## CAPÍTULO 1

## **O MERCADO**

Convencionalmente, o primeiro capítulo de um livro de microeconomia é uma análise sobre "escopo e métodos" da teoria econômica. Embora esse assunto possa ser muito interessante, dificilmente parece apropriado *iniciar* o estudo da teoria econômica dessa maneira, pois é dificil avaliar tal discussão antes de ter visto alguns exemplos de análise econômica em funcionamento.

Portanto, começaremos este livro com um *exemplo* de análise econômica. Neste capítulo, examinaremos um modelo específico de mercado, o de apartamentos. Ao longo do caminho, apresentaremos vários novos conceitos e ferramentas da economia. Não se preocupe se o fizermos com relativa rapidez. Este capítulo pretende apenas fornecer uma rápida visão geral da forma como tais ideias e ferramentas podem ser utilizadas. Mais tarde, nós as estudaremos com um nível bem maior de detalhamento.

#### 1.1 A elaboração de um modelo

A economia avança com base no desenvolvimento de **modelos** de fenômenos sociais. Por modelo entendemos uma representação simplificada da realidade. A ênfase aqui está na palavra "simplificada". Imagine como seria inútil um mapa em escala 1:1. O mesmo é válido para um modelo econômico que tente descrever todos os aspectos da realidade. A importância do modelo provém da eliminação dos detalhes irrelevantes, o que permite ao economista concentrar-se nas características essenciais da realidade econômica que procura compreender.

Aqui, interessa-nos saber o que determina o preço dos apartamentos; queremos, pois, ter uma descrição simplificada desse mercado. Há certa arte na escolha das simplificações corretas necessárias à elaboração do modelo. Em geral queremos adotar o modelo mais simples possível, capaz de descrever a situação econômica em exame. Podemos, em seguida, adicionar paulatinamente ao modelo complicações que o tornem cada vez mais complexo e, esperamos, mais realista.

O exemplo específico que queremos examinar é o do mercado de apartamentos em uma cidade universitária de tamanho médio do Meio-Oeste americano. Nessa cidade, há dois tipos de apartamentos: os que se localizam nas adjacências da universidade e outros, situados a maior distância. Os apartamentos adjacentes são geralmente preferidos pelos estudantes, já que permitem um acesso mais fácil à universidade. Os apartamentos mais distantes tornam necessárias viagens de ônibus ou um longo e frio caminho de bicicleta, de modo que a maioria dos estudantes preferiria um apartamento próximo... se pudesse pagar por ele.

Imaginemos que os apartamentos localizem-se em dois grandes círculos concêntricos em torno da universidade. Os apartamentos adjacentes estão situados no círculo interno, enquanto os demais, no círculo externo. Nossa análise se concentrará exclusivamente no mercado de apartamentos do círculo interno. O círculo externo deve ser interpretado como o lugar onde irão morar as pessoas que não encontrarem apartamentos no círculo interno. Imaginaremos aqui que haja vários apartamentos disponíveis no círculo externo e que seus preços sejam fixados em algum nível conhecido. Estaremos preocupados apenas com a fixação dos preços dos apartamentos do círculo interno e com quem vai morar neles.

Ao descreverem a distinção de preços entre os dois tipos de apartamentos nesse modelo, os economistas diriam que o preço dos apartamentos do círculo externo é uma variável exógena, enquanto o preço dos apartamentos do círculo interno é uma variável endógena. Isso significa que o preço dos apartamentos do círculo externo é originado por fatores que não serão discutidos neste modelo em particular, enquanto o preço dos apartamentos do círculo interno é determinado pelas forças descritas no modelo.

A primeira simplificação que faremos nesse modelo é que todos os apartamentos são idênticos em todos os aspectos, exceto pela localização. Portanto, fará sentido falar de "preço" dos apartamentos sem nos preocuparmos com o fato de possuírem um ou dois quartos ou algo semelhante.

Mas o que determina esse preço? O que determina quem irá morar nos apartamentos do círculo interno e quem irá morar nos mais afastados? O que pode ser dito sobre a desejabilidade de diferentes mecanismos econômicos de alocação dos apartamentos? Quais conceitos podemos utilizar para julgar o mérito de diferentes distribuições de apartamentos para indivíduos? Todas essas são perguntas que desejamos que nosso modelo aborde.

### 1.2 Otimização e equilíbrio

Sempre que tentamos explicar o comportamento dos seres humanos, necessitamos ter uma estrutura na qual possamos basear nossa análise. Em economia, utilizamos com frequência uma estrutura baseada nos dois princípios simples que se seguem:

O princípio de otimização: As pessoas tentam escolher o melhor padrão de consumo ao seu alcance.

O princípio de equilíbrio: Os preços ajustam-se até que o total que as pessoas demandam seja igual ao total ofertado.

Vamos considerar esses dois princípios. O primeiro é *quase* tautológico. Se as pessoas são livres para escolher, é razoável supor que tentem escolher as coisas que desejam, em vez das que não querem. É claro que existem exceções a esse princípio geral, mas costumam situar-se fora do domínio do comportamento econômico.

A segunda noção é um pouco mais problemática. É ao menos imaginável que, em algum momento, as demandas e as ofertas das pessoas não sejam compatíveis, sinal de que alguma coisa está mudando. Essas mudanças podem levar um longo tempo para se concretizarem e, pior ainda, podem induzir outras mudanças, capazes de "desestabilizar" todo o sistema.

Isso pode acontecer, mas normalmente não ocorre. No caso dos apartamentos, o comum é observarmos uma estabilidade razoável dos aluguéis todos os meses. É esse preço de equilíbrio que nos interessa, não a forma como o mercado atinge esse equilíbrio ou como ele pode mudar em longos períodos de tempo.

Vale a pena observar que a definição utilizada para equilíbrio pode ser diferente em modelos diferentes. No caso do mercado simples que examinaremos neste capítulo, o conceito de equilíbrio de oferta e demanda será adequado às nossas necessidades, mas em modelos mais gerais necessitaremos de definições mais gerais de equilíbrio. Normalmente, o equilíbrio exigirá que as ações dos agentes econômicos sejam coerentes entre si.

Como utilizaremos esses dois princípios para responder às perguntas que fizemos anteriormente? É hora de introduzirmos alguns conceitos econômicos.

#### 1.3 A curva de demanda

Vamos supor que levamos em consideração todos os possíveis locatários e perguntamos-lhes a quantia máxima que cada um estaria disposto a pagar para alugar um dos apartamentos.

Comecemos pela mais alta. Deve haver alguém disposto a pagar o preço mais elevado. Talvez essa pessoa tenha muito dinheiro, talvez seja preguiçosa e não queira andar muito ou qualquer outro motivo. Suponhamos que essa pessoa esteja disposta a pagar US\$500 mensais para alugar um apartamento.

Se existisse apenas uma pessoa disposta a pagar US\$500 mensais pelo apartamento e o preço dos apartamentos fosse US\$500 por mês, então seria alugado exatamente um apartamento – àquela pessoa disposta a pagar US\$500.

Suponhamos agora que o segundo preço mais alto que alguém esteja disposto a pagar seja de US\$490. Então, se o preço de mercado fosse US\$499, ainda seria alugado apenas um apartamento: a pessoa que estava *disposta* a pagar US\$500 alugaria o apartamento, mas a que estava disposta a pagar US\$490 não alugaria. E assim por diante. Apenas um apartamento seria alugado se o preço fosse US\$498, US\$497, US\$496, e assim sucessivamente, até chegar aos US\$490. A esse preço seriam alugados, exatamente, dois apartamentos: um por US\$500 e outro por US\$490.

Da mesma forma, dois apartamentos seriam alugados até que alcançássemos o preço máximo que a pessoa com o *terceiro* maior preço estivesse disposta a pagar, e assim por diante.

Os economistas costumam chamar de **preço de reserva** a quantia máxima que uma pessoa está disposta a pagar por alguma coisa. Ele é o preço máximo que a pessoa aceitará pagar por um bem e, ainda assim, comprá-lo. Em outras palavras, o preço de reserva de uma pessoa é o preço em relação ao qual essa pessoa é indiferente entre comprar ou não comprar o bem. Em nosso exemplo, se uma pessoa possui um preço de reserva p, isso significa que ela é exatamente indiferente entre morar no círculo interno e pagar um preço p ou morar no círculo externo.

Assim, o número de apartamentos a serem alugados a um dado preço  $p^*$  será exatamente igual ao número de pessoas cujo preço de reserva seja igual ou maior que  $p^*$ . Isso porque, se o preço de mercado for  $p^*$ , todos aqueles dispostos a pagar ao menos  $p^*$  por um apartamento irão desejar um apartamento no círculo interno, e todos os que não estiverem dispostos a pagar  $p^*$  preferirão morar no círculo externo.

É possível representar esses preços de reserva num diagrama como o da Figura 1.1. Aqui, o preço é representado no eixo vertical e o número de indivíduos dispostos a pagar aquele preço, ou mais, é representado no eixo horizontal.

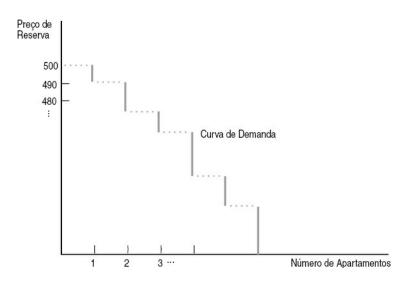


FIGURA 1.1 A curva de demanda por apartamentos. O eixo vertical mede o preço de mercado e o eixo horizontal, o número de apartamentos que serão alugados a cada preço.

Outra forma de ver a Figura 1.1 é imaginá-la, medindo o número de pessoas que gostariam de alugar apartamentos a um preço qualquer. Uma curva dessas constitui exemplo de uma **curva de demanda** — uma curva que expressa a relação entre a quantidade demandada e os preços. Quando o preço de mercado estiver acima de US\$500, nenhum apartamento será alugado. Quando estiver entre US\$500 e US\$490, um apartamento será alugado. Quando estiver entre US\$490 e o terceiro mais alto preço de reserva, dois apartamentos serão alugados, e assim por diante. A curva de demanda descreve a quantidade demandada a cada preço possível.

A curva de demanda por apartamentos possui inclinação descendente: à medida que os preços dos apartamentos caem, uma quantidade maior de pessoas estará disposta a alugar apartamentos. Se houver muitas pessoas e seus preços de reserva diferirem pouco, é razoável pensar que a curva de demanda se inclinará suavemente para baixo, como na Figura 1.2. A curva dessa figura tem a mesma aparência que a curva de demanda na Figura 1.1 teria se houvesse muitas pessoas desejosas de alugar apartamentos. Os "saltos" mostrados na Figura 1.1 são agora tão pequenos em relação ao tamanho do mercado que podemos, sem nenhum risco, ignorá-los ao traçar a curva de demanda do mercado.

#### 1.4 A curva de oferta

Como já temos uma boa representação gráfica do comportamento da demanda, voltemonos agora para o comportamento da oferta. Precisamos pensar sobre a natureza do
mercado que estamos examinando. Na situação que examinaremos, existem muitos
proprietários independentes, cada um disposto a alugar seu apartamento pelo maior
preço que o mercado possa suportar. Vamos nos referir a isso como o caso de um
mercado competitivo. Outras estruturas de mercado são certamente possíveis, e
posteriormente examinaremos algumas delas.

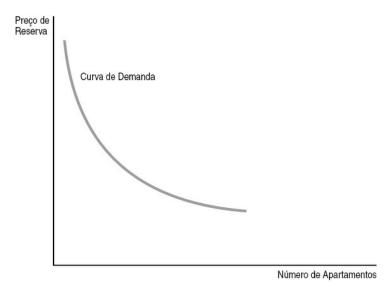


FIGURA 1.2 Curva de demanda de apartamentos com muitos demandantes. Devido ao grande número de demandantes, os saltos entre os preços serão pequenos e a curva de demanda possuirá o convencional formato suave.

Por enquanto, consideraremos o caso de vários proprietários que operam de maneira independente. É claro que, se todos eles tentam obter o máximo possível e os locatários estão bem informados sobre os preços cobrados, então o preço de equilíbrio de todos os apartamentos do círculo interno tem de ser o mesmo. O argumento não é difícil de entender. Suponhamos, por outro lado, que se cobre pelos apartamentos um preço alto,  $p_{\rm a}$ , e um baixo,  $p_{\rm b}$ . As pessoas que estão alugando seus apartamentos por um preço alto poderiam procurar um proprietário que cobrasse menos e oferecer-se para pagar um aluguel entre  $p_{\rm a}$  e  $p_{\rm b}$ . Tal transação favoreceria tanto o proprietário quanto o locatário. Como todas as partes procuram defender seus próprios interesses e conhecem os preços alternativos cobrados, uma situação de cobrança de preços diferentes pelo mesmo bem não pode persistir em equilíbrio.

Mas qual será esse preço de equilíbrio? Tentemos empregar o método que utilizamos na elaboração da curva de demanda: peguemos um preço e indaguemos quantos

apartamentos seriam oferecidos a esse preço.

A resposta depende, até certo ponto, da quantidade de tempo durante a qual examinaremos o mercado. Se considerarmos um período de vários anos, de modo que novas construções possam ser realizadas, o número de apartamentos certamente dependerá do preço cobrado. Porém, a "curto prazo" – dentro de um ano, por exemplo –, o número de apartamentos será mais ou menos fixo. Se considerarmos apenas o caso do curto prazo, a oferta de apartamentos será constante em algum nível predeterminado.

A **curva de oferta** desse mercado é mostrada na Figura 1.3 como uma reta vertical. Seja qual for o preço cobrado, o mesmo número de apartamentos será alugado, ou melhor, todos os que estiverem disponíveis naquele período.

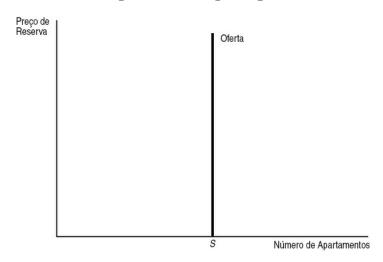


FIGURA 1.3 Curva de oferta de curto prazo. A oferta de apartamentos é fixa no curto prazo.

### 1.5 O equilíbrio de mercado

Temos agora uma forma de representar os lados da demanda e da oferta do mercado de apartamentos. Vamos reuni-los e indagar qual o comportamento de equilíbrio do mercado. Fazemos isso ao traçar as curvas de oferta e demanda no mesmo gráfico, como na Figura 1.4.

Neste gráfico, utilizamos  $p^*$  para representar o preço no qual a quantidade de apartamentos demandados iguala-se à quantidade de apartamentos ofertados. Esse é o **preço de equilíbrio** de apartamentos. A esse preço, todo consumidor disposto a pagar ao menos  $p^*$  pode encontrar um apartamento para alugar, e todos os proprietários serão capazes de alugar seu imóvel ao preço corrente de mercado. Nem os locatários nem os proprietários têm motivo para mudar seu comportamento. É por isso que nos referimos a essa situação como um *equilíbrio*: nenhuma mudança no comportamento será observada.

Para entender melhor esse ponto, imaginemos o que aconteceria a um preço diferente de  $p^*$ . Por exemplo, seja um preço  $p < p^*$  em que a demanda é maior que a oferta. Esse preço pode persistir? A esse preço, pelo menos alguns dos proprietários terão mais pessoas interessadas do que podem atender. Haverá filas de pessoas esperando obter um apartamento àquele preço; haverá mais pessoas dispostas a pagar o preço p do que apartamentos disponíveis. Com certeza, alguns dos proprietários achariam interessante aumentar os preços de seus apartamentos.

Do mesmo modo, suponhamos que o preço dos apartamentos seja algum p maior que  $p^*$ . Então, alguns apartamentos estarão vazios: haverá menos pessoas dispostas a pagar p do que apartamentos disponíveis. Agora, alguns dos proprietários correm o risco de não obter renda alguma de seus apartamentos. Portanto, isso os incentivará a reduzir os preços para atrair mais locatários.

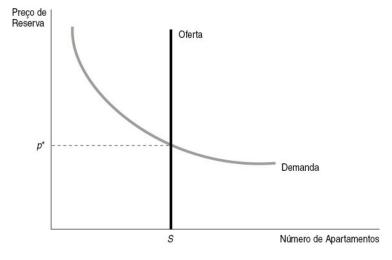


FIGURA 1.4 O equilíbrio no mercado de apartamentos. O preço de equilíbrio, p\*, é dado pela interseção das curvas de oferta e demanda.

Se o preço estiver acima de  $p^*$ , haverá poucos locatários; se estiver abaixo, haverá locatários demais. Somente ao preço  $p^*$  o número de pessoas dispostas a alugar apartamentos se igualará ao número de apartamentos disponíveis. Apenas a esses preços a demanda ficará igual à oferta.

Ao preço  $p^*$ , os comportamentos dos proprietários são compatíveis com os dos locatários, no sentido de que o número de apartamentos demandados pelos locatários ao preço  $p^*$  é igual ao número de apartamentos ofertados pelos proprietários. Esse é o preço de equilíbrio do mercado de apartamentos.

Uma vez determinado o preço de mercado dos apartamentos do círculo interno, podemos perguntar quem acabará por alugar esses apartamentos e quem será "exilado" para os apartamentos distantes. Nosso modelo tem uma resposta bastante simples para essa pergunta: no equilíbrio de mercado, todos os que estiverem dispostos a pagar  $p^*$  ou mais alugarão apartamentos no círculo interno, e todos os que estiverem dispostos a pagar menos que  $p^*$  alugarão no círculo externo. Quem possuir um preço de reserva  $p^*$  será indiferente entre alugar um apartamento no círculo interno ou no círculo externo. O restante dos indivíduos do círculo interno pagará um valor menor do que o máximo que estaria disposto a pagar pelos apartamentos. Assim, a distribuição de apartamentos entre os locatários é determinada pelo valor que estes últimos estejam dispostos a pagar.

### 1.6 A estática comparativa

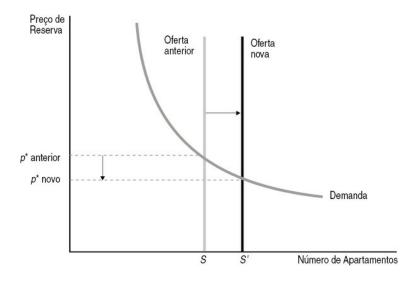
Agora que já temos um modelo econômico do mercado de apartamentos, podemos começar a usar esse modelo para analisar o comportamento do preço de equilíbrio. Podemos perguntar, por exemplo, como o preço dos apartamentos varia quando vários aspectos do mercado se alteram. Esse tipo de exercício é denominado **estática comparativa**, porque compara dois equilíbrios "estáticos" sem se preocupar em saber como o mercado se move de um equilíbrio para outro.

O movimento de um equilíbrio para outro pode levar um tempo considerável, e as indagações sobre a maneira como tal movimento ocorre podem ser de grande interesse e importância. Mas é preciso caminhar antes de correr e, portanto, ignoraremos por enquanto essas questões dinâmicas. A análise da estática comparativa somente se interessa pela comparação de equilíbrios, e, por enquanto, teremos muitas perguntas para responder dentro desse quadro.

