الجمهوريةالجزائرية الديمقراطية الشعبية وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة8 ماي 1945 – قالمة –
كليةالرياضيات وعلوم الحاسوب والعلوم
موضوع
قسمعلوم الحاسوب

نشرةالدورة

رخصةسنة ثانية
خيار :علوم الكمبيوتر

---

# الخوارزمياتوالتعقيد

---

بقلم:د. شوهرا شمس الدين

العامالدراسي 2023/2024

# جدولالمحتويات

# مقدمة

تستهدفهذه الدورة طلاب السنة الثانية من المرحلة الجامعية في علوم الكمبيوتر. الغرض منه هو منحهمالأسس اللازمة لفهم مفهوم التعقيد الخوارزمي، وهو موضوع مركزي وأساسي في دورة هندسة الكمبيوترالخاصة بك. الخوارزميات، كنظام، هي فن تصميم الخوارزميات، أي تسلسلات من التعليمات المحددةجيداً والتي تسمح لك بحل مشكلة أو إنجاز مهمة معينة. إنه أساس العديد من تطبيقات الكمبيوترالتي نستخدمها يومياً. بدءاً من العثور على مسارات محسنة على الخريطة، إلى التوصية بالمنتجاتعبر الإنترنت، إلى فرز رسائل البريد الإلكتروني لدينا، فإن الخوارزميات موجودة في كل مكان وتلعبدوراً رئيسياً في أداء وفعالية البرامج التي نستخدمها. أحد الجوانب الحاسمة التي سنغطيها في هذهالدورة هو مفهوم التعقيد الخوارزمي. يقيس مدى تعقيد الخوارزمية أدائها من حيث الموارد التي تستهلكها،مثل وقت التنفيذ ومساحة الذاكرة. يعد فهم وتحليل التعقيد الخوارزمي أمراً ضرورياً لتقييم جودةالخوارزمية وقدرتها على معالجة البيانات الضخمة بشكل متزايد بكفاءة. لذلك سوف ندرس الطرق المختلفةلتحليل التعقيد، والرموز المستخدمة، وكيفية تقييم أهمية الخوارزمية وفقاً للقيود المحددة لكل موقف.

تنقسمهذه الدورة إلى أربعة (4) فصول، وفيما يلي لمحة موجزة عنها:

1. التعقيد الخوارزمي: التذكيرات الخوارزمية:هذا الفصل مخصص للتذكير بالمفاهيم الأساسية للخوارزميات،وهي الخوارزميات، وهياكل البيانات، وأنواع البيانات، وما إلى ذلك. لقد تمت تغطية هذهالمفاهيم بالفعل في السنة الأولى (وحدات الخوارزمية وهياكل البيانات 1 و 2)، لكننا سنذكرها هنامن خلال التركيز على الجوانب التي تهمنا في هذه الدورة. كما سنقدم في هذا الفصل مفهوم التعقيدالخوارزمي، وذلك من خلال إعطاء عدة أمثلة للخوارزميات وتحليل مدى تعقيدها.

2. خوارزميات الفرز:يعد الفرز عملية متكررة في معالجة البيانات، وفي هذا الفصل سوف نستكشف تقنياتالفرز المختلفة، من الأكثر

بسيطةإلى الأكثر تطورا. سوف نتعلم كيفية تقييم مدى تعقيد كل منها واختيار الفرز الأنسب لكل حالةاستخدام.

3. الأشجار:الأشجار هي هياكل بيانات تستخدم على نطاق واسع في الحوسبة، وخاصة في قواعد البياناتوأنظمة الملفات وخوارزميات البحث. سندرس في هذا الفصل الأشجار الثنائية وأشجار البحثالثنائية وأشجار البحث المتوازنة وغيرها. سنرى كيفية استخدامها لحل المشكلات الملموسةوكيفية تقييم مدى تعقيدها.

4. الرسوم البيانية:أخيراً، سنناقش الرسوم البيانية، وهي هياكل بيانات غير خطية لنمذجة العديد من مواقفالعالم الحقيقي، مثل الشبكات الاجتماعية وشبكات الكمبيوتر والدوائر الكهربائية وما إلىذلك. سوف نستكشف خوارزميات اجتياز الرسم البياني، وخوارزميات إيجاد المسار، وغيرها منمشاكل الرسم البياني الكلاسيكية. وسندرس أيضاً خوارزميات المسار الأقصر، والتي تستخدم علىنطاق واسع في أنظمة الملاحة وتطبيقات رسم الخرائط.

جميعالأمثلة والتمارين في هذه الدورة مكتوبة بلغة C لتسهيل التنفيذ والاختبار، وكذلك لمتابعة الوحدات الخوارزميةالتي رأيناها في السنة الأولى. ومع ذلك، فإن المفاهيم والتقنيات التي سندرسها قابلة للتطبيقعلى أي لغة برمجة أخرى.

ونأملأن تكون هذه الدورة تجربة غنية ومحفزة لكم. ومن خلال تزويدك بالمعرفة المتعمقة في هذا المجال،نهدف إلى تزويدك بالأدوات الأساسية لحل المشكلات المعقدة ومواجهة تحديات الحوسبة الحديثة.نحن نشجعك على المشاركة بنشاط في المناقشات وطرح الأسئلة والعمل في مجموعات من أجلفهم أفضل للمفاهيم المقدمة. يعد إتقان الخوارزميات مهارة أساسية ستخدمك طوال حياتك المهنيةكمهندس كمبيوتر وما بعده.

