Regras de Inferência

Matemática Discreta

Prof. Emanuel Estrada



Regras de Inferência

- Regras de Inferência permitem deduzir novas sentenças a partir de sentenças já existentes
 - Moldes para construção de argumentos válidos

Regras de Inferência — Argumento válido — Demonstrações



Regras de Inferência

Argumento Válido

- Um argumento é uma sequência de proposições usados para validar uma declaração
 - Conjunto de premissas ou hipóteses que resultam em uma conclusão
- Válido significa que a conclusão deve seguir os valores-verdade das premissas do argumento

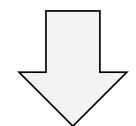


- 1. "Se você tem uma senha atualizada, então você pode entrar na rede."
- 2. "Você tem uma senha atualizada."

Portanto,

3. "Você pode entrar na rede."

Premissas verdadeiras



Conclusão verdadeira



 Um argumento é <u>válido</u> se a veracidade das premissas implica que a conclusão seja verdadeira.

p: "Você tem uma senha atualizada."

q: "Você pode entrar na rede."

1. Se p, então q.

2. p.

Portanto,

3. **q**.



 Um argumento é <u>válido</u> se a veracidade das premissas implica que a conclusão seja verdadeira.

p: "Você tem uma senha atualizada."

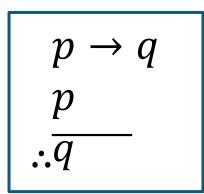
q: "Você pode entrar na rede."

1. Se p, então q.

2. p.

Portanto,

3. **q**,





 Um argumento é <u>válido</u> se a veracidade das premissas implica que a conclusão seja verdadeira.

p: "Você tem uma senha atualizada."

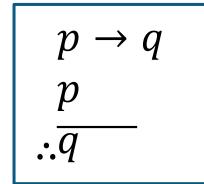
q: "Você pode entrar na rede."

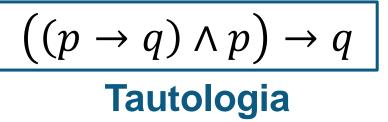
1. Se p, então q.

2. p.

Portanto,

3. **q**.







Definição:

- Um argumento em lógica proposicional é uma sequência de proposições. Todas, menos a última das proposições, são chamadas de premissas, e a última de conclusão.
- Um argumento é válido se a veracidade das premissas implica que a conclusão seja verdadeira.



- Um argumento é válido, considerando as premissas p₁, p₂, ..., p_n e a conclusão q, quando (p₁ ∧ P₂ ∧ ··· ∧ p_n) → q é uma tautologia.
- A tabela-verdade pode ser usada para provar a validade de uma forma de argumento



- Um argumento é válido, considerando as premissas $p_1, p_2, ..., p_n$ e a conclusão q, quando $(p_1 \land P_2 \land \cdots \land p_n) \rightarrow q$ é uma tautologia.
- A tabela-verdade pode ser usada para provar a validade de uma forma de argumento
- Muita premissas resultam em tabelas-verdade proibitivas
 - Ex.: 10 premissas = 2^{10} = 1024 linhas



- Um argumento é válido, considerando as premissas p₁, p₂, ..., p_n e a conclusão q, quando (p₁ ∧ P₂ ∧ ··· ∧ p_n) → q é uma tautologia.
- A tabela-verdade pode ser usada para provar a validade de uma forma de argumento
- Muita premissas resultam em tabelas-verdade proibitivas
 - Ex.: 10 premissas = 2^{10} = 1024 linhas
- Regras de inferência são formas de argumentos simples usadas para construir formas de argumentos mais complexas



Modus ponens

Propriedade de destacamento (*Modus ponens*, em latim, siginifica

premissas

modo que afirma)

p	
$p \rightarrow q$	
$\cdot \cdot \overline{q}$	

					ပ	<u>taatologia</u>
p	q	p	p o q	$p \wedge (p \rightarrow q)$	q	$ig(p \wedge (p ightarrow q)ig) ightarrow q$
V	V	V	V	V	V	V
V	F	V	F	F	F	V
F	V	F	V	F	V	V
F	F	F	V	F	F	V

tautologia



Modus ponens

 Exemplo 1: "Se nevar hoje, então eu vou esquiar."; "Está nevando hoje".