Vamos começar por um caso simples. Suponhamos que aumente a oferta de apartamentos, como na Figura 1.5. É fácil verificar, nesse diagrama, que o preço de equilíbrio cairá. Da mesma forma, se a oferta de apartamentos diminuir, o preço de equilíbrio aumentará.

Vejamos um exemplo mais complicado – e mais interessante. Suponhamos que uma empresa decida vender vários dos apartamentos. O que aconteceria com o preço de aluguel dos apartamentos restantes?

Provavelmente, a primeira coisa em que se pensará é que o preço irá aumentar, uma vez que houve redução da oferta. Mas isso não é necessariamente correto. É verdade que diminuiu a oferta de apartamentos para alugar, mas a *demanda por apartamentos* também reduziu, porque algumas das pessoas que antes eram locatárias decidiram-se agora pela compra dos apartamentos.



**FIGURA 1.5 O aumento da oferta de apartamentos.** À medida que a oferta de apartamentos aumenta, o preço de equilíbrio diminui.

É natural supor que os compradores sejam aqueles que já moravam no círculo interior – aquelas pessoas dispostas a pagar mais que  $p^*$  pelo aluguel de um apartamento. Vamos supor que os demandantes com os 10 preços de reserva mais altos resolvam comprar os apartamentos em vez de alugá-los. Então, a nova curva de demanda será exatamente igual à anterior, mas com 10 demandantes a menos em cada preço. Como agora também há 10 apartamentos a menos para alugar, o novo preço de equilíbrio será exatamente o preço de equilíbrio anterior, e exatamente as mesmas pessoas acabarão por morar nos apartamentos do círculo interno. Essa situação é representada na Figura 1.6. A curva de demanda e a de oferta se deslocam para a esquerda em 10 apartamentos, e o preço de equilíbrio permanece inalterado.

A maioria das pessoas considera esse resultado surpreendente. Elas tendem a olhar só para a redução na oferta de apartamentos e não pensam na diminuição da demanda. O caso que consideramos é um caso extremo: *todos* os compradores dos apartamentos eram ex-locatários. Contudo, o outro caso – em que nenhum dos compradores morava nos apartamentos – é ainda mais extremo.

Embora seja tão simples, o modelo proporciona um insight importante. Se queremos saber como a transformação da locação em venda afetará o mercado de apartamentos, devemos examinar o efeito não só sobre a oferta, mas também sobre a demanda por apartamentos.

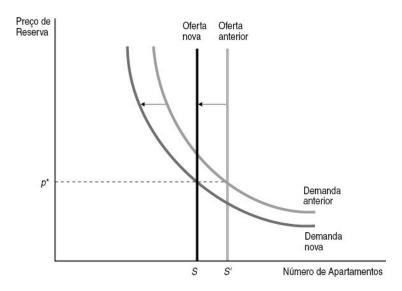


FIGURA 1.6 Efeitos da venda de apartamentos de aluguel. Se a demanda e a oferta se deslocarem para a esquerda na mesma grandeza, o preço de equilíbrio permanece inalterado.

Examinemos outro exemplo de uma surpreendente análise de estática comparativa: o efeito de um imposto predial. Suponhamos que a prefeitura da cidade decida estabelecer um imposto anual de US\$50 sobre os apartamentos. Isto é, cada proprietário terá de pagar à cidade US\$50 por ano para cada apartamento que possua. Que impacto isso terá sobre o preço dos apartamentos?

A maioria das pessoas pensará que ao menos parte do imposto será repassada aos locatários. Porém, surpreendentemente, não é assim. Na verdade, o preço de equilíbrio dos apartamentos ficará inalterado!

Para comprovar isso, devemos perguntar o que acontecerá às curvas de demanda e oferta. A curva de oferta não se altera — haverá exatamente o mesmo número de apartamentos após o imposto do que antes dele. E a curva de demanda também não se altera, pois o número de apartamentos a ser alugado a cada preço diferente também será o mesmo. Se nem a curva de demanda nem a de oferta mudam, o preço não variará em consequência do imposto.

Eis um modo de pensar nos efeitos desse imposto. Antes de sua aplicação, cada proprietário cobra o maior preço que pode conseguir para manter seu apartamento alugado. O preço de equilíbrio,  $p^*$ , é o mais alto que pode ser cobrado para ser compatível com o aluguel praticado com todos os apartamentos. Será que os proprietários poderão elevar esse preço para compensar o pagamento do imposto? A resposta é negativa: se eles pudessem elevar o preço e manter os apartamentos alugados, já o teriam feito. Se estão cobrando o preço máximo que o mercado pode suportar, não podem elevá-lo mais, então, nenhuma parte do imposto poderá ser repassada aos locatários. Os proprietários terão que pagar o valor total do imposto.

A análise depende do pressuposto de que a oferta de apartamentos permanecerá fixa. Se o número de apartamentos mudar à medida que o imposto varia, o preço pago pelos locatários deverá variar. Examinaremos esse tipo de comportamento posteriormente, depois de construir algumas ferramentas mais poderosas para analisar tais problemas.

### 1.7 Outras formas de alocar apartamentos

Na seção anterior descrevemos o equilíbrio para apartamentos num mercado competitivo. Essa, porém, é apenas uma das muitas maneiras de alocar recursos. Nesta seção, descreveremos outras formas. Algumas podem parecer um tanto estranhas, mas cada uma delas ilustrará um aspecto econômico importante.

## O monopolista discriminador

Examinemos em primeiro lugar uma situação em que um só proprietário possui todos os apartamentos. Ou, por outro lado, poderíamos imaginar a reunião de certo número de proprietários para coordenar suas ações para agir como um só. Uma situação em que o mercado é dominado por um único vendedor de um produto é chamada de **monopólio.** 

Ao alugar os apartamentos, o proprietário poderia decidir leiloá-los um a um a quem oferecesse as propostas mais altas. Como isso significa que diferentes pessoas acabariam por pagar diferentes preços pelos apartamentos, denominaremos esse caso como o do **monopolista discriminador**. Suponhamos, para simplificar, que o monopolista discriminador conhece o preço de reserva de cada pessoa. (Embora tal suposição não seja lá muito realista, ela serve para ilustrar um detalhe importante.)

Isso significa que o monopolista alugaria o primeiro apartamento a quem pagasse mais – nesse caso, US\$500. O apartamento seguinte seria alugado por US\$490, e assim por diante, à medida que nos movêssemos para baixo na curva de demanda. Cada apartamento seria alugado à pessoa que pagasse mais por ele.

Eis aqui o aspecto interessante do monopolista discriminador: as pessoas que obterão os apartamentos serão exatamente as mesmas do caso da solução competitiva, ou seja, todas as que avaliaram o apartamento em mais de  $p^*$ .

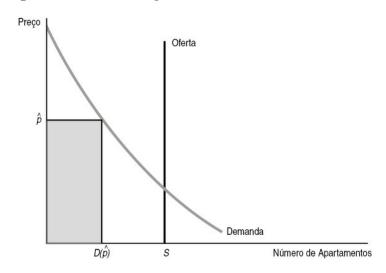
A última pessoa a alugar um apartamento pagará o preço  $p^*$  – igual ao preço de equilíbrio do mercado competitivo. A tentativa do monopolista discriminador de maximizar o seu próprio lucro leva à mesma distribuição dos apartamentos que o mecanismo de oferta e demanda do mercado competitivo. A quantia que as pessoas pagam é diferente, mas os locatários que ocupam os apartamentos são os mesmos. Isso, porém, não acontece por acaso, mas teremos de esperar um pouco mais para explicar o motivo.

#### O monopolista comum

Partimos do pressuposto de que o monopolista discriminador poderia alugar cada apartamento a um preço diferente. Mas o que acontece se ele for obrigado a alugar todos os apartamentos ao mesmo preço? Nesse caso, o monopolista enfrenta um dilema:

se escolher um preço baixo, ele alugará mais apartamentos, mas poderá acabar por obter menos dinheiro do que ganharia se fixasse um preço maior.

Usemos D(p) para representar a função de demanda — o número de apartamentos demandados ao preço p. Assim, se o monopolista fixar um preço p, ele alugará D(p) apartamentos e, portanto, receberá uma renda de pD(p). A renda que o monopolista recebe pode ser concebida como a área de um quadrilátero: a altura do quadrilátero é o preço p e a sua largura, o número de apartamentos, D(p). O produto da altura pela largura — a área do quadrilátero — representa, pois, a renda que o monopolista recebe. Esse quadrilátero é representado na Figura 1.7.



**FIGURA 1.7 O quadrilátero da receita.** A receita obtida pelo monopolista é exatamente o preço vezes a quantidade, o que pode ser interpretado como a área desse quadrilátero.

Se o monopolista não tem custos derivados do aluguel de um apartamento, ele escolherá um preço com o maior quadrilátero de renda. Na Figura 1.7, o maior quadrilátero de renda ocorre ao preço  $p^{\hat{}}$ . Nesse caso, o monopolista achará conveniente não alugar todos os apartamentos. Com efeito, essa será uma decisão normal do monopolista, que desejará restringir a oferta do produto para maximizar seus lucros. Isso significa que o monopolista em geral desejará cobrar um preço maior que o preço de equilíbrio do mercado competitivo  $p^*$ . No caso do monopolista comum, menos apartamentos serão alugados e, por cada apartamento alugado, será cobrado um preço maior que no mercado competitivo.

### Controle de aluguéis

O terceiro e último caso que discutiremos será o do controle de aluguéis. Suponhamos que as autoridades municipais decidam impor um teto para o valor do aluguel dos

apartamentos, digamos,  $p_{\text{máx}}$ . Partimos do pressuposto de que o preço  $p_{\text{máx}}$  seja menor do que o preço de equilíbrio do mercado competitivo,  $p^*$ . Isso faria com que tivéssemos uma situação de **excesso de demanda:** haveria mais pessoas desejando alugar apartamentos ao preço  $p_{\text{máx}}$  do que apartamentos disponíveis. Quem acabaria morando nos apartamentos?

A teoria que apresentamos até agora não tem resposta para essa pergunta. Nosso modelo pode descrever o que ocorre quando a oferta se iguala à demanda, mas não é suficientemente detalhado para descrever o que acontecerá se a oferta não for igual à demanda. A resposta para a pergunta de quem conseguirá os apartamentos com aluguel controlado depende de quem tenha mais tempo para procurar, de quem conheça os atuais locatários e assim por diante. Todos esses aspectos estão além do escopo do modelo simples que desenvolvemos. Pode até ser que os apartamentos sob controle de aluguéis sejam conseguidos pelas mesmas pessoas que os conseguem no mercado competitivo. Esse é, porém, um resultado extremamente improvável. É muito mais provável que algumas das pessoas oriundas do círculo externo acabem por morar em alguns dos apartamentos do círculo interno, substituindo as pessoas que morariam ali num sistema de mercado. Portanto, sob o controle de aluguéis será alugado, ao preço de aluguel determinado pelo controle, o mesmo número de apartamentos que seriam alugados a um preço competitivo, só que para pessoas diferentes.

### 1.8 Qual é o melhor arranjo?

Descrevemos quatro formas possíveis de distribuir os apartamentos entre as pessoas:

- O mercado concorrencial
- Um monopolista discriminador
- Um monopolista comum
- O controle de aluguéis

Essas são quatro instituições econômicas diferentes para a alocação de apartamentos. Cada método implicará alocação dos apartamentos a pessoas diferentes e a preços também distintos. Poderíamos, então, perguntar qual dessas instituições econômicas é a melhor. Entretanto, antes de responder, precisamos definir primeiro o que significa "melhor". Qual critério poderíamos usar para comparar essas formas de alocar apartamentos?

Uma coisa a fazer é olhar para as posições econômicas das pessoas envolvidas. É bastante óbvio que os proprietários conseguirão mais dinheiro caso possam agir como monopolistas discriminadores: isso geraria maiores rendas para o(s) proprietário(s) dos apartamentos. Do mesmo modo, a solução de controle de aluguéis é provavelmente a pior situação para esses proprietários.

E os locatários? Em média, eles provavelmente estariam piores no caso do monopolista discriminador – a maior parte deles teria de pagar um preço maior do que o que pagaria nas outras formas de alocação de apartamentos. Será que os consumidores estarão melhor no caso do controle de aluguéis? Alguns deles certamente sim: *os que conseguirem seus apartamentos* estarão em melhor situação do que estariam na solução de mercado. Mas os que não conseguirem estarão em pior situação do que no caso da solução de mercado.

O que precisamos aqui é de uma forma de examinar a posição econômica de todas as partes envolvidas — todos os locatários *e* todos os proprietários. Como podemos examinar a conveniência de diferentes formas de alocar apartamentos, levando em consideração todas as partes? O que pode ser usado como critério da "boa" forma de alocar apartamentos, levando em consideração todas as pessoas envolvidas?

#### 1.9 A eficiência de Pareto

Um critério útil para comparar os resultados de diferentes instituições econômicas é um conceito conhecido como eficiência de Pareto ou eficiência econômica.¹ Começaremos pela seguinte definição: se pudermos encontrar uma forma de melhorar a situação de uma pessoa sem piorar a de nenhuma outra, teremos uma melhoria de Pareto. Se uma alocação permite uma melhoria de Pareto, diz-se que ela é ineficiente no sentido de Pareto; se a alocação não permitir nenhuma melhoria de Pareto, então ela é eficiente no sentido de Pareto.

Uma alocação ineficiente no sentido de Pareto tem a característica indesejável de que há alguma forma de melhorar a situação de alguém sem prejudicar ninguém mais. A alocação poderá ter pontos positivos, mas o fato de ser ineficiente no sentido de Pareto constitui por certo um ponto negativo para ela. Se há um modo de melhorar a situação de alguém sem prejudicar mais ninguém, por que não o fazer?

A eficiência de Pareto é uma das ideias importantes da economia, motivo por que a examinaremos com maior detalhe posteriormente. Ela tem muitas implicações sutis que teremos de investigar com mais calma, mas podemos ter agora mesmo uma vaga ideia dos aspectos envolvidos.

Eis aqui uma forma útil de pensar no conceito de eficiência de Pareto. Suponhamos que alocássemos os locatários de maneira aleatória nos círculos interno e externo, mas que lhes permitíssemos então sublocar os apartamentos entre si. Algumas pessoas que realmente desejassem morar perto da universidade poderiam, por azar, acabar morando num apartamento do círculo externo. Contudo, elas poderiam então sublocar um apartamento do círculo interno de alguém que tivesse sido colocado em algum desses apartamentos, mas que não desse tanto valor a esse fato. Se os indivíduos forem alocados aleatoriamente nos apartamentos, haverá em geral alguns que queiram trocar de apartamento, caso recebam compensação suficiente.

Por exemplo, suponhamos que a pessoa A receba um apartamento do círculo interno, que ela avalia em US\$200, enquanto a pessoa B recebe um apartamento do círculo externo. Suponhamos também que a pessoa B esteja disposta a pagar US\$300 pelo apartamento de A. Existiria, então, um claro "ganho de troca" se esses dois agentes econômicos trocassem de apartamento e concordassem com que B pagasse a A uma quantia de dinheiro entre US\$200 e US\$300. A quantia exata da transação é irrelevante. O importante é que as pessoas dispostas a pagar mais pelos apartamentos acabem ficando com eles — de outra forma, quem atribuísse pouco valor a um apartamento do círculo interno seria incentivado a negociar com alguém que valorizasse mais esses imóveis.

Suponhamos que as trocas voluntárias realizem-se a ponto de esgotar todos os ganhos. A alocação resultante deve ser eficiente no sentido de Pareto. Se não fosse assim,

haveria alguma troca que melhoraria a situação das duas pessoas sem piorar a de ninguém — mas isso contradiria o pressuposto de que todas as trocas voluntárias já se haviam realizado. Uma alocação em que já se realizaram todas as trocas voluntárias é uma alocação eficiente no sentido de Pareto.

### 1.10 Comparação entre formas de alocar apartamentos

O processo de troca que acabamos de descrever é tão geral que não se poderia imaginar que algo mais pudesse ser dito no que diz respeito a seus resultados. Há, porém, um aspecto interessante a abordar. Perguntemos quem acabará ficando com os apartamentos numa alocação em que todos os ganhos de troca se esgotaram.

Para obter a resposta, basta observarmos que qualquer um que possua um apartamento no círculo interno deve ter um preço de reserva maior do que alguém que tenha um apartamento no círculo externo — caso contrário, essas pessoas poderiam, ambas, melhorar sua situação por meio de uma troca. Então, se houver S apartamentos para alugar, as S pessoas com os preços de reserva mais elevados ficarão com os apartamentos do círculo interno. Essa alocação é eficiente no sentido de Pareto — nenhuma outra é eficiente, uma vez que qualquer outra distribuição dos apartamentos entre as pessoas permitiria a realização de alguma troca que melhorasse a situação de pelo menos duas das pessoas, sem piorar a de ninguém.

Tentemos aplicar esse critério de eficiência de Pareto aos resultados dos diferentes métodos de alocação de recursos mencionados anteriormente. Comecemos com o mecanismo de mercado. É fácil perceber que o mecanismo de mercado atribui os apartamentos do círculo interno às pessoas com os maiores preços de reserva — ou seja, aquelas pessoas dispostas a pagar por seus apartamentos mais que o preço de equilíbrio,  $p^*$ .

Portanto, não existe a possibilidade de ganhos com novas trocas, uma vez que os apartamentos foram alugados num mercado competitivo. O resultado do mercado competitivo é eficiente no sentido de Pareto.

E o monopolista discriminador? Esse arranjo é eficiente no sentido de Pareto? Para respondermos a essa pergunta, basta observar que o monopolista discriminador distribui os apartamentos exatamente às mesmas pessoas que os receberiam no mercado competitivo. Em ambos os sistemas, todo aquele que estiver disposto a pagar mais que  $p^*$  por um apartamento obterá um. Assim, o monopolista discriminador também produz um resultado eficiente no sentido de Pareto.

Embora o mercado competitivo e o monopolista discriminador, gerem resultados eficientes no sentido de Pareto, no sentido de que não se desejarão fazer novas trocas, esses sistemas podem resultar em distribuições de renda bastante diferentes. Com certeza, no sistema do monopolista discriminador, os consumidores estarão numa situação muito pior do que sob o mercado competitivo, ao passo que o(s) proprietário(s) estará(ão) bem melhor. Em geral, a eficiência de Pareto não tem muito a dizer sobre a distribuição dos ganhos obtidos com a troca. Ela só se preocupa com a eficiência da troca, ou seja, em saber se todas as trocas possíveis foram realizadas.

E o monopolista comum, que é obrigado a cobrar somente um preço? Acontece que essa situação não é eficiente no sentido de Pareto. Tudo o que temos a fazer para constatar isso é observar que, como nem todos os apartamentos serão em geral alugados pelo monopolista, ele poderá aumentar seus lucros ao alugar um apartamento para alguém que não disponha de um, a *qualquer* preço positivo. Haverá um preço em que tanto o monopolista como o locatário estarão em uma situação melhor. Desde que o monopolista não mude o preço que os demais locatários pagam, os outros locatários estarão tão bem quanto antes. Por conseguinte, encontramos uma **melhoria de Pareto** – uma forma de melhorar a situação de dois indivíduos sem prejudicar a de ninguém.

