

## الفصل 2

### خوارزميات الفرز

#### 2.1 مقدمة

تعد خوارزميات الفرز إحدى الركائز الأساسية لعلوم الكمبيوتر وتلعب دوراً حيوياً في المعالجة الفعالة للبيانات ومعالجتها. الفرز، الذي يتضمن إعادة ترتيب العناصر في مجموعة بترتيب معين، هو عملية تستخدم بشكل متكرر في العديد من مجالات الحوسبة، مثل استرجاع المعلومات، وتحليل البيانات، وقواعد البيانات وغيرها الكثير. في هذا الفصل، سوف نستكشف مجموعة من التقنيات المتطورة والفعالة لتنظيم مجموعات البيانات بطريقة منظمة. سنغطي خوارزميات الفرز الكلاسيكية، مثل فرز التحديد، وفرز الإدراج، وفرز الفقاعات، بالإضافة إلى طرق أكثر تقدماً مثل الفرز السريع، والفرز بالدمج. سوف نقوم بدراسة الاختلافات بين الأساليب من حيث الفعالية والتعقيد للسماح للقراء باتخاذ خيارات مستنيرة حول اختيار أفضل طريقة بناءً على السياق المحدد للمشكلة المطروحة.

#### 2.2 العرض

أيضاً لديه جدول عناصر. الفرز يتكون من إعادة تنظيم عناصر لديه بحيث تكون عناصر لديه يتم طلبها. يمكن أن يكون ترتيب العناصر تصاعدياً أو تنازلياً، أبجدياً أو رقمياً، أو حتى شخصياً، كل هذا يتوقف على سياق المشكلة المراد حلها وطبيعة البيانات المراد فرزها. على سبيل المثال، في حالة مصفوفة من الأعداد الصحيحة، قد نرغب في فرز العناصر بترتيب تصاعدي، بينما في حالة مصفوفة من السلاسل، قد نرغب في فرز العناصر بالترتيب الأبجدي. يمكن لجميع خوارزميات الفرز استيعاب أي نوع بيانات، طالما تم تحديد ترتيب العناصر (يجب أن تكون العناصر قابلة للمقارنة).

## 2.3 فرز الفقاعات

يعد فرز الفقاعات أحد أبسط خوارزميات الفرز وأكثرها سهولة. يعتمد على فكرة التكرار عبر المصفوفة عدة مرات، ومقارنة العناصر المتجاورة وتبديلها إذا كانت خارج الترتيب. تتوقف الخوارزمية عند اجتياز الجدول دون إجراء أي تبادلات. يعد فرز الفقاعات خوارزمية فرز مستقرة، مما يعني عدم تغيير ترتيب العناصر المتساوية. يعد فرز الفقاعات خوارزمية فرز موضعية، مما يعني أنها لا تتطلب ذاكرة إضافية لأنها تقوم بإجراء المقارنات والمبادلات مباشرة في مصفوفة الإدخال.

### 2.3.1 مثال

النظر في الجدول  $A = [5, 1, 4, 2, 8]$  للفرز بترتيب تصاعدي. تتم عملية فرز الفقاعات على النحو التالي:

— التمريرة الأولى: نحن نجتاز المصفوفة ونقارن العناصر المتجاورة. إذا كان العنصر أكبر من العنصر الذي يليه، فإننا نستبدله. لاحظ هنا أنه يتم اختيار عملية المقارنة بناءً على ترتيب الفرز المطلوب. إذا أردنا فرز العناصر بترتيب تصاعدي أو حتى فرز نوع آخر من البيانات بترتيب أكثر تعقيداً، فيجب تعديل اختبار الترتيب فقط (عملية المقارنة)، وتبقى بقية الخوارزمية دون تغيير. في مثالنا، نقارن 5 و 1، 5 أكبر من 1، وبالتالي فإن العناصر ليست بالترتيب، لذلك سنقوم بتبديلها. يصبح الجدول:

$$A = [1, 5, 4, 2, 8].$$

ثم نقارن 4 و 5، 5 أكبر من 4، العناصر ليست مرتبة، نتبادلها فيصبح الجدول:

$$A = [1, 4, 5, 2, 8].$$

نفس الشيء يحدث للعناصر 2 و 5، نستبدلهم ويصبح الجدول:

$$A = [1, 4, 2, 5, 8].$$

للعناصر 5 و 8، 5 أصغر من 8، العناصر في ترتيبها الصحيح، وبالتالي لا نفعل شيئاً. لاحظ أنه في نهاية الممر الأول، يتم وضع العنصر الأكبر في المصفوفة في نهاية الأخير، وبالتالي، عند كل تمريرة، يمكننا تقليل حجم المصفوفة التي سيتم اجتيازها 1. وهذا يعني أنه يمكننا تصفح الأولن - 1 العناصر بدلاً من للمقطع الثاني، الأولن - 2

عناصر التمريرة الثالثة، وهكذا.

— التمريرة الثانية: نذهب من خلال ن-1 العناصر الأولى من المصفوفة ومقارنة العناصر المجاورة. إذا كان العنصر أكبر من العنصر الذي يليه، فإننا نستبدله. في مثالنا، نقارن 1 و4، ولا يتم تبادل العناصر لأنها مرتبة. ثم نقارن 4 و2، 4 أكبر من 2، نستبدلهم ويصبح الجدول:

$$A = [1, 2, 4, 5, 8].$$

ثم نقارن 4 و5، 4 أصغر من 5، العناصر مرتبة ويبقى المصفوفة دون تغيير. كما أوضحنا سابقاً، لا نحتاج إلى مقارنة العنصر الأخير في المصفوفة لأنه مرتب بالفعل. وينطبق الشيء نفسه على العنصر قبل الأخير، في المقطع التالي.

— التمريرة الثالثة: نذهب من خلال ن-2 العناصر الأولى من المصفوفة ومقارنة العناصر المجاورة. وفي هذه الحالة، سوف نلاحظ أن كل شيء ن-2 العناصر مرتبة بالفعل، لأنه لم يتم إجراء أي تبادل خلال هذا المقطع. وبالتالي تتوقف الخوارزمية هنا.

