Funções de produção

Vinicius Santos

Economia - ENG1 07067

08 de Maio de 2025

Função de produção com dois insumos

- A atividade principal de qualquer empresa é transformar insumos em produtos.
- Removendo a complexidade relacionada à engenharia envolvida no processo de escolhas, trabalhamos com um modelo abstrato de produção.
- A **função de produção** de uma empresa para determinado bem q

$$q = f(K, L), \tag{1}$$

  mostra a quantidade máxima do bem que pode ser produzida utilizando-se combinações alternativas de capital (K) e trabalho (L).
- Os termos *capital* e *trabalho* são usados apenas por conveniência; poderíamos analisar quaisquer dois insumos que sejam inerentes ao processo de produção de determinado bem.
- Também é relativamente simples generalizar a discussão para casos envolvendo mais de dois insumos.

Produto marginal

- O produto marginal de um insumo é definido como a quantidade extra de produto produzida por se empregar uma unidade adicional desse insumo, enquanto se mantém todos os outros insumos constantes.
- Para nossos dois principais insumos, capital e trabalho, o produto marginal do trabalho (PMg_L) é a produção adicional obtida ao empregar mais um trabalhador, mantendo constante o nível de capital.
- De forma semelhante, o produto marginal do capital (PMg_K) é a produção adicional obtida ao utilizar mais uma máquina, mantendo constante o número de trabalhadores.
- Como ilustração dessas definições, considere o caso de um agricultor que contrata mais uma pessoa para colher uma safra, mantendo todos os outros insumos constantes.
- A produção extra gerada quando essa pessoa é adicionada à equipe de produção é o produto marginal do insumo trabalho.
- O conceito é medido em quantidades físicas como sacas de trigo, caixas de laranjas ou pés de alface.
- Podemos observar, por exemplo, que 25 trabalhadores em um pomar de laranjas conseguem produzir 10.000 caixas de laranjas por semana, enquanto 26 trabalhadores (com as mesmas árvores e equipamentos) conseguem produzir 10.200 caixas.
- O produto marginal do 26º trabalhador é de 200 caixas por semana.

Produto marginal decrescente

- Podemos esperar que o produto marginal de um insumo dependa de quanto dele está sendo utilizado.
- Por exemplo, trabalhadores não podem ser adicionados indefinidamente à colheita de laranjas (mantendo fixos o número de árvores, a quantidade de equipamentos, fertilizantes etc.) sem que o produto marginal eventualmente se deteriore.
- Essa possibilidade é ilustrada na Figura 1.
- O painel (a) da figura mostra a relação entre a produção por semana e o insumo trabalho durante a semana, quando o nível de capital é mantido fixo.
- Inicialmente, a adição de novos trabalhadores aumenta significativamente a produção, mas esses ganhos diminuem à medida que ainda mais trabalho é adicionado e a quantidade fixa de capital se torna sobreutilizada.
- O formato côncavo da curva de produto total no painel a reflete, portanto, o princípio econômico do produto marginal decrescente.

Produto marginal decrescente

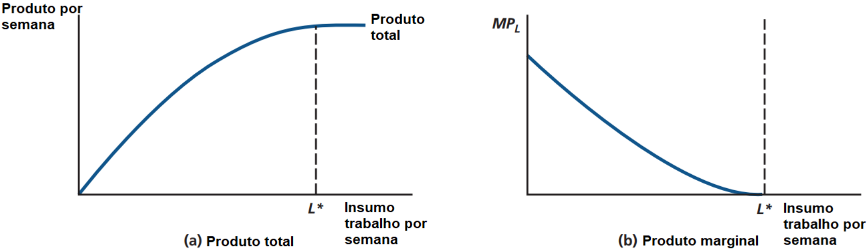

Figura 1. Relacionamento entre produto e trabalho

Curva do produto marginal

- Uma interpretação geométrica do conceito de produto marginal é direta — trata-se da inclinação da curva de produto total, mostrada no painel a da Figura 1.
- A inclinação decrescente da curva mostra o produto marginal decrescente.
- Para valores mais altos do insumo trabalho, a curva total é quase plana — adicionar mais trabalho aumenta a produção apenas levemente.
- O painel (b) ilustra essa inclinação diretamente por meio da curva do produto marginal do trabalho (PMg_L).
- Inicialmente, PMg_L é alto porque adicionar trabalho extra resulta em um aumento significativo da produção.
- À medida que o insumo trabalho aumenta, entretanto, PMg_L cai.
- De fato, em L*, insumo de trabalho adicional não aumenta em nada a produção total.
- Pode ser o caso de que 50 trabalhadores consigam produzir 12.000 caixas de laranja por semana, mas a adição de um 51º trabalhador (com o mesmo número de árvores e equipamentos) não aumente essa produção.
- Isso pode ocorrer porque o trabalhador não tem nada útil a fazer em um pomar já lotado.
- O produto marginal desse novo trabalhador é, portanto, zero.