O último método de alocação de recursos que resta examinar é o do controle de aluguéis. Esse sistema também não é eficiente no sentido de Pareto. O argumento aqui se baseia no fato de que uma alocação arbitrária dos indivíduos nos apartamentos geralmente implicará que alguém que mora no círculo interno (digamos, o Sr. Int.) esteja disposto a pagar menos pelo apartamento do que alguém que mora no círculo externo (digamos, a Sra. Ext.). Suponhamos que o preço de reserva do Sr. Int. seja de US\$300 e o da Sra. Ext., de US\$500.

Temos de encontrar uma melhoria de Pareto – quer dizer, um modo de melhorar o Sr. Int. e a Sra. Ext. sem prejudicar ninguém. Mas existe uma forma fácil de conseguir isso: basta permitir que o Sr. Int. subloque seu apartamento à Sra. Ext. Para ela, vale a pena pagar US\$500 para morar perto da universidade, enquanto o Sr. Int. só está disposto a pagar US\$300 por isso. Se a Sra. Ext. pagar, digamos, US\$400 ao Sr. Int., e eles trocarem de apartamento, ambos melhoram de situação: a Sra. Ext. consegue um apartamento que avalia em mais de US\$400 e o Sr. Int. consegue US\$400, quantia que, segundo ele, está acima do valor de um apartamento do círculo interno.

Esse exemplo mostra que o mercado de aluguéis controlados em geral não produzirá uma alocação eficiente no sentido de Pareto, uma vez que ainda haverá algumas trocas após a operação do mercado. Enquanto algumas pessoas atribuírem aos apartamentos que obtiveram no círculo interno um valor menor que o atribuído a eles por outras pessoas que não os conseguiram, poderão ser obtidos ganhos com a troca.

### 1.11 Equilíbrio no longo prazo

Analisamos a fixação de preços de equilíbrio de apartamentos no **curto prazo** — quando a oferta de apartamentos é fixa. Mas, no **longo prazo**, a oferta de apartamentos pode mudar. Assim como a curva de demanda mede o número de apartamentos que seriam procurados a diferentes preços, a curva de oferta mede o número de apartamentos que seriam oferecidos a diferentes preços. A determinação final do preço de mercado para apartamentos dependerá da interação entre a oferta e a demanda.

O que determina o comportamento da oferta? Em geral, o número de novos apartamentos oferecidos pelo mercado privado dependerá da lucratividade de alugálos, a qual dependerá, em parte, do preço que os proprietários puderem cobrar. Para analisar o comportamento do mercado de apartamentos a longo prazo, devemos examinar tanto o comportamento dos ofertantes como o dos demandantes, uma tarefa que acabaremos por realizar.

Quando a oferta varia, podemos perguntar não somente quem conseguirá os apartamentos, mas também quantos deles serão oferecidos pelas várias instituições que operam no mercado. O monopolista ofertará mais ou menos apartamentos do que o mercado competitivo? O controle de aluguéis aumentará ou diminuirá o número de equilíbrio de apartamentos? Quais instituições oferecerão um número de apartamentos eficiente no sentido de Pareto? Para responder a essas e outras perguntas semelhantes, teremos de desenvolver ferramentas de análise econômica mais sistemáticas e poderosas.

#### **RESUMO**

- 1.A economia desenvolve-se mediante a elaboração de modelos de fenômenos sociais, que constituem representações simplificadas da realidade.
- 2. Nessa tarefa, os economistas são guiados pelo princípio da otimização, que afirma que as pessoas normalmente procuram o que é melhor para elas, e pelo princípio do equilíbrio, segundo o qual os preços ajustam-se até que a demanda e a oferta sejam iguais.
- 3.A curva de demanda mede quanto as pessoas gostariam de demandar a cada preço e a curva de oferta mede quanto as pessoas gostariam de ofertar a cada preço. Um preço de equilíbrio é aquele no qual a quantidade demandada é igual à quantidade ofertada.
- 4.O estudo de como o preço de equilíbrio e a quantidade variam quando mudam as condições básicas é chamado de estática comparativa.

5.Uma situação econômica é eficiente no sentido de Pareto se não existir nenhum modo de melhorar a situação de algum grupo de pessoas sem piorar a de algum outro grupo. O conceito de eficiência de Pareto pode ser utilizado para avaliar diferentes formas de alocar os recursos.

## **QUESTÕES DE REVISÃO**

- 1. Suponhamos que haja 25 pessoas com um preço de reserva de US\$500 e que a 26ª pessoa tenha um preço de reserva de US\$200. Qual será a aparência da curva de demanda?
- 2. No exemplo anterior, qual seria o preço de equilíbrio caso houvesse 24 apartamentos para alugar? E se houvesse 26 apartamentos para alugar? E se houvesse 25 apartamentos?
- 3.Se as pessoas possuem preços de reserva distintos, por que a curva de demanda de mercado tem inclinação negativa?
- 4.No texto, partimos do pressuposto de que os compradores de apartamentos eram pessoas do círculo interno isto é, as que já alugavam os apartamentos. O que aconteceria com o preço dos apartamentos do círculo interno se todos os compradores fossem do círculo externo ou seja, pessoas que não eram locatárias de apartamentos do círculo interno?
- 5. Suponhamos agora que todos os compradores de apartamentos sejam pessoas do círculo interno, mas que cada apartamento vendido tenha sido construído a partir de dois apartamentos de aluguel. O que acontecerá com o preço de locação dos apartamentos?
- 6.Em sua opinião, qual será o efeito de um imposto sobre o número de apartamentos a serem construídos no longo prazo?
- 7. Suponhamos que a curva de demanda seja D(p) = 100 2p. Que preço o monopolista fixaria se ele tivesse 60 apartamentos? Quantos ele alugaria? Que preço ele fixaria se tivesse 40 apartamentos? Quantos ele alugaria?
- 8.Se nosso modelo de controle de aluguéis possibilitasse a sublocação irrestrita, quem acabaria por obter os apartamentos do círculo interior? O resultado seria eficiente no sentido de Pareto?

<sup>&</sup>lt;sup>11</sup> Essa expressão alude ao economista e sociólogo italiano Vilfredo Pareto (1848-1923), um dos primeiros a examinar as implicações do conceito de eficiência.

## CAPÍTULO 2

# RESTRIÇÃO ORÇAMENTÁRIA

A teoria econômica do consumidor é muito simples: os economistas partem do pressuposto de que os consumidores escolhem a melhor cesta de bens que podem adquirir. Para dar conteúdo a essa teoria, temos de descrever com maior precisão o que queremos dizer por "melhor" e "podem adquirir". Neste capítulo, veremos como descrever o que o consumidor pode adquirir; o próximo capítulo focalizará o problema de como os consumidores decidem o que é melhor. Seremos, então, capazes de realizar um estudo detalhado das implicações desse modelo simples de comportamento do consumidor.

#### 2.1 A restrição orçamentária

Começaremos pelo exame do conceito de **restrição orçamentária**. Suponhamos que haja um conjunto de bens entre os quais o consumidor possa escolher. Na vida real há muitos bens para consumir, mas examinaremos apenas dois deles para que possamos representar, por meio de gráficos, o comportamento de escolha do consumidor.

Representaremos a **cesta de consumo** do consumidor por  $(x_1, x_2)$ . Essa expressão constitui tão somente uma relação de dois números que nos indicam as quantidades do bem  $1, x_1$ , e do bem  $2, x_2$ , que o consumidor escolherá para consumir. Às vezes convém representar a cesta do consumidor por um único símbolo, como X, em que X representa apenas a relação numérica  $(x_1, x_2)$ .

Suponhamos que podemos observar os preços de dois bens,  $(p_1, p_2)$ , e a quantidade de dinheiro que o consumidor tem para gastar, m. Isso nos permitirá escrever a restrição orçamentária do consumidor como

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 \le m.$$
 (2.1)

Nessa equação,  $p_1x_1$  é a quantidade de dinheiro que o consumidor gasta com o bem 1, e  $p_2x_2$  é a quantidade que ele gasta com o bem 2. A restrição orçamentária do consumidor requer que a quantidade de dinheiro gasta com os dois bens não exceda a quantidade total de dinheiro de que o consumidor dispõe para gastar. As cestas de consumo que o consumidor pode *adquirir* são aquelas cujo custo não é maior que m. Esse conjunto de cestas de consumo que o consumidor pode adquirir aos preços  $(p_1, p_2)$  e à renda m será denominado o **conjunto orçamentário** do consumidor.

#### 2.2 Dois bens geralmente bastam

A hipótese de dois bens é mais geral do que a princípio se pode imaginar. Isso porque, não raro, podemos tomar um dos bens como uma representação de todas as outras coisas que o consumidor desejasse consumir.

Por exemplo, se quisermos estudar a demanda de leite do consumidor, podemos fazer com que  $x_1$  represente seu consumo de leite em litros. O  $x_2$ , então, pode representar tudo mais que o consumidor gostaria de consumir.

Quando adotamos essa interpretação, convém pensar no bem 2 como sendo a quantidade de dinheiro que o consumidor pode usar para gastar nos outros bens. Nessa interpretação, o preço do bem 2 será automaticamente igual a 1, uma vez que o preço de uma unidade monetária é uma unidade monetária. Assim, a restrição orçamentária terá a forma

$$p_1x_1 + x_2 \le m.$$
 (2.2)

Essa expressão diz apenas que a quantidade de dinheiro gasto com o bem  $1, p_1x_1$ , mais a quantidade de dinheiro gasta em todos os outros bens,  $x_2$ , não pode ser maior que a quantidade total de dinheiro que o consumidor tem para gastar, m.

Dizemos, então, que o bem 2 representa um **bem composto**, que simboliza tudo mais que o consumidor gostaria de consumir, à exceção do bem 1. Esse bem composto é medido invariavelmente em unidades monetárias a serem gastas nos outros bens que não o bem 1. No que tange à forma algébrica da restrição orçamentária, a equação (2.2) é apenas um caso particular, com  $p_2 = 1$ , da fórmula dada na equação (2.1). Portanto, tudo o que dissermos mais adiante com respeito à restrição orçamentária em geral também valerá para a interpretação do bem composto.

#### 2.3 Propriedades do conjunto orçamentário

A **reta orçamentária** é o conjunto de cestas que custam exatamente *m*:

$$p_1x_1 + p_2x_2 \le m.$$
 (2.3)

São essas as cestas de bens que esgotam a renda do consumidor.

O conjunto orçamentário é representado na Figura 2.1. A linha cheia é a reta orçamentária — as cestas que custam exatamente m — e as cestas abaixo dessa reta são as que custam estritamente menos que m.

Podemos rearrumar a reta orçamentária na equação (2.3) para obter a fórmula

$$x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1$$
 (2.4)

que corresponde à equação de uma linha reta com intercepto vertical igual a  $m/p_2$  e inclinação igual a  $-p_1/p_2$ . A fórmula mostra quantas unidades do bem 2 o consumidor precisa consumir para satisfazer exatamente a restrição orçamentária se consumir  $x_1$  unidades do bem 1.

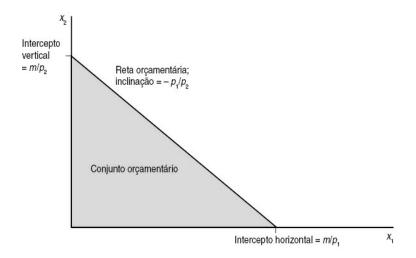


FIGURA 2.1 O conjunto orçamentário. O conjunto orçamentário é formado por todas as cestas que podem ser adquiridas dentro de determinados preços e da renda do consumidor.

Eis aqui um modo fácil de traçar a reta orçamentária dados os preços  $(p_1, p_2)$  e a renda m. É só perguntarmos que quantidade do bem 2 o consumidor poderia comprar se gastasse todo o seu dinheiro no bem 2. A resposta é, naturalmente,  $m/p_2$ . Perguntemos agora quanto o consumidor poderia comprar do bem 1 se gastasse todo o seu dinheiro no bem 1. A resposta é  $m/p_1$ . Os interceptos horizontal e vertical medem, pois, quanto o consumidor poderia obter caso gastasse todo o seu dinheiro, respectivamente, nos bens

1 e 2. Para traçar a reta orçamentária, basta marcar esses dois pontos nos eixos correspondentes da figura e uni-los por uma linha reta.

A inclinação da reta orçamentária tem uma interpretação econômica interessante. Ela mede a taxa pela qual o mercado está disposto a "substituir" o bem 1 pelo bem 2. Suponhamos, por exemplo, que o consumidor aumente seu consumo do bem 1 na quantidade  $\Delta x_1$ .<sup>2</sup> Em que medida deverá variar seu consumo do bem 2 para satisfazer sua restrição orçamentária? Usaremos  $\Delta x_2$  para indicar a variação no consumo do bem 2.

Observemos agora que, se o consumidor satisfaz sua restrição orçamentária antes e depois das variações, ele deve satisfazer

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = m$$

 $\epsilon$ 

$$p_1(x_1 + \Delta x_1) + p_2(x_2 + \Delta x_2) = m.$$

Ao subtrairmos a primeira equação da segunda, temos

$$p_1 \Delta x_1 + p_2 \Delta x_2 = 0.$$

Essa equação nos diz que o valor total da variação no consumo dessa pessoa deve ser zero. Resolvendo  $\Delta x_2/\Delta x_1$ , a taxa pela qual o bem 2 pode ser substituído pelo bem 1 sem deixar de satisfazer a restrição orçamentária, temos

$$\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = -\frac{p_1}{p_2}.$$

Essa é exatamente a inclinação da reta orçamentária. O sinal negativo aparece na equação porque  $\Delta x_1$  e  $\Delta x_2$  devem ter sempre sinais contrários. Se consumimos mais do bem 1, temos de consumir menos do bem 2, e vice-versa, para continuar satisfazendo a restrição orçamentária.

Os economistas dizem às vezes que a inclinação da reta orçamentária mede o **custo de oportunidade** de consumir o bem 1. Para consumir mais do bem 1, é preciso deixar de consumir um pouco do bem 2. Abrir mão da oportunidade de consumir o bem 2 é o custo econômico real de consumir mais do bem 1; esse custo é medido pela inclinação da reta orçamentária.

### 2.4 Como a reta orçamentária varia

Quando os preços e a renda variam, o conjunto de bens que o consumidor pode adquirir também varia. Como essas mudanças afetam o conjunto orçamentário?

Examinemos primeiro as variações na renda. É fácil perceber, na equação (2.4), que o aumento da renda elevará o intercepto vertical, mas não afetará a inclinação da reta. Assim, o aumento da renda implicará um *deslocamento paralelo e para fora* da reta orçamentária, como mostra a Figura 2.2, do mesmo modo que a diminuição da renda causará um deslocamento paralelo e para dentro.

E as variações dos preços? Examinemos primeiro o caso em que o preço 1 aumenta, enquanto o preço 2 e a renda permanecem fixos. De acordo com a equação (2.4), o aumento de  $p_1$  não alterará o intercepto vertical, mas aumentará a inclinação da reta orçamentária, uma vez que a razão  $p_1/p_2$  crescerá.

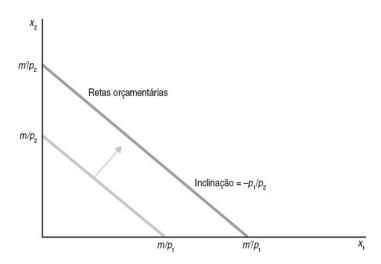


FIGURA 2.2 Aumento da renda. O aumento da renda provoca o deslocamento paralelo e para fora da reta orçamentária.

Outro modo de observar as variações da reta orçamentária consiste em usar o truque descrito anteriormente para traçar a reta orçamentária. Se você estiver gastando todo o seu dinheiro no bem 2, o aumento no preço do bem 1 não mudará a quantidade máxima do bem 2 que você poderia adquirir — então o intercepto vertical da reta orçamentária não muda. Porém, se você estiver gastando todo o seu dinheiro no bem 1, e ele encarecer, seu consumo do bem 1 deve diminuir. Portanto, o intercepto horizontal da reta orçamentária deve mover-se para dentro, produzindo a inclinação mostrada na Figura 2.3.

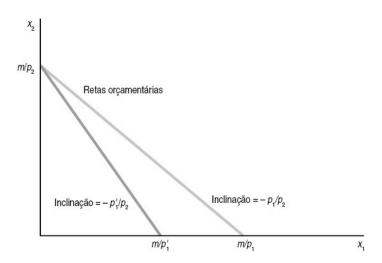


FIGURA 2.3 Aumento de preço. Se o bem 1 encarecer, a reta orçamentária ficará mais inclinada.

O que acontece com a reta orçamentária quando variamos os preços dos bens 1 e 2 ao mesmo tempo? Suponhamos, por exemplo, que os preços de ambos os bens sejam duplicados. Nesse caso, tanto o intercepto horizontal como o vertical deslocam-se para dentro por um fator de 1/2; o mesmo acontece com a reta orçamentária. Multiplicar ambos os preços por 2 equivale a dividir a renda por 2.

Isso também pode ser verificado por meio da álgebra. Suponhamos que nossa reta orçamentária original seja

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = m.$$

Suponhamos, ainda, que ambos os preços aumentem. Se multiplicarmos ambos os preços por t, teremos

$$tp_1x_1 + tp_2x_2 = m.$$

Essa equação, porém, é a mesma que

$$p_1x_1 + p_2x_2 = \frac{m}{t}.$$

Assim, multiplicar ambos os preços por uma quantidade constante é o mesmo que dividir a renda pela mesma constante t; então, se multiplicarmos ambos os preços por t e multiplicarmos a renda por t, a reta orçamentária não mudará.

Há também o caso em que os preços e a renda variam juntos. Se os preços aumentarem e a renda diminuir, o que acontecerá aos interceptos horizontal e vertical? Se m diminui e  $p_1$  e  $p_2$  aumentam, os interceptos  $m/p_1$  e  $m/p_2$  devem diminuir. Isso significa que a reta orçamentária irá se deslocar para dentro. E sua inclinação? Se o preço 2 aumentar mais que o preço 1, de modo que  $-p_1/p_2$  diminua (em valor absoluto),

a reta orçamentária ficará menos inclinada; se o preço 2 crescer menos que o preço 1, a reta orçamentária ficará mais inclinada.

#### 2.5 O numerário

A reta orçamentária é definida por dois preços e um nível de renda, mas uma dessas variáveis é redundante. Podemos atribuir a um dos preços, ou à renda, um determinado valor e ajustar as outras variáveis para descrever exatamente o mesmo conjunto orçamentário. Assim, a reta orçamentária

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = m$$

é exatamente a mesma reta que

$$\frac{p_1}{p_2}x_1 + x_2 = \frac{m}{p_2}$$

ou

$$\frac{p_1}{m}x_1 + \frac{p_2}{m}x_2 = 1,$$

uma vez que a primeira reta orçamentária resulta da divisão de tudo por  $p_2$  e a segunda, da divisão de tudo por m. No primeiro caso, determinamos que  $p_2 = 1$ ; no segundo, que m = 1. Se determinarmos o preço de um dos bens ou o valor da renda como 1 e ajustarmos de maneira apropriada o outro preço e a renda, o conjunto orçamentário não mudará.