## 2.3.2 التنفيذ

نعرض أدناه تنفيذ خوارزمية فرز الفقاعات في لغة C:

```

1  كثافة العمليات فقاعة_فرز(كثافة العمليات*لديه، كثافة العمليات ن) {
2      كثافة العمليات أنا، ي، تمب؛
3      ل(أنا = 0؛ أنا > ن - 1؛ ط ++ ) {
4          أمر = 1؛
5          ل(ي = 0؛ ي > ن - ط - 1؛ ي ++ ) {
6              لو(أ[ي] < أ[ي + 1]) {
7                  tmp = A[j];
8                  أ[ي] = أ[ي + 1]؛ أ[ي + 1] = tmp؛
9                  تمب =
10                 أمر = 0؛
11             }
12         }
13         لو(أمر) {
14             يعود؛
15         }
16     }
17 }
```

## الخوارزمية 2.1 - فرز الفقاعات - نسخة تكرارية

الإصدار السابق عبارة عن تطبيق تكراري لخوارزمية فرز الفقاعات. يمكننا أيضاً تنفيذ هذه الخوارزمية بشكل متكرر، كما يلي:

```

1 كثافة العمليات (bubble_sort_rec) كثافة العمليات * لديه، كثافة العمليات (ن)
2 كثافة العمليات أنا، ثمة؛
3 لو (ن != 1)
4 أمر = 1؛
5 ل (أنا = 0؛ أنا > ن - 1؛ ط ++ )
6 لو (أ[i] < أ[i + 1])
7 tmp = أ[i]؛
8 أ[i] = أ[i + 1]؛ أ[i + 1] = tmp؛
9 أ[i] +
10 أمر = 0؛
11 {
12 {
13 لو (!أمر)
14 bubble_sort_rec(أ، ن - 1)؛
15 {
16 {
17 {

```

## الخوارزمية 2.2 - نوع الفقاعة - نسخة متكررة

### 2.3.3 التعقيد

العملية الأساسية التي تهتمنا في خوارزمية فرز الفقاعات هي المقارنة بين عنصرين متجاورين. تحتوي الخوارزمية على حلقتين متداخلتين، تضمن الحلقة الأولى أن تقوم الخوارزمية بإجراء عدة تمريرات على المصفوفة (على الأكثر ن - 1 الممرات)، وتضمن الحلقة الثانية تكرار الخوارزمية عبر عناصر المصفوفة. يعتمد عدد العناصر التي يتم اجتيازها في الحلقة الثانية على المسار الحالي، أي أنه في المسار الأول، نجتاز جميع عناصر المصفوفة (نقوم بذلك ن - 1 المقارنات)، في المقطع الثاني، نذهب من خلال ن - 1 العناصر الأولى من المصفوفة، وهكذا. في كل تكرار في الحلقة الثانية، يتم إجراء مقارنة واحدة فقط. تتوقف الخوارزمية عندما تكون جميع العناصر مرتبة أثناء التمريرة الأخيرة. ولكن في أسوأ الحالات (يتم فرز المصفوفة بترتيب عكسي)، فإننا نقوم بالتنفيذ ن - 1 الممرات. وبالتالي فإن عدد المقارنات التي تم إجراؤها في أسوأ الحالات هو:

$$(2.1) \quad \sum_{i=1}^{n-1} (n-i) = 1 + \dots + (n-2) + (n-1) = \frac{n(n-1)}{2} = \frac{n^2}{2} - \frac{n}{2}$$

وبالتالي فإن الخوارزمية لديها تعقيد من الدرجة الثانية، أي  $O(n^2)$ .

يمكننا تطبيق نفس المنطق على النسخة العودية من الخوارزمية، مع ملاحظة أن عدد المقارنات التي تم إجراؤها لمجموعة من الحجم شرق ن - 1 مقارنة. ثم نستدعي الدالة بشكل متكرر بمصفوفة من الحجم

ن-1 وهكذا. تتوقف العملية العودية عندما يتم فرز المصفوفة، أو في أسوأ الأحوال، عندما نقوم بإجراء استدعاء متكرر بمصفوفة ذات حجم 1 (وهذا يعني بعدن-1 المكالمات العودية).

## 2.4 الفرز حسب الاختيار

الفرز بالتحديد هو خوارزمية فرز تتضمن البحث عن أصغر عنصر في المصفوفة ووضعه في الموضع الأول (في حالة الفرز التصاعدي)، ثم البحث عن ثاني أصغر عنصر ووضعه في الموضع الثاني، وهكذا على. خوارزمية فرز التحديد هي أيضاً خوارزمية موضعية، مما يعني أنها لا تتطلب ذاكرة إضافية لإجراء الفرز. تتوقف الخوارزمية عندما تكون جميع العناصر مرتبة.

### 2.4.1 مثال

سنوضح كيفية عمل خوارزمية الفرز بالاختيار باستخدام المثال التالي:

$$A = [8, 2, 4, 1, 5]$$

— أثناء التمريرة الأولى، نبحث عن أصغر عنصر في المصفوفة، وهو 1، ونستبدله بالعنصر الموجود في الموضع الأول من المصفوفة. يصبح الجدول:

$$A = [1, 2, 4, 5, 8]$$

— أثناء التمريرة الثانية، نبحث عن أصغر عنصر في المصفوفة، ولكن هذه المرة نتجاهل العنصر الأول. أصغر عنصر من الموضع الثاني هو 2، نستبدله بالعنصر الموجود في الموضع الثاني من المصفوفة. يصبح الجدول:

$$A = [1, 2, 4, 5, 8]$$

لاحظ أنه في هذه المرحلة تم فرز المصفوفة بالفعل، ولكن على عكس خوارزمية فرز الفقاعات، ليس لدى خوارزمية فرز التحديد أي طريقة لمعرفة ما إذا تم فرز المصفوفة أم لا، لذلك تستمر في تنفيذ المقاطع التالية، مما يلغي ك-1 العناصر الأولى من المصفوفة في كل مسار، حيث ك هو رقم المقطع الحالي. سيبقى الجدول دون تغيير حتى التمريرة الأخيرة.

