, 122]。因此，本章采用 ARX 模型来描述广义 Hammerstein 系统中的线性子系统。假设 2.2 是线性系统辨识中建立持续激励条件 (Persistently Exciting (PE) condition) 和参数估计一致性 (parameter estimation consistency) 的一个标准假设^[8]。

本章要解决的问题有两个。第一，Preisach 模型能否描述广义 Hammerstein 系统辨识中出现的如图 2.1 所示的各类迟滞非线性？第二，如何根据测量值 $\{u(t), y(t)\}_{t=1}^N$ 来估计 Preisach 模型 $f(\cdot)$ 的未知参数与线性子系统的结构参数 (n_a, n_b, n_k) 和参数向量 $a \triangleq [a_1, \dots, a_{n_a}]^T$ 和 $b \triangleq [b_1, \dots, b_{n_b}]^T$ ？

2.2 Preisach 模型和图 2.1 中的迟滞非线性的关系

这一节首先简要回顾 Preisach 模型的性质，然后研究 Preisach 模型描述图 2.1 中的迟滞非线性的能力。

2.2.1 Preisach 模型回顾

首先，回顾下 Preisach 模型的表示定理^[119, 120] (Representation Theorem)，该定理给出了 Preisach 模型能够描述的迟滞非线性必须满足的充分必要条件。

引理 2.4 表示定理^[119] 抹除性 (wiping-out property)、全等性 (congruency property) 和速率独立性 (rate-dependence property) 构成了一个迟滞非线性在连续输入下由 Preisach 模型描述的充分必要条件。

引理 2.4 中使用到的三个性质的定义如下：

定义 2.5 抹除性^[120] Preisach 模型只保留占主导地位的输入极值序列，而其它局部极值都被抹除掉。

定义 2.6 全等性 [120] 由具有相同极值的输入信号形成的所有迟滞环在几何意义上全等，即这些迟滞环可通过上下平移来完全重叠。

定义 2.7 速率独立性 [123] Preisach 模型的输出与其输入的变化速率无关。

其次，简要介绍 Preisach 模型的一阶下降反转函数^[120] (the first-order descending reversal function) 的概念。定义两个集合和一条记忆曲线：

- 集合 $S^+(t)$ 包含了在时刻 t 满足 $\gamma_{\beta\alpha}(t) = 1$ 的所有点 (β, α) ；
- 集合 $S^-(t)$ 包含了在时刻 t 满足 $\gamma_{\beta\alpha}(t) = -1$ 的所有点 (β, α) ；
- 记忆曲线 $L(t)$ 是 $S^+(t)$ 和 $S^-(t)$ 的边界线。

根据集合 $S^+(t)$ 和 $S^-(t)$ 的定义，Preisach 模型 (2.3) 可以等效成

$$f(t) = \iint_{S^+(t)} \mu(\beta, \alpha) d\beta d\alpha - \iint_{S^-(t)} \mu(\beta, \alpha) d\beta d\alpha. \quad (2.4)$$

一阶下降反转函数定义为输入先从最小值 u_{\min} 单调增加到 α' 再单调下降到 β' 时的 Preisach 模型输出 $f(t)$ ，与此过程对应的有效 Preisach 平面的变化如图2.3所示。以 $f_{\alpha'}$ 和 $f_{\alpha', \beta'}$ 分别表示 Preisach 模型在输入为 $u(t) = \alpha'$ 和 $u(t) = \beta'$ 时的输出值，那么，所谓的 Everett 函数^[120] 定义为

$$F(\beta', \alpha') \triangleq \frac{1}{2}(f_{\alpha'} - f_{\alpha' \beta'}). \quad (2.5)$$

图2.3表明在输入从 α' 单调减小到 β' 过程中，具有三个顶点 (β', β') 、 (α', α') 和 (β', α') 的三角形区域 $T(\beta', \alpha')$ 被从 S^+ 中减去并加到 S^- 里。根据式子 (2.4) 和 (2.5)，有

$$F(\beta', \alpha') = \iint_{T(\beta', \alpha')} \mu(\beta, \alpha) d\beta d\alpha. \quad (2.6)$$

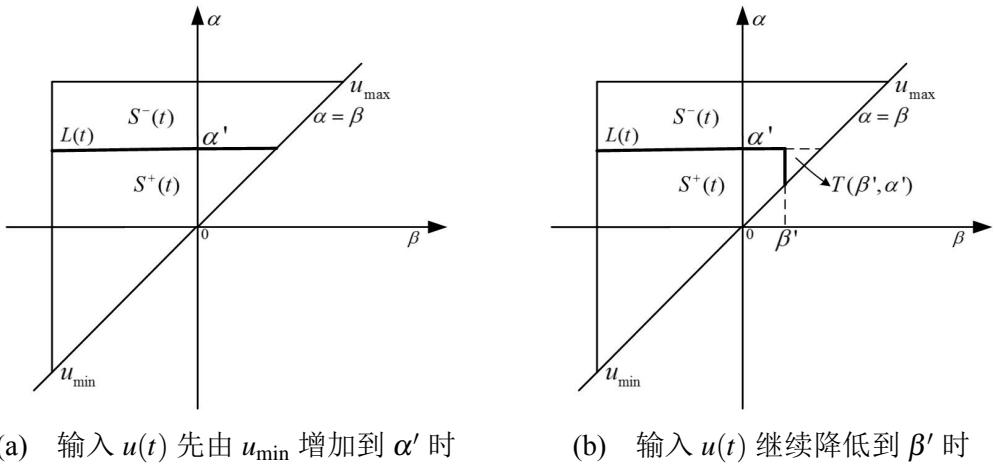
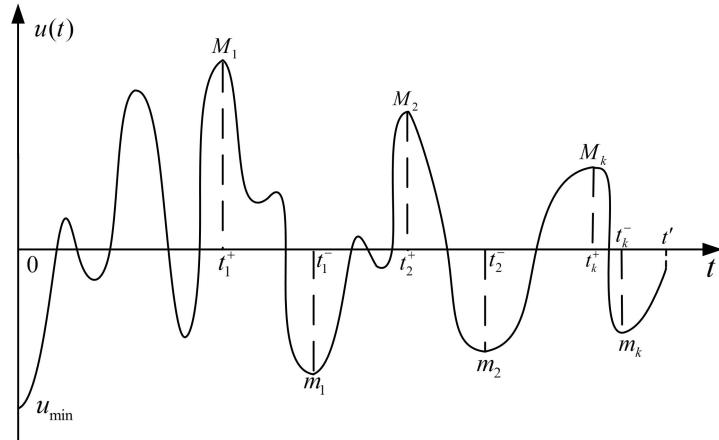
因此，权重函数 $\mu(\beta', \alpha')$ 可通过 $F(\beta', \alpha')$ 对 β' 和 α' 进行微分得到，即

$$\mu(\beta', \alpha') = \frac{\partial^2 F(\beta', \alpha')}{\partial \beta' \partial \alpha'}. \quad (2.7)$$

2.2.2 Preisach 模型与回差类非线性的关系

回差类非线性包括了图2.1a中的具有线性边界的回差和图2.1b中的具有多项式或任意形状边界的回差这两种。它们的共同点为：当输入改变方向时，输出首先保持不变然后沿着某条边界连续变化。这里，对图2.1a中的具有线性边界的回差进行分析，分析结果也同样适用于图2.1b中的具有一般性边界的回差。图2.1a中的回差非线性的数学模型为^[57]

$$x(t) = \begin{cases} f_l(u(t)) \triangleq m_l [u(t) + c_l], & \text{if } u(t) \leq z_l(t), \\ f_r(u(t)) \triangleq m_r [u(t) - c_r], & \text{if } u(t) \geq z_r(t), \\ x(t-1), & \text{if } z_l(t) < u(t) < z_r(t), \end{cases} \quad (2.8)$$


 图 2.3 形成一阶下降反转函数过程中的记忆曲线 $L(t)$ 和两个集合 $S^+(t)$ 、 $S^-(t)$ 的变化

 图 2.4 证明定理2.8过程中使用到的输入 $u(t)$ 的示意图

其中的参数 m_l 、 m_r 、 c_l 和 c_r 全为正数，而

$$z_l(t) \triangleq \frac{x(t-1)}{m_l} - c_l,$$

$$z_r(t) \triangleq \frac{x(t-1)}{m_r} + c_r.$$

定理 2.8 图2.1a中的具有线性边界的回差非线性 (2.8) 可以由 Preisach 模型来描述，相应的权重函数 $\mu(\beta, \alpha)$ 是一个位于曲线 $\beta = f_l^{-1}(f_r(\alpha))$ 上的一维冲激函数。

证明：根据引理2.4，只需要证明回差 (2.8) 满足 Preisach 模型的三个性质：抹除性、全等性和速率独立性。

第一，通过归纳法证明回差 (2.8) 满足 Preisach 模型的抹除性。对于一个在区间 $[u_{\min}, u_{\max}]$ 内变化的一般性输入 $u(t)$, $t \in [0, t']$, 占主导地位的（简称支配性）输入极大值 M_k 和支配性输入极小值 m_k 定义为

$$M_k = \max_{t \in [t_{k-1}^-, t']} u(t), \quad u(t_k^+) = M_k,$$

$$m_k = \min_{t \in [t_k^+, t']} u(t), u(t_k^-) = m_k.$$

其中, k 是正整数, 而 $t_0^- \triangleq 0$ 。图2.4给出了 $u(t)$ 、 M_k 和 m_k 的一个一般性的例子。定义左边界 $f_l(u)$ 和右边界 $f_r(u)$ 的逆函数分别为 $f_l^{-1}(x)$ 和 $f_r^{-1}(x)$ 。那么, 在输入区间 $u(t) \in [u_{\min}, u_{\max}]$ 上, 输出 $x(t)$ 的最小值和最大值分别为

$$x_{\min} \triangleq f_l(u_{\min}), x_{\max} \triangleq f_r(u_{\max}).$$

根据回差的定义式(2.8), 对支配性输入极大值 M_1 的讨论可分为两种情况:

- 如果 $M_1 \in [u_{\min}, f_r^{-1}(x_{\min})]$, 那么, 在时间区间 $t \in [0, t']$ 内, 输出恒等于 x_{\min} 。因此, 所有的过去的局部输入极大值对输出的影响都被 M_1 抹除掉。
- 如果 $M_1 \in (f_r^{-1}(x_{\min}), u_{\max}]$, 那么, $x(t)$ 最终沿着右边界 f_r 增加到 $f_r(M_1)$ 。不管在时间区间 $[0, t_1^+]$ 上输入是怎样变化的, 回差的定义式(2.8)表明时刻 t_1^+ 之前的局部输入极大值都不影响时刻 t_1^+ 后的输出, 也就是说, M_1 抹除掉了过去的局部输入极大值对输出的影响。

相似地, 对支配性输入极小值 m_1 也可以分两种情况讨论:

- 如果 $m_1 \in [f_l^{-1}(f_r(M_1)), M_1]$ 且 $M_1 \in (f_r^{-1}(x_{\min}), u_{\max}]$, 那么, $x(t)$ 在连接边界 f_l 和 f_r 的内部水平区域运动。在时间区间 $(t_1^+, t']$ 内, 输出恒等于 $f_r(M_1)$ 。因此, 所有的过去的局部输入极小值对输出的影响都被 m_1 抹除掉。
- 如果 $m_1 \in [u_{\min}, f_l^{-1}(f_r(M_1))]$, 那么, $x(t)$ 最终沿着左边界 f_l 降低到 $f_l(m_1)$ 。不管在时间区间 $(t_1^+, t_1^-]$ 上输入是怎样变化的, 回差的定义式(2.8)表明时间区间 $(t_1^+, t_1^-]$ 内的局部输入极小值都不影响时刻 t_1^- 后的输出, 也就是说, m_1 抹除掉了时间区间 $(t_1^+, t_1^-]$ 内的局部输入极小值对输出的影响。

和 M_1 和 m_1 的情况相似, 其它的支配性输入极值序列 $\{M_2, M_3, \dots\}$ 和 $\{m_2, m_3, \dots\}$ 分别抹除掉了在时间区间 $(t_{k-1}^-, t_k^+]$ 和 $(t_k^+, t_k^-]$ 内的局部输入极值对输出的影响。因此, 回差(2.8)满足抹除性。

第二, 证明回差(2.8)满足全等性。当输入 $u(t)$ 在极小值 u_1 和极大值 u_2 之间振荡时, 对应的迟滞环的变化只有两种情况, 如图2.5所示:

- (a) 如果输入在左右边界之间振荡, 那么, 不管输出初始值是多少, 迟滞环都会退化成一条水平线, 如图2.5中的情形(a)所示, 这时的迟滞环满足全等性。
- (b) 如果输入的振荡幅值足够大, 那么, 输出会沿着右边界增加到极大值 $f_r(u_2)$ 并沿着左边界减小到极小值 $f_l(u_1)$ 。因此, 只形成了一个迟滞环, 如图2.5中的情形(b)所示, 全等性也成立。

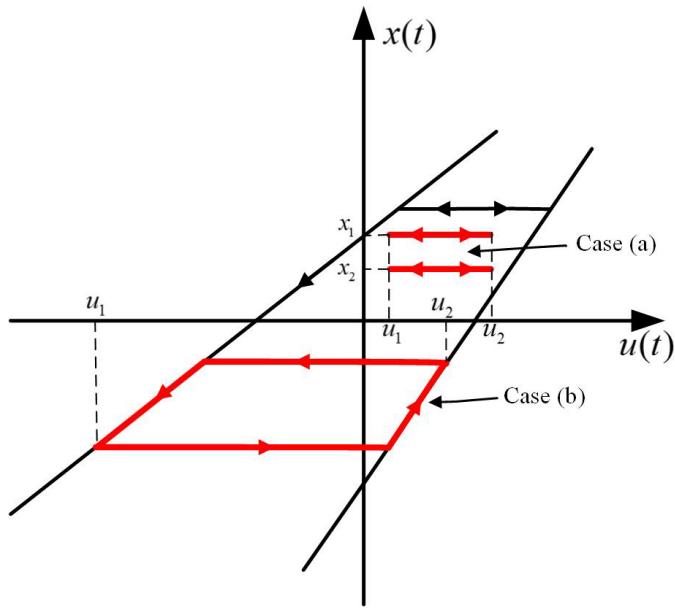


图 2.5 证明定理2.8中的全等性时使用的迟滞环

第三, 回差 (2.8) 显然是速率独立的。因此, 回差非线性 (2.8) 满足抹除性、全等性和速率独立性, 可以由 Preisach 模型描述。

最后, 我们利用第2.2.1节介绍的一阶下降反转函数来推导 Preisach 模型权重函数 $\mu(\beta, \alpha)$ 的表达式。分为以下几种情况讨论:

- 如果 $\alpha' \in [u_{\min}, f_r^{-1}(x_{\min})]$, 那么, 公式 (2.8) 表明 $f_{\alpha'} = f_{\alpha'\beta'} = x_{\min}$, 进而由式子 (2.5) 和 (2.7) 得到

$$\mu(\beta, \alpha) = 0, \quad \forall \alpha \in [u_{\min}, f_r^{-1}(x_{\min})], \quad \forall \beta \in [u_{\min}, \alpha].$$

- 如果 $\alpha' \in (f_r^{-1}(x_{\min}), u_{\max}]$ 且 $\beta' \in (f_l^{-1}(f_r(\alpha')), \alpha']$, 那么, 公式 (2.8) 给出 $f_{\alpha'\beta'} = f_{\alpha'} = f_r(\alpha') = m_r(\alpha' - c_r)$ 。因此,

$$\mu(\beta, \alpha) = 0, \quad \forall \alpha \in (f_r^{-1}(x_{\min}), u_{\max}], \quad \forall \beta \in (f_l^{-1}(f_r(\alpha)), \alpha].$$

- 如果 $\alpha' \in (f_r^{-1}(x_{\min}), u_{\max}]$ 且 $\beta' \in [u_{\min}, f_l^{-1}(f_r(\alpha'))]$, 那么, 公式 (2.8) 给出 $f_{\alpha'} = f_r(\alpha') = m_r(\alpha' - c_r)$ 和 $f_{\alpha'\beta'} = f_l(\beta') = m_l(\beta' + c_l)$ 。结果, 由式子 (2.5) 和 (2.7) 可推导

$$\mu(\beta, \alpha) = 0, \quad \forall \alpha \in (f_r^{-1}(x_{\min}), u_{\max}], \quad \forall \beta \in [u_{\min}, f_l^{-1}(f_r(\alpha))].$$

- 如果 $\alpha' \in (f_r^{-1}(x_{\min}), u_{\max}]$ 且 $\beta' = f_l^{-1}(f_r(\alpha'))$, 那么, 可由图2.3中的一阶下降反转函数的几何描述得到

$$\frac{1}{2} [f_l(\beta') - f_l(\beta'_-)] = \iint_{T(\beta'_-, \alpha') - T(\beta', \alpha')} \mu(\beta, \alpha) d\beta d\alpha, \quad (2.9)$$

其中, β'_- 是从左侧逼近 β' 的极限值。集合 $T(\beta'_-, \alpha') - T(\beta', \alpha')$ 在有效 Preisach 平面 P 上形成了一个具有四个顶点 (β'_-, β'_-) 、 (β', β') 、 (β', α') 和 (β'_-, α') 的梯形

区域。与一阶下降反转函数相似，定义一阶上升反转函数为输入先从最大值 u_{\max} 单调减小到 β'' 再单调上升到 α'' 时的输出 $x(t)$ 。我们可以通过此定义获得一个与式子 (2.9) 相似的表达式，即当 $\beta'' \in [u_{\min}, f_l^{-1}(x_{\max})]$ 且 $\alpha'' = f_r^{-1}(f_l(\beta''))$ 时，

$$\frac{1}{2} [f_r(\alpha'') - f_r(\alpha''_-)] = \iint_{T(\beta'', \alpha'') - T(\beta'', \alpha''_-)} \mu(\beta, \alpha) d\beta d\alpha, \quad (2.10)$$

其中的 α''_- 表示从左侧逼近 α'' 的极限值。集合 $T(\beta'', \alpha'') - T(\beta'', \alpha''_-)$ 在有效 Preisach 平面 P 上形成了一个具有四个顶点 (α'', α'') 、 (α''_-, α'') 、 (β'', α'') 和 (β'', α''_-) 的梯形区域。如果 $\beta'' = \beta'_-$ ，那么，式子 (2.9) 和 (2.10) 的右侧相等，即

$$\begin{aligned} f_l(\beta') - f_l(\beta'_-) &= f_l(f_l^{-1}(f_r(\alpha''))) - f_l(f_l^{-1}(f_r(\alpha''_-))) \\ &= f_r(\alpha'') - f_r(\alpha''_-). \end{aligned}$$

两个集合 $T(\beta'_-, \alpha') - T(\beta', \alpha')$ 和 $T(\beta'', \alpha'') - T(\beta'', \alpha''_-)$ 的交集是一个具有三个顶点 (β'_-, α') 、 (β', α'_-) 、 (β', α') 和 (β'_-, α'_-) 的三角形区域，且权重函数 $\mu(\beta, \alpha)$ 仅在此三角区域上不等于 0，即

$$\begin{aligned} \int_{\beta'_-}^{\beta'} \int_{\alpha'_-}^{\alpha'} \mu(\beta, \alpha) d\beta d\alpha &= \frac{1}{2} [f_l(\beta') - f_l(\beta'_-)] \\ &= \frac{1}{2} [f_r(\alpha') - f_r(\alpha'_-)]. \end{aligned} \quad (2.11)$$

该式表明 $\mu(\beta, \alpha)$ 是一个位于曲线 $\beta = f_l^{-1}(f_r(\alpha))$ 上的一维冲激函数。 ■

定理2.8的证明也可以推广到图2.1b中的具有多项式或者任意形状边界的回差非线性。

推论 2.9 图2.1b中的具有多项式或者任意形状边界的回差非线性可以由 Preisach 模型来描述，相应的权重函数 $\mu(\beta, \alpha)$ 是一个位于曲线 $\beta = f_l^{-1}(f_r(\alpha))$ 上的一维冲激函数。

注 2.10 文献^[123] 中第四章的定理 2.7 也证明了 Preisach 模型可以描述回差非线性，然而，那里的证明使用的是测度论及广义继电器算子与 Preisach 模型的关系。此处的证明则是完全不同的：我们严格采用第2.2.1 节介绍的引理2.4（表示定理）来证明。另外，定理2.8还同时给出了回差非线性的权重函数 $\mu(\beta, \alpha)$ 的表达式 (2.11)。

2.2.3 Preisach 模型与切换类非线性的关系

切换类非线性包括了图2.1e中的 II 类迟滞–继电器非线性、图2.1f中的 II 类迟滞–回差非线性、图 2.1g中的迟滞–切换非线性和图2.1h 中的具有一般性边界的切换非线性。这里，选择图2.1f中的 II 类迟滞–回差非线性作为切换类非线性的代表进行分析，分析

结果也适用于其他的切换类非线性。图2.1f中的 II 类迟滞-回差非线性的数学模型为^[59]

$$x(t) = \begin{cases} S[u(t) - h_1], & \text{if } u(t) > u(t-1), \\ S[u(t) - h_2], & \text{if } u(t) < u(t-1), \\ y(t-1), & \text{if } u(t) = u(t-1), \end{cases} \quad (2.12)$$

其中的参数 S 为正数，且 $h_1 > h_2$ 。

定理 2.11 图2.1f中的切换非线性 (2.12) 不能由 Preisach 模型描述。

证明：采用反证法证明。先假设切换非线性 (2.12) 可以由 Preisach 模型描述。当 $u(t)$ 在时刻 t 处由增加变为减小，并且变化量是无穷小的，即 $u(t) = \alpha'$, $u(t^+) = \alpha'_-$ ，公式 (2.12) 表明输出 $x(t)$ 立刻从 $S(\alpha' - h_1)$ 跳变为 $S(\alpha'_- - h_2)$ 。由 Preisach 模型的几何描述 (2.6) 可得到

$$\iint_{T(\alpha'_-, \alpha')} \mu(\beta, \alpha) d\beta d\alpha = \frac{S}{2}(\alpha' - \alpha'_- + h_2 - h_1) \neq 0. \quad (2.13)$$

这里的 $T(\alpha'_-, \alpha')$ 表示有效 Preisach 平面上的一个具有三个顶点 (α'_-, α'_-) 、 (α', α') 和 (α'_-, α') 的三角形区域。公式 (2.13) 暗示着权重函数 $\mu(\beta, \alpha)$ 是一个位于直线 $\beta' = \alpha'$ 上的二维冲激函数，而这会导致一个矛盾。根据公式 (2.4) 和有效 Preisach 平面的划分 $P = S^+(t) + S^-(t)$ ，我们能够得到

$$\begin{aligned} x(t) &= - \iint_P \mu(\beta, \alpha) d\beta d\alpha + 2 \iint_{S^+(t)} \mu(\beta, \alpha) d\beta d\alpha \\ &= x_{\min} + 2 \iint_{S^+(t)} \mu(\beta, \alpha) d\beta d\alpha. \end{aligned} \quad (2.14)$$

这里， x_{\min} 是输入 $u(t)$ 为最小值 u_{\min} 时的输出。如果输入 $u(t)$ 从 u_{\min} 单调增加到任意值 $\alpha' > u_{\min}$ ，那么，公式 (2.13) 和 (2.14) 最终给出

$$\begin{aligned} x(t) &= x_{\min} + 2 \iint_{T(u_{\min}, \alpha')} \mu(\beta, \alpha) d\beta d\alpha \\ &= x_{\min} + S(h_2 - h_1) \times \infty \\ &= -\infty. \end{aligned} \quad (2.15)$$

上式中的第二个等式右侧的符号 ∞ 表示在三角形区域 $T(u_{\min}, \alpha')$ 内的直线 $\beta = \alpha$ 上有无数个点，而这些点处的权重函数 $\mu(\beta, \alpha)$ 都是一个二维冲激函数。式子 (2.15) 与切换非线性 (2.12) 的输出为有限值这一事实相矛盾。 ■

定理2.11的证明可以推广到图2.1中的其它切换非线性。

推论 2.12 图2.1e、图2.1g和图2.1h中的切换类非线性不能由 Preisach 模型描述。

注 2.13 定理2.11和推论2.12表明 Preisach 模型不能描述图2.1e-h 中的切换类非线性。这些切换类非线性有一个共同点：只要输入改变方向，输出就立刻从一条边界跳跃到另一条边界，而定理2.11的证明过程显示，这样的跳变行为会导致有效 Preisach 平面上无限个点处都有二维冲激函数型的权重，这就与切换类非线性的输出为有限值这一事实相冲突。对应地，定理2.8和推论2.9描述的回差类非线性的输出总是连续地变化，这就产生了一维冲激函数型的权重，确保了输出为有限值。

2.2.4 Preisach 模型与迟滞-继电器类非线性的关系

定理2.8和定理2.11的证明表明，如果迟滞非线性的输出只在特定点处跳跃，而不是在有限区间上的无限多个点处跳跃，那么，有效 Preisach 平面上的有限多个点处的权重为二维冲激函数，进而输出也是一个有限值。因此，Preisach 模型也能够描述输出只在两个点上跳变的如图2.1c所示的迟滞-继电器非线性和如图2.1d所示的 I 类迟滞-继电器非线性。

推论 2.14 图2.1c和图2.1d中的迟滞-继电器类非线性能够由 Preisach 描述，相应的权重 $\mu(\beta, \alpha)$ 分别是在点 $(-a, a)$ 和 (h_2, h_1) 处的一个二维冲激函数。

2.3 正则化的过参数化辨识方法

本节提出广义 Hammerstein 系统的一种正则化的过参数化辨识方法。首先，对 Preisach 模型进行离散化，得到离散形式的 Preisach 模型为^[124-126]

$$x(t) = \sum_{i=1}^L \sum_{j=i}^L \mu_{ij} \gamma_j(t), \quad (2.16)$$

其中， μ_{ij} 为离散形式的权重参数，而 $\gamma_j(t)$ 为离散形式的继电器算子，

$$\gamma_j(t) \triangleq \begin{cases} +1, & \text{if } u(t) > \frac{u_j+u_{j+1}}{2}, \\ -1, & \text{if } u(t) < \frac{u_j+u_{j+1}}{2}, \\ \gamma_j(t-1), & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (2.17)$$

这里的 u_i 是离散化输入阈值

$$u_i \triangleq u_{\min} + (i-1)\delta, \quad i = 1, 2, \dots, L+1, \quad (2.18)$$

而 L 表示离散化水平， δ 表示离散化步长，

$$\delta \triangleq \frac{u_{\max} - u_{\min}}{L}. \quad (2.19)$$

文献^[124] 中的定理 4.1 建立了离散形式 Preisach 模型和连续形式 Preisach 模型的关系：当式子 (2.19) 中的离散化水平 L 趋向于无穷大时，离散形式 Preisach 模型 (2.16) 的输出收敛到连续形式 Preisach 模型 (2.3) 的输出。

为了获得离散 Preisach 模型 (2.16) 的一个紧凑形式, 定义一个权重向量 μ 和一个状态向量 $\gamma(t)$ 为

$$\begin{aligned}\mu &\triangleq [\mu_1, \dots, \mu_K]^T \\ &\triangleq [\mu_{11}, \dots, \mu_{1L}, \mu_{22}, \dots, \mu_{2L}, \dots, \mu_{LL}]^T,\end{aligned}\quad (2.20)$$

$$\begin{aligned}\gamma(t) &\triangleq [\gamma_1(t), \dots, \gamma_K(t)]^T \\ &\triangleq [\gamma_{11}(t), \dots, \gamma_{1L}(t), \gamma_{22}(t), \dots, \gamma_{2L}(t), \dots, \gamma_{LL}(t)]^T,\end{aligned}\quad (2.21)$$

其中, $K \triangleq L(L+1)/2$ 。这样, 离散 Preisach 模型 (2.16) 就可以写成

$$x(t) = \gamma^T(t)\mu. \quad (2.22)$$

将式子 (2.22) 带入 (2.2), 得到

$$y(t) = -\phi^T(t)a + b^T\Gamma(t)\mu + e(t), \quad (2.23)$$

其中,

$$\begin{aligned}\phi(t) &= [y(t-1), \dots, y(t-n_a)]^T, \\ \Gamma(t) &= \begin{bmatrix} \gamma_1(t-n_k-1) & \cdots & \gamma_K(t-n_k-1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma_1(t-n_k-n_b) & \cdots & \gamma_K(t-n_k-n_b) \end{bmatrix}.\end{aligned}$$

参数向量 b 和 μ 的增益模糊 (gain ambiguity) 问题可通过将 b 的二范数归一化 ($\|b\| = 1$, 并假设 b 的首个非零元素为正数) 来解决^[24]。如果结构参数 (n_a, n_b, n_k) 和离散化水平参数 L 是事先已知的, 那么, 基于测量值 $\{u(t), y(t)\}_{t=1}^N$ 对未知参数向量 a 、 b 和 μ 进行估计是一个双线性参数化估计问题^[24, 127] (bilinearly parameterized estimation problem)。许多针对传统 Hammerstein 系统的成熟辨识方法都可以直接用于解决这里的辨识问题, 如过参数化方法 (the over-parameterized method)^[24, 128] 和迭代方法 (the iterative method)^[129] 等。

其次, 采用一种使用正则化技术改进的过参数化方法来估计系统参数向量 a 、 b 和 μ 。定义

$$\begin{aligned}\theta &\triangleq [b_1\mu_1, \dots, b_1\mu_K, b_2\mu_1, \dots, b_2\mu_K, \dots, b_{n_b}\mu_1, \dots, b_{n_b}\mu_K, a_1, \dots, a_{n_a}]^T \\ \psi(t) &\triangleq [\gamma_1(t-n_k-1), \dots, \gamma_K(t-n_k-1), \dots, \gamma_1(t-n_k-n_b), \dots, \gamma_K(t-n_k-n_b), \\ &\quad -y(t-1), \dots, -y(t-n_a)]^T,\end{aligned}\quad (2.24)$$

那么, 双线性方程 (2.23) 变成

$$y(t) = \psi^T(t)\theta + e(t). \quad (2.25)$$

已知结构参数 (n_a, n_b, n_k) 和测量值 $\{u(t), y(t)\}_{t=1}^N$, 传统的过参数化方法的步骤如

下：

步骤 1 计算最小二乘估计

$$\hat{\theta} = [\hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_{n_b K + n_a}]^T = (\Psi_N^T \Psi_N)^{-1} \Psi_N^T Y_N, \quad (2.26)$$

其中，

$$\Psi_N \triangleq [\psi(1), \dots, \psi(N)]^T, \quad (2.27)$$

$$Y_N \triangleq [y(1), \dots, y(N)]^T. \quad (2.28)$$

步骤 2 从 $\hat{\theta}$ 中构造一个 $n_b \times K$ 维的矩阵 $\hat{\Theta}_{b\mu}$

$$\hat{\Theta}_{b\mu} = \begin{bmatrix} \hat{\theta}_1 & \hat{\theta}_2 & \cdots & \hat{\theta}_K \\ \hat{\theta}_{K+1} & \hat{\theta}_{K+2} & \cdots & \hat{\theta}_{2K} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{\theta}_{(n_b-1)K+1} & \hat{\theta}_{(n_b-1)K+2} & \cdots & \hat{\theta}_{n_b K} \end{bmatrix},$$

并对其进行奇异值分解，

$$\hat{\Theta}_{b\mu} = U S V^T,$$

其中的 $U \in \mathbb{R}^{n_b \times n_b}$, $S \in \mathbb{R}^{n_b \times K}$ 且 $V \in \mathbb{R}^{K \times K}$, $\hat{\Theta}_{b\mu}$ 的奇异值降序排列在矩阵 S 的对角线上，满足 $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \cdots \geq \sigma_{\min\{n_b, K\}} \geq 0$.

步骤 3 以 U_1 和 V_1 分别表示矩阵 U 和 V 的第一列，并以 s_1 表示 U_1 中第一个非零元素的符号。那么，向量 a 、 b 和 μ 的估计为

$$\hat{a} = \hat{\theta}(n_b K + 1 : n_b K + n_a), \quad (2.29a)$$

$$\hat{b} = s_1 U_1, \quad (2.29b)$$

$$\hat{\mu} = s_1 \sigma_1 V_1. \quad (2.29c)$$

式子 (2.20) 中的权重向量 μ 的长度 K 以二次方速度随着定义为 (2.19) 的离散水平参数 L 的增加而增加，即 $K = L(L+1)/2$ 。因此， K 的增加会导致过参数化方法出现维数问题 (dimensional problem)，进而使得估计精度下降^[27]。为了解决维数问题并提高估计精度，这里采用线性系统辨识中的正则化技术^[12, 130] (the regularization technique)。正则化方法通过增加估计的偏来显著改善估计的方差最终获得更小的均方误差。

针对式子 (2.25) 的正则化优化问题可以参照线性系统正则化辨识问题^[130] 来描述

$$\hat{\theta}_{\text{reg}} = \arg \min_{\theta} [y(t) - \psi^T(t) \theta]^2 + \theta^T D \theta,$$

这里的正则化矩阵 D 为

$$D = \text{diag} \{d(1), d(2), \dots, d(n_b K + n_a)\},$$

而权重因子 $d(i)$ 定义为

$$d(i) = \begin{cases} 0.2 \left(e^{\frac{5(i-1)}{n_b K}} - 1 \right), & \text{if } i = 1, 2, \dots, n_b K, \\ 0.2 \left(e^{\frac{5(i-n_b K-1)}{n_a}} - 1 \right), & \text{if } i = n_b K + 1, \dots, n_b K + n_a. \end{cases}$$

这个正则化优化问题的解析解为

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_{\text{reg}} &= [\hat{\theta}_{1\text{reg}}, \dots, \hat{\theta}_{(n_b K + n_a)\text{reg}}]^T \\ &= (\Psi_N^T \Psi_N + D)^{-1} \Psi_N^T Y_N, \end{aligned} \quad (2.30)$$

其中的 Ψ_N^T 和 Y_N 的定义式分别为 (2.27) 和 (2.28)。正则化的过参数化方法的参数向量 a 、 b 和 μ 通过使用 $\hat{\theta}_{\text{reg}}$ 来替换传统过参数化方法的步骤 1 中 (2.26) 的 $\hat{\theta}$ 并继续后面的步骤 2 和步骤 3 来得到。

2.4 持续激励条件和估计一致性

本节建立以离散 Preisach 模型作为迟滞输入非线性的广义 Hammerstein 系统辨识的持续激励条件，并证明传统的过参数化辨识方法参数估计的一致性。在此过程中，假设结构参数 n_a 、 n_b 、 n_k 和 L 事先已知。为了表述的简便，假设 $n_k = 0$ ，这可通过将输入 $u(t)$ 平移 n_k 个采样时间来实现。

第一，针对广义 Hammerstein 系统辨识提出一个与线性系统辨识中的强持续激励条件^[131, 132]（Strongly Persistently Exciting (SPE) condition）^① 相似的定义：

定义 2.15 由式子 (2.2) 和 (2.22) 描述的广义 Hammerstein 系统的输入 $u(t)$ 是 (n, K) 阶强持续激励的，简写为 SPE(n, K)，如果存在一个正整数 M 和两个正数 c_1 和 c_2 ，使得

$$c_1 I \leq \sum_{t=t_0}^{t_0+M} \varphi(t) \varphi^T(t) \leq c_2 I, \forall t_0, \quad (2.31)$$

其中 I 是一个单位方阵，而

$$\varphi(t) \triangleq [\gamma^T(t-1), \dots, \gamma^T(t-n)]^T, \quad (2.32)$$

K 维向量 $\gamma(t)$ 定义于式子 (2.21) 中^②。

第二，回顾下文献^[45] 中提出的离散 Preisach 模型辨识的持续激励条件的充分（不

① 此处与文献 [131, 132] 中的术语保持一致，实际上，持续激励条件没有强持续激励条件和弱持续激励条件的区别 [6, 8]。

② 持续激励条件的另一个等价定义为 $N\rho_1 I \leq \sum_{t=1}^N \varphi(t) \varphi^T(t) \leq N\rho_2 I$ ，其中 N 为数据的长度，而 ρ_1 和 ρ_2 为两个正实数 [6]。

必要) 条件。定义一个虚拟输入 $\tilde{u}(t)$ 来将 $u(t)$ 近似到离散化输入阈值 u_i 处,

$$\tilde{u}(t) = \begin{cases} u_{L+1}, & \text{if } u(t) > \frac{1}{2}(u_L + u_{L+1}), \\ u_i, & \text{if } \frac{1}{2}(u_{i-1} + u_i) < u(t) \leq \frac{1}{2}(u_i + u_{i+1}), \text{ for } i = 2, \dots, L-1, \\ u_1, & \text{if } u(t) \leq \frac{1}{2}(u_1 + u_2). \end{cases} \quad (2.33)$$

对于两个不同的输入, 如果它们具有相同的虚拟输入 $\tilde{u}(t)$, 那么离散 Preisach 模型的输出在所有时刻都是相同的。

引理 2.16 离散 Preisach 模型辨识的持续激励条件的充分条件 对于式子 (2.22) 中的离散 Preisach 模型, 式子 (2.21) 中的 $\gamma(t)$ 的差分序列

$$\gamma_d(t) \triangleq \gamma(t) - \gamma(t-1), \quad (2.34)$$

是持续激励的, 如果存在一个正整数 M 满足对于任意的 t_0 都能找到一个属于 $u(t)$ 的持续激励等价类^① (PE equivalence class) $\{\underline{u}(t)\}_{t=t_0}^{t_0+M-1}$ 的序列 $\{u'(t)\}_{t=t_0}^{t_0+M-1}$, 并且 $\{u'(t)\}_{t=t_0}^{t_0+M-1}$ 满足下述条件:

- a) 虚拟输入 $\tilde{u}'(t)$ 的局部极大值和局部极小值包含定义于式子 (2.18) 的所有的离散化输入阈值 u_i , $i = 1, 2, \dots, L+1$;
- b) 虚拟输入 $\tilde{u}'(t)$ 的相邻的局部极大值 (局部极小值) 之间的差别不超过一个定义于式子 (2.19) 的离散化步长 δ ;
- c) 虚拟输入 $\tilde{u}'(t)$ 的局部极大值序列是不增的 (不减的), 而虚拟输入 $\tilde{u}'(t)$ 的局部极小值序列是不减的 (不增的)。

第三, 将引理2.16中的重要结果推广到由式子 (2.2) 和 (2.22) 描述的广义 Hammerstein 系统辨识中。

定理 2.17 假设一个序列 $\{\bar{u}(k)\}_{k=t_0}^{t_0+M-1}$ 满足引理2.16中的离散 Preisach 模型辨识的持续激励条件。如果由式子 (2.2) 和 (2.22) 描述的广义 Hammerstein 系统的一个输入序列 $\{u(t)\}_{t=nt_0-n+1}^{n(t_0+M-1)}$ 的 n 个连续样本 $\{u(nk-n+1), u(nk-n+2), \dots, u(nk)\}$ 和序列 $\{\bar{u}(k)\}_{k=t_0}^{t_0+M-1}$ 的样本 $\bar{u}(k)$ 具有相同的虚拟输入值, 那么, $u(t)$ 是 SPE(n, K) 的。

证明: 为了证明 SPE(n, K) 满足的条件 (2.31), 只需证明存在一个正整数 N 使得不等式

$$\sum_{t=nt_0-n+1}^{nt_0-n+N} \varphi(t) \varphi^T(t) > 0 \quad (2.35)$$

对所有的时间 t_0 都成立。因为式子 (2.35) 左侧的矩阵对任意时间 t_0 至少是半正定的, 欲证明 (2.35), 只需要证明等式

$$z^T \left[\sum_{t=nt_0-n+1}^{nt_0-n+N} \varphi(t) \varphi^T(t) \right] z = 0 \quad (2.36)$$

^① 持续激励等价类的定义及一个描述性例子参见文献^[45] 中的第 III-B 节和图 5。

当且仅当 $z \triangleq [z_1^T, \dots, z_n^T]^T$ 为零向量的时候成立。对任意的非零向量，重写 (2.36) 为

$$\sum_{t=n t_0-n+1}^{n t_0-n+N} z^T \varphi(t) \varphi(t)^T z = 0. \quad (2.37)$$

选择 $N = nM$ 并注意到 $z^T \varphi(t)$ 和 $\varphi(t)^T z$ 是相等的两个标量，式子 (2.37) 等价于

$$z^T \varphi(t) = 0, \quad t = nt_0 - n + 1, nt_0 - n + 2, \dots, n(t_0 + M - 1),$$

也就是说，

$$\begin{bmatrix} z_1^T & z_2^T & \cdots & z_n^T \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} \gamma(nt_0-n) & \gamma(nt_0-n+1) & \cdots & \gamma(n(t_0+M-1)-1) \\ \gamma(nt_0-n-1) & \gamma(nt_0-n) & \cdots & \gamma(n(t_0+M-1)-2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma(nt_0-2n+1) & \gamma(nt_0-2n+2) & \cdots & \gamma(n(t_0+M-1)-n) \end{bmatrix}}_{\Gamma} = 0. \quad (2.38)$$

因为输入序列 $\{u(t)\}_{t=nt_0-n+1}^{n(t_0+M-1)}$ 的 n 个连续样本都具有相同的虚拟输入，由 $\gamma_{ij}(t)$ 的定义式 (2.17) 和 $\gamma(t)$ 的定义式 (2.21) 可推导出

$$\gamma(nk - n + 1) = \gamma(nk - n + 2) = \cdots = \gamma(nk), \quad (2.39)$$

$k = t_0, \dots, t_0 + M - 1$. 根据式子 (2.39) 并从 (2.38) 中的矩阵 Γ 的第 $(j+1)$ 列减去第 j 列作为新的第 j 列，得到

$$\begin{bmatrix} z_1^T & z_2^T & \cdots & z_n^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\gamma}_d(t_0) & 0 & \cdots & 0 & \cdots & \bar{\gamma}_d(t_0+M-1) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \bar{\gamma}_d(t_0) & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \bar{\gamma}_d(t_0+M-1) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \bar{\gamma}_d(t_0) & \cdots & 0 & 0 & \cdots & \bar{\gamma}_d(t_0+M-1) \end{bmatrix} = 0, \quad (2.40)$$