المتطلباتالأساسية:تفترض هذه الدورة أنك قد اتبعت بالفعل الخوارزميات ووحدات هياكل البيانات 1 و2 في السنة الأولى، وأن لديك إتقاناً جيداً للبرمجة في لغة C.

# الفصل1

# التعقيدالخوارزمي

## 1.1مقدمة

فيهذا الفصل، سوف نستكشف صفات وخصائص الخوارزميات. نسلط الضوء على المعايير التي تجعلمن الممكن الحكم على جودة الخوارزمية وأهمية كتابة خوارزميات فعالة وقوية. ثم نقترب من الفكرةالحاسمة للتعقيد الخوارزمي. يقيس مدى تعقيد الخوارزمية مقدار الموارد التي تستهلكها بناءً على حجمالمدخلات. بمعنى آخر، يقوم بتقييم وقت التنفيذ والذاكرة التي تتطلبها الخوارزمية لمعالجة البيانات. وسوفنقوم بدراسة الأشكال المختلفة للتعقيد، بما في ذلك التعقيد الزمني (زمن التنفيذ) والتعقيد المكاني(استهلاك الذاكرة). يعد فهم التعقيد الخوارزمي أمراً ضرورياً لتقييم أداء الخوارزمية وتوقع حدودها واختيارأفضل نهج لحل مشكلة معينة. نقدم قواعد حساب التعقيد الأفضل والأسوأ والمتوسط.

لاستيعابالمفاهيم المغطاة بشكل أفضل، سنوضح كل مفهوم بأمثلة ملموسة. ستتاح لك الفرصة لمعرفةكيفية ترجمة خصائص الخوارزمية إلى كود برمجي، وكيفية حساب مدى تعقيدها، وكيفية تفسير النتائجالتي تم الحصول عليها. ستساعدك هذه الأمثلة العملية على تصور المفاهيم النظرية بشكل أفضلوتطبيقها في مواقف الحياة الواقعية.

## 1.2صفات وخصائص الخوارزمية

الخوارزمياتهي وسيلة لحل المشاكل. يتم استخدامها في العديد من المجالات، بما في ذلك الرياضيات وعلومالكمبيوتر والاقتصاد وغيرها. فهي موجودة في كل مكان في حياتنا اليومية. عندما تستخدم نظام تحديدالمواقع العالمي (GPS) للعثور على أقصر طريق بين نقطتين، أو تستخدم محرك بحث للعثور على معلوماتعلى الإنترنت، أو تستخدم برنامج التعرف على الوجه لفتح القفل.

صدأهاتفك الذكي، في الواقع أنت تستخدم خوارزمية لحل مشكلة ما. يمكن استخدام عدة خوارزميات لحلنفس المشكلة. بعضها أكثر كفاءة من غيرها، أي أنها تستهلك موارد أقل (الوقت والذاكرة) لحل المشكلة.لذلك من المهم معرفة كيفية تقييم جودة الخوارزمية واختيار الخوارزمية الأكثر فعالية لحل مشكلةمعينة. في هذا القسم، سنرى الخصائص التي تسمح لنا بالحكم على جودة وفعالية الخوارزمية. قديكون لتلك المعروضة أدناه أهمية أكبر أو أقل اعتماداً على سياق استخدام الخوارزمية:

1.دقة:يجب أن تعطي الخوارزمية نتائج صحيحة ودقيقة لجميع حالات الإدخال المحتملة، وحل المشكلةالمحددة وفقاً للمواصفات. ويجب ألا يحتوي على أخطاء منطقية ويجب أن يؤدي إلى النتائجالمتوقعة.

2.البساطة والوضوح:يجب أن تكون الخوارزمية الجيدة بسيطة وسهلة الفهم. وينبغي أن تكون مكتوبة بشكلواضح وسهل القراءة، مع خطوات سهلة المتابعة. تعمل البنية الجيدة للخوارزمية على تسهيلصيانة الكود وفهمه عند الحاجة.

3.المتانة:يجب أن تكون الخوارزمية قادرة على التعامل مع الحالات غير المتوقعة والتعامل مع المواقفالاستثنائية دون فشل مفاجئ أو تقديم نتائج غير صحيحة. يجب أن يكون مرناً تجاه البياناتغير الصحيحة أو غير المتوقعة.

4.نمطية:تتكون الخوارزمية المعيارية من عدة وحدات مستقلة يمكن إعادة استخدامها في خوارزميات أخرى.من الأسهل صيانة وتصحيح الخوارزمية المعيارية. بالإضافة إلى أنه من الأسهل إعادة استخدامهفي برامج أخرى. يتيح تصميم الخوارزمية المعيارية إمكانية التوسع العالية ويسهل الصيانةلأنها مصممة للسماح بالتعديلات والإضافات وحتى التعديلات لحل المشكلات المماثلة.

5.كفاءة :وهذه هي أهم خاصية في سياق هذا الفصل. الخوارزمية الفعالة هي التي تستهلك موارد أقل (الوقت والذاكرة) لحل المشكلة. يجب أن تكون سريعة واقتصادية. يجب أن تكون قادرة على معالجةكميات كبيرة من البيانات في وقت معقول. يتم قياس فعالية الخوارزمية من خلال تعقيدهاالخوارزمي.