Produto médio

- Quando as pessoas falam sobre a produtividade dos trabalhadores, geralmente não têm em mente a noção econômica de produto marginal.
- Em vez disso, tendem a pensar em termos de "produção por trabalhador".
- No nosso exemplo do pomar de laranjas, com 25 trabalhadores, a produção por trabalhador é de 400 ($= 10.000 \div 25$) caixas de laranja por semana.
- Com 50 trabalhadores, no entanto, a produção por trabalhador cai para 240 ($= 12.000 \div 50$) caixas por semana.
- Note que os valores de produção por trabalhador fornecem uma impressão enganosa sobre o quão produtivo um trabalhador adicional realmente é.
- Com 25 trabalhadores, a produção por trabalhador é de 400 caixas por semana, mas adicionar um 26º trabalhador gera apenas 200 caixas a mais.
- De fato, com 50 trabalhadores, um trabalhador adicional não gera nenhuma produção extra, mesmo que a produção por trabalhador ainda seja razoável em 240 caixas por semana.
- Como a maior parte da análise econômica envolve questões de adição ou subtração de pequenas quantidades de um insumo em uma dada situação de produção, o conceito de produto marginal é claramente o mais importante.
- Os números de produção por trabalhador (isto é, "produto médio") podem ser bastante enganosos se não refletirem com precisão essas ideias marginais.

Mapa de isoquantas

- Para representar uma função de produção inteira em duas dimensões, precisamos observar seu mapa de isoquantas.
- Podemos novamente usar uma função de produção da forma $q = f(K, L)$, utilizando capital e trabalho como exemplos convenientes de quaisquer dois insumos que possam ser de interesse.
- Para mostrar as várias combinações de capital e trabalho que podem ser empregadas para produzir um determinado nível de produção, usamos uma isoquanta.
- Por exemplo, todas as combinações de K e L que estão sobre a curva rotulada $q = 10$ na Figura 2 são capazes de produzir 10 unidades de produto por período.
- Essa única isoquanta registra as muitas formas alternativas de produzir 10 unidades de produto.
- Uma combinação é representada pelo ponto A; uma firma poderia usar L_A e K_A para produzir 10 unidades de produto.
- Alternativamente, a firma pode preferir usar relativamente menos capital e mais trabalho e, portanto, escolher um ponto como B.
- Há infinitas isoquantas no plano K-L. Cada isoquanta representa um nível diferente de produção.
- As isoquantas registram níveis sucessivamente mais altos de produção à medida que nos movemos na direção nordeste, porque usar mais de cada insumo permite que a produção aumente.
- Outras duas isoquantas (para $q = 20$ e $q = 30$) também são mostradas na Figura 2.

Mapa de isoquantas

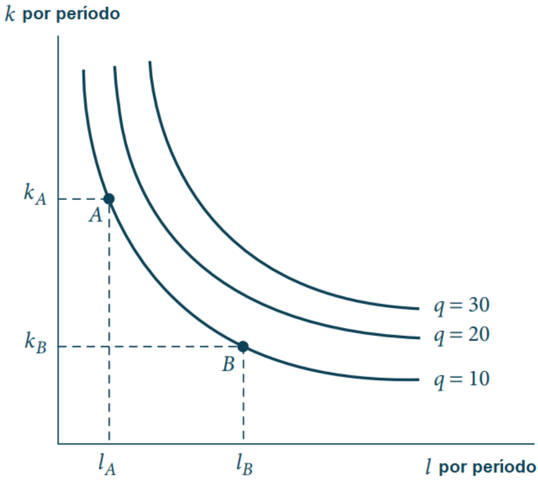

Figura 2. Mapa de isoquantas

Taxa marginal de substituição técnica

- A inclinação de uma isoquanta mostra como um insumo pode ser trocado por outro mantendo a produção constante.
- Examinar essa inclinação fornece informações sobre as possibilidades técnicas de substituição de trabalho por capital.
- A inclinação de uma isoquanta (ou, mais propriamente, seu valor negativo) é chamada de taxa marginal de substituição técnica do trabalho pelo capital (TMS)
- Especificamente, a TMS é definida como a quantidade pela qual o insumo capital pode ser reduzido mantendo constante a quantidade produzida quando uma unidade adicional de trabalho é utilizada.