其中，

$$\bar{\gamma}_d(j) \triangleq \gamma(n(j-1)+1) - \gamma(n(j-1)).$$

根据式子 (2.40)，可以得到

$$z_i^T [\bar{\gamma}_d(t_0), \dots, \bar{\gamma}_d(t_0+M-1)] = [0, \dots, 0], \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (2.41)$$

因为样本 $\bar{u}(k)$ 和 $\{u(nk - n + 1), u(nk - n + 2), \dots, u(nk)\}$ 的 n 个连续样本具有相同的虚拟输入，因此，式子 (2.41) 中的 $\{\bar{\gamma}_d(t)\}_{t=t_0}^{t_0+M-1}$ 与式子 (2.34) 中的依赖于 $\{\bar{u}(k)\}_{k=t_0}^{t_0+M-1}$ 的 $\gamma_d(t)$ 完全相同。文献^[45]中对引理 2.16 的证明表明 $\{\gamma_d(k)\}_{k=t_0}^{t_0+M-1}$ 张成线性空间 \mathbb{R}^K ，因此，式子 (2.41) 当且仅当 $z_i = 0$ 时才成立， $i = 1, 2, \dots, n$. ■

最后，根据定理 2.17 建立广义 Hammerstein 系统的传统过参数化辨识方法的参数估计的一致性。

定理 2.18 假设真实系统是一个由式子 (2.2) 和 (2.22) 描述的广义 Hammerstein 系统，其中的结构参数 n_a 、 n_b 、 n_k 和 L 已知。如果输入 $u(t)$ 是 SPE(n_b, K) 的，那么，根据由式

子(2.29)描述的传统过参数化方法参数估计 \hat{a} 、 \hat{b} 和 $\hat{\mu}$ 具有一致性。

证明: 因为式子(2.21)中的 $\gamma(t)$ 仅与 $u(t)$ 有关, 根据假设2.1, 可以得到 $E\{\gamma(t)e(s)\} = 0$, $\forall t, \forall s, t \neq s$ 。因此, $E\{\psi(t)\psi^T(t)\}$ 变成

$$\begin{aligned} R_\psi &\triangleq E\{\psi(t)\psi^T(t)\} \\ &= E \left\{ \begin{bmatrix} \gamma(t-1) \\ \vdots \\ \gamma(t-n_b) \\ \tilde{y}(t-1) \\ \vdots \\ \tilde{y}(t-n_a) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma(t-1) \\ \vdots \\ \gamma(t-n_b) \\ \tilde{y}(t-1) \\ \vdots \\ \tilde{y}(t-n_a) \end{bmatrix}^T \right\} + E \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \tilde{e}(t-1) \\ \vdots \\ \tilde{e}(t-n_a) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \tilde{e}(t-1) \\ \vdots \\ \tilde{e}(t-n_a) \end{bmatrix}^T \right\} \\ &\triangleq \begin{bmatrix} R_\varphi & R_{\varphi\tilde{y}} \\ R_{\varphi\tilde{y}}^T & R_{\tilde{y}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} O & O \\ O & R_{\tilde{e}} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (2.42)$$

这里, $\psi(t)$ 和 $\varphi(t)$ 分别定义于式子(2.24)和(2.32)中, 且

$$\tilde{e}(t) \triangleq -\frac{1}{A(q^{-1})}e(t),$$

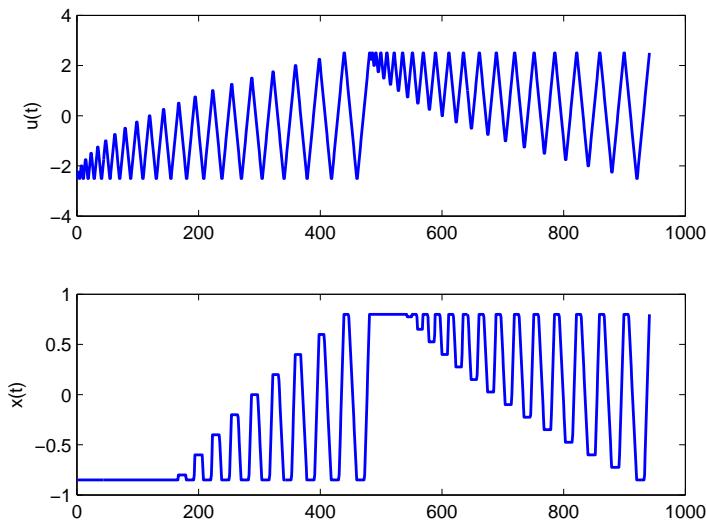
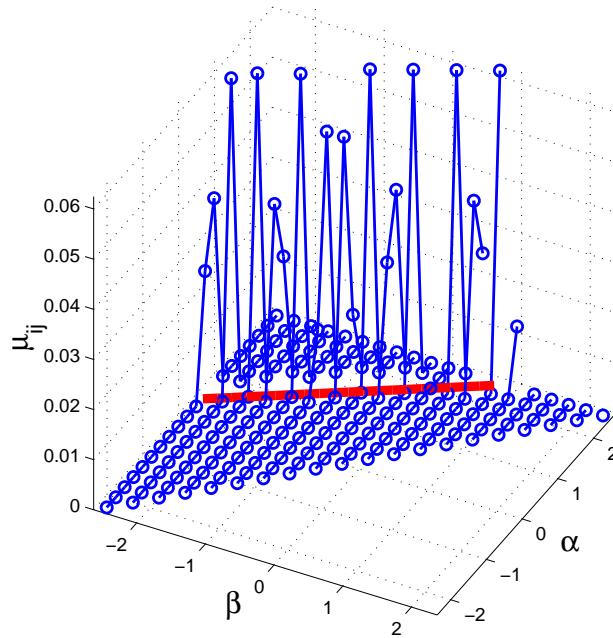
$$\tilde{y}(t) \triangleq \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})}\gamma^T(t)\mu.$$

再利用假设2.1和假设2.2 ($e(t)$ 是一个均值为零的白噪声, 而滤波器 $1/A(q^{-1})$ 漐近稳定), 可从文献^[131]中的引理3.1推导出 $R_{\tilde{e}} > 0$ 。另外, 定理2.17表明式子(2.32)中的 $\varphi(t)$ 的协方差矩阵是正定的, 即 $R_\varphi > 0$ 。因此, 可通过文献^[6]的补充材料C5.1和引理A.3证明式子(2.42)中的 R_ψ 也是正定的。最后, 式子(2.29)中的参数估计的一致性就可通过与文献^[24]中的引理A1和定理2.1相似的论述来建立。 ■

2.5 验证案例

本节提供三个案例, 用于验证前面获得的理论结果的正确性和辨识方法的有效性。

例 1 本例的目标是支持定理2.8——Preisach模型能够描述式子(2.8)中的回差非线性, 且非零权重参数仅落在曲线 $f_r(\alpha) = f_l(\beta)$ 上。回差非线性(2.8)的参数真实值选择为 $m_l = 0.5, c_l = 0.8, m_r = 0.8$ 和 $c_r = 1.5$ 。为了简化描述, 假设结构参数 $L = 20$ 事先已知, 并且线性子系统为单位值, 即 $A(q^{-1}) = B(q^{-1}) = 1$, 这样, 内部信号 $x(t)$ 就和输出 $y(t)$ 完全相同并且可测量了。在幅值区间 $[-2.5, 2.5]$ 内的输入 $u(t)$ 根据引理2.16来设计。信号 $u(t)$ 和 $x(t)$ 的样本如图2.6所示。当线性系统是单位值时, 过参数化方法就退化为标准最小二乘方法, 可用于直接估计离散 Preisach模型的参数。如图2.7中的粗实线所示,


 图 2.6 输入信号 $u(t)$ (上子图) 和输出信号 $x(t)$ (下子图)

 图 2.7 离散 Preisach 模型的权重参数估计值 μ_{ij} 在有效 Preisach 平面上的分布

式子 (2.16) 中的权重参数的估计值 μ_{ij} 只在有效 Preisach 平面的一条直线 $f_r(\alpha) = f_l(\beta)$ 上非零。图2.8显示，估计的离散 Preisach 模型与实际的回差非线性具有完全相同的输出。因此，图2.7和图2.8有力地支持了定理2.8。

例 2 本例的目标是验证定理2.17中建立的持续激励条件和定理2.18中建立的参数估计的一致性条件。真实的迟滞非线性是一个由 10 个继电器算子累加形成的离散 Preisach 模型 (2.16)，权重参数如表2.1所示。离散化水平 L 设定为 4，而离散输入阈值为 $u_1 = -1$ ，

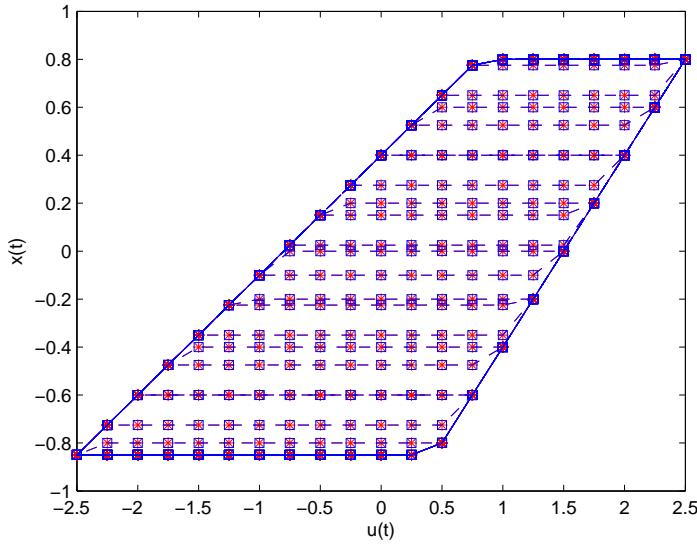


图 2.8 离散 Preisach 模型的估计输出（方块）和回差非线性的真实输出（星形）

表 2.1 权重参数的真实值与估计值信息

	真实值	估计值均值	估计值标准差
μ_{11}	2	2.0000	0.0407
μ_{12}	3	3.0034	0.0670
μ_{13}	4	4.0011	0.0590
μ_{14}	5	4.9968	0.0408
μ_{22}	2.5	2.4966	0.0494
μ_{23}	3.5	3.4971	0.0923
μ_{24}	4.5	4.5100	0.0617
μ_{33}	6	6.0025	0.0528
μ_{34}	6.5	6.4961	0.0883
μ_{44}	7	7.0004	0.0494
a_1	-0.8	-0.7999	0.0026
a_2	0.5	0.5000	0.0017
b_1	0.6	0.5999	0.0019
b_2	0.8	0.8001	0.0014

$u_2 = 0, u_3 = 1, u_4 = 2$ 和 $u_5 = 3$ 。真实的迟滞输入非线性如图2.9所示。线性子系统的参数真实值为 $a = [-0.8, 0.5]^T$ 和 $b = [0.6, 0.8]^T$ 。假设系统的结构参数 $n_a = 2, n_b = 2, n_k = 0$ 和 $L = 4$ 事先已知。

输入 $u(t)$ 根据定理2.17来设计。执行 100 次蒙特卡罗试验，其中输入 $u(t)$ 相同，而零均值、单位方差的高斯白噪声 $e(t)$ 的每次实现都是随机的。每次试验中，采集信号 $u(t)$ 和 $y(t)$ 的 2000 个样本，使用过参数化方法从式子 (2.29) 中估计参数 \hat{a}, \hat{b} 和 $\hat{\mu}$ 。参数估计值的均值和标准差列在表2.1中。这些结果证明了参数估计的一致性。

例 3 本例的目标是证明正则化的过参数化方法的有效性。真实系统与例 2 的真实系统

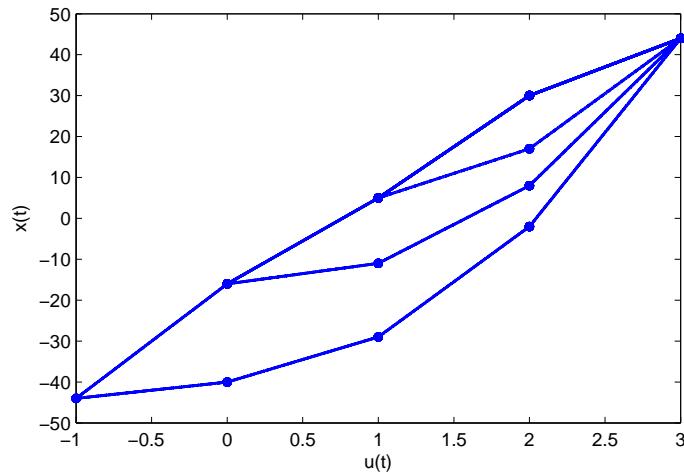
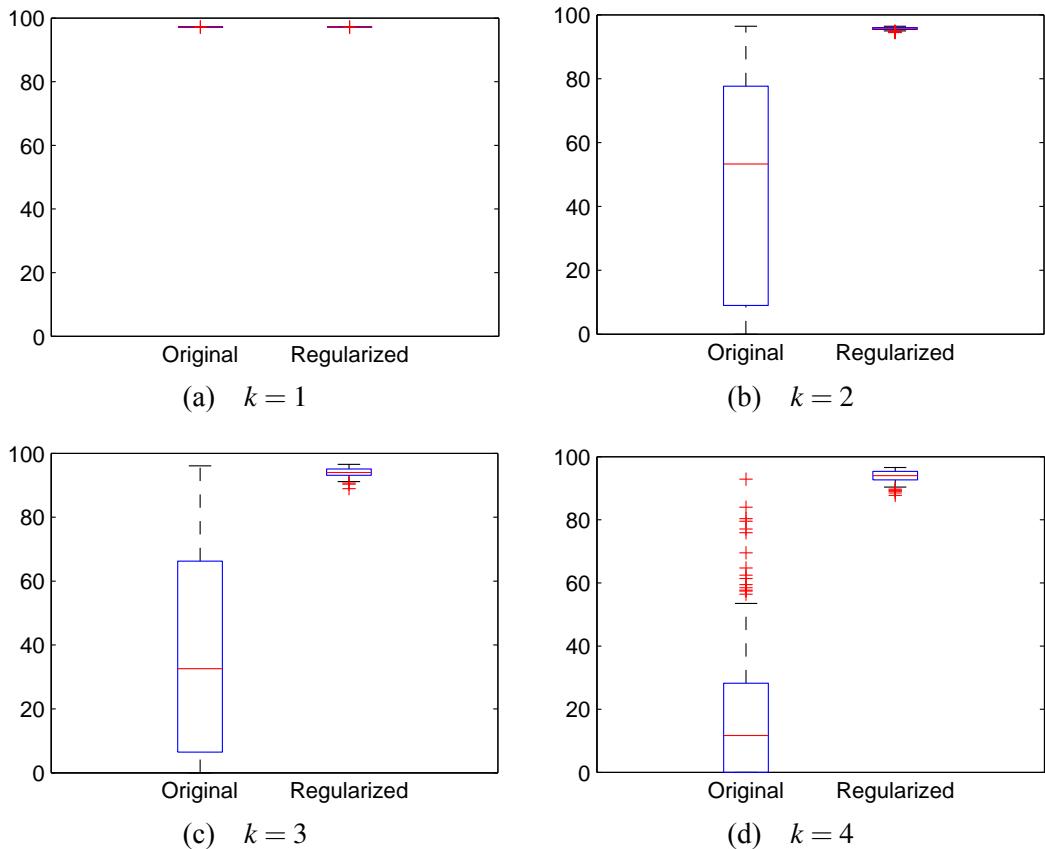


图 2.9 由离散 Preisach 模型描述的迟滞输入非线性。


 图 2.10 使用传统过参数化方法（左侧）和正则化的过参数化方法（右侧）的 100 次蒙特卡罗试验的拟合度的盒子图，其中的结构参数为 $\hat{n}_a = kn_a$ 、 $\hat{n}_b = kn_b$ 、 $\hat{n}_k = 0$ 和 $\hat{L} = kL$

相同。模型质量由拟合度（fitness value）定量衡量：

$$F_y = \max \left\{ 100 \left(1 - \frac{\|\hat{y}_s(t) - y(t)\|_2}{\|y(t) - E\{y(t)\}\|_2} \right), 0 \right\},$$

其中的 $\hat{y}_s(t)$ 是广义 Hammerstein 系统的仿真输出,

$$\hat{y}_s(t) = \frac{\sum_{j=1}^{n_b} \hat{b}_j q^{-j}}{1 + \sum_{i=1}^{n_a} \hat{a}_i q^{-i}} \gamma^T(t - n_k) \hat{\mu}.$$

如果结构参数 n_a 、 n_b 、 n_k 和 L 事先已知, 那么对 100 次蒙特卡罗试验的数据分别使用传统的过参数化方法和正则化的过参数化方法得到的拟合度值可以由盒子图 (box plot) 画出, 如图 2.10a 所示, 从中可以看出, 与传统的过参数化方法相比, 正则化的过参数化方法的拟合度只有轻微的减小 (大约 0.02)。这是因为, 传统的过参数化方法获得一个一致的参数估计, 而正则化的过参数化方法通过在式子 (2.30) 中引入正则化矩阵 D 得到一个有偏估计。

如果采用更高阶的结构参数, 如 $\hat{n}_a = kn_a$, $\hat{n}_b = kn_b$, $\hat{n}_k = 0$ 且 $\hat{L} = kL$, $k = 2, 3, 4$, 那么, 相应的拟合度的盒子图如图2.10b-d 所示。和预期一样, 传统的过参数化方法的性能随着阶次增加而迅速下降, 而正则化的过参数化方法始终具有令人满意的拟合度。这个对比有力地支持了正则化技术的使用, 特别是在结构参数的阶次较高时。

2.6 小结

本节提出了一种以 Preisach 模型作为迟滞输入非线性的广义 Hammerstein 系统结构。定理2.8、推论2.9和推论2.14证明了 Preisach 模型作为一个通用的迟滞模型, 能够涵盖图2.1a-b 中的回差类非线性和图2.1c-d 中的迟滞-继电器类非线性。定理2.17和定理2.18分别建立了输入的持续激励条件和参数估计的一致性条件。三个仿真案例验证了上述理论结果的正确性和正则化的过参数化辨识方法的有效性。

第三章 基于广义 Hammerstein 系统辨识的调节阀粘滞建模

在基于广义 Hammerstein 系统辨识的调节阀粘滞建模方面, Srinivasan *et al.*^[97] 根据分离最小二乘思想辨识了一个单参数粘滞模型, Jelali^[98]、Choudhury *et al.*^[99]、Karra & Karim^[100]、Ivan & Lakshminarayanan^[101]、Qi & Huang^[103]、Romanno & Garcia^[104]、Farenzena & Trierweiler^[105] 和 Capaci & Scali^[106] 等辨识了双参数粘滞模型, Nallasivam *et al.*^[102] 辨识了一个由单参数粘滞模型和一个非线性动态子系统组成的系统。上述所有文献中, 调节阀粘滞现象都由具有单参数或者双参数的数据驱动粘滞模型来描述, 模型结构受到严格的限制。实际上, 数据驱动粘滞模型可能无法描述工业实际中出现的复杂的粘滞现象。例如, 国内某个大型热力电厂中的一个工业调节阀的输入 $u(t)$ 和输出 $x(t)$ 的时序如图3.1所示, 采样周期为 0.5 秒, 其签名特性曲线 (valve signature)^① 如图3.2 所示。显然, 此调节阀的复杂粘滞行为远远超出了上述文献中的数据驱动粘滞模型的描述能力。Wang & Zhang^[107] 提出使用两个点线模型 (point-slope model) 来分别描述调节阀的上升和下降边界, 因此, 该模型可以描述不对称的调节阀粘滞现象。然而, 文献^[107] 提出的广义 Hammerstein 系统辨识方法要求输入信号在两个极值点间来回振荡, 而在闭环回路的设定点发生变化或者负载有扰动时输入信号无法满足这一限制条件。因此, 本章工作的目标是提出一个灵活的、能够描述复杂的调节阀粘滞现象并在振荡和一般性输入下都能够进行辨识的调节阀粘滞模型。

本章的主要工作有两项。第一, 引入 Preisach 模型作为广义 Hammerstein 系统中的输入非线性来描述调节阀粘滞现象。与广泛使用的数据驱动粘滞模型^[97–100, 105] 不同, Preisach 模型可以看作一个非参数化模型, 这也是 Preisach 模型灵活到能够描述复杂粘滞现象的根本原因。为了避免高灵活度模型常见的高方差问题^[133], 本章提出一种正则化的迭代方法来估计离散 Preisach 模型的权重参数和线性子系统的参数。第二, 建立振荡输入下的持续激励条件, 以确保使用 Preisach 模型作为广义 Hammerstein 系统输入非线性时的参数可辨识性。在振荡输入下, 证明 Preisach 模型能够描述所有的单参数或者双参数的数据驱动粘滞模型, 包括 Stenman 粘滞模型^[89]、Choudhury 粘滞模型^[134]、Kano 粘滞模型^[90] 和 He 粘滞模型^[91]。因此, Preisach 模型不但能够描述数据驱动粘滞模型能够描述的调节阀粘滞, 而且能够描述如图3.2所示的复杂粘滞行为。

本章结构安排如下。第3.1节描述广义 Hammerstein 系统辨识问题; 第3.2节建立 Preisach 模型与数据驱动粘滞模型的联系; 第3.3节提出正则化的迭代辨识算法; 第3.4节

^① 调节阀的 valve signature 表示以阀门输入为横坐标、阀门位置为纵坐标 (不含时序信息) 的散点图; 本文中将术语 valve signature 翻译为“阀门签名特性曲线”。

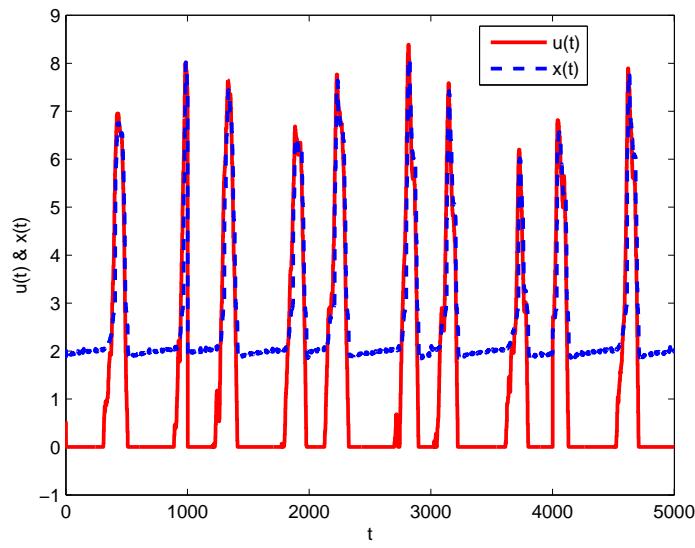
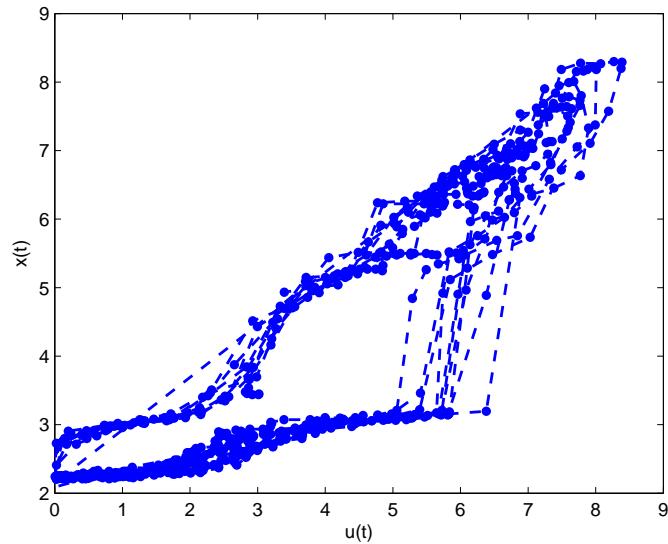
图 3.1 工业调节阀的输入 $u(t)$ (实线) 和输出 $x(t)$ (虚线)

图 3.2 工业调节阀的签名特性曲线

证明输入在两个极值点间振荡时的持续激励条件; 第3.5节提供仿真、实验和工业案例来验证广义 Hammerstein 系统的描述能力和辨识方法的有效性; 第3.6节对本章进行总结。

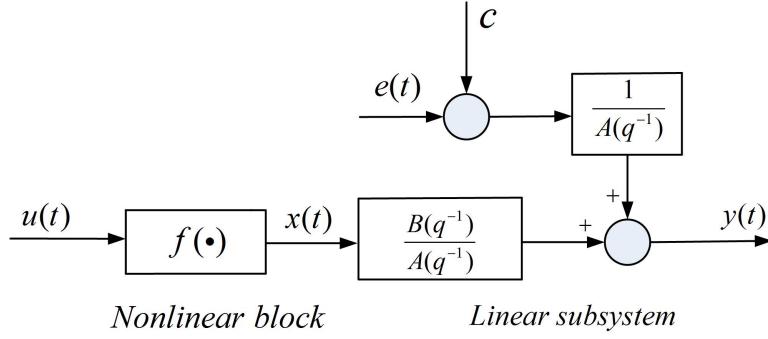


图 3.3 广义 Hammerstein 系统的示意图

3.1 问题描述

考虑如图3.3所示的广义 Hammerstein 系统^①,

$$x(t) = f(u(t)),$$

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})x(t) + c + e(t),$$

其中,

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_{n_a}q^{-n_a},$$

$$B(q^{-1}) = b_1q^{-n_k-1} + \dots + b_{n_b}a^{-n_k-n_b}.$$

符号 $u(t)$ 、 $y(t)$ 、 $x(t)$ 和 $e(t)$ 分别表示离散时间形式的输入、输出、内部信号和零均值白噪声信号。内部信号 $x(t)$ 和噪声 $e(t)$ 都不可测量。符号 q^{-1} 是一个一步延迟算子, 即 $q^{-1}x(t) = x(t-1)$ 。线性子系统的待估计参数包括多项式 $A(q^{-1})$ 的阶次 n_a 、多项式 $B(q^{-1})$ 的阶次 n_b 、延迟 n_k 、参数向量 $a \triangleq [a_1, \dots, a_{n_a}]^T$ 和 $b \triangleq [b_1, \dots, b_{n_b}]^T$ 和常数项 c ^②。临时性地用 t 表示一个连续时间变量, 此时, Preisach 模型的表达式为^[119, 120],

$$f(t) = \iint_{(\beta, \alpha) \in P} \mu(\beta, \alpha) \gamma_{\beta \alpha}(t) d\beta d\alpha. \quad (3.1)$$

这里, P 表示一个有效 Preisach 平面, 其定义为

$$P \triangleq \{(\beta, \alpha) \mid \beta \geq u_{\min}, \alpha \leq u_{\max}, \beta \leq \alpha\},$$

① 本节与第2.1节的内容相似, 都描述以 Preisach 模型作为迟滞输入非线性的广义 Hammerstein 系统辨识问题, 为了保证本章内容的相对独立性和完整性, 本节仍然对广义 Hammerstein 系统结构进行简要描述。

② 在广义 Hammerstein 系统的工业应用中, 当内部信号 $x(t)$ 恒定为零时, 输出 $y(t)$ 的稳态值往往不为零, 这里使用非零偏差项 c 来刻画这一现象。

对应输入 $u(t)$ 的变化范围为 $[u_{\min}, u_{\max}]$ 。符号 $\mu(\beta, \alpha)$ 表示在有效 Preisach 平面上的点 (β, α) 处的权重。符号 $\gamma_{\beta\alpha}$ 是一个继电器算子，

$$\gamma_{\beta\alpha}(t) = \begin{cases} +1, & \text{if } u(t) > \alpha, \\ -1, & \text{if } u(t) < \beta, \\ \gamma_{\beta\alpha}(t^-) \triangleq \lim_{t' < t, t' \rightarrow t} \gamma_{\beta\alpha}(t'), & \text{if } \beta \leq u(t) \leq \alpha, \end{cases}$$

注 3.1 由式子 (3.1) 定义的 Preisach 模型可以看做一个非参数化模型，这是因为它的输出是无数多个具有权重 $\mu(\beta, \alpha)$ 的继电器算子 $\gamma_{\beta\alpha}(t)$ 的累和。Preisach 模型的这一非参数化特性保证了它能够描述复杂的调节阀粘滞现象。如果只有直线 $\beta = \alpha$ 上才有非零权重，且权重可以是一维或者二维的脉冲冲击函数，那么，式子 (3.1) 就可以描述连续的或者不连续的静态非线性。特别地，继电器类非线性和回差类非线性已在第二章的定理2.8、推论2.9和推论2.14中被证明是 Preisach 模型的特例^[36]。总之，对于调节阀，Preisach 模型不仅能够对其具有记忆效应的回差和粘滞等迟滞类非线性进行建模，还可以对其可能包含的静态非线性进行建模。

已知振荡的或者一般性的测量值 $\{u(t), y(t)\}_{t=1}^N$ ，广义 Hammerstein 系统辨识的目标是估计未知的 Preisach 模型 $f(\cdot)$ 和线性子系统参数（包括结构参数 n_a 、 n_b 和 n_k 与未知参数 a 、 b 和 c ）。

3.2 Preisach 模型与数据驱动粘滞模型的关系

本节根据 Preisach 模型的表示定理（参见第2.2.1节中的介绍），建立 Preisach 模型与数据驱动粘滞模型之间的联系。

典型的数据驱动粘滞模型有 Stenman 粘滞模型^[89]、Choudhury 粘滞模型^[134]、Kano 粘滞模型^[90] 和 He 粘滞模型^[91]。其中，He 粘滞模型^[91] 由于应用最为广泛而被选为代表进行讨论，其签名特性曲线如图3.4所示。He 粘滞模型的流程图如图3.5所示。注意，该模型是一种离散时间形式的模型，因此， $u(t-1)$ 和 $u(t)$ 表示输入的连续两个样本。图3.5 中的参数 f_s 和 f_d 分别表示静摩擦带和动摩擦带，变量 u_r 和 u_{cum} 表示输入残余值和调节阀上累积的力。

定理 3.2 图3.5中的 He 粘滞模型可以由 Preisach 模型描述。

证明：只需要证明 He 粘滞模型满足 Preisach 模型的三个性质，即抹除性、全等性和速率独立性。假设输入 $u(t)$ 的变化范围 $[u_{\min}, u_{\max}]$ 满足 $u_{\max} - u_{\min} > f_s + f_d$ ，并且在初始时刻 $t = 0$ 时，输入等于 u_{\min} 。分别表示图3.4中的极限下降边界 CDA 和极限上升边界 ABC 为 f_l 和 f_r 。曲线 f_l 和 f_r 具有有限多个输出值 $f_i, i = 1, 2, \dots, i_{\max}$ ，其定义为

$$f_i = u_{\min} + i f_d, i_{\max} \triangleq \lfloor \frac{u_{\max} - u_{\min} - 2f_d}{f_s - f_d} \rfloor. \quad (3.2)$$

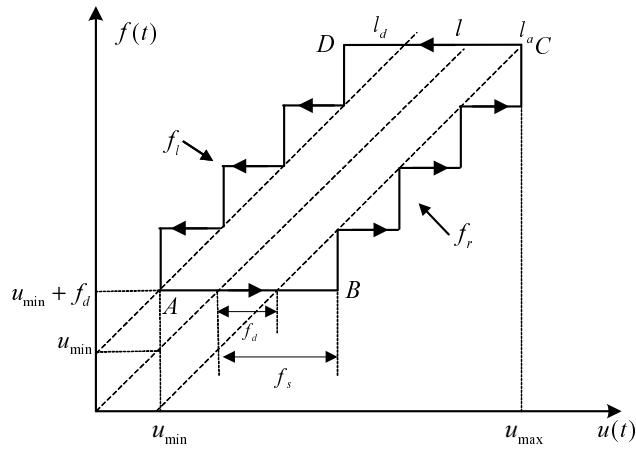
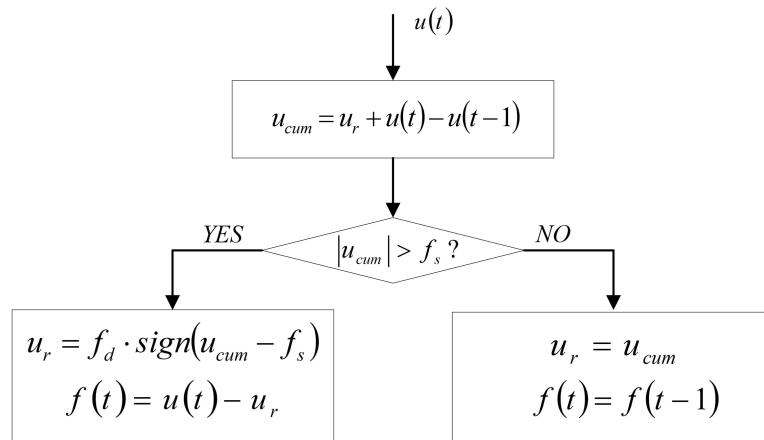
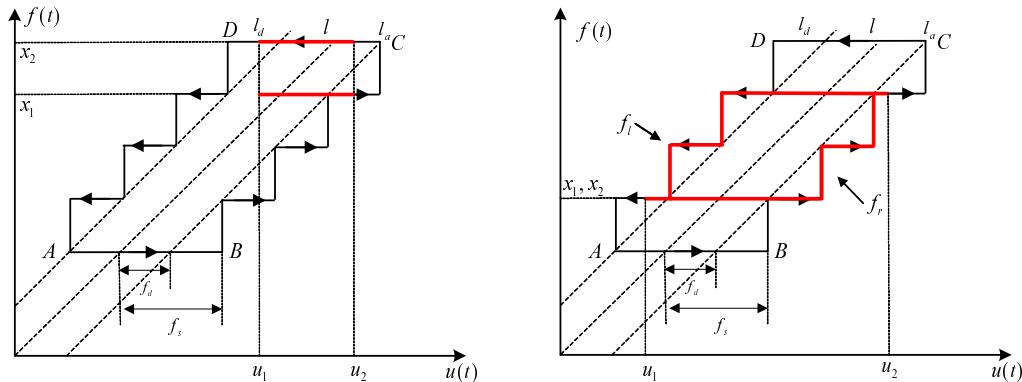


图 3.4 He 粘滞模型的签名特性曲线


 图 3.5 He 粘滞模型的流程图（复制于文献^[91]中的图 2）


(a) 输入在左右边界之间振荡

(b) 输入幅值足够大

图 3.6 证明定理3.2中的全等性时不同的签名特性曲线

其中， $\lfloor \cdot \rfloor$ 表示不大于操作数的最大整数。

第一，采用归纳法证明 He 粘滞模型满足抹除性。对于一般的输入信号 $u(t), 0 \leq t \leq t'$ ，

支配性输入极大值 M_k 和支配性输入极小值 m_k 定义为,

$$M_k = \max_{t \in [t_{k-1}^-, t']} u(t), \quad u(t_k^+) = M_k,$$

$$m_k = \min_{t \in [t_k^+, t']} u(t), \quad u(t_k^-) = m_k.$$

其中, k 是正整数, $t_0^- \triangleq 0$ 。根据 He 粘滞模型的图3.4中的签名特性曲线和图3.5中的流程图, 对 M_1 分为两种情况讨论:

- 如果 $M_1 \in [u_{\min}, u_{\min} + f_d + f_s]$, 那么, 在时间区间 $t \in [0, t']$ 内, 输出恒等于 $u_{\min} + f_d$ 。因此, 所有的过去的局部极大值对输入的影响都被 M_1 抹除掉。
- 如果 $M_1 \in (u_{\min} + f_d + f_s, u_{\max}]$, 那么, 输出最终沿着右边界 f_r 增加到定义于(3.2)的某一个 f_i , 假设其为 $f_{i_1^+}$ 。不管在时间区间 $[0, t_1^+]$ 内输入是怎样变化的, 如图3.5所示的 He 粘滞模型的流程图表明时刻 t_1^+ 之前的局部输入极大值都不影响时刻 t_1^+ 后的输出, 也就是说, M_1 抹除掉了过去的局部输入极大值对输出的影响。

相似地, 对支配性输入极小值 m_1 也可以分为两种情况讨论:

- 如果 $m_1 \in [f_{i_1^+} - f_s, M_1]$ 且 $M_1 \in (u_{\min} + f_d + f_s, u_{\max}]$, 那么, 输出在连接边界 f_l 和 f_r 的内部水平区域运动。在时间区间 $(t_1^+, t']$ 内, 输出恒等于 $f_{i_1^+}$ 。因此, 所有的过去的局部输入极小值对输出的影响都被 m_1 抹除掉。
- 如果 $m_1 \in [u_{\min}, f_{i_1^+} - f_s)$, 那么, 输出最终沿着左边界 f_l 降低到某个 $f_{i_1^-}$ 。不管在时间区间 $(t_1^+, t_1^-]$ 上输入是怎样变化的, 如图3.5所示的 He 粘滞模型的流程图表明时间区间 $(t_1^+, t_1^-]$ 内的局部输入极小值都不影响时刻 t_1^- 后的输出, 也就是说, m_1 抹除掉了时间区间 $(t_1^+, t_1^-]$ 内的局部输入极小值对输出的影响。

和 M_1 和 m_1 的情况相似, 其它的支配性输入极值序列 $\{M_2, M_3, \dots\}$ 和 $\{m_2, m_3, \dots\}$ 分别抹除掉了在时间区间 $(t_{k-1}^-, t_k^+]$ 和 $(t_k^+, t_k^-]$ 内的局部输入极值对输出的影响。因此, He 粘滞模型满足抹除性。

第二, 证明 He 粘滞模型满足全等性。当输入 $u(t)$ 在极小值 u_1 和极大值 u_2 之间振荡时, 由于输出的初始值不同, 可能出现两种不同的迟滞环, 如图3.6所示:

- (a) 如果输入在左右边界之间振荡, 那么, 不管输出的初始值是多少, 迟滞环都会退化成一条水平线, 如图3.6a所示。这时的迟滞环满足全等性。
- (b) 如果输入的振荡幅度足够大, 那么, 输出会沿着右边界增加到某个极大值 f_i , 然后沿着左边界减小到某个极小值 f_j 。因此, 只形成一个迟滞环, 如图3.6b所示。全等性成立。

最后, 图3.5中的 He 粘滞模型显然是速率独立的。因此, He 粘滞模型满足抹除性、全等性和速率独立性, 可以由 Preisach 模型描述。 ■

定理3.2证明了 Preisach 模型能够描述 He 粘滞模型。一个相关的问题是：He 粘滞模型对应的权重函数 $\mu(\beta, \alpha)$ 是多少？根据第2.2.1节中介绍的一阶反转函数方法，具有双参数 f_s 和 f_d 的 He 粘滞模型的权重函数 $\mu(\beta, \alpha)$ 是一个在有效 Preisach 平面上的直线 $\alpha = \beta + f_d + f_s$ 上的特定点处的冲激函数：

$$\mu(\beta, \alpha) = \frac{f_s - f_d}{2} \sum_{j=1}^{j_{\max}} \delta(\beta - \beta_j, \alpha - \alpha_j).$$

其中，二维冲激函数 $\delta(\beta - \beta_j, \alpha - \alpha_j)$ 满足

$$\begin{aligned} \delta(\beta - \beta_j, \alpha - \alpha_j) &= 0, \forall (\beta, \alpha) \neq (\beta_j, \alpha_j), \\ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(\beta - \beta_j, \alpha - \alpha_j) d\beta d\alpha &= 1, \\ \alpha_j &= u_{\min} + f_d + j(f_s - f_d), \quad \beta_j = \alpha_j - (f_s + f_d), \\ j &= 1, 2, \dots, j_{\max}, \quad j_{\max} \triangleq \lfloor \frac{u_{\max} - u_{\min} - f_s - f_d}{f_s - f_d} \rfloor. \end{aligned}$$

和定理3.2的证明相似，可以证明在振荡输入下，Preisach 模型能够描述其它的数据驱动粘滞模型，包括 Stenman 粘滞模型^[89]、Choudhury 粘滞模型^[134] 和 Kano 粘滞模型^[90]。

定理 3.3 在振荡输入下，Stenman 粘滞模型、Choudhury 粘滞模型和 Kano 粘滞模型都可以由 Preisach 模型来描述。

3.3 正则化的迭代辨识方法

本节提出一种正则化的迭代方法来对广义 Hammerstein 系统进行辨识。对 Preisach 模型的离散化步骤可参见第2.3节的公式 (2.16)–(2.23)。相应地，广义 Hammerstein 系统的双线性描述为

$$y(t) = -\phi^T(t)a + b^T\Gamma(t)\mu + c + e(t).$$

在此基础上，定义参数估计的损失函数为

$$J_N(a, b, c, \mu) = \sum_{t=1}^N [y(t) + \phi^T(t)a - b^T\Gamma(t)\mu - c]^2.$$

根据测量值 $\{u(t), y(t)\}_{t=1}^N$ 和用户选定的结构参数 n_a 、 n_b 、 n_k 和 L 的上限—— $n_{a,U}$ 、 $n_{b,U}$ 、 $n_{k,U}$ 和 L_U ，本节提出一种正则化的迭代方法以迭代的形式在外循环搜索线性系统结构参数 (n_a, n_b, n_k) 和 Preisach 模型离散化水平 L ，在内循环计算具体的参数向量 a 、 b 、 c 和 μ 。迭代方法的具体步骤如下：

外循环 对 $\hat{n}_a = 1 : n_{a,U}$, $\hat{n}_b = 1 : n_{b,U}$, $\hat{n}_k = 0 : n_{k,U}$, $\hat{L} = 2 : L_U$:

步骤 A 通过下述的内循环估计参数 a 、 b 、 c 和 μ ：

内循环 对 $k = 1, 2, \dots$ 直到收敛:

步骤 1 设置线性子系统参数估计的初始值

$$\hat{a}(0) = [0, 0, \dots, 0]^T, \hat{b}(0) = [1, 0, \dots, 0]^T, \hat{c}(0) = 0.$$