Quando fixamos um dos preços em 1, como fizemos, costumamos nos referir a esse preço como o preço numerário. O preço **numerário** é o preço em relação ao qual medimos o outro preço e a renda. Às vezes, convém considerar um dos bens como o bem numerário, pois assim teremos um preço a menos para nos preocuparmos.

### 2.6 Impostos, subsídios e racionamento

A política econômica utiliza com frequência instrumentos que afetam a restrição orçamentária do consumidor, tais como impostos. Quando, por exemplo, o governo impõe um **imposto sobre a quantidade**, o consumidor tem de pagar ao governo certa quantia por unidade do bem que comprar. Nos Estados Unidos, por exemplo, os consumidores pagam cerca de US\$0,15 por galão (cerca de 3,8 litros) de imposto federal sobre a gasolina.

Como um imposto sobre a quantidade afeta a reta orçamentária do consumidor? Do ponto de vista do consumidor, o imposto é como um preço mais alto. Assim, um imposto sobre a quantidade de t unidades monetárias por unidade do bem 1 simplesmente altera o preço do bem 1 de  $p_1$  para  $p_1 + t$ . Como vimos, isso faz com que a reta orçamentária fique mais íngreme.

Outro tipo de imposto é um imposto sobre o **valor**. Como diz o nome, esse imposto incide sobre o valor – ou seja, o preço – do bem, e não sobre a quantidade comprada desse bem. Um imposto sobre o valor costuma ser expresso em termos percentuais. A maioria dos Estados americanos tem impostos sobre as vendas. Se o imposto for de 6%, o bem cujo preço original é US\$1 será vendido, na verdade, por US\$1,06. (Impostos sobre o valor são também conhecidos como impostos *ad valorem*.)

Se o bem 1 tiver um preço  $p_1$ , mas estiver sujeito a um imposto sobre vendas com uma taxa  $\tau$ ,<sup>3</sup> o preço efetivo para o consumidor será de  $(1 + \tau)p_1$ . O consumidor terá de pagar  $p_1$  ao fornecedor e  $\tau p_1$  ao governo por unidade do bem, de modo que o custo total do bem para o consumidor será de  $(1 + \tau)p_1$ .

Um **subsídio** é o contrário de um imposto. No caso de **um subsídio de quantidade**, o governo  $d\acute{a}$  ao consumidor uma quantia que depende da quantidade que ele, consumidor, compre do bem. Se, por exemplo, o consumo de leite fosse subsidiado, o governo pagaria uma quantia a cada consumidor de leite, dependendo da quantidade que cada um comprasse. Se o subsídio fosse de s unidades monetárias por unidade de consumo do bem 1, do ponto de vista do consumidor, o preço do bem 1 seria de  $p_1 - s$ , o que tornaria a reta orçamentária menos inclinada.

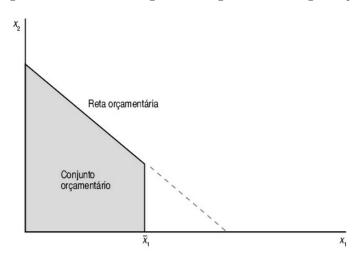
Do mesmo modo, um subsídio *ad valorem* baseia-se no preço do bem subsidiado. Se o governo devolver US\$1 para cada US\$2 doados para caridade, essas doações estarão sendo subsidiadas a uma taxa de 50%. Em geral, se o preço do bem 1 for de  $p_1$  e esse bem beneficiar-se de um subsídio *ad valorem* com uma taxa  $\sigma$ ,<sup>4</sup> o preço real do bem 1 para o consumidor será de  $(1 - \sigma)p_1$ .

Podemos verificar que impostos e subsídios afetam os preços exatamente da mesma forma, exceto pelo sinal algébrico: o imposto aumenta o preço ao consumidor; o subsídio o diminui.

Outro tipo de imposto ou subsídio que o governo pode usar é um imposto ou subsídio de **montante fixo**. Se for um imposto, isso significa que o governo se apropria de uma quantia fixa de dinheiro, independentemente do comportamento do indivíduo. Então, um imposto de montante fixo faz com que a reta orçamentária de um consumidor se desloque para dentro em virtude da redução da renda monetária. De modo similar, um subsídio de montante fixo faz com que a reta orçamentária se desloque para fora. Tanto impostos sobre a quantidade como impostos sobre o valor podem inclinar a reta orçamentária de uma forma ou outra, dependendo de que bem esteja sendo tributado, mas um imposto de montante fixo desloca a reta orçamentária sempre para dentro.

Os governos também impõem às vezes um tipo de restrição, o *racionamento*, que consiste em limitar o nível de consumo de algum bem a uma determinada quantidade. Na Segunda Guerra Mundial, por exemplo, o governo americano racionou alguns alimentos, como a manteiga e a carne.

Suponhamos, pois, que o bem 1 esteja racionado, de modo que o consumidor não possa consumir mais que  $\overline{x}_1$ . Então, o conjunto orçamentário desse consumidor apresentará a forma descrita na Figura 2.4; ou seja, terá a mesma forma do conjunto orçamentário anterior, mas sem uma parte. Esse pedaço que falta corresponde a todas as cestas de consumo que o consumidor pode adquirir, mas que  $x_1 > \overline{x}_1$ 



**FIGURA 2.4 O conjunto orçamentário com racionamento.** Se o bem 1 estiver racionado, a parte do conjunto orçamentário que ultrapassar a quantidade racionada será eliminada.

Há vezes em que os impostos, os subsídios e o racionamento são combinados. Imaginemos, por exemplo, uma situação em que o consumidor possa consumir o bem 1 pelo preço  $p_1$  até o limite quantitativo  $\bar{x}_1$ , além do qual passará a pagar uma taxa t pelo consumo além de  $\bar{x}_1$ . O conjunto orçamentário desse consumidor é representado na

Figura 2.5. Nela, a reta orçamentária tem uma inclinação de  $-p_1/p_2$  à esquerda de  $\overline{x}_1$  e de  $-(p_1 + t)/p_2$  à direita de  $\overline{x}_1$ .

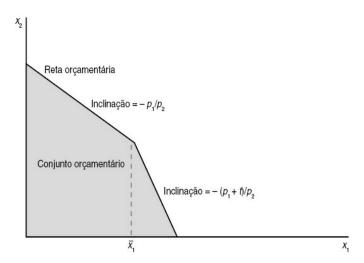


FIGURA 2.5 Taxação do consumo excedente ao limite  $\bar{x}_l$ . Nesse conjunto orçamentário, o consumidor tem de pagar imposto apenas pela quantidade do bem 1 que consumir além do limite superior  $\bar{x}_l$ , o que fará com que a reta orçamentária se incline mais para a direita de  $\bar{x}_l$ .

## EXEMPLO: O Programa de Cupons de Alimentação

Desde a Lei de Cupons de Alimentação de 1964, o governo federal dos Estados Unidos subsidia o consumo de alimentos à população pobre. Os detalhes desse programa já sofreram diversos ajustes. Descreveremos aqui os efeitos econômicos de um desses ajustes.

Antes de 1979, as famílias que satisfizessem certas exigências podiam comprar cupons de alimentação, que, por sua vez, podiam ser usados para comprar comida em estabelecimentos varejistas. Em janeiro de 1975, por exemplo, uma família de quatro pessoas que participasse do programa podia receber US\$153 mensais em cupons.

O preço desses cupons dependia da renda familiar. Uma família de quatro pessoas com renda mensal de US\$300 pagava US\$83 pelos cupons de alimentação relativos a um mês. Já para uma família de quatro pessoas com renda mensal de US\$100, o custo por mês dos cupons era de US\$25.5

Antes de 1979, o Programa de Cupons de Alimentação consistia num subsídio *ad valorem* sobre o consumo de alimentos. A taxa de subsídio dos alimentos dependia da renda familiar. A família de quatro pessoas que pagava US\$83 pelo total mensal de cupons recebia alimentos no valor de US\$1,84 por dólar pago (1,84 é igual a 153 dividido por 83). Do mesmo modo, a família que pagava US\$25 por seus cupons recebia US\$6,12 em alimentos por dólar pago (6,12 é igual a 153 dividido por 25).

A Figura 2.6A mostra como o Programa de Cupons de Alimentação afetava o conjunto orçamentário de uma família. Na figura, medimos, no eixo horizontal, o dinheiro gasto em alimentos e, no eixo vertical, a quantia gasta em todos os demais bens. Como medimos todos os bens em termos do dinheiro gasto com eles, o "preço" de cada bem será, automaticamente, 1 e a reta orçamentária terá uma inclinação de –1.

Se uma família tem permissão para comprar US\$153 em cupons para alimentos por US\$25, isso representa um subsídio de aproximadamente 84% (= 1-25/153) à compra de alimentos, de modo que a reta orçamentária terá uma inclinação de aproximadamente -0,16 (= 25/153) até que a família gaste US\$153. Cada dólar que a família gaste em alimentos, até US\$153, reduz seu consumo de outros bens em cerca de US\$0,16. Depois que a família gastar US\$153 em alimentos, a reta orçamentária voltará a ter uma inclinação de -1.

Esses efeitos produzem o tipo de "dobra" descrito na Figura 2.6. As famílias de maior renda tinham de pagar mais por seus cupons de alimentação, de modo que a reta orçamentária inclinava-se mais à medida que a renda familiar aumentava.

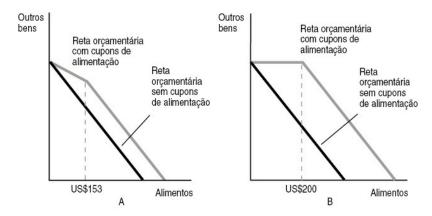


FIGURA 2.6 Cupons de alimentação. Como o Programa de Cupons de Alimentação afeta a reta orçamentária. A parte A mostra o programa antes de 1979; e a parte B, depois dessa data.

Em 1979, o Programa de Cupons de Alimentação foi modificado. Em vez de exigir que as famílias comprassem cupons de alimentação, o governo passou a fornecer gratuitamente esses cupons a determinado grupo de famílias. A Figura 2.6B mostra como isso afetava o conjunto orçamentário.

Suponhamos que uma família receba mensalmente US\$200 em cupons de alimentação. Isso significa que ela pode todos os meses consumir mais US\$200 em alimentos, independentemente do que gaste com os demais bens, o que implica que a reta orçamentária se deslocará US\$200 para a direita. A inclinação não variará: US\$1 a menos gasto em alimentos significa US\$1 a mais para gastar em outras coisas. Mas como a família não pode, legalmente, vender cupons de alimentação, a quantidade

máxima que ela pode gastar com os outros bens não muda. O Programa de Cupons de Alimentação é, na verdade, um subsídio de montante fixo, exceto pelo fato de que os cupons de alimentação não podem ser vendidos.

## 2.7 Variações na reta orçamentária

No próximo capítulo, analisaremos como o consumidor escolhe uma cesta de consumo ótima a partir de seu conjunto orçamentário. Mas já podemos relatar algumas observações baseadas no que aprendemos sobre os movimentos da reta orçamentária.

Primeiro, podemos observar que, como o conjunto orçamentário não muda, quando multiplicamos todos os preços e a renda por um número positivo, a escolha ótima do consumidor a partir do conjunto orçamentário também não mudará. Assim, mesmo sem analisar o processo de escolha, já chegamos a uma conclusão importante: uma inflação perfeitamente estável — ou seja, aquela em que todos os preços e a renda elevam-se à mesma taxa — não altera o conjunto orçamentário de ninguém e, portanto, também não pode alterar a escolha ótima.

Em segundo lugar, podemos fazer algumas afirmações sobre o estado de prosperidade do consumidor em diferentes níveis de preço e de renda. Suponhamos que a renda do consumidor aumente e que todos os preços permaneçam os mesmos. Sabemos que isso representa um deslocamento paralelo e para fora da reta orçamentária. Assim, todas as cestas que o consumidor adquiria no nível baixo de renda constituem também uma escolha possível no nível mais alto de renda. Mas então o consumidor deverá estar mais próspero no nível mais alto de renda do que no nível mais baixo – uma vez que ele pode escolher todas as cestas disponíveis anteriormente, além de algumas outras. Do mesmo modo, se um preço baixa enquanto os outros não se alteram, o consumidor tem de estar tão próspero quanto antes. Essa observação simples será bastante útil mais adiante.

#### **RESUMO**

- 1.O conjunto orçamentário consiste em todas as cestas de bens que o consumidor pode adquirir em determinados níveis de preços e de renda. Em geral, vamos supor que existem apenas dois bens, mas esse pressuposto é mais geral do que parece.
- 2. A reta orçamentária é escrita sob a forma  $p_1x_1 + p_2x_2 = m$ ; tem uma inclinação  $-p_1/p_2$ , um intercepto vertical  $m/p_2$  e um intercepto horizontal  $m/p_1$ .
- 3.O aumento da renda desloca a reta orçamentária para fora, enquanto o aumento do preço do bem 1 torna-a mais inclinada e o aumento do preço do bem 2 faz com que fique menos inclinada.
- 4.Os impostos, os subsídios e o racionamento mudam a inclinação e a posição da reta orçamentária, porque alteram os preços pagos pelo consumidor.

## QUESTÕES DE REVISÃO

- 1.A princípio, o consumidor defronta-se com a reta orçamentária  $p_1x_1 + p_2x_2 = m$ . Depois, o preço do bem 1 dobra, o do bem 2 passa a ser oito vezes maior e a renda quadruplica. Escreva uma equação para a nova reta orçamentária com relação à renda e aos preços originais.
- 2.O que ocorre com a reta orçamentária se o preço do bem 2 aumentar, mas a renda e o preço do bem 1 permanecerem constantes?
- 3.Se o preço do bem 1 duplicar e o do bem 2 triplicar, como ficará a reta orçamentária: mais inclinada ou menos inclinada?
- 4. Qual a definição de um bem numerário?
- 5.Imaginemos que o governo baixe um imposto de US\$0,15 sobre o galão da gasolina e depois resolva criar um subsídio para a gasolina a uma taxa de US\$0,07 por galão. Essa combinação equivale a que taxa líquida?
- 6. Suponhamos que a equação orçamentária seja dada por  $p_1x_1 + p_2x_2 = m$ . O governo decide impor um imposto de montante fixo de u, um imposto t sobre a quantidade do bem 1 e um subsídio s sobre a quantidade do bem 2. Qual será a fórmula da nova reta orçamentária?
- 7.Se, ao mesmo tempo, a renda de um consumidor aumentar e um dos preços diminuir, ele estará necessariamente tão próspero quanto antes?

 $<sup>^2</sup>$  A letra grega  $\Delta$  chama-se *delta*. A notação  $\Delta x_1$  representa a variação do bem 1. Para mais informação sobre variações e taxas de variação, veja o Apêndice Matemático.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Letra grega *tau*.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Letra grega *sigma*.

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> Esses números foram tirados de Kenneth Clarkson, *Food Stamps and Nutrition*, American Enterprise Institute, 1975.

# CAPÍTULO 3

# **PREFERÊNCIAS**

No Capítulo 2, vimos que o modelo econômico do comportamento do consumidor é muito simples: as pessoas escolhem as melhores coisas pelas quais podem pagar. O capítulo anterior foi dedicado ao esclarecimento do "poder pagar"; já este capítulo visa a esclarecer o conceito econômico de "melhores coisas".

Chamamos os objetos de escolha do consumidor de **cestas de consumo**. Elas constituem uma relação completa dos bens e serviços envolvidos no problema de escolha que investigamos. A palavra "completa" merece destaque: quando analisar o problema da escolha do consumidor, assegure-se de incluir na definição da cesta de consumo todos os bens apropriados.

Se analisarmos a escolha do consumidor de modo mais amplo, desejaremos ter não só a relação completa dos bens que o consumidor possa adquirir, como ainda a descrição de quando, onde e sob que circunstâncias esses bens podem ficar disponíveis. Afinal, as pessoas preocupam-se tanto com a quantidade de comida que terão amanhã como com a que terão hoje. Uma balsa no meio do Oceano Atlântico é um bem diferente de uma balsa em pleno deserto do Saara. E um guarda-chuva é um bem bastante diferente quando chove do que quando faz sol. É sempre bom imaginar quão diferente é o "mesmo" bem disponível em lugares ou circunstâncias diversas, uma vez que, conforme a situação, o consumidor pode valorizar o bem de maneira diferente.

No entanto, quando limitamos nossa atenção a um simples problema de escolha, os bens relevantes são, em geral, óbvios. Adotaremos com frequência a ideia descrita anteriormente de utilizar apenas dois bens e chamar um deles de "todos os demais bens", de modo que possamos focalizar a relação de troca entre um bem e todo o resto. Dessa forma, podemos examinar escolhas de consumo que envolvem muitos bens e, ainda assim, utilizar diagramas bidimensionais.

Consideremos, então, que nossa cesta de consumo consista em dois bens e deixemos que  $x_1$  represente a quantidade de um bem e  $x_2$  a quantidade de outro. A cesta completa de consumo será, pois, representada por  $(x_1, x_2)$ . Conforme já assinalado, ocasionalmente representaremos essa cesta por X.

#### 3.1 Preferências do consumidor

Vamos supor que, dadas duas cestas de consumo quaisquer,  $(x_1, x_2)$  e  $(y_1, y_2)$ , o consumidor poderá classificá-las de acordo com o grau de desejabilidade que cada uma delas tenha para ele. Ou seja, o consumidor poderá concluir que uma das cestas de consumo é bem melhor do que a outra ou achar que é indiferente a ambas.

Utilizaremos o símbolo  $\succ$  para representar que uma cesta é **estritamente preferida** à outra, de modo que  $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$  deve ser interpretado como significando que o consumidor **prefere estritamente**  $(x_1, x_2)$  a  $(y_1, y_2)$ . Ele quer, definitivamente, a cesta x, em vez da cesta y. Essa relação de preferência visa a ser uma noção operacional. Se o consumidor prefere uma cesta à outra, isso significa que ele escolherá uma e não a outra, se tiver oportunidade para isso. Assim, a ideia de preferência baseia-se no *comportamento* do consumidor. Para descobrirmos qual das cestas é a preferida, observamos como o consumidor se comporta em situações de escolha que envolvem as duas cestas. Se ele sempre escolhe  $(x_1, x_2)$  quando  $(y_1, y_2)$  também está disponível, é então natural afirmar que esse consumidor prefere  $(x_1, x_2)$  a  $(y_1, y_2)$ .

Se o consumidor mostra-se **indiferente** entre duas cestas de bens, utilizamos o símbolo  $\sim$  e grafamos  $(x_1, x_2) \sim (y_1, y_2)$ . Mostrar-se indiferente significa que, segundo suas próprias preferências, o consumidor se sentiria satisfeito tanto com a cesta  $(x_1, x_2)$  como com a  $(y_1, y_2)$ .

Se o consumidor prefere ambas as cestas ou mostra-se indiferente na escolha entre elas, dizemos que ele **prefere fracamente**  $(x_1, x_2)$  a  $(y_1, y_2)$  e grafamos  $(x_1, x_2) 

<math>(y_1, y_2)$ .