p: "Está nevando hoje."

q: "Eu vou esquiar"

$$p \rightarrow q$$

$$p$$

$$\frac{p}{a}$$



Modus ponens

• Exemplo 2: "Se $\sqrt{2} > \frac{3}{2}$ então $(\sqrt{2})^2 > (\frac{3}{2})^2$."

p: "
$$\sqrt{2} > \frac{3}{2}$$
."

q: "
$$(\sqrt{2})^2 > (\frac{3}{2})^2$$
"

$$p \rightarrow q$$

$$rac{p}{q}$$



Modus ponens

• Exemplo 2: "Se $\sqrt{2} > \frac{3}{2}$ então $(\sqrt{2})^2 > (\frac{3}{2})^2$."

p: "
$$\sqrt{2} > \frac{3}{2}$$
."

q: "
$$(\sqrt{2})^2 > (\frac{3}{2})^2$$
"

- Argumento Inválido
- A premissa $\sqrt{2} > \frac{3}{2}$ é falsa

$$p \rightarrow q$$
 p

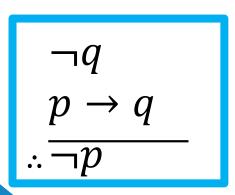
Podemos deduzir que a conclusão não é verdadeira



Modus tollens

Em latim siginifica a maneira que afirma negando.

nremissas



premissas					_{දුර} ි tautologia		
p	q	$\neg q$	$p \rightarrow q$	$\neg q \land (p ightarrow q)$	$\neg p$	$ig(eg q \wedge (p o q) ig) o eg q$	
V	V	F	V	F	F	V	
V	F	V	F	F	F	V	
F	V	F	V	F	V	V	
F	F	V	V	V	V	V	



Modus tollens

Exemplo 1:

p: "Hoje está ensolarado."

q: "Eu vou nadar hoje."

$$p \to q$$

$$\neg q$$

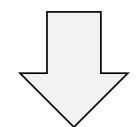
$$\therefore \overline{\neg p}$$

- 1. "Se hoje está ensolarado, então eu vou nadar."
- 2. "Eu não vou nadar hoje."

Portanto,

3. "Não está ensolarado hoje."

Premissas verdadeiras



Conclusão verdadeira



Modus tollens

• Exemplo 2:

"Se Zeus é humano, então Zeus é mortal."

"Zeus não é mortal."

Portanto,

"Zeus não é humano."



Silogismo Hipotético

$$p \to q$$

$$q \to r$$

$$p \to r$$

$$((p \rightarrow q) \land (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r)$$
Tautologia



Silogismo Hipotético

Exemplo:

"Se hoje está ensolarado, então ele vai ao shopping."

"Se ele vai ao shopping, então ele gasta dinheiro."

Portanto,

"Se hoje está ensolarado, então ele gasta dinheiro."

p: "Hoje está ensolarado."

q: "Ele vai ao shopping."

r: "Ele gasta dinheiro."

$$p \rightarrow q$$

$$q \rightarrow r$$

$$\overline{p \rightarrow r}$$



Silogismo Disjuntivo

$$p \lor q$$

$$\neg p$$

$$\therefore \overline{q}$$

$$((p \lor q) \land \neg p) \rightarrow q$$
Tautologia



Silogismo Disjuntivo

Exemplo:

"Está chovendo ou nevando."

"Não está chovendo."

Portanto,

"Está nevando."

p: "Está chovendo."

q: "Está nevando."

 $p \lor q$

 $\frac{\neg p}{\sigma}$

 $q \lor p$

 $\frac{\neg q}{p}$



Adição

 $\frac{p}{p \vee q}$

$$p \rightarrow (p \lor q)$$
Tautologia



Adição

Exemplo:

"Ele estuda muito."

Portanto,

"Ele estuda muito ou ele é um péssimo aluno."

p: "Ele estuda muito."

q: "Ele é um péssimo aluno."

