

# FINAL REPORT

## Personal Finance: American Student Loans

**Headmentor:**

Lê Nhật Tân

**Mentor:**

Nguyễn Sơn Hải

**Mentees:**

Thái Gia Huy

Nguyễn Thị Hồng Thư

Võ Ngọc Tuấn Kiệt

Nguyễn Đặng Phương Duy

Ngày 14 tháng 8 năm 2023



# MaSSP

## LỜI CẢM ƠN

Quãng thời gian 2 tuần học ở MaSSP 2023 là quãng thời gian tràn đầy ý nghĩa đối với mỗi mentee trong nhóm 1. Đối với bộ môn Toán, xin được gửi một lời cảm ơn sâu sắc đến Headmentor bộ môn Toán - anh Lê Nhật Tân, cùng với Mentor phụ trách nhóm 1 là anh Nguyễn Sơn Hải. Ngoài ra, không thể thiếu một lời cảm ơn chân thành đối với các Mentor khác ở bộ môn Toán, xin cảm ơn chị Phạm Phương Thảo, chị Dương Ngân Hà và anh Phạm Duy Tùng vì đã giúp đỡ tất cả các mentee trong suốt 2 tuần vừa qua. Nếu không có sự giúp đỡ của Headmentor và các Mentor, chúng tôi sẽ không thể hoàn thiện được bài thu hoạch này.

Ngoài ra, chúng tôi xin được gửi một lời cảm ơn sâu sắc đến Viện Toán Cao Cấp (VIASM) và Trường Đại học Sư phạm Hà Nội (HNUE) vì đã tạo điều kiện tốt nhất về mặt sinh hoạt và học tập cho các Mentee trong thời gian diễn ra sự kiện. Chúng tôi cũng xin cảm ơn cộng đồng MaSSP nói chung và Ban Tổ chức MaSSP năm nay nói riêng vì đã cống hiến hết mình cho sự nghiệp lan tỏa những giá trị lớn lao của khoa học kỹ thuật đến với giới trẻ ngày nay.

Lần đầu tiếp cận với bộ môn Toán Tài Chính, nhóm tác giả không thể không tránh khỏi những thiếu sót. Chúng tôi xin chân thành cảm ơn sự góp ý của các độc giả để bản thảo này trở nên hoàn thiện hơn.

# TÓM TẮT NỘI DUNG

Dự án của chúng tôi hướng đến việc cung cấp một bản phân tích chi tiết về từng chiến lược trả nợ đối với các khoản vay sinh viên mà từ đó người đi vay sẽ có được những cách tiếp cận đầy đủ nhất để có thể kiểm soát quá trình chi trả nợ của mình. Với mức học phí ngày càng tăng cao ở các chương trình giáo dục sau trung học, một phương án chi trả thông minh và hợp lý rất cần thiết đối với tất cả những người đi vay. Trong dự án này, chúng tôi sẽ trình bày những tính toán và so sánh giữa những phương án trả nợ khác nhau, cũng như đánh giá của chúng tôi về những mặt lợi và hại của từng phương án dựa trên các yếu tố như lãi suất, lạm phát, chính sách xóa nợ theo từng gói hỗ trợ tài chính. Thông qua dự án lần này, chúng tôi hy vọng có thể cung cấp cho người đi vay những công cụ hiệu quả, góp phần đẩy mạnh khả năng tài chính bản thân và rộng hơn nữa là sự phát triển ổn định của nền kinh tế bởi những lợi ích có được từ các chính sách tiền bộ gần đây.

# Mục lục

<b>1</b>	<b>GIỚI THIỆU VẤN ĐỀ</b>	<b>5</b>
1.1	VỀ KHOẢN VAY SINH VIÊN . . . . .	5
1.2	MỘT SỐ CHÍNH SÁCH TRẢ NỢ . . . . .	7
1.3	ĐẠO LUẬT CỨU TRỢ NỢ SINH VIÊN SAVE (SAVING ON A VALUABLE EDUCA- TION) . . . . .	9
<b>2</b>	<b>BÀI TOÁN VỀ KHOẢN NỢ SINH VIÊN</b>	<b>10</b>
2.1	VÍ DỤ MỞ ĐẦU . . . . .	10
2.2	TÌM CÔNG THỨC TỔNG QUÁT . . . . .	11
2.3	ỨNG DỤNG CODE R ĐỂ KIỂM TRA CÔNG THỨC VÀ TÌM RA CRITICAL HORI- ZON . . . . .	16
<b>3</b>	<b>MỞ RỘNG BÀI TOÁN</b>	<b>23</b>
<b>4</b>	<b>KẾT LUẬN</b>	<b>25</b>
<b>5</b>	<b>TÀI LIỆU THAM KHẢO</b>	<b>26</b>

# 1 GIỚI THIỆU VẤN ĐỀ

Trong những thập kỉ gần đây, nợ sinh viên đang dần trở thành một gánh nặng kinh tế lớn đối với những sinh viên đang đi học và đi làm, gây nên sự bất ổn diện rộng trong toàn xã hội, đặc biệt là ở Mỹ. Tính đến năm 2021, tổng nợ sinh viên trên toàn nước Mỹ đạt tới con số 1.5 nghìn tỷ USD, vượt qua cả các khoản nợ tín dụng hay các khoản vay tiêu dùng. Đa phần các khoản nợ trên là các khoản nợ liên bang, với những điều khoản phức tạp liên quan đến kế hoạch trả nợ định kì, hợp nhất nợ, khất nợ, hoãn nợ và xoá nợ. Những điều này vô hình chung là chướng ngại lớn cho các cá nhân vay nợ khi quản lý chi tiêu và cả chính phủ và các tổ chức tài chính khi đo lường giá trị của các khoản nợ.

## 1.1 VỀ KHOẢN VAY SINH VIÊN

Khoản vay sinh viên là khoản vay được thiết kế để giúp đỡ sinh viên chi trả những chi phí cho bậc đại học và sau đại học, bao gồm tiền học phí, sách vở, phụ cấp và chi phí sinh hoạt. Khác với những khoản vay khác, khoản vay sinh viên có lãi suất hằng năm thấp hơn rất nhiều và kế hoạch chi trả có thể được hoãn lại khi sinh viên vẫn còn đang nhập học. Theo thống kê, có khoảng 1000 ngân hàng tham gia vào dự án cho vay sinh viên, với tổng số tiền cho vay lên đến 1.5 nghìn tỷ USD tính đến năm 2021.

Ở Hoa Kỳ, các khoản vay sinh viên được phân thành 2 loại chính: Khoản vay liên bang và khoản vay tư. Các khoản vay này có thể được khấu trừ lãi suất trong thời gian sinh viên vẫn đang nhập học. Thông thường, cơ cấu cho vay có thể được công bố cùng với các gói hỗ trợ tài chính từ chính phủ, và thông qua đó sẽ có những thay đổi nhất định. Từ các khoản vay này, người vay có thể chi trả cho các nhu cầu hàng ngày, học phí và sách vở cho bản thân. Trong khuôn khổ của dự án này, chúng tôi sẽ chỉ tập trung phân tích khoản vay liên bang.