## 2.4.2 التنفيذ

نعرض أدناه تنفيذ الإصدار التكراري لخوارزمية فرز التحديد بلغة C:

```

1 كثافة العمليات اختيار فرز كثافة العمليات* لديه، كثافة العمليات (ن)
2 كثافة العمليات أنا، ي، ind_min، تمب؛ ل(أنا)
3 { 0 = أنا > ن - 1؛ ط ++ }
4 ind_min = i;
5 ل(ي = ط + 1؛ ي > ن؛ ي++)
6 لو(أ[ي] > [ind_min])
7 ind_min = j;
8 {
9 {
10 لو(ط != ind_min)
11 تمب = أ[أنا]؛
12 أ[ind_min] = أ[i]؛
13 أ[ind_min] = أ[تمة]؛
14 {
15 {
16 {

```

### الخوارزمية 2.3 - فرز التحديد - النسخة التكرارية

نعرض أدناه تنفيذ الإصدار العودي لخوارزمية فرز التحديد بلغة C:

```

1 كثافة العمليات (Select_sort_rec) كثافة العمليات* لديه، كثافة العمليات (ن)
2 كثافة العمليات أنا، ind_min،
3 تمب؛ لو(ن != 1)
4 ind_min = 0;
5 ل(أنا = 1؛ أنا > ن؛ ط ++ )
6 لو(أ[ind_min] > أ[i])
7 ind_min = i;
8 {
9 {
10 لو(ط != 0)
11 تمب = أ[0]؛
12 أ[ind_min] = أ[0]؛
13 أ[ind_min] = أ[تمة]؛
14 {
15 Selection_sort_rec(A + 1, n - 1);
16 {
17 {

```

### الخوارزمية 2.4 - الترتيب حسب الاختيار - نسخة متكررة

### 2.4.3 التعقيد

العملية الأساسية التي نهتم بها هنا هي أيضاً المقارنة. تحتوي الخوارزمية على حلقتين متداخلتين، تضمن الحلقة الأولى أداء الخوارزمية -1 يمر فوق المصفوفة، وتكرر الحلقة الثانية عبر عناصر المصفوفة بدءاً من الموضع أنا+1 (أو أنا هو رقم المقطع الحالي) للعثور على الحد الأدنى. يعتمد عدد المقارنات التي يتم إجراؤها في الحلقة الثانية على المقطع الحالي، أي أنا في المقطع الأول نمرة -1 العناصر، في الممر الثاني، نمرة -2 العناصر، وما إلى ذلك. وبالتالي فإن عدد المقارنات التي تم إجراؤها هو:

$$(2.2) \quad \sum_{i=1}^{n-1} (n-i) = 1 + \dots + (n-2) + (n-1) = \frac{n(n-1)}{2} = \frac{n^2 - n}{2}$$

وبالتالي فإن الخوارزمية لديها تعقيد من الدرجة الثانية، أي. على 2.

يمكننا تطبيق نفس المنطق على النسخة العودية من الخوارزمية بطريقة مشابهة لخوارزمية فرز الفقاعات. نصل دائماً إلى نفس التعقيد التربيعي.

### 2.4.4 المقارنة مع نوع الفقاعة

عندما نعتبر المقارنة هي العملية الأساسية، فإن خوارزمية فرز التحديد تنفذ دائماً نفس عدد المقارنات بغض النظر عن ترتيب العناصر في المصفوفة. بينما قد تقوم خوارزمية فرز الفقاعات بإجراء مقارنات أقل إذا وجدت أن المصفوفة قد تم فرزها في نهاية التمريرة. ومع ذلك، يمكن أن تكون خوارزمية فرز التحديد أكثر كفاءة من خوارزمية فرز الفقاعات في بعض الحالات، لأنها تؤدي عمليات تبادل أقل من خوارزمية فرز الفقاعات.

#### تغيير المنظور

عندما نعتبر التبادل بمثابة العملية الأساسية، فإن خوارزمية فرز الاختيار هي تبادل واحد فقط لكل تمريرة على الأكثر. وبما أن عدد المقاطع هو -1، تعقيد خوارزمية فرز الاختيار في هذا السياق ص (ن) (التعقيد الخطي). في حين أن خوارزمية فرز الفقاعات في أسوأ الأحوال تقوم بمبادلة واحدة لكل مقارنة (في أسوأ الحالات - يتم فرز المصفوفة بشكل عكسي)، وعدد المقارنات هو نفس عدد المقايضات، فإن تعقيد خوارزمية فرز الفقاعات في هذا السياق هو على 2 (التعقيد التربيعي). يشرح هذا السلوك الفرق في الأداء بين الخوارزميتين.

- تكون خوارزمية فرز التحديد أكثر كفاءة من خوارزمية فرز الفقاعات إذا تم تشغيلها على بنية أجهزة حيث يكون المبادلة أكثر تكلفة من المبادلة.

المقارنة، خاصة على المعالجات ذات السجلات الصغيرة أو ذاكرة التخزين المؤقت الصغيرة.

-تعد خوارزمية فرز الفقاعات أكثر كفاءة من خوارزمية فرز التحديد إذا تم تشغيلها على بنية أجهزة حيث تكون المقارنة أكثر تكلفة من المبادلة. ستؤدي عملية المقارنة عند استخدامها في حالة ما إلى قفزة مشروطة، وهي عملية مكلفة في وقت التنفيذ، خاصة على المعالجات ذات خطوط الأنابيب العميقة أو متنبئ فرعي غير فعال.

يمكن أن يعتمد الفرق بين الخوارزميتين أيضاً على طبيعة البيانات المراد فرزها. إذا كانت البيانات مصنفة بالفعل (تقريباً)، فستكون خوارزمية فرز الفقاعات أكثر كفاءة من خوارزمية فرز التحديد لأنها تقوم بعدد أقل من التمريرات عبر المصفوفة. وبالتالي فإن الخوارزمية المستخدمة بين الاثنين تعتمد على طبيعة البيانات التي سيتم فرزها وبنية الأجهزة التي سيتم تنفيذ الخوارزمية عليها.

## 2.5 نوع الإدراج

خوارزمية فرز الإدراج هي خوارزمية فرز تتضمن إدراج كل عنصر من عناصر المصفوفة في مكانه المناسب في مصفوفة مفروزة. تبدأ الخوارزمية باعتبار أن العنصر الأول من المصفوفة مفروز، ثم تقوم بإدخال العنصر الثاني مكانه في المصفوفة المصنفة، ثم تقوم بإدخال العنصر الثالث مكانه في المصفوفة المصنفة، وهكذا حتى تنتهي جميع العناصر يتم إدراج عناصر المصفوفة في مكانها. خوارزمية فرز الإدراج هي خوارزمية مستقرة (يتم الحفاظ على ترتيب العناصر المتساوية) وفي مكانها (لا تتطلب الخوارزمية ذاكرة إضافية). تعتمد هذه الخوارزمية على تعقيد الإدراج في مصفوفة مرتبة، وهي تحت الخط (لوغاريتمي) لتحسين تعقيد خوارزمية الفرز.