يمكنإضافة ميزات أخرى إلى هذه القائمة، مثل قابلية النقل والتوازي وما إلى ذلك. ولكن في هذه الدورة،نحن مهتمون بشكل أساسي بالتعقيد الخوارزمي.

## 1.3تعريف التعقيد الخوارزمي

التعقيدالخوارزمي هو مقياس لكمية الموارد التي تستهلكها الخوارزمية لحل مشكلة ما. يقوم بتقييم وقتالتنفيذ والذاكرة التي تتطلبها الخوارزمية لمعالجة البيانات. يعد التعقيد الخوارزمي مفهوماً مهماً في علومالكمبيوتر. إنه يجعل من الممكن تقييم أداء الخوارزمية وتوقع حدودها واختيار أفضل نهج لحل مشكلةمعينة. كما يسمح لك بمقارنة عدة خوارزميات لنفس المشكلة واختيار الخوارزمية الأكثر كفاءة. تتمدراسة التعقيد الخوارزمي في إطار تحليل الخوارزمية. يتم قياس التعقيد على أساس حجم المدخلات. حجمالإدخال هو عدد البيانات التي ستتم معالجتها بواسطة الخوارزمية. ويمكن التعبير عنها بعدد العناصر،وعدد البتات، وعدد الأحرف، وما إلى ذلك. على سبيل المثال، حجم الإدخال لخوارزمية الفرز هو عددالعناصر التي سيتم فرزها. هناك نوعان من التعقيد الخوارزمي: التعقيد الزمني والتعقيد المكاني.

### 1.3.1تعقيد الوقت

التعقيدالزمني للخوارزمية هو مقياس وقت تنفيذ الخوارزمية كدالة لحجم الإدخال. يتم التعبير عنه بعدد العملياتالأولية التي تقوم بها الخوارزمية. يمكن أن تكون العمليات الأولية عمليات حسابية، وعمليات منطقية،وعمليات إدخال/إخراج، وما إلى ذلك. يعتمد وقت تشغيل الخوارزمية على الجهاز الذي تعمل عليه،وحجم الإدخال، وجودة تنفيذ الخوارزمية. لذلك من الصعب قياس وقت التنفيذ الدقيق للخوارزمية. ولهذاالسبب نقيس وقت التنفيذ كدالة لحجم الإدخال. يمكننا بالتالي مقارنة عدة خوارزميات لنفس المشكلةواختيار الأكثر كفاءة.

### 1.3.2التعقيد المكاني

التعقيدالمكاني للخوارزمية هو مقياس الذاكرة التي تتطلبها الخوارزمية لمعالجة البيانات بناءًعلى حجم الإدخال.ويتم التعبير عنها بعدد وحدات الذاكرة (البت، البايت، وما إلى ذلك). يعد التعقيد المكاني أيضاً عاملاًمهماً يجب مراعاته عند تصميم الخوارزميات، خاصة عند العمل على الأنظمة المدمجة أو الأنظمة ذاتموارد الذاكرة المحدودة. يمكن أن تتسبب الخوارزمية ذات التعقيد الكبير للمساحة في حدوث مشكلاتفي الأداء، بما في ذلك الاستهلاك المفرط للذاكرة ومشكلات تجاوز سعة الذاكرة. لذلك من الضروريتحقيق التوازن بين كفاءة وقت التنفيذ واستخدام مساحة الذاكرة عند تصميم الخوارزميات المحسنة.

فيالوقت الحاضر، يعد تعقيد الوقت المقياس الأكثر استخداماً للتعقيد الخوارزمي. ولهذا السبب، نهتم فيهذه الدورة بشكل أساسي بتعقيد الوقت. يعد التعقيد المكاني مهماً أيضاً، ولكنه أقل استخداماً إلا فيحالة الأنظمة المدمجة أو الأنظمة ذات موارد الذاكرة المحدودة. في ما تبقى من هذه الدورة، سنكتب ببساطة"التعقيد" للإشارة إلى التعقيد الزمني، إذا لم نحدد خلاف ذلك.

منالمهم أيضاً ملاحظة أن التعقيد الخوارزمي يمكن أن يعتمد على حجم المدخلات، أو قيمة البيانات، أو كليهما.على سبيل المثال، حساب المبلغنالأعداد الصحيحة الأولى هي مشكلة يعتمد تعقيدها على قيمة نحتى لو كان حجم الذاكرةنثابت. لن يتم شرح هذه التفاصيل في كل مثال في هذه الدورة، ولكن من المهمأن نأخذها في الاعتبار عند تحليل مدى تعقيد الخوارزمية.