Một số yếu tố cần quan tâm đối với các khoản vay sinh viên:

- Lãi suất cho vay:

Người cho vay cần lưu tâm đến lãi suất cho vay, vì nó sẽ định hình số tiền trả nợ hàng tháng cũng như tổng số tiền phải trả cho tới khi hết nợ. Lãi suất cho vay cho các khoản nợ sinh viên thường sẽ không vượt quá lãi suất cho vay của ngân hàng, vốn được quy định hàng năm bởi FED.

Mức lãi suất được giải ngân lần đầu trước ngày 01/07/2023 là 5.50% đối với người vay là sinh viên chưa tốt nghiệp và 7.05% đối với người vay là sinh viên tốt nghiệp hoặc có việc làm.

- Tỷ lệ chiết khấu:

Song song với lãi suất cho vay, sinh viên khi vay phải lưu tâm đến tỷ lệ chiết khấu hàng năm để tính toán giá trị hiện tại (Present Value) của đồng tiền tương lai. Qua đó có thể giảm thiểu chi phí trả nợ.

- Chính sách xóa nợ:

Đối với chính sách trả nợ IDR, sau 20-25 năm trả góp, người đi vay sẽ được xóa khoản nợ còn lại. Tổng tiền người đi vay còn nợ sau khi được xóa sẽ được tính vào thu nhập của người đó và sẽ bị đánh thuế thu nhập.

## 1.2 MỘT SỐ CHÍNH SÁCH TRẢ NỢ

Chính sách trả nợ truyền thống: Phù hợp cho tất cả những người tham gia vào Direct PLUS plan.

- Standard Repayment Plan (SRP): Đối với kế hoạch trả nợ này, người đi vay sẽ trả một số tiền cố định hằng tháng trong vòng 10 năm (chưa bao gồm khoảng thời gian được hoãn nợ hoặc khất nợ). Số tiền trả từng tháng ít nhất là 50 \$.

- Graduated Repayment Plan (GRP): Đối với kế hoạch trả nợ này, người đi vay sẽ trả một số tiền tương đối nhỏ ở những giai đoạn đầu. Sau đó khoản tiền trả hằng tháng sẽ tăng lên. Giống như SRP, người đi vay sẽ chỉ trả trong vòng 10 năm.

- Extended Repayment Plan: Dưới chính sách này, người đi vay có thể lựa chọn tùy ý giữa SRP và GRP tùy theo từng giai đoạn.

Chính sách IDR (Income-driven payment): Chỉ phù hợp với những người đã tốt nghiệp hoặc đang theo đuổi chương trình cao học.

- Revised Pay As You Earn Repayment Plan (REPAYE Plan): Dựa theo chính sách này, số tiền trả hằng tháng sẽ tương đương với 10 % của thu nhập trừ đi chi phí cho các nhu cầu cơ bản. Tất cả nợ còn dư sẽ được xóa sau 20 năm (nếu số nợ dành cho việc chi trả chi phí đào tạo cử nhân) hoặc 25 năm (nếu số nợ dành cho việc chi trả chi phí đào tạo sau đại học hoặc cao học). Tuy vậy người đi vay vẫn phải trả số tiền thuế còn lại.

- Pay As You Earn Repayment Plan (PAYE Plan): Dựa theo chính sách này, số tiền trả hằng tháng sẽ tương đương với 10 % của thu nhập trừ đi chi phí cho các nhu cầu cơ bản. Tất cả nợ còn dư sẽ được xóa sau 20 năm, tuy vậy người đi vay vẫn phải trả số tiền thuế còn lại.

- Income-Based Repayment Plan (IBR Plan): Dựa theo chính sách này, số tiền trả hằng tháng sẽ

tương đương với 15 % của thu nhập trừ đi chi phí cho các nhu cầu cơ bản. Tất cả số nợ còn dư sẽ được xóa sau 20 năm, tuy vậy người đi vay vẫn phải trả số tiền thuế còn lại.

- Income Contingent Repayment Plan (ICR Plan): Dựa theo chính sách này, số tiền trả định kỳ hàng tháng sẽ rơi vào số tiền nhỏ nhất dựa theo 2 cách tính: 20% phần thu nhập trừ đi chi phí các nhu cầu cơ bản **hoặc** phương án SRP trong vòng 12 năm để trả số nợ đó. Tất cả nợ còn dư sẽ được xóa sau 25 năm, tuy vậy người đi vay vẫn phải trả số tiền thuế còn lại.



### 1.3 ĐẠO LUẬT CỨU TRỢ NỢ SINH VIÊN SAVE (SAVING ON A VALUABLE EDUCATION)

Đạo luật cứu trợ nợ sinh viên SAVE được đề xuất bởi Bộ Giáo dục Mỹ vào năm 2021 nhằm hỗ trợ học sinh sinh viên Mỹ thông qua một chính sách trả nợ IDR tối ưu nhất.

Đầu tháng 7 năm nay, Bộ Giáo dục Mỹ cập nhật những thay đổi mới nhất về đạo luật này. Cụ thể:

- Đạo luật sẽ nâng ngưỡng nghèo, hay mức chi dùng tối thiểu, từ 150% lên 225%. Thay đổi này giúp giảm đáng kể khoản phải thanh toán hàng tháng so với các chính sách IDR khác. Cụ thể hơn, người vay sẽ không phải trả nợ nếu là người chưa lập gia đình với thu nhập không quá \$32,800 hoặc là gia đình 4 người với tổng thu nhập không quá \$67,500. Những người đủ điều kiện để trả nợ sẽ tiết kiệm được ít nhất \$1,000/năm so với các chính sách IDR khác.

- Đạo luật sẽ loại bỏ 100% lãi suất còn lại cho các khoản nợ được hỗ trợ và không được hỗ trợ sau khi người đi vay trả nợ đúng theo kế hoạch của chính sách SAVE. Điều này có nghĩa là nếu người đi vay trả đủ khoản phải thanh toán hàng tháng thì dư nợ sẽ không tăng theo lãi suất vay.

- Cuối cùng, đạo luật sẽ loại bỏ việc trả góp từ thu nhập vợ chồng nếu một trong hai vay riêng lẻ nghĩ là người vợ hoặc chồng không có nghĩa vụ phải trả nợ cùng người còn lại.