步骤 2 在第 k 次迭代中通过求解一个正则化的非负线性最小二乘问题来估计离散 Preisach 模型的参数 μ :

$$\begin{aligned} \bar{\mu}(k) &= \arg \min_{\mu} J_N(\hat{a}(k-1), \hat{b}(k-1), \hat{c}(k-1), \mu) \\ \text{s.t., } \mu &\geq 0, \|\mu\|_1 \triangleq \sum_{i=1}^K |\mu_i| \leq \eta, \end{aligned} \quad (3.3)$$

其中, η 为正则化参数, 而 $\hat{a}(k-1)$ 、 $\hat{b}(k-1)$ 和 $\hat{c}(k-1)$ 是第 $(k-1)$ 次内循环迭代得到的参数估计值

步骤 3 通过求解一个线性最小二乘问题来更新线性子系统参数 a 、 b 和 c 的估计

$$\{\bar{a}(k), \bar{b}(k), \bar{c}(k)\} = \arg \min_{a, b, c} J_N(a, b, c, \bar{\mu}(k)). \quad (3.4)$$

步骤 4 对上述的参数估计值进行标准化

$$\hat{\mu}(k) = s(k) \bar{\mu}(k) \|\bar{b}(k)\|,$$

$$\hat{b}(k) = \frac{s(k)}{\|\bar{b}(k)\|} \bar{b}(k),$$

$$\hat{a}(k) = \bar{a}(k),$$

$$\hat{c}(k) = \bar{c}(k),$$

其中的 $s(k)$ 表示 $\bar{b}(k)$ 的第一个非零元素的符号, 而 $\|\cdot\|$ 表示操作数的二范数。

步骤 5 设计一个收敛准则来度量参数估计的相对变化量:

$$\frac{\|\hat{\vartheta}(k) - \hat{\vartheta}(k-1)\|}{\|\hat{\vartheta}(k)\|} < \zeta,$$

其中的 $\hat{\vartheta}(k)$ 表示由 $\hat{a}(k)$ 、 $\hat{b}(k)$ 、 $\hat{c}(k)$ 和 $\hat{\mu}(k)$ 组成的参数估计向量, 而 ζ 是一个接近 0 的正实数, 例如, $\zeta = 0.01$ 。如果参数估计满足收敛准则, 则停止迭代; 否则, 令 $k = k + 1$ 并返回步骤 2。

内循环结束

步骤 B 根据内循环得到的参数估计 \hat{a} 、 \hat{b} 、 \hat{c} 和 $\hat{\mu}$, 计算测量输出 $y(t)$ 和仿真输出 $\hat{y}_s(t)$ 之间的拟合度

$$F(\hat{n}_a, \hat{n}_b, \hat{n}_k, \hat{L}) = \left(1 - \frac{\|\hat{y}_s(t) - y(t)\|}{\|y(t) - E\{y(t)\}\|} \right) \times 100\%, \quad (3.5)$$

其中，

$$\hat{y}_s(t) = \frac{\sum_{j=1}^{\hat{n}_b} \hat{b}_j q^{-j}}{1 + \sum_{i=1}^{\hat{n}_a} \hat{a}_i q^{-i}} \gamma^T (t - \hat{n}_k) \hat{\mu} + \frac{1}{1 + \sum_{i=1}^{\hat{n}_a} \hat{a}_i q^{-i}} \hat{c},$$

而 $E\{\cdot\}$ 表示操作数的均值。

步骤 C 如果拟合度 $F(\hat{n}_a, \hat{n}_b, \hat{n}_k, \hat{L})$ 大于上次迭代的拟合度，那么，保留本次的参数估计 \hat{a} 、 \hat{b} 、 \hat{c} 和 $\hat{\mu}$ ；否则，丢弃本次的参数估计。然后，返回步骤 A 直到完成对结构参数 \hat{n}_a 、 \hat{n}_b 、 \hat{n}_k 和 \hat{L} 的网格搜索。

外循环结束

注 3.4 对于粘滞的调节阀，当输入增加时，输出是不减的。为了满足这一物理事实，在上面的步骤 2 中采用了限制条件 $\mu \geq 0$ 。另外，作为一个具有高度灵活性的非参数化模型，离散 Preisach 模型的许多权重参数会由于数据样本中噪声的存在而接近但不等于 0。为了避免高方差，线性系统辨识中的正则化技术，即最小绝对选择和收缩算子^[135] (the Least Absolute Selection and Shrinkage Operator (LASSO))，被引用来建立式子 (3.3) 中的优化问题。式子 (3.3) 中的正则化参数 η 选定为

$$\eta = \kappa \|\mu_{NLS}(k)\|_1,$$

而 $\mu_{NLS}(k)$ 是式子 (3.3) 中去掉 L_1 范数约束后的估计，即对应 $\kappa = 1$ 的情形。为了在模型的偏和方差之间更好地折中，采用著名的贝叶斯信息准则^[136] (Bayesian Information Criterion (BIC)) 来在预选区间 $\kappa \in [0.95, 1]$ 内确定最优的正则化参数 η ：

$$BIC(\kappa) = N \log \hat{\sigma}^2 + P \log N,$$

其中的， $\hat{\sigma}^2$ 是估计模型的残值 $\{y(t) - \hat{y}_s(t)\}_{t=1}^N$ 的方差， P 是线性子系统参数长度 $n_a + n_b + n_k$ 和 Preisach 模型非零权重个数 K_0 的总和。

注 3.5 对于实际应用，上述辨识方法的计算代价是可接受的。外循环对结构参数 n_a 、 n_b 、 n_k 和 L 进行网格搜索，这是辨识的标准步骤。而内循环与针对传统 Hammerstein 系统辨识的迭代方法相似，只需要少量几次迭代就会收敛^[129]。另外，每次内循环都由两个最小二乘优化问题 (3.3) 和 (3.4) 组成，每个最小二乘优化问题的计算时间主要依赖于数据长度和参数向量的长度。值得注意的是，离散 Preisach 模型的定义在 (2.20) 中的权重向量 μ 的长度 K 与离散化水平 L 之间具有一个二次方关系， $K = L(L+1)/2$ 。

3.4 持续激励条件

本节分析振荡和一般性输入下的持续激励条件。对于在第3.3节中建立的正则化的迭代方法，它迭代地辨识线性子系统和输入非线性（离散 Preisach 模型）的参数。线性子系统的持续激励条件的理论已经比较完善了^[8]，简单地说，内部信号 $x(t)$ 需要有足够

多的频率分量。这一条件通常都能够满足，因为在调节阀粘滞情况下的 $x(t)$ 多为矩形波或者经历多次阶跃变化。因此，我们只需要研究离散 Preisach 模型的持续激励条件。本节尝试回答这样一个问题：振荡和一般性的输入是否能够提供足够多的信息来对离散 Preisach 模型中的权重参数向量 μ 进行估计？

文献^[45]建立了离散 Preisach 模型辨识的持续激励条件的充分（不必要）条件，见前一章中的引理2.16。引理2.16也可用来分析振荡输入信号是否满足持续激励条件。考虑输入 $u(t)$ 在极小值 u_{\min} 和极大值 u_{\max} 间变化的情况，根据引理2.16，如果离散化水平 L 大于 2，那么，振荡输入 $u(t)$ 就不是持续激励的。然而在实际中， L 通常都远大于 2，因而，振荡输入不满足引理2.16中的持续激励条件。因此，需要建立一个针对振荡输入的、与引理2.16相对应的新的持续激励条件，以保证对振荡输入下的离散 Preisach 模型进行有效的辨识。

定理 3.6 如果离散 Preisach 模型 (2.22) 的离散化水平是 L ，而定义于 (2.33) 中的虚拟输入 $\tilde{u}(t)$ 在极大值和极小值间振荡，并且每次变化不超过一个定义于 (2.19) 中的离散化步长 δ ，也就是说，相邻两个样本的虚拟输入保持不变，或者从 u_i 变化到它的相邻值 u_{i+1} 或 u_{i-1} ，那么，采用 $2L-1$ 个参数的离散 Preisach 模型是可辨识的。

证明：从 $\{u(t)\}$ 中抽取出包含了一个完整振荡周期的子序列 $\{u(t)\}_{t=t_0}^{t_0+N-1}$ 。不失一般性地，假设 $\{u(t)\}_{t=t_0}^{t_0+N-1}$ 开始于极小值 $u(t_0) = u_{\min}$ ，并在 t_1 时达到极大值， $u(t_1) = u_{\max}$ ，最终回到极小值 $u(t_0+N-1) = u_{\min}$ 。在时间区间 $[t_0, t_1]$ 内，虚拟输入 $\tilde{u}(t)$ 保持不变或者从 u_j 变到 u_{j+1} 。如果 $\tilde{u}(t-1) = u_j$ 且 $\tilde{u}(t) = u_{j+1}$ ，那么，只有继电器算子 γ_{ij} 在时刻 $(t-1)$ 输出为 -1 而在时刻 t 输出为 $+1$ ，其它继电器算子的输出不变， $i = 1, \dots, j$ 。因此，

$$f(\tilde{u}(t)) - f(\tilde{u}(t-1)) = 2 \sum_{i=1}^j \mu_{ij}. \quad (3.6)$$

新的参数 $\mu_{\beta j} \triangleq \sum_{i=1}^j \mu_{ij}$ 可通过式子 (3.6) 唯一决定。如果 $\tilde{u}(t-1) = u_j$ 且 $\tilde{u}(t) = u_j$ ，那么， $\mu_{\beta j} = 0$ 。相似地，在时间区间 $[t_1, t_0+N-1]$ 内，输入的相邻两个样本之间的减小量不超过一个离散化水平 L 。如果 $\tilde{u}(t-1) = u_{i+1}$ 且 $\tilde{u}(t) = u_i$ ，那么，离散 Preisach 模型的输出变化值为

$$f(\tilde{u}(t)) - f(\tilde{u}(t-1)) = -2 \sum_{j=i}^L \mu_{ij},$$

从中，新参数 $\mu_{i\alpha} \triangleq \sum_{j=i}^L \mu_{ij}$ 可被唯一确定。如果 $\tilde{u}(t-1) = u_i$ 且 $\tilde{u}(t) = u_i$ ，那么， $\mu_{i\alpha} = 0$ 。另外，振荡要求 $\sum_{i=1}^L \mu_{i\alpha} = \sum_{j=1}^L \mu_{\beta j} = (u_{\max} - u_{\min})/2$ ，因此，参数 $\mu_{i\alpha}$ 和 $\mu_{\beta j}$ 中存在一个冗余参数。所以，振荡的输入信号只能估计出 $2L-1$ 个参数。 ■

根据引理2.16和定理3.6中建立的新持续激励条件，可以使用振荡的或者一般性的

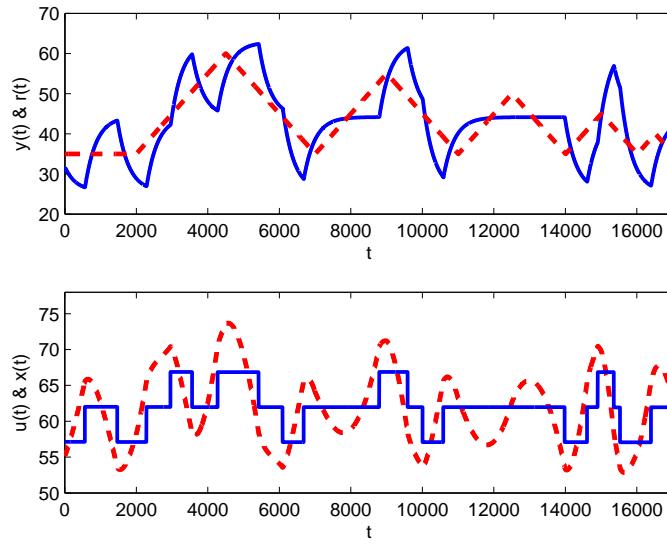
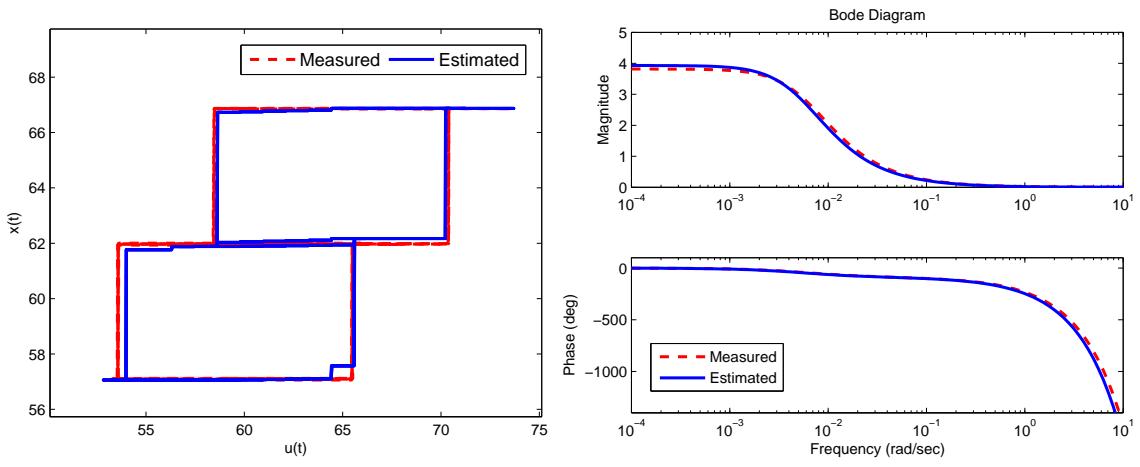


图 3.7 设定点 $r(t)$ (上子图、虚线)、过程输出 $y(t)$ (上子图、实线)、控制器输出 $u(t)$ (下子图、虚线) 和阀门位置 $x(t)$ (下子图、实线)



(a) 调节阀的签名特性曲线

(b) 线性子系统的波特图

图 3.8 广义 Hammerstein 系统的真实值（虚线）和估计值（实线）

输入信号来估计以 Preisach 模型为输入非线性的广义 Hammerstein 系统。

3.5 验证案例

本节提供仿真、实验和工业案例，用以验证以 Preisach 模型为迟滞输入非线性的广义 Hammerstein 系统对调节阀粘滞现象进行建模的有效性。

例 1 本例的目标是验证定理3.2——Preisach 模型能够描述 He 粘滞模型。设计一个闭环仿真实验，其组态与调节阀粘滞补偿文献^[116] 中的实验室案例的组态相同。比例-积分 (Proportional-Integral (PI)) 控制器为 $C(s) = 0.25(1 + 1/50s)$ ，过程模型为 $\hat{G}(s) =$

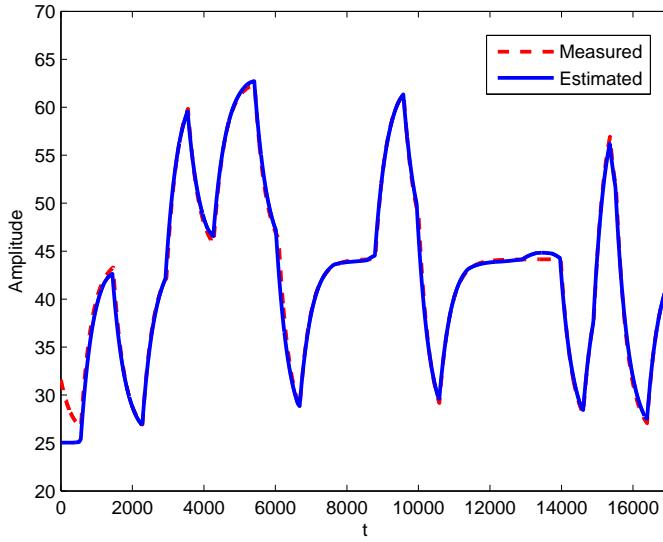


图 3.9 广义 Hammerstein 系统的测量输出（虚线）和仿真输出（实线）

$3.8163/(156.46s+1)e^{-2.5s}$, He 模型参数为 $\hat{f}_s = 8.4$ 和 $\hat{f}_d = 3.5243$, 采样时间为 0.5 秒。测量的设定点 $r(t)$ 、控制器输出 $u(t)$ 、阀门位置 $x(t)$ 和过程输出 $y(t)$ 如图3.7所示, 其中的 $x(t)$ 的测量值仅用作模型验证, 不用于参数辨识。采用正则化的迭代方法进行辨识, 最优的结构参数为 $\hat{n}_a = \hat{n}_b = 1$ 、 $\hat{n}_k = 5$ 和 $\hat{L} = 16$ 。如图3.8所示, 估计的 Preisach 模型对真实的 He 粘滞模型拟合得很好, 而估计的线性子系统与真实线性子系统的波特图几乎重合。图3.9比较了仿真输出 $\hat{y}_s(t)$ 和真实输出 $y(t)$, 定义于式子 (3.5) 中的拟合度为 94.6871%。这些结果支持了定理3.2, 证明了正则化的迭代辨识方法的有效性。

例 2 本例的目标是表明 Preisach 模型能够描述如图3.2所示的复杂的调节阀粘滞, 而文献中的数据驱动粘滞模型无法描述这一现象。由于这个调节阀的阀门位置 $x(t)$ 可测量, 直接将广义 Hamemrstein 系统的线性子系统单位化, 即 $A(q^{-1}) = B(q^{-1}) = 1$ 。对图3.1中的测量值 $\{u(t), x(t)\}_{t=1}^{5000}$ 使用正则化的迭代辨识方法, 最优结构参数为 $\hat{L} = 20$ 。估计的调节阀签名特性曲线如图3.10a所示, 该图比较了阀门输出的测量值 $x(t)$ 和其估计值 $\hat{x}_s(t)$, 对应的拟合度为 88.6555%。

作为对比, He 粘滞模型和 Kano 模型也被用于描述该调节阀。根据文献^[98]提出的方法, 利用阀门输出 $x(t)$ 与其估计值的拟合度来对 He 粘滞模型和 Kano 粘滞模型的参数进行网格化搜索。He 粘滞模型参数估计为 $\hat{f}_s = 2.5812$ 和 $\hat{f}_d = 0$, 而 Kano 粘滞模型参数估计为 $\hat{S} = 4.3021$ 和 $\hat{J} = 0.4302$ 。He 粘滞模型的阀门签名特性曲线如图3.10b, 拟合度为 62.3160%, 而 Kano 粘滞模型的阀门签名特性曲线如图3.10c, 拟合度为 63.1789%。图3.11比较了这三个模型的输出。显然, Preisach 模型的表现要远远好于这两个数据驱动粘滞模型。本例表明了 Preisach 模型能够有效地对复杂的粘滞现象进行建模。

例 3 本例的目标是显示振荡信号满足定理3.6中建立的持续激励条件, 而数据驱动粘滞

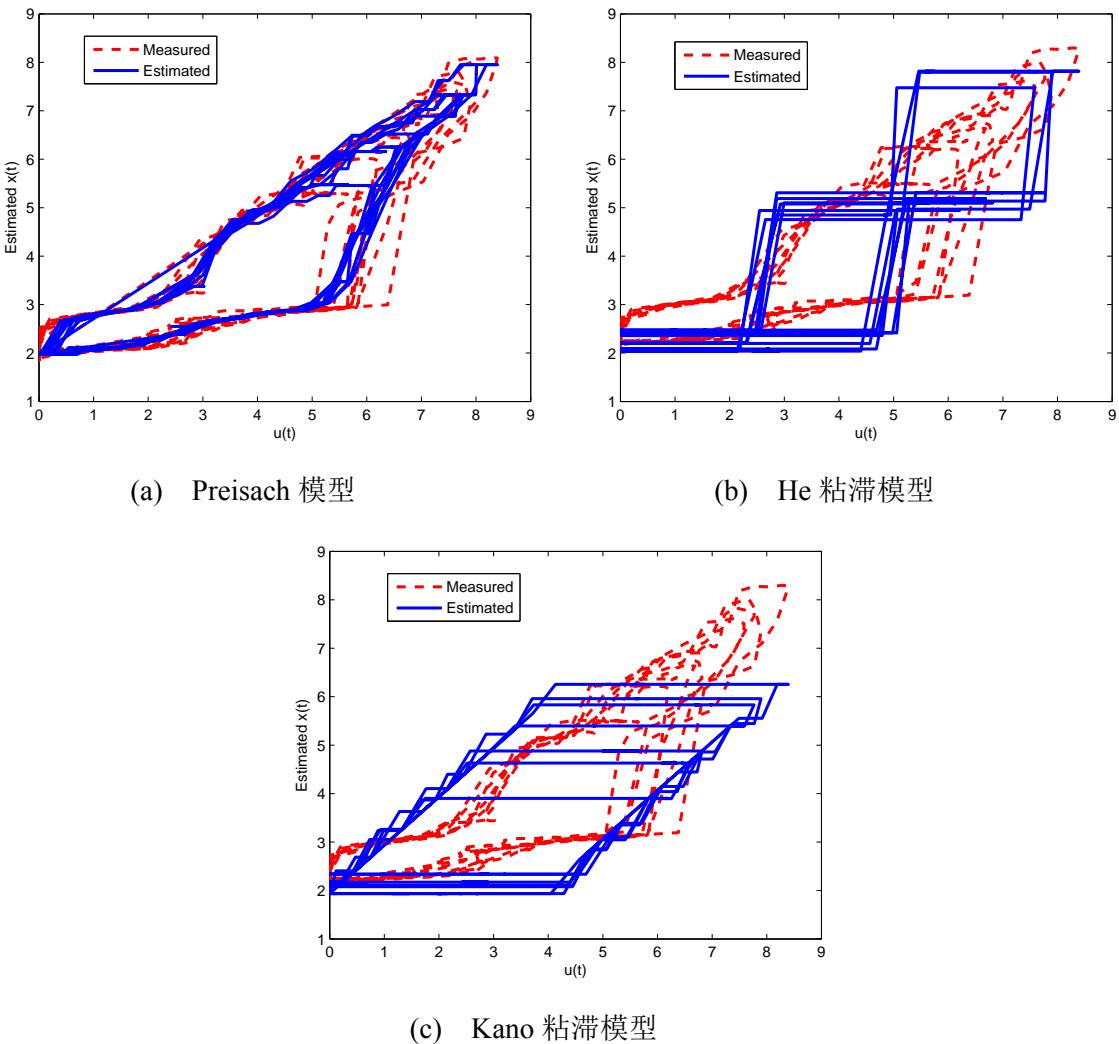


图 3.10 调节阀签名特性曲线的测量值(虚线)和来自各个模型的估计值(实线)之间的比较

模型仅是 Preisach 模型的特例。这里使用在专著^[81]中搭建的数据库^①里的工业反馈控制回路 *cdata.chemicals.loop23* 中的数据。输入 $u(t)$ 和输出 $y(t)$ 的测量值如图3.12所示，其中输入 $u(t)$ 在两个极值间振荡，采样时间为 10 秒。根据数据提供者（C. Scali 博士）的说明，该调节阀（可能）具有粘滞，而实际的阀门位置 $x(t)$ 不可测量。

首先，使用正则化的迭代方法来对图3.12中的数据 $\{u(t), y(t)\}_{t=1}^{1500}$ 进行模型辨识。辨识出的输入非线性的签名特性曲线和线性子系统的波特图如图3.13，其中，最优结构参数为 $\hat{n}_a = \hat{n}_b = 1$, $\hat{n}_k = 0$ 和 $\hat{L} = 14$ ，而测量输出 $y(t)$ 和仿真输出 $\hat{y}_s(t)$ 之间的拟合度是 76.8699%。图3.14表明，仿真输出 $\hat{y}_s(t)$ 能够很好地跟踪测量输出 $y(t)$ 的主要动态变化。作为比较，使用 He 粘滞模型和 Kano 模型作为广义 Hammerstein 系统的输入非线性，辨识出的输入非线性的签名特性曲线和线性子系统的波特图也绘制在图3.13中。He 粘滞

① <http://www.ualberta.ca/~bhuang/Stiction-Book.htm>

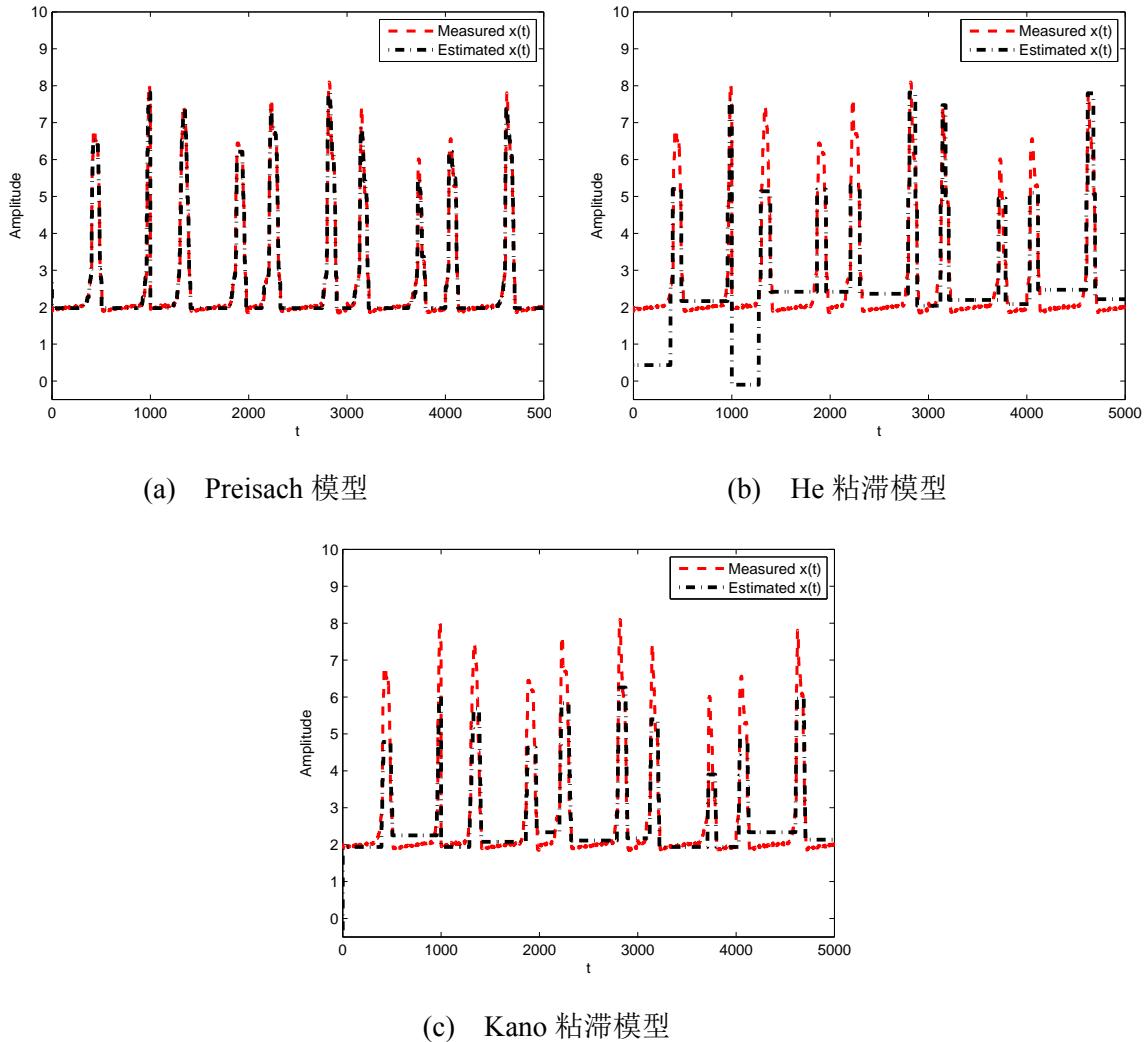
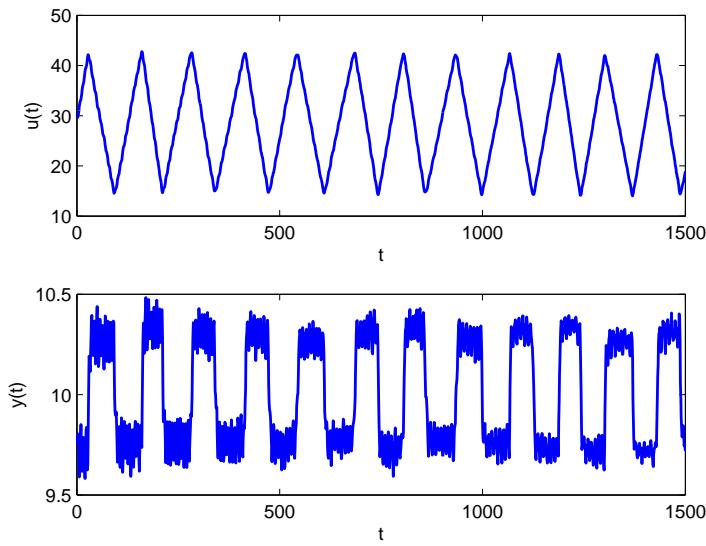
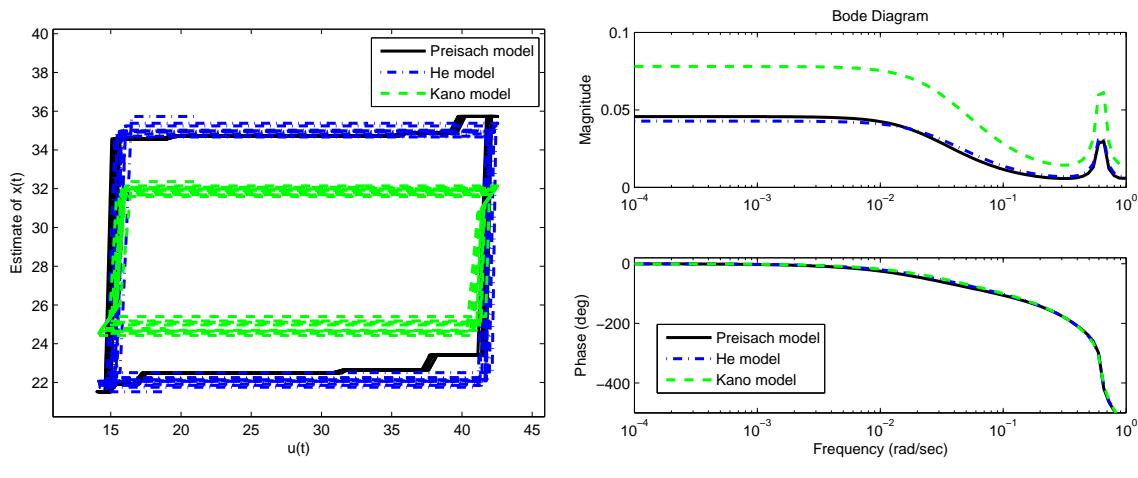


图 3.11 阀门输出的测量值 $x(t)$ (虚线) 和来自各个模型的估计值 $\hat{x}(t)$ (点虚线) 之间的比较

模型的粘滞参数为 $\hat{f}_s = 19.5918$ 和 $\hat{f}_d = 6.9388$, 线性子系统结构参数为 $\hat{n}_a = \hat{n}_b = \hat{n}_k = 1$ 。Kano 粘滞模型的粘滞参数为 $\hat{S} = 26.8$ 和 $\hat{J} = 6.0$, 线性子系统结构参数为 $\hat{n}_a = \hat{n}_b = 1$ 和 $\hat{n}_k = 0$ 。它们对应的仿真输出如图3.14所示。He 粘滞模型和 Kano 粘滞模型的拟合度分别为 77.5265% 和 78.4522%。除了两个模块间的增益模糊之外, 几个模型估计出的输入非线性和线性子系统非常相似, 这支持了定理3.2和定理3.3中的 Preisach 模型和数据驱动粘滞模型之间的关系与定理3.6中的振荡输入下的持续激励条件。

其次, 分析正则化的迭代方法的计算代价。外循环对线性子系统的搜索参数上限设置为 $n_{a,U} = 3, n_{b,U} = 3, n_{k,U} = 10$ 。使用一台配置 Intel Core I5-2450 CPU (2.5G Hz) 和 8GB 内存的个人电脑来运行辨识算法, 针对离散 Preisach 模型不同的离散化水平 L , 时间代价如图3.15所示。作为对比, 对使用 He 粘滞模型和 Kano 粘滞模型作为输入非线性的广义 Hammerstein 系统辨识的时间代价也绘制在图3.15 中。由此图可见, 当 L 小于 10 时, 正则化的迭代方法与基于 He 粘滞模型和 Kano 粘滞模型的辨识方法的效率相


 图 3.12 一个工业反馈控制回路中的输入 $u(t)$ 和输出 $y(t)$


(a) 输入非线性的签名特性曲线图估计 (b) 输出线性子系统的波特图估计

图 3.13 以 Preisach 模型（实线）、He 粘滞模型（点虚线）和 Kano 粘滞模型（虚线）为输入非线性的广义 Hammerstein 系统辨识

当；和期望的一样，本文提出的方法的计算时间随着离散化水平 L 以二次方速度增加。当 $L=20$ 时，平均计算时间为 0.15 秒，这说明正则化的迭代方法的计算速度在实际应用中是可以接受的。

最后，将本文提出的辨识方法应用到该数据库中另外 10 个控制回路中去，这些回路的标签名为 *cdata.chemicals.loop#*，而标号 # 分别为 $\{2, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 19, 20, 32\}$ 。测量值 $\{u(t), y(t)\}$ 、仿真输出 $\hat{y}_s(t)$ 、估计的输入非线性的签名特性曲线和线性子系统的阶跃响应如图3.16所示，而测量输出 $y(t)$ 和仿真输出 $\hat{y}_s(t)$ 之间的拟合度见表3.1。对于这些控制回路，仿真输出很好地拟合了测量输出。对应的使用了数据驱动粘滞模型的粘滞建模结果可参见著作^[81]的第十三章。

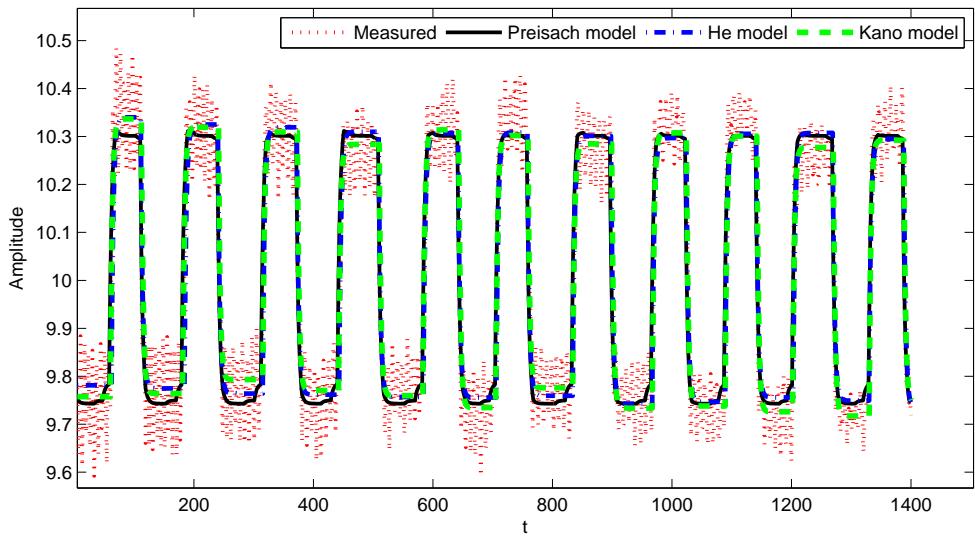


图 3.14 输出测量值 $y(t)$ (点线)、以 Preisach 模型为输入非线性的广义 Hammerstein 系统仿真输出 $\hat{y}_s(t)$ (实线)、以 He 粘滞模型为输入非线性的广义 Hammerstein 系统仿真输出 $\hat{y}_H(t)$ (点虚线) 和以 Kano 模型为输入非线性的广义 Hammerstein 系统仿真输出 $\hat{y}_K(t)$ (虚线)

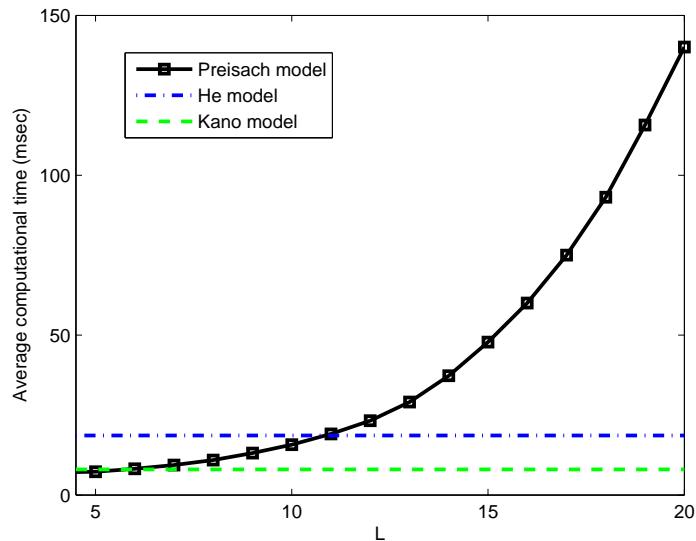


图 3.15 正则化的迭代辨识方法 (方块实线) 和基于 He 粘滞模型 (点虚线) 与 Kano 粘滞模型 (虚线) 的辨识方法的时间代价

表 3.1 10 个控制回路的拟合度

标号 #	2	6	7	8	9
拟合度 (%)	94.0037	74.1283	90.2817	92.9055	87.8525
标号 #	10	11	19	20	32
拟合度 (%)	84.5251	77.2991	72.9913	77.6292	87.8700

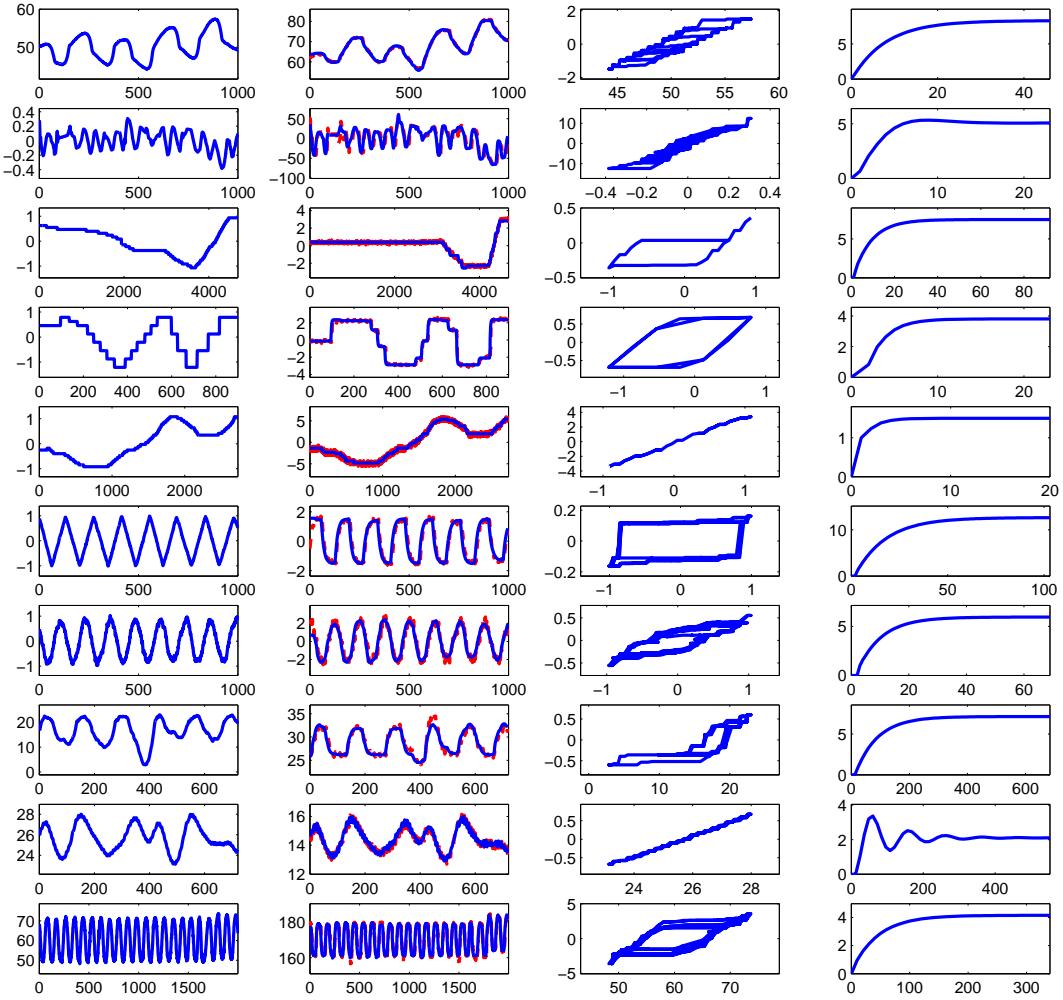


图 3.16 控制回路 $\{2, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 19, 20, 32\}$ (从上到下) 的输入 $u(t)$ (左子图)、测量输出 $y(t)$ (左中子图、虚线)、仿真输出 $\hat{y}_s(t)$ (左中子图、实线)、输入非线性的签名特性曲线估计 (右中子图) 和线性子系统阶跃响应 (右子图)

例 4 本例的目标是以实验案例的形式证明 Preisach 模型比数据驱动粘滞模型具有更好的灵活性。实验装置如图3.17。实验中，线性子系统是一个水箱系统，其横截面积约 320 cm²。出水阀的开度是固定的。水箱的水位由一个由 PI 控制器驱动的电动调节阀来操纵。PI 控制器参数为 $C(s) = 3(1 + 1/200s)$ 。在拧紧调节阀阀杆密封螺母后，调节阀变得粘滞。在一个西门子 PCS7 分布式控制系统平台上实现了该 PI 控制器，采样时间为 0.5 秒。这样，形成了一个反馈控制回路，其中， $y(t)$ 、 $u(t)$ 和 $r(t)$ 分别表示水箱液位，控制器输出和设定点。

水箱液位 $y(t)$ 、控制器输出 $u(t)$ 和设定点 $r(t)$ 的测量值如图3.18所示，并被分为两个数据集：估计数据集 (estimation data set) $\{u(t), y(t)\}_{t=1}^{12500}$ 和验证数据集 (validation data set) $\{u(t), y(t)\}_{t=12501}^{24800}$ 。基于估计数据集 $\{u(t), y(t)\}_{t=1}^{12500}$ ，使用正则化的迭代方法