### 2.5.1 مثال

نعرض أدناه مثالاً لتشغيل خوارزمية فرز الإدراج على المصفوفة المكونة من 5 عناصر التالية:

$$A = \{5\}, 2, 4, 6, 1$$

الطاولة لديه وينقسم إلى قسمين، الجزء الأول هو المصفوفة التي تم فرزها، والجزء الثاني هو بقية المصفوفة. حجم المصفوفة التي تم فرزها هو في البداية 1، وحجم بقية المصفوفة هو في البداية 1- (أو ن هو حجم المصفوفة). تقوم الخوارزمية أولاً بإدراج العنصر الثاني من المصفوفة في المصفوفة التي تم فرزها، ثم تقوم بإدراج العنصر الثالث من المصفوفة في المصفوفة التي تم فرزها، وهكذا حتى يتم إدراج جميع العناصر



يتم إدراج الجدول في مكانهم. نلاحظ الجزء الذي تم فرزها من المصفوفة من خلال وضعه بين قوسين متعرجين.

— المقطع 1: في المسار الأول، المصفوفة التي تم فرزها هي  $\{5\}$  وبقيّة الجدول  $[1, 6, 4, 2]$ . الخطوة الأولى هي إدراج العنصر الثاني من المصفوفة (القيمة 2) في المصفوفة المرتبة نحصل على النتيجة:

$$A = [1, 6, 4, \{5, 2\}]$$

— المقطع 2: في المسار الثاني، المصفوفة التي تم فرزها هي  $\{5, 2\}$  وبقيّة الجدول هو  $[1, 6, 4]$ . سوف نقوم بإدراج القيمة 4 في المصفوفة المرتبة نحصل على النتيجة:

$$A = [1, 6, \{5, 4, 2\}]$$

— المقطع 3: وفي الممر الثالث، سوف نقوم بإدراج القيمة 6 في المصفوفة المرتبة نحصل على النتيجة:

$$A = [1, \{6, 5, 4, 2\}]$$

— المقطع 4: يتكون المسار الرابع من إدراج العنصر الأخير في المصفوفة (القيمة 1) في الجزء المرتب من المصفوفة، مما يعطينا المصفوفة المرتبة التالية:

$$A = [\{6, 5, 4, 2, 1\}]$$

## 2.5.2 التنفيذ

قبل تنفيذ خوارزمية فرز الإدراج، من المهم جداً تنفيذ وفهم عملية الإدراج في مصفوفة مفروزة. الإصدار الساذج للإدراج في مصفوفة مفروزة هو التكرار عبر المصفوفة بحثاً عن موضع الإدراج (العنصر الأول الأكبر من العنصر المراد إدراجه في حالة الفرز التصاعدي)، ثم إزاحة جميع عناصر المصفوفة من موضع الإدراج مربع واحد إلى اليمين، ثم أدخل العنصر في مكانه. يتم تنفيذ هذا الإصدار من الإدراج بلغة C أدناه:

الإدراج في مصفوفة مرتبة

- 1 فارغ إدراج (كثافة العمليات \* مصفوفة، كثافة العمليات مقاس، كثافة العمليات عنصر) {
- 2 كثافة العمليات أنا = 0;
- 3 بينما (أنا > element[i] && array[i] > size) {
- 4 = الحجم؛ ي < أنا؛ ي--} {
- 5 المصفوفة [i] = المصفوفة [i - 1];
- 6 {
- 7 المصفوفة [i] = العنصر;
- 8 {

## الخوارزمية 2.5 - الإدراج في مصفوفة مرتبة - التعقيد الخطي

لاحظ أن الدالة إدراج يأخذ مجموعة من الأعداد الصحيحة كمعلمة مصفوفة، حجم الطاولة مقاس والعنصر المراد إدراجه عنصر. الوظيفة إدراج إرجاع المصفوفة صيف مع العنصر عنصر إدراجها في مكانها على افتراض أن الجدول صيف متبوعاً بمربع فارغ يمكن استخدامه للتأكد من أن إزاحة عناصر المصفوفة لا تتجاوز حجمها.

من الممكن تنفيذ إصدار أكثر كفاءة للإدراج في مصفوفة مرتبة باستخدام البحث الثنائي للعثور على موضع إدراج العنصر. البحث الثنائي هو البحث الذي يتكون من تقسيم الجدول إلى قسمين، ثم البحث في أي جزء يقع العنصر المطلوب البحث عنه، ثم يتم تقسيم الجدول إلى قسمين في كل مرة على النحو التالي:

— إذا كان العنصر المراد إدراجه أكبر من العنصر الموجود في منتصف المصفوفة، فيجب إدراج العنصر في الجزء الثاني من المصفوفة.

-إذا كان العنصر المراد إدراجه أصغر من العنصر الموجود في منتصف المصفوفة، فيجب إدراج العنصر في الجزء الأول من المصفوفة.

يتم تكرار نفس العملية حتى يتم العثور على موضع إدراج العنصر، أو ينتهي بنا الأمر بمصفوفة بحجم 0.

يتم تنفيذ إصدار الإدراج في مصفوفة مرتبة باستخدام البحث الثنائي بلغة C أدناه:

- 1 فارغ إدراج (كثافة العمليات \* مصفوفة، كثافة العمليات مقاس، كثافة العمليات عنصر) {
- 2 كثافة العمليات ط = 0، ي = الحجم - 1، ك؛
- 3 بينما (أنا >= ي) {
- 4 ك = (ط + ي) / 2;
- 5 لو (المصفوفة [ك] > العنصر) {
- 6 ك = ك + 1؛
- 7 ك = ك - 1؛
- 8 ل (ك = الحجم - 1؛ ك < ط؛ ك--} {
- 9 المصفوفة [ك] = المصفوفة [ك - 1];

10 {  
11 المصفوفة[i] = العنصر;  
12 {

## الخوارزمية 2.6 - الإدراج في مصفوفة مرتبة - التعقيد اللوغاريتمي

يمكن أيضاً تنفيذ عملية البحث عن موضع الإدراج بشكل متكرر، مما يؤدي إلى الإصدار التالي:

```

1 كثافة العمليات يبحث (كثافة العمليات * مصفوفة، كثافة العمليات أنا، كثافة العمليات ي، كثافة العمليات عنصر) {
2 لو (أنا < ي) يعود أنا؛ كثافة
3 العمليات ك = (ط + ي) / 2؛
4 لو (صيف [ك] > عنصر) يعود (search array, k + 1, j, element);
5 search array, i, k
6 {
7
8 فارغ إدراج (كثافة العمليات * مصفوفة، كثافة العمليات مقاس، كثافة العمليات عنصر) {
9 كثافة العمليات (search array, 0, size - 1, element) ل i = كثافة
10 العمليات ك = الحجم - 1؛ ك < ط؛ ك-- }
11 المصفوفة [ك] = المصفوفة [ك - 1]؛
12 {
13 المصفوفة [i] = العنصر؛
14 {
```