Essas relações de preferência estrita, preferência fraca e indiferença não são conceitos independentes, mas têm relação entre si! Por exemplo, se  $(x_1, x_2) \ge (y_1, y_2)$  e  $(y_1, y_2) \ge (x_1, x_2)$ , podemos concluir que  $(x_1, x_2) \sim (y_1, y_2)$ . Isto é, se o consumidor considera  $(x_1, x_2)$  pelo menos tão boa quanto  $(y_1, y_2)$  e  $(y_1, y_2)$  pelo menos tão boa quanto  $(x_1, x_2)$ , então ele tem de ser indiferente entre as duas cestas de bens.

Do mesmo modo, se sabemos que  $(x_1, x_2) 
otin (y_1, y_2)$ , mas também sabemos que  $n\tilde{a}o$  é o caso de  $(x_1, x_2) \sim (y_1, y_2)$ , podemos concluir que  $(x_1, x_2) \sim (y_1, y_2)$ . Isso apenas nos diz que se o consumidor pensa que  $(x_1, x_2)$  é pelo menos tão bom quanto  $(y_1, y_2)$  e que ele não se mostra indiferente a nenhuma das duas cestas, então ele com certeza deve considerar  $(x_1, x_2)$  estritamente melhor que  $(y_1, y_2)$ .

## 3.2 Pressupostos sobre preferências

Os economistas em geral fazem algumas suposições sobre a "consistência" das preferências dos consumidores. Por exemplo, parece pouco razoável – para não dizer contraditório – termos uma situação em que  $(x_1, x_2) > (y_1, y_2)$  e, ao mesmo tempo,  $(y_1, y_2) > (x_1, x_2)$ , porque isso significaria que o consumidor tem estrita preferência pela cesta x em detrimento da cesta y e vice-versa.

Por isso costumamos considerar alguns pressupostos sobre como funcionam as relações de preferência, alguns tão fundamentais que podemos chamá-los de "axiomas" da teoria do consumidor. Eis aqui três desses axiomas sobre preferência do consumidor.

**Completa**. Supomos que é possível comparar duas cestas quaisquer. Ou seja, dada uma cesta x qualquer e uma cesta y qualquer, pressupomos que  $(x_1, x_2) 
otin (y_1, y_2)$  ou  $(y_1, y_2) 
otin (x_1, x_2)$  ou, ainda, ambas, caso em que o consumidor é indiferente entre as duas cestas.

**Reflexiva**. Supomos que todas as cestas são pelo menos tão boas quanto elas mesmas:  $(x_1, x_2) \ge (x_1, x_2)$ .

**Transitiva**. Se  $(x_1, x_2) 
otin (y_1, y_2)$  e  $(y_1, y_2) 
otin (z_1, z_2)$ , pressupomos então que  $(x_1, x_2) 
otin (z_1, z_2)$ . Em outras palavras, se o consumidor acha que X é pelo menos tão boa quanto Y e que Y é pelo menos tão boa quanto Z, então ele acha que X é pelo menos tão boa quanto Z.

O primeiro axioma, o de que a preferência é completa, raramente é alvo de objeções, pelo menos no que tange aos tipos de escolhas que os economistas em geral examinam. Dizer que se podem comparar quaisquer duas cestas é o mesmo que afirmar que o consumidor é capaz de escolher entre duas cestas quaisquer dadas. Alguém pode imaginar situações extremas que envolvam escolhas de vida ou de morte, escolhas essas de classificação difícil ou mesmo impossível. Tais escolhas, contudo, situam-se em sua maioria fora do domínio da análise econômica.

O segundo axioma, o da reflexividade, é trivial. Qualquer cesta é pelo menos tão boa quanto outra idêntica. Os pais de crianças pequenas podem às vezes observar comportamentos que contradizem esse pressuposto, mas ele parece plausível para a maior parte do comportamento adulto.

O terceiro axioma, o da transitividade, é mais problemático. Não está claro se a transitividade de preferências é *necessariamente* uma propriedade obrigatória das preferências. O pressuposto de que as preferências são transitivas não parece ser imperioso em termos só da lógica pura. De fato, não é. A transitividade é uma hipótese sobre o comportamento de escolha das pessoas, não uma afirmação de lógica pura. Não importa se ela é ou não um fato básico da lógica: o que interessa é se ela representa ou não uma descrição acurada de como as pessoas se comportam.

O que você pensaria de uma pessoa que dissesse que prefere a cesta X à cesta Y e que prefere a cesta Y à Z, mas que também prefere a cesta Z à X? Isso certamente seria encarado como indício de um comportamento estranho.

Mais importante ainda, como se comportaria esse consumidor ao ter de escolher entre as três cestas *X*, *Y* e *Z*? Se lhe pedíssemos que escolhesse a cesta de que mais gosta, ele enfrentaria um problema grave, pois, independentemente da cesta que escolhesse, sempre haveria uma preferida àquela. Para que possamos ter uma teoria na qual as pessoas façam suas "melhores" escolhas, as preferências têm de satisfazer o axioma da transitividade ou algo muito parecido com ele. Se as preferências não fossem transitivas, poderia haver um conjunto de cestas para as quais não houvesse uma escolha melhor.

## 3.3 Curvas de indiferença

O fato é que toda a teoria da escolha do consumidor pode ser formulada em termos de preferências que satisfaçam os três axiomas descritos anteriormente, além de poucos outros pressupostos técnicos. Todavia, acharemos conveniente descrever preferências de modo gráfico mediante o uso de uma forma de interpretação conhecida como **curvas de indiferença**.

Observe a Figura 3.1, em que estão ilustrados dois eixos que representam o consumo dos bens 1 e 2 por um consumidor. Tomemos uma determinada cesta de consumo  $(x_1, x_2)$  e vamos sombrear todas as cestas de consumo que sejam fracamente preferidas a  $(x_1, x_2)$ . Isso se chama **conjunto fracamente preferido**. As cestas situadas nos limites desse conjunto – as cestas para as quais o consumidor é apenas indiferente a  $(x_1, x_2)$  – formam a **curva de indiferença**.

Podemos traçar uma curva de indiferença através de qualquer cesta que quisermos. A curva de indiferença traçada através de uma cesta de consumo consiste em todas as cestas de bens que deixam o consumidor indiferente à cesta dada.

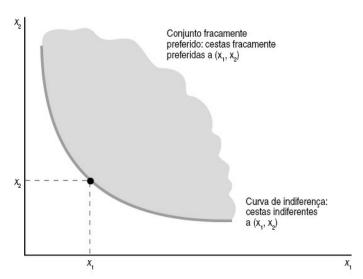


FIGURA 3.1 Conjunto fracamente preferido. A área sombreada consiste em todas as cestas que são pelo menos tão boas quanto a cesta  $(x_1, x_2)$ .

Um problema com o fato de se usarem as curvas de indiferença para descrever preferências é que elas mostram apenas as cestas que o consumidor percebe como indiferentes entre si – as curvas não distinguem as cestas melhores das piores. Vale a pena às vezes colocar pequenas setas nas curvas de indiferença para indicar a direção das cestas preferidas. Não faremos isso em todos os casos, mas, sim, em alguns exemplos que, do contrário, poderiam tornar-se confusos.

Se não fizermos novas suposições sobre as preferências, as curvas de indiferença podem, com efeito, assumir formas bem peculiares. Mas, mesmo nesse nível de generalidade, podemos afirmar um princípio importante sobre as curvas de indiferença: as curvas de indiferença que representem níveis distintos de preferência não podem se cruzar. Ou seja, a situação descrita na Figura 3.2 não pode ocorrer.

Para comprovar isso, escolhamos três cestas de bens, X, Y e Z, de modo que X se situe em apenas uma curva de indiferença, Y fique somente na outra e Z se localize no intercepto dessas curvas. Por pressuposto, as curvas de indiferença representam níveis distintos de preferência, de modo que uma das cestas, digamos X, é estritamente preferida à outra cesta, Y. Sabemos que  $X \sim Z$ , que  $Z \sim Y$  e que o axioma da transitividade implica, pois, que  $X \sim Y$ . Isso, porém, contradiz o pressuposto de que  $X \sim Y$ . Essa contradição confirma o resultado: as curvas de indiferença que representam níveis distintos de preferência não podem se cruzar.

Que outras propriedades têm as curvas de indiferença? Em teoria, a resposta é: não muitas. As curvas de indiferença são um modo de descrever preferências. Quase todas as preferências "razoáveis" que se possam imaginar podem ser descritas pelas curvas de indiferença. O truque está em saber que tipos de preferências originam que formas de curvas de indiferença.

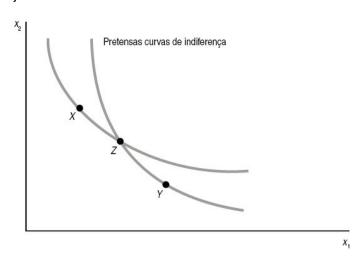


FIGURA 3.2 As curvas de indiferença não podem se cruzar. Se o fizessem, as cestas de bens X, Y e Z teriam todas de ser indiferentes umas às outras e, assim, não poderiam situar-se em curvas de indiferença distintas.

## 3.4 Exemplos de preferências

Tentemos relacionar as preferências às curvas de indiferença por intermédio de alguns exemplos. Iremos descrever algumas preferências e depois ver como se parecem as curvas de indiferença que as representam.

Há um procedimento geral para a elaboração de curvas de indiferença a partir da descrição "verbal" das preferências. Em primeiro lugar, ponha o lápis no gráfico em alguma cesta de consumo  $(x_1, x_2)$ . A seguir, imagine dar um pouco mais do bem  $1, \Delta x_1$ , ao consumidor, movendo-o para  $(x_1 + \Delta x_1, x_2)$ . Agora, indague-se: que mudanças teria de fazer no consumo de  $x_2$  para tornar o consumidor indiferente ao ponto original de consumo? Chame essa mudança de  $\Delta x_2$ . Pergunte-se: para uma dada mudança no bem 1, como o bem 2 tem de mudar para tornar o consumidor simplesmente indiferente entre  $(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2)$  e  $(x_1, x_2)$ ? Quando você identificar esse movimento numa cesta de consumo, terá traçado um pedaço da curva de indiferença. Tente agora com outra cesta, e assim sucessivamente, até desenvolver um quadro claro da forma geral das curvas de indiferença.

## Substitutos perfeitos

Dois bens são **substitutos perfeitos** quando o consumidor aceita substituir um pelo outro a uma taxa *constante*. O caso mais simples de substituto perfeito ocorre quando o consumidor deseja substituir os bens a uma taxa de um por um.

Suponhamos que um consumidor tem que escolher entre lápis vermelhos e azuis e que ele gosta de lápis, mas não se importa nem um pouco com a cor. Peguemos uma cesta de consumo, digamos (10, 10). Então, para esse consumidor, qualquer outra cesta de consumo que contenha 20 lápis será tão boa quanto (10, 10). Do ponto de vista matemático, qualquer cesta de consumo  $(x_1, x_2)$  tal que  $x_1 + x_2 = 20$  estará na curva de indiferença desse consumidor, que passa por (10, 10). Assim, as curvas de indiferença desse consumidor são todas linhas retas e paralelas com uma inclinação de -1, conforme mostrado na Figura 3.3. As cestas com um total maior de lápis são preferidas às com um total menor, de modo que a direção de crescimento da preferência é para cima e para a direita, conforme ilustra a Figura 3.3.

Como isso funciona em termos de procedimento geral para traçar as curvas de indiferença? Se estivermos em (10, 10) e aumentarmos a quantidade do primeiro bem em uma unidade, para 11, quanto teremos de alterar o segundo bem para retornar à curva de indiferença original? A resposta é claramente que teremos de diminuir o segundo bem em uma unidade. Assim, a curva de indiferença que passa por (10, 10) terá uma inclinação de -1. O mesmo procedimento poderá ser realizado em quaisquer

cestas de bens com os mesmos resultados — nesse caso, todas as curvas de indiferença terão uma inclinação constante de -1.

O importante acerca dos substitutos perfeitos é que as curvas de indiferença têm uma inclinação *constante*. Suponhamos, por exemplo, uma representação gráfica dos lápis azuis no eixo vertical e dos *pares* de lápis vermelhos no eixo horizontal. As inclinações das curvas de indiferença desses dois bens teriam uma inclinação de –2, uma vez que o consumidor desejaria desistir de dois lápis azuis para obter mais um *par* de lápis vermelhos.

Consideraremos no livro-texto, primeiro, o caso em que os bens são substitutos perfeitos a uma taxa de um por um e deixaremos para tratar do caso geral no livro de exercícios.

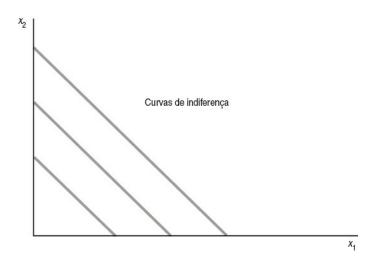


FIGURA 3.3 Substitutos perfeitos. O consumidor só se importa com o número total de lápis, não com a cor deles. Assim, as curvas de indiferença são linhas retas com inclinação de -1.

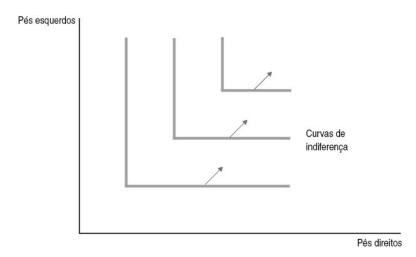
## Complementares perfeitos

Os bens **complementares perfeitos** são consumidos sempre juntos e em proporções fixas. De algum modo, esses bens "complementam-se" mutuamente. Um bom exemplo são os pés direito e esquerdo de um par de sapatos. O consumidor gosta de sapatos, mas sempre usa juntos os pés direito e esquerdo. Ter apenas um pé do par de sapatos não traz nenhum bem ao consumidor.

Tracemos as curvas de indiferença dos complementares perfeitos. Suponhamos que pegamos a cesta de consumo (10, 10). Em seguida, acrescentamos um pé direito de sapato de modo a ter (11, 10). Por pressuposto, isso deixa o consumidor indiferente à posição original: o pé de sapato adicional não lhe proporciona benefício algum. O mesmo ocorre se adicionarmos um pé esquerdo: o consumidor também permanece indiferente entre (10, 11) e (10, 10).

Assim, as curvas de indiferença têm o formato de um L, cujo vértice ocorre onde o número de pés esquerdos iguala-se ao de pés direitos, como na Figura 3.4.

O aumento do número tanto de pés esquerdos como de direitos levará o consumidor a uma posição preferível, de modo que a direção de aumento de preferência será de novo para cima e para a direita, conforme ilustrado no diagrama.



**FIGURA 3.4 Complementares perfeitos.** O consumidor sempre quer consumir os bens em proporções fixas entre eles. Isso faz com que as curvas de indiferença tenham forma de L.

O importante sobre os bens complementares perfeitos é que o consumidor prefere consumi-los em proporções fixas, sem necessidade de que a proporção seja de um por um. Se um consumidor sempre usa duas colheres (de chá) de açúcar em sua xícara de chá e não usa açúcar para mais nada, mesmo assim as curvas de indiferença serão ainda em forma de L. Nesse caso, os lados do L ocorrerão em duas colheres de açúcar, uma xícara de chá; quatro colheres de açúcar, duas xícaras de chá, e assim por diante, em vez de em um pé direito de sapato, um pé esquerdo de sapato; dois pés direitos de sapato, dois pés esquerdos de sapato, e daí em diante.

Examinaremos primeiro, no livro-texto, o caso em que os bens são consumidos em proporções de um por um e deixaremos para tratar o caso geral no livro de exercícios.

#### Males

Um **mal** é uma mercadoria da qual o consumidor não gosta. Por exemplo, suponhamos que as mercadorias em questão sejam pimentão e anchova — e que o consumidor adore pimentão, mas não goste de anchova. Digamos, porém, que haja uma possibilidade de compensação entre o pimentão e a anchova. Ou seja, haveria numa pizza determinada quantidade de pimentão que compensasse o consumidor por ter de consumir certa

quantidade de anchova. Como poderíamos representar essas preferências com o uso de curvas de indiferença?

Peguemos uma cesta  $(x_1, x_2)$  que consista em um pouco de pimentão e um pouco de anchova. Se dermos ao consumidor mais anchova, o que teremos de fazer com o pimentão para mantê-lo na mesma curva de indiferença? Evidentemente, teremos de dar mais pimentão ao consumidor para compensá-lo por ter de aturar a anchova. Portanto, o consumidor terá de ter curvas de indiferença que se inclinem para cima e para a direita, conforme retratado na Figura 3.5.

A direção de aumento da preferência é para baixo e para a direita – isto é, no sentido da diminuição do consumo de anchova e do aumento do consumo de pimentão, exatamente como ilustram as setas do diagrama.

#### **Neutros**

Um **bem** é **neutro** se o consumidor não se importar com ele nem de um jeito nem de outro. E se o consumidor for exatamente neutro com relação à anchova? Nesse caso, suas curvas de indiferença serão linhas verticais, como retrata a Figura 3.6.

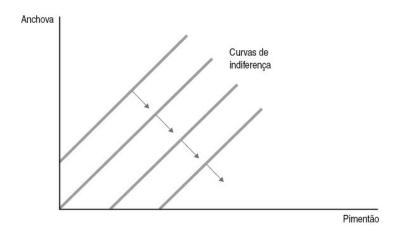


FIGURA 3.5 Males. Aqui, a anchova é um "mal" e o pimentão é um "bem" para o consumidor. Assim, as curvas de indiferença têm uma inclinação positiva.

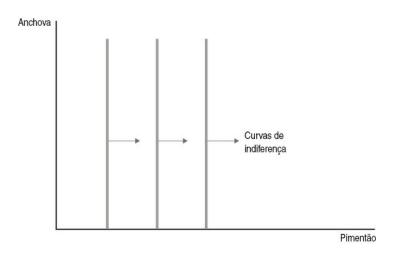
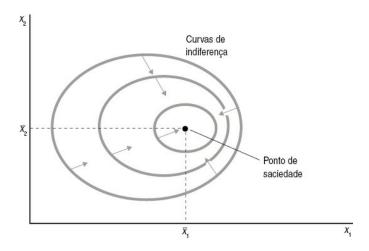


FIGURA 3.6 Um bem neutro. O consumidor gosta de pimentão, mas é neutro em relação à anchova, de modo que as curvas de indiferença são linhas verticais.

Ele só se preocupa com a quantidade de pimentão que tem e não liga em absoluto para o número de anchovas que possui. Quanto mais pimentão, melhor, mas o aumento da quantidade de anchova não o afeta nem de um modo nem de outro.

#### Saciedade

Às vezes desejamos examinar uma situação que envolva **saciedade**, na qual há uma cesta melhor que todas as outras para o consumidor; e, quanto mais perto ele estiver dela, melhor ele estará, de acordo com suas preferências. Suponhamos que o consumidor tenha uma cesta de bens  $(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$  de maior preferência e que, quanto mais se afastar dela, pior se sentirá. Nesse caso, diremos que  $(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$  é o ponto de **saciedade** ou **satisfação**. As curvas de indiferença do consumidor se parecem com as retratadas na Figura 3.7. O melhor ponto é  $(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$  e os pontos mais afastados do ponto de satisfação situam-se nas curvas de indiferença "inferiores".



**FIGURA 3.7 Preferências saciadas.** A cesta  $(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$  é o ponto de saciedade ou de satisfação, e as curvas de indiferença cercam esse ponto.