$$TMS_{L \text{ por } K} = -(\text{Inclinação da isoquanta}) \tag{2}$$

$$= -\frac{\text{Variação do capital}}{\text{Variação do trabalho}} \tag{3}$$

  onde todas as variações referem-se a uma situação em que a produção (q) é mantida constante.
- O valor específico dessa taxa de substituição dependerá não apenas do nível de produção, mas também das quantidades de capital e trabalho que estão sendo utilizadas.
- Em um ponto como A na Figura 2, quantidades relativamente grandes de capital podem ser dispensadas se uma unidade adicional de trabalho for empregada—nesse ponto, a TMS é um número positivo alto.
- Por outro lado, no ponto B, a disponibilidade de uma unidade adicional de trabalho não permite uma grande redução no insumo capital, e a TMS é relativamente pequena.

TMS e os produtos marginais

- Podemos usar o conceito de TMS para discutir o formato provável do mapa de isoquantas de uma firma.
- De maneira mais óbvia, parece claro que a TMS deve ser positiva; isto é, cada isoquanta deve ter inclinação negativa.
- Se a quantidade de trabalho empregada pela firma aumenta, ela deve ser capaz de reduzir o uso de capital e ainda manter a produção constante.
- Como o trabalho presumivelmente possui produto marginal positivo, a firma deveria conseguir operar com menos capital quando mais trabalho é utilizado.
- Se aumentar o trabalho exigisse, na verdade, que a firma utilizasse mais capital, isso implicaria que o produto marginal do trabalho é negativo, e nenhuma firma estaria disposta a pagar por um insumo que tivesse efeito negativo sobre a produção.
- Podemos demonstrar esse resultado de forma mais formal ao notar que a TMS é precisamente igual à razão entre o produto marginal do trabalho e o produto marginal do capital:

$$TMS_{L \text{ por } K} = \frac{PMg_L}{PMg_K} \tag{4}$$

TMS e os produtos marginais

- Suponha, por exemplo, que $PMg_L = 2$ e $PMg_K = 1$.
- Então, se a firma emprega mais um trabalhador, isso gerará duas unidades extras de produção se o capital permanecer constante.
- Em outras palavras, a firma pode reduzir o uso de capital em duas unidades quando há um trabalhador adicional e a produção não mudará — o trabalho extra adiciona duas unidades de produção, enquanto o capital reduzido subtrai duas.
- Assim, por definição, a TMS é 2 — a razão entre os produtos marginais.
- Aplicando a Equação 4, fica claro que se a TMS for negativa, um dos produtos marginais também deve ser negativo.
- Mas nenhuma firma pagaria por um insumo que reduzisse a produção.
- Portanto, ao menos nas porções das isoquantas onde as firmas de fato operam, a TMS deve ser positiva (e a inclinação da isoquanta negativa).

TMS decrescente

- As isoquantas da Figura 2 têm inclinação negativa e também são convexas, refletindo uma TMS decrescente.
- Quando a razão K/L é alta, a TMS é grande: é possível substituir bastante capital por uma unidade adicional de trabalho mantendo a produção constante.
- Quando já há muito trabalho, a TMS é pequena: pouco capital pode ser substituído por mais trabalho.
- Isso é intuitivamente plausível — quanto mais trabalho (em relação ao capital) é utilizado, menor a capacidade do trabalho de substituir o capital.
- Uma TMS decrescente indica que o uso excessivo de um único insumo torna-o menos eficaz como substituto do outro.
- Firmas evitarão usar exclusivamente trabalho ou exclusivamente capital e buscarão uma combinação mais equilibrada dos fatores.
- Um argumento incorreto, mas instrutivo, baseado na Equação 4 sugeriria que, com a substituição de capital por trabalho ao longo da isoquanta, PMg_L cairia e PMg_K aumentaria, implicando uma queda na TMS.
- No entanto, esse raciocínio falha porque assume que é possível analisar mudanças nos produtos marginais de insumos em simultâneo, contrariando a definição de produto marginal, que requer *ceteris paribus*.