## 1.4حسابات التعقيد

يتضمنحساب مدى تعقيد الخوارزمية تحليل كيفية اختلاف وقت التنفيذ اعتماداً على حجم الإدخال. للقيامبذلك، يجب علينا أولاً تحديد العمليات الأولية التي تقوم بها الخوارزمية. بعد ذلك، يجب علينا حسابعدد العمليات الأولية التي تقوم بها الخوارزمية كدالة لحجم الإدخال (يشار إليه عموماًن).وأخيراً، يجبعلينا التعبير عن عدد العمليات الأولية كدالة لـنوتبسيط التعبير الذي تم الحصول عليه. والنتيجة التيتم الحصول عليها هي تعقيد الخوارزمية. يعتبر رمز "Big O" هو الأكثر استخداماً للتعبير عن تعقيد الخوارزمية.يسمح لك بتحديد الحد الأعلى لوقت تنفيذ الخوارزمية (أسوأ الحالات). للحصول على خوارزميةتفعل ذلكج·نالعمليات الأولية لإدخال الحجمن،وجهو ثابت، ويلاحظ التعقيدعلى).الثابت جيتم حذفهعادة، لأنه ليس له أي تأثير على التعقيد. وبالمثل بالنسبة لشروط الدرجات الأدنى في حالة تعبير متعددالحدود. على سبيل المثال، إذا كانت الخوارزمية تفعل ذلكج·ن$^2$+د·ن+هالعمليات الأولية لإدخال الحجمن،نكتب أن التعقيد هوعلى$^2$). هناك رموز أخرى للتعبير عن التعقيد، مثل تدوين Θ،أوم.هذه الرموز أقلاستخداماً، لكنها تجعل من الممكن تحديد الحدود الدنيا ومتوسط الحالات في وقت تنفيذ الخوارزمية.في هذه الدورة، سنركز بشكل أساسي على تدوين "Big O"، وسيتم مناقشة التدوينات الأخرىباختصار في القسم1.5.5.

### 1.4.1الحساب الأولي للتعقيد

يتيحلك حساب التعقيد الأساسي تقييم مقدار وقت التنفيذ أو مساحة الذاكرة المستخدمة في كل عملية بناءًعلى حجم الإدخال.

يتمفحص كل تعليمات أو خطوة من الخوارزمية وتحديد تكلفة من حيث الوقت أو المكان لهذه العملية. بمجردتحديد كل عملية أساسية، يتم تحديد عدد المرات التي يتم فيها تنفيذ كل عملية بناءً على حجم الإدخال.على سبيل المثال، إذا تم تشغيل حلقةنمرات، سيتم ضرب تكلفة العملية داخل هذه الحلقة بـ "n". بعد ذلك، من خلال الجمع بين تكاليف جميع العمليات الأساسية، نحصل على التعقيد الإجمالي للخوارزميةمن حيث وقت التنفيذ أو مساحة الذاكرة اعتماداً على حجم الإدخال.

يتيحالحساب الأولي للتعقيد إجراء تحليل مفصل لأداء الخوارزمية وفهم أجزاء الخوارزمية التي تساهم أكثر فيتعقيدها الإجمالي. ويساعد هذا أيضاً في تحديد النقاط الحرجة التي قد تتطلب التحسين لتحسين كفاءةالخوارزمية. من المهم ملاحظة أن حساب التعقيد الأولي هو منهج نظري يوفر تقديراً للتعقيد بناءً علىحجم المدخلات. من الناحية العملية، قد يتأثر الأداء الفعلي للخوارزمية بعوامل أخرى مثل بنية الأجهزة،ولغة البرمجة، وتحسينات المترجم، وما إلى ذلك. ومع ذلك، يظل تحليل العمليات الأساسية أداة أساسيةلفهم السلوك العام للخوارزمية ومقارنة الحلول الخوارزمية المختلفة.

### 1.4.2قواعد حساب التعقيد "لأسوأ الحالات".

عندمانحسب تعقيد "أسوأ حالة" لخوارزمية ما، فإننا مهتمون بأقصى أداء للخوارزمية، أي وقت التنفيذ أو مساحةالذاكرة المطلوبة عندما يكون الإدخال هو الأكثر سلبية. لمهمة معينةس,لأداء على دخول الحجمن، سوفنلاحظتس(ن) = يا(و(ن))لنقول أن وقت تنفيذ الخوارزمية محدد بوظيفةو (ن)عندما يكون الإدخال كبيراًن.فيما يلي قواعد حساب تعقيد "أسوأ الحالات":

1.العمليات الأساسية:العملية الأولية هي العملية التي تستغرق وقتاً ثابتاً للتنفيذ. على سبيل المثال، عمليةحسابية، عملية منطقية، عملية إدخال/إخراج، إلخ. وقت تنفيذ العملية الأولية مستقل عن حجمالإدخال. ولذلك، فإن تعقيد العملية الأولية هويا(1).

2.تسلسل التعليمات:إذا كان تسلسل التعليماتسيتكون منك تعليماتس$_1$،س$_2$، ...، س$_ك$ثم تعقيدالتسلسلسهو مجموع تعقيدات التعليماتس$_1$،س$_2$، ...، س$_ك$. بمعنى آخر يمكننا أن نكتب:

$$ت_س(ن) = \sum_{أنا=1}^{ك} ت_{س_{أنا}}(ن) \quad (1.1)$$

3.خيار :إذا تعليمات$س$يتكون من عدة تعليمات$س_1$,$س_2$، ...،$س_ك$
والتيتم تنفيذها بناءً على شرط (لوأويحُول)،ثم تعقيد التعليمات$س$يعتمد على التعليمات$س_{أنا}$
وجودأعلى التعقيد. ونكتب أيضا:

$$ت_س(ن) = الأعلى_{1 \leq أنا \leq ك} ت_{س_{أنا}}(ن) \quad (1.2)$$

4.حلقة :إذا تعليمات$س$هي حلقة يتم تشغيلها$ن$مرات على الأكثر، وأن جسم الحلقة معقد$ت_ب(ن)$،ثم
تعقيدالتعليمات س تعطى بواسطة الصيغة:

$$ت_س(ن) = ن \cdot ت_ب(ن) \quad (1.3)$$

هذاالمنطق صالح للحلقات$ل$وكذلك لتجعيد الشعر$بينما$. في حالة وجود حلقة$بينما$،يجب توخي
الحذرلضمان الوصول إلى حالة الخروج من الحلقة. وإلا، فسيتم تشغيل الحلقة إلى الأبد ولن
تكتمل الخوارزمية أبداً. في هذه الحالة، تعقيد الحلقة هو يا$(\infty)$.