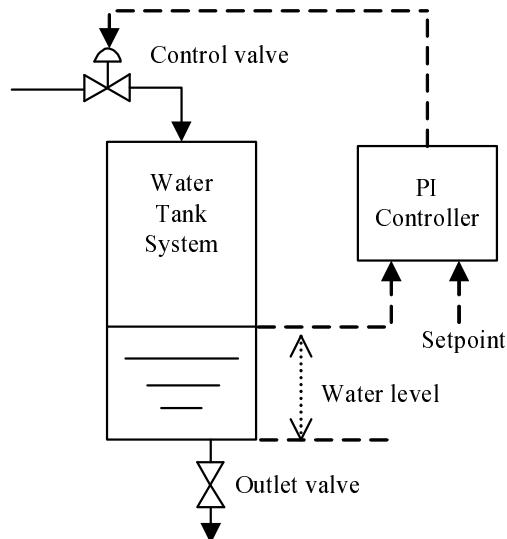
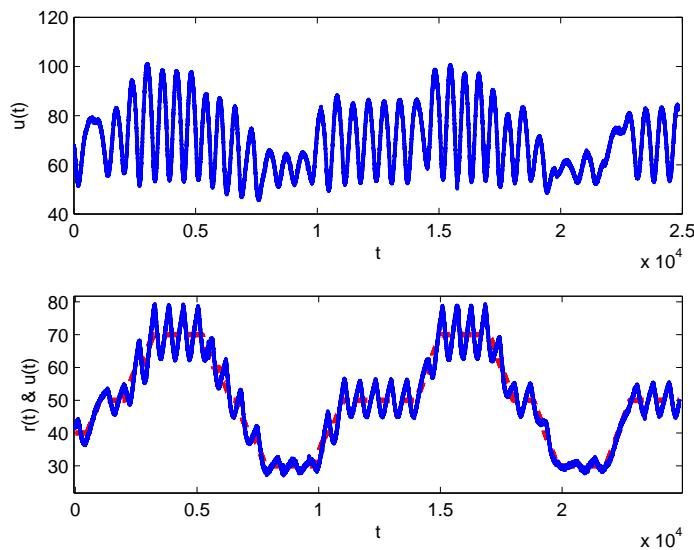


图 3.17 对水箱液位的反馈控制实验示意图

图 3.18 反馈控制回路中的输入 $u(t)$ (上子图)、输出 $y(t)$ (下子图、实线) 和设定点 $r(t)$ (下子图、虚线)

来估计由调节阀和水箱组成的广义 Hammerstein 系统。最优结构参数为 $\hat{n}_a = 5$, $\hat{n}_b = 2$, $\hat{n}_k = 2$ 和 $\hat{L} = 20$ 。输入非线性估计和线性子系统估计如图3.19所示。估计数据集的拟合度为 93.5328%。为了验证辨识出的广义 Hammerstein 系统的准确性，验证数据集的仿真输出 $\{u(t), y(t)\}_{t=12501}^{24800}$ 绘制在图3.20 中，对应的拟合度为 90.4479%。显然，辨识出的广义 Hammerstein 系统能够很好地描述估计数据集和验证数据集中的输出 $y(t)$ 的主要动态变化。

作为比较，He 粘滞模型和 Kano 粘滞模型也被用来描述这个调节阀，对应的输入非线性估计和线性子系统估计也绘制在图3.19中。对于带有 He 粘滞模型的广义 Hammer-

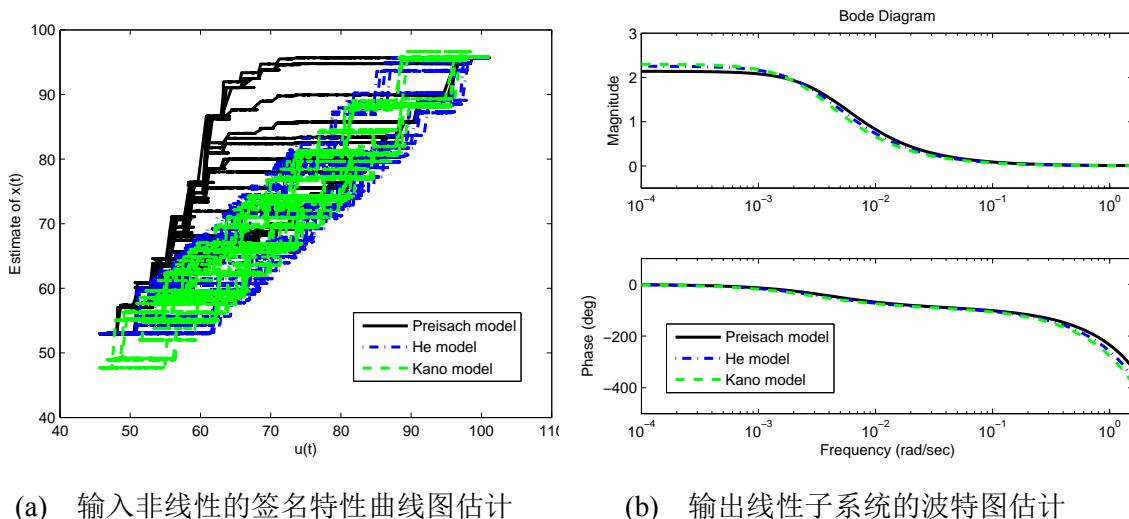


图 3.19 实验室案例中的以 Preisach 模型（实线）、He 粘滞模型（点虚线）和 Kano 粘滞模型（虚线）为输入非线性的广义 Hammerstein 系统辨识

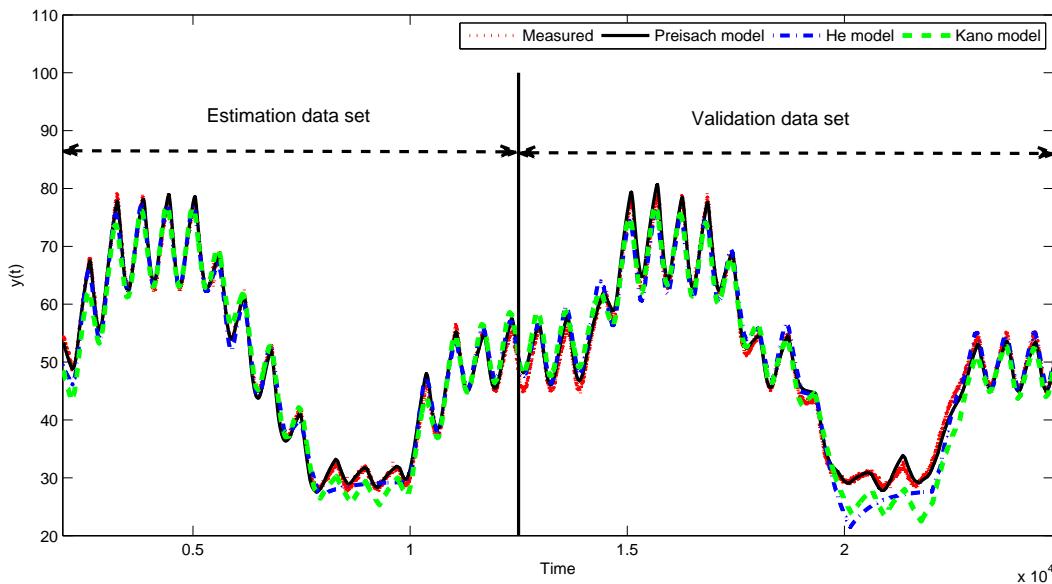


图 3.20 测量输出 $y(t)$ （点线）、带有 Preisach 模型的广义 Hammerstein 系统仿真输出 $\hat{y}_s(t)$ （实线）、带有 He 粘滞模型的广义 Hammerstein 系统仿真输出 $\hat{y}_H(t)$ （点虚线）和带有 Kano 粘滞模型的广义 Hammerstein 系统仿真输出 $\hat{y}_K(t)$ （虚线）

stein 系统估计，结构参数为 $\hat{n}_a = 3$, $\hat{n}_b = 3$ 和 $\hat{n}_k = 5$; 估计数据集和验证数据集的仿真输出 $\hat{y}_H(t)$ 的拟合度分别为 87.1078% 和 82.2017%; 仿真输出 $\hat{y}_H(t)$ 与测量输出 $y(t)$ 的误差比具有 Preisach 模型的广义 Hammerstein 系统的仿真输出 $\hat{y}_s(t)$ 要大。相似地，对于带有 Kano 模型的广义 Hammerstein 系统估计，结构参数为 $\hat{n}_a = 2$, $\hat{n}_b = 2$ 和 $\hat{n}_k = 5$; 估计数据集和验证数据集的仿真输出 $\hat{y}_K(t)$ 的拟合度分别为 90.8851% 和 76.8164%。值得注意的是，图3.19中的各类系统的线性子系统估计在低频区域的动态特性都相近，因此

仿真输出 $\hat{y}_s(t)$ 、 $\hat{y}_H(t)$ 和 $\hat{y}_K(t)$ 的不同主要来源于对调节阀粘滞进行建模的输入非线性。图3.19中采用了 Preisach 模型的广义 Hammerstein 系统估计表明调节阀具有不对称的非线性，这一观察与另一事实一致： $y(t)$ 在 $r(t) = 70$ 处的局部振荡幅度要比在 $r(t) = 30$ 处大很多。图3.20中的仿真输出比较清晰地证明了 Preisach 模型在描述不对称的粘滞非线性时比数据驱动粘滞模型具有更强的灵活性。

3.6 小结

本章引入了 Preisach 模型作为广义 Hammerstein 系统的迟滞输入非线性来描述调节阀粘滞现象。Preisach 模型具有很强的灵活性；特别地，它能够描述在振荡和一般性的输入下的粘滞调节阀的复杂行为。本章提出了一个新颖的正则化的迭代方法来估计广义 Hammerstein 系统的参数，并证明了在两个极值点之间振荡的输入也满足新的持续激励条件。

第四章 气动调节阀的半物理模型

在气动调节阀建模方面，文献中的调节阀模型可分为物理模型、数据驱动模型和半物理模型这几类。物理模型建立在各种摩擦力和牛顿第二运动定律的基础上，主要包含经典模型^[84,85]、Karnopp 模型^[86]、七参数模型^[87]和 Lugre 模型^[88]等，其中，Karnopp 模型在调节阀建模中应用最为广泛^[80,94,137]。数据驱动模型受到调节阀粘滞诊断与量化应用的激励而快速发展起来，它们只利用调节阀的输入输出数据来建立模型^[81]，主要包括 Stenman 模型^[89]、Choudhury 模型^[80]、Kano 模型^[90]、He 模型^[91]、Chen 模型^[92]和 XCH 模型^[93]。Kano 模型和 XCH 模型是具有双参数 S 和 J 的 Choudhury 模型的两个适用于随机信号的改进模型。He 模型也有两个参数 f_s 和 f_d 。He 模型与 Choudhury 模型的不同点是，在输入单调连续变化时，He 模型每次动作后会停止，而 Choudhury 模型的输出在首次跳变后会连续变化。Chen 模型是 He 模型的考虑多个状态转移的一个改进型，而 Stenman 模型是 He 模型的参数满足 $f_s = d$ 和 $f_d = 0$ 的一个特例。发展自物理模型的 He 半物理模型^{[94][95]}有三个参数 K_1 、 f_{s1} 和 f_{d1} 。如果 He 半物理模型和 He 模型的参数满足 $f_d = f_{d1} - (K_1 - 1)(f_{s1} - f_{d1})$ 和 $f_s = f_{s1}$ ，那么，它们就具有完全相同的阀门签名特性曲线。因此某种意义上，He 模型可看做是 He 半物理模型的一个特例。综上所述，可以选择 Karnopp 模型、Kano 模型和 He 半物理模型分别作为现有的物理模型、数据驱动模型和半物理模型的代表。

现有的这些调节阀模型的一个共同点是将气压作用于阀门驱动器气室薄膜上形成的驱动力作为模型输入；然而在实际中，阀门驱动器气室内的气压无法直接变化，只能由阀门定位器来间接地操纵。阀门定位器接收来自工业分布式控制系统中的控制器给出的电控制信号，改变阀门驱动器气室的进气压力。阀门驱动器气室的内部气压随着进气压力变化，作用在气室薄膜上形成驱动力。驱动力克服摩擦力和弹簧弹力，最终决定了阀门位置。因此，这里包含了三个信号转换过程，即由阀门定位器接收到的电控制信号到阀门驱动器气室的进气压力之间的电-气转换过程、由阀门驱动器气室的进气压力到驱动力之间的气-力转换过程和驱动力到阀门位置之间的力-位置转换过程。现有的模型都忽略了前两个信号转换过程中的动态和非线性，直接把电控制信号看作是驱动力。因此，如本章后面的实验结果所示，现有模型与气动调节阀的真实行为具有很大的差别。

本章基于上面讨论的三个信号转换过程的物理准则提出一个新颖的半物理模型，该模型以电控制信号为输入，以阀杆位置为输出。与上述文献中的现有模型相比，本模型具有两个新的模块，即一个描述电-气转换过程的回差非线性和一个描述气-力转换

过程的与输入方向相关的动态模块，另外，力-位置转换过程由一个具有过阻尼动态的模型描述。结果是，新模型的行为与气动调节阀的实验观察相一致。

本章结构安排如下。第4.1节提出新的半物理模型；第4.2节通过实验研究验证新模型的有效性，并将其与具有代表性的 Karnopp 模型、Kano 模型和 He 半物理模型进行比较；第4.3节对本章内容进行小结。

4.1 气动调节阀半物理模型

本节介绍气动调节阀的物理结构，并基于其包含的三个信号转换过程的物理准则提出一个新颖的半物理模型。

4.1.1 气动调节阀结构

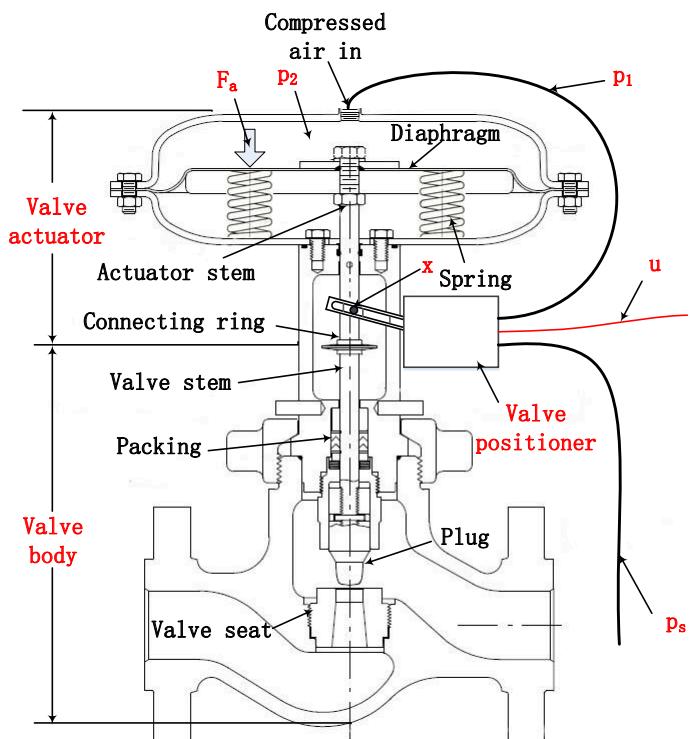


图 4.1 弹簧薄膜滑杆式气动调节阀的结构示意图

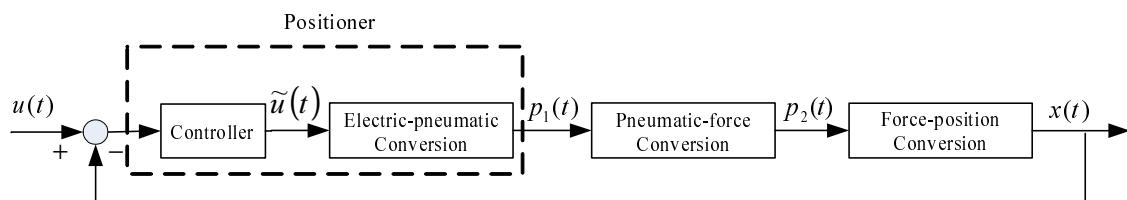


图 4.2 具有智能定位器的气动调节阀的控制回路示意图。

弹簧薄膜滑杆式气动调节阀的典型结构如图4.1所示。它由三个模块组成：阀门

定位器、阀门驱动器和阀体。本章只考虑最近几十年来使用越来越广泛的基于微处理器的智能阀门定位器 [68, 138]。带有气动调节阀的反馈控制回路如图4.2所示。由于技术保密性等因素，智能阀门定位器中的控制算法通常都不对用户开放。因此，我们只能断开智能定位器中的未知控制器与电—气转换装置之间的连接，将电控制信号 u 与电—气转换装置直接相连， $\tilde{u}(t) = u(t)$ ，也就是说，电控制信号 u 直接连到阀门定位器的喷嘴挡板式 I/P 转换器（参见第4.1.2.1 节的详细描述）的引脚，以改变进入阀门驱动器气室的进气压力 p_1 。由 p_1 决定的阀门驱动器气室的内部压力 p_2 施加在薄膜上形成驱动力 F_a ，克服弹簧弹力和摩擦力，移动阀杆，形成最终的阀门位置 x 。本章工作的目标是建立在这个开环运行状态下的气动调节阀的数学模型，以求在后续研究中可以根据此模型来设计先进控制器来克服阀门非线性和改善阀门动态性能。

4.1.2 信号转换过程

气动调节阀的信号流由三个信号转换过程组成，包括从电控制信号 u 到阀门驱动器气室的进气压力 p_1 的电—气转换过程、从 p_1 到阀门驱动器气室的内部气压作用在薄膜上形成的驱动力 F_a 的气—力转换过程和从 F_a 到阀门位置 x 的力—位置转换过程。本节基于其中包含的物理准则建立这三个信号转换过程的数学模型。

4.1.2.1 电—气转换过程

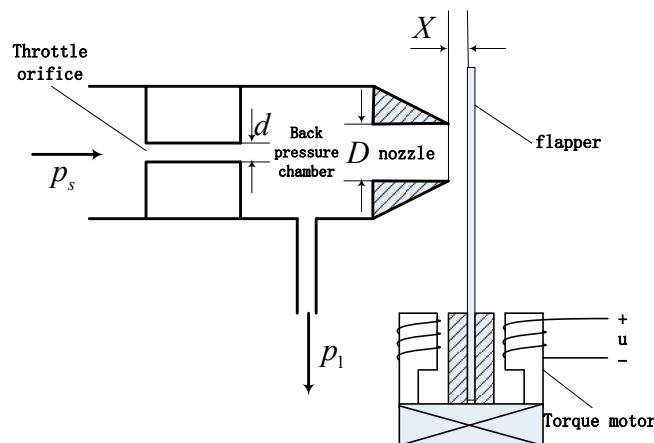


图 4.3 阀门定位器中的喷嘴挡板式 I/P 转换器

电—气转换过程通常由阀门定位器中的 I/P 转换器实现。由于其结构简单、价格低廉，如图4.3所示的喷嘴挡板式的 I/P 转换器最为常用 [68]。来自储气罐的具有恒定气压 p_s 的压缩空气通过节流孔板（throttle orifice）到达背压腔（back pressure chamber）。压缩空气继续通过喷嘴然后喷射到挡板上。节流孔板和喷嘴的直径分别为 $0.2 \sim 0.5$ mm 和 $0.8 \sim 2$ mm。力矩马达直接接收电控制信号 u ，移动挡板来改变喷嘴与挡板间的距离 X 。因此，在背压腔内的力平衡形成了背压腔内部气压 p_1 。位移 X 足够小，以至于它与

u 之间可以近似为线性关系。显然，如果通过力矩马达来增大（减小） X ，那么更多（更少）的压缩空气就会通过喷嘴与挡板间的空隙进入大气，最终 p_1 被减小（增大）。由于背压腔的容积非常小，因此， X 与 p_1 的动态可以忽略。然而，由于力矩马达的机械结构，这里存在着一个无法忽略的回差非线性。因此，在将 u 和 p_1 标准化到区间 $[0, 100\%]$ 后， u 和 p_1 之间的关系可由一个离散时间回差非线性描述，

$$p_1(t) = \begin{cases} u(t) - f_{d1}, & \text{if } u(t) - p_1(t-1) > f_{d1}, \\ u(t) + f_{d1}, & \text{if } u(t) - p_1(t-1) < -f_{d1}, \\ p_1(t-1), & \text{if } |u(t) - p_1(t-1)| \leq f_{d1}, \end{cases} \quad (4.1)$$

其中的 f_{d1} 是回差的宽度参数。

4.1.2.2 气-力转换过程

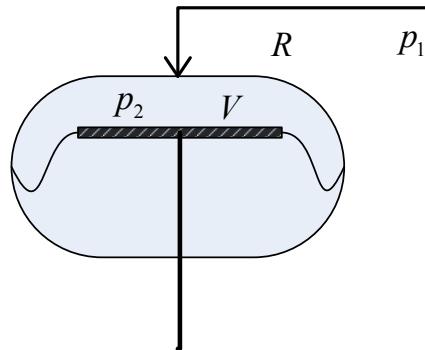


图 4.4 薄膜式阀门定位器

气-力转换过程描述了从阀门驱动器气室的进气气压 p_1 到阀门驱动器气室内的薄膜上形成的驱动力 F_a 的变化，如图4.4所示。驱动力 F_a 正比于阀门驱动器气室的内部气压 p_2 ，即

$$F_a = Sp_2, \quad (4.2)$$

其中， S 是薄膜面积。因此，除了 F_a ， p_2 也可等价地作为气-力转换过程的模型输出。当空气流速 Q 不是很高时，空气流速 Q 和阀门驱动器的气室的气压差 $p_1 - p_2$ 之间可由一个线性关系来近似^[73,139]，

$$Q = \frac{p_1 - p_2}{R}, \quad (4.3)$$

其中的常数 R 表示空气阻力。根据理想气体定理，有

$$p_2V = k_T N. \quad (4.4)$$

这里， V 是气室容积， N 表示气室内气体数量， k_T 是一个常数。当阀门位置 x 围绕着一

一个稳态值变化时，气室容积 V 可近似为一个常数。根据式子 (4.3) 和 (4.4)，关系

$$Q = \frac{dN}{dt}$$

会导致

$$\frac{V}{k_T} \frac{dp_2}{dt} = \frac{p_1 - p_2}{R}.$$

因此， p_1 和 p_2 之间的关系可近似为一个一阶线性时不变模型，

$$\frac{P_2(s)}{P_1(s)} = \frac{1}{\frac{RV}{k_T}s + 1}.$$

这里的 $P_1(s)$ 和 $P_2(s)$ 分别表示 $p_1(t)$ 和 $p_2(t)$ 的拉普拉斯变换。然而，增大和减小 P_2 的原理是不同的。当增大 p_2 时，喷嘴和挡板间的距离 X 更近，背压腔的背压 p_1 更大，更多的压缩空气通过喷嘴挡板式 I/P 转换器直接进入阀门驱动器气室。当减小 p_2 时，阀门驱动器气室内的压缩空气通过喷嘴与挡板间的空隙释放到大气中。因此，向阀门驱动器气室注入气体时的空气阻尼 R 比从阀门驱动器气室释放气体时的大。这一事实使得我们定义两个不同的时间常数

$$T_{g1} \triangleq \frac{R_1 V}{k_T}, \quad T_{g2} \triangleq \frac{R_2 V}{k_T}$$

来分别描述充气和放气过程。最后，气-力转换过程的动态依赖于 p_1 的变化方向，相应的离散时间模型为

$$p_2(t) = \begin{cases} p_1(t-1) + [p_2(t-1) - p_1(t-1)] \exp(-T_s/T_{g1}), & \text{if } p_1(t) > p_2(t-1), \\ p_1(t-1) + [p_2(t-1) - p_1(t-1)] \exp(-T_s/T_{g2}), & \text{if } p_1(t) \leq p_2(t-1). \end{cases} \quad (4.5)$$

这里， T_s 是采样时间，并且假设 $p_1(t)$ 的相邻采样之间使用了零阶保持器。

4.1.2.3 力-位置转换过程

力-位置转换过程将驱动力 F_a ——根据式子 (4.2) 可等价为阀门驱动器气室的内部气压 p_2 ——转换为阀门位置 x 。这里，采用基于 Karnopp 模型的质量弹簧模型来描述力-位置转换过程 [80, 86, 94, 95, 137]。

根据牛顿第二运动定理和力平衡原理，阀杆的运动方程为

$$\dot{x} = v, \quad (4.6a)$$

$$m\dot{v} = F_a + F_r + F_f + F_p + F_i. \quad (4.6b)$$

这里，两个状态变量 x 和 v 分别为阀杆的位置和速度； m 是气动阀中运动部件的总质量。弹簧的弹力为

$$F_r = -kx, \quad (4.7)$$

k 表示弹性常数。由于其可忽略的作用，来自于流体压降的力 F_p 和迫使阀塞坐落在阀

座上的额外力 F_i 都假设为零^[137]。摩擦力 F_f 主要来源于为避免液体泄漏而采用的阀杆和阀体间的紧密密封。因此, F_f 由 Coulomb 摩擦力、粘性摩擦力和 Stribeck 摩擦力组成,

$$F_f = \begin{cases} -F_c \text{sign}(v) - v F_v - (F_s - F_c) \exp [-(v/v_s)^2] \text{sign}(v), & \text{if } v \neq 0, \\ -(F_a + F_r), & \text{if } v = 0 \text{ and } |F_a + F_r| \leq F_s, \\ -F_s \text{sign}(F_a + F_r), & \text{if } v = 0 \text{ and } |F_a + F_r| > F_s, \end{cases} \quad (4.8)$$

这里, 符号 v_s 是 Stribeck 速度, $F_c \text{sign}(v)$ 和 $v F_v$ 分别为 Coulomb 摩擦力(也叫动摩擦力)和粘性摩擦力。Stribeck 摩擦力 $(F_s - F_c) \exp [-(v/v_s)^2] \text{sign}(v)$ 描述了当阀杆开始运动时摩擦力 F_f 从静摩擦力 F_s 连续地下降到动摩擦力 F_c 的现象。当阀杆运动时, 其速度 v 通常远大于 v_s ; 因此, Stribeck 摩擦力的作用可忽略。值得注意的是, 在对式子 (4.8) 进行数值仿真时可能会由于零速度处的不连续性而遇到困难。为了解决这一问题, 在仿真中采用了一个小的死区 $|v| < \delta_0 = 10^{-4}$ m/s 来对 $v = 0$ 进行数值近似^[86]。最后, 这些物理参数需要标准化到区间 $[0, 100\%]$ 内。定义阀杆的最大位置为 x_m 。这样, 通过

$$\bar{x} = \frac{x}{x_m}, \quad \bar{p}_2 = \frac{Sp_2}{kx_m}, \quad f_s = \frac{F_s}{kx_m}, \quad f_d = \frac{F_c}{kx_m}, \quad a_1 = \frac{k}{m}, \quad a_2 = \frac{F_v}{m}, \quad \delta = x_m \delta_0. \quad (4.9)$$

对所有的参数进行标准化。对符号进行一点重复, 从这里开始, 仍然使用符号 x 和 p_2 , 来代替 \bar{x} 和 \bar{p}_2 。根据式子 (4.2)、(4.6)、(4.7)、(4.8) 和 (4.9), 可得到力–位置转换过程的连续时间模型,

$$\ddot{x} = \begin{cases} a_1(p_2 - x - f_d) - a_2 \dot{x}, & \text{if } \dot{x} \geq \delta, \\ a_1(p_2 - x - f_s), & \text{if } -\delta < \dot{x} < \delta \text{ and } (p_2 - x) > f_s, \\ 0, & \text{if } -\delta < v < \delta \text{ and } -f_s \leq (p_2 - x) \leq f_s, \\ a_1(p_2 - x + f_s), & \text{if } -\delta < \dot{x} < \delta \text{ and } (p_2 - x) < -f_s, \\ a_1(p_2 - x + f_d) - a_2 \dot{x}, & \text{if } \dot{x} \leq -\delta. \end{cases} \quad (4.10)$$

对式子 (4.10) 的离散时间实现可参看图4.5中的流程图中的第三部分。

4.1.3 建立新的半物理模型

根据第4.1.2节的对三个信号转换过程的详尽分析, 可以建立气动调节阀的一个新的半物理模型, 如图4.5所示。新半物理模型由三个部分组成: 第一个部分是电–气转换过程的回差非线性 (4.1), 参数为回差宽度 f_{d1} ; 第二个部分是气–力转换过程的依赖于输入方向的动态 (4.5), 参数为 T_{g1} 和 T_{g2} ; 第三个部分是力–位置转换过程的表达式 (4.10), 参数为 f_s 、 f_d 、 a_1 和 a_2 。

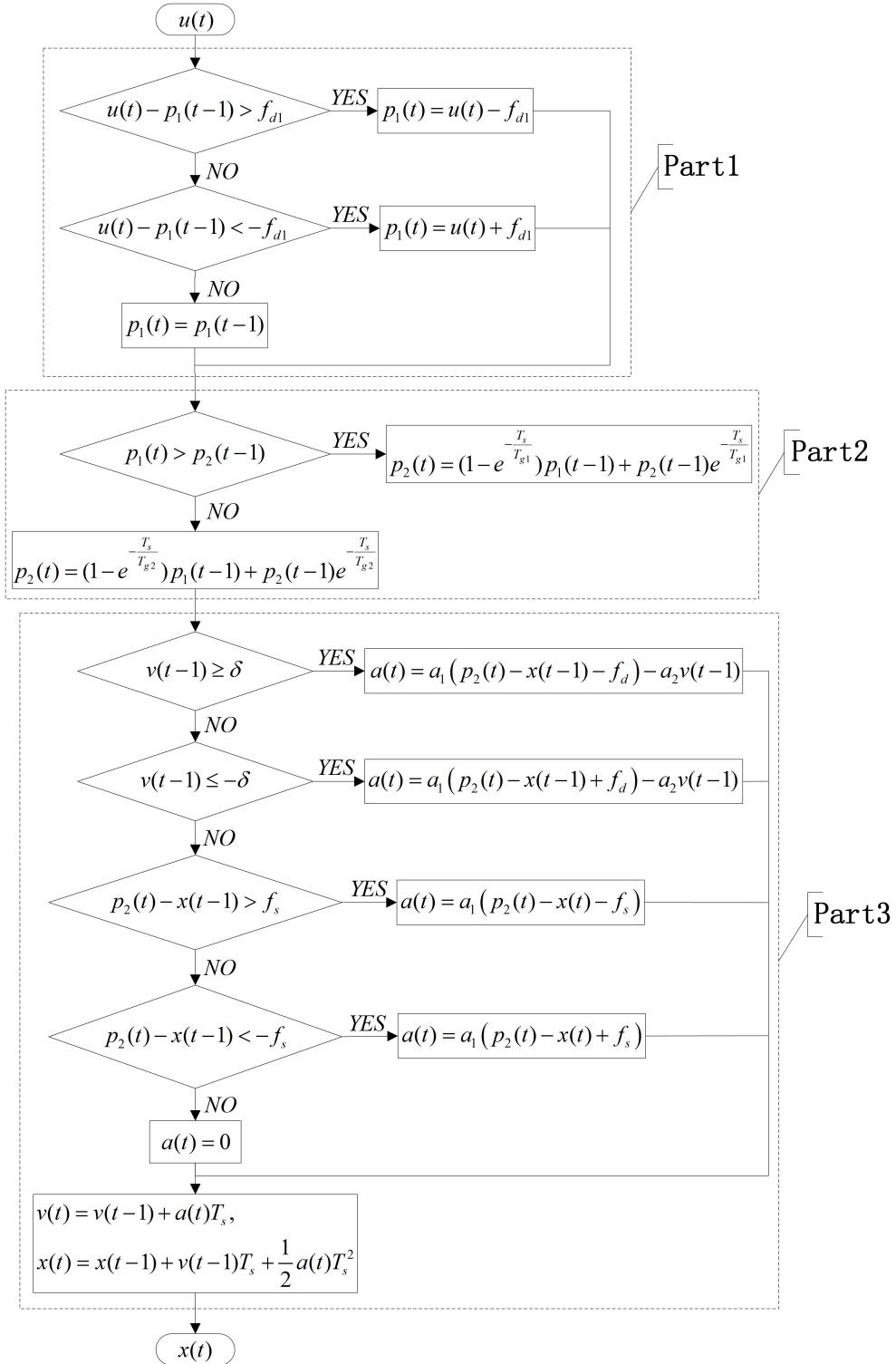


图 4.5 气动调节阀的新半物理模型的流程图

4.2 实验验证

本节提供实验案例来验证提出的半物理模型的有效性，并将其与物理模型、数据驱动模型和半物理模型的代表——Karnopp 模型^[86]、Kano 模型^[90] 和 He 半物理模型^[95]——进行比较。

4.2.1 实验装置

实验装置如图4.6所示。最左侧的调节阀是实验中使用到的阀门，具有喷嘴挡板式I/P转换器的阀门定位器通过一根空气导管与压缩空气源相连，定位器接收电脑端通过Matlab[®]中的仪器控制工具箱（Instrument Control Toolbox）实现的信号发生器发送的电控制信号 u ，并通过导管将压缩空气传输给阀门驱动器的气室。阀门驱动器气室的内部气压 p_2 由一个气压传感器进行测量，采样时间 T_s 为 0.02 sec。信号 u 、 p_2 和 x 通过一个基线测试^[140,141]（baseline test）标准化到区间 [0, 100%] 上。为了符号简便，百分号 % 在后文中被省略。

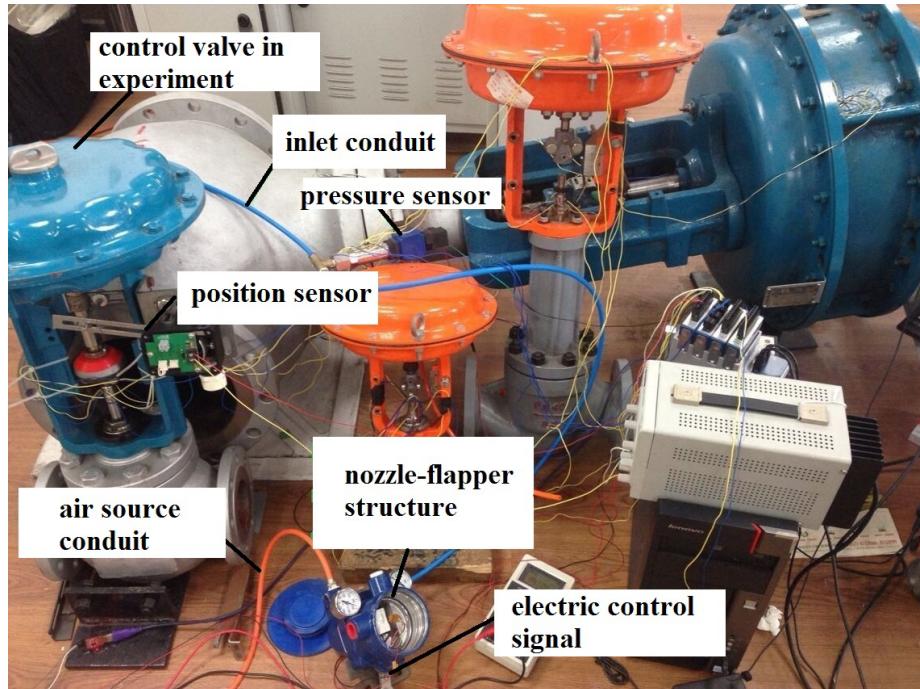


图 4.6 气动调节阀建模实验装置

4.2.2 参数辨识

半物理模型有七个参数需要估计，即 f_{d1} 、 T_{g1} 、 T_{g2} 、 f_s 、 f_d 、 a_1 和 a_2 。这些参数可通过最大化阀门输出的真实值 x 与来自半物理模型的估计值 \hat{x} 之间的拟合度来获得，其中，拟合度定义为

$$\eta = \left(1 - \frac{\|x - \hat{x}\|^2}{\|x - \bar{x}\|^2} \right) \times 100\%, \quad (4.11)$$

\bar{x} 表示 x 的样本均值。对于本实验中的气动调节阀，估计的参数为

$$\begin{aligned} \hat{f}_{d1} &= 1.7647, & \hat{T}_{g1} &= 8.84 \text{ s}, & \hat{T}_{g2} &= 150.74 \text{ s}, & \hat{f}_s &= 8.7978, \\ \hat{f}_d &= 5.2602, & \hat{a}_1 &= 2000.0 \text{ } 1/\text{s}^2, & \hat{a}_2 &= 176.0 \text{ } 1/\text{s}. \end{aligned} \quad (4.12)$$

表 4.1 一个标称气动调节阀的物理参数^[137]

参数	描述	值/单位
S	薄膜面积	$6.45 \times 10^{-2} \text{ m}^2$
k	弹簧系数	$5.25 \times 10^4 \text{ kg/s}^2$
m	运动部件总质量	1.36 kg
F_c	Coulomb 摩擦力	$1423 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2$
F_s	静摩擦力	$1708 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2$
F_v	粘性摩擦系数	1.59 kg/s
x_m	阀杆最大行程	0.1016 m

需要说明的是，新半物理模型的参数辨识过程并不是本章的主要内容，只要获得的这些参数能够描述后续各个实验中的真实气动调节阀的行为，那么，参数估计就是有效的。

4.2.3 与 Karnopp 模型的比较

除了忽略了 Stribeck 摩擦力，力–位置转换过程的改进模型 (4.10) 和 Karnopp model^[86, 137] 具有几乎相同的表达式。然而，本节将展示这两个模型的一个显著不同点：当阀门运动时，本章中的 (4.10) 是一个过阻尼动态系统，而 Karnopp 模型则是一个欠阻尼系统，而过阻尼动态才与实验中的观察相一致。

Karnopp 模型的物理参数无法从实验数据中辨识。因此，本文使用一个标称 (nominal) 气动调节阀的参数作为 Karnopp 模型的物理参数，见表 4.1。这些参数来自 Kayihan & Doyle^[137]，并已被广泛用于 Karnopp 模型^[86, 137] 和建立 He 半物理模型^[94, 95] 中。Karnopp 模型的对应式子 (4.9) 中的参数 a_1 和 a_2 的具体值分别为

$$a_{1n} = 3.8603 \times 10^4 \text{ 1/s}^2, a_{2n} = 1.1691 \text{ 1/s},$$

其中的下标 n 用以对两个模型进行区分。

假设力–位置转换过程 (4.10) 具有零初始状态，即 $x(t) = 0, \forall t < 0$ 。不失一般性地，假设阀门首先正向运动，此时，半物理模型的运动方程 (4.10) 和 Karnopp 模型相同，

$$\ddot{x} = a_1(p_2 - x - f_d) - a_2 \dot{x}.$$

定义

$$p_3(t) \triangleq p_2(t) - f_d,$$

这样，可获得一个二阶线性时不变系统

$$\frac{X(s)}{P_3(s)} = \frac{a_1}{s^2 + a_2 s + a_1}, \quad (4.13)$$

其中， $X(s)$ 和 $P_3(s)$ 分别为 $x(t)$ 和 $p_3(t)$ 的拉普拉斯变换。Karnopp 模型的阻尼系数计

算为

$$\zeta_n = \frac{a_{2n}}{2\sqrt{a_{1n}}} = 0.0030,$$

而根据式子 (4.12) 和 (4.10), 半物理模型的阻尼系数为

$$\zeta = \frac{\hat{a}_2}{2\sqrt{\hat{a}_1}} = 1.9677.$$

由于 ζ 远大于 ζ_n , 因此, 提出的半物理模型 (4.10) 的行为与 Karnopp 模型有着显著的不同。

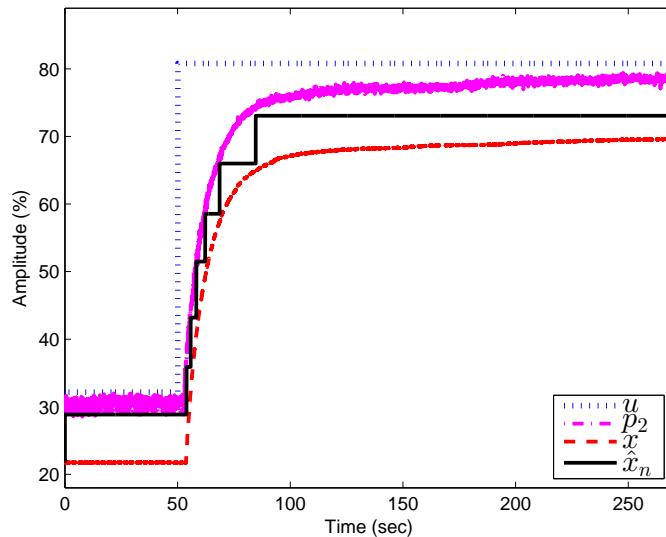


图 4.7 用于比较 Karnopp 模型与实验观察值的阶跃响应实验中的信号: 电控制信号 u 、阀门驱动器气室内部气压 p_2 、阀门位置测量值 x 和 Karnopp 模型的阀门位置仿真值 \hat{x}_n

对比新半物理模型与 Karnopp 模型的阶跃响应。Karnopp 模型的行为与如图4.7所示的实验观察不一致。在图4.7中, 电控制信号 u 是一个幅值为 50 的阶跃信号, 这个幅值足以克服式子 (4.9) 中的静摩擦力 f_s 。与式子 (4.5) 的预期相一致, 气压 p_2 的测量值像一阶线性动态系统的阶跃响应那样连续变化。使用 p_2 作为输入的 Karnopp 模型的仿真输出 \hat{x}_n 也绘制在图4.7中, 由于阻尼系数 ζ_n 很小, 当阀门运动时, \hat{x}_n 显示一个跳跃变化。相反, 图4.7中的实际阀门位置 x 单调增大, 并未呈现跳变线性。因此, x 与 \hat{x}_n 非常不同, 这表明具有欠阻尼动态的 Karnopp 模型不适用于对力–位置转换过程进行建模。阀门位置 x 的运动显示动态系统 (4.13) 具有一个远大于 $\zeta_n = 0.0030$ 的阻尼系数, 新半物理模型的阻尼系数为 $\zeta = 1.9677$ 。根据后面的第4.2.4.1节的论述, 新半物理模型与阶跃响应实验中的 x 的变化一致,