Nesse caso, as curvas de indiferença têm inclinação negativa quando o consumidor tem "muito pouco" ou "demais" de ambos os bens e inclinação positiva quando tem "demais" de um dos bens. Quando ele tem demais de um dos bens, esse bem torna-se um "mal" – a redução do consumo do bem "mal" leva-o para mais perto de seu "ponto de satisfação". Se ele tiver demais de ambos os bens, os dois serão "males", e a redução do consumo de ambos o conduzirá para mais perto de seu ponto de satisfação.

Consideremos, por exemplo, que os dois bens sejam bolo de chocolate e sorvete. Deve haver uma quantidade ótima de bolo de chocolate e de sorvete que desejaríamos comer por semana. Qualquer quantidade a menos ou a mais nos deixaria piores.

Se refletirmos sobre o assunto, veremos que, nesse particular, a maior parte dos bens é como o bolo de chocolate e o sorvete – podemos ter quase tudo em excesso. No entanto, em geral, as pessoas não *escolheriam* de maneira voluntária ter uma quantidade excessiva dos bens que consomem. Por que se desejaria querer ter mais do que se quer de alguma coisa? Portanto, do ponto de vista da escolha econômica, a região que interessa é aquela em que se tem *menos* do que se quer da maioria dos bens. As escolhas com as quais as pessoas realmente se preocupam são as desse tipo, e é com elas que nos preocuparemos.

#### Bens discretos

Em geral, pensamos em medir os bens em unidades em que as quantidades fracionárias façam sentido — podemos consumir, em média, 47 litros<sup>8</sup> de leite por mês, muito embora compremos um litro de cada vez. Mas, às vezes, queremos examinar preferências com relação a bens que, por sua própria natureza, são representados em unidades discretas.

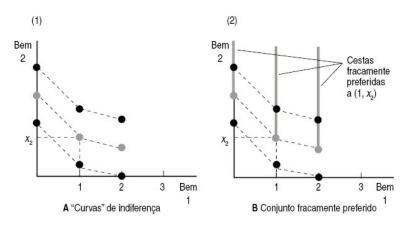
Consideremos, por exemplo, a demanda dos consumidores por automóveis. Poderíamos definir a demanda por automóveis em termos do tempo gasto com seu uso, de maneira a ter uma variável contínua, mas, para muitos fins, o que interessa mesmo é o verdadeiro número de carros demandados.

Não é difícil usar as preferências para descrever o comportamento de escolha para esse tipo de bem discreto. Suponhamos que  $x_2$  seja o dinheiro a ser gasto em outros bens e que  $x_1$  seja um bem discreto, disponível apenas em quantidades inteiras. Na Figura 3.8 ilustraremos a aparência das "curvas" de indiferença e do conjunto fracamente preferido desse tipo de bem. Nesse caso, as cestas indiferentes a uma dada cesta constituirão um conjunto de pontos discretos. O conjunto de cestas pelo menos tão bom como uma cesta em particular será um conjunto de segmentos de retas.

A escolha entre enfatizar ou não a natureza discreta de um bem dependerá de nossa aplicação. Se o consumidor escolher apenas uma ou duas unidades do bem durante o período de nossa análise, pode ser importante reconhecer a natureza discreta da escolha. Contudo, se o consumidor escolher 30 ou 40 unidades do bem, então provavelmente será conveniente pensar nisso como um bem contínuo.

## 3.5 Preferências bem-comportadas

Já vimos alguns exemplos de curvas de indiferença. Conforme observamos, esses diagramas simples podem descrever muitos tipos de preferências, razoáveis ou não. Mas, se quisermos descrever as preferências em geral, será conveniente focalizar algumas formas gerais de curvas de indiferença. Nesta seção, descreveremos alguns pressupostos mais gerais que tipicamente assumiremos sobre as preferências; abordaremos ainda as implicações desses pressupostos para as formas das curvas de indiferença a eles relacionadas. Esses pressupostos, porém, não são os únicos possíveis; em algumas situações, desejaremos utilizar pressupostos diferentes, mas os consideraremos como as características de definição das **curvas de indiferença bem-comportadas**.



**FIGURA 3.8 Bem discreto.** Aqui, o bem 1 só está disponível em quantidades inteiras. No painel A, as linhas tracejadas ligam entre si as cestas que são indiferentes, e, no painel B, as linhas verticais representam cestas que são pelo menos tão boas quanto a cesta indicada.

Suporemos de início que mais é melhor, isto é, que estamos falando sobre *bens*, não *males*. Mais precisamente, se  $(x_1, x_2)$  for uma cesta de bens e  $(y_1, y_2)$  uma cesta de bens com pelo menos o mesmo número de ambos os bens e mais de um, então  $(y_1, y_2) > (x_1, x_2)$ . Essa suposição é às vezes chamada de **monotonicidade** de preferências. Conforme sugerimos em nossa discussão sobre a saciedade, o mais é melhor provavelmente só até certo ponto. Assim, a suposição da monotonicidade diz apenas que examinaremos situações *antes* de alcançar esse ponto — antes que se manifeste qualquer saciedade, enquanto mais *ainda* é melhor. A teoria econômica não seria um assunto muito interessante num mundo em que todos estivessem saciados em seu consumo de todos os bens.

Qual a implicação da monotonicidade no tocante à forma das curvas de indiferença? Implica que elas tenham uma inclinação *negativa*. Examinemos a Figura 3.9. Se

partirmos de uma cesta  $(x_1, x_2)$  e nos movermos para algum lugar acima e à direita, teremos de nos mover em direção a uma posição preferida. Se nos movermos para baixo e para a esquerda, teremos de nos mover para uma posição pior. Portanto, se nos movermos para uma posição *indiferente*, estaremos nos movendo para a esquerda e para cima ou para a direita e para baixo; a curva de indiferença deve ter uma inclinação negativa.

Em segundo lugar, iremos pressupor que as médias são preferidas aos extremos. Isto é, se pegarmos duas cestas de bens  $(x_1, x_2)$  e  $(y_1, y_2)$  na mesma curva de indiferença e tirarmos uma média ponderada das duas cestas, assim como

$$\left(\frac{1}{2}x_1 + \frac{1}{2}y_1, \frac{1}{2}x_2 + \frac{1}{2}y_2\right),$$

então a cesta média será pelo menos tão boa quanto ou estritamente preferida a cada uma das duas cestas extremas. Essa cesta de média ponderada tem a quantidade média do bem 1 e a quantidade média do bem 2 presentes em ambas as cestas. Situa-se, pois, no meio da reta que liga a cesta x à cesta y.

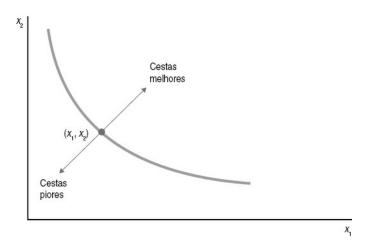


FIGURA 3.9 Preferências monotônicas. Mais de ambos os bens é melhor para esse consumidor; menos de ambos os bens representa uma cesta pior.

Manteremos essa suposição para todos os pesos t entre 0 e 1, e não apenas para 1/2. Logo, suporemos que se  $(x_1, x_2) \sim (y_1, y_2)$ , então

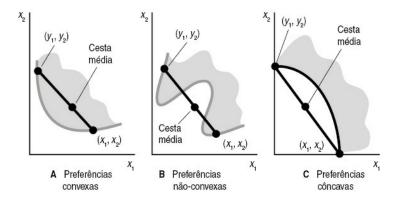
$$(tx_1 + (1-t)y_1, tx_2 + (1-t)y_2) \ge (x_1, x_2)$$

para qualquer t, de modo que  $0 \le t \le 1$ . Essa média ponderada das duas cestas fornece o peso de t para a cesta x e o peso de 1-t para a cesta x. Portanto, a distância da cesta x para a cesta média é apenas uma fração t da distância entre a cesta x e a cesta y ao longo da reta que liga as duas cestas.

O que essa suposição sobre as preferências significa, do ponto de vista geométrico? Significa que o conjunto de cestas fracamente preferidas a  $(x_1, x_2)$  é um **conjunto convexo**. Suponhamos que  $(y_1, y_2)$  e  $(x_1, x_2)$  sejam cestas indiferentes. Se as médias forem preferidas aos extremos, todas as médias ponderadas de  $(x_1, x_2)$  e de  $(y_1, y_2)$  serão fracamente preferidas a  $(x_1, x_2)$  e a  $(y_1, y_2)$ . O conjunto convexo tem a propriedade de que, se pegarmos dois pontos *quaisquer* do conjunto e traçarmos o segmento de reta que liga esses dois pontos, o segmento de reta ficará todo dentro do conjunto.

A Figura 3.10A representa um exemplo de preferências convexas, enquanto as Figuras 3.10B e 3.10C mostram exemplos de preferências não convexas. A Figura 3.10C apresenta as preferências tão não convexas que talvez pudéssemos chamá-las de "preferências côncavas".

Você consegue imaginar preferências que não sejam convexas? Uma possibilidade pode ser algo parecido com minhas preferências por sorvete e azeitonas. Gosto de sorvete e de azeitonas, mas não juntos! Ao pensar sobre meu consumo na próxima hora, posso ficar indiferente entre consumir 250 gramas de sorvete e 60 gramas de azeitonas ou 250 gramas de azeitonas e 60 gramas de sorvete. Porém, qualquer dessas duas cestas seria melhor do que consumir 155 gramas de ambos! São esses os tipos de preferências descritos na Figura 3.10C.



**FIGURA 3.10 Vários tipos de preferências.** O painel A descreve as preferências convexas; o painel B, as preferências não convexas; e o painel C, as preferências côncavas.

Por que desejamos supor que as preferências bem-comportadas são convexas? Porque, em sua maioria, os bens são consumidos juntos. Os tipos de preferência descritos nas Figuras 3.10B e 3.10C implicam que o consumidor preferiria especializar-se, pelo menos em determinado grau, em consumir somente um dos bens. Entretanto, o normal é que o consumidor queira trocar um pouco de um bem por outro e acabar por consumir um pouco de cada, em vez de especializar-se em consumir apenas um dos dois bens.

Com efeito, se examinarmos minhas preferências de consumo *mensal* de sorvete e azeitonas, em vez de meu consumo imediato, elas tenderiam a parecer muito mais com a Figura 3.10A do que com a Figura 3.10C. Todos os meses eu preferiria consumir um pouco de sorvete e um pouco de azeitonas – ainda que em ocasiões diferentes – a especializar-me em consumir um ou outro o mês inteiro.

Por fim, uma extensão do pressuposto da convexidade é a suposição da **convexidade estrita**. Isso significa que a média ponderada de duas cestas indiferentes é *estritamente* preferida às duas cestas extremas. As preferências convexas podem ter pontos planos, enquanto as preferências *estritamente* convexas devem ter curvas de indiferença "arredondadas". A preferência por dois bens que sejam substitutos perfeitos é convexa, mas não estritamente convexa.

## 3.6 Taxa marginal de substituição

Sempre acharemos útil fazermos referência à inclinação de uma curva de indiferença num determinado ponto. Essa ideia é tão útil que até tem um nome: a inclinação da curva de indiferença é conhecida como **taxa marginal de substituição** (**TMS**). O nome provém do fato de que a TMS mede a taxa pela qual o consumidor está propenso a substituir um bem por outro.

Vamos supor que retiramos do consumidor um pouco do bem 1,  $\Delta x_1$ . Damos-lhe, então,  $\Delta x_2$ , quantidade suficiente apenas para colocá-lo de volta em sua curva de indiferença, de modo que ele fique tão bem depois dessa substituição de  $x_2$  por  $x_1$  como estava antes. Consideramos a razão  $\Delta x_2/\Delta x_1$  como sendo a *taxa* pela qual o consumidor está propenso a substituir o bem 2 pelo bem 1.

Imaginemos agora  $\Delta x_1$  como uma mudança muito pequena — uma mudança marginal. Então, a taxa  $\Delta x_2/\Delta x_1$  mede a taxa *marginal* de substituição do bem 2 pelo bem 1. À medida que  $\Delta x_1$  diminui,  $\Delta x_2/\Delta x_1$  aproxima-se da inclinação da curva de indiferença, conforme pode ser visto na Figura 3.11.

Quando grafarmos a razão  $\Delta x_2/\Delta x_1$ , consideraremos tanto o numerador como o denominador sempre como números pequenos – que descrevem mudanças *marginais* na cesta de consumo original. Assim, a razão que define a TMS descreverá sempre a inclinação da curva de indiferença: a taxa pela qual o consumidor está propenso a substituir um pouco mais de consumo do bem 2 por um pouco menos de consumo do bem 1.

O que confunde um pouco a respeito da TMS é que ela costuma ser um número *negativo*. Já vimos que as preferências monotônicas implicam que as curvas de indiferença precisam ter inclinação negativa. Como a TMS é a medida numérica da inclinação de uma curva de indiferença, ela naturalmente será um número negativo.

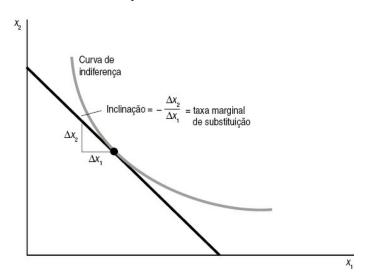
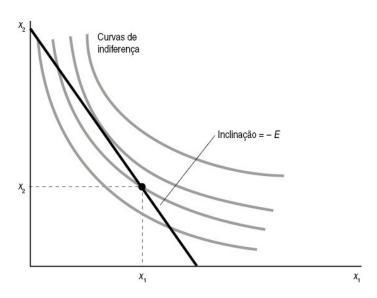


FIGURA 3.11 Taxa marginal de substituição (TMS). A taxa marginal de substituição mede a inclinação da curva de indiferença.

A taxa marginal de substituição avalia um aspecto interessante do comportamento do consumidor. Suponhamos que o consumidor tenha preferências bem-comportadas, isto é, monotônicas e convexas, e que ele atualmente consuma algum tipo de cesta  $(x_1, x_2)$ . Agora, proporemos a ele um negócio: ele poderá trocar o bem 1 pelo bem 2, e viceversa, em qualquer quantidade, a uma "taxa de troca" de E.

Ou seja, se o consumidor abrir mão de  $\Delta x_1$  unidades do bem 1, ele poderá obter em troca  $E\Delta x_1$  unidades do bem 2. Ou, ao contrário, se abrir mão de  $\Delta x_2$  unidades do bem 2, poderá obter  $\Delta x_2/E$  unidades do bem 1. Do ponto de vista geométrico, estaremos oferecendo ao consumidor a oportunidade de se mover para qualquer ponto ao longo de uma reta com inclinação de -E que passa por  $(x_1, x_2)$ , conforme mostrado na Figura 3.12. A movimentação para cima e para a esquerda de  $(x_1, x_2)$  envolve a troca do bem 1 pelo bem 2, e a movimentação para baixo e para a direita envolve a troca do bem 2 pelo bem 1. Em qualquer dos movimentos, a taxa de troca é E. Como a troca envolve sempre a desistência de um bem em troca de outro, a E corresponde à E inclinação de E.

Agora podemos perguntar: qual deve ser a taxa de troca para que o consumidor prefira continuar em  $(x_1, x_2)$ ? Para responder a essa pergunta, observamos simplesmente que, a qualquer tempo em que a reta de troca *cruze* a curva de indiferença, haverá alguns pontos naquela reta que serão preferidos a  $(x_1, x_2)$  — os quais se situam acima da curva de indiferença. Assim, se  $(x_1, x_2)$  não se mover, a reta de troca terá de tangenciar a curva de indiferença. Ou seja, a inclinação da reta de troca, -E, tem de ser a inclinação da curva de indiferença em  $(x_1, x_2)$ . A qualquer outra taxa de troca, a reta de troca cortaria a curva de indiferença, permitindo, assim, que o consumidor se movesse para um ponto de maior preferência.



**FIGURA 3.12 Intercâmbio a uma taxa de troca.** Permitimos aqui que o consumidor troque os bens a uma taxa de troca E, o que implica que ele pode mover-se ao longo de uma reta com inclinação -E.

Portanto, a inclinação da curva de indiferença, a taxa marginal de substituição, mede a taxa em que o consumidor se encontra na fronteira entre trocar ou não trocar. A qualquer taxa de troca que não seja a TMS, o consumidor quererá trocar um bem pelo outro. Mas se a taxa de troca se igualar a TMS, o consumidor quererá ficar onde está.

## 3.7 Outras interpretações da TMS

Dissemos que a TMS mede a taxa em que o consumidor se encontra na fronteira entre querer substituir ou não o bem 1 pelo bem 2. Também poderíamos dizer que o consumidor está a ponto de querer "pagar" com um pouco do bem 1 para comprar um pouco mais do bem 2. Assim, às vezes se ouve dizer que a inclinação da curva de indiferença mede a **propensão marginal a pagar**.

Se o bem 2 representa o consumo de "todos os outros bens" e é medido em unidades monetárias que se podem gastar em outros bens, então a interpretação da propensão marginal a pagar é muito natural. A taxa marginal de substituição do bem 2 pelo bem 1 corresponde a quantas unidades monetárias se estaria disposto a não despender em outros bens para consumir um pouco mais do bem 1. A TMS mede, portanto, a propensão marginal a abrir mão de unidades monetárias para consumir um pouco mais do bem 1. Mas abrir mão dessas unidades monetárias é exatamente como pagar unidades monetárias para consumir um pouco mais do bem 1.

Se usarmos a interpretação da propensão marginal a pagar da TMS, é preciso ter o cuidado de enfatizar tanto o aspecto "marginal" como o de "propensão". A TMS mede a quantidade do bem 2 que alguém tem *propensão* a pagar para obter uma quantidade *marginal* de consumo extra do bem 1. O que na verdade se *tem* de pagar por uma quantidade adicional de consumo pode ser diferente de quanto se está propenso a pagar. A quantia a ser paga dependerá do preço do bem em questão. O quanto se está propenso a pagar não depende do preço, mas, sim, das preferências do comprador.

Da mesma forma, a quantia que se está propenso a pagar por uma ampla mudança no consumo pode ser diferente de quanto se está propenso a pagar por uma mudança marginal. A verdadeira quantidade que acabamos por adquirir de um bem dependerá de nossas preferências por esse bem e dos preços com os quais nos defrontamos. Quanto estaríamos propensos a pagar por uma pequena quantidade adicional de um bem constitui um aspecto apenas de nossa preferência.

## 3.8 O comportamento da TMS

Às vezes é útil ilustrar as formas das curvas de indiferença pela descrição do comportamento da taxa marginal de substituição. Por exemplo, as curvas de indiferença dos "substitutos perfeitos" caracterizam-se pelo fato de que a TMS é uma constante igual a –1. Já no caso dos "neutros", a TMS é infinita em qualquer ponto, enquanto a preferência por "complementares perfeitos" é caracterizada pelo fato de que a TMS é zero ou infinita, sem meio-termo.

Já assinalamos que a pressuposição da monotonicidade implica que as curvas de indiferença tenham inclinação obrigatoriamente negativa, de modo que a TMS envolva sempre a redução do consumo de um bem para obter mais de outro para preferências monotônicas.