5.الحلقات المتداخلة:إذا تعليمات$س$يتكون من$ك$حلقات متداخلة، وجسم الحلقة الأعمق معقد$ت_ب(ن)$،ثم تعقيد التعليمات$س$تعطى بواسطة الصيغة:

$$ت_س(ن) = \prod_{أنا=1}^{ك} ن_ك \cdot ت_{ب_{أنا}}(ن) \quad (1.4)$$

أو$ن_ك$هو عدد تكرارات الحلقة$ك$.

6.استدعاء الوظيفة:إذا تعليمات$س$هو استدعاء وظيفة$و$الذي لديه التعقيد$ت_و(ن)$،ثم تعقيد التعليمات
$س$هو نفس وظيفة$و$.

7.العودية:في حالة الوظائف العودية، من الضروري التعبير عن تعقيد العودية كدالة لحجم الإدخال
وحساب العدد الإجمالي للمكالمات العودية في أسوأ الحالات. للقيام بذلك، من الضروري تحديد
علاقةالتكرار التي تعبر عن التعقيد كدالة لحجم المدخلات. بعد ذلك، يجب علينا حل علاقة التكرار
للحصول على تعبير صريح عن التعقيد كدالة لحجم المدخلات. وأخيرا، يجب علينا تبسيط التعبير
الذيتم الحصول عليه وتحديد مدى تعقيد العودية.

## 1.5أمثلة على حسابات التعقيد

سنوضحفي هذا القسم قواعد حساب التعقيد بأمثلة ملموسة. سنقوم بحساب مدى تعقيد العديد من الخوارزمياتالبسيطة. سنرى أيضاً كيف تتم ترجمة خصائص الخوارزمية إلى كود برمجي، وكيفية حسابمدى تعقيدها، وكيفية تفسير النتائج التي تم الحصول عليها. ستساعدك هذه الأمثلة العملية علىتصور المفاهيم النظرية بشكل أفضل وتطبيقها في مواقف الحياة الواقعية.

### 1.5.1التعقيد الخطي

التعقيدالخطي هو تعقيد النوععلى).يتم استخدامه للتعبير عن مدى تعقيد الخوارزمية التي يتناسب وقت تنفيذهامع حجم الإدخال. على سبيل المثال، إذا كانت الخوارزمية تفعل ذلكج·نالعمليات الأولية لإدخال الحجمن،ثم تعقيد هذه الخوارزمية هوعلى).البحث الخطي هو مثال على الخوارزمية التي يكون تعقيدها خطياً.يتم استخدام خوارزمية البحث الخطي للبحث عن عنصر في مصفوفة. يمر عبر عنصر المصفوفة حسبالعنصر ويقارن كل عنصر بالقيمة التي يبحث عنها. إذا تم العثور على العنصر، تتوقف الخوارزمية وتعيدموضع العنصر. وبخلاف ذلك، فإنها ترُجع قيمة خاصة (-1 على سبيل المثال) للإشارة إلى عدم العثورعلى العنصر. فيما يلي مثال على تنفيذ وظيفة البحث الخطي بلغة C:

```
1 كثافةالعملياتبحث خطي(كثافة العمليات*مصفوفة,كثافة العملياتمقاس،كثافة العملياتقيمة) {
2     ل(كثافة العملياتأنا = 0؛ أنا <الحجم؛ ط ++) {
3         لو(المصفوفة [i] == القيمة) {
4             يعودأنا؛
5         }
6     }
7     يعود-1؛
8 }
```

الخوارزمية1.1 – البحث الخطي

العمليةالأولية التي تهمنا في هذه الخوارزمية هي المقارنة بين عددين صحيحين. يتم تنفيذ هذه العملية فيالتعليماتلوفي السطر 3. يتم تنفيذه عند كل تكرار للحلقةل.الحلقةليتم تنفيذهنمرات لإدخال الحجم ن.قد تتوقف الحلقة في النهاية قبل أن تمر عبر المصفوفة بأكملها إذا تم العثور على العنصر، ولكن في أسوأالحالات، إذا لم يتم العثور على العنصر، فسيتم تنفيذ الحلقةنمرات. لذا فإن تعقيد الوظيفة line_searchاشرقعلى)، لأنه يفعل قدر الإمكاننالعمليات الأولية لإدخال الحجمن.