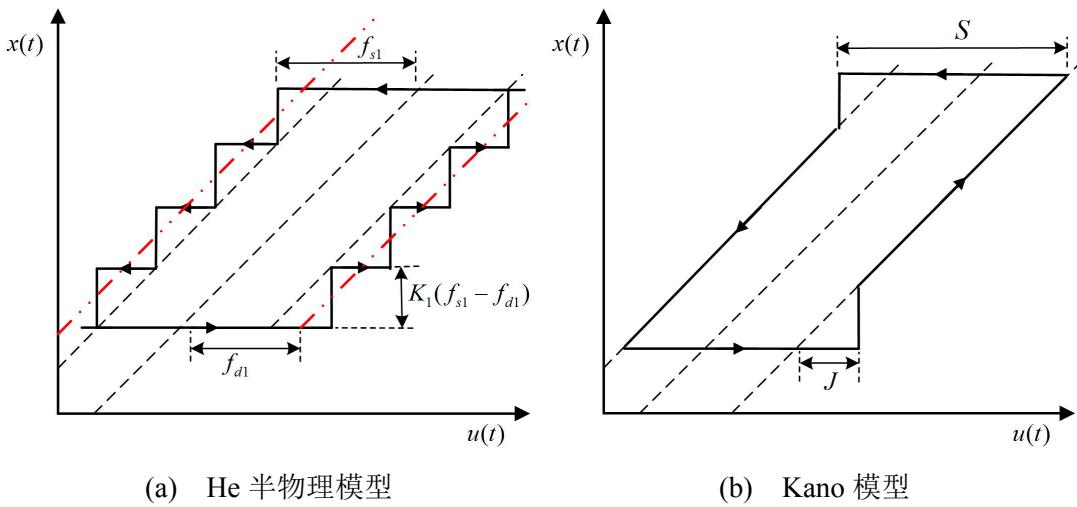


图 4.8 He 半物理模型（复制于文献^[95] 中的图 3）和 Kano 模型（复制于文献^[90] 中的图 2）的阀门签名特性曲线

4.2.4 基于多组实验对新半物理模型进行验证

本节通过多组实验对本章提出的半物理模型进行验证，并将其与 He 半物理模型和 Kano 模型进行比较。由于 He 半物理模型发展自 Karnopp 模型，两者具有相同的阀门签名特性曲线，因此，这里没有将提出的半物理模型与 Karnopp 模型进行比较。He 半物理模型和 Kano 模型的阀门签名特性曲线如图4.8 所示，其中，输入为幅值大到足以克服粘滞并使阀门动作的余弦信号。表示 He 半物理模型为

$$x_H(t) = H(u(t); K_1, f_{s1}, f_{d1}),$$

其中， f_{s1} 和 f_{d1} 分别表示静摩擦和动摩擦。针对第三个参数 K_1 ，采用文献^[94,95] 中推荐的默认值 1.99。相似地，定义 Kano 模型为

$$x_K(t) = K(u(t); S, J),$$

其中，参数 S 和 J 分别表示死带加粘带（deadband plus stickband）和粘带（stickband）。He 半物理模型参数 f_{s1} 和 f_{d1} 与 Kano 模型参数 S 和 J 的估计分别通过最大化定义于 (4.11) 中的拟合度得到。

4.2.4.1 阶跃响应实验

设计阶跃响应实验有两个目的。首先，比较 He 半物理模型、Kano 模型和新半物理模型的阶跃响应。实验中的气动调节阀的阶跃响应如图4.9a 所示。这份数据也被用在第4.2.3节对 Karnopp 模型与实验观察进行比较中。He 半物理模型的参数估计为 $\hat{f}_{s1} = 14.5920$ 和 $\hat{f}_{d1} = 14.5920$ ，Kano 模型的参数估计为 $\hat{S} = 29.1840$ 和 $\hat{J} = 0$ 。He 半物理模型和 Kano 模型的拟合度相同，都等于 58.1071%，而使用了式子 (4.12) 中参数的新半物理模型的拟合度为 87.7564%。图4.9b-d 中给出了 He 半物理模型的阀门位置仿真

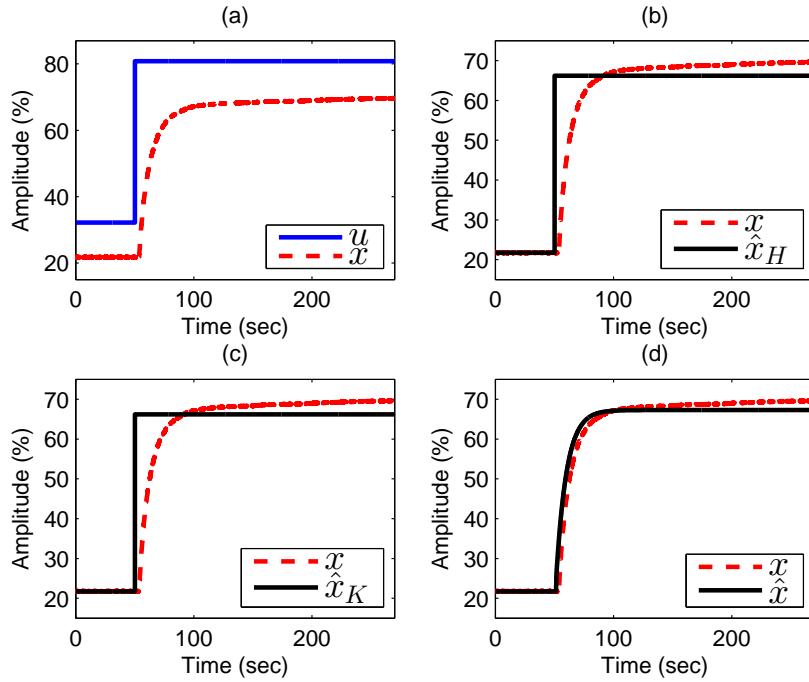


图 4.9 阶跃响应实验中的信号: (a) 电控制信号 u 和阀门位置位置测量值 x ; (b) x 和 He 半物理模型的阀门位置仿真值 \hat{x}_H ; (c) x 和 Kano 模型的阀门位置仿真值 \hat{x}_K ; (d) x 和新半物理模型的阀门位置仿真值 \hat{x}

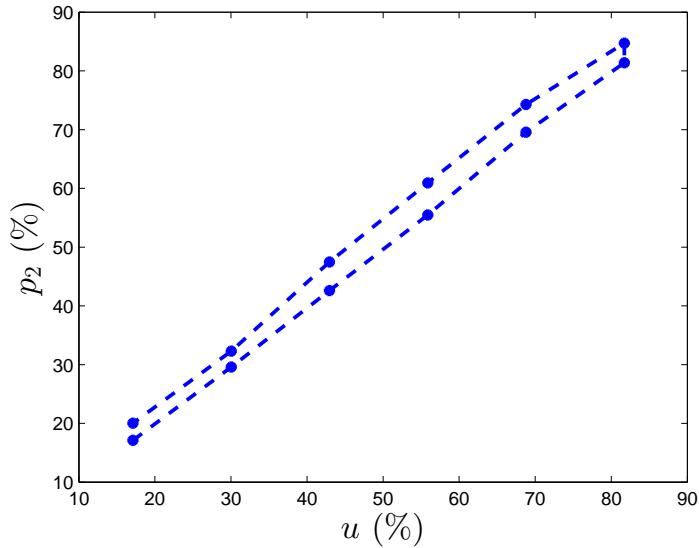


图 4.10 多次阶跃响应实验中的 p_2 的稳态值与 u 之间的关系

值 \hat{x}_H 、Kano 模型的阀门位置仿真值 \hat{x}_K 和新半物理模型的阀门位置仿真值 \hat{x} 。显然，新半物理模型最好地拟合了真实调节阀的阶跃响应，而 He 半物理模型和 Kano 模型都呈现了一个跳变行为，与实验观察差别很大。

其次，进行多个阶跃响应实验。以 u 为横坐标、以阶跃响应中 p_2 的稳态值为纵坐标绘图，结果如图4.10所示。注意， p_1 和 p_2 的稳态值是相等的，因此，该图证明了电-气

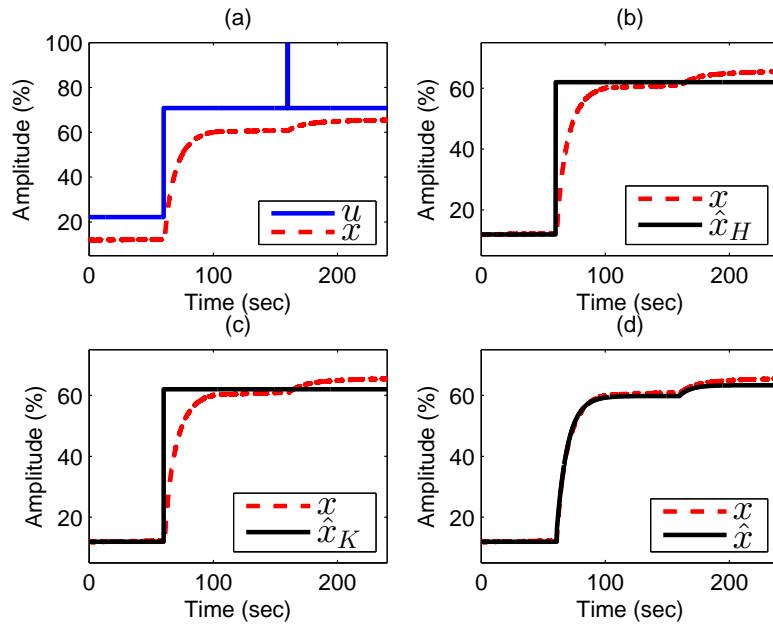


图 4.11 短时脉冲响应实验中的信号: (a) 电控制信号 u 和阀门位置测量值 x ; (b) x 和 He 半物理模型的阀门位置仿真值 \hat{x}_H ; (c) x 和 Kano 模型的阀门位置仿真值 \hat{x}_K ; (d) x 和新半物理模型的阀门位置仿真值 \hat{x}

转换过程中 u 和 p_1 之间的回差非线性(4.1)是存在的。

4.2.4.2 短时脉冲响应实验

短时脉冲响应实验的目标是显示三个模型对输入中的短时大幅值变化信号的响应及证明回差非线性(4.1)的存在性。输入 u 设计为幅值为 30、持续时间为两个采样周期的短时脉冲信号。测量值 u 和 x 如图4.11所示。He 半物理模型和 Kano 模型的参数估计为 $\hat{f}_{s1} = 39.5280$, $\hat{f}_{d1} = 24.0788$, $\hat{S} = 48.3120$ 和 $\hat{J} = 30.7440$ 。这里重新辨识 He 半物理模型和 Kano 模型而不沿用第4.2.4.1节的参数估计值的原因是获得这两个模型在当前条件下的最佳拟合性能。阀门位置仿真值 \hat{x}_H 、 \hat{x}_K 和 \hat{x} 见图4.11。He 半物理模型和 Kano 模型的拟合度相同, 都是 64.8389%; 新半物理模型的拟合度为 95.1610%。图4.11显示, 只有 \hat{x} 能够跟踪住 x 在 u 的短时脉冲发生后的动态变化, 这同时也证明回差非线性(4.1)是存在的。正相反, \hat{x}_H 和 \hat{x}_K 在短时脉冲发生后无任何动作。

4.2.4.3 余弦输入响应实验

本实验的目的是展现新半物理模型的频率响应。输入是一个频率逐渐减小的等幅余弦信号, 如图4.12所示。He 半物理模型和 Kano 模型参数的估计值为 $\hat{f}_{s1} = 24.3200$, $\hat{f}_{d1} = 22.7924$, $\hat{S} = 45.6000$ 和 $\hat{J} = 1.8240$ 。阀门位置仿真值 \hat{x}_H 、 \hat{x}_K 和 \hat{x} 如图4.12所示。He 半物理模型和 Kano 模型的拟合度分别为 49.9765% 和 52.6920%, 而新半物理模型给了一个较大的拟合度 76.2387%; 更重要的是, \hat{x}_H 和 \hat{x}_K 在最大值和最小值之间等幅

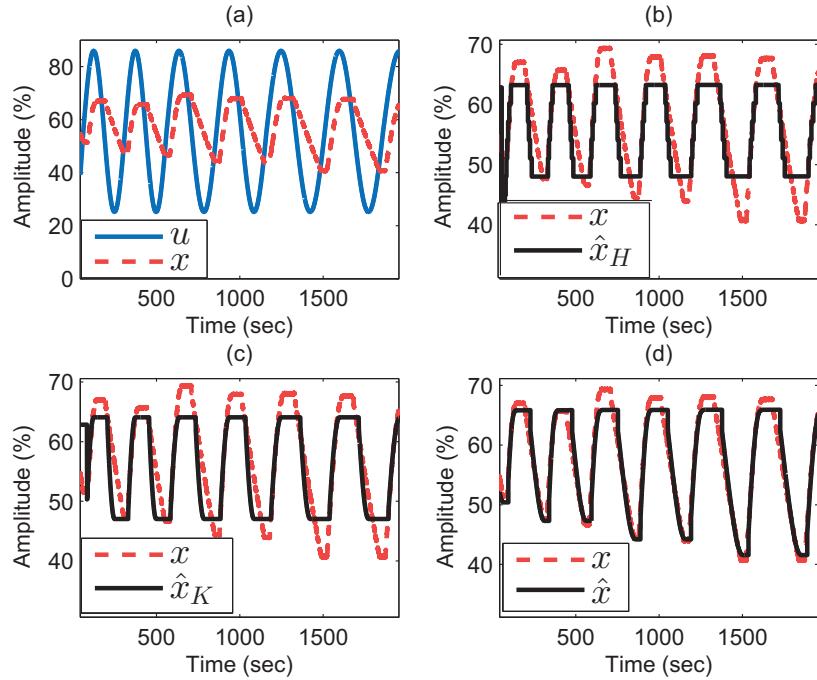


图 4.12 余弦输入响应实验中的信号: (a) 电控制信号 u 和阀门位置测量值 x ; (b) x 和 He 半物理模型的阀门位置仿真值 \hat{x}_H ; (c) x 和 Kano 模型的阀门位置仿真值 \hat{x}_K ; (d) x 和新半物理模型的阀门位置仿真值 \hat{x}

振荡, 这与 x 的幅值变化差别很大。正相反, \hat{x} 能够准确幅值 x 的变化。另外, x 的上升段和下降段的不对称性也支持了(4.5)中的依赖于输入方向的动态。

4.2.4.4 闭环实验

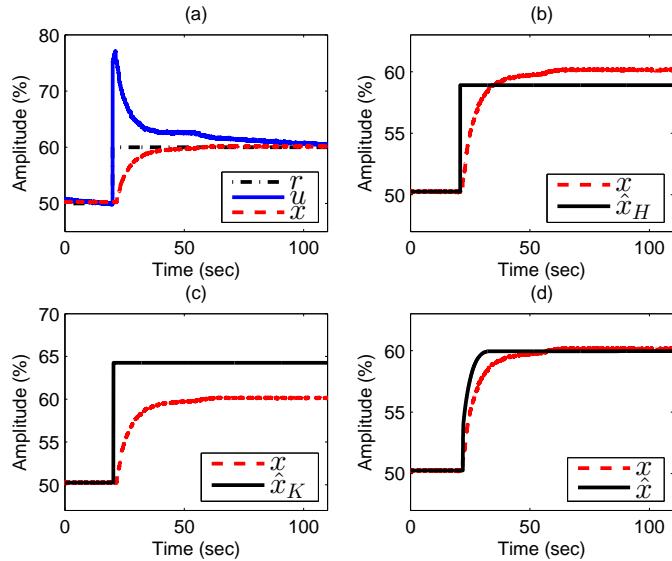


图 4.13 闭环实验中的信号: (a) 设定点 r 、电控制信号 u 和阀门位置测量值 x ; (b) x 和 He 半物理模型的阀门位置仿真值 \hat{x}_H ; (c) x 和 Kano 模型的阀门位置仿真值 \hat{x}_K ; (d) x 和新半物理模型的阀门位置仿真值 \hat{x}

本实验描述气动调节阀和三个模型在闭环控制回路中的行为。将阀门位置 x 与参考信号 r 的差值作为在 Matlab[®] 平台上实现的 PI 控制器 $C(s) = 0.2083(1 + 1/15s)$ 的输入，控制器输出作为阀门输入 u 。实验中的控制回路的设定点 r 、控制器输出 u 和阀门位置 x 如图4.13所示。He 半物理模型参数估计为 $\hat{f}_{s1} = 25.9259$ 和 $\hat{f}_{d1} = 21.8118$ ，拟合度为 56.9552%；Kano 模型的参数为 $\hat{S} = 25.0$ 和 $\hat{J} = 2.0$ ，拟合度为 -22.6468%。而使用了式子 (4.12) 中参数的新半物理模型的拟合度为 79.6304%。阀门位置仿真值 \hat{x}_H 、 \hat{x}_K 和 \hat{x} 也绘制在图4.13中。实验中，阀门位置 x 连续变化，而 \hat{x}_H 和 \hat{x}_K 不能跟踪 x ，只跳变一次； \hat{x} 很好地拟合了 x 。值得注意的是，He 半物理模型和 Kano 模型的估计输出 \hat{x}_H 和 \hat{x}_K 在稳态时也是显著不同的。

上述的这些实验强烈地证明了电-气转换过程中的回差非线性 (4.1)、气-力转换过程中的依赖于输入方向的线性动态特性 (4.5) 和力-位置转换过程中的欠阻尼非线性动态 (4.10) 是存在的。He 半物理模型和 Kano 模型的仿真输出与阀门位置测量值间具有较大的误差，这主要来源于这样的事实：这两个模型只对力-位置转换过程进行建模，因此无法充分描述从 u 到 x 之间的包含三个信号转换过程的行为。

4.3 小结

基于阀门定位器中的气-力转换过程、阀门驱动器中的气-力转换过程和阀体中的力-位置转换过程的物理准则，本章提出了一个新颖的半物理模型，如图4.5所示。与文献中现有的模型相比，新半物理模型有两个新的模块，即描述电-气转换过程的回差非线性 (4.1) 和描述气-力转换过程的依赖于输入方向的动态 (4.5)；另外，当阀门运动时，力-位置转换过程的非线性模型 (4.10) 是一个过阻尼系统。这些不同点是新半物理模型能够很好地与实验观察保持一致而文献中的现有模型表现较差的根本原因。

第五章 调节阀粘滞引起的振荡现象的分析与补偿

在调节阀粘滞引起的振荡现象的分析与补偿方面，现有方法可分为四大类：门环法^[72,97,113]（the knocker method）、恒定增强法^[101]（the constant reinforcement method）、两步法^[114-116]（the two-movement method）和控制器整定法^[83,117]（the controller tuning method），其中，控制器整定法不改变控制回路的组态，在实际中容易实现。然而，现有的控制器整定法有一个严重的缺点：该方法使用描述函数方法对振荡现象进行分析^[80,142]，而调节阀粘滞非线性的描述函数只是一种粗糙的基频谐波近似，因而，该方法在计算振荡幅度与周期时具有很大的误差。结果是，该方法只能就增大还是减小控制器参数给出定性的整定意见^[83,117]，控制器参数的具体值需要通过试错法来确定。除了调节阀粘滞分析与补偿相关文献外，还存在一些使用描述函数方法对迟滞系统进行极限环分析和控制器设计的文献^[143-147]；然而，描述函数方法的上述缺点仍然存在。

本章主要开展两项工作。第一，在时域上建立 PI 控制器参数与过程输出信号的振荡幅度和周期参数之间的解析关系，并将新的时域分析方法与传统的描述函数方法进行比较。数值和实验案例都表明，和描述函数方法相比，时域方法能够更加准确地计算振荡幅度与周期参数。第二，基于时域分析中建立的解析关系，并采用对模型不确定性的鲁棒性作为另外一个约束条件，提出一个新的振荡补偿方法来获得使振荡幅度减小到任意满意值的 PI 控制器参数。与基于描述函数的定性方法不同，新的补偿方法是一种定量方法，因此，控制器参数不需要通过试错法来整定。

本章的内容安排如下：第5.1节描述所研究的问题；第5.2节简要回顾传统的描述函数方法；第5.3节展示新的时域分析方法；第5.4节建立新的振荡补偿方法；第5.5节采用数值和实验案例来验证本章提出的时域分析方法和振荡补偿方法的有效性；第5.6节对时域分析方法和振荡补偿方法进行总结。

5.1 问题描述

考虑如图5.1所示的反馈控制回路，其中，具有粘滞非线性的调节阀 f 作为闭环系统的执行机构操纵着连续时间过程 $G(s)$ 。信号 $r(t)$ 、 $e(t)$ 、 $u(t)$ 、 $m(t)$ 、 $y(t)$ 、 $w(t)$ 和 $y_m(t)$ 分别表示参考值、控制误差、控制器输出、阀门位置、过程输出、过程噪声和测量过程输出。参数 c 是一个实常数，刻画着 $y_m(t)$ 中的静态偏量以保证 $y(t)$ 是一个接近于 0 的信号。过程 $G(s)$ 由一个一阶加延迟模型描述，

$$G(s) = \frac{K_p}{T_p s + 1} e^{-\theta s}. \quad (5.1)$$

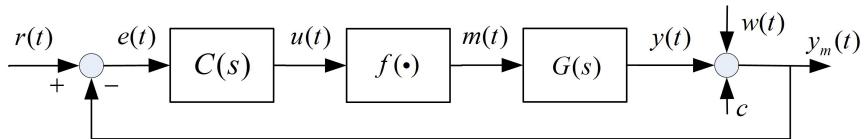


图 5.1 反馈控制回路示意图

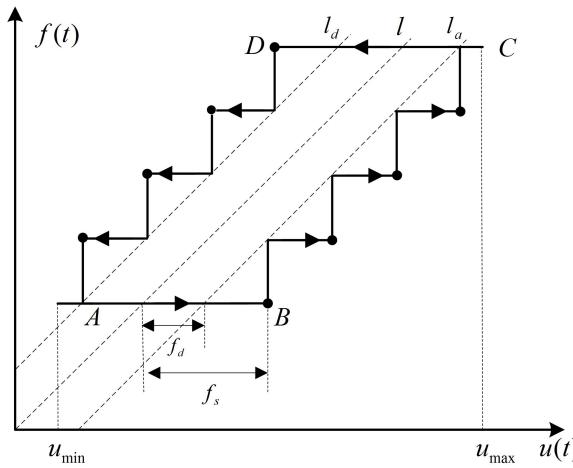
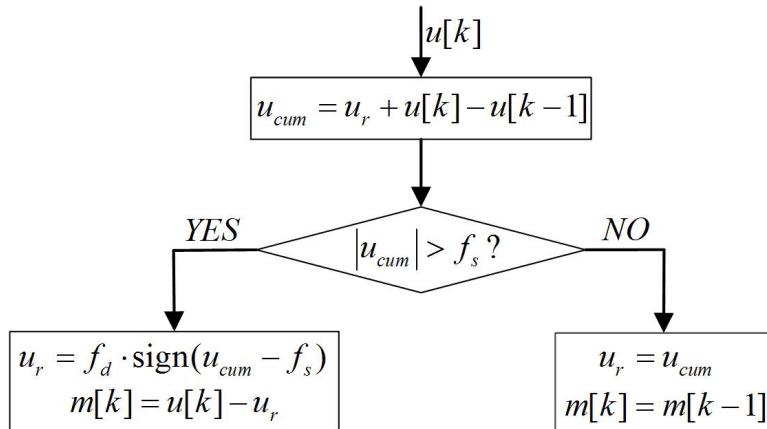


图 5.2 He 粘滞模型的签名特性曲线


 图 5.3 He 粘滞模型的流程图（复制于文献^[91] 中的图 2），其中， $[k]$ 表示离散时间

反馈控制回路采用 PI 控制器进行控制，

$$C(s) = K_c + \frac{K_i}{s}. \quad (5.2)$$

文献^[81] 中包含了多种数据驱动粘滞模型，这里采用广泛使用的 He 粘滞模型^[91] 来描述振荡过程中的粘滞调节阀 f 的行为。对于在 $[u_{\min}, u_{\max}]$ 内振荡的输入 $u(t)$ ，He 粘滞模型的签名特性曲线如图5.2所示。He 粘滞模型的流程图见图5.3，其中离散时间信号 $u[k]$ 与其连续时间描述 $u(t)$ 的关系为 $u[k] = u(kh)$, $k = 0, 1, 2, \dots$, h 是采样时间。图5.3中的两个参数 f_s 和 f_d 分别表示静摩擦带和动摩擦带，变量 u_r 是输入的残余值，而 u_{cum} 是调节阀上累积的力。

本章的工作需要几个假设：

假设 5.1 被控对象和粘滞的调节阀可以分别由式子 (5.1) 中的 $G(s)$ 和图5.3中的 He 粘滞模型来描述。信号 $u(t)$ 、 $m(t)$ 和 $y_m(t)$ 可以测量。 $G(s)$ 的参数 K_p 、 T_p 和 θ , He 粘滞模型的参数 f_s 和 f_d , 与静态偏量 c 事先已知, 并且过程增益 K_p 的符号为正号。

假设 5.2 参考值 $r(t)$ 保持为恒定值 r_0 。在非零初值条件下, 调节阀的粘滞非线性导致控制回路中出现振荡现象, 并且振荡过程中的阀门位置 $m(t)$ 只在两个已知位置 m_1 和 m_2 之间反复运动。

注 5.3 假设5.1是宽松的。首先, 对于一些过程, 从其包含的物理准则发展而来的数学模型就是一个一阶加延迟模型, 例如液体存储过程 (the liquid storage process) 和连续搅拌釜式反应器 (the continuous stirred-tank reactor) 等^[148]。其次, 大部分自调节过程 (self-regulating processes) 的开环阶跃响应都是一个 S 型曲线, 能够由一阶加延迟模型很好地描述^[149]。基于上述原因, 一阶加延迟模型被广泛用于过程控制领域, 许多基于数学模型的 PID 控制器设计方法都使用一阶加延迟模型作为机理过程动态^[150,151]。He 粘滞模型被广泛用于粘滞调节阀建模、诊断、量化与补偿中^{[91][116]}。根据测量值 $u(t)$ 、 $m(t)$ 和 $y_m(t)$, 系统的所有未知参数 (K_p 、 T_p 、 θ 、 c 、 f_s 和 f_d) 都可以通过系统辨识的方法获得^[152]。假设5.2中的现象可以在许多工业过程回路中观察到^[81]。在第5.4节的结尾处还会对这个假设进行进一步的分析。另外, 由于 $m(t)$ 可测量, 也很容易对该假设进行检验。

5.2 描述函数方法回顾

作为分析与补偿调节阀粘滞导致的振荡现象的基准 (benchmark) 方法, 传统的描述函数方法^[142] 可用于和这里提出的时域分析与补偿方法进行比较。因此, 有必要对描述函数方法进行简单的回顾。

由于恒值设定点 r_0 和静态偏量 c 只引入一个坐标变换, 对描述函数方法并无重要影响, 可假设它们均为 0。这样, $m_1 > 0 > m_2$ 。假设 He 粘滞模型的输入 $u(t)$ 是一个正弦信号,

$$u(t) = A \sin(\omega t),$$

其中, $A > \max(m_1, -m_2)$ 。那么, 一个周期内的阀门输出 $m(t)$ 为

$$m(\phi) = \begin{cases} m_2, & 0 < \phi \leq \phi_1, \\ m_1, & \phi_1 < \phi \leq \phi_2, \\ m_2, & \phi_2 < \phi \leq 2\pi, \end{cases}$$

其中, $\phi \triangleq \omega t$, $\phi_1 \triangleq \arcsin(m_1/A)$, $\phi_2 \triangleq \pi - \arcsin(m_2/A)$ 。傅里叶变换基频系数 a_1 和 b_1

为

$$\begin{aligned}
 a_1 &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} y(\phi) \cos(\phi) d\phi \\
 &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\phi_1} m_2 \cos(\phi) d\phi + \frac{1}{\pi} \int_{\phi_1}^{\phi_2} m_1 \cos(\phi) d\phi + \frac{1}{\pi} \int_{\phi_2}^{2\pi} m_2 \cos(\phi) d\phi \\
 &= -\frac{1}{\pi} (m_1 - m_2) [\sin(\phi_1) - \sin(\phi_2)], \\
 b_1 &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} y(\phi) \sin(\phi) d\phi \\
 &= \frac{1}{\pi} (m_1 - m_2) [\cos(\phi_1) - \cos(\phi_2)].
 \end{aligned}$$

值得注意的是，由于 He 粘滞模型并不是关于原点奇对称的，傅里叶级数的常数项 a_0 不为零。然而为了发展 He 粘滞模型的描述函数，这个直流分量通常被忽略。当阀门输出 $m(t)$ 在两个位置 m_1 和 m_2 之间运动时，He 粘滞模型的描述函数为

$$\begin{aligned}
 Y_N(A, \omega) &\triangleq \frac{b_1 + ja_1}{A} \\
 &= \frac{m_1 - m_2}{\pi A} [\cos(\phi_1) - \cos(\phi_2) - j \sin(\phi_1) + j \sin(\phi_2)] \\
 &= \frac{J}{\pi A} (e^{-j\phi_1} - e^{-j\phi_2}).
 \end{aligned}$$

由上式可见，He 粘滞模型的描述函数依赖于正弦输入的幅度 A ，但是独立于输入的角频率 ω ，因此，符号 $Y_N(A, \omega)$ 可缩写为 $Y_N(A)$ 。根据文献^[83] 中的计算，包含一阶加延迟模型 (5.1) 和 PI 控制器 (5.2) 的开环线性子系统的频率响应为

$$\begin{aligned}
 G(j\omega)C(j\omega) &= \frac{K_p K_c}{1 + T_p^2 \omega^2} \left[\left(1 - \frac{T_p}{T_i} \right) \cos(\theta\omega) - \left(T_p \omega + \frac{1}{T_i \omega} \right) \sin(\theta\omega) \right] \\
 &\quad - j \frac{K_p K_c}{1 + T_p^2 \omega^2} \left[\left(T_p \omega - \frac{1}{T_i \omega} \right) \cos(\theta\omega) - \left(1 + \frac{T_p}{T_i} \right) \sin(\theta\omega) \right]
 \end{aligned}$$

其中， $T_i \triangleq K_c/K_i$ 。负反馈回路振荡的条件为

$$G(j\omega)C(j\omega) = -\frac{1}{Y_N(A)}. \quad (5.3)$$

因此， $G(j\omega)C(j\omega)$ 与 $-1/Y_N(A)$ 之间的交点表明振荡的存在性^[142]。为了与后续的第5.3节中的时域分析方法的符号保持一致，振荡的幅度与周期参数分别表示为

$$\tilde{Y} \triangleq Y_N(\tilde{A}, \tilde{\omega}), \quad (5.4a)$$

$$\tilde{T}_1 \triangleq \frac{\tilde{\phi}_2 - \tilde{\phi}_1}{\tilde{\omega}}, \quad (5.4b)$$

$$\tilde{T}_2 \triangleq \frac{2\pi}{\tilde{\omega}} - \tilde{T}_1. \quad (5.4c)$$

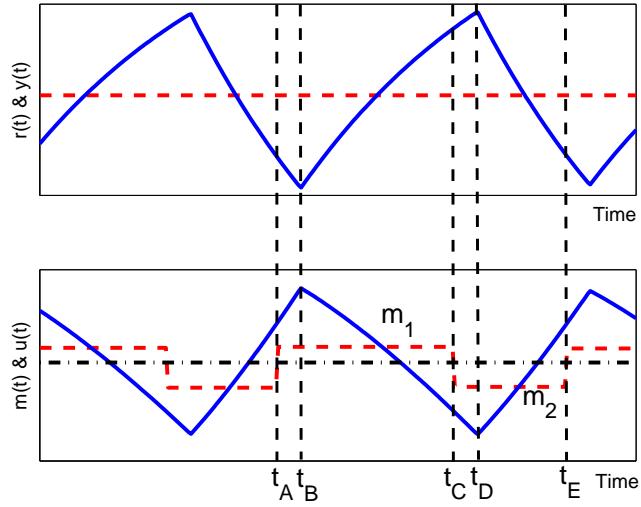


图 5.4 反馈控制回路中的振荡信号描述：过程输出 $y(t)$ （上子图、实线）、参考值 $r(t)$ （上子图、虚线）、控制器输出 $u(t)$ （下子图、实线）、阀门位置 $m(t)$ （下子图、虚线）和阀门位置稳态值 m_{ss} （下子图、点虚线）

5.3 振荡现象的时域分析方法

本节在时域上对调节阀粘滞导致的振荡现象进行分析。

5.3.1 主要思路

如果调节阀没有粘滞，那么，在恒定设定点 r_0 下，阀门位置 $m(t)$ 可以达到它的稳态值 m_{ss} ，

$$m_{ss} \triangleq \frac{r_0 - c}{K_p}. \quad (5.5)$$

然而，当粘滞存在时， $m(t)$ 无法达到 m_{ss} ；相反， $m(t)$ 会围绕着 m_{ss} 周期性地跳变，导致回路出现振荡。由于静态偏量 c 总伴随着 r_0 出现，可定义

$$r_{ss} \triangleq r_0 - c$$

为控制回路的静态偏量为 0 时的标称参考值，并在后续计算中采用 $y(t)$ 来取代 $y_m(t)$ 。

当出现振荡时，反馈控制回路中的信号如图5.4所示。在一个周期 $[t_A, t_E]$ 内，阀门在时刻 t_A 从下位置 m_2 跳跃到上位置 m_1 ，并保持在 m_1 直到时刻 t_C 再次跳回 m_2 。在时刻 t_E ， $m(t)$ 再次向上跳跃。定义两个时刻和两个时间区间

$$\begin{aligned} t_B &\triangleq t_A + \theta, \quad t_D \triangleq t_C + \theta \\ T_1 &\triangleq t_C - t_A, \quad T_2 \triangleq t_E - t_C, \end{aligned}$$

其中的 θ 是一阶加延迟模型 (5.1) 的延迟参数。振荡的出现暗含着条件 $T_1 > \theta$ 和 $T_2 > \theta$ 。由图5.4可看出，阀门位置 $m(t)$ 可能不是关于定义在式子 (5.5) 中的稳态值 m_{ss} 对称的。

当阀门动作时, 即在时刻 t_A 和 t_C , $u(t)$ 和 $m(t)$ 的关系为

$$m(t) = u(t) \pm f_d, \quad (5.6)$$

其中, 当 $u(t)$ 减小 (增加) 时适用加号 (减号)。

振荡分析的关键任务是计算参数 T_1 和 T_2 , 从后文可看出这两个参数完全刻画了振荡现象。针对这个任务, 时域分析方法的主要思路如下。在振荡中, 一阶加延迟模型 (5.1) 经历着阶跃响应, 因此, 可获得 $y(t)$ 和 $u(t)$ 的时域表达式。根据阀门运动的特征 (5.6), $y(t)$ 和 $u(t)$ 在特定时刻 t_A 、 t_B 、 t_C 、 t_D 和 t_E 必须满足特定的条件才能产生振荡。这些条件建立了控制器参数与过程输出的振荡幅度和周期参数之间的解析关系。

5.3.2 对过程输出 $y(t)$ 的分析

本节通过分析一阶加延迟模型 (5.1) 的阶跃响应来展示过程输出 $y(t)$ 在一个振荡周期内的变化^[148,153]。解耦 $G(s)$ 为一个一阶线性模型 $G_0(s) = K_p/(T_p s + 1)$ 跟随着一个延迟环节 $e^{-\theta s}$ 。由于 $T_1 > \theta$ 且 $m(t) = m_2$, $t \in [t_A - T_2, t_A]$, $G(s)$ 的子系统 $G_0(s)$ 在时间区间 $[t_A, t_B]$ 内仍然以 m_2 为输入。这样, 过程输出 $y(t)$, 也等于 $G_0(s)$ 的输出, 在区间 $[t_A, t_B]$ 上是一个以 $y(t_A)$ 为初始状态、以 m_2 为输入的一阶系统 $G_0(s)$ 的阶跃响应^[153], 即,

$$y(t) = K_p m_2 + [y(t_A) - K_p m_2] e^{-(t-t_A)/T_p}, \quad t \in [t_A, t_B]. \quad (5.7)$$

因此, 在 $t_B = t_A + \theta$ 时, $y(t)$ 是

$$y(t_B) = K_p m_2 + [y(t_A) - K_p m_2] e^{-\theta/T_p}. \quad (5.8)$$

由于 $G_0(s)$ 的输入在时刻 t_B 由下位置 m_2 变化到上位置 m_1 , $y(t)$ 在时刻 t_B 取最小值, 即 $y_{\min} = y(t_B)$ 。类似地, $y_{\max} = y(t_D)$ 。重写式子 (5.8) 使 $y(t_B)$ 变成独立变量,

$$y(t_A) = K_p m_2 + [y(t_B) - K_p m_2] e^{\theta/T_p}. \quad (5.9)$$

相似地, 子系统 $G_0(s)$ 在时间区间 $[t_B, t_C]$ 内的输入为 m_1 , 那么,

$$y(t_C) = K_p m_1 + [y(t_B) - K_p m_1] e^{-(T_1-\theta)/T_p}. \quad (5.10)$$

进一步, 有

$$y(t_D) = K_p m_1 + [y(t_C) - K_p m_1] e^{-\theta/T_p}, \quad (5.11)$$

$$y(t_E) = K_p m_2 + [y(t_D) - K_p m_2] e^{-(T_2-\theta)/T_p}. \quad (5.12)$$

振荡的存在性要求过程输出满足 $y(t_A) = y(t_E)$ 。这个条件, 与式子 (5.9) 和 (5.12) 一起, 得到

$$[y(t_B) - K_p m_2] e^{\theta/T_p} = [y(t_D) - K_p m_2] e^{-(T_2-\theta)/T_p}. \quad (5.13)$$

将式子 (5.10) 和 (5.11) 带入 (5.13) 以消除 $y(t_D)$, 可得到

$$y(t_B) = K_p \frac{m_2 + Je^{-T_2/T_p} - m_1 e^{-(T_1+T_2)/T_p}}{1 - e^{-(T_1+T_2)/T_p}}, \quad (5.14)$$

其中, $J \triangleq m_1 - m_2 = f_s - f_d$ 是阀门运动时的跳跃幅度。由于 $y(t)$ 的最小值(最大值)在时刻 t_B (t_D) 达到, $y(t)$ 的振荡幅度可定义为

$$\begin{aligned} Y(T_1, T_2) &\triangleq y_{\max} - y_{\min} \\ &= y(t_D) - y(t_B) \\ &= K_p m_1 + [y(t_B) - K_p m_1] e^{-T_1/T_p} - y(t_B) \\ &= [K_p m_1 - y(t_B)] \left(1 - e^{-T_1/T_p}\right). \end{aligned}$$

再利用式子 (5.14) 中的 $y(t_B)$, 可以重新书写 $Y(T_1, T_2)$ 为

$$Y(T_1, T_2) = K_p J \frac{\left(1 - e^{-T_1/T_p}\right) \left(1 - e^{-T_2/T_p}\right)}{1 - e^{-(T_1+T_2)/T_p}}. \quad (5.15)$$

上式表明, 振幅幅度 $Y(T_1, T_2)$ 完全由参数 K_p 、 T_p 、 J 、 T_1 和 T_2 决定。

5.3.3 对控制器输出 $u(t)$ 的分析

由于式子 (5.15) 中的 $Y(T_1, T_2)$ 包含了两个周期参数 T_1 和 T_2 , 本节通过分析控制器输出 $u(t)$ 的特征来建立两个关于 T_1 和 T_2 的等式。根据公式 (5.6), $u(t)$ 和 $m(t)$ 在时刻 t_A 和 t_C 的关系为

$$u(t_A) = m_1 + f_d, \quad (5.16)$$

$$u(t_C) = m_2 - f_d. \quad (5.17)$$

由于 PI 控制器 (5.2) 中的积分器在任意时刻 t_X 的贡献为

$$K_i \int_{-\infty}^{t_X} e(\tau) d\tau = u(t_X) - K_c e(t_X),$$

而控制误差为

$$e(t) = r_{ss} - y(t),$$

因此, 在 $t \in [t_A, t_B]$ 时, 控制器输出 $u(t)$ 是^[150]

$$\begin{aligned} u(t) &= K_c e(t) + u(t_A) - K_c e(t_A) + K_i \int_{t_A}^t e(\tau) d\tau \\ &= u(t_A) + K_c [y(t_A) - y(t)] + K_i r_{ss}(t - t_A) - K_i \int_{t_A}^t y(\tau) d\tau. \end{aligned} \quad (5.18)$$

将式子 (5.7) 代入 (5.18) 并计算积分项, 得到

$$u(t) = u(t_A) + (K_c - K_i T_p) [y(t_A) - y(t)] + K_i (r_{ss} - K_p m_2)(t - t_A).$$

因此，在时刻 t_B , $u(t)$ 是

$$u(t_B) = u(t_A) + (K_c - K_i T_p) [y(t_A) - y(t_B)] + K_i (r_{ss} - K_p m_2) \theta. \quad (5.19)$$

相似地，在时刻 t_C 、 t_D 和 t_E , $u(t)$ 分别是

$$u(t_C) = u(t_B) + (K_c - K_i T_p) [y(t_B) - y(t_C)] + K_i (r_{ss} - K_p m_1) (T_1 - \theta), \quad (5.20)$$

$$u(t_D) = u(t_C) + (K_c - K_i T_p) [y(t_C) - y(t_D)] + K_i (r_{ss} - K_p m_1) \theta, \quad (5.21)$$

$$u(t_E) = u(t_D) + (K_c - K_i T_p) [y(t_D) - y(t_E)] + K_i (r_{ss} - K_p m_2) (T_2 - \theta). \quad (5.22)$$