## الخوارزمية 2.7 - الإدراج في مصفوفة مرتبة - نسخة متكررة

بمجرد الانتهاء من تنفيذ وظيفة الإدراج في مصفوفة مرتبة، يمكننا الآن الانتقال إلى فرز الإدراج. سنقوم بالتكرار خلال المصفوفة التي سيتم فرزها عن طريق إدراج كل عنصر في المصفوفة التي تم فرزها، مما يمنحنا التنفيذ التالي:

```

1 فارغ الإدراج الفرز (كثافة العمليات * مصفوفة، كثافة العمليات مقاس) {
2 ل (كثافة العمليات أنا = 1؛ أنا > الحجم؛ ط++)
3 إدراج (صيف، أنا، مجموعة [i])؛
4 {
```

## الخوارزمية 2.8 - فرز الإدراج

## 2.5.3 التعقيد

نحن نعتبر المقارنة بمثابة العملية الأساسية لخوارزمية فرز الإدراج. يعتمد تعقيدها بشكل أساسي على مدى تعقيد وظيفة الإدراج في مصفوفة مرتبة. في الحالة التي نستخدم فيها البحث الثنائي للعثور على موضع إدراج العنصر، يكون تعقيد دالة الإدراج لوغاريتمياً، نظراً لأن البحث الثنائي يقسم المصفوفة إلى جزأين في كل مرة. بمعنى آخر، عدد المقارنات التي تم إجراؤها للعثور على

إدراج الموقوف في مجموعة مرتبة من الحجم يقتصر على عدد المرات التي يمكننا القسمة فيها بمقدار 2، وهو ما يعطي التعقيد اللوغاريتمي في أسوأ الحالات يا (سجل<sub>2</sub>ن).

يتم تنفيذ الإدراج مرات في حالة نوع الإدراج، مما يعطي تعقيداً أعلى (سجل<sub>2</sub>ن) في أسوأ الأحوال. هذا التعقيد متشائم بعض الشيء، لأن حجم المصفوفة التي يتم إدراج العناصر فيها يبدأ من 1 ويزداد في كل مرة، مما يعني أن عدد المقارنات التي يتم إجراؤها لإدراج العناصر يتم الحصول عليها من خلال الصيغة التالية:

$$(2.3) \quad \text{ت الإضافية قى أورت (ن)} = \text{سجل}_2 1 + \text{سجل}_2 2 + \text{سجل}_2 3 + \dots + \text{سجل}_2 \text{ن}$$

لكن نتيجة هذا المجموع تكون دائماً أقل من المجموع التالي:

$$(2.4) \quad \text{سجل}_2 \text{ن} + \text{سجل}_2 \text{ن} + \text{سجل}_2 \text{ن} + \dots + \text{سجل}_2 \text{ن} = \text{ن سجل}_2 \text{ن}$$

ومن هنا التعقيد على سجل<sub>2</sub>ن).

#### 2.5.4 المقارنة مع خوارزميات الفرز الأخرى

تعتبر المقارنة بين خوارزميات الفرز مهمة صعبة، لأنه يمكن اعتبار العديد من العمليات عمليات أساسية. في كثير من الأحيان نعتبر عدد المقارنات بمثابة العملية الأساسية، وفي هذه الحالة يبدو أن فرز الإدراج أكثر كفاءة من فرز التحديد وفرز الفقاعات. ومع ذلك، فإن الفرز بالإدراج ينفذ عمليات ذاكرة أكثر من الفرز بالتحديد. في الواقع، في أسوأ الحالات، عندما تعتبر عمليات الذاكرة عمليات أساسية، يكون فرز الإدراج معقداً أعلى (2)، وهو نفس التعقيد مثل الفرز الفقاعي، في حين أن الفرز بالتحديد له تعقيد أعلى، وهو أكثر كفاءة من الخوارزميتين الأخريين. بالإضافة إلى ذلك، فإن خوارزمية فرز الإدراج قابلة للتكيف، أي إذا تم فرز المصفوفة تقريباً، فسيكون عدد العمليات المنفذة صغيراً جداً.

في الختام، فإن الخوارزمية الأكثر فعالية من بين الثلاثة التي شوهدت حتى الآن تعتمد على الموقوف، والأسئلة التي يجب طرحها هي:

- هل تم فرز المصفوفة جزئياً؟

- هل عملية الذاكرة أعلى من عملية المقارنة؟

- هل متنبئ الفرع فعال؟

- هل عدد المسجلين محدود؟

-هل الذاكرة المؤقتة كافية؟

## 2.6 دمج الفرز

دمج الفرز هو خوارزمية متكررة تقسم المصفوفة التي سيتم فرزها إلى جزأين، وتفرز كل جزء، ثم تدمجها للحصول على المصفوفة التي تم فرزها. تأخذ وظيفة الدمج صفيقين مفروزين وتدمجهما في صفيق واحد مفروز دائماً. خوارزمية الفرز المدمج هي خوارزمية فرز خارجية، مما يعني أنها يجب أن تستخدم مساحة الذاكرة الخارجية لتخزين البيانات المراد فرزها. تتوقف الاستدعاءات العودية عندما تحتوي المصفوفة المراد فرزها على عنصر واحد فقط، لأن المصفوفة المكونة من عنصر واحد يتم فرزها دائماً.