O caso das curvas de indiferença convexas mostra ainda outro tipo de comportamento da TMS. Nas curvas de indiferença estritamente convexas, a TMS – a inclinação da curva de indiferença – diminui (em valor absoluto) à medida que aumentamos  $x_1$ . Assim, as curvas de indiferença mostram uma **taxa marginal de substituição decrescente**. Isso significa que a taxa pela qual a pessoa deseja trocar o bem 1 pelo bem 2 diminui à medida que aumentamos a quantidade do bem 1. Colocada dessa maneira, a convexidade das curvas de indiferença parece muito natural: ela diz que quanto mais temos de um bem, mais propensos estaremos a abrir mão de um pouco dele em troca de outro bem. (Lembremo-nos, porém, do exemplo do sorvete e das azeitonas – para alguns pares de bens, esse pressuposto pode não se aplicar!)

### **RESUMO**

- 1.Os economistas partem do pressuposto de que o consumidor pode ordenar várias possibilidades de consumo. A maneira como o consumidor ordena as cestas de consumo descreve suas preferências.
- 2.As curvas de indiferença podem ser usadas para descrever diferentes tipos de preferências.
- 3. As preferências bem-comportadas são monotônicas (no sentido de que mais é melhor) e convexas (o que significa que as médias são preferidas aos extremos).
- 4.A taxa marginal de substituição (TMS) mede a inclinação da curva de indiferença. Isso pode ser interpretado no sentido de quanto do bem 2 o consumidor estará propenso a abrir mão para adquirir uma quantidade maior do bem 1.

## QUESTÕES DE REVISÃO

- 1.Se observarmos o consumidor escolher  $(x_1, x_2)$  quando  $(y_1, y_2)$  está disponível, poderemos concluir que  $(x_1, x_2) > (y_1, y_2)$ ?
- 2.Imaginemos o grupo de pessoas A, B, C e a relação "pelo menos tão alta quanto", como em "A é pelo menos tão alta quanto B". Essa relação é transitiva? Ela é completa?
- 3. Pegue o mesmo grupo de pessoas e examine a relação "estritamente mais alta que". Essa relação é transitiva? Ela é reflexiva? Ela é completa?
- 4.Um técnico de futebol americano de uma faculdade afirma que, dados dois atacantes A e B, ele sempre prefere o que for maior e mais rápido. Essa relação de preferência é transitiva? Ela é completa?
- 5.Uma curva de indiferença pode cruzar a si mesma? Por exemplo, a Figura 3.2 poderia retratar uma única curva de indiferença?
- 6.A Figura 3.2 poderia ser uma única curva de indiferença se as preferências fossem monotônicas?
- 7. Se tanto o pimentão quanto a anchova forem males, a curva de indiferença terá inclinação positiva ou negativa?
- 8. Explique por que as preferências convexas significam que "as médias são preferidas aos extremos".
- 9. Qual é sua taxa marginal de substituição de notas de US\$1 por notas de US\$5?
- 10.Se o bem 1 for "neutro", qual será sua taxa marginal de substituição pelo bem 2?
- 11. Imagine alguns outros bens para os quais suas preferências podem ser côncavas.

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> Existe alguém neutro quando se trata de anchovas?

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> Nota da Revisão Técnica: Aqui, bem significa mercadoria da qual o consumidor gosta.

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup> Nota da Revisão Técnica: Em termos de medidas americanas, 1 gallon corresponde a 3,785 litros, logo, 12,43 gallons representam cerca de 47 litros ( $12,43 \times 3,785 = 47,04755$ ).

# CAPÍTULO 4

## UTILIDADE

Na era vitoriana, os filósofos e economistas referiam-se alegremente à "utilidade" como um indicador do bem-estar geral de uma pessoa. A utilidade era tida como a medida numérica da felicidade do indivíduo. Dada essa ideia, era natural imaginar consumidores fazendo escolhas que maximizassem sua utilidade, ou seja, que os fizessem o mais felizes possível.

O problema é que esses economistas clássicos, na verdade, nunca nos explicaram como se avalia a utilidade. Como medir a "quantidade" de utilidade que cada escolha proporciona? A utilidade de uma pessoa é igual à de outra? O que significa a afirmação de que mais uma barra de chocolate me daria duas vezes mais utilidade que mais uma cenoura? O conceito de utilidade tem algum outro significado além de ser aquilo que as pessoas maximizam?

Esses problemas conceituais levaram os economistas a abandonar a velha visão da utilidade como medida de felicidade e a reformular toda a teoria do comportamento do consumidor com base nas **preferências do consumidor**. A utilidade passou a ser vista somente como um *modo de descrever as preferências*.

Pouco a pouco, os economistas reconheceram que, no que tange ao comportamento de escolha, tudo o que interessava saber a respeito da utilidade era se uma cesta tinha maior utilidade do que a outra — o quão maior era, na verdade, não importava. No início, definiam-se as preferências em termos de utilidade: dizer que a cesta  $(x_1, x_2)$  era preferida à  $(y_1, y_2)$  significava que a cesta x tinha uma utilidade maior que a y. Agora, porém, a tendência é encarar a questão de modo inverso. As *preferências* do consumidor são a descrição fundamental para analisar a escolha, enquanto a utilidade constitui apenas uma forma de descrever as preferências.

A função de utilidade é um modo de atribuir um número a cada possível cesta de consumo, de modo que se atribuam às cestas mais preferidas números maiores que os atribuídos às menos preferidas. Isto é, a cesta  $(x_1, x_2)$  será preferida à  $(y_1, y_2)$  se e somente se a utilidade de  $(x_1, x_2)$  for maior que a utilidade de  $(y_1, y_2)$ : em símbolos,  $(x_1, x_2) > (y_1, y_2)$  se e somente se  $u(x_1, x_2) > u(y_1, y_2)$ .

A única propriedade de uma atribuição de utilidade que interessa é o modo como ela *ordena* as cestas de bens. A grandeza da função de utilidade só tem importância na medida em que ela *hierarquiza* as diferentes cestas de consumo. A extensão da diferença de utilidade entre quaisquer duas cestas não importa. A ênfase que esse tipo

de utilidade confere ao ordenamento das cestas de bens faz com que ele seja chamado de utilidade ordinal.

Vejamos, por exemplo, a Tabela 4.1, em que são ilustradas diversas formas de atribuir utilidades a três cestas de bens e em que todas as atribuições ordenam as cestas do mesmo modo. Neste exemplo, o consumidor prefere A a B e B a C. Todas as formas indicadas são funções de utilidade válidas, que descrevem as mesmas preferências, porque todas têm a propriedade de que à cesta A seja atribuído um número maior que o atribuído à cesta B, que, por sua vez, recebe um número maior que o atribuído à cesta C.

Cesta	$U_I$	$U_2$	$U_3$
A	3	17	-1
В	3	10	-2
С	1	0,002	-3

TABELA 4.1 Diferentes formas de atribuir utilidades

Como só o que interessa é a ordenação das cestas, não existe uma forma única de atribuir utilidades às cestas de bens. Se pudéssemos encontrar um meio determinado de atribuir números de utilidades às cestas de bens, poderíamos descobrir um número infinito de formas de fazê-lo. Se  $u(x_1, x_2)$  representa uma forma de atribuir números de utilidades às cestas  $(x_1, x_2)$ , a multiplicação de  $u(x_1, x_2)$  por 2 (ou qualquer outro número positivo) também seria um meio válido de atribuir utilidades.

A multiplicação por 2 é um exemplo de **transformação monotônica**. A transformação monotônica é um modo de transformar um conjunto de números em outro, mas preservando a ordem original dos números.

A transformação monotônica é em geral representada pela função f(u), que transforma cada número u em outro número f(u), mas preserva a ordem dos números para que  $u_1 > u_2$  implique  $f(u_1) > f(u_2)$ . Uma transformação monotônica e uma função monotônica são, em essência, a mesma coisa.

Exemplos de transformações monotônicas são a multiplicação por um número positivo (por exemplo, f(u) = 3u), a adição de um número qualquer (por exemplo, f(u) = u + 17), a elevação de u a alguma potência ímpar (por exemplo,  $f(u) = u^3$ ), e assim por diante.

Para medir a taxa de variação de f(u) que ocorre quando u varia, basta dividir a diferença registrada em f entre dois valores de u pela mudança ocorrida em u:

$$\frac{\Delta f}{\Delta u} = \frac{f(u_2) - f(u_1)}{u_2 - u_1}.$$

Para que a transformação seja monotônica,  $f(u_2) - f(u_1)$  deve ter sempre o mesmo sinal que  $u_2 - u_1$ . Assim, a taxa de variação da transformação monotônica tem de ser sempre positiva. Isso faz com que o gráfico da transformação monotônica tenha sempre uma inclinação positiva, conforme mostra a Figura 4.1A.

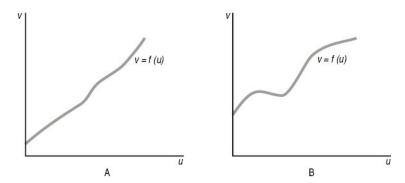


FIGURA 4.1 Uma transformação monotônica positiva. O painel A mostra uma função monotônica — que aumenta indefinidamente. Já o painel B exibe uma função não monotônica — que umas vezes aumenta e outras vezes diminui.

Se f(u) for a transformação monotônica de uma função de utilidade que represente determinadas preferências, então  $f(u(x_1, x_2))$  também será uma função de utilidade que representará essas mesmas preferências.

Por quê? O argumento baseia-se nas três afirmações seguintes:

- 1. Dizer que  $u(x_1, x_2)$  representa determinadas preferências significa que  $u(x_1, x_2) > u(y_1, y_2)$  se, e somente se,  $(x_1, x_2) > (y_1, y_2)$ .
- 2.Mas, se f(u) for uma transformação monotônica, então  $u(x_1, x_2) > u(y_1, y_2)$  se, e somente se,  $f(u(x_1, x_2)) > f(u(y_1, y_2))$ .
- 3. Portanto,  $f(u(x_1, x_2)) > f(u(y_1, y_2))$  se, e somente se,  $(x_1, x_2) > (y_1, y_2)$ , de modo que a função f(u) represente as preferências da mesma forma que a função de utilidade original  $u(x_1, x_2)$ .

Resumamos essa discussão com o enunciado do seguinte princípio: a transformação monotônica de uma função de utilidade é uma função de utilidade que representa as mesmas preferências da função de utilidade original.

Do ponto de vista geométrico, a função de utilidade é uma forma de rotular as curvas de indiferença. Como todas as cestas de uma curva de indiferença precisam ter a mesma utilidade, a função de utilidade constitui um meio de atribuir números às diferentes curvas de indiferença, para que as mais altas recebam números maiores. Desse ponto

de vista, a transformação monotônica representa apenas uma renumeração das curvas de indiferença. Desde que as curvas de indiferença que contenham as cestas mais preferidas recebam números maiores do que as que contenham cestas menos preferidas, a renumeração representará as mesmas preferências.

#### 4.1 Utilidade cardinal

Algumas teorias da utilidade atribuem um significado determinado à grandeza da utilidade. Conhecidas como teorias da **utilidade cardinal**, essas teorias partem do pressuposto de que o tamanho da diferença de utilidade entre duas cestas de bens é de alguma significância.

Para sabermos se uma pessoa prefere uma cesta de bens à outra, basta lhe oferecer a possibilidade de escolha entre as duas cestas e observar qual a escolhida. Saberemos, assim, como atribuir uma utilidade ordinal às duas cestas de bens: simplesmente atribuiremos à cesta escolhida uma utilidade maior que a atribuída à cesta rejeitada. Qualquer tipo de atribuição que faça isso constituirá uma função de utilidade. Temos, portanto, um critério operacional para saber se, para determinada pessoa, a utilidade de uma cesta é maior que a de outra.

Mas como saber se uma pessoa gosta duas vezes mais de uma cesta do que de outra? Como *você* mesmo poderia dizer que gosta duas vezes mais de uma cesta do que de outra?

Várias definições poderiam ser propostas para esse tipo de atribuição: gosto de uma cesta duas vezes mais do que de outra se eu estiver disposto a pagar por ela duas vezes o que estou disposto a pagar pela outra. Ou, ainda, gosto de uma cesta duas vezes mais do que de outra se estiver disposto a percorrer o dobro do caminho, esperar o dobro do tempo ou me arriscar o dobro para consegui-la.

Não há nada de errado com essas definições: todas elas proporcionam meios de atribuir níveis de utilidade, nos quais a grandeza do número atribuído tem algum significado operacional. Mas não são também muito precisas. Embora todas elas constituam interpretações possíveis do que significa querer uma coisa duas vezes mais do que outra, nenhuma delas aparenta ser uma interpretação convincente desse enunciado.

Mesmo se encontrássemos meios aparentemente convincentes de atribuir grandezas de utilidade, em que isso nos ajudaria a descrever o comportamento de escolha? Para dizermos qual das duas cestas será escolhida, só precisamos saber qual delas é a preferida — isto é, qual tem a maior utilidade. Conhecer a ordem de grandeza da preferência não ajuda em nada na descrição da escolha. Como a utilidade cardinal não é necessária para descrever o comportamento de escolha e não há formas convincentes de atribuir utilidades cardinais, só levaremos em consideração a utilidade ordinal.

# 4.2 Elaboração de uma função de utilidade

Mas haverá mesmo algum modo de atribuir utilidades ordinais? Dado determinado ordenamento de preferências, será possível encontrar sempre uma função de utilidade que ordene as cestas de bens do mesmo modo como estão ordenadas as preferências? Haverá alguma função de utilidade que descreva de maneira razoável um ordenamento de preferências?

Nem todos os tipos de preferências podem ser representados pela função de utilidade. Suponhamos, por exemplo, que alguém tenha preferências intransitivas, de modo que A > B > C > A. A função de utilidade para essas preferências teria de consistir em números u(A), u(B) e u(C), de modo que u(A) > u(B) > u(C) > u(A). Mas isso é impossível.

No entanto, se excluirmos casos perversos como as preferências intransitivas, em geral conseguiremos encontrar uma função de utilidade para representar as preferências. Ilustraremos uma elaboração dessas aqui e outra no Capítulo 14.

Suponhamos que recebemos um mapa de indiferença como o da Figura 4.2. Sabemos que a função de utilidade é uma forma de rotular as curvas de indiferença, de modo que as mais altas recebam números maiores. Como podemos fazer isso?

Um modo fácil consiste em traçar a diagonal ilustrada na figura e rotular cada curva de indiferença com a distância desde sua origem, medida ao longo da diagonal.

Como sabemos que essa é uma função de utilidade? Não é difícil perceber que, se as preferências forem monotônicas, a reta que passa pela origem só deve interceptar cada curva de indiferença uma vez. Assim, todas as cestas serão rotuladas e as que se situam sobre as curvas de indiferença mais altas receberão números maiores — isso é tudo o que é preciso para ter uma função de utilidade.

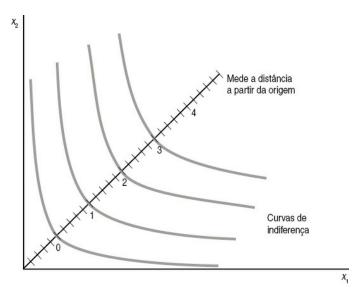


FIGURA 4.2 A elaboração de uma função de utilidade a partir de curvas de indiferença. Traçar uma diagonal e numerar cada curva de diferença com a

distância desde sua origem, medida ao longo da diagonal.

Isso nos proporciona um meio de rotular as curvas de indiferença, pelo menos enquanto as preferências forem monotônicas. Esse nem sempre será o procedimento mais natural, mas pelo menos mostra que a ideia de uma função de utilidade ordinal é bastante geral; quase qualquer tipo de preferência "razoável" pode ser representado por uma função de utilidade.

# 4.3 Alguns exemplos de funções de utilidade

No Capítulo 3, descrevemos alguns exemplos de preferências e as curvas de indiferença que as representavam. Essas preferências também podem ser representadas por funções de utilidade. No caso de uma função de utilidade  $u(x_1, x_2)$ , será relativamente fácil traçar as curvas de indiferença; basta marcar todos os pontos  $(x_1, x_2)$ , de modo que  $u(x_1, x_2)$  seja igual a uma constante. Em matemática, o conjunto de todos os pontos  $(x_1, x_2)$ , de modo que  $u(x_1, x_2)$  seja igual a uma constante, é chamado **nível.** Para cada valor da constante, tem-se uma curva de indiferença distinta.

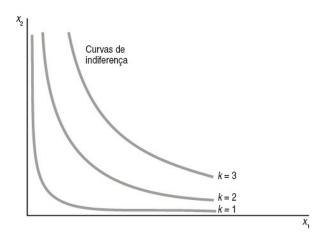
# EXEMPLO: Curvas de indiferença a partir da utilidade

Suponhamos que a função de utilidade seja dada por:  $u(x_1, x_2) = x_1x_2$ . Qual será a aparência das curvas de indiferença?

Sabemos que uma curva de indiferença típica é simplesmente o conjunto de todos os  $x_1$  e  $x_2$ , de modo que  $k = x_1x_2$  para alguma constante k. Resolvendo,  $x_2$  como função de  $x_1$ , vemos que a curva de indiferença típica tem a fórmula:

$$x_2 = \frac{k}{x_1}.$$

Essa curva é representada na Figura 4.3, para k = 1, 2, 3...



**FIGURA 4.3 Curvas de indiferença.** As curvas de indiferença  $k = x_1$ ,  $x_2$ , para diferentes valores de k.

Consideremos outro exemplo. Vamos supor que recebemos uma função de utilidade  $v(x_1, x_2) = x_1^2 x_2^2$ . Como suas curvas de indiferença se parecem? Pelas regras comuns da álgebra, sabemos que:

$$v(x_1, x_2) = x_1^2 x_2^2 = (x_1 x_2)^2 = u(x_1, x_2)^2.$$

Portanto, a função de utilidade  $v(x_1, x_2)$  é exatamente o quadrado da função de utilidade  $u(x_1, x_2)$ . Como  $u(x_1, x_2)$  não pode ser negativa, segue-se que  $v(x_1, x_2)$  é uma transformação monotônica da função de utilidade anterior,  $u(x_1, x_2)$ . Isso significa que a função de utilidade  $v(x_1, x_2) = x_1^2 x_2^2$  deve ter exatamente a mesma forma que as curvas de indiferença descritas na Figura 4.3. A rotulação das curvas de indiferença será diferente — os rótulos, que antes eram 1, 2, 3..., passarão a ser 1, 4, 9..., mas o conjunto de cestas que tem  $v(x_1, x_2) = 9$  é exatamente igual ao conjunto de cestas que tem  $u(x_1, x_2) = 3$ . Portanto,  $v(x_1, x_2)$  descreve exatamente as mesmas preferências que  $u(x_1, x_2)$ , porque *ordena* todas as cestas da mesma maneira.

O percurso inverso – achar uma função de utilidade que represente determinadas curvas de indiferença – é um pouco mais difícil. Existem dois procedimentos possíveis. O primeiro é matemático. Dadas as curvas de indiferença, queremos encontrar uma função que seja constante ao longo de cada curva de indiferença e que atribua valores maiores às curvas de indiferença mais altas.