为了形成振荡，需要满足 $u(t_A) = u(t_E)$ 和 $y(t_A) = y(t_E)$ 。根据

$$m_{ss} = \frac{r_{ss}}{K_p},$$

公式 (5.19) – (5.22) 的两边分别求和可得到关于 T_1 和 T_2 的第一个等式

$$H_1(T_1, T_2) \triangleq m_1 T_1 + m_2 T_2 - m_{ss} (T_1 + T_2) = 0, \quad (5.23)$$

这表明阀门位置的稳态值 m_{ss} 是真实值 m_1 和 m_2 的时间平均。

振荡的存在性也暗示了式子 (5.17) 中的 $u(t_C)$ 等于式子 (5.20) 的右手端，即

$$m_2 - f_d = u(t_A) + (K_c - K_i T_p) [y(t_A) - y(t_C)] + K_i r_{ss} T_1 - K_i K_p [m_2 \theta + m_1 (T_1 - \theta)], \quad (5.24)$$

其中，式子 (5.20) 中的 $u(t_B)$ 由 (5.19) 表示。将式子 (5.9) 和 (5.10) 中的 $y(t_A)$ 和 $y(t_C)$ 分别代入 (5.24)，并使用式子 (5.14)、(5.16) 和 $J = m_1 - m_2$ ，最终给出关于 T_1 和 T_2 的第二个等式，

$$\begin{aligned} H_2(T_1, T_2) &\triangleq f_s + f_d - K_i K_p (m_1 T_1 - \theta J) + K_i r_{ss} T_1 \\ &+ (K_c - K_i T_p) K_p J \left[\frac{e^{\frac{\theta}{T_p}}}{1 - e^{-\frac{T_1+T_2}{T_p}}} \left(e^{-\frac{T_1}{T_p}} + e^{-\frac{T_2}{T_p}} - 2e^{-\frac{T_1+T_2}{T_p}} \right) - 1 \right] \\ &= 0. \end{aligned} \quad (5.25)$$

5.3.4 求解振荡的时间参数 T_1 和 T_2

已知 He 粘滞模型参数 f_s 、 f_d 、 m_1 和 m_2 ，过程模型参数 K_p 、 T_p 和 θ ，控制器参数 K_c 和 K_i ，参考值 r_0 ，和静态偏差 c ，公式 (5.23) 和 (5.25) 给出了关于 T_1 和 T_2 的两个等式。由于这两个等式是非线性的，可采用 Newton-Raphson 方法^[154] 来求解。定义

$$\Phi \triangleq [T_1, T_2]^T,$$

$$H(\Phi) \triangleq [H_1(\Phi), H_2(\Phi)]^T.$$

这样，问题可以描述为

$$H(\Phi) = [0, 0]^T.$$

可通过迭代公式得到方程的解,

$$\Phi^{i+1} = \Phi^i - J_a^{-1}(\Phi^i)H(\Phi^i), \quad (5.26)$$

其中的 $J_a(\Phi)$ 是 $H(\Phi)$ 的雅克比矩阵, 即

$$J_a(\Phi) \triangleq \begin{bmatrix} \frac{\partial H_1}{\partial T_1} & \frac{\partial H_1}{\partial T_2} \\ \frac{\partial H_2}{\partial T_1} & \frac{\partial H_2}{\partial T_2} \end{bmatrix},$$

该矩阵可通过式子 (5.23) 和 (5.25) 计算出。值得注意的是, 由于振荡幅度 Y 与振荡周期参数 T_1 和 T_2 的关系式为 (5.15), 解 $\Phi^* = [T_1^*, T_2^*]^T$ 完整刻画了振荡现象。

5.4 振荡补偿方法

本节提出的振荡补偿方法的目标是仅通过调整 PI 控制器参数来减小式子 (5.15) 中的 $y(t)$ 的振荡幅度 $Y(T_1, T_2)$ 到任意满意值 Y_d 。除了等式条件 (5.23) 和 (5.25), 振荡还需要满足其他的一些不等式条件。本节给出这些不等式条件并提出振荡补偿方法。

假设5.2说在振荡时, 阀门在两个位置 m_1 和 m_2 之间往复运动。这要求 $u(t) \in (m_2 - J, m_1 + J)$, $t \in [t_A, t_E]$ 。注意到 $y(t)$ 分别在时刻 t_B 和 t_D 取得最小值和最大值, 而由于 PI 控制器中的积分项的存在, $u(t)$ 的最大值不在时刻 t_B , 而在时间区间 $[t_B, t_D]$ 内出现。在时间区间 $[t_B, t_D]$ 内, 控制器输出 $u(t)$ 可表示为

$$u(t) = u(t_B) + (K_c - K_i T_p) [y(t_B) - y(t)] + K_i (r_{ss} - K_p m_1) (t - t_B).$$

因此, $u(t)$ 对 t 的导数为

$$\dot{u}(t) = -(K_c - K_i T_p) \dot{y}(t) + K_i (r_{ss} - K_p m_1). \quad (5.27)$$

注意, 在时间区间 $[t_B, t_D]$ 内,

$$y(t) = K_p m_1 + [y(t_B) - K_p m_1] e^{-(t-t_B)/T_p}.$$

将 $y(t)$ 的导数代入 (5.27), 并让 $\dot{u}(t_1) = 0$, 得到

$$t_1 = t_B + T_p \ln \frac{(K_c - K_i T_p) [y(t_B) - K_p m_1]}{K_i T_p (K_p m_1 - r_{ss})} \in [t_B, t_D], \quad (5.28)$$

其中的 t_1 对应于 $u(t)$ 达到最大值的时刻。相应地, 在时刻 t_1 , $y(t)$ 变成

$$y(t_1) = \frac{K_c K_p m_1 - K_i T_p r_{ss}}{K_c - K_i T_p}.$$

因此, $u(t)$ 的上阈值限制为

$$\begin{aligned} u(t_1) &= u(t_B) + (K_c - K_i T_p) y(t_B) - K_c K_p m_1 + K_i T_p r_{ss} \\ &\quad + K_i T_p (r_{ss} - K_p m_1) \ln \frac{(K_c - K_i T_p) [y(t_B) - K_p m_1]}{K_i T_p (K_p m_1 - r_{ss})} \end{aligned}$$

$$< m_1 + J. \quad (5.29)$$

在式子 (5.28) 中, 显然要求 $y(t_B) - K_p m_1 < 0$ 和 $K_p m_1 - r_{ss} > 0$; 因此, 自然对数的定义要求

$$K_c - K_i T_p < 0, \quad (5.30)$$

这是有效的, 因为 PI 控制器设计通常要求积分时间常数 $T_i \triangleq K_c/K_i$ 比过程时间常数 T_p 小^[150]。通过相似的计算, 可得 $u(t)$ 的下阈值为

$$\begin{aligned} u(t_2) = u(t_D) &+ (K_c - K_i T_p)y(t_D) - K_c K_p m_2 + K_i T_p r_{ss} \\ &+ K_i T_p(r_{ss} - K_p m_2) \ln \frac{(K_c - K_i T_p)[y(t_D) - K_p m_2]}{K_i T_p(K_p m_2 - r_{ss})} \\ &> m_2 - J, \end{aligned} \quad (5.31)$$

其中, 时刻 t_2 定义为

$$t_2 = t_D + T_p \ln \frac{(K_c - K_i T_p)[y(t_D) - K_p m_2]}{K_i T_p(K_p m_2 - r_{ss})} \in [t_D, t_E + \theta].$$

公式 (5.25) 给出了控制器参数 (K_c, K_i) 的一个等式条件。在整定控制器参数时仍然还有一个自由度, 有几个重要的准则都可以用来给出另外一个限制条件来唯一确定控制器参数, 例如, 负载扰动拒绝、测量噪声抑制和对模型不确定性的鲁棒性等。这里, 选择对模型不确定性的鲁棒性作为另外一个条件来唯一确定控制器参数。没有阀门非线性的理想反馈控制回路的鲁棒性通常由控制回路敏感性函数的最大值来表示^[150],

$$M_s \triangleq \max_{\omega} \left| \frac{1}{1 + G(j\omega)C(j\omega)} \right|.$$

由于 M_s 的可接受范围为 $[1.2, 1.6]$, 选择使得鲁棒性指标最靠近 $M_s = 1.4$ 并且满足不等式条件 (5.29)、(5.30) 和 (5.31) 的控制器参数作为最优选择。

作为总结, 振荡补偿方法寻找振荡幅度 $Y(T_1, T_2)$ 等于其理想值 Y_d , 并满足下列条件的控制器参数 (K_c, K_i) :

等式: (5.15), (5.23), (5.25),

不等式: (5.29), (5.30), (5.31), $K_c > 0$, $K_i > 0$, $M_s \approx 1.4$.

振荡补偿方法要从 $\{u[k], m[k], y_m[k]\}_{k=1}^N$ 中估计系统的参数, 包括过程模型参数 K_p 、 T_p 和 θ , 静态偏量 c , He 粘滞模型参数 f_s 和 f_d , 与两个阀门位置 m_1 和 m_2 。文献中有许多关于 He 粘滞模型和过程模型辨识的方法。这里, 过程模型参数 K_p 、 T_p 和 θ 与静态偏量 c 一起, 通过两步法得到辨识: 首先, 辨识一个 ARX 模型, 然后, 再进行模型降阶得到一阶加延迟模型^[8, 122, 152]。众所周知的是, 一个定义为

$$y_m[k] = - \sum_{i=1}^{n_a} a_i y_m[k-i] + \sum_{j=1}^{n_b} b_j m[k-j-n_k] + c_d + n[k],$$

的高阶 ARX 模型能够近似任意的线性动态系统，即便测量噪声是强有色噪声^[122]。已知结构参数 (n_a, n_b, n_k) ，ARX 模型的参数向量 $\gamma \triangleq [a_1, \dots, a_{n_a}, b_1, \dots, b_{n_b}, c_d]^T$ 可通过最小二乘方法进行估计，

$$\hat{\gamma}(n_a, n_b, n_k) = (\Phi^T \Phi)^{-1} (\Phi^T Y_m),$$

其中， $\Phi \triangleq [\phi^T[1], \dots, \phi^T[N]]^T$ ， $\phi[k] \triangleq [-y_m[k-1], \dots, -y_m[k-n_a], m[k-1-n_k], \dots, m[k-n_b-n_k], 1]^T$ ， $Y_m \triangleq [y_m[1], \dots, y_m[N]]^T$ 。然后，一阶加延迟模型 $G(s)$ 可通过对 ARX 模型的阶跃响应施加预测误差方法^[152] 来估计。相似地，He 粘滞模型的参数 f_s 和 f_d 通过下式估计

$$(\hat{f}_s, \hat{f}_d) = \arg \min_{f_s, f_d} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [m[k] - f(u[k]; f_s, f_d)]^2. \quad (5.32)$$

在时刻 $t_N = Nh$ 获得足够的测量值 $\{u[k], m[k], y_m[k]\}_{k=1}^N$ 后，以 $Y(T_1, T_2) = Y_d$ 为目标的振荡补偿方法的步骤描述如下：

步骤 A 根据前面描述的辨识方法以离线形式从测量值 $\{u[k], m[k], y_m[k]\}_{k=1}^N$ 中辨识过程模型参数 K_p 、 T_p 和 θ ，静态偏量 c ，He 粘滞模型参数 f_s 和 f_d ，与两个阀门位置 m_1 和 m_2 。

步骤 B 设计振荡补偿控制器以达到 $Y(T_1, T_2) = Y_d$ ：

步骤 1 根据阀门位置的测量值 $m[k]$ 检查假设 5.2 是否满足。如果 $m[k]$ 只在两个位置间运动，则进行下一步；否则，终止算法。

步骤 2 根据目标 $Y(T_1, T_2) = Y_d$ ，对式子 (5.15) 和 (5.23) 使用 Newton-Raphson 方法计算周期参数 T_1 和 T_2 的期望值。

步骤 3 形成控制器参数 (K_c, K_i) 必须满足的曲线 (5.25)，并通过不等式条件 (5.29)、(5.30) 和 (5.31) 确定 (K_c, K_i) 的可行域。

步骤 4 在可行域中选择鲁棒指标 M_s 最靠近 1.4 的控制器参数 (K_c, K_i) 作为最优选择。

步骤 C 手动改变控制器参数 (K_c, K_i) ，并将新的控制器投入运行。

与振荡补偿方法相关的一个问题是控制器设计能达到的最小振荡幅度 Y_{dm} 是多少。这个问题的数学描述为

$$Y_{dm} = \arg \min_{K_c, K_i} Y(T_1, T_2) \quad (5.33)$$

$$\text{s.t. (5.15), (5.23), (5.25),}$$

$$(5.29), (5.30), (5.31), K_c > 0, K_i > 0.$$

Y_{dm} 的值对应着逐渐减小 Y 直到控制器参数 (K_c, K_i) 的可行域消失这种情况。

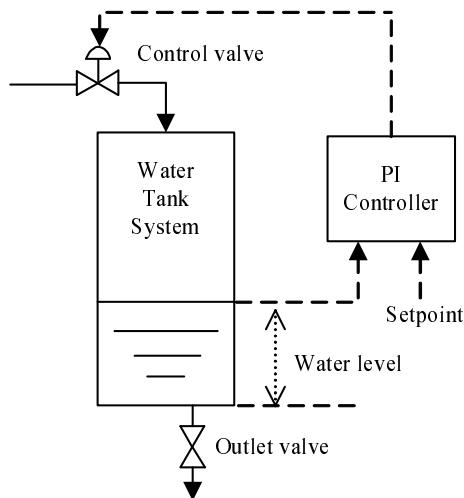


图 5.5 对水箱液位的反馈控制回路示意图

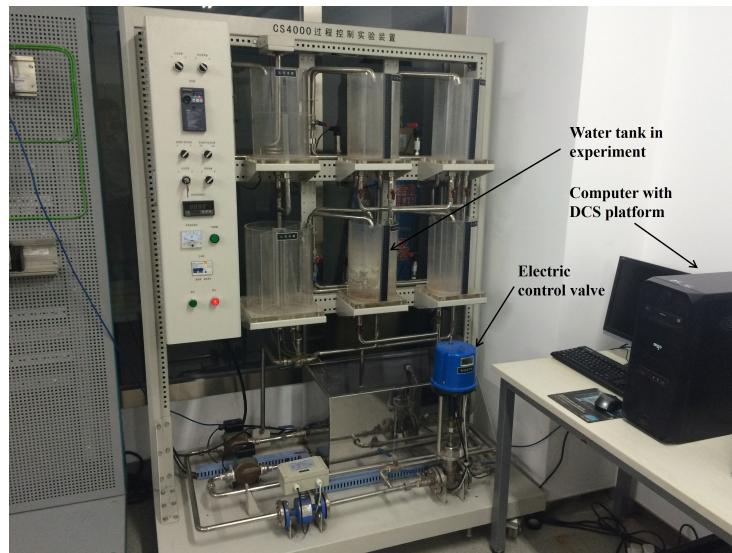


图 5.6 实验案例中的实验设备快照

另一个值得关注的问题是阀门在两个位置间来回运动这一现象是否很常见。这个问题很难直接回答；然而，可通过以下方式来间接回答。对于不同的振荡幅度 Y ，控制器参数 (K_c, K_i) 的可行域可通过上述补偿方法的步骤 3 来计算。如果可行域比较大，那么，阀门在两个位置间运动这一说法就是宽松的。这一方法为第 5.5 节中的例 2 所采用。

5.5 实验案例

本节提供实验案例来验证本章提出的时域分析方法和振荡补偿方法的有效性。

实验装置的示意图如图 5.5 所示，实验场景的快照如图 5.6 所示。实验中，图 5.1 中的被控对象 $G(s)$ 是一个水箱系统（具体地，被控对象是图 5.6 中的下排中间的水箱），其

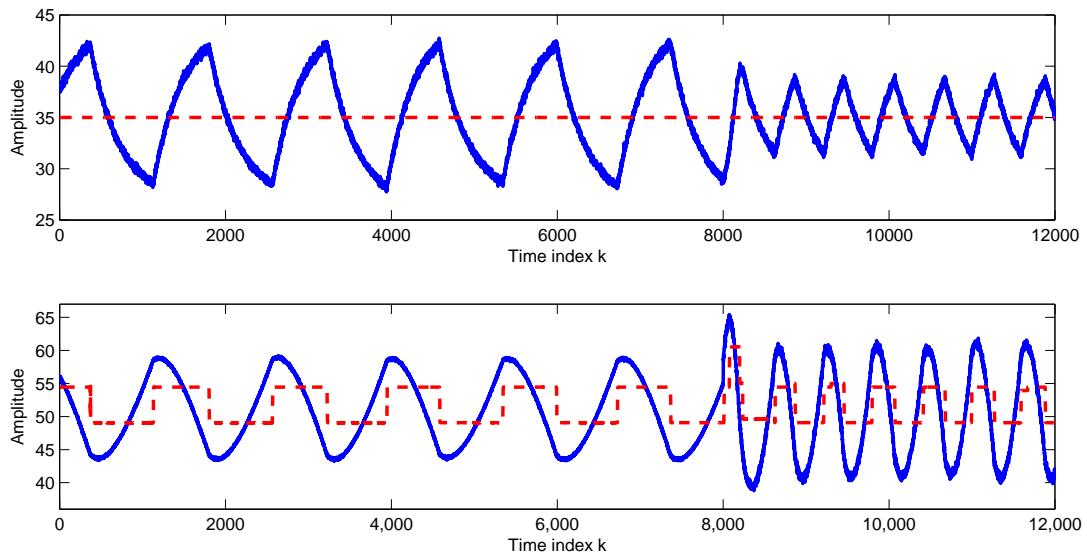


图 5.7 测量的所有信号: 测量的过程输出 $y_m[k]$ (上子图、实线)、参考值 $r[k]$ (上子图、虚线)、控制器输出 $u[k]$ (下子图、实线) 和阀门位置 $m[k]$ (下子图、虚线)

横截面约为 320 cm^2 。图5.5中水箱系统的水位由一个进水阀和一个出水阀操纵。进水阀是一个带有智能阀门定位器的电动调节阀, 其阀门定位器可测量阀门位置。在拧紧调节阀杆密封螺母后, 调节阀变得粘滞。出水阀是一个手动阀, 在整个实验中开度保持不变。水箱系统的水位通过传感器测量。水位和阀门位置的测量值以采样时间 $h = 0.5 \text{ sec}$ 传输到西门子 PCS7 分布式控制系统平台。图5.1 中的 PI 控制器 $C(s)$ 在分布式控制系统平台上实现, 并驱动电动调节阀来改变水箱系统的水位。因此, 形成了图5.1中的反馈控制回路, 其中, $y_m(t)$ 、 $m(t)$ 、 $u(t)$ 和 $r(t)$ 分别表示水箱系统的液位、阀门位置、控制器输出和设定点。

例 1 本例的目标是对比第5.3节的时域分析方法与第5.2节的描述函数分析方法在振荡分析中的表现。参考值 $r(t)$ 为一个固定值, $r_0 = 35$ 。使用的 PI 控制器为

$$C(s) = 0.5\left(1 + \frac{1}{50s}\right).$$

如图5.7所示, 离散时间信号 $u[k]$ 、 $m[k]$ 和 $y_m[k]$ 由于调节阀粘滞的存在而振荡。

基于振荡数据段 $\{u[k], m[k], y_m[k]\}_{k=1}^{6000}$, 分别辨识过程模型和 He 粘滞模型。第一, 过程模型 $G(s)$ 和静态偏量 c 通过第5.4节描述的辨识方法得到,

$$\hat{G}(s) = \frac{3.1765}{168.1329s + 1} e^{-3.1985s}, \hat{c} = -126.9125.$$

一阶加延迟模型的仿真过程输出 $\hat{y}_m[k]$ 如图5.8所示。过程输出的真实值 $y_m[k]$ 与仿真值 $\hat{y}_m[k]$ 之间的拟合度为 93.4154%, 其中, 拟合度定义为

$$F_G = \left(1 - \frac{\|\hat{y}_m[k] - y_m[k]\|}{\|y_m[k] - E\{y_m[k]\}\|}\right) \times 100\%,$$

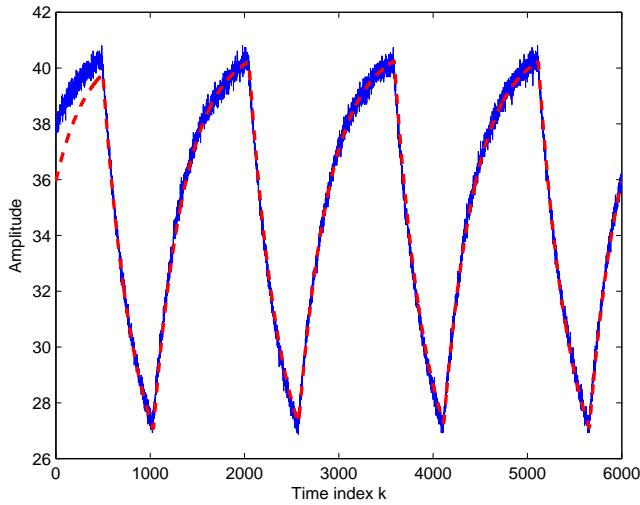


图 5.8 过程模型辨识：测量的过程输出 $y_m[k]$ （实线）和从一阶加延迟模型得到的过程输出仿真值 $\hat{y}_m[k]$ （虚线）

这里， $E\{\cdot\}$ 和 $\|\cdot\|$ 分别表示对操作数取均值和二范数。 $y_m[k]$ 和 $\hat{y}_m[k]$ 的高度相似性表明 $\hat{G}(s)$ 能够很好地描述过程动态。第二，通过式子 (5.32) 对 He 粘滞模型参数 f_s 和 f_d 进行估计，无噪声的阀门位置 m_1 和 m_2 也可通过 He 粘滞模型的仿真输出 $\hat{m}[k]$ 获得。结果为

$$\hat{f}_s = 9.8409, \hat{f}_d = 4.4591, \hat{m}_1 = 52.8342, \hat{m}_2 = 47.4524.$$

阀门位置的估计值 $\hat{m}[k]$ 和测量值 $m[k]$ 之间的拟合度为 87.4762%，其中的拟合度定义为

$$F_H = \left(1 - \frac{\|\hat{m}[k] - m[k]\|}{\|m[k] - E\{m[k]\}\|} \right) \times 100\%.$$

图5.9的阀门位置估计值 $\hat{m}[k]$ 证明估计的 He 粘滞模型的质量很好。

根据图5.7中的振荡信号，通过检查 $\hat{m}[k]$ 的跳跃时间和 $\hat{y}[k]$ 的极值确定振荡周期和幅度参数的真实值为 $T_1 = 501.5$ sec, $T_2 = 270.0$ sec 和 $Y = 13.1239$ 。两个阀门位置等于 He 粘滞模型辨识的估计值， $m_1 = 52.8342$ 和 $m_2 = 47.4524$ 。采用一台配置了 Intel Core i5 – 2450 CPU (2.5G Hz) 和 8 GB 内存的个人电脑运行以式子 (5.26) 表示的 Newton-Raphson 方法来计算振荡的周期参数，对式子 (5.26) 的 8 次迭代总共消耗了 0.3679 sec。因此，计算时间代价是微不足道的。数值结果为 $\check{T}_1 = 512.2937$ sec 和 $\check{T}_2 = 271.0557$ sec；式子 (5.15) 中的振荡幅度计算为 $\check{Y} = 13.1601$ 。振荡周期参数的仿真结果与数值解的轻微差别主要来源于过程模型和 He 粘滞模型的建模误差。这些结果证明了所提出的时域分析方法的有效性。

作为对比，再用第5.2节的以式子 (5.3) 表述的描述函数方法来计算振荡幅度与周期参数。He 粘滞模型的描述函数的负倒数 $-1/Y_N(A)$ 与开环频率响应 $G(j\omega)C(j\omega)$ 的局部放大轨迹如图5.10所示。两个轨迹的交点表明存在一个振荡，对应的参数为 $\tilde{A} = 6.8567$

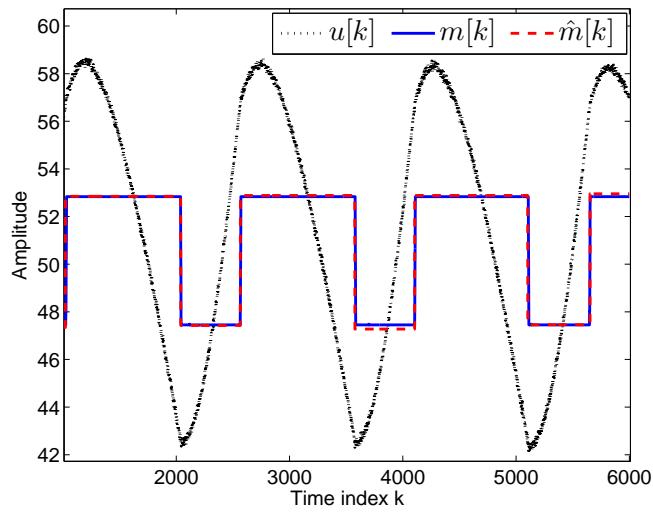


图 5.9 He 粘滞模型辨识：控制器输出 $u[k]$ 、测量的阀门位置 $m[k]$ 和从 He 粘滞模型得到的阀门位置估计值 $\hat{m}[k]$

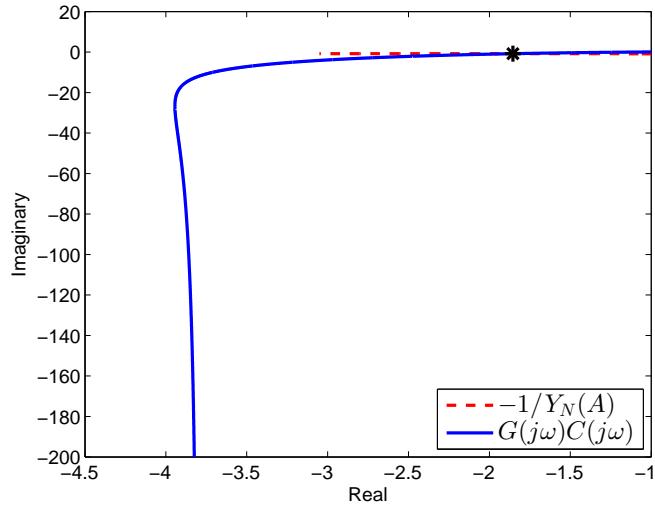


图 5.10 He 粘滞模型的描述函数的负倒数 $-1/Y_N(A)$ 与包含一阶加延迟模型和 PI 控制器的开环系统的频率响应 $G(j\omega)C(j\omega)$ 的轨迹

和 $\tilde{\omega} = 0.0092$ 。因此，根据式子 (5.4)，振荡周期参数估计为 $\tilde{T}_1 = 369.0083$ sec 和 $\tilde{T}_2 = 311.8006$ sec，振荡幅度为 $\tilde{Y} = 13.0407$ 。时域分析方法和描述函数方法的参数估计的对比如表5.1所示。时域分析方法的误差远小于描述函数方法的误差，特别是对于周期参数 T_1 和 T_2 的估计。这个比较证明了在分析振荡方面，本章提出的时域分析方法的性能远胜于传统的描述函数方法。

例 2 本例的目标是验证所提出的振荡补偿方法的性能。第一，解答下阀门位置 $m(t)$ 在两个位置间来回运动这个假设是否严格的问题。在振荡幅度 Y 变化时，控制器参数 (K_c, T_i) 的可行域如图5.11所示。可行域的范围比较大，特别是当控制器参数 K_c 位于其最常用

表 5.1 时域分析方法和描述函数方法的比较, 其中, 误差定义为 (估计值 - 真实值)/真实值 $\times 100\%$.

参数	T_1	T_2	Y
实验测量值	501.5	270.0	13.1239
时域分析方法	512.2937	271.0557	13.1601
时域分析方法误差 (%)	2.1513	0.3910	0.2758
描述函数方法	369.0083	311.8006	13.0407
描述函数方法误差 (%)	-26.4191	15.4817	-0.6340

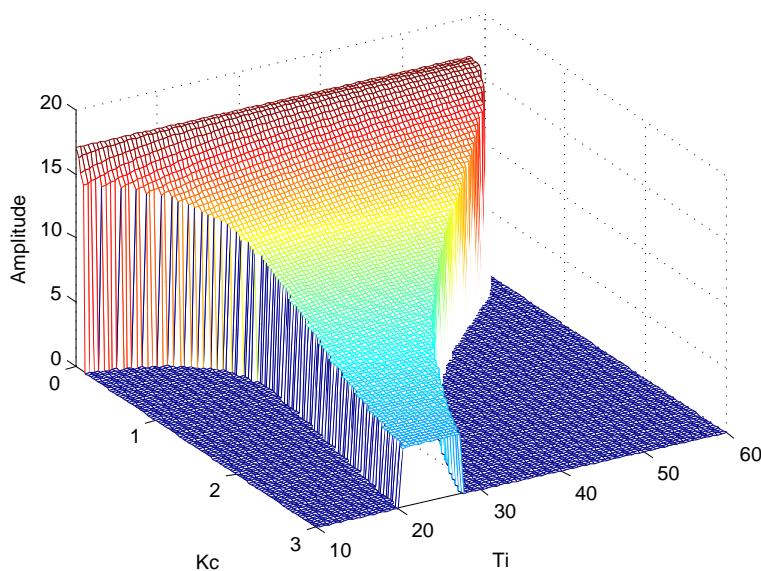


图 5.11 控制器参数 (K_c, T_i) 的可行域与振荡幅度 Y_d 之间的关系, 其中, $T_i = K_i/K_c$

的区间 $[0.2, 1.5]$ 内时^[150]。因此, $m(t)$ 在两个位置间变化这一假设对控制器设计来说不是一个严重的问题。

第二, 根据第5.4节的讨论, 定义于式子 (5.33) 的最小振荡幅度 Y_{dm} 的计算结果为 $Y_{dm} = 4.4720$, 对应的振荡周期参数为 $T_{1m} = 130.4568 \text{ sec}$ 和 $T_{2m} = 69.0250 \text{ sec}$ 。

第三, 补偿的目标是通过整定控制器使得振荡幅度减小一半, 即 $Y_d = Y/2 = 6.5620$ 。使用例 1 中所辨识的参数, 周期参数 T_1 和 T_2 的期望值可通过使用 Newton-Raphson 方法求解 (5.15) 和 (5.23) 得到, 为 $\bar{T}_1 = 197.6899 \text{ sec}$ 和 $\bar{T}_2 = 104.5981 \text{ sec}$ 。然后, 控制器参数 (K_c, K_i) 由式子 (5.25) 决定, 并要求满足不等式条件 (5.29)、(5.30) 和 (5.31)。最后的 (K_c, K_i) 的可行域如图 5.12 所示。而可行域内的鲁棒性指标 M_s 如图 5.13 所示。这表明, 考虑了鲁棒性因素的最优参数为 $\bar{K}_c = 1.7210$ 和 $\bar{K}_i = 0.0738$ (在图 5.12 中以“*”号标记), 对应的鲁棒性为 $\bar{M}_s = 1.3363$ 最接近 1.4000。

第四, 在时刻 $t = 4000 \text{ sec}$ 施加补偿。补偿后的系统信号如图 5.7 所示, 从中我们可以读出, 补偿后的振荡幅度与周期分别为 6.6430 和 314.5 sec, 这与幅度与周期的期望值 $Y_d = 6.5620$ 和 $\bar{T}_1 + \bar{T}_2 = 302.2880 \text{ sec}$ 非常接近。值得注意的是, 在施加补偿后, 阀门的真

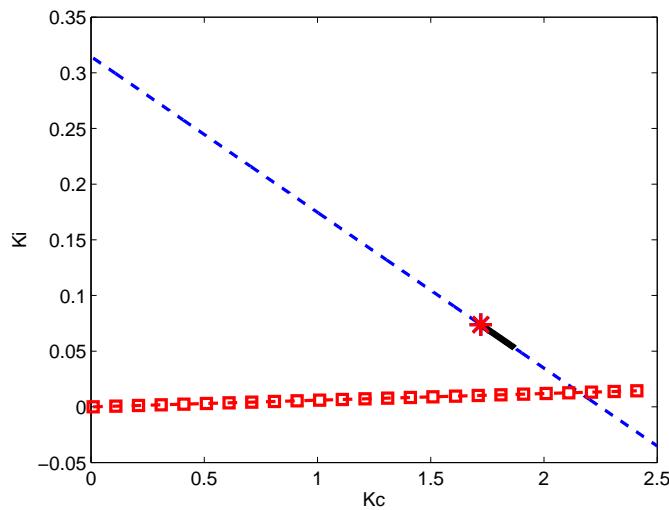


图 5.12 控制器设计: 函数(5.25)(虚线)、不等式条件(5.30)(方块-虚线)与满足(5.29)和(5.31)的最终可行域(粗实线)

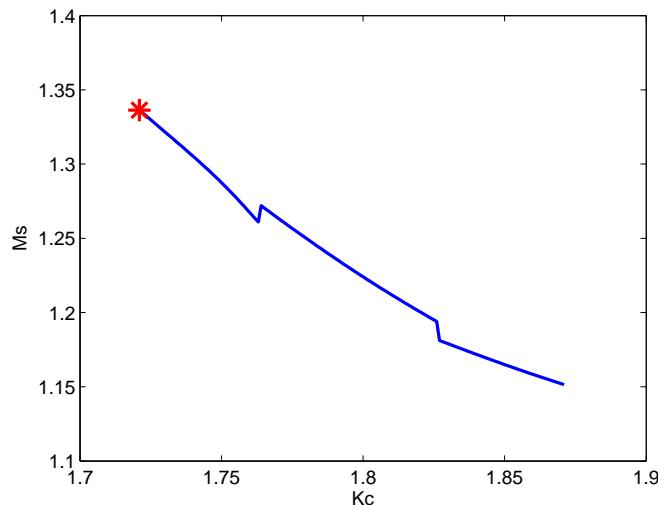


图 5.13 控制器设计中的可行域对应的鲁棒性指标

实行为比只在两个位置间来回跳变更加复杂, 特别是在振荡的暂态处 ($t \in [4000, 5000]$ sec)。尽管如此, 新控制器仍然是有效的, 这也说明了补偿方法的鲁棒性。

最后, 对所提出的补偿方法与 Mohammad & Huang^[83] 提出的方法进行比较。在目前情形下, 后一种方法只能定量地给出减少控制器 $C(s)$ 的积分效应这一建议。因此, 确定 K_c 和 K_i 的具体值需要采用试错法。相反, 这里提出的方法直接给出了控制器参数的满意值。

5.6 小结

本章提出了一种时域方法来分析含有粘滞调节阀的反馈控制回路中出现的振荡现象，建立了 PI 控制器参数与振荡幅度和周期参数之间的解析关系。基于这一解析关系与包含针对模型不确定性的鲁棒性在内的其它限制条件，提出了一种定量的补偿方法来设计控制器参数使得振荡幅度减小到满意值。与描述函数方法相比，所提出的时域分析方法更加准确地计算了振荡参数。与文献中的定性的控制器整定方法相比，所提出的振荡补偿方法是定量的，可以直接给出满意的控制器参数，因此，所提出的方法能够显著地提高补偿调节阀粘滞导致的振荡的效率。实验室案例验证了上述方法的有效性。

第六章 基于增量谐波平衡的迟滞系统谐波分析

尽管迟滞系统的建模与控制发展得很快^[40–46, 46–49, 155, 156, 156]，迟滞系统的分析工具却非常有限。一个主要的挑战是迟滞的非局部记忆效应（nonlocal memory effect），这一特性导致了迟滞系统的复杂动态行为，阻碍了将针对具有静态非线性的系统的分析工具扩展到迟滞系统来^[36, 120]。迟滞系统分析的一个可行方法是描述函数方法^[142]，它采用周期信号的基频谐波近似。然而，描述函数方法只有当迟滞较弱时才有效；对于迟滞效应显著的系统，描述函数方法的精度由于高次谐波的影响而迅速下降^[157]。

本章提出一种计算具有迟滞的闭环系统谐波响应的新方法。新方法的核心是一个增量谐波平衡方法^[158, 159]（incremental harmonic balance (IHB) method），该方法先假设非线性模块的输入为一个谐波，并假设输入谐波上还有一个幅度充分小的增量谐波，然后通过一阶泰勒近似计算增量谐波输入对非线性的输出的影响。增量谐波平衡方法已被用于分析具有静态非线性的系统，如三次多项式非线性^[159]和死区非线性^[159]。然而，迟滞的记忆效应使得增量谐波平衡方法难以直接应用到迟滞系统分析中。据我们所知，本章是将增量谐波平衡方法扩展到迟滞系统分析的首次尝试。

本章采用 Prandtl-Ishlinskii (PrIs) 算子为迟滞模型，而 PrIs 算子由多个 play 算子的加权累和构成，本章提出的基于增量谐波平衡的方法（IHB-based (IHBB) method）原则上可以扩展到包含其他迟滞算子的非线性系统分析中。将原始的 IHB 方法应用到具有 PrIs 算子的迟滞系统的一个问题是如何计算多谐波输入下的 PrIs 算子的周期性输出。为了解决这个问题，本章采用文献^[160]中的结果，即将 play 算子的输出描述为一个与其输入和一系列由 play 算子进入或者退出内部区域的切换时刻决定的方波序列相关的函数。通过二分法确定 play 算子的切换时刻后，输入增量谐波的计算最终形式是一个容易求解的线性矩阵等式。数值结果显示，本章提出的 IHBB 方法的性能几乎独立于迟滞的程度，而描述函数方法会随着迟滞程度的增加而迅速恶化。

本章的内容安排如下。第6.1节描述求解的数学问题；第6.2节简要地回顾描述函数方法；第6.3节详细地展示所提的 IHBB 方法；第6.4节提供数值结果来证明所提出方法的有效性；第6.5节对本章内容进行小结。

6.1 问题描述

考虑如图6.1所示的闭环系统，其中的迟滞算子 $\Gamma[u; \mathbf{m}(0)](\cdot)$ 夹在两个线性模块 $L_1(s)$ 和 $L_2(s)$ 之间。一般来说， $L_1(s)$ 代表一个线性控制器，而 $L_2(s)$ 则表示被控线性动态系统。信号 $y_r(t)$ 、 $e(t)$ 、 $u(t)$ 、 $m(t)$ 和 $y(t)$ 分别表示参考值、控制误差、迟滞输入、

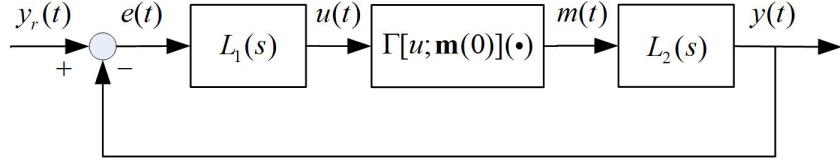


图 6.1 具有迟滞非线性的闭环系统的示意图

迟滞输出和系统输出。假设迟滞 Γ 为由 play 算子加权求和构成的经典 PrIs 算子。对一个初值为 $m_r(0)$ 的 play 算子 P_r , 当其输入 $u(t)$ 连续且单调时, 输出 $m_r(t)$ 为

$$m_r(t) = P_r[u; m_r(0)](t) \triangleq \max\{\min\{u(t) + r, m_r(0)\}, u(t) - r\},$$

其中的 r 表示 play 半径。对于一般的连续输入, 可将输入划分为多个单调段, 并采用上一个单调段的输出终值作为下一个单调段的初始状态。最后, 有限维数的 PrIs 算子可描述成

$$m(t) = \Gamma[u; \mathbf{m}(0)](t) \triangleq \sum_{i=0}^N \theta_i P_{r_i}[u; m_i(0)](t) \triangleq \boldsymbol{\theta}^T \mathbf{P}_r[u; \mathbf{m}(0)](t), \quad (6.1)$$

其中, $N+1$ 个 play 算子的 play 半径满足 $0 = r_0 < r_1 < \dots < r_N < \infty$, 而 θ_i 是 play 算子 P_{r_i} 的权重。定义几个向量 $\boldsymbol{\theta} \triangleq [\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_N]^T$, $\mathbf{r} \triangleq [r_0, r_1, \dots, r_N]^T$, $\mathbf{m}(t) \triangleq [m_0(t), m_1(t), \dots, m_N(t)]^T$ 和 $\mathbf{P}_r \triangleq [P_{r_0}, P_{r_1}, \dots, P_{r_N}]^T$ 。由于 play 输出 $m_i(t)$ 描述了 play 算子 P_{r_i} 在时刻 t 的状态, 向量 $\mathbf{m}(0)$ 表示了 PrIs 算子的初始状态。

假设参考值 $y_r(t)$ 是一个正弦信号

$$y_r(t) = A_{y_r} \sin(\omega t). \quad (6.2)$$

再假设 PrIs 算子 Γ 的输入 $u(t)$ 的幅值 A_u 比最大的 play 半径 r_N 还大, 这个假设使得 play 算子满足收缩性质 (contraction property), 进而保证 PrIs 算子的周期为 $2\pi/\omega$ 的稳态输出与其初始状态 $\mathbf{m}(0)$ 无关^[161]。本章的目标是在式子 (6.2) 中的正弦参考值 $y_r(t)$ 的激励下计算图6.1中的信号 $u(t)$ 、 $m(t)$ 和 $y(t)$ 的稳态响应。

6.2 描述函数方法回顾

本章使用传统的描述函数方法作为迟滞系统分析的基准方法, 并将其与提出的 IHBB 方法进行比较。因此, 有必要对描述函数方法进行简要的回顾^[142]。

对于 play 算子 P_{r_i} , 其描述函数 N_i 可直接写出^[142], 为

$$\begin{aligned} |N_i(A)| &= \frac{1}{A} \sqrt{a_{1_i}^2 + b_{1_i}^2}, \\ \angle N_i(A) &= \arctan \left(\frac{a_{1_i}}{b_{1_i}} \right), \end{aligned}$$