 $\frac{p}{n}$

 $\therefore \overline{p \vee q}$



Simplificação

$$\frac{p \wedge q}{p}$$

$$(p \land q) \rightarrow p$$
Tautologia



Simplificação

Exemplo:

"Ele estuda muito e ele tira notas boas."

Portanto,

"Ele estuda muito."

p: "Ele estuda muito."

q: "Ele tira notas boas."

$$\frac{p \wedge q}{p}$$



Conjunção

 $\frac{p}{q}$

$$((p) \land (q)) \rightarrow (p \land q)$$
Tautologia



Conjunção

Exemplo:

"Ele estuda muito."

"Ele tira notas boas."

Portanto,

"Ele estuda muito e ele tira boas notas."

p: "Ele estuda muito."

p

q: "Ele tira notas boas."

 $\therefore \frac{q}{p \wedge q}$



Resolução

$$\begin{array}{c}
p \lor q \\
\neg p \lor r \\
\hline
q \lor r
\end{array}$$

$$((p \lor q) \land (\neg p \lor r)) \rightarrow (q \lor r)$$
Tautologia



Resolução

Exemplo:

"Eu passei em MD ou eu passei em Cálculo."

"Eu não passei em MD ou eu passei em AED."

Portanto,

"Eu passei em Cálculo ou eu passei em AED."

p: "Eu passei em MD."

q: "Eu passei em Cálculo."

r: "eu passei em AED."

$$p \lor q$$

$$\neg p \lor r$$

$$\therefore \overline{q \lor r}$$



TABLE 1 Rules of Inference.				
Rule of Inference	Tautology	Name		
$ \begin{array}{c} p \\ p \to q \\ \therefore \overline{q} \end{array} $	$(p \land (p \to q)) \to q$	Modus ponens		
$ \begin{array}{c} \neg q \\ p \to q \\ \therefore \neg p \end{array} $	$(\neg q \land (p \to q)) \to \neg p$	Modus tollens		
$p \to q$ $q \to r$ $\therefore p \to r$	$((p \to q) \land (q \to r)) \to (p \to r)$	Hypothetical syllogism		
$ \begin{array}{c} p \lor q \\ \neg p \\ \therefore \overline{q} \end{array} $	$((p \lor q) \land \neg p) \to q$	Disjunctive syllogism		
$\therefore \frac{p}{p \vee q}$	$p \to (p \lor q)$	Addition		
$\therefore \frac{p \wedge q}{p}$	$(p \land q) \to p$	Simplification		
$ \begin{array}{c} p \\ q \\ \therefore p \land q \end{array} $	$((p) \land (q)) \to (p \land q)$	Conjunction		
$p \lor q$ $\neg p \lor r$ $\therefore \overline{q \lor r}$	$((p \lor q) \land (\neg p \lor r)) \to (q \lor r)$	Resolution		



Exercícios

Encontre a forma de argumento para o argumento dado e determine se é válido. Podemos inferir que a conclusão é verdadeira se as premissas forem verdadeiras?

Se Sócrates é humano, então Sócrates é mortal.

Sócrates é humano.

... Sócrates é mortal.



Exercícios

Encontre a forma de argumento para o argumento dado e determine se é válido. Podemos inferir que a conclusão é verdadeira se as premissas forem verdadeiras?

Se George não tem oito patas, então ele não é um inseto.

George é um inseto.

... George tem oito patas.



Exercícios

Qual a regra de inferência usada em cada um dos argumentos abaixo?

- Alice é graduada em matemática. Por isso, Alice é graduada ou em matemática ou em ciência da computação.
- b) Jerry é um graduado em matemática e em ciência da computação. Por isso, Jerry é um graduado em matemática.
- c) Se o dia estiver chuvoso, então a piscina estará fechada. O dia está chuvoso. Por isso, a piscina está fechada.
- d) Se nevar hoje, a universidade estará fechada. A universidade não está fechada hoje. Por isso, não nevou hoje.
- e) Se eu for nadar, então eu ficarei no sol por muito tempo. Se eu ficar no sol por muito tempo, então eu me queimarei. Por isso, se eu for nadar, eu me queimarei.