## 2 BÀI TOÁN VỀ KHOẢN NỢ SINH VIÊN

### 2.1 VÍ DỤ MỞ ĐẦU

Tony là sinh viên vừa tốt nghiệp với mong muốn tiếp tục học lên thạc sĩ nhưng anh không đủ tiền. Anh quyết định vay mượn một khoản phí hỗ trợ học tập \$300,000 từ Direct Plus với lãi suất 7.08%, lãi kép hàng tháng. Sau khi tốt nghiệp thạc sĩ, anh bắt đầu công cuộc chi trả khoản vay \$300,000. Với mức lương khởi điểm ổn áp là \$100,000 trên 1 năm, và tăng 4% trong mỗi năm tiếp theo. Trừ đi những khoản phí sinh hoạt (trung bình \$32,000 mỗi năm đối với một gia đình 3 người) thì anh còn \$68,000 mỗi năm để trả nợ và phòng hờ bất trắc. Vậy mỗi tháng anh có dư khoảng \$5,667 để trả nợ. Giả sử tỉ lệ chiết khấu là 1.5% trên 1 năm. Anh cần phải lên kế hoạch chi trả sao cho ít tốn kém nhất có thể. Có 3 phương án sau:

- Phương án 1 (trả tối đa để nhanh hết nợ): Trả 30% mức lương trừ đi phí sinh hoạt, anh phải trả mỗi tháng và trả đến khi hết nợ. Tổng số tiền anh phải trả là \$519,440 trong thời gian 239 tháng.
- Phương án 2 (trả tối thiểu để phòng hờ bất trắc) : Trả 10% mức lương trừ đi phí sinh hoạt, anh phải trả mỗi tháng và trả trong vòng 25 năm. Sau đó chính phủ sẽ xóa nợ nhưng anh vẫn phải trả 40% thuế từ số tiền nợ. Tổng số tiền anh phải trả là \$527,666 trong thời gian 25 năm.
- Phương án 3: Anh thực hiện phương án 1 trong vòng 102 tháng, sau đó thực hiện phương án 2 trong thời gian còn lại (198 tháng). Sau đó chính phủ sẽ xóa nợ nhưng anh vẫn phải trả 40% thuế từ số tiền nợ. Tổng số tiền anh phải trả là \$493,168 trong thời gian 25 năm.

Cuối cùng, vì muốn cân bằng giữa chi phí bỏ ra thấp nhất và rủi ro bất trắc, nên anh quyết định sẽ thực hiện phương án 3.

?

Nhưng làm thế nào mà anh Tony có thể tính chính xác những khoản chi trả của từng phương án? Làm thế nào mà anh biết được con số 102 tháng sẽ giúp phương án 3 trở nên tối ưu nhất?

Lưu ý: Tổng chi phí ở mỗi phương án được chiết khấu về thời điểm anh đang lên kế hoạch.

## 2.2 TÌM CÔNG THỨC TỔNG QUÁT

Đặt  $A = 1 + \frac{7.08\%}{12}$  là lãi suất nợ theo tháng,  $B = \sqrt[12]{1.04}$  là mức tăng lương theo tháng của anh Tony và  $C = \sqrt[12]{1.015}$  là mức chiết khấu theo tháng.

**Phương án 1** Anh Tony trả 30% mức lương trừ đi phí sinh hoạt, anh phải trả mỗi tháng và trả đến khi hết nợ. Tổng số tiền anh phải trả là \$519,440 trong thời gian 239 tháng.

Đầu tiên, ta khảo sát số tiền nợ thay đổi theo từng tháng:

Số tiền anh dùng để trả nợ tháng đầu tiên là

$$\frac{68,000}{12} \cdot 30\% = \$1,700$$

Sau tháng thứ 1, số tiền nợ còn

$$P_1 = 300,000 \cdot A - 1,700 = 300,000 \cdot A^1 - 1,700 \cdot \frac{A^1 - B^1}{A - B}$$

Sau tháng thứ 2, tiền lương của anh tăng lên nên anh dùng  $\$1,700 \cdot B$  để trả nợ, số tiền nợ còn

$$\begin{aligned} P_2 &= (300,000 \cdot A - 1,700) \cdot A - 1,700 \cdot B = 300,000 \cdot A^2 - 1,700 \cdot (A + B) \\ &= 300,000 \cdot A^2 - 1,700 \cdot \frac{A^2 - B^2}{A - B} \end{aligned}$$

Sau tháng thứ 3, tiền lương của anh tăng lên nên anh dùng  $\$1,700 \cdot B^2$  để trả nợ, số tiền nợ còn

$$\begin{aligned} P_3 &= (300,000 \cdot A^2 - 1,700 \cdot (A + B)) \cdot A - 1,700 \cdot B^2 = 300,000 \cdot A^3 - 1,700 \cdot (A^2 + AB + B^2) \\ &= 300,000 \cdot A^3 - 1,700 \cdot \frac{A^3 - B^3}{A - B} \end{aligned}$$

Cứ tiếp tục như thế,...

Sau tháng thứ 238, số tiền nợ còn

$$P_{238} = 300,000 \cdot A^{238} - 1,700 \cdot \frac{A^{238} - B^{238}}{A - B} \approx \$582$$

Sau tháng thứ 239, số tiền anh Tony có thể chi trả nợ là  $1,700 \cdot B^{238} > 582 \cdot A$  nên anh chỉ cần trả  $582 \cdot A$  thì hết nợ.

Bây giờ ta tính số tiền anh ấy đã trả mỗi tháng (tính ở thời điểm anh đang lên kế hoạch):

Tháng thứ 1 anh trả \$1,700. Nhưng ở thời điểm lên kế hoạch (tháng thứ 0/ hiện tại) thì số tiền này là  $\frac{1,700}{C}$ .

Tháng thứ 2 anh trả  $\$1,700 \cdot B$ . Nhưng khi chiết khấu về thời điểm hiện tại thì số tiền này là

$$\frac{1,700 \cdot B}{C^2} = \frac{1,700}{C} \cdot \frac{B}{C}$$

Tháng thứ 3, tương tự như trên, mức lương tăng B nhưng chiết khấu C so với năm trước nên số tiền này ở thời điểm lên kế hoạch là

$$\frac{1,700 \cdot B^2}{C^3} = \frac{1,700}{C} \cdot \left(\frac{B}{C}\right)^2$$

Tương tự như vậy cho đến tháng thứ 238, số tiền anh ấy trả là  $\frac{1,700}{C} \cdot \left(\frac{B}{C}\right)^{237}$

Còn tháng 239 chỉ trả  $582 \cdot A \approx 585$

Vậy tổng số tiền anh cần trả (giá trị ở thời điểm lên kế hoạch) là

$$\begin{aligned} & 585 + \frac{1,700}{C} + \frac{1,700}{C} \cdot \frac{B}{C} + \frac{1,700}{C} \cdot \left(\frac{B}{C}\right)^2 + \dots + \frac{1,700}{C} \cdot \left(\frac{B}{C}\right)^{237} \\ &= 585 + \frac{1,700}{C} \cdot \left(1 + \frac{B}{C} + \left(\frac{B}{C}\right)^2 + \dots + \left(\frac{B}{C}\right)^{237}\right) \\ &= 585 + \frac{1,700}{C} \cdot \frac{\left(\frac{B}{C}\right)^{238} - 1}{\frac{B}{C} - 1} \\ &\approx \$519,439 \end{aligned}$$

**Phương án 2** (REPAYE Plan) Anh Tony trả 10% mức lương trừ đi phí sinh hoạt, anh phải trả mỗi tháng và trả trong vòng 25 năm. Sau đó chính phủ sẽ xóa nợ nhưng anh vẫn phải trả 40% thuế từ số tiền nợ. Tổng số tiền anh phải trả là \$527,666 trong thời gian 25 năm.