其中, r_i 和 A 分别是 play 算子 P_{r_i} 的 play 半径和正弦输入的幅值, 而基频谐波系数 a_{1_i}

和 b_{1_i} 为

$$a_{1_i} = \frac{4r_i}{\pi} \left(\frac{r_i}{A} - 1 \right),$$

$$b_{1_i} = \frac{A}{\pi} \left[\frac{\pi}{2} - \arcsin(x_i) - x_i \sqrt{1 - x_i^2} \right],$$

$x_i \triangleq 2r_i/A - 1$ 。那么，定义于 (6.1) 中的 PrIs 算子的描述函数是其各个组成 play 算子的描述函数的累和，即

$$N(A) = \sum_{i=0}^N \theta_i \operatorname{Re} \left\{ |N_i(A)| e^{j \angle N_i(A)} \right\}. \quad (6.3)$$

在描述函数方法中，迟滞输入 $u(t)$ 近似为

$$u(t) = A_u \sin(\omega t + \phi_u). \quad (6.4)$$

由于线性子系统 $L_1(s)$ 和 $L_2(s)$ 具有定义完善的频率响应，利用式子 (6.3) 和 (6.4)，可从 $y_r(t) - e(t) = y(t)$ 得到关于基频谐波分量的一个等式，

$$A_{y_r} \sin(\omega t) - \frac{A_u}{|L_1(j\omega)|} \sin[\omega t + \phi_u - \angle L_1(j\omega)] \\ = \sum_{i=0}^N A_u \theta_i |N_i(A_u)| |L_2(j\omega)| \sin[\omega t + \phi_u + \angle N_i(A_u) + \angle L_2(j\omega)],$$

该等式给出了关于 $\sin(\omega t)$ 和 $\cos(\omega t)$ 这两项系数的两个等式，进而唯一确定了式子 (6.4) 中的两个未知量 A_u 和 ϕ_u ，也就是，

$$\Phi_1(A_u, \phi_u) \triangleq A_{y_r} - \frac{A_u}{|L_1(j\omega)|} \cos[\phi_u - \angle L_1(j\omega)] \\ - \sum_{i=0}^N A_u \theta_i |N_i(A_u)| |L_2(j\omega)| \cos[\phi_u + \angle N_i(A_u) + \angle L_2(j\omega)] \\ = 0,$$

$$\Phi_2(A_u, \phi_u) \triangleq \frac{A_u}{|L_1(j\omega)|} \sin[\phi_u - \angle L_1(j\omega)] \\ + \sum_{i=0}^N A_u \theta_i |N_i(A_u)| |L_2(j\omega)| \sin[\phi_u + \angle N_i(A_u) + \angle L_2(j\omega)] \\ = 0.$$

显然，需要一个数值方法来通过上面的两个等式求解 A_u 和 ϕ_u ，例如 Newton-Raphson 方法^[154]。

6.3 新的基于增量谐波平衡的方法

本节提出新的 IHBB 方法对图 6.1 中的闭环系统进行谐波分析。

6.3.1 主要思路

引入高次谐波可以更好地近似迟滞输入 $u(t)$,

$$\begin{aligned} u(t) &= \sum_{n=1}^{N_H} A_{u_n} \sin(n\omega t + \phi_{u_n}) \\ &= \sum_{n=1}^{N_H} [a_{u_n} \sin(n\omega t) + b_{u_n} \cos(n\omega t)], \end{aligned} \quad (6.5)$$

这里, N_H 表示谐波的截断阶次, 而 $a_{u_n} \triangleq A_{u_n} \cos \phi_{u_n}$, $b_{u_n} \triangleq A_{u_n} \sin \phi_{u_n}$ 。值得注意的是, 由于 PrIs 算子是奇对称的, 因此, 直流分量系数 A_{u_0} 为零, 且没有出现在式子 (6.5) 中。相应地, 对 $u(t)$ 定义一个充分小的增量,

$$\begin{aligned} \Delta u(t) &= \sum_{n=1}^{N_H} \Delta A_{u_n} \sin(n\omega t + \Delta\phi_{u_n}) \\ &= \sum_{n=1}^{N_H} [\Delta a_{u_n} \sin(n\omega t) + \Delta b_{u_n} \cos(n\omega t)], \end{aligned} \quad (6.6)$$

这里, $\Delta a_{u_n} \triangleq \Delta A_{u_n} \cos \Delta\phi_{u_n}$, $\Delta b_{u_n} \triangleq \Delta A_{u_n} \sin \Delta\phi_{u_n}$, 且满足条件 $|\Delta a_{u_n}| \ll |a_{u_n}|$ 和 $|\Delta b_{u_n}| \ll |b_{u_n}|$ 。

增量谐波平衡是一个迭代算法: 每次迭代中, 假设 PrIs 算子的输入由谐波序列 (6.5) 组成, 输入谐波的增量 (6.6) 通过下节介绍的增量谐波平衡技术来计算; 然后, 新的输入更新为上次迭代时的迟滞输入和计算得到的输入增量 (6.6) 的和; 持续迭代直到满足某个收敛准则为止。

6.3.2 增量谐波平衡

在输入 $u(t) + \Delta u(t)$ 下, 将 play 算子 P_{r_i} 的输出 $m_i(t)$ 通过一阶泰勒公式进行展开, 有

$$P_{r_i}[u + \Delta u; m_i(0)](t) \approx P_{r_i}[u; m_i(0)](t) + P'_{r_i}[u; m_i(0)](t)\Delta u(t) \quad (6.7)$$

符号 $P'_{r_i}[u; m_i(0)](t)$ 表示 play 算子 P_{r_i} 对其输入 u ——不是一般情况下的时间变量 t ——的导数^[162], 即

$$P'_{r_i}[u; m_i(0)](t) = \begin{cases} 1, & \text{if } P_{r_i}[u; m_i(0)](t) \in \Pi_i, \\ 0, & \text{if } P_{r_i}[u; m_i(0)](t) \in \Pi_i^c. \end{cases}$$

这里, Π_i 表示 play 算子 P_{r_i} 的满足 $m_i(t) = u(t) \pm r_i$ 的边界区域, 而 Π_i^c 表示 Π_i 的补集, 即满足 $m_i(t)$ 为常数的内部区域。

值得注意的是, 在 play 算子 P_{r_i} 进出边界区域的时刻, 导数 P'_{r_i} 没有定义。然而, 考虑到这些切换时刻 (在一个周期 $2\pi/\omega$ 内的切换时刻个数有限) 的 Lebesgue 测度为 0^[163], 而增量输入满足幅值条件 $|\Delta a_{u_n}| \ll |a_{u_n}|$ 且 $|\Delta b_{u_n}| \ll |b_{u_n}|$, P'_{r_i} 在这些切换时

刻的不连续性的影响可忽略不计。还有，play 算子 P_{r_i} 的输出依赖于其输入的历史轨迹，因此，仅当 $P_{r_i}[u + \Delta u; m_i(0)](t)$ 和 $P_{r_i}[u; m_i(0)](t)$ 的直到当前时刻 t 为止的历史输入值完全相同，式子 (6.7) 中的导数 $P'_{r_i}[u; m_i(0)](t)$ 才有意义。这里可分三种情况讨论。第一，当 $P_{r_i}[u; m_i(0)](t)$ 和 $P_{r_i}[u + \Delta u; m_i(0)](t)$ 都待在边界区域上，可有一个严格的等式 $P_{r_i}[u + \Delta u; m_i(0)](t) = P_{r_i}[u; m_i(0)](t) + P'_{r_i}[u; m_i(0)](t)\Delta u(t) = P_{r_i}[u; m_i(0)](t) + \Delta u$ 。第二种情况是它们中有且仅有一个待在边界区域。由于这种情况对应的时间区间的 Lebesgue 测度为 0，且增量输入满足幅值条件 $|\Delta a_{u_n}| \ll |a_{u_n}|$ 和 $|\Delta b_{u_n}| \ll |b_{u_n}|$ ，这种情况可忽略不计。最后，它们都位于内部区域，这时， $P_{r_i}[u + \Delta u; m_i(0)](t)$ 与 $P_{r_i}[u; m_i(0)](t) = P_{r_i}[u; m_i(0)](t) + P'_{r_i}[u; m_i(0)](t)\Delta u(t)$ 之间就有一些近似误差。尽管如此，由于 PrIs 算子具有收缩性质^[161]，并且 IHBB 方法由描述函数方法的解进行充分的初始化，根据这一近似公式发展而来的数值方法仍然是有效的。

根据 play 算子的近似公式 (6.7)，可以获得 PrIs 算子输出的一阶泰勒近似，

$$\Gamma[u + \Delta u; \mathbf{m}(0)](t) \approx \Gamma[u; \mathbf{m}(0)](t) + \sum_{i=0}^N \theta_i P'_{r_i}[u; m_i(0)](t) \Delta u(t). \quad (6.8)$$

为了继续谐波分析，将在式子 (6.5) 中的 $u(t)$ 激励下的 play 算子输出 $m_i(t)$ 展开为 N_H 次谐波，

$$\begin{aligned} m_i(t) &\approx \sum_{n=1}^{N_H} A_{m_n}^i \sin(n\omega t + \phi_{m_n}^i) \\ &= \sum_{n=1}^{N_H} [a_{m_n}^i \sin(n\omega t) + b_{m_n}^i \cos(n\omega t)], \end{aligned} \quad (6.9)$$

其中， $a_{m_n}^i \triangleq A_{m_n}^i \cos(\phi_{m_n}^i)$ 且 $b_{m_n}^i \triangleq A_{m_n}^i \sin(\phi_{m_n}^i)$ 。在式子 (6.9) 中，上标 i 表示对应于第 i 个 play 算子的变量。由于线性模块 $L_1(s)$ 和 $L_2(s)$ 满足叠加原理，可通过 $y_r(t) - e(t) - y(t) = 0$ 获得下面的等式，

$$\begin{aligned} \Upsilon(t) &\triangleq A_{y_r} \sin(\omega t) - \sum_{n=1}^{N_H} \frac{A_{u_n}}{|L_1(jn\omega)|} \sin[n\omega t + \phi_{u_n} - \underline{\angle L_1(jn\omega)}] \\ &- \sum_{n=1}^{N_H} \frac{\Delta A_{u_n}}{|L_1(jn\omega)|} \sin[n\omega t + \Delta\phi_{u_n} - \underline{\angle L_1(jn\omega)}] \\ &- \sum_{n=1}^{N_H} \sum_{i=0}^N \theta_i A_{m_n}^i |L_2(jn\omega)| \sin[n\omega t + \phi_{m_n}^i + \underline{\angle L_2(jn\omega)}] \\ &- \sum_{n=1}^{N_H} \sum_{i=0}^N \theta_i P'_{r_i}[u; m_i(0)](t) \Delta A_{u_n} |L_2(jn\omega)| \sin[n\omega t + \Delta\phi_{u_n} + \underline{\angle L_2(jn\omega)}] = 0. \end{aligned} \quad (6.10)$$

在式子 (6.10) 中，第二项和第三项对应着通过 $L_1(s)$ 生成 $u(t)$ 和 $\Delta u(t)$ 的 $e(t)$ 的谐波，而最后两项则来自于式子 (6.8) 中的 $\Gamma[u + \Delta u; \mathbf{m}(0)](t)$ 通过 $L_2(s)$ 得到 $y(t)$ 。

采用 Galerkin 方法^[164] 来平衡式子 (6.10) 中的 $\sin(n\omega t)$ 和 $\cos(n\omega t)$ 的系数， $n =$

$1, \dots, N_H$, 这要求 $\Upsilon(t)$ 与基函数 $\sin(k\omega t)$ 和 $\cos(k\omega t)$ 以下述形式正交:

$$\int_0^{2\pi} \Upsilon(t) \sin(k\omega t) d(\omega t) = 0,$$

$$\int_0^{2\pi} \Upsilon(t) \cos(k\omega t) d(\omega t) = 0,$$

$k = 1, \dots, N_H$ 。利用三角函数的正交性质

$$\int_0^{2\pi} \sin(ix) \sin(jx) dx = \begin{cases} 0, & \text{if } i \neq j, \\ \pi, & \text{if } i = j, \end{cases}$$

$$\int_0^{2\pi} \cos(ix) \cos(jx) dx = \begin{cases} 0, & \text{if } i \neq j, \\ \pi, & \text{if } i = j, \end{cases}$$

$$\int_0^{2\pi} \sin(ix) \cos(jx) dx = 0, \quad \forall i, j,$$

我们有

$$\frac{1}{\pi} \sum_{i=0}^N \theta_i \int_0^{2\pi} \sum_{k=1}^{N_H} P'_{r_i}[u; m_i(0)](t) \Delta A_{u_k} |L_2(jk\omega)| \sin[k\omega t + \Delta\phi_{u_k} + \angle L_2(jk\omega)] \sin(n\omega t) d(\omega t)$$

$$+ \frac{A_{u_n}}{|L_1(jn\omega)|} \cos[\phi_{u_n} - \angle L_1(jn\omega)] + \frac{\Delta A_{u_n}}{|L_1(jn\omega)|} \cos[\Delta\phi_{u_n} - \angle L_1(jn\omega)]$$

$$+ \sum_{i=0}^N \theta_i A_{m_n}^i |L_2(jn\omega)| \cos[\phi_{m_n}^i + \angle L_2(jn\omega)]$$

$$= A_{y_r} \delta_{ln}, \tag{6.11a}$$

$$\frac{1}{\pi} \sum_{i=0}^N \theta_i \int_0^{2\pi} \sum_{k=1}^{N_H} P'_{r_i}[u; m_i(0)](t) \Delta A_{u_k} |L_2(jk\omega)| \sin[k\omega t + \Delta\phi_{u_k} + \angle L_2(jk\omega)] \cos(n\omega t) d(\omega t)$$

$$+ \frac{A_{u_n}}{|L_1(jn\omega)|} \sin[\phi_{u_n} - \angle L_1(jn\omega)] + \frac{\Delta A_{u_n}}{|L_1(jn\omega)|} \sin[\Delta\phi_{u_n} - \angle L_1(jn\omega)]$$

$$+ \sum_{i=0}^N \theta_i A_{m_n}^i |L_2(jn\omega)| \sin[\phi_{m_n}^i + \angle L_2(jn\omega)]$$

$$= 0, \tag{6.11b}$$

$n = 1, 2, \dots, N_H$, 其中, δ_{ij} 是一个克罗内克函数, 即 $\delta_{ij} = 1$ 当且仅当 $i = j$ 。上面的两个等式可用来根据已知的 A_{u_n} 和 ϕ_{u_n} 求解 ΔA_{u_n} 和 $\Delta\phi_{u_n}$ 。

6.3.3 Play 算子的新描述

由于式子 (6.5) 中的 $u(t)$ 的谐波系数 a_{u_n} 和 b_{u_n} 可以是任意的, 因此, 给出迟滞输出 $m(t)$ 的解析谐波近似是很困难的。结果是, 求解 (6.11) 来获得 ΔA_{u_n} 和 $\Delta\phi_{u_n}$ 的主要困难是根据 (6.5) 中的已知多频正弦输入 $u(t)$ 计算 (6.9) 中的 $A_{m_n}^i$ 和 $\phi_{m_n}^i$ 与 (6.7) 中的

$P'_{r_i}[u; m_i(0)](t)$ 。为了计算这些量，我们需要知道 play 算子在边界区域与内部区域切换的时刻。为了实现这一目标，采用了文献^[160]中的 play 算子的等价定义。此时，play 算子 P_{r_i} 的输出 $m_i(t)$ 可描述为

$$m_i(t) = [u(t) + P_1^i(t)] P_2^i(t) + P_3^i(t),$$

其中的矩形波信号 P_1^i 、 P_2^i 和 P_3^i 定义为

$$\begin{aligned} P_1^i(t) &= -r_i \{\operatorname{sgn}[\dot{u}(t)]\}, \\ P_2^i(t) &= \begin{cases} 0, & t \in [t_{j_0}^i, t_{j_1}^i), \\ 1, & t \in [t_{j_1}^i, t_{(j+1)_0}^i), \end{cases} \\ P_3^i(t) &= \begin{cases} u(t_{j_0}^i) + r_i \left\{ \operatorname{sgn}[\dot{u}(t_{j_0}^{i-})] \right\}, & t \in [t_{j_0}^i, t_{j_1}^i), \\ 0, & t \in [t_{j_1}^i, t_{(j+1)_0}^i), \end{cases} \end{aligned}$$

$j = 1, 2, \dots$ 。符号 $t_{j_0}^i$ 和 $t_{j_1}^i$ 定义如下。假设在初始条件下，所有的 play 算子都位于边界区域上，然后，时刻 $t_{j_0}^i$ 表示 play 算子 P_{r_i} 退出边界区域并进入内部区域的时刻，也就是，

$$\dot{u}(t_{j_0}^i) = 0, \operatorname{sgn} [\dot{u}(t_{j_0}^{i-})] \neq \operatorname{sgn} [\dot{u}(t_{j_0}^{i+})], t_{j_0}^i > t_{(j-1)_1}^i, \quad (6.12)$$

而 $t_{j_1}^i$ 表示 play 算子 P_{r_i} 离开内部区域的时刻，可分为两种情况。第一种是 play 算子从它进入内部区域时的边界对应的另一侧边界离开，即

$$|u(t_{j_0}^i) - u(t_{j_1}^i)| \geq 2r_i, t_{j_1}^i \geq t_{j_0}^i. \quad (6.13)$$

另一种情况是 P_{r_i} 从它之前进入内部区域时的边界离开，

$$\operatorname{sgn} [\dot{u}(t_{j_0}^{i+})] u(t_{j_1}^i) < \operatorname{sgn} [\dot{u}(t_{j_0}^{i+})] u(t_{j_0}^i), t_{j_1}^i \geq t_{j_0}^i. \quad (6.14)$$

注意到切换时刻序列 $t_{j_0}^i$ 和 $t_{j_1}^i$ 的计算强烈依赖于 $u(t)$ 的细节，因此，不得不采用数值方法。给定 $u(t)$ 的一个周期内的时序，满足条件 (6.12)–(6.14) 的切换时刻 $t_{j_0}^i$ 和 $t_{j_1}^i$ 通过二分法来确定。值得注意的是，实验中观察到的 $u(t)$ 通常看起来很像一个余弦信号，也就是说， $u(t)$ 是奇对称的，并在一个周期内时间导数的符号只改变两次^[162]，这是因为 $u(t)$ 中的基频谐波通常占主导地位，而高阶谐波通常幅度较小而频率较高，即便高阶谐波对信号的形状也有着重要的影响。这一观察会极大地减轻本章提出的 IHBB 方法的计算代价。

6.3.4 形成线性矩阵方程

在一个周期 $t \in [0, 2\pi/\omega]$ 内，定义 $t_0^i \triangleq 0$ 和 $t_{M+1}^i \triangleq 2\pi/\omega$ ，并定义 t_j^i 为 play 算子 P_{r_i} 在内部区域与边界区域之前切换的时刻。定义 $H(t_j^i)$ 为 play 算子在时间区间 $[t_j^i, t_{j+1}^i]$ 内

的对输入 u 的导数,

$$H(t_j^i) = \begin{cases} 1, & \text{if } \forall t \in [t_j^i, t_{j+1}^i), P_{r_i}[u; m_i(0)](t) \in \Pi_i, \\ 0, & \text{if } \forall t \in [t_j^i, t_{j+1}^i), P_{r_i}[u; m_i(0)](t) \in \Pi_i^c, \end{cases} \quad (6.15)$$

其中, $i = 0, 1, \dots, N$, $j = 0, 1, 2, \dots, M$ 。对式子 (6.11) 进行必要的余弦展开推导, 可得到一个线性矩阵方程,

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta a_u \\ \Delta b_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \end{bmatrix}, \quad (6.16)$$

其中, $\Delta a_u \triangleq [\Delta a_{u_1}, \dots, \Delta a_{u_{N_H}}]^T$, $\Delta b_u \triangleq [\Delta b_{u_1}, \dots, \Delta b_{u_{N_H}}]^T$ 。系数方阵 C_{ij} 的第 (n, k) 个元素 $C_{ij}(n, k)$ 为

$$\begin{aligned} C_{11}(n, k) &= \frac{1}{\pi} \sum_{i=0}^N \theta_i \sum_{m=0}^M H(t_m^i) [A_{kn}^i(T_m^i, T_{m+1}^i) a_{L_2}(k) + B_{kn}^i(T_m^i, T_{m+1}^i) b_{L_2}(k)] + a_{L_1}^-(n) \delta_{nk}, \\ C_{12}(n, k) &= \frac{1}{\pi} \sum_{i=0}^N \theta_i \sum_{m=0}^M H(t_m^i) [B_{kn}^i(T_m^i, T_{m+1}^i) a_{L_2}(k) - A_{kn}^i(T_m^i, T_{m+1}^i) b_{L_2}(k)] + b_{L_1}^-(n) \delta_{nk}, \\ C_{21}(n, k) &= \frac{1}{\pi} \sum_{i=0}^N \theta_i \sum_{m=0}^M H(t_m^i) [B_{nk}^i(T_m^i, T_{m+1}^i) a_{L_2}(k) + C_{kn}^i(T_m^i, T_{m+1}^i) b_{L_2}(k)] - b_{L_1}^-(n) \delta_{nk}, \\ C_{22}(n, k) &= \frac{1}{\pi} \sum_{i=0}^N \theta_i \sum_{m=0}^M H(t_m^i) [C_{kn}^i(T_m^i, T_{m+1}^i) a_{L_2}(k) - B_{nk}^i(T_m^i, T_{m+1}^i) b_{L_2}(k)] + a_{L_1}^-(n) \delta_{nk}, \end{aligned}$$

其中, $T_m^i \triangleq \omega t_m^i$, $a_{L_1}^-(n) \triangleq \cos(\underline{L_1(jn\omega)}) / |L_1(jn\omega)|$, $b_{L_1}^-(n) \triangleq \sin(\underline{L_1(jn\omega)}) / |L_1(jn\omega)|$, $a_{L_2}(n) \triangleq |L_2(jn\omega)| \cos(\underline{L_2(jn\omega)})$, $b_{L_2}(n) \triangleq |L_2(jn\omega)| \sin(\underline{L_2(jn\omega)})$ 。符号 A_{nk}^i 、 B_{nk}^i 和 C_{nk}^i 分别为

$$\begin{aligned} A_{nk}^i(T_m^i, T_{m+1}^i) &= \int_{T_m^i}^{T_{m+1}^i} \sin(nt) \sin(kt) dt, \\ B_{nk}^i(T_m^i, T_{m+1}^i) &= \int_{T_m^i}^{T_{m+1}^i} \cos(nt) \sin(kt) dt, \\ C_{nk}^i(T_m^i, T_{m+1}^i) &= \int_{T_m^i}^{T_{m+1}^i} \cos(nt) \cos(kt) dt. \end{aligned}$$

向量 R_1 和 R_2 的第 n 个元素分别为

$$\begin{aligned} R_1(n) &= - \sum_{i=1}^N \theta_i [a_{m_n}^i a_{L_2}(n) - b_{m_n}^i b_{L_2}(n)] - a_{u_n} a_{L_1}^-(n) - b_{u_n} b_{L_1}^-(n) + A_{y_r} \delta_{1n}, \\ R_2(n) &= - \sum_{i=1}^N \theta_i [a_{m_n}^i b_{L_2}(n) + b_{m_n}^i a_{L_2}(n)] + a_{u_n} b_{L_1}^-(n) - b_{u_n} a_{L_1}^-(n). \end{aligned}$$

通过式子 (6.5) 获得解 $\hat{u}(t)$ 后, $y(t)$ 和 $m(t)$ 的高阶谐波近似可解析地计算为

$$\hat{y}(t) = A_{y_r} \sin(\omega t) - \sum_{n=1}^{N_H} \frac{\hat{A}_{u_n}}{|L_1(jn\omega)|} \sin[n\omega t + \hat{\phi}_{u_n} - \underline{L_1(jn\omega)}] \quad (6.17)$$

$$\hat{m}(t) = \frac{A_{yr}}{|L_1(j\omega)|} \sin[\omega t - \angle L_1(j\omega)] - \sum_{n=1}^{N_H} \frac{\hat{A}_{u_n}}{|L_1(jn\omega)||L_2(jn\omega)|} \times \sin[n\omega t + \hat{\phi}_{u_n} - \angle L_1(jn\omega) - \angle L_2(jn\omega)] \quad (6.18)$$

最后，IHBB 方法的步骤总结如下：

外循环，对 $N_H = 1, 2, 3, \dots$ 执行以下步骤：

步骤 A 通过以下的内循环估计式子 (6.5) 中的由 N_H 次谐波构成的迟滞输入 $\hat{u}^{N_H}(t)$ 。

内循环，对 $k = 1, 2, \dots$ 直到收敛：

步骤 1 如果 $N_H = 1$ ，将描述函数方法的解赋值给 $\hat{u}^{N_H,0}(t)$ ，然后停止；否则，将 $\hat{u}^{N_H,0}(t)$ 初始化为上一次外循环得到的解 $\hat{u}^{N_H-1}(t)$ 。

步骤 2 计算第 k 次内循环迭代时的 (6.9) 中的迟滞输出 $\hat{m}_i^{N_H,k}(t)$ 和 (6.15) 中的导数 $\hat{H}^{N_H,k}(t_j^i)$ ，并根据 (6.16) 计算 (6.6) 中的输入增量 $\Delta\hat{u}^{N_H,k}(t)$ 。

步骤 3 更新 $\hat{u}(t)$ 的谐波近似为 $\hat{u}^{N_H,k+1}(t) = \hat{u}^{N_H,k}(t) + \Delta\hat{u}^{N_H,k}(t)$ 。如果 $\Delta\hat{a}_{u_n}^{N_H,k}$ 和 $\Delta\hat{b}_{u_n}^{N_H,k}$ ($n = 1, 2, \dots, N_H$) 的最大值小于一个给定的阈值 ε_0 ，那么，赋值 $\hat{u}^{N_H}(t) = \hat{u}^{N_H,k}(t)$ 并停止；否则，设置 $k = k + 1$ 并返回步骤 2。

内循环结束

步骤 B 计算相邻两次估计 $\hat{u}^{N_H}(t)$ 和 $\hat{u}^{N_H+1}(t)$ 之间的拟合度

$$F(N_H) = \left(1 - \frac{\|\hat{u}^{N_H} - \hat{u}^{N_H+1}\|}{\|\hat{u}^{N_H+1} - E\{\hat{u}^{N_H+1}\}\|} \right) \times 100\%.$$

其中的 $\|\cdot\|$ 和 $E\{\cdot\}$ 分别表示操作数的二范数与均值。

步骤 C 如果相邻两个拟合度的区别 $|F(N_H+1) - F(N_H)|$ 小于一个给定阈值 ε_{F0} ，那么，赋值 $\hat{u}(t) = \hat{u}^{N_H}(t)$ 并停止；否则，设置 $N_H = N_H + 1$ 并返回步骤 A。

步骤 D 通过式子 (6.17) 和 (6.18) 分别计算 $y(t)$ 和 $m(t)$ 的谐波近似。

外循环结束

6.4 数值结果

本节提供一个数值案例来描述 IHBB 方法的有效性，并将 IHBB 方法与描述函数方法进行比较。

本例中，参考信号为

$$y_r(t) = \sin\left(\frac{\pi t}{10}\right),$$

线性模块 $L_2(s)$ 为

$$L_2(s) = \frac{1}{8s+1}.$$

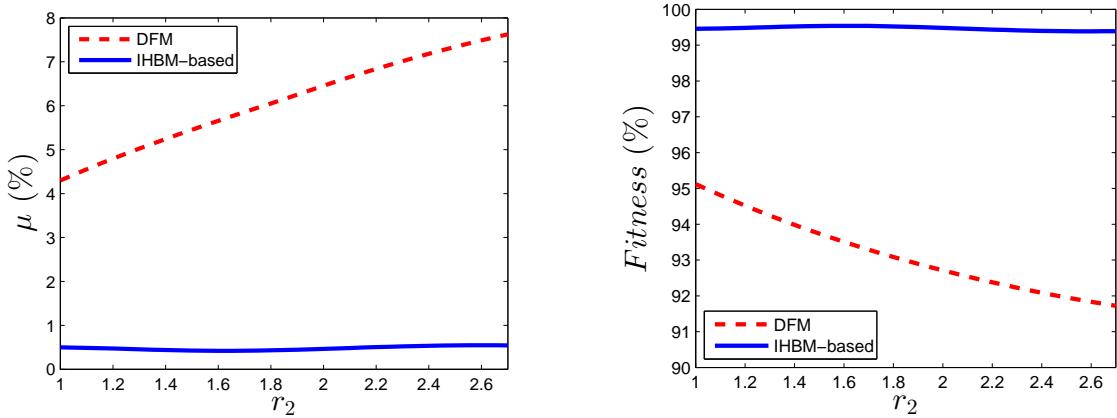


图 6.2 比较描述函数方法和 IHBB 方法的性能指标 μ (左子图) 和 $Fitness$ (右子图)

线性模块 $L_1(s)$ 是一个根据内模控制准则设计的闭环时间常数为 $\tau_C = 2$ sec 的 PI 控制器^[150],

$$L_1(s) = 4 \left(1 + \frac{1}{8s} \right).$$

PrIs 算子由三个 play 算子组成, 参数为

$$\mathbf{r} = [0, 1, r_2]^T, \theta = [0.1, 0.1, 0.8]^T.$$

变量 r_2 可以很好地描述闭环系统的迟滞程度, 因为迟滞宽度随着 r_2 的增加而增加。参数 r_2 的变化区间选择为 $[1, 2.7]$ 。对于 IHBB 方法, 设置两个阈值参数为

$$\varepsilon_0 = 10^{-8} \max\{\|\hat{a}_{u_n}^{N_H, k}\|, \|\hat{b}_{u_n}^{N_H, k}\|\}, \varepsilon_{F0} = 10^{-8}.$$

定义两个量化 IHBB 方法性能的指标

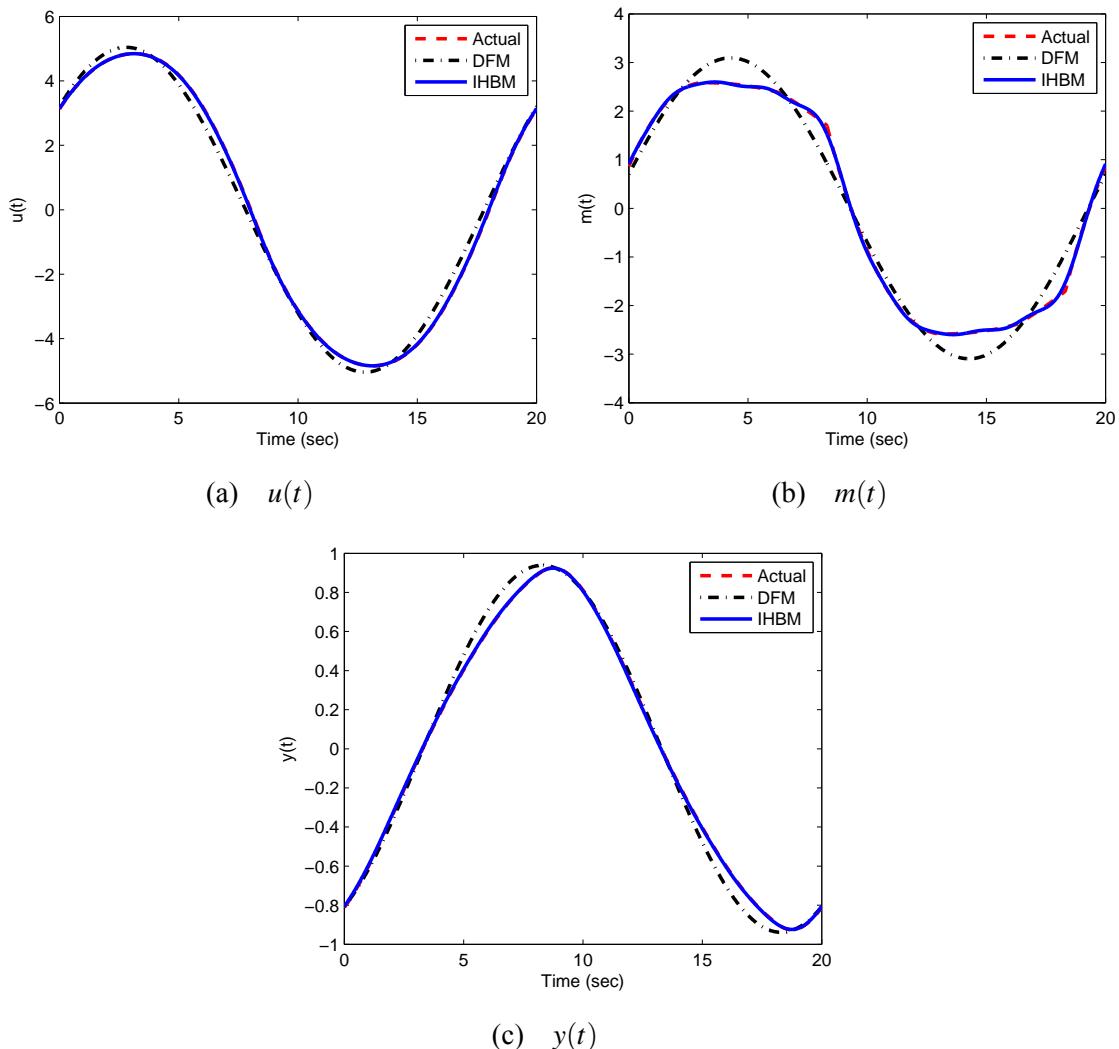
$$\mu = \frac{E(|\hat{u} - u|)}{E(|u|)} \times 100\%, \quad (6.19a)$$

$$Fitness = \left(1 - \frac{\|\hat{u} - u\|}{\|u - E\{u\}\|} \right) \times 100\%. \quad (6.19b)$$

这里, \hat{u} 是来自 IHBB 方法的迟滞输入估计值, 而 u 是迟滞输入的仿真值。

IHBB 算法在 $N_H = 9$ 时停止, 对应的内环平均迭代次数为 26, 这表明即便阈值 ε_0 和 ε_{F0} 选择得很苛刻, 计算代价也非常小。IHBB 方法的定义于式子 (6.19) 中的性能指标如图6.2所示; 作为比较, 描述函数方法的性能指标也在图6.2中给出。图6.2表明 IHBB 方法对 $u(t)$ 的估计要远比描述函数方法精确。另外, IHBB 方法不受参数 r_2 的影响, 而当 r_2 增加时, 描述函数方法的性能显著下降。

当 $r_2 = 2.7$ 时, 描述函数方法和 IHBB 方法估计得到的 $u(t)$ 、 $m(t)$ 和 $y(t)$ 都绘制在图6.3中。来自 IHBB 方法的估计值完美地与其真实值重合, 而描述函数方法的估计有着显著的误差。表6.1利用频谱分析得到的真实值对描述函数方法和 IHBB 方法的低阶谐波系数进行定量的比较, 包括 $u(t)$ 的系数 a_{u_n} 和 b_{u_n} 、 $m(t)$ 的系数 a_{m_n} 和 b_{m_n} 与 $y(t)$ 的

图 6.3 描述函数方法和 IHBB 方法估计的各个信号之间的对比, $r_2 = 2.7$

系数 a_{y_n} 和 b_{y_n} 。误差通过以下公式计算: (真实值 – 估计值)/真实值 $\times 100\%$ 。在表6.1中, 对于基频谐波系数 a_{u_1} 和 b_{u_1} , 描述函数方法的误差分别为 4.8% 和 8.5%, 而 IHBB 方法将误差分别降低至 0.06% 和 0.12%。表6.1也表明, IHBB 方法对三次谐波也具有很好的估计, 其影响也并不可忽略, 这是因为 $a_{u_3}/a_{u_1} = 2.4958\%$ 且 $b_{u_3}/b_{u_1} = 6.7910\%$ 。在估计 a_{m_1} 、 b_{m_1} 、 a_{y_1} 和 b_{y_1} 上, 由于只是用了基频谐波近似, 描述函数方法也展示了远大于 IHBB 方法的误差。本案例证明了在迟滞非线性较强时, IHBB 方法比描述函数方法更加准确。

6.5 小结

本章提出了对具有 Prandtl-Ishlinskii 算子的闭环系统进行谐波分析的基于增量谐波平衡的新方法。与传统的描述函数方法相比, 新方法可以采用任意阶次的谐波近似; 因

表 6.1 通过描述函数方法和 IHBB 方法计算得到的谐波系数 a_{u_n} 、 b_{u_n} 、 a_{m_n} 、 b_{m_n} 、 a_{y_n} 和 b_{y_n} ，其中，真实值来自于对仿真信号的频谱分析

系数.	真实值	描述函数方法	描述函数方法误差 (%)	IHBB 方法	IHBB 方法误差 (%)
a_{u_1}	4.0868	3.8889	4.8424	4.0844	0.0587
b_{u_1}	2.9554	3.2062	-8.4862	2.9518	0.1218
a_{u_3}	-0.1020			-0.1031	-1.0784
b_{u_3}	0.2007			0.1990	0.8470
a_{m_1}	2.8552	3.0145	-5.5793	2.8547	0.0175
b_{m_1}	0.5795	0.6981	-20.4659	0.5753	0.7248
a_{m_3}	0.3765			0.3752	0.3453
b_{m_3}	0.1957			0.1943	0.7154
a_{y_1}	0.4278	0.4791	-11.9916	0.4289	-0.2571
b_{y_1}	-0.7732	-0.8071	-4.3844	-0.7721	0.1423
a_{y_3}	0.0244			0.0246	-0.8197
b_{y_3}	-0.0375			-0.0372	0.0080

此，即便是对迟滞程度比较严重的系统也能获得优秀的近似性能，而此种情形下，描述函数方法会由于高阶谐波的影响而性能显著恶化。

第七章 结论与展望

7.1 全文总结

本论文研究了具有迟滞非线性的模块化非线性系统及其在调节阀粘滞的建模、辨识、分析与控制中的应用，包括广义 Hammerstein 系统辨识理论与其在调节阀粘滞非线性建模中的应用、气动调节阀的半物理建模、调节阀粘滞导致的振荡现象的分析与补偿和迟滞系统的谐波分析。

在广义 Hammerstein 系统辨识理论的研究中，引入 Preisach 模型作为广义 Hammerstein 系统的迟滞输入非线性，根据 Preisach 模型的描述定理证明了 Preisach 模型能够包含广义模块化非线性系统辨识中常见的回差类和切换类迟滞非线性。采用正则化的过参数化方法来估计带有离散 Preisach 模型的广义 Hammerstein 系统的参数。利用现有的离散 Preisach 模型辨识的持续激励条件，建立了广义 Hammerstein 系统辨识的持续激励条件，并证明了系统参数的统计一致性。通过三个仿真案例验证了所提出的辨识理论结果的正确性和辨识方法的有效性。

在采用广义 Hammerstein 系统辨识方法对调节阀粘滞非线性进行建模的研究中，仍然采用 Preisach 模型作为广义 Hammerstein 系统的迟滞输入非线性，提出了正则化的迭代方法来估计模型参数。理论证明了在振荡输入条件下，Preisach 模型能够描述常见的数据驱动粘滞模型，包括 Stenman 粘滞模型、Choudhury 粘滞模型、Kano 粘滞模型和 He 粘滞模型。另外，由于振荡型输入破坏了前一项研究中建立的持续激励条件，这里还建立了适用于振荡型输入的新的持续激励条件。通过仿真、实验和工业案例验证了所提出的理论结果的正确性和辨识方法的有效性。

在气动调节阀半物理建模的研究中，根据物理结构将气动调节阀分解为阀门定位器、阀门驱动器和阀体三个部分，并采用回差非线性描述阀门定位器中的电-气转换过程，采用依赖于输入方向的线性动态描述阀门驱动器中的气-力转换过程，采用改进的过阻尼的质量弹簧非线性模型来描述阀体中的力-位置转换过程，最终形成了气动调节阀的半物理模型。通过大量的实验验证了所提出的半物理模型的有效性，并与现有的数据驱动模型进行了比较。

在调节阀粘滞导致的振荡现象的分析与补偿的研究中，在时域上分析了包含 He 粘滞模型的反馈控制回路中出现的振荡现象，建立了 PI 控制器参数与振荡幅度和周期参数之间的解析关系。然后，基于这一解析关系并考虑诸如针对模型不确定性的鲁棒性等其它限制，提出一种能够通过仅改变 PI 控制器参数就使得振荡幅度减小到任意满意值的定量补偿方法。通过仿真与实验案例验证了所提出的分析与补偿方法的有效性。

在迟滞系统的谐波分析的研究中，使用 Prandtl-Ishlinskii 算子作为闭环系统的迟滞模型。基于增量谐波平衡技术，提出了一种分析迟滞系统频率响应的数值方法。由于迟滞的记忆效应使得多谐波输入下的迟滞输出的谐波计算变得很困难，这里采用了 play 算子的一个新定义并通过数值手段计算 Prandtl-Ishlinskii 算子的输出谐波，最终获得了以迭代形式呈现的基于增量谐波平衡的新方法。

值得说明的是，本论文开展的所有研究工作都以模块化非线性系统为基础和背景。首先，第二、三两章分别开展以 Preisach 模型作为迟滞输入非线性的广义 Hammerstein 系统辨识的理论研究与其在对调节阀粘滞现象建模的工业应用研究。第四章开展气动调节阀的半物理建模的研究，其建立的模型由一个回差非线性、一个输入方向依赖的线性动态和一个非线性动态子系统级联而成，因此，它可以看作是具有模块化非线性系统结构。第五章开展调节阀粘滞导致的振荡现象的分析与补偿的研究，在反馈控制回路中，其前向通路包含了以 He 粘滞模型和被控对象构成的 Hammerstein 系统结构，因此，可以看做是针对模块化非线性系统的分析与补偿研究。第六章开展迟滞系统的谐波分析的研究，其前向通路由 Prandtl-Ishlinskii 算子和两个分别位于 Prandtl-Ishlinskii 算子两侧的线性子系统构成，因此，系统具有一个 Wiener-Hammerstein 系统结构，或者系统采用一个线性控制器对 Hammerstein 系统结构进行控制，这样，这部分研究也属于对模块化非线性系统的分析。总而言之，本论文开展了具有迟滞非线性的模块化非线性系统的建模、辨识、分析与控制等研究。