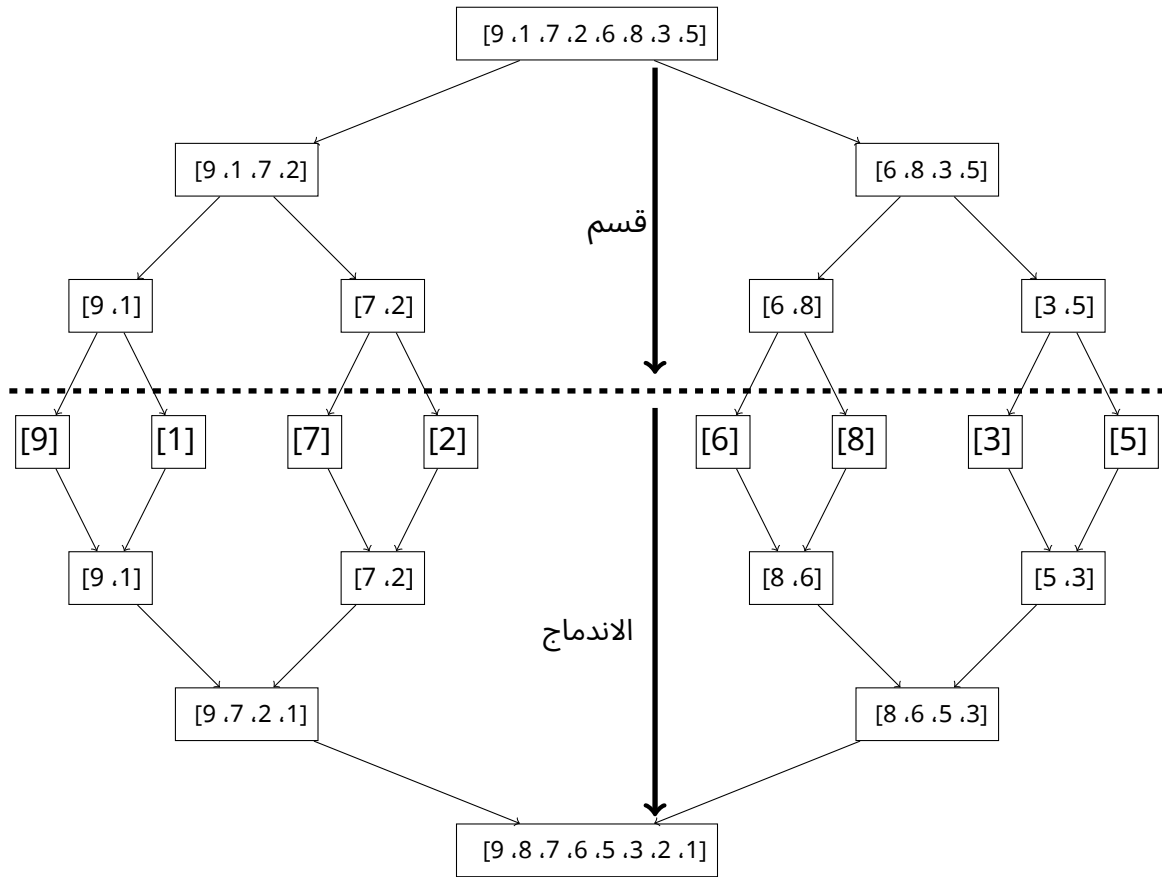
يعد فرز الدمج خوارزمية فرز متقدمة إلى حد ما وهي فعالة جداً عندما يتعلق الأمر بفرز مصفوفة كبيرة. كما أنها فعالة جداً عندما يتعلق الأمر بفرز البيانات المخزنة على وسيط خارجي، لأنها تقوم بنسخ جزء من البيانات ليتم فرزها في الذاكرة الرئيسية في كل مرة، مما يجعل من الممكن تجنب الوصول المتكرر إلى الذكريات الخارجية التي تكون بطيئة جداً.

### 2.6.1 مثال

سنوضح كيفية عمل خوارزمية الفرز المدمج باستخدام مثال. سنقوم بفرز الجدول  $A = [5, 3, 8, 6, 2, 7]$ ، [9، 1]. يتم توضيح عملية فرز الدمج في الشكل 2.1. لقد اخترنا على وجه التحديد مخطط الحجم 2 لتسهيل الشرح. ومع ذلك، تعمل خوارزمية الفرز المدمج أيضاً مع المصفوفات ذات الحجم وليس مع قوى 2. في الجزء العلوي من الشكل 2.1، يتم تقسيم المصفوفة المراد فرزها إلى جزأين متساويين في كل مرة حتى نحصل على مصفوفات بالحجم 1 (والتي يتم فرزها حسب التعريف). في الجزء السفلي، يتم دمج المصفوفات التي تم فرزها حتى يتم الحصول على المصفوفة التي تم فرزها بشكل نهائي.

### 2.6.2 التنفيذ

يتم تنفيذ خوارزمية فرز الدمج باستخدام دالة متكررة تأخذ المصفوفة التي سيتم فرزها بحجمها كمعلمة. تقوم الدالة العودية بتقسيم المصفوفة إلى جزأين، ثم تستدعي بشكل متكرر دالة الفرز في كل جزء. عندما يكون حجم المصفوفة يساوي 1، تقوم الدالة بإرجاع المصفوفة. عند إرجاع كلا المصفوفتين المفروزتين، يتم استدعاء دالة أخرى لدمجهما في مصفوفة واحدة لا تزال مفروزة. سنبدأ أولاً بتنفيذ وظيفة الدمج التي تأخذ صفيقتين فرعيتين مفروزتين متتاليتين كمعاملات وتدمجهما في مصفوفة مفروزة واحدة تشغل نفس المساحة التي تشغلها المصفوفتان المدمجتان. يجب أن تستخدم الوظيفة مساحة الذاكرة الخارجية لتخزين المصفوفة المدمجة ثم نسخها إلى المصفوفة



الشكل 2.1 - دمج الفرز

أولي. يظهر تنفيذ وظيفة الدمج أدناه.

```

1  فارغ دمج (كثافة العمليات * أولاً كثافة العمليات ثنائية، كثافة العمليات الحجم أولاً، كثافة العمليات الحجم الثانية) {
2  كثافة العمليات * تم الدمج = مالوك ((الحجم الأول + الحجم الثاني) * sizeof (كثافة العمليات)); كثافة
3  العمليات ط = 0، ي = 0، ك = 0؛
4  بينما (أنا > حجم الأول && ي > حجم الثانية) {
5  لو (الأول [i] > الثاني [ي]) {
6  اندمجت [ك] = أولاً [أنا]؛
7  أنا++;
8  } آخر {
9  اندمجت [ك] = الثانية [ي]؛
10 ي++;
11 }
12 ك++;
13 }
14 بينما (أنا > size_first) {
15 Merged[k] = first[i];
16 أنا++;
17 ك++;
18 }