### 1.5.2التعقيد المستمر

التعقيدالمستمر هو تعقيد النوعيا(1).يتم استخدامه للتعبير عن مدى تعقيد الخوارزمية التي يكون وقت تنفيذهامستقلاً عن حجم الإدخال. على سبيل المثال، إذا كانت الخوارزمية تفعل ذلكجالعمليات الأولية لإدخالالحجمن،معجثابت، ثم تعقيد هذه الخوارزميةيا(1).يعد البحث عن عنصر في مصفوفة مرتبة مثالاً علىخوارزمية ذات تعقيد ثابت. سنأخذ كمثال حساب مجموعنالأعداد الصحيحة الأولى معنعدد صحيح موجب.للوهلة الأولى، قد يعتقد المرء أن الخوارزمية التي تحل هذه المشكلة يجب أن تمر عبر جميع الأعدادالصحيحة من 1 إلىنوإضافتها كما هو موضح أدناه:

```
كثافةالعمليات(sum_nكثافة العملياتن) {
    كثافةالعملياتالمبلغ = 0؛
    ل(كثافة العملياتأنا = 1؛ أنا <= ن؛ ط ++) {
        مجموع  + = أنا؛
    }
    يعود    مجموع؛
}
```

الخوارزمية1.2 – مجموع الأعداد الصحيحة n الأولى – التعقيد الخطي

هذهالخوارزمية تفعل ذلكنالعمليات الأولية لإدخال الحجمن.لذا فإن تعقيدها هوعلى).ومع ذلك، هناك حلأكثر فعالية لحل نفس المشكلة. في الواقع مجموعنيمكن حساب الأعداد الصحيحة الأولى باستخدام صيغةمجموعنالعناصر الأولى في المتتابعة الحسابية التي لها حد أوللديه$_1$=1ولسبب وجيهص =1. مجموعنيتم إعطاء الأعداد الصحيحة الأولى بالصيغة التالية:

$$س_{ن} = \sum_{أنا=1}^{ن} أنا = \frac{ن \cdot (ن+1)}{2} \quad (1.5)$$

تتيحلك هذه الصيغة حساب مجموعنالأعداد الصحيحة الأولى عن طريق إجراء ثلاث عمليات أولية. هنا هوتنفيذ الوظيفةsum_nالذي يستخدم الصيغة1.5:

```
كثافةالعمليات(sum_nكثافة العملياتن) {
    يعود(ن * (ن + 1)) / 2؛
}
```

الخوارزمية1.3 - مجموع الأعداد الصحيحة n الأولى - التعقيد الثابت

تقومهذه الوظيفة دائماً بتنفيذ ثلاث عمليات أولية مهما كانت قيمةن. لذا فإن تعقيدها هويا(1).

من المهم ملاحظة أن التعقيد المستمر لا يعني بالضرورة أن الخوارزمية تكون دائماً أسرع لجميع أحجام الإدخال.إنه يعني ببساطة أن وقت التنفيذ أو استهلاك الذاكرة لا يعتمد على حجم الإدخال. يعد التعقيد المستمرأمراً مرغوباً فيه بشكل عام للعمليات التي يجب أن تكون سريعة جداً ولا تعتمد على حجم البيانات.ومع ذلك، في بعض الحالات، قد تكون الخوارزميات ذات التعقيد العالي أكثر كفاءة بالنسبة لأحجامالمدخلات الكبيرة. يعتمد اختيار الخوارزمية على السياق والاحتياجات المحددة لكل مشكلة يتعين حلها.

### 1.5.3التعقيد اللوغاريتمي

التعقيداللوغاريتمي هو تعقيد النوعيا(سجلن).يتم استخدامه للتعبير عن مدى تعقيد الخوارزمية التي يتناسبوقت تنفيذها مع لوغاريتم حجم الإدخال. على سبيل المثال، إذا كانت الخوارزمية تفعل ذلكج· سجلنالعمليات الأولية لإدخال الحجمن،ثم تعقيد هذه الخوارزمية هويا(سجلن). مثال على الخوارزمية التييكون تعقيدها لوغاريتمياً هو حساب قوة الرقم. كما هو الحال مع المثال السابق، قد يعتقد المرء أن الخوارزميةتقوم بالحسابس$_ن$معنيجب أن يؤدي عدد صحيح موجبنالضرب كما هو موضح أدناه:

```
كثافةالعملياتالأسرى_ن(كثافة العملياتس,كثافة العملياتن) {
    كثافةالعملياتالنتيجة = 1؛
    ل(كثافة العملياتأنا = 0؛ أنا <ن؛ ط ++) {
        النتيجة*= س؛
    }
    يعودنتيجة؛
}
```

الخوارزمية1.4 – قوة الرقم – التعقيد الخطي

ومعذلك، هناك حل أكثر فعالية لحل نفس المشكلة. في الواقع، قوة الرقمسإلى السلطةنيمكن حسابها باستخدامصيغة التكرار التالية:

$$س_ن = \begin{cases} 1 & \text{لون }=0 \\ س\cdot\left(س_{(ن-1)/2}\right)^2 & \text{لونأمر غريب} \\ \left(س_{ن/2}\right)^2 & \text{لونهو حتى} \end{cases} \qquad (1.6)$$

تتيحلك هذه الصيغة حساب قوة الرقمسإلى السلطةنوذلك بتقسيم المشكلة إلى مشكلات فرعية أصغر.تعقيد هذه الخوارزمية هو اللوغاريتم