本论文所开展的模块化非线性系统理论与应用研究工作是对已有研究成果的扩展和创新。针对广义 Hammerstein 系统辨识，依据第二章的文献检索结果，现有文献中的工作都假设输入端的迟滞非线性属于某一特定的类型，并根据该类迟滞的特点设计特殊的输入信号来对参数进行辨识；而这里采用的 Preisach 模型作为一个通用的迟滞模型，具有更强的灵活性，并且，一般的输入信号都能满足建立的持续激励条件，不再需要对输入进行特殊设计。因此，所提出的具有 Preisach 迟滞输入非线性的广义 Hammerstein 系统辨识具有较强的创新性。针对采用广义 Hammerstein 系统辨识来建模调节阀粘滞，依据第三章的文献检索结果，现有文献多采用数据驱动粘滞模型对调节阀粘滞进行建模，无法描述开启与关闭边界不对称的调节阀粘滞现象；而所提出的 Preisach 模型具有极强的灵活性，不但能够描述数据驱动粘滞模型能够描述的调节阀粘滞，而且能够描更加复杂的、开启与关闭边界不对称的调节阀粘滞现象。因此，所提出的采用以 Preisach 模型作为迟滞输入非线性的广义 Hammerstein 系统辨识方法对调节阀粘滞进行建模工作具有较强的创新性。针对气动调节阀的半物理建模，第四章中的文献检索结果显示，现有的模型直接使用阀门驱动器产生的驱动力作为模型输入，而实际上驱动力无法直接变化，需要通过改变阀门驱动器的进气压力来间接地操纵。新的半物理模型考虑到了从气动调节阀接收的电控制信号到阀门驱动力之间的非线性与动态特征，是对现有

研究结果的扩展与创新。针对调节阀粘滞引起的振荡现象的分析与补偿，根据第五章中的文献检索结果，现有的方法通常采用描述函数方法，而描述函数方法是一种定性的方法，分析结果有较大误差，补偿控制器的参数也需要通过试错法反复确认。新的时域分析与补偿方法是一种定量的方法，分析结果准确，并可以直接给出补偿控制器的具体参数，具有较强的创新性。针对迟滞系统的谐波研究，根据第六章的文献检索结果，现有方法仅有描述函数方法，而描述函数方法在迟滞程度比较严重时，误差会由于高阶谐波不可忽略的影响而显著增加。新的基于描述函数的方法的性能则几乎不受迟滞程度的任何影响，具有较强的创新性。

本论文的贡献如下。在具有 Preisach 输入非线性的广义 Hammerstein 系统辨识及其在调节阀粘滞建模的工程应用上，Preisach 模型能够描述回差和切换类非线性、数据驱动粘滞非线性，还能够描述更加复杂的迟滞与粘滞现象；理论证明了一般性和振荡型输入下的持续激励条件，保证了参数估计的统计一致性。对气动调节阀的半物理建模，考虑到电–气转换过程和气–力转换过程中的非线性与动态特征，并采用了改进的过阻尼的质量弹簧模型来描述力–位置转换过程。在调节阀粘滞引起的振荡现象的分析与补偿方法方面，在时域上建立 PI 控制器参数与振荡幅度和周期参数之间的解析关系，并基于此关系提出一种使得振荡幅度减小到任意满意值的定量的控制器补偿方法。最后的对迟滞系统的谐波分析，建立了一种几乎不受迟滞程度影响的、能够对谐波进行任意阶次近似的分析迟滞系统谐波分析的数值方法。

7.2 未来展望

需要进一步开展的工作有以下几项。

第一，第四章中介绍的气动调节阀的半物理建模工作中，气动调节阀的气–力转换过程是在如图4.4所示的薄膜式阀门驱动器气室内实现的。在对气–力转换过程建模中，一个比较关键的假设是虽然阀门位置发生变化，但是气室容积保持不变，这样才将气–力转换过程近似为一个输入方向依赖的一阶线性系统。然而，当阀门位置变化时，阀杆会带动连接在阀杆上的薄膜装置运动，气室容积肯定会随之变化。因此，对气–力转换过程建模时，还需要进一步考虑阀门位置变化对气室内部气压的反馈作用，特别是在阀门位置变化较大的情况下。正如引言中所说，只有建立了调节阀的准确的数学模型，才能基于模型开展调节阀粘滞的补偿控制以消除或者减弱调节阀非线性对闭环系统性能的影响。

第二，第六章的迟滞系统谐波分析工作的根本目标是评价调节阀粘滞等非线性对含有调节阀的闭环系统控制性能的影响。对迟滞闭环系统给定单频率参考信号，可以通过第六章中提出的基于增量谐波平衡的新方法计算系统的谐波响应。类似地，当闭环系统的迟滞非线性为回差或者数据驱动粘滞模型，而参考信号为常数时，是否还可

以通过这个方法来数值地计算调节阀粘滞和回差导致的极限环的相关信息？是否可以提出某些性能指标，如线性系统控制性能评价中常用的绝对积分误差或者绝对平方误差，来定量地调节阀非线性参数（回差的宽度参数，数据驱动粘滞模型中的静摩擦和动摩擦参数）对闭环系统性能的影响？如果可行，则对于每个控制回路，都可以定量地描述调节阀的当前运行状态，说明更换问题调节阀的必要性。目前，在调节阀的控制性能评价方面的相关研究结果非常有限^[165-168]，都采用了基于最小方差控制策略。众所周知的是，方差这一性能指标更适合于评价控制系统克服随机性干扰的性能，不适合于评价控制系统的跟踪设定值、克服确定性外部干扰的性能，而且，也需要在控制性能评价中考虑 PID 控制器带来的结构限制。因此，调节阀的控制性能评价有待更深入和更广泛的研究。

第三，本项研究中的调节阀粘滞非线性的建模、辨识、分析与控制等都直接来源于工业实践，因此，需要通过大量的工业实践来检验本论文所提出的建模、辨识、分析与控制方法的有效性。目前，第三、四、五章都采用了实验室条件下的案例研究，但仅有第三章包含了工业案例研究。后续地，可以在实验室合作单位山东莱城发电厂，针对燃煤发电机组的过热器 I、II 级蒸汽温度控制回路、喷氨脱硝控制回路等多个关键控制系统，收集相关变量的历史数据以及相关控制回路的 DCS 组态图；接着，在多种输入信号激励下，验证第三、四章所提出的调节阀非线性模型的有效性；最后，选择粘滞程度较严重的控制回路，与现场工程师配合，实现第五章所提出的 PID 控制器参数整定方法，监测参数调整后的控制系统性能的变化，验证振荡补偿方法的有效性。

参考文献

- [1] M. Deistler, System identification and time series analysis: Past, present, and future, Berlin: Springer-Verlag, pp. 97–109 (2008).
- [2] A. Janczak, Identification of Nonlinear Systems Using Neural Networks and Polynomial Models: A Block-oriented Approach, New York: Springer-Verlag (2004).
- [3] T. Ogunfunmi, ed., Adaptive Nonlinear System Identification: The Volterra and Wiener Model Approaches, New York: Springer-Verlag (2007).
- [4] L. Ljung, Perspectives on system identification, *Annu. Rev. Control* 34 (1), 1–12 (2010).
- [5] 萧德云, 系统辨识理论及应用, 北京: 清华大学出版社 (2014).
- [6] T. Söderström and P. Stoica, System Identification, Englewood Cliffs: Prentice Hall (1989).
- [7] P. Van Overschee and B. De Moor, Subspace Identification for Linear Systems: Theory, Implementation, Applications, New York: Springer-Verlag, 2 ed. (2012).
- [8] L. Ljung, System Identification: Theory for the User, Englewood Cliffs: Prentice Hall, 2 ed. (1999).
- [9] R. Pintelon and J. Schoukens, System Identification: A Frequency Domain Approach, New York: John Wiley & Sons, 2 ed. (2012).
- [10] L. Ljung and A. Vicino, Guest editorial: Special issue on system identification, *IEEE Trans. Autom. Control* 50 (10), 1473–1473 (2005).
- [11] T. Söderström, P. Van den Hof, B. Wahlberg and S. Weiland, Introduction to the special issue on data-based modelling and system identification, *Automatica* 41 (3), 357–358 (2005).
- [12] G. Pillonetto, F. Dinuzzo, T. Chen, G. D. Nicolao and L. Ljung, Kernel methods in system identification, machine learning and function estimation: A survey, *Automatica* 50 (3), 657–682 (2014).
- [13] F. Giri and E. W. Bai, eds., Block-oriented Nonlinear System Identification, Berlin: Springer-Verlag (2010).
- [14] R. Haber and L. Keviczky, Nonlinear System Identification: Input-Output Modeling Approach, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers (1999).
- [15] G. Harnischmacher and W. Marquardt, A multi-variate Hammerstein model for processes with input directionality, *J. Process Control* 17 (6), 539–550 (2007).
- [16] S. N. Jyothi and M. Chidambaram, Identification of Hammerstein model for bioreactors with input multiplicities, *Bioprocess Biosyst. Eng.* 23 (4), 323–326 (2000).
- [17] Q. Zheng and E. Zafiriou, Volterra–Laguerre models for nonlinear process identification with application to a fluid catalytic cracking unit, *Ind. Eng. Chem. Res.* 43 (2), 340–348 (2004).
- [18] J. C. Gomez and E. Baeyens, Identification of block-oriented nonlinear systems using orthonormal bases, *J. Process Control* 14 (6), 685–697 (2004).
- [19] J. Schoukens, R. Pintelon and M. Enqvist, Study of the LTI relations between the outputs of two coupled Wiener systems and its application to the generation of initial estimates for Wiener–Hammerstein systems, *Automatica* 44 (7), 1654–1665 (2008).

- [20] A. Taware and G. Tao, Control of Sandwich Nonlinear Systems, Berlin: Springer-Verlag (2003).
- [21] R. S. Patwardhan, S. Lakshminarayanan and S. L. Shah, Constrained nonlinear MPC using Hammerstein and Wiener models: PLS framework, *AIChE J.* 44 (7), 1611–1622 (1998).
- [22] G. Harnischmacher and W. Marquardt, Nonlinear model predictive control of multivariable processes using block-structured models, *Control Eng. Pract.* 15 (10), 1238–1256 (2007).
- [23] E. Ikonen and K. Najim, Advanced Process Identification and Control, New York: Marcel Dekker Inc. (2001).
- [24] E. W. Bai, An optimal two-stage identification algorithm for Hammerstein-Wiener nonlinear systems, *Automatica* 34 (3), 333–338 (1998).
- [25] E. W. Bai and D. Li, Convergence of the iterative Hammerstein system identification algorithm, *IEEE Trans. Autom. Control* 49 (11), 3868–3873 (2005).
- [26] H. F. Chen, Recursive identification for Wiener model with discontinuous piece-wise linear function, *IEEE Trans. Autom. Control* 51 (3), 390–400 (2006).
- [27] E. W. Bai, Discussion on: “Subspace-based identification algorithms for Hammerstein and Wiener models”, *Eur. J. Control* 11 (2), 137–138 (2005).
- [28] A. Hagenblad, L. Ljung and A. Wills, Maximum likelihood identification of Wiener models, *Automatica* 44 (11), 2697–2705 (2008).
- [29] L. Vanbeylen, Blind maximum likelihood identification of Wiener systems with measurement noise, *IEEE Trans. Signal Process.* 57 (8), 3017–3029 (2009).
- [30] F. Giri, Y. Rochdi, A. Radouane, A. Brouri and F. Z. Chaoui, Frequency identification of nonparametric Wiener systems containing backlash nonlinearities, *Automatica* 49 (1), 124–137 (2013).
- [31] F. Giri, F. Z. Chaoui and Y. Rochdi, Parameter identification of a class of Hammerstein plants, *Automatica* 37 (5), 749–756 (2001).
- [32] W. Greblicki, Nonparametric identification of Wiener systems, *IEEE Trans. Inform. Theory* 38 (5), 1487–1493 (1992).
- [33] J. Vörös, Parameter identification of Wiener systems with discontinuous nonlinearities, *Syst. Control Lett.* 44 (5), 363–372 (2001).
- [34] X. L. Hu and H. F. Chen, Strong consistence of recursive identification for Wiener systems, *Automatica* 41 (11), 1905–1916 (2005).
- [35] J. Wang, A. Sano, T. Chen and B. Huang, Identification of Hammerstein systems without explicit parameterisation of non-linearity, *Int. J. Control* 82 (5), 937–952 (2009).
- [36] M. Brokate and J. Sprekels, Hysteresis and Phase Transitions, New York: Springer-Verlag (1996).
- [37] J. Das, M. Ho, J. Zikherman, C. Govern, M. Yang, A. Weiss, A. K. Chakraborty and J. P. Roose, Digital signaling and hysteresis characterize Ras activation in lymphoid cells, *Cell* 136 (11), 337–351 (2009).
- [38] M. Grinfeld, R. Cross and H. Lamba, Hysteresis and economics – taking the economic past into account, *IEEE Control Syst. Mag.* 29 (1), 30–43 (2009).
- [39] D. C. Jiles and D. L. Atherton, Theory of ferromagnetic hysteresis, *J. Appl. Phys.* 55 (6), 2115–2120 (1984).

-
- [40] R. C. Smith, Smart Material Systems: Model Development, Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics (2005).
 - [41] G. Bertotti and I. D. Mayergoyz, eds., The Science of Hysteresis Volume I, II and III, London: Academic Press (2005).
 - [42] X. Tan and R. V. Iyer, Modeling and control of hysteresis: Introduction to the special section, *IEEE Control Syst. Mag.* 29 (1), 26–29 (2009).
 - [43] M. A. Janaideh, M. Rakotondrabe and X. Tan, Guest editorial focused section on hysteresis in smart mechatronic systems: Modeling, identification, and control, *IEEE/ASME Trans. Mechatron.* 21 (1), 1–3 (2016).
 - [44] X. Tan and J. S. Baras, Modeling and control of hysteresis in magnetostrictive actuators, *Automatica* 40 (9), 1469–1480 (2004).
 - [45] X. Tan and J. S. Baras, Adaptive identification and control of hysteresis in smart materials, *IEEE Trans. Autom. Control* 50 (6), 827–839 (2005).
 - [46] K. Kuhnen, Modeling, identification and compensation of complex hysteretic nonlinearities: A modified Prandtl-Ishlinskii approach, *Eur. J. Control* 9 (4), 407–418 (2003).
 - [47] M. A. Janaideh, S. Rakheja and C. Y. Su, A generalized Prandtl-Ishlinskii model for characterizing the hysteresis and saturation nonlinearities of smart actuators, *Smart Mater. Struct.* 18 (4), p.045001 (2009).
 - [48] G. V. Webb, D. C. Lagoudas and A. J. Kurdila, Hysteresis modeling of SMA actuators for control applications, *J. Intel. Mat. Syst. Str.* 9 (6), 432–448 (1998).
 - [49] L. Riccardi, D. Naso, H. Janocha and B. Turchiano, A precise positioning actuator based on feedback-controlled magnetic shape memory alloys, *Mechatronics* 22 (5), 568–576 (2012).
 - [50] J. Oh and D. S. Bernstein, Semilinear Duhem model for rate-independent and rate-dependent hysteresis, *IEEE Trans. Autom. Control* 50 (5), 631–645 (2005).
 - [51] M. Ismail, F. Ikhouane and J. Rodellar, The Hysteresis Bouc-Wen Model, A Survey, *Arch. Comput. Methods Eng.* 16 (2), 161–188 (2009).
 - [52] F. Al-Bender, V. Lampaert and J. Swevers, The generalized Maxwell-slip model: A novel model for friction simulation and compensation, *IEEE Trans. Autom. Control* 50 (11), 1883–1887 (2005).
 - [53] J. Vörös, Modeling and identification of systems with backlash, *Automatica* 46 (2), 369–374 (2010).
 - [54] E. W. Bai, Identification of linear systems with hard input nonlinearities of known structure, *Automatica* 38 (5), 853–860 (2002).
 - [55] Y. Rochdi, F. Giri, J. B. Gning and F. Z. Chaoui, Identification of block-oriented systems in the presence of nonparametric input nonlinearities of switch and backlash types, *Automatica* 46 (5), 864–877 (2010).
 - [56] Y. C. Cheng and C. C. Yu, Relay feedback identification for actuators with hysteresis, *Ind. Eng. Chem. Res.* 39 (11), 4239–4249 (2000).
 - [57] V. Cerone and D. Regruto, Bounding the parameters of linear systems with input backlash, *IEEE Trans. Autom. Control* 52 (3), 531–536 (2007).
 - [58] N. Miyashita and M. Yamakita, Identification of Hammerstein systems with piecewise nonlinearities with memory, in Proc. 46th IEEE Conf. Decision & Control (2007), pp. 5749–5754.

- [59] F. Giri, Y. Rochdi, F. Z. Chaoui and A. Brouri, Identification of Hammerstein systems in presence of hysteresis-backlash and hysteresis-relay nonlinearities, *Automatica* 44 (3), 767–775 (2008).
- [60] J. Vörös, Recursive identification of nonlinear cascade systems with time-varying general input backlash, *J. Dyn. Syst. Meas. Control* 135 (1), 014504 (2013).
- [61] F. Giri, Y. Rochdi, A. Brouri and F. Z. Chaoui, Parameter identification of Hammerstein systems containing backlash operators with arbitrary-shape parametric borders, *Automatica* 47 (8), 1827–1833 (2011).
- [62] A. Radouane, T. Ahmed-Ali and F. Giri, Parameter identification of Hammerstein systems with Bouc-Wen hysteresis input nonlinearity, in Proc. 2014 Eur. Control Conf. (2014), pp. 684–689.
- [63] Y. Guo, J. Mao and K. Zhou, Rate-dependent modeling and Infty robust control of GMA based on Hammerstein model with Preisach operator, *IEEE Trans. Control Syst. Tech.* 23 (6), 2432–2439 (2015).
- [64] R. Dong, Q. Tan and Y. Tan, Recursive identification algorithm for dynamic systems with output backlash and its convergence, *Int. J. Appl. Math. Comp. Scie.* 19 (4), 631–638 (2009).
- [65] J. Voros, Identification of cascade systems with backlash, *Int. J. Control* 83 (6), 1117–1124 (2010).
- [66] J. R. Jr and E. W. Bai, Generalized Wiener system identification: General backlash nonlinearity and finite impulse response linear part, *Int. J. Adapt. Control Signal Process.* 28 (11), 1174–1188 (2014).
- [67] F. Giri, A. Radouane, A. Brouri and F. Z. Chaoui, Combined frequency-prediction error identification approach for Wiener systems with backlash and backlash-inverse operators, *Automatica* 50 (3), 768–783 (2014).
- [68] B. G. Liptak, ed., *Instrument Engineers' Handbook*, New York: CRC Press (2003).
- [69] 何衍庆, 邱宣振, 杨杰, 王为国, *控制阀工程设计与应用*, 北京: 化学工业出版社 (2005).
- [70] 刘巨良, 李忠明, 杨洪升, *过程控制仪表*, 北京: 化学工业出版社 (2014).
- [71] H. Jeffery, *Loop Checking: A Technician's Guide*, Research Triangle Park, NC: ISA-The Instrumentation, Systems, and Automation Society (2005).
- [72] T. Hägglund, A friction compensator for pneumatic control valves, *J. Process Control* 12 (8), 897–904 (2002).
- [73] R. Isermann, *Fault-Diagnosis Applications: Model-based Condition Monitoring: Actuators, Drives, Machinery, Plants, Sensors, and Fault-Tolerant Systems*, Berlin: Springer Science & Business Media (2011).
- [74] 鲍文, 解永波, 汽轮机主汽阀、调节阀常见故障分析及诊断, *汽轮机技术* 42 (6), 360–364 (2000).
- [75] 梁雪萍, 调节阀故障原因及处理方法, *化工自动化及仪表* 27 (5), 63–65 (2000).
- [76] 杜聚武, 调节阀的故障分析与处理, *阀门* 4 (4), 36–38 (2005).
- [77] W. L. Bialkowski and R. Elliot, Control valves: The biggest single contributor to process variability, in *Instrument Symposium for the Process Industries* (2004), pp. 1–6.
- [78] S. Anderson and N. Rinehart, How to achieve optimal control valve performance, *Valve Magazine* (Fall Issue) pp. 1–6 (2007).
- [79] A. G. Filho, Benefiting from the use of smart instruments and asset management software in naphtha cracking, in *NPRA Comput. Conf.* (2002), pp. 02–156.

- [80] M. A. A. S. Choudhury, N. F. Thornhill and S. L. Shah, Modelling valve stiction, *Control Eng. Pract.* 13 (5), 641–658 (2005).
- [81] M. Jelali and B. Huang, eds., *Detection and Diagnosis of Stiction in Control Loops: State of the Art and Advanced Methods*, London: Springer-Verlag (2010).
- [82] A. S. R. Brásio, A. Romanenko and N. C. Fernandes, Modeling, detection and quantification, and compensation of stiction in control loops: The state of the art, *Ind. Eng. Chem. Res.* 53 (39), 15020–15040 (2014).
- [83] M. Mohammad and B. Huang, Compensation of control valve stiction through controller tuning, *J. Process Control* 22 (9), 1800–1819 (2012).
- [84] H. Olsson, Control systems with friction, Ph.D. thesis, Lund University (1996).
- [85] H. Olsson, K. J. Astrom, C. C. De Wit, M. Gafvert and P. Lischinsky, Friction models and friction compensation, *Eur. J. Control* 4 (3), 176–195 (1998).
- [86] D. Karnopp, Computer simulation of stick-slip friction in mechanical dynamic systems, *J. Dyn. Syst., Meas., Control* 107 (1), 100–103 (1985).
- [87] B. H. Armstrong, P. Dupont and C. C. De Wit, A survey of models, analysis tools and compensation methods for the control of machines with friction, *Automatica* 30 (7), 1083–1138 (1994).
- [88] C. C. De Wit, H. Olsson, K. J. Astrom and P. Lischinsky, A new model for control of systems with friction, *IEEE Trans. Autom. Control* 40 (3), 419–425 (1995).
- [89] A. Stenman, F. Gustafsson and K. Forsman, A segmentation-based method for detection of stiction in control valves, *Int. J. Adaptive Control Signal Process.* 17 (7), 625–634 (2003).
- [90] M. Kano, H. Maruta, H. Kugemoto and K. Shimizu, Practical model and detection algorithm for valve stiction, in Proc. 7th IFAC Symposium on Dynamics and Control of Process Systems (2004), pp. 5–7.
- [91] Q. P. He, J. Wang, M. Pottmann and S. J. Qin, A curve fitting method for detecting valve stiction in oscillating control loops, *Ind. Eng. Chem. Res.* 46 (13), 4549–4560 (2007).
- [92] S. L. Chen, K. K. Tan and S. Huang, Two-layer binary tree data-driven model for valve stiction, *Ind. Eng. Chem. Res.* 47 (8), 2842–2848 (2008).
- [93] L. Xie, Y. Cong and A. Horch, An improved valve stiction simulation model based on ISA standard tests, *Control Eng. Pract.* 21 (10), 1359–1368 (2013).
- [94] Q. P. He, J. Wang and S. J. Qin, An alternative stiction-modelling approach and comparison of different stiction models, Springer-Verlag, chap. 3, pp. 37–59 (2010).
- [95] Q. P. He and J. Wang, Valve stiction quantification method based on a semiphysical valve stiction model, *Ind. Eng. Chem. Res.* 53 (30), 12010–12022 (2014).
- [96] 吴海燕, 尚群立, 气动位置伺服系统建模发展综述, *液压气动与密封* 27 (2), 8–11 (2007).
- [97] R. Srinivasan, R. Rengaswamy, S. Narasimhan and R. Miller, Control loop performance assessment. 2. Hammerstein model approach for stiction diagnosis, *Ind. Eng. Chem. Res.* 44 (17), 6719–6728 (2005).
- [98] M. Jelali, Estimation of valve stiction in control loops using separable least-squares and global search algorithms, *J. Process Control* 18 (7), 632–642 (2008).
- [99] M. A. A. S. Choudhury, M. Jain and S. L. Shah, Stiction—definition, modelling, detection and quantification, *J. Process Control* 18 (3), 232–243 (2008).

- [100] S. Karra and M. N. Karim, Comprehensive methodology for detection and diagnosis of oscillatory control loops, *Control Eng. Pract.* 17 (8), 939–956 (2009).
- [101] L. Z. X. Ivan and S. Lakshminarayanan, A new unified approach to valve stiction quantification and compensation, *Ind. Eng. Chem. Res.* 48 (7), 3474–3483 (2009).
- [102] U. Nallasivam, S. Babji and R. Rengaswamy, Stiction identification in nonlinear process control loops, *Comput. Chem. Eng.* 34 (11), 1890–1898 (2010).
- [103] F. Qi and B. Huang, Estimation of distribution function for control valve stiction estimation, *J. Process Control* 21 (8), 1208–1216 (2011).
- [104] R. A. Romano and C. Garcia, Valve friction and nonlinear process model closed-loop identification, *J. Process Control* 21 (4), 667–677 (2011).
- [105] M. Farenzena and J. O. Trierweiler, Valve stiction estimation using global optimisation, *Control Eng. Pract.* 20 (4), 379–385 (2012).
- [106] R. B. Capaci and C. Scali, Stiction quantification: A robust methodology for valve monitoring and maintenance scheduling, *Ind. Eng. Chem. Res.* 53 (18), 7507–7516 (2014).
- [107] J. Wang and Q. Zhang, Detection of asymmetric control valve stiction from oscillatory data using an extended Hammerstein system identification method, *J. Process Control* 24 (1), 1–12 (2014).
- [108] C. Canudas, K. J. Astrom and K. Braun, Adaptive friction compensation in DC motor drives, *IEEE J. Robot. Autom.* 3 (6), 1556–1561 (1986).
- [109] B. Friedland and Y.-J. Park, On adaptive friction compensation, *IEEE Trans. Autom. Control* 37 (10), 1609–1612 (1992).
- [110] J. Amin, B. Friedland and A. Harnoy, Implementation of a friction estimation and compensation technique, *IEEE Control Syst.* 17 (4), 71–76 (1997).
- [111] E. Panteley, R. Ortega and M. Gäfvert, An adaptive friction compensator for global tracking in robot manipulators, *Syst. Control Lett.* 33 (5), 307–313 (1998).
- [112] B. C. Silva and C. Garcia, Comparison of stiction compensation methods applied to control valves, *Ind. Eng. Chem. Res.* 53 (10), 3974–3984 (2014).
- [113] M. A. S. L. Cuadros, C. J. Munaro and S. Munareto, Novel model-free approach for stiction compensation in control valves, *Ind. Eng. Chem. Res.* 51 (25), 8465–8476 (2012).
- [114] R. Srinivasan and R. Rengaswamy, Approaches for efficient stiction compensation in process control valves, *Comp. Chem. Eng.* 32 (1), 218–229 (2008).
- [115] M. A. S. L. Cuadros, C. J. Munaro and S. Munareto, Improved stiction compensation in pneumatic control valves, *Comp. Chem. Eng.* 38, 106–114 (2012).
- [116] J. Wang, Closed-loop compensation method for oscillations caused by control valve stiction, *Ind. Eng. Chem. Res.* 52 (36), 13006–13019 (2013).
- [117] J. Gerry and M. Ruel, How to measure and combat valve stiction online, in ISA Int. Fall Conf., Houston, TX (2001).
- [118] 韩俊林, 王树青, 谢磊, 周猛飞, 克服阀粘滞特性的控制方法研究, *计算机与应用化学* 27 (1), 68–72 (2010).
- [119] I. D. Mayergoyz, Mathematical models of hysteresis, *Phys. Rev. Lett.* 56 (15), 1518–1521 (1986).

-
- [120] I. D. Mayergoyz, Mathematical Models of Hysteresis and Their Applications, London: Academic Press, 2 ed. (2003).
 - [121] Y. Zhu, Multivariable System Identification for Process Control, Oxford: Elsevier Science (2001).
 - [122] F. Tjärnström and L. Ljung, Variance properties of a two-step ARX estimation procedure, *Eur. J. Control* 9 (4), 422–430 (2003).
 - [123] A. Visintin, Differential Models of Hysteresis, New York: Springer-Verlag (1994).
 - [124] H. T. Banks, A. J. Kurdila and G. Webb, Identification of hysteretic control influence operators representing smart actuator part I: formulation, *Math. Prob. Eng.* 3 (4), 287–328 (1997).
 - [125] M. E. Shirley and R. Venkataraman, On the identification of Preisach measures, *Smart Struct. Mater.* 5049, 326–336 (2003).
 - [126] R. V. Iyer and M. E. Shirley, Hysteresis parameter identification with limited experimental data, *IEEE Trans. Magn.* 40 (5), 3227–3239 (2004).
 - [127] J. Wang, Q. Zhang and L. Ljung, Revisiting Hammerstein system identification through the two-stage algorithm for bilinear parameter estimation, *Automatica* 45 (11), 2627–2633 (2009).
 - [128] F. Chang and R. Luus, A noniterative method for identification using Hammerstein model, *IEEE Trans. Autom. Control* 16 (5), 464–468 (1971).
 - [129] E. W. Bai and K. Li, Convergence of the iterative algorithm for a general Hammerstein system identification, *Automatica* 46 (11), 1891–1896 (2010).
 - [130] T. Chen, H. Ohlsson and L. Ljung, On the estimation of transfer functions, regularizations and Gaussian processes – Revisited, *Automatica* 48 (8), 1525–1535 (2012).
 - [131] P. Stoica and T. Söderström, Instrumental-variable methods for identification of Hammerstein systems, *Int. J. Control* 35 (3), 459–476 (1982).
 - [132] K. H. Chan, J. Bao and W. J. Whiten, Identification of MIMO Hammerstein systems using cardinal spline functions, *J. Process Control* 16 (7), 659–670 (2006).
 - [133] L. Ljung, Some classical and some new ideas for identification of linear systems, *J. Control, Autom. Electrical Syst.* 24 (1), 3–10 (2013).
 - [134] M. A. A. Choudhury, N. F. Thornhill and S. L. Shah, A data-driven model for valve stiction, in Proc. 5th International Symposium on Advanced Control of Chemical Processes (2004), pp. 261–266.
 - [135] R. Tibshirani, Regression shrinkage and selection via the lasso, *J. R. Stat. Soc., Ser. B* 58 (1), 267–288 (1996).
 - [136] G. Schwarz, Estimating the dimension of a model, *Ann. Stat.* 6 (2), 461–464 (1978).
 - [137] A. Kayihan and F. Doyle, Friction compensation for a process control valve, *Control Eng. Pract.* 8 (7), 799–812 (2000).
 - [138] D. Harrold, Making valve controllers/positioners smarter is smart business, *Control Eng.* 50 (1), 24–30 (2003).
 - [139] S. P. Sutera and R. Skalak, The history of Poiseuille’s law, *Ann. Rev. Fluid Mech.* 25 (1), 1–20 (1993).
 - [140] ISA, Control valve diagnostic data acquisition and reporting, Standard ANSI/ISA-752601-2006. (2006).

- [141] C. Garcia, Comparison of friction models applied to a control valve, *Control Eng. Pract.* 16 (10), 1231–1243 (2008).
- [142] A. Gelb and W. E. V. Velde, *Multiple-input Describing Functions and Nonlinear System Design*, New York: McGraw-Hill (1968).
- [143] A. Cavallo, C. Natale, S. Pirozzi and C. Visone, Effects of hysteresis compensation in feedback control systems, *IEEE/ASME Trans. Mechatron.* 39 (3), 1389–1392 (2003).
- [144] A. Cavallo, C. Natale, S. Pirozzi and C. Visone, Limit cycles in control systems employing smart actuators with hysteresis, *IEEE/ASME Trans. Mechatron.* 10 (2), 172–180 (2005).
- [145] A. T. Shenton, Parameter space design of PID limit cycle controllers, in Proc. 1999 Amer. Control Conf. (1999), pp. 3342–3346.
- [146] B. Wu and J. Perng, Limit cycle analysis of PID controller design, in Proc. 2003 Amer. Control Conf. (2003), pp. 2424–2429.
- [147] Y. J. Huang, T. C. Kuo and H. K. Lee, Robust limit cycle suppression for control systems with parametric uncertainty and nonlinearity, *Nonlinear Dynam.* 35 (4), 397–407 (2004).
- [148] D. Seborg, T. F. Edgar, D. Mellichamp and F. J. Doyle III, *Process Dynamics and Control*, New York: John Wiley & Sons (2006).
- [149] H. L. Wade, *Basic and Advanced Regulatory Control: System Design and Application*, Research Triangle Park, NC: ISA-The Instrumentation, Systems, and Automation Society, 2 ed. (2004).
- [150] K. J. Åström and T. Hägglund, *Advanced PID Control*, Research Triangle Park, NC: ISA-The Instrumentation, Systems, and Automation Society (2006).
- [151] R. Vilanova and A. Visioli, eds., *PID Control in the Third Millennium: Lessons Learned and New Approaches*, London: Springer-Verlag (2012).
- [152] L. Ljung and A. Wills, Issues in sampling and estimating continuous-time models with stochastic disturbances, *Automatica* 46 (5), 925–931 (2010).
- [153] A. N. Tripathi, *Linear Systems Analysis*, New Delhi: New Age International Ltd., 2 ed. (1998).
- [154] K. E. Atkinson, *An Introduction to Numerical Analysis*, New York: John Wiley & Sons (2008).
- [155] J. T. Hsu and K. D. T. Ngo, A Hammerstein-based dynamic model for hysteresis phenomenon, *IEEE Trans. Power Electr.* 12 (3), 406–413 (1997).
- [156] R. V. Iyer and X. Tan, Control of hysteretic systems through inverse compensation, *IEEE Control Syst. Mag.* 29 (1), 83–99 (2009).
- [157] R. E. Mickens, Comments on the method of harmonic balance, *J. Sound and Vib.* 94 (3), 456–460 (1984).
- [158] Y. Shen, S. Yang and X. Liu, Nonlinear dynamics of a spur gear pair with time-varying stiffness and backlash based on incremental harmonic balance method, *Int. J. Mech. Sci.* 48 (11), 1256–1263 (2006).
- [159] Y. Chen, J. Liu and G. Meng, Incremental harmonic balance method for nonlinear flutter of an airfoil with uncertain-but-bounded parameters, *Appl. Math. Model.* 36 (2), 657–667 (2012).
- [160] A. Esbrook and X. Tan, Harmonic analysis for hysteresis operators with application to control design for systems with hysteresis, in Proc. 2012 Amer. Control Conf. (2012), pp. 1652–1657.

- [161] X. Tan and H. K. Khalil, Two-time-scale averaging of systems involving operators and its application to adaptive control of hysteretic systems, in Proc. 2009 Amer. Control Conf. (2009), pp. 4476–4481.
- [162] A. Esbrook, X. Tan and H. K. Khalil, Self-excited limit cycles in an integral-controlled system with backlash, IEEE Trans. Autom. Control 59 (4), 1020–1025 (2014).
- [163] V. I. Bogachev, Measure Theory Volume I, Berlin: Springer-Verlag (2007).
- [164] C. A. J. Fletcher, Computational Galerkin Methods, New York: Springer-Verlag (1984).
- [165] S. R. Wilton, Control valves and process variability, ISA Trans. 39 (2), 265–271 (2000).
- [166] W. Yu, D. I. Wilson and B. R. Young, Nonlinear control performance assessment in the presence of valve stiction, J. Process Control 20 (6), 754–761 (2010).
- [167] W. Yu, D. I. Wilson and B. R. Young, Control performance assessment for nonlinear systems, J. Process Control 20 (10), 1235–1242 (2010).
- [168] 师明华, 王旭, 谢磊, 赵路军, 执行阀黏滞过程的控制性能评估, 上海交通大学学报 48 (7), 1009–1014 (2014).

个人简历、博士期间发表和完成的论文

个人简历

房雷，男，江苏连云港人。2007年9月进入南京大学工程管理学院自动化专业学习，2011年6月本科毕业，获得工学学士学位。2011年9月进入北京大学工学院一般力学与力学基础专业学习，攻读博士学位至今。

博士期间发表和完成的论文

期刊论文

- [1] Fang, L., Wang, J., & Zhang, Q., Identification of extended Hammerstein systems with hysteresis-type input nonlinearities described by Preisach model. *Nonlinear Dynamics*, vol.79, no.2, pp.1257–1273, 2015. (SCI 收录期刊; SCI 收录号 AZ6FS; IF=2.849)
- [2] Fang, L., & Wang, J., Identification of Hammerstein systems using Preisach model for sticky control valves. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, vol.54, no.3, pp.1028–1040, 2015. (SCI 收录期刊; SCI 收录号 CA1SW; IF=2.587)
- [3] Fang, L.^①, Tang, L., & Wang, J., A semi-physical model for pneumatic control valves. *Nonlinear Dynamics*, accepted on April 10, 2016. DOI: 10.1007/s11071-016-2790-5. (SCI 收录期刊; SCI 收录号 AZ6FS; IF=2.849)
- [4] Fang, L.^②, Wang, J., & Tan, X., Analysis and compensation of oscillations induced by control valve stiction. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, accepted on April 22, 2016. DOI: 10.1109/TMECH.2016.2559510. (SCI 收录期刊; SCI 收录号 916RT; IF=3.427)

会议论文

- [1] Fang, L., Wang, J., & Zhang, Q., Identification of extended Hammerstein systems for modeling sticky control valves under general types of input signals. *Proceedings of the 32nd Chinese Control Conference*, pp.1698–1703, July 26–28, 2013, Xi'an, China. (EI 收录会议)
- [2] Tang, L., Fang, L., Wang, J., & Shang, Q., Modeling and identification for pneumatic control valves with stiction. *Proceedings of the 17th IFAC Symposium on System Identification*, pp.1244–1249, October 19–21, 2015, Beijing, China. (EI 收录会议)

① 对于本论文，基于前两位作者的实际贡献并经三位作者协商，本人与（出现在第二作者位置上的）北京大学工学院控制理论与控制工程专业 2015 级硕士毕业生唐力共享第一作者身份。因此，此项工作的部分内容也出现在唐力同学的硕士研究生学位论文《气动调节阀的建模与粘滞补偿》中，特此说明。

② 本人在博士期间曾通过国家留学基金委资助的国家建设高水平大学公派研究生项目（编号：201406010203）在美国密歇根州立大学电子计算机工程系的 Xiaobo Tan 教授指导的智能微系统实验室（Smart Microsystems Lab）学习，在此期间（2014. 09 – 2015. 09）完成了期刊论文 [4] 和会议论文 [3][4] 中的部分工作，特此说明。

- [3] **Fang, L.**, Wang, J., & Tan, X., Frequency response analysis for closed-loop systems with hysteresis using incremental harmonic balance. The 2016 American Control Conference, accepted on January 28, 2016. (EI 收录会议)
- [4] **Fang, L.**, Wang, J., Tan, X., & Shang, Q., Analysis and compensation of control valve stiction-induced limit cycles. The 2016 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, accepted on May 1, 2016. (EI 收录会议)

致谢

首先，感谢我的导师王建东老师。王老师严谨的治学态度、深厚的知识储备和务实的工作作风，都深深地影响了我。在探讨学术问题时，他思路清晰，给予我很多富有启发的建议，令我受益匪浅；在科研遭遇瓶颈期时，他给予我鼓励与支持，让我对科研工作充满信心；在讲授课程时，他总是一丝不苟，对每个细节都精益求精，展现了一个学者的风采与魅力；在日常生活中，他待人热情，平易近人，给予了我诸多帮助。在此，再次向王老师表达我衷心的感谢。

其次，感谢国家留学基金管理委员会资助的 2014 年国家建设高水平大学公派研究生项目，使得我有机会前往美国的密歇根州立大学，在工学院电子计算机工程系的 Xiaobo Tan 教授指导的智能微系统实验室进行为期一年的学习。Tan 教授是一名杰出的学者，在学术上和生活上给予了我诸多指导与帮助。在此，对 Tan 教授及其指导的智能微系统实验室的所有同学表示衷心的感谢。

感谢法国 INRIA 研究所的 Qinghua Zhang 老师，感谢他两次短期访问实验室期间对我的科研工作提供的非常深刻的指导与建议。感谢浙江工业大学的尚群立老师与所指导的实验室的同学们，感谢他们提供的良好的实验条件与宝贵的实践经验。感谢控制理论与控制工程学科点的王龙老师、楚天广老师、王勇老师、谢广明老师和王启宁老师，几位老师在多门专业课程上传授了我知识，为我开展科研工作打下了坚实的基础，在此表达由衷的感谢。

感谢实验室的所有的师兄弟，包括已经毕业的杨子江、韩永立、许健伟、欧阳子健、余真鹏与唐力，及在读的朱迪、陈矿、熊万启与余彦同学，感谢他们在过去五年的陪伴与帮助，并祝他们在未来的生活里身体健康，学业有成，工作顺利！感谢学科点的硕士同学张博、宋易等及博士同学李亮、李阿明等，感谢我的室友陈佩辉、彭金波等，感谢所有的在北大求学期间结识的同学与朋友，很荣幸能够与你们一起度过北大的美好时光。

最后，最真挚的感谢给予我的家人，感谢我的父母和亲人在我攻读博士学位这五年间给予的体谅、支持与鼓励，是亲情给予了我前进的动力，使得我能够顺利完成学业。

北京大学学位论文原创性声明和使用授权说明

原创性声明

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已经注明引用的内容外，本论文不含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品或成果。对本文的研究做出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本声明的法律结果由本人承担。

论文作者签名： 日期：2016 年 6 月 8 日

学位论文使用授权说明

(必须装订在提交学校图书馆的印刷本)

本人完全了解北京大学关于收集、保存、使用学位论文的规定，即：

按照学校要求提交学位论文的印刷本和电子版本；

学校有权保存学位论文的印刷本和电子版，并提供目录检索与阅览服务，在校园网上提供服务；

学校可以采用影印、缩印、数字化或其它复制手段保存论文；

因某种特殊原因需要延迟发布学位论文电子版，授权学校 一年/ 两年 / 三年以后，在校园网上全文发布。

(保密论文在解密后遵守此规定)

论文作者签名： 导师签名：
日期：2016 年 6 月 8 日