```

```

19 بينما (ي > حجم_الثانية) {
20     Merged[k] = Second[j];
21     ي++;
22     ك++;
23 }
24 ل (أنا = 0؛ أنا > حجم_الأول + حجم_الثانية؛ ط++) {
25     first[i] = merged[j];
26 }
27 مجاني (مدمج);
28 {

```

### الخوارزمية 2.9 - دمج صفيقين مفروزين

الآن سوف نقوم بتنفيذ وظيفة فرز الدمج. تأخذ هذه الوظيفة العودية المصفوفة المراد فرزها وحجمها كمعاملات. إذا كان حجم المصفوفة يساوي 1، فإن الدالة ترجع نفس المصفوفة. بخلاف ذلك، تقوم الدالة بتقسيم المصفوفة إلى جزأين ثم تستدعي دالة الفرز بشكل متكرر في كل جزء. عندما يتم إرجاع كلا المصفوفتين المصنفتين، نستخدم وظيفة الدمج في الخوارزمية 2.9 لدمج دمجهن. يظهر تنفيذ وظيفة فرز الدمج أدناه:

```

1 فارغ دمج_الفرز (كثافة_العمليات * مصفوفة، كثافة_العمليات مقاس) {
2     لو (الحجم != 1) {
3         كثافة_العمليات الحجم / 2 = size_first;
4         كثافة_العمليات: size_sec = الحجم - size_first;
5         العمليات * الأول = المصفوفة؛
6         كثافة_العمليات *؛ دمج_الفرز (الأول size_first +
7             size_first; Second = array
8             size_sec؛ دمج_فرز (الثانية،
9             size_first، size_first؛ دمج (الأول، الثاني،
10         {
11     {

```

### الخوارزمية 2.10 - دمج الفرز

### 2.6.3 التعقيد

أما بالنسبة للخوارزميات الأخرى فنعتبر أن عملية المقارنة هي العملية الأكثر تكلفة. لذلك، سنقوم بتقدير مدى تعقيد خوارزمية الفرز المدمج عن طريق حساب عدد المقارنات التي تم إجراؤها. يعتمد تعقيد خوارزمية فرز الدمج على (1) مدى تعقيد وظيفة الدمج و (2) عدد المكالمات العودية، أي عمق العودية. تعقيد وظيفة الدمج خطي، لأنها تمر عبر كلا المصفوفتين ليتم دمجهما مرة واحدة فقط. لا يمكن أن يتجاوز عدد الاستدعاءات العودية عدد المرات التي يمكننا فيها تقسيم حجم المصفوفة على 2 حتى نحصل على 1، وهو ما يساوي سجل 2. نأون هو حجم المصفوفة الأولية. لأنه في كل مستوى من مستويات العودية، تتم مقارنة كل عنصر بعنصر واحد

مرات على الأكثر (ن مقارنات على كل مستوى)، وأن عمق العودية هو سجل<sub>2</sub>ن، تعقيد خوارزمية فرز الدمج هو في حدود على سجل<sub>2</sub>ن).

إذا كنا مهتمين بعمليات الذاكرة، فإن خوارزمية الفرز المدمج دائماً ما تكون معقدة من حيث الترتيب على سجل<sub>2</sub>ن، لأنه في كل مستوى من مستويات العودية، ن يتم نسخ العناصر إلى مصفوفة خارجية، ثم يتم نسخها مرة أخرى إلى المصفوفة الأولية (ت(ن) = 2ن). عمق العودية هو سجل<sub>2</sub>ن، وبالتالي فإن تعقيد خوارزمية الفرز المدمج هو في حدود على سجل<sub>2</sub>ن).

#### 2.6.4 المقارنة مع الخوارزميات الأخرى

تعد خوارزمية الفرز المدمج أكثر كفاءة من خوارزميات الفرز الأخرى التي رأيناها حتى الآن. في الواقع، فإن تعقيد خوارزمية الفرز المدمج هو في حدود على سجل<sub>2</sub>ن، مهما كانت العملية تعتبر. هذا هو التعقيد الأمثل لخوارزميات فرز المقارنة. وبالتالي فإن خوارزمية فرز الدمج تكون أكثر كفاءة من خوارزميات فرز الفقاعات والإدراج والاختيار، خاصة عندما يكون حجم المصفوفة المراد فرزها كبيراً.

#### 2.7 الفرز السريع (الفرز السريع)

عبارة عن خوارزمية فرز مقارنة تستخدم تقنية Quicksort فرق تسد. مثل فرز الدمج، فهو يعتمد على تقنية التقسيم والتي تتمثل في تقسيم الجدول إلى قسمين، ثم فرز كل جزء على حدة. خوارزمية الفرز السريع هي خوارزمية متكررة تستخدم وظيفة التقسيم لتقسيم المصفوفة إلى قسمين. تختار وظيفة التقسيم عنصراً من المصفوفة تسمى محور، ثم يضع جميع العناصر الأصغر من المحور على يساره وجميع العناصر الأكبر من المحور على يمينه. خوارزمية الفرز السريع هي أيضاً خوارزمية موضعية، لأنها لا تتطلب مصفوفة خارجية لإجراء الفرز.

##### 2.7.1 مثال

سنوضح كيفية عمل خوارزمية الفرز السريع في الجدول التالي:

$$A = [6, 4, 1, 2, 7, 3, 5]$$

أولاً سنختار المحور. يمكن اختيار الأخير بطرق مختلفة، ولكن الخيار الأكثر شيوعاً هو اختيار العنصر الأخير من المصفوفة. في لدينا



على سبيل المثال، المحور يساوي 6. سنقوم بعد ذلك باجتياز المصفوفة من اليسار إلى اليمين، ووضع جميع العناصر الأصغر من المحور على يسارها. وعندما نجد عنصراً أصغر من المحور، نستبدله بالعنصر الأول الأكبر من المحور. عندما ننتهي من الجدول بأكمله، نستبدل المحور بالعنصر الأول الأكبر منه. فيصبح الجدول بالتالي:

$$A = [7, 6, 4, 1, 2, 3, 5]$$

بعد ذلك، نطبق نفس الإجراء على جزأين من الجدول مفصولين بالمحور. تم فرز الجانب الأيمن من المصفوفة بالفعل لأنه يحتوي على عنصر واحد فقط. ولذلك فإننا نطبق الإجراء على الجزء الأيسر من الجدول. يتم اختيار العنصر الأخير من المصفوفة الفرعية كعنصر محوري، وقيمته هي 4، وبعد هذه الخطوة يصبح الجدول كما يلي:

$$A = [7, 6, 5, 4, 1, 2, 3]$$

نحن نطبق نفس الإجراء على المصفوفة الفرعية من [1, 2, 3]، يتم اختيار العنصر الأخير كمحور، وقيمته هي 1، وبعد هذه الخطوة يصبح الجدول كما يلي:

$$A = [7, 6, 5, 4, 3, 2, 1]$$

في الخطوة الأخيرة، نطبق نفس الإجراء على المصفوفة الفرعية [3, 2]، لقد تم فرزها بالفعل، ولكن لإنهاء المثال، سنظل نختار العنصر الأخير كمحور، وقيمته هي 3، وبعد هذه الخطوة يصبح الجدول كما يلي:

$$A = [7, 6, 5, 4, 3, 2, 1]$$

في نهاية هذه الخطوة الأخيرة، يتم فرز الجدول.

