Bilem

$4+0+8+10+1=$

$=23$

Oleksandr Bilan

Skúška z LA, Termín 1

Úloha 1.

a) Veta o jadre a obraze lineárneho zobrazenia:

Nech $f: V \to U$ je lineárne zobrazenie konečnorozmernej vektorových priestorov. Potom $\dim(V) = \dim(Ker(f)) + \dim(Im(f))$.

b) Nech $B: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$

$Im(f)$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & a \\ 1 & -1 & 0 & b \\ -1 & 1 & 0 & c \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & a \\ 1 & -1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 0 & b+c \end{array}\right) \cdot(-1) \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & a \\ 0 & -2 & -1 & -a+b \\ 0 & 0 & 0 & \underbrace{b+c}_{0} \end{array}\right)$$

$b = -c$

$Im(f) = \{(a,-c,c) : a, c \in R\}$, keď $\dim(B) = 3$,

$\dim(Im(B)) = 2$.

$Ker(f)$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \cdot(-1) \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

4

Vieme povedať, že $\dim(Ker(B)) = 1$.

bázy sú aké? $\cancel{0}$

Úloha 3.

Vieme, že $T^2 = 2T$

Nech vektor $\vec{v}$ - je vlastný vektor transformacie T

$$T^2\vec{v} = \lambda\vec{v}$$

$$T^2\vec{v} = 2T\vec{v}$$

$$(T^2 - 2T)\vec{v} = 0$$

$$(\lambda^2 - 2\lambda)\vec{v} = 0$$

$\lambda(\lambda-2)\vec{v}=0$ $\vec{v}\neq\vec{0}$

$\lambda=0,\ \lambda=2$

$\lambda\in\{0,2\}$

8

Úloha 2.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & a & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

6

Vypočítame vlastne hodnoty, a nech $a=6$
Potrebujeme zistiť čomu sa rovnajú λ_1 a λ_3 aby sme vedeli povedať, že kedy je tam matica diagonalizovateľna
Takže vychadza matica:

$$\begin{pmatrix} 1-\lambda & 2 & 1 \\ 0 & 6-\lambda & 0 \\ 1 & 2 & 1-\lambda \end{pmatrix}$$

$1-\lambda$	2	1
0	$6-\lambda$	0

a prečo 6?

Vysledok:

$\lambda_1=0,\ \lambda_2=6,\ \lambda_3=2.$

kde to je vypočítané?

hoc aj pre 6?

0

Úloha 4.

1) Symetria:

$\alpha_1 = \langle x, y \rangle S$

$\alpha_2 = \langle Sx, Sy \rangle$

$\alpha_3 = \langle Sy, Sx \rangle$

$\alpha_4 = \langle y, x \rangle S$

2) Sčítanie:

$\alpha_1 = \langle x + y, z \rangle S$

$\alpha_2 = \langle Sx + Sy, Sz \rangle$

$\alpha_3 = \langle Sx, Sz \rangle + \langle Sx, Sy \rangle$

$\alpha_4 = \langle x, z) S + \langle x, y \rangle S$

3) Nasobenie skalarom:

$\alpha_1 = \langle \vec{\alpha} x, y \rangle S$

$\alpha_2 = \langle S(\vec{\alpha} x), Sy \rangle$

$\alpha_3 = \langle \vec{\alpha} Sx, Sy \rangle$

$\alpha_4 = \vec{\alpha} \langle Sx, Sy \rangle$

$\alpha_5 = \vec{\alpha} \langle x, y \rangle S$

4) Nezapornosť:

$\alpha_1 = \langle x, x \rangle S = 0$ → ak x je nulový vektor

$\alpha_2 = \langle Sx, Sx \rangle = 0$ → ak $Sx = 0$, to znamená, že ak $x = 0$.

10

Úloha 5.

a) Nech $A: V \to V$ je lineárna transformacia. Ak $A\vec{x} = \lambda \vec{x}$, $\vec{x} \neq \vec{0}$, potom hovoríme, že λ je vlastná hodnota A a $\vec{x}$ je k nej prislúchajúci vlastný vektor.

1