Retornos de escala

- Funções de produção representam métodos reais de produção, por isso economistas analisam cuidadosamente suas características.
- A forma e as propriedades da função de produção de uma firma têm implicações práticas importantes.
- Essas informações podem guiar decisões empresariais, como o direcionamento de recursos de P&D para melhorias técnicas.
- Também podem embasar políticas públicas, por exemplo, ao avaliar se restrições ao tamanho das firmas afetam negativamente a eficiência econômica.
- Nesta seção, introduz-se uma terminologia útil para examinar essas questões.

Adam Smith sobre retornos de escala

- A primeira questão importante que podemos abordar sobre funções de produção é como a quantidade de produto responde a aumentos em todos os insumos simultaneamente.
- Por exemplo, suponha que todos os insumos fossem dobrados; a produção também dobraria?
- Aqui estamos perguntando sobre os retornos de escala exibidos por uma função de produção.
- Adam Smith identificou duas forças que entram em jogo quando todos os insumos são dobrados (para uma duplicação de escala).
- Primeiro, uma duplicação da escala permite uma maior "divisão do trabalho".
- Ele sugeriu que a eficiência poderia aumentar – a produção poderia mais do que dobrar – à medida que se torna possível uma maior especialização desse tipo.
- No entanto, Smith previu que esses benefícios das operações em larga escala não se estenderiam indefinidamente.
- Ele reconheceu que grandes empresas podem enfrentar ineficiências na direção e controle gerenciais se a escala for aumentada drasticamente.
- A coordenação dos planos de produção para mais insumos pode se tornar mais difícil quando há muitas camadas de gerenciamento e muitos trabalhadores especializados envolvidos no processo produtivo.

Uma definição exata

- Qual desses dois efeitos da escala é mais importante é uma questão empírica.
- Para investigar essa questão, os economistas precisam de uma definição precisa de retornos de escala.
- Diz-se que uma função de produção exibe **retornos constantes de escala** se uma duplicação de todos os insumos resultar em uma duplicação precisa da produção.
- Se uma duplicação de todos os insumos resultar em menos do que uma duplicação da produção, diz-se que a função de produção exibe **retornos decrescentes de escala**.
- Se uma duplicação de todos os insumos resultar em mais do que uma duplicação da produção, a função de produção exibe **retornos crescentes de escala**.

Ilustrações gráficas

- Essas possibilidades são ilustradas nos três gráficos da Figura 3.
- Em cada caso, isoquantas de produção para $q = 10$, 20, 30 e 40 são mostradas, juntamente com um raio (rotulado como A) que mostra uma expansão uniforme de ambos os insumos capital e trabalho.
- O painel (a) ilustra retornos constantes de escala, onde à medida que os insumos capital e trabalho são sucessivamente aumentados de 1 para 2, de 2 para 3 e então de 3 para 4, a produção se expande proporcionalmente, i.e., produção e insumos crescem em uníssono.
- No painel (b) as isoquantas se afastam à medida que a produção se expande; este é um caso de retornos decrescentes de escala – uma expansão nos insumos não resulta em um aumento proporcional na produção.
- Por exemplo, a duplicação de ambos os insumos capital e trabalho de 1 para 2 unidades não é suficiente para aumentar a produção de 10 para 20; esse aumento na produção exigiria mais do que uma duplicação dos insumos.
- O painel (c) ilustra retornos crescentes de escala, onde as isoquantas se aproximam à medida que os insumos se expandem – uma duplicação dos insumos é mais do que suficiente para dobrar a produção.
- A operação em larga escala pareceria, nesse caso, ser bastante eficiente.

Ilustrações gráficas

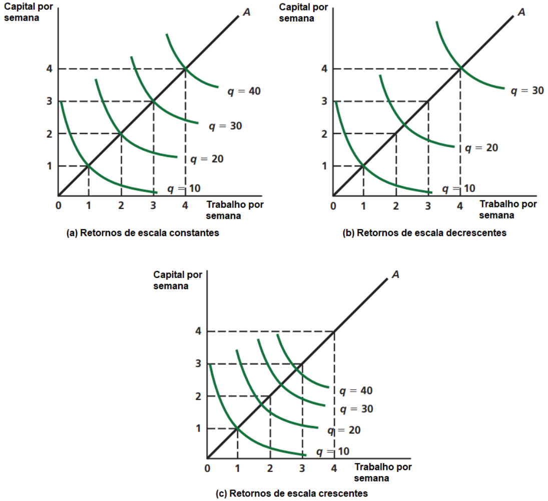

Figura 3. Mapa de isoquantas e retornos de escala