Đầu tiên, ta khảo sát số tiền nợ thay đổi theo từng tháng:

Số tiền trả nợ tháng đầu tiên là  $\frac{68,000}{12} \cdot 10\% = \frac{1700}{3}$ .

Sau tháng thứ 1, số tiền nợ còn

$$300,000 \cdot A - \frac{1700}{3} = 300,000 \cdot A^1 - \frac{1700}{3} \cdot \frac{A^1 - B^1}{A - B}$$

Sau tháng thứ 2, tiền lương của anh tăng lên nên anh dùng  $\frac{1700}{3} \cdot B$  để trả nợ, số tiền nợ còn

$$\begin{aligned} \left(300,000 \cdot A - \frac{1700}{3}\right) \cdot A - \frac{1700}{3} \cdot B &= 300,000 \cdot A^2 - \frac{1700}{3} \cdot (A + B) \\ &= 300,000 \cdot A^2 - \frac{1700}{3} \cdot \frac{A^2 - B^2}{A - B} \end{aligned}$$

Sau tháng thứ 3, tiền lương của anh tăng lên nên anh dùng  $\frac{1700}{3} \cdot B^2$  để trả nợ, số tiền nợ còn

$$\begin{aligned} \left(300,000 \cdot A^2 - \frac{1700}{3} \cdot (A + B)\right) \cdot A - \frac{1700}{3} \cdot B^2 &= 300,000 \cdot A^3 - \frac{1700}{3} \cdot (A^2 + AB + B^2) \\ &= 300,000 \cdot A^3 - \frac{1700}{3} \cdot \frac{A^3 - B^3}{A - B} \end{aligned}$$

Cứ tiếp tục như thế,...

Sau 25 năm là 300 tháng, số tiền nợ trở thành

$$300,000 \cdot A^{300} - \frac{1,700}{3} \cdot \frac{A^{300} - B^{300}}{A - B} \approx 1,067,146$$

Sau đó lấy thuế 40% là vẫn phải trả \$426,858. Nhưng ở thời điểm anh lên kế hoạch thì số tiền trên là  $\frac{426,858}{C^{300}} \approx 294,193$

Bây giờ ta tính số tiền nợ anh ấy đã trả mỗi tháng (tính ở thời điểm anh đang lên kế hoạch):

Tháng thứ 1 anh trả  $\frac{1,700}{3}$ . Nhưng ở thời điểm lên kế hoạch thì số tiền này là  $\frac{1,700}{3C}$ .

Tháng thứ 2 anh trả  $\$ \frac{1,700}{3} \cdot B$ . Nhưng khi chiết khấu về thời điểm hiện tại thì số tiền này là

$$\frac{\frac{1,700}{3} \cdot B}{C^2} = \frac{1,700}{3C} \cdot \frac{B}{C}$$

Tháng thứ 3, tương tự như trên, mức lương tăng B nhưng chiết khấu C so với năm trước nên số tiền này ở thời điểm lên kế hoạch là

$$\frac{\frac{1,700}{3} \cdot B^2}{C^3} = \frac{1,700}{3C} \cdot \left(\frac{B}{C}\right)^2$$

Tương tự như vậy cho đến tháng thứ 300, số tiền anh ấy trả là  $\frac{1,700}{3C} \cdot \left(\frac{B}{C}\right)^{299}$

Tiếp theo, ta tính số tiền nợ đã trả sau 25 năm (tính giá trị ở thời điểm Tony lên kế hoạch):

$$\begin{aligned} & \frac{1,700}{3C} + \frac{1,700}{3C} \cdot \frac{B}{C} + \frac{1,700}{3C} \cdot \left(\frac{B}{C}\right)^2 + \dots + \frac{1,700}{3C} \cdot \left(\frac{B}{C}\right)^{299} \\ &= \frac{1,700}{3C} \cdot \left(1 + \frac{B}{C} + \left(\frac{B}{C}\right)^2 + \dots + \left(\frac{B}{C}\right)^{299}\right) \\ &= \frac{1,700}{3C} \cdot \frac{\left(\frac{B}{C}\right)^{300} - 1}{\frac{B}{C} - 1} \\ &\approx 233,473. \end{aligned}$$

Vậy tổng chi phí anh Tony cần trả bao gồm tiền nợ do thuế (tính ở thời điểm anh lên kế hoạch) là:

$$294,193 + 233,473 = \$527,666$$

**🔘 Phương án 3** Đầu tiên thực hiện phương án 1 trong X tháng, sau đó thực hiện phương án 2 trong 300 – X tháng sau. Nhiệm vụ của ta là tìm X sao cho chi phí ở mức thấp nhất.

- Sau  $X$  tháng thực hiện phương án 1, số tiền còn nợ là

$$P_X = 300,000 \cdot A^X - 1,700 \cdot \frac{A^X - B^X}{A - B}$$

- Sau tháng  $X + 1$  thực hiện phương án 2, số tiền còn nợ là

$$P_X \cdot A - \frac{1,700}{3} \cdot B^X$$

Sau tháng  $X + 2$ , số tiền còn nợ là

$$\begin{aligned} \left( P_X \cdot A - \frac{1,700}{3} \cdot B^X \right) \cdot A - \frac{1,700}{3} \cdot B^{X+1} &= P_X \cdot A^2 - \frac{1,700}{3} \cdot B^X \cdot (A + B) \\ &= P_X \cdot A^2 - \frac{1,700}{3} \cdot B^X \cdot \frac{A^2 - B^2}{A - B} \end{aligned}$$

Sau tháng  $X + 3$ , số tiền còn nợ là

$$\begin{aligned} \left( P_X \cdot A^2 - \frac{1,700}{3} \cdot B^X \cdot (A + B) \right) \cdot A - \frac{1,700}{3} \cdot B^{X+2} &= P_X \cdot A^3 - \frac{1,700}{3} \cdot B^X \cdot (A^2 + AB + B^2) \\ &= P_X \cdot A^3 - \frac{1,700}{3} \cdot B^X \cdot \frac{A^3 - B^3}{A - B} \end{aligned}$$

...

Sau tháng 300, số tiền còn nợ là

$$\begin{aligned} &P_X \cdot A^{300-X} - \frac{1,700}{3} \cdot B^X \cdot \frac{A^{300-X} - B^{300-X}}{A - B} \\ &= \left( 300,000 \cdot A^X - 1,700 \cdot \frac{A^X - B^X}{A - B} \right) \cdot A^{300-X} - \frac{1,700}{3} \cdot B^X \cdot \frac{A^{300-X} - B^{300-X}}{A - B} \\ &= 300,000 \cdot A^{300} - 1,700 \cdot \frac{A^X - B^X}{A - B} \cdot A^{300-X} - \frac{1,700}{3} \cdot B^X \cdot \frac{A^{300-X} - B^{300-X}}{A - B} \end{aligned}$$

Anh Tony chỉ cần trả 40% của số tiền trên và chiết khấu về thời điểm lên kế hoạch là

$$S_1 = \frac{40\%}{C^{300}} \cdot \left( 300,000 \cdot A^{300} - 1,700 \cdot \frac{A^X - B^X}{A - B} \cdot A^{300-X} - \frac{1,700}{3} \cdot B^X \cdot \frac{A^{300-X} - B^{300-X}}{A - B} \right)$$

Số tiền anh đã trả sau  $X$  tháng (thực hiện phương án 1):  $S_2 = \frac{1,700}{C} \cdot \frac{\left(\frac{B}{C}\right)^X - 1}{\frac{B}{C} - 1}$ .