هيئةالتصنيع العسكري، لأنه في كل خطوة، يتم تقليل المشكلة إلى النصف. هنا هو تنفيذ الوظيفة pow_nالذي يستخدم الصيغة1.6:

```
1  كثافةالعملياتالأسرى_ن(كثافة العملياتس,كثافة العملياتن) {
2      لو(ن == 0) {
3          يعود1؛
4      }وإلا إذا(ن % 2 == 0) {
5          كثافةالعمليات;y = pow_n)x, n / 2(
6          يعودص * ذ؛
7      } آخر{
8          كثافةالعمليات;y = pow_n)x, )n - 1( / 2(
9          يعودس * ص * ص ؛
10     }
11 }
```

الخوارزمية1.5 – قوة الرقم – التعقيد اللوغاريتمي

العمليةالأولية للوظيفةpow_nهو الضرب. يتم تنفيذ هذه العملية على السطر 6 والسطر 9. الوظيفة pow_nهو عودي. يطلق على نفسه اسم معلمة أصغر. يتم إعطاء التعقيد من خلال علاقة التكرار التالية:

$$\text{ت(ن)} = \begin{cases} 0 & \text{لون =0} \\ \text{تي(ن/2)} + 2 & \text{لونأمر غريب} \\ \text{تي(ن/2)} + 1 & \text{لونهو حتى} \end{cases} \qquad (1.7)$$

ويمكنإثبات ذلك بسهولة عن طريق الاستقراءتي(ن) = يا(سجل$_{\text{ن}}$ن).ولكن هناك طريقة أخرى للنظر إليها وهيملاحظة أن المعلمةنيتم تخفيضه إلى النصف مع كل استدعاء متكرر، وبعبارة أخرى، تفقد المعلمة قليلاًمع كل استدعاء. لذا فإن عدد الاستدعاءات العودية يتناسب مع عدد البتات ذات القيمةن،مما يعنيأن تعقيد الوظيفةpow_nشرقيا(سجل$_2$ن)،لأنه يفعل قدر الإمكان2·سجل$_2$نالعمليات الأولية في حالةإجراء جميع المكالمات بقيم فردية.

### 1.5.4التعقيد التربيعي

التعقيدالتربيعي هو تعقيد النوععلى$^2$). يتم استخدامه للتعبير عن مدى تعقيد الخوارزمية التي يتناسب وقتتنفيذها مع مربع حجم الإدخال. على سبيل المثال، إذا كانت الخوارزمية تفعل ذلكج·ن$^2$العمليات الأوليةلإدخال الحجمن،ثم تعقيد هذه الخوارزمية هوعلى$^2$). مثال على الخوارزمية التي يكون تعقيدها تربيعياًهو العثور على زوج من العناصر في مصفوفة يساوي مجموعها قيمة معينة. تمر هذه الخوارزمية عبر

المصفوفةومقارنة كل عنصر بجميع العناصر الأخرى في المصفوفة. إذا كان مجموع عنصرين يساوي القيمةالمعطاة، تتوقف الخوارزمية وترجع 1 (صحيح). وإلا، فسيتم إرجاع 0 (خطأ) للإشارة إلى أنه لم يتم العثورعلى الزوج. فيما يلي مثال لتنفيذ دالة بحث لزوج من العناصر في مصفوفة يساوي مجموعها قيمة معينةفي لغة C:

```
1  كثافةالعملياتزوج_المجموع(كثافة العمليات*مصفوفة,كثافة العملياتمقاس،كثافة العملياتقيمة) {
2      ل(كثافة العملياتأنا = 0؛ أنا <الحجم؛ ط ++) {
3          ل(كثافة العملياتي = 0؛ ي<الحجم; ي++) {
4              لو(المصفوفة[i] + المصفوفة[j] == القيمة) {
5                  يعود1؛
6              {
7          {
8      {
9      يعود0;
10 {
```

الخوارزمية1.6 – البحث عن زوج من العناصر مجموعها يساوي قيمة معينة

العمليةالأولية التي تهمنا في هذه الخوارزمية هي المقارنة بين عددين صحيحين. يتم تنفيذ هذه العملية فيالتعليماتلوفي السطر 4. يتم تنفيذه عند كل تكرار للحلقةلداخلي. الحلقةليتم تنفيذ الداخليةن مراتلإدخال الحجمن.الحلقةليتم تنفيذ الخارجية أيضانمرات لإدخال الحجمن.لذا فإن تعقيد الوظيفة Pair_sumشرقعلى$^2$)، لأنه يجعل الحد الأقصىن$^2$العمليات الأولية لإدخال الحجمن.

منالممكن تحسين تعقيد هذه الخوارزمية عن طريق فرز المصفوفة أولاًباستخدام خوارزمية فرز فعالة ( فرزسريع، دمج،إلخ.). بعد ذلك، يمكننا استخدام البحث ثنائي الاتجاه للعثور على زوج العناصر (التقنية مؤشران).سيتم عرض هذه الخوارزمية في الفصل2كأحد تطبيقات خوارزميات الفرز.

التعقيدالتربيعي هو حالة محددة من التعقيد متعدد الحدود. الخوارزمية التي يكون تعقيدها متعدد الحدودهي خوارزمية يكون تعقيدها من النموذجعلىك)معكعدد صحيح موجب. يتم استخدام التعقيد متعددالحدود للتعبير عن تعقيد الخوارزمية التي يتناسب وقت تنفيذها مع قوة حجم الإدخال. على سبيل المثال،إذا كانت الخوارزمية تفعل ذلكج·نكالعمليات الأولية لإدخال الحجمن،ثم تعقيد هذه الخوارزمية هوعلىك).