## 2.7.2 التنفيذ

فيما يلي تنفيذ خوارزمية الفرز السريع:

- 1 فارغ فرز سريع (كثافة العمليات \* مصفوفة، كثافة العمليات مقاس)
- 2 لو (الحجم < 1)
- 3 كثافة العمليات المحور = المصفوفة [الحجم - 1]؛ كثافة
- 4 العمليات أنا = 0؛
- 5 كثافة العمليات ي = الحجم
- 6 2-؛ بينما (أنا >= ي)
- 7 لو (المصفوفة [أنا] < المحورية && المصفوفة [ي] > المحورية)
- 8 كثافة العمليات: tmp = array

المصفوفة[i] = صيف[i];	9
صيف[i] = تمّة؛	10
أنا++;	11
ي--؛	12
{وإلا إذا(المصفوفة [i] => المحور) }	13
أنا++;	14
{وإلا إذا(المصفوفة [i] =< المحور) }	15
ي--؛	16
{	17
{	18
<b>كثافة العمليات</b>	19
Quick_sort(array, i, tmp = المصفوفة[	20
الحجم- 1]; array[size - 1;	21
tmp = array[i]; array[i] =	22
Quick_sort(array + i + 1, size - i - 1;	23
{	24
{	25

### 2.7.3 التعقيد

دعونا نعتبر عملية المقارنة هي العملية الأساسية. يكون تعقيد خوارزمية الفرز السريع في أسوأ الحالات ( عندما يتم فرز المصفوفة بالفعل) في حدود  $O(n^2)$ ، لأنه في كل مستوى من مستويات التكرار، تتم مقارنة كل عنصر بالمحور مرة واحدة على الأكثر (ن - ط مقارنات مثل أنها مستوى العودية). عمق العودية هون، وبالتالي فإن تعقيد خوارزمية الفرز السريع هو في حدود  $O(n^2)$ . يكون تعقيد خوارزمية الفرز السريع في أفضل الأحوال (عندما يكون المحور دائماً في منتصف المصفوفة) في حدود  $O(n \log n)$ ، لأنه في كل مستوى من مستويات العودية، تتم مقارنة كل عنصر بالمحور مرة واحدة على الأكثر (ن - ط مقارنات مثل أنها مستوى العودية). عمق العودية هو  $\log n$ ، وبالتالي فإن أفضل تعقيد لحالة خوارزمية الفرز السريع هو من ترتيب  $O(n \log n)$ . يبلغ تعقيد خوارزمية الفرز السريع في المتوسط حوالي  $O(n \log n)$ ، لأنه على صفائف عشوائية من الحجم، فمن غير المرجح أن يكون هناك مصفوفة تم فرزها بالفعل.

### 2.7.4 المقارنة مع فرز الدمج

على الرغم من أن التعقيد الأسوأ لخوارزمية الفرز السريع هو في حدود  $O(n^2)$  في أسوأ الحالات، تكون هذه الخوارزمية في المتوسط أكثر كفاءة من خوارزمية الفرز المدمج. في الواقع، متوسط التعقيد لخوارزمية الفرز السريع هو في حدود  $O(n \log n)$ ، نفس خوارزمية الفرز المدمج. بالإضافة إلى ذلك، فإن خوارزمية الفرز السريع هي خوارزمية موضعية، بينما تتطلب خوارزمية الفرز المدمج مصفوفة خارجية لإجراء الفرز. بالإضافة إلى ذلك، في أسوأ الحالات بالنسبة لخوارزمية الفرز السريع، لا يتم إجراء أي عملية نسخ، وتتم المقارنة مع المحور

دائماً تكون النتيجة سلبية، مما يسمح لمتنبئ الفرع بتكييف أداء الخوارزمية وتحسينه.

## 2.8 الاستنتاج

في هذا الفصل، قدمنا العديد من خوارزميات الفرز. لقد بدأنا بأبسط الخوارزميات لفهمها وتنفيذها، مثل فرز الفقاعات وفرز التحديد. تحتوي هاتان الخوارزميتان على تعقيد بترتيب  $O(n^2)$ ، وبالتالي فهي غير فعالة على الطاولات الكبيرة. ثم قدمنا نوع الإدراج، الذي يتميز بترتيب معقد  $O(n^2)$  عندما يتعلق الأمر بالمقارنات، ولكن من أجل  $O(n)$  إذا نظرنا إلى عمليات الذاكرة. ثم قدمنا نوع الدمج، الذي يتميز بدرجة تعقيد الترتيب  $O(n \log n)$ ، وهو أسرع بكثير من الخوارزميات السابقة على المصفوفات الكبيرة. أخيراً، تم تقديم خوارزمية الفرز السريع، وهي معقدة في أسوأ الأحوال  $O(n^2)$ ، ولكنه من الناحية العملية أسرع من فرز الدمج، لأنه موجود في مكانه وأن متوسط التعقيد هو في حدود  $O(n \log n)$ .

يعتمد اختيار خوارزمية الفرز التي سيتم استخدامها على عدة عوامل، مثل حجم المصفوفة التي سيتم فرزها، وتعقيد الخوارزمية، وطبيعة البيانات التي سيتم فرزها، وحجم الذاكرة المتوفرة، وما إلى ذلك. من الناحية العملية، يعد الفرز السريع هو خوارزمية الفرز الأكثر استخداماً على نطاق واسع، بما في ذلك المكتبات القياسية للغات البرمجة. ومع ذلك، في بعض الحالات قد تكون خوارزميات الفرز الأخرى أكثر كفاءة.