O segundo procedimento é um pouco mais intuitivo. A partir de uma descrição das preferências, procuramos imaginar o que o consumidor está tentando maximizar — que combinação de bens descreve o comportamento de escolha do consumidor. Isso pode parecer um tanto vago agora, mas fará mais sentido depois que examinarmos alguns exemplos.

# Substitutos perfeitos

Você se lembra do exemplo dos lápis vermelhos e azuis? Tudo o que interessava ao consumidor era o número total de lápis. É natural, pois, avaliar a utilidade pelo número total de lápis. Portanto, adotaremos provisoriamente a função de utilidade  $u(x_1, x_2) = x_1 + x_2$ . Isso funciona? Basta fazer duas perguntas: Essa função é constante ao longo das curvas de indiferença? Ela atribui um número maior às cestas mais preferidas? Como a resposta às duas questões é afirmativa, temos, pois, uma função de utilidade.

Essa, obviamente, não é a única função de utilidade que poderíamos utilizar. Também poderíamos usar o *quadrado* do número de lápis. Portanto, a função de utilidade  $v(x_1, x_2) = (x_1 + x_2)^2 = x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2$  representará também as preferências no caso de substitutos perfeitos, como ocorreria com qualquer outra transformação monotônica de  $u(x_1, x_2)$ .

E se o consumidor quisesse substituir o bem 1 pelo bem 2, por uma taxa diferente de 1 por 1? Suponhamos, por exemplo, que o consumidor exija *duas* unidades do bem 2 para compensá-lo pela desistência de uma unidade do bem 1. Isso significa que, para o consumidor, o bem 1 é *duas* vezes mais valioso do que o bem 2. A função de utilidade

assume, portanto, a forma  $u(x_1, x_2) = 2x_1 + x_2$ . Observemos que essa utilidade produz curvas de indiferença com uma inclinação de -2.

As preferências por substitutos perfeitos em geral podem ser representadas por uma função de utilidade da forma

$$u(x_1, x_2) = az_1 + bx_2.$$

Aqui, a e b são números positivos que medem o "valor" que os bens 1 e 2 têm para o consumidor. Observe que a inclinação de uma curva de indiferença típica é dada por -a/b.

# Complementares perfeitos

Esse é o caso do sapato direito e do sapato esquerdo. Nessas preferências, o consumidor só se importa com o número de *pares* de sapatos que possui, de modo que é natural escolher o número de pares de sapatos como a função de utilidade. O número de pares de sapatos completos que se tem é o *mínimo* entre o número de sapatos direitos,  $x_1$ , e o de sapatos esquerdos,  $x_2$ . Portanto, a função de utilidade para complementares perfeitos assume a forma  $u(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}$ .

Para verificar se essa função de utilidade realmente funciona, escolhamos uma cesta de bens como (10, 10). Se acrescentarmos uma unidade do bem 1, obteremos (11, 10), o que nos deveria deixar na mesma curva de indiferença. Mas deixa mesmo? Sim, porque mín  $\{10,10\} = mín \{11,10\} = 10$ .

Portanto,  $u(x_1, x_2) = \min \{x_1, x_2\}$  é uma função de utilidade possível para descrever os complementares perfeitos. Como costuma acontecer, qualquer transformação monotônica também seria válida.

E se o consumidor quiser consumir os bens numa proporção diferente de 1 por 1? O que ocorre, por exemplo, com a pessoa que sempre consome duas colheres de açúcar para cada xícara de chá? Se  $x_1$  é o número de xícaras de chá disponíveis e  $x_2$  o número de colheres de açúcar disponíveis, então o número de xícaras de chá devidamente adoçadas será o mín  $\{x_1, 1/2x_2\}$ .

Como isso é um pouco traiçoeiro, é melhor parar e refletir um pouco mais sobre o assunto. Se o número de xícaras de chá for maior do que a metade do número de colheres de açúcar, saberemos então que não poderemos colocar duas colheres de açúcar em cada xícara. Nesse caso, acabaremos com  $1/2x_2$  xícara(s) de chá adequadamente adoçada(s). (Substitua alguns números por  $x_1$  e  $x_2$  para convencer-se.)

É claro que qualquer transformação monotônica dessa função de utilidade descreverá as mesmas preferências. Se, por exemplo, multiplicarmos por 2 para evitar a fração, teremos a função de utilidade  $u(x_1, x_2) = \min \{2x_1, x_2\}$ .

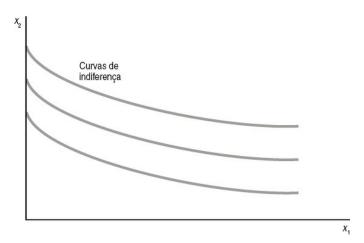
Em geral, a função de utilidade que descreve preferências complementares perfeitas é dada por

$$u(x_1, x_2) = \min \{ax_1, bx_2\}$$

em que a e b são números positivos que indicam as proporções nas quais os bens são consumidos.

# Preferências quase lineares

Eis aqui um formato de curvas de indiferença que ainda não tínhamos visto. Suponhamos que um consumidor tenha curvas de indiferença que sejam traduções verticais umas das outras, como na Figura 4.4. Isso significa que todas as curvas de indiferença são apenas versões "deslocadas" de uma curva de indiferença. Segue-se que a equação da curva de indiferença assume a forma  $x_2 = k - v(x_1)$ , na qual k é uma constante distinta para cada curva de indiferença. Essa equação diz que a altura de cada curva de indiferença é uma função de  $x_1$ ,  $-v(x_1)$ , mais uma constante k. Valores maiores de k resultam em curvas de indiferença mais elevadas. (O sinal de menos é só uma convenção; veremos posteriormente por quê.)



**FIGURA 4.4 Preferências quase lineares.** Cada uma dessas curvas de indiferença corresponde ao deslocamento vertical de uma única curva de indiferença.

O modo natural de rotular aqui as curvas de indiferença se dá mediante o uso do k – que representa,  $grosso\ modo$ , a altura da curva de indiferença no eixo vertical. Resolvendo k e igualando-o à utilidade, temos que

$$u(x_1, x_2) = k = v(x_1) + x_2$$

Nesse caso, a função de utilidade é linear no bem 2, mas (possivelmente) não linear no bem 1; daí o nome **utilidade quase linear**, que significa utilidade "parcialmente linear". Exemplos específicos de utilidade quase linear seriam  $u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} + x_2$ , ou  $u(x_1, x_2)$ . As funções de utilidade quase linear não são especialmente realísticas, mas é muito fácil trabalhar com elas, como mais tarde será visto em vários exemplos neste livro.

# Preferências Cobb-Douglas

Outra função de utilidade comumente usada é a função de utilidade Cobb-Douglas

$$u(x_1, x_2) = x_1^c x_2^d,$$

em que c e d são números positivos que descrevem as preferências do consumidor.  $^{10}$ 

A função de utilidade Cobb-Douglas será útil em diversos exemplos. As preferências representadas pela função de utilidade Cobb-Douglas têm o formato geral descrito na Figura 4.5. Na Figura 4.5A, ilustramos as curvas de indiferença de c = 1/2, d = 1/2. Na Figura 4.5B, ilustramos as curvas de indiferença de c = 1/5, d = 4/5. Observe como a diversidade de valores dos parâmetros c = d conduz a formas distintas das curvas de indiferença.

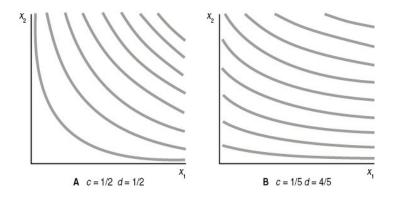


FIGURA 4.5 Curvas de indiferença Cobb-Douglas. O painel A mostra o caso em que c = 1/2, d = 1/2; o painel B mostra um caso em que c = 1/5, d = 4/5.

As curvas de indiferença Cobb-Douglas são bem parecidas com as boas curvas de indiferença monotônicas convexas, que chamamos de "curvas de indiferença bem-comportadas" no Capítulo 3. As preferências Cobb-Douglas são o exemplo típico de curvas de indiferença bem-comportadas, e, de fato, a fórmula que as descreve é a expressão algébrica mais simples que gera preferências bem-comportadas. Consideraremos as preferências Cobb-Douglas como um instrumento muito útil para apresentar exemplos algébricos dos conceitos econômicos que estudaremos mais tarde.

É claro que a transformação monotônica da função de utilidade Cobb-Douglas representará exatamente as mesmas preferências, e vale a pena ver alguns exemplos dessas transformações.

Em um primeiro exemplo, se extrairmos o logaritmo natural da utilidade, o produto dos termos se tornará uma soma, de modo que teremos

$$v(x_1, x_2) = \ln(x_1^c x_2^d) = c \ln x_1 + d \ln x_2.$$

As curvas de indiferença dessa função de utilidade terão a mesma forma que as curvas de indiferença da primeira função Cobb-Douglas, uma vez que o logaritmo é uma transformação monotônica. (Para uma breve revisão dos logaritmos naturais, veja o Apêndice Matemático no final do livro.)

Para o segundo exemplo, vamos supor que começamos com a forma Cobb-Douglas

$$v(x_1, x_2) = x_1^c x_2^d$$
.

Elevando, em seguida, a utilidade à potência 1/(c + d), obtemos

$$x_1^{\frac{c}{c+d}} x_2^{\frac{d}{c+d}}.$$

Definamos um novo número

$$a = \frac{c}{c+d}$$
.

Podemos agora escrever nossa função de utilidade como

$$v(x_1, x_2) = x_1^a x_2^{1-a}.$$

Isso significa que podemos sempre extrair a transformação monotônica da função de utilidade Cobb-Douglas, de maneira que a soma dos expoentes da função resultante seja igual a 1. Isso terá uma interpretação útil mais adiante.

A função de utilidade Cobb-Douglas pode ser expressa de várias maneiras; você deveria aprender a reconhecê-las, uma vez que essa família de preferências é muito útil para exemplos.

# 4.4 Utilidade marginal

Imaginemos um consumidor que consuma uma cesta de bens  $(x_1, x_2)$ . Como varia a utilidade desse consumidor quando lhe fornecemos um pouco mais do bem 1? Essa taxa de variação é chamada **utilidade marginal** com respeito ao bem 1. Nós a representamos por escrito como  $UM_1$  e a concebemos como sendo uma razão,

$$UM_1 = \frac{\Delta U}{\Delta x_1} = \frac{u(x_1 + \Delta x_1, x_2) - u(x_1, x_2)}{\Delta x_1},$$

que mede a taxa de variação na utilidade ( $\Delta U$ ) com relação a uma pequena variação quantitativa do bem 1 ( $\Delta x_1$ ). Observe que a quantidade do bem 2 mantém-se constante nesse cálculo.<sup>11</sup>

Essa definição implica que, para calcular a variação da utilidade relacionada a uma pequena variação no consumo do bem 1, basta apenas multiplicar a variação no consumo pela utilidade marginal do bem:

$$\Delta U = UM_1 \Delta x_1$$
.

A utilidade marginal relativa ao bem 2 é definida de modo semelhante:

$$UM_2 = \frac{\Delta U}{\Delta x_2} = \frac{u(x_1, x_2 + \Delta x_2) - u(x_1, x_2)}{\Delta x_2}.$$

Observe que, quando calculamos a utilidade marginal do bem 2, mantemos constante a quantidade do bem 1. Podemos calcular a variação da utilidade relacionada à variação no consumo do bem 2 com a fórmula

$$\Delta U = UM_2 \Delta x_2$$

É importante observar que a grandeza da utilidade marginal depende da grandeza da utilidade. Depende, pois, do modo particular que escolhermos para medir a utilidade. Se multiplicarmos a utilidade por 2, a utilidade marginal será também multiplicada por 2. A função de utilidade continuaria perfeitamente válida, no sentido de que representaria as mesmas preferências, só que numa escala diferente.

Isso significa que a utilidade marginal não tem, por si mesma, nenhum conteúdo comportamental. Como podemos calcular a utilidade marginal a partir de um comportamento de escolha do consumidor? Não podemos. O comportamento de escolha revela apenas informações sobre como um consumidor *hierarquiza* diferentes cestas de bens. A utilidade marginal depende da função de utilidade específica que utilizamos para representar o ordenamento das preferências, e sua grandeza não tem nenhuma importância especial. Ocorre, contudo, que a utilidade marginal pode ser usada para calcular algo que tenha realmente um conteúdo comportamental, conforme veremos na próxima seção.

# 4.5 Utilidade marginal e TMS

Uma função de utilidade  $u(x_1, x_2)$  pode ser usada para medir a taxa marginal de substituição definida no Capítulo 3. Lembre-se de que a taxa marginal de substituição mede a inclinação da curva de indiferença de uma determinada cesta de bens e pode ser interpretada como a taxa pela qual um consumidor está propenso a substituir uma pequena quantidade do bem 2 pelo bem 1.

Essa interpretação fornece-nos um meio simples de calcular a TMS. Imaginemos uma variação no consumo de cada bem  $(\Delta x_1, \Delta x_2)$ , que mantenha a utilidade constante – isto é, uma variação no consumo que nos mova ao longo da curva de indiferença. Devemos ter, então,

$$UM_1\Delta x_1 + UM_2\Delta x_2 = \Delta U = 0$$

Ao resolvermos a inclinação da curva de indiferença, teremos

$$TMS = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = -\frac{UM_1}{UM_2}.$$
 (4.1)

(Observe que temos 2 sobre 1 no lado esquerdo da equação e 1 sobre 2 no lado direito. Não vá se confundir!)

O sinal algébrico da TMS é negativo: se você obtiver mais do bem 1, precisará ter *menos* do bem 2 para manter o mesmo nível de utilidade. No entanto, pode ser tedioso acompanhar sempre esse irritante sinal de menos, de modo que os economistas costumam referir-se à TMS pelo valor absoluto dela – isto é, por um número positivo. Seguiremos essa convenção sempre que isso não causar confusão.

Eis agora o aspecto interessante do cálculo da TMS: ela pode ser medida mediante a observação do comportamento real da pessoa – encontramos essa taxa de intercâmbio quando a pessoa quer ficar onde está, conforme descrito no Capítulo 3.

A função de utilidade e, por conseguinte, a função de utilidade marginal não são determinadas de um único modo. Qualquer transformação monotônica de uma função de utilidade deixa-nos com outra função de utilidade igualmente válida. Assim, se, por exemplo, multiplicarmos a utilidade por 2, a utilidade marginal será também multiplicada por 2. A grandeza da função de utilidade marginal depende, portanto, da escolha da função de utilidade, que é arbitrária. A função de utilidade marginal não depende, pois, apenas do comportamento; ao contrário, ela depende da função de utilidade que utilizamos para descrever comportamento.

No entanto, a *razão* das utilidades marginais nos proporciona uma grandeza observável — a taxa marginal de substituição. A razão das utilidades marginais independe da transformação específica da função de utilidade que se queira utilizar.

Vejamos o que acontece se multiplicarmos a utilidade por 2. A taxa marginal de substituição torna-se

$$TMS = -\frac{2 UM_1}{2 UM_2}.$$

Os 2 se cancelam, de modo que a TMS permanecerá igual.

O mesmo acontece quando tomamos qualquer transformação monotônica de uma função de utilidade. Efetuar a transformação monotônica equivale a trocar os rótulos das curvas de indiferença e o cálculo da TMS descrito anteriormente visa a mover-se ao longo de determinada curva de indiferença. Embora as utilidades marginais sejam alteradas pelas transformações monotônicas, a *razão* das utilidades marginais independe da forma específica escolhida para representar as preferências.

# 4.6 Utilidade do transporte urbano

As funções de utilidade são, basicamente, meios de descrever comportamento de escolha: se uma cesta de bens X for escolhida quando também estiver disponível uma cesta de bens Y, então X deve ter uma utilidade maior do que Y. O exame das escolhas que os consumidores fazem permite-nos avaliar uma função de utilidade capaz de descrever seu comportamento.

Essa ideia tem tido ampla aplicação na área de economia do transporte, para estudar o comportamento dos usuários dos meios de transporte urbano. Na maioria das grandes cidades, as pessoas podem escolher entre utilizar o transporte público ou dirigir seu próprio carro. Cada uma dessas alternativas pode ser encarada como representativa de uma cesta com diferentes características: tempo de viagem, tempo de espera, custos em dinheiro, conforto, conveniência, e assim por diante. Podemos, então, fazer com que  $x_1$  represente o tempo de viagem correspondente a cada tipo de transporte;  $x_2$ , o tempo de espera, e assim por diante.

Se, digamos,  $(x_1, x_2,...x_n)$  representar os valores de n características diferentes de ir de carro e  $(y_1, y_2,...y_n)$  representar os valores de ir de ônibus, poderemos imaginar um modelo em que o consumidor opte pelo carro ou pelo ônibus, dependendo de sua preferência por uma ou outra cesta de características.

Para sermos mais específicos, suponhamos que as preferências do consumidor típico em relação às características possam ser representadas por uma função de utilidade com a forma

$$U(x_1, x_2,...x_n) = \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + ... + \beta_n x_n$$

na qual os coeficientes  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ , e assim por diante, sejam parâmetros desconhecidos. Qualquer transformação monotônica dessa função de utilidade descreveria igualmente bem o comportamento de escolha, mas a forma linear é bem mais fácil de usar do ponto de vista estatístico.

Vamos supor agora que observamos diversos consumidores semelhantes a escolher entre o carro e o ônibus, com base no padrão específico de tempo de transporte, custos etc. com que se defrontam. Há técnicas estatísticas que se podem empregar para encontrar os valores dos coeficientes  $\beta_i$  para i=1,...,n, que se ajustam melhor ao padrão de escolha de um conjunto de consumidores. Essas técnicas estatísticas nos fornecem um modo de estimar a função de utilidade para diferentes meios de transporte.

Um estudo mostra uma função de utilidade com a forma<sup>12</sup>

$$U(TW, TT, C) = -0.147TW - 0.0411TT - 2.24C.$$
 (4.2)

onde

TW = tempo de percurso a pé, e de ônibus ou carro;

TT = tempo total de viagem, em minutos;

C = custo total da viagem em dólares.

A função de utilidade estimada pelo livro de Domenich e McFadden descreveu corretamente a escolha entre o transporte de carro ou de ônibus de 93% das famílias que constituíam a amostra.

Os coeficientes das variáveis da equação (4.2) descrevem os pesos que uma família típica atribui às várias características de seus deslocamentos pela cidade, ou seja, a utilidade marginal de cada característica. A *razão* entre um coeficiente e outro avalia a taxa marginal de substituição entre uma característica e outra. Por exemplo, a razão entre a utilidade marginal do tempo percorrido a pé e a utilidade marginal do tempo total indica que o consumidor típico considera o tempo percorrido a pé cerca de três vezes mais oneroso do que o tempo de viagem. Em outras palavras, o consumidor estaria disposto a aumentar em três minutos o tempo total de viagem para reduzir em um minuto a caminhada.

Do mesmo modo, a razão entre o custo e o tempo de viagem indica as possibilidades de substituição entre duas variáveis do ponto de vista do consumidor típico. Nesse estudo, o usuário típico atribuiu a cada minuto de tempo de viagem um valor de 0,0411/2,24 = 0,0183 dólar, o que equivale a US\$1,10 por hora. Para fins comparativos, o salário por hora do usuário