Số tiền đã trả sau  $300 - X$  tháng còn lại:  $S_3 = \frac{1,700 \cdot B^X}{3 \cdot C^{X+1}} \cdot \frac{\left(\frac{B}{C}\right)^{300-X} - 1}{\frac{B}{C} - 1}$ .

Vậy tổng số tiền anh Tony cần trả đối với phương án 3 là  $S = S_1 + S_2 + S_3$ .

Từ  $S_1, S_2, S_3$  ta thấy  $S$  là một hàm số theo  $X$ . Vậy ta cần tìm  $X$  (là một số nguyên) sao cho  $S$  đạt giá trị nhỏ nhất, hay chi phí bỏ ra thấp nhất.

Số  $X$  làm cho  $S$  đạt giá trị nhỏ nhất được gọi là **Critical Horizon**.

## 2.3 ỨNG DỤNG CODE R ĐỂ KIỂM TRA CÔNG THỨC VÀ TÌM RA CRITICAL HORIZON

**Phương án 1** Anh Tony trả 30% mức lương trừ đi phí sinh hoạt, anh phải trả mỗi tháng và trả đến khi hết nợ. Tổng số tiền anh phải trả là \$519,440 trong thời gian 239 tháng.

### First Option

```
A <- 1 + 0.0708/12
B <- 1.04^{1/12}
C <- 1.015^{1/12}
x_1 <- c(0:239)
y <- round(300000*A^{x_1} - 1700*(A^{x_1} - B^{x_1})/(A - B), 2)
y_1 <- round(1700/C*((B/C)^{x_1-1})/((B/C)-1), 2)
monthly_repayment <- round(1700*B^{x_1-1}, 2)
monthly_repayment[1]=0
monthly_repayment[240]=0
discounted_monthly_repayment <- round(1700/C*(B/C)^{x_1-1}, 2)
discounted_monthly_repayment[1]=0
discounted_monthly_repayment[240]=0
y[240]=0
y_1[240] <- round(y_1[239] + A*y[239], 2)

first_option_df <- data.frame(x_1, y, monthly_repayment, discounted_monthly_repayment, y_1)
names(first_option_df) <- c("Month", "Loan remaining", "Monthly repayment", "Discounted monthly repayment", "Total paid money")
first_option_df %>% datatable()
```

Khi chạy khối lệnh trên, ta sẽ được một bảng số liệu bao gồm những thông số "Tiền nợ còn lại", "Khoản trả nợ hàng tháng", "Khoản trả nợ hàng tháng đã chiết khấu" và "Tổng số tiền đã trả" sau từng tháng:



	Month ↕	Loan remaining ↕	Monthly repayment ↕	Discounted monthly repayment ↕	Total paid money ↕
1	0	300000	0	0	0
2	1	300070	1700	1697.89	1697.89
3	2	300134.85	1705.57	1701.34	3399.23
4	3	300194.49	1711.15	1704.79	5104.02
5	4	300248.89	1716.75	1708.25	6812.27
6	5	300297.99	1722.37	1711.72	8523.99
7	6	300341.74	1728.01	1715.19	10239.19
8	7	300380.09	1733.67	1718.67	11957.86
9	8	300412.99	1739.34	1722.16	13680.02
10	9	300440.39	1745.04	1725.66	15405.68

Showing 1 to 10 of 240 entries

Previous 1 2 3 4 5 ... 24 Next

	Month ↕	Loan remaining ↕	Monthly repayment ↕	Discounted monthly repayment ↕	Total paid money ↕
11	10	300462.24	1750.75	1729.16	17134.85
12	11	300478.48	1756.48	1732.67	18867.52
13	12	300489.08	1762.23	1736.19	20603.7
14	13	300493.96	1768	1739.71	22343.42
15	14	300493.09	1773.79	1743.24	24086.66
16	15	300486.4	1779.59	1746.78	25833.44
17	16	300473.85	1785.42	1750.33	27583.77
18	17	300455.38	1791.27	1753.88	29337.65
19	18	300430.94	1797.13	1757.44	31095.09
20	19	300400.47	1803.01	1761.01	32856.09

Showing 11 to 20 of 240 entries

Previous 1 2 3 4 5 ... 24 Next

	Month ↕	Loan remaining ↕	Monthly repayment ↕	Discounted monthly repayment ↕	Total paid money ↕
231	230	28967.01	3593.37	2701.28	497045.44
232	231	25532.78	3605.13	2706.76	499752.2
233	232	22066.49	3616.93	2712.26	502464.46
234	233	18567.91	3628.78	2717.76	505182.22
235	234	15036.8	3640.66	2723.28	507905.49
236	235	11472.94	3652.57	2728.8	510634.3
237	236	7876.1	3664.53	2734.34	513368.64
238	237	4246.04	3676.53	2739.89	516108.53
239	238	582.53	3688.56	2745.45	518853.99
240	239	0	0	0	519439.96

Showing 231 to 240 of 240 entries

Previous 1 ... 20 21 22 23 24 Next

Một nhận xét rằng ban đầu "Tiền nợ còn lại" có xu hướng tăng nhẹ, nhưng khi "Khoản trả hàng tháng" đủ lớn thì "Tiền nợ còn lại" sẽ giảm đều đến gần 0.

**Phương án 2** Anh Tony trả 10% mức lương trừ đi phí sinh hoạt, anh phải trả mỗi tháng và trả trong vòng 25 năm. Sau đó chính phủ sẽ xóa nợ nhưng anh vẫn phải trả 40% thuế từ số tiền nợ. Tổng số tiền anh phải trả là \$527,666 trong thời gian 25 năm.

## Second Option

```
x_2 <- c(0:300)
y_2 <- round(300000*A^x_2 - 1700/3*(A^x_2-B^x_2)/(A-B),2)
y_3 <- round(1700/(3*C)*((B/C)^x_2-1)/((B/C)-1),2)
monthly_repayment_2 <- round(1700/3*B^{x_2-1},2)
monthly_repayment_2[1]=0
discounted_monthly_repayment_2 <- round(1700/C/3*(B/C)^{x_2-1},2)
discounted_monthly_repayment_2[1]=0

second_option_df <- data.frame(x_2, y_2, monthly_repayment_2, discounted_monthly_repayment_2, y_3)
names(second_option_df) <- c("Month", "Loan remaining", "Monthly repayment", "Discounted monthly repayment", "Total paid Money")
second_option_df %>% datatable()
```

Ta cũng được một bảng số liệu tương tự phương án 1:

	Month	Loan remaining	Monthly repayment	Discounted monthly repayment	Total paid Money
1	0	300000	0	0	0
2	1	301203.33	566.67	565.96	565.96
3	2	302411.91	568.52	567.11	1133.08
4	3	303625.76	570.38	568.26	1701.34
5	4	304844.9	572.25	569.42	2270.76
6	5	306069.36	574.12	570.57	2841.33
7	6	307299.17	576	571.73	3413.06
8	7	308534.34	577.89	572.89	3985.95
9	8	309774.92	579.78	574.05	4560.01
10	9	311020.91	581.68	575.22	5135.23

Showing 1 to 10 of 301 entries

Previous 1 2 3 4 5 ... 31 Next

	Month ↕	Loan remaining ↕	Monthly repayment ↕	Discounted monthly repayment ↕	Total paid Money ↕
11	10	312272.35	583.58	576.39	5711.62
12	11	313529.26	585.49	577.56	6289.17
13	12	314791.67	587.41	578.73	6867.9
14	13	316059.61	589.33	579.9	7447.81
15	14	317333.1	591.26	581.08	8028.89
16	15	318612.17	593.2	582.26	8611.15
17	16	319896.84	595.14	583.44	9194.59
18	17	321187.14	597.09	584.63	9779.22
19	18	322483.1	599.04	585.81	10365.03
20	19	323784.75	601	587	10952.03

Showing 11 to 20 of 301 entries

Previous 1 2 3 4 5 ... 31 Next

	Month ↕	Loan remaining ↕	Monthly repayment ↕	Discounted monthly repayment ↕	Total paid Money ↕
291	290	1020545.53	1457.29	1016.91	223189.46
292	291	1025104.69	1462.07	1018.98	224208.44
293	292	1029685.95	1466.85	1021.05	225229.49
294	293	1034289.45	1471.65	1023.12	226252.61
295	294	1038915.28	1476.47	1025.2	227277.8
296	295	1043563.58	1481.3	1027.28	228305.08
297	296	1048234.45	1486.15	1029.36	229334.44
298	297	1052928.01	1491.02	1031.45	230365.89
299	298	1057644.39	1495.9	1033.55	231399.44
300	299	1062383.69	1500.8	1035.64	232435.08

Showing 291 to 300 of 301 entries

Previous 1 ... 27 28 29 30 31 Next

	Month ↕	Loan remaining ↕	Monthly repayment ↕	Discounted monthly repayment ↕	Total paid Money ↕
301	300	1067146.04	1505.71	1037.74	233472.83

Showing 301 to 301 of 301 entries

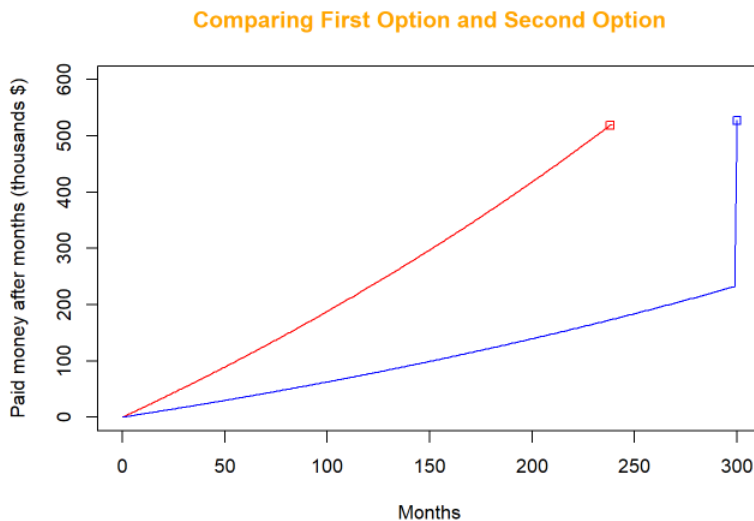
Previous 1 ... 27 28 29 30 31 Next

Điều khác biệt giữa phương án 1 và phương án 2 là ở phương án 2 thì tiền nợ luôn tăng lên và kết thúc ở con số hơn 1 triệu USD. Lí do là vì số tiền anh Tony dành để trả nợ ít hơn nhiều so với phần lãi phát sinh từ khoản tiền ban đầu là \$300,000. Từ đó tiền nợ cứ liên tục tăng.

Biểu đồ so sánh phương án 1 và phương án 2 về phương diện "Tổng số tiền đã trả sau mỗi tháng":

### Comparing First Option and Second Option's total cumulative money paid:

```
plot(x_1, y_1/1000, main= "Comparing First Option and Second Option", col.main = "orange", xlab = "Months", ylab="Paid money after months (thousands $)", ylim= c(0,600), xlim = c(0,300), type = "l", col="red", las = 0)
points(x_1[239], y_1[239]/1000, pch = 22, col = "red")
lines(x_2, y_4, col = "blue")
points(x_2[301], y_4[301], pch = 22, col = "blue")
```



Ở phương án 2, có sự tăng thẳng lên là do sau 25 năm anh Tony phải trả số tiền nợ do thuế.

Ta có thể thấy sự chênh lệch nhỏ giữa tổng số tiền của 2 phương án. Cụ thể, phương án 1 cần \$519,440 còn phương án 2 lại cần chỉ tới \$527,666.

**Phương án 3** Đầu tiên thực hiện phương án 1 trong X tháng, sau đó thực hiện phương án 2 trong 300 – X tháng sau. Nhiệm vụ của ta là tìm X sao cho chi phí ở mức thấp nhất.

Khi ta xuất vị trí X làm cho S (Y\_5 trong code) đạt giá trị nhỏ nhất thì được kết quả là 102:

## Third Option: A hybrid between First and Second Option

### Find critical horizon

```
X_3 <- c(0:211)
Y_3 <- 0.4/C^{300}*(300000*A^{300} - 1700*(A^{X_3}-B^{X_3})*A^{300-X_3}/(A-B) - 1700 * B^{X_3}* (A^{300-X_3} - B^{300-X_3}))/ (3*A-3*B))
Y_4 <- 1700*((B/C)^{X_3} - 1)/(B - C) + 1700*(B/C)^{X_3}*((B/C)^{300-X_3} - 1)/(3*B - 3*C)
Y_5 <- Y_3 + Y_4
Y_5
```

```
## [1] 527666.1 526984.0 526308.9 525640.8 524979.7 524325.7 523678.6 523038.6
## [9] 522405.5 521779.4 521160.3 520548.2 519943.0 519344.7 518753.5 518169.1
## [17] 517591.7 517021.2 516457.6 515900.9 515351.1 514808.2 514272.2 513743.1
## [25] 513220.9 512705.5 512197.0 511695.3 511200.5 510712.6 510231.4 509757.1
## [33] 509289.6 508828.9 508375.1 507928.0 507487.7 507054.2 506627.5 506207.6
## [41] 505794.5 505388.1 504988.4 504595.5 504209.4 503830.0 503457.3 503091.4
## [49] 502732.2 502379.7 502033.9 501694.8 501362.4 501036.7 500717.7 500405.4
## [57] 500099.8 499800.8 499508.5 499222.8 498943.8 498671.5 498405.8 498146.7
## [65] 497894.3 497648.4 497409.3 497176.7 496950.7 496731.4 496518.6 496312.5
## [73] 496112.9 495920.0 495733.6 495553.8 495380.5 495213.9 495053.7 494900.2
## [81] 494753.2 494612.8 494478.9 494351.5 494230.7 494116.4 494008.6 493907.4
## [89] 493812.6 493724.4 493642.7 493567.5 493498.8 493436.6 493380.9 493331.7
## [97] 493288.9 493252.7 493222.9 493199.6 493182.8 493172.4 493168.5 493171.0
## [105] 493180.0 493195.4 493217.3 493245.7 493280.4 493321.6 493369.3 493423.3
## [113] 493483.8 493550.7 493624.1 493703.8 493790.0 493882.5 493981.5 494086.8
## [121] 494198.6 494316.7 494441.3 494572.2 494709.5 494853.3 495003.3 495159.8
## [129] 495322.6 495491.8 495667.4 495849.3 496037.6 496232.3 496433.3 496640.7
## [137] 496854.4 497074.4 497300.9 497533.6 497772.7 498018.1 498269.9 498528.0
## [145] 498792.5 499063.2 499340.3 499623.7 499913.5 500209.5 500511.9 500820.6
## [153] 501135.6 501456.9 501784.6 502118.5 502458.8 502805.3 503158.2 503517.3
## [161] 503882.8 504254.5 504632.6 505016.9 505407.5 505804.5 506207.7 506617.2
## [169] 507033.0 507455.0 507883.4 508318.0 508758.9 509206.1 509659.6 510119.3
## [177] 510585.3 511057.6 511536.2 512021.0 512512.1 513009.5 513513.1 514023.1
## [185] 514539.2 515061.7 515590.4 516125.3 516666.6 517214.1 517767.8 518327.8
## [193] 518894.1 519466.6 520045.4 520630.5 521221.8 521819.3 522423.2 523033.2
## [201] 523649.6 524272.1 524901.0 525536.1 526177.4 526825.0 527478.9 528139.0
## [209] 528805.3 529477.9 530156.8
```

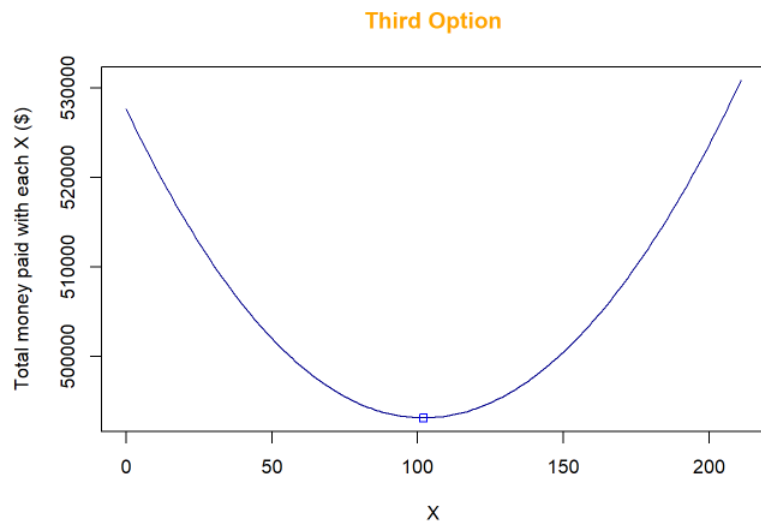
```
(Critical_horizon <- which.min(Y_5)-1)
```

```
## [1] 102
```

Và tổng số tiền phải trả (tính ở thời điểm lên kế hoạch) là \$493,168:

### Total paid money

```
plot(X_3, Y_5[0:length(X_3)], type = "l", main = "Third Option", col.main="orange", xlab = "X", ylab = "Total money paid with each X ($)", col = "darkblue")
points(X_3[103], Y_5[103], pch = 22, col = "blue")
```



```
min(Y_5)
```

```
## [1] 493168.5
```

### 3 MỞ RỘNG BÀI TOÁN

? Nếu như áp dụng SAVE Plan vào phương án 3, thì **Critical Horizon** sẽ là bao nhiêu?

Khi áp dụng chính sách, mức chi tiêu của anh được tăng từ \$32,000 lên \$48,000. Nên số tiền anh trả mỗi tháng sẽ ít hơn, cụ thể số tiền còn lại để trả nợ tháng đầu tiên chỉ là  $\frac{100,000 - 48,000}{12} = \frac{13000}{3}$ .

Trong giai đoạn 1 (thực hiện phương án 1), anh sẽ trả 30% mức lương trừ đi phí sinh hoạt, tức là tháng đầu tiên anh sẽ trả  $30\% \cdot \frac{13000}{3} = \$1,300$ . Chú ý vì khi có SAVE Plan và anh trả đủ khoản phải thanh toán mỗi tháng thì dư nợ sẽ không tăng theo lãi. Do đó, sau X tháng đầu tiên, số tiền nợ còn

$$300,000 - 1,300 - 1,300 \cdot B - 1,300 \cdot B^2 - \dots - 1,300 \cdot B^{X-1} = 300,000 - 1,300 \cdot \frac{B^X - 1}{B - 1}$$

Khi qua giai đoạn 2 (thực hiện phương án 2), tương tự như trên với chú ý mức chi trả nợ của anh Tony chuyển từ 30% sang 10% thì số nợ còn lại sau 25 năm (300 tháng) là

$$\begin{aligned} & \left( 300,000 - 1,300 \cdot \frac{B^X - 1}{B - 1} \right) - \frac{1300}{3} \cdot B^X - \frac{1300}{3} \cdot B^{X+1} - \dots - \frac{1300}{3} \cdot B^{299} \\ &= \left( 300,000 - 1,300 \cdot \frac{B^X - 1}{B - 1} \right) - \frac{1300}{3} \cdot B^X \cdot \left( 1 + B + \dots + B^{299-X} \right) \\ &= 300,000 - 1,300 \cdot \frac{B^X - 1}{B - 1} - \frac{1300}{3} \cdot B^X \cdot \frac{B^{300-X} - 1}{B - 1} \end{aligned}$$

Sau đó lấy thuế 40% và chiết khấu về thời điểm hiện tại:

$$T_1 = \frac{40\%}{C^{300}} \left( 300,000 - 1,300 \cdot \frac{B^X - 1}{B - 1} - \frac{1300}{3} \cdot B^X \cdot \frac{B^{300-X} - 1}{B - 1} \right)$$

Bằng lập luận tương tự ở các phương án 1,2 và 3, ta có thể tính được tổng số tiền đã trả sau 25 năm:

$$\text{Số tiền đã trả sau X tháng đầu tiên (chiết khấu về thời điểm hiện tại): } T_2 = \frac{1,300}{C} \cdot \frac{\left(\frac{B}{C}\right)^X - 1}{\frac{B}{C} - 1}.$$

Số tiền đã trả sau  $300 - X$  tháng còn lại:  $T_3 = \frac{1,300 \cdot B^X}{3 \cdot C^{X+1}} \cdot \frac{\left(\frac{B}{C}\right)^{300-X} - 1}{\frac{B}{C} - 1}$ .