### 1.5.5التعقيد في أحسن الأحوال وفي أسوأها وفي المتوسط

أفضلوأسوأ ومتوسط التعقيد هي رموز تستخدم للتعبير عن تعقيد الخوارزمية في حالات معينة. التعقيدالأفضل هو التعقيد الأفضل للخوارزمية. وهذا يعني عندما يكون الدخول هو الأكثر ملاءمة. ويلاحظ أوم.أسوأ حالة تعقيد هي أسوأ حالة تعقيد للخوارزمية. وهذا هو، عندما يكون الدخول غير مواتية للغاية. ويلاحظ

يا.التعقيد في المتوسط هو تعقيد الخوارزمية في الحالة المتوسطة. أي عندما يكون الإدخال عشوائياً. وبعبارةأخرى، هو التعقيد الملحوظ على عدد كبير من المدخلات العشوائية. يكون التعقيد في أحسن الأحوالدائماً أقل من أو يساوي التعقيد في المتوسط، وهو بحد ذاته أقل من أو يساوي التعقيد في أسوأالأحوال. خذ على سبيل المثال خوارزمية البحث الخطية المطبقة في الخوارزمية1.1.

— في أفضل الأحوال، يكون العنصر المطلوب في الموضع الأول من المصفوفة. في هذه الحالة، تتوقفالخوارزمية بعد تكرار واحد وتعيد موضع العنصر. لذا فإن التعقيد في أفضل الأحوال لهذه الخوارزميةهوأوم(1).

-أسوأ تعقيد لهذه الخوارزمية هوص (ن)كما سبق أن أوضحنا في هذا القسم1.5.1.

— التعقيد في المتوسط يكون أكثر تعقيداً في الحساب. ويعتمد ذلك على توزيع البيانات في الجدولوكذلك على احتمال العثور على العنصر المطلوب. إذا افترضنا أن البيانات موزعة بشكل موحدفي المصفوفة، وأن العنصر الذي تم البحث عنه ينتمي بالتأكيد إلى المصفوفة، فلدينات(ن) =ن(متوسط1لديهن).إذا افترضنا أن العنصر الذي تم البحث عنه ينتمي إلى المصفوفة مع الاحتمال ص،ثم يتم إعطاء$\frac{1}{2}$التعقيد في المتوسط بواسطة الصيغة

$$\text{تي(ن)} = \text{ص}\cdot\frac{\text{ن}}{2} + (1 - \text{ع})\cdot\text{ن} \tag{1.8}$$

فيحالةع =1,لدينات(ن) =ن، وفي حالةع =0,لدينا ت(ن)$\frac{}{2}$ = ن.لذا فإن التعقيد في المتوسط يتراوحبينأوم(1)وعلى).

### 1.5.6التعقيد الأسي

التعقيدالأسي هو تعقيد النوعيا(جن). يتم استخدامه للتعبير عن مدى تعقيد الخوارزمية التي يتناسب وقتتنفيذها مع حجم الإدخال الأسي. على سبيل المثال، إذا كانت الخوارزمية تفعل ذلكجنالعمليات الأوليةلإدخال الحجمن،ثم تعقيد هذه الخوارزمية هويا(جن). مثال على الخوارزمية التي يكون تعقيدها أسياً هوالبحث الشامل عن حل لمشكلة ما (مفتاح التشفير، كلمة المرور، وما إلى ذلك). هذه الخوارزمية

يولدجميع الحلول الممكنة ويتحقق مما إذا كان الحل صحيحاً. إذا كان الحل صحيحاً، تتوقف الخوارزمية وتعيدالحل. وإلا فإنها تستمر في إيجاد الحلول. وفي مثال العثور على كلمة المرور، إذا افترضنا أن كلمة المرورتتكون منن الشخصيات، والتي يمكن أن تتخذها كل شخصيةجقيم مختلفة، فإن العدد الإجمالي للحلولالممكنة هوجن. لذا فإن تعقيد هذه الخوارزمية هويا(جن).

الخوارزمياتالتي يكون تعقيدها أسياً (أو مضروبا) بطيئة جداً وغير فعالة. نادراً ما يتم استخدامها في التطبيقاتالحقيقية لحل المشكلات الصغيرة أو المتوسطة الحجم. ومع ذلك، يمكن استخدامها لحل المشكلاتالكبيرة إذا لم يكن هناك حل آخر أكثر فعالية لحل المشكلة. تسمى المشكلات التي ليس لها حلفعال معروف مشكلات NP الكاملة، لكن دراستها تقع خارج نطاق هذه الدورة.

## 1.6الاستنتاج

فيهذا الفصل، قدمنا المفاهيم الأساسية للتعقيد الخوارزمي. لقد رأينا كيفية قياس مدى تعقيد الخوارزميةبناءً على حجم الإدخال. لقد رأينا أيضاً كيفية حساب مدى تعقيد الخوارزمية باستخدام قواعد حسابالتعقيد. وقد أوضحنا هذه القواعد بأمثلة ملموسة. في الفصل التالي، سنركز على فرز الخوارزمياتلإثبات أنه بالنسبة لمشكلة معينة، هناك العديد من الخوارزميات المحتملة، وأن بعض الخوارزمياتأكثر كفاءة من غيرها لحل نفس المشكلة.