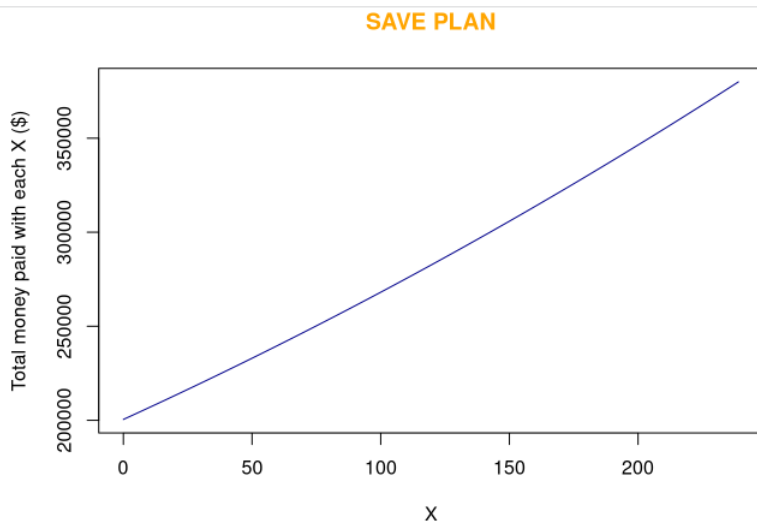
Tổng số tiền đã trả sau 25 năm là  $T = T_1 + T_2 + T_3$ .

Để có cái nhìn rõ hơn về sự thay đổi của SAVE Plan, ta dùng R để vẽ biểu đồ thể hiện tổng số tiền phải trả ứng với từng "X":

## Applying SAVE PLAN

```
m <- c(0:239)
T_1 <- 0.4/C^{300}*(300000 - 1300*(B^m - 1)/(B - 1) - 1300/3*B^m*(B^{300 - m} - 1)/(B - 1))
T_2 <- 1300/C*((B/C)^m - 1)/(B/C - 1)
T_3 <- 1300*(B/C)^m/(3*C)*((B/C)^{300-m} - 1)/(B/C - 1)
SAVE <- T_1 + T_2 + T_3

plot(m, SAVE, main="SAVE PLAN", col.main="orange", type = "l", xlab = "X", ylab = "Total money paid with each X ($)", col = "darkblue")
```



```
min(SAVE)
```

```
## [1] 200454.6
```

```
which.min(SAVE)-1
```

```
## [1] 0
```

Qua biểu đồ và những câu lệnh kiểm tra, ta có thể thấy khi áp dụng SAVE Plan thì **Critical Horizon** sẽ bằng 0 (tức chỉ thực hiện phương án 2 xuyên suốt 25 năm). Bên cạnh đó, giá trị nhỏ nhất của  $T$  là \$200,454. Nhỏ hơn rất nhiều so với con số tối ưu nhất là \$493,168 khi chưa áp dụng SAVE Plan.



## 4 KẾT LUẬN

Trong bài báo cáo này, chúng tôi đã thực hiện một cuộc so sánh chi tiết giữa các phương pháp trả nợ sinh viên khác nhau để tìm ra phương pháp tối ưu nhất. Qua việc nghiên cứu, phân tích và so sánh các yếu tố quan trọng như hiệu quả tài chính, ảnh hưởng đến sinh viên, và quản lý rủi ro, chúng tôi đã có cái nhìn tổng quan về các phương pháp trả nợ khác nhau.

Dựa trên những phân tích chi tiết và so sánh cụ thể giữa hai phương án trả nợ thường được sinh viên Mỹ lựa chọn là phương án trả nợ tiêu chuẩn và phương án trả nợ IDR, chúng tôi kết luận rằng phương án thứ nhất là lựa chọn tốt nhất. So với phương án thứ hai, thời hạn trả nợ của phương án thứ nhất ngắn hơn nên phần lãi phát sinh từ khoản tiền ban đầu theo từng tháng phải trả nhỏ hơn, dẫn đến tổng số tiền phải trả cho đến khi hết nợ ít hơn mặc dù trong phương án thứ hai, người vay được xóa nợ sau khi hết thời hạn trả nợ và chỉ phải trả phần thuế.

Tuy nhiên, việc trích một khoản lớn từ thu nhập để trả nợ tiềm ẩn nhiều rủi ro, đặc biệt trong những trường hợp xấu như tai nạn hay bệnh tật. Vì vậy, chúng tôi đã đề xuất phương án thứ ba, là sự kết hợp giữa hai phương án nói trên, nhằm hỗ trợ người trả nợ đạt được sự cân bằng giữa hiệu quả và rủi ro tài chính. Qua các phân tích và tính toán bằng Code R, chúng tôi đã tìm ra được thời điểm tối ưu để chuyển giao từ phương án thứ nhất qua phương án thứ hai để tổng số tiền phải trả là tối thiểu đồng thời thành công chứng minh rằng phương án thứ ba tối ưu hơn hai phương án còn lại khi tổng số tiền phải trả của phương án này ít hơn nhiều so với hai phương án trên.

Để tăng tính thời sự cho bài báo cáo, chúng tôi đã cập nhật và áp dụng những chính sách hỗ trợ nợ sinh viên mới nhất trong đạo luật SAVE do Bộ Giáo dục Mỹ đề ra vào bài toán của mình. Sau khi áp dụng SAVE Plan, chúng tôi phát hiện phương án tối ưu nhất không còn là phương án thứ ba mà là phương án thứ hai. Nguyên nhân cho điều này nằm ở chính sách bỏ qua lãi suất nếu người đi vay hoàn thành khoản phải trả hàng tháng đúng theo qui định hợp đồng trả nợ, dẫn đến tổng số tiền phải trả ít hơn đáng kể so với cả ba phương án trên trước khi áp dụng đạo luật SAVE. Tuy nhiên, người đọc cần lưu ý rằng đạo luật SAVE và các chính sách ưu đãi liên quan mới là đề

xuất cải cách và vẫn chưa được Chính phủ Mỹ chính thức thông qua.

Tóm lại, phương án trả nợ kết hợp là lựa chọn tối ưu nhất hiện nay trong việc giảm bớt gánh nặng tài chính cho sinh viên và tạo điều kiện thuận lợi để họ phát triển trong sự nghiệp.

## 5 TÀI LIỆU THAM KHẢO

### Tài liệu

- [1] P. Guasoni, Y.-J. Huang, and S. Khalili, "American student loans: Repayment and valuation", *SIAM Journal on Financial Mathematics*, vol. 12, no. 2, pp. SC16–SC30, 2021.
- [2] S. Kuta, "Researchers find optimal way to pay off student loans", *Colorado Arts and Sciences Magazine*, 2021. [Online]. Available: <https://www.colorado.edu/asmagazine/2021/06/04/researchers-find-optimal-way-pay-student-loans> [Accessed 02 08 2023]
- [3] U.S Department of Education, "SAVE Repayment Plan Offers Lower Monthly Loan Payments", *Federal Student Aid*. [Online]. Available: <https://studentaid.gov/announcements-events/save-plan> [Accessed 02 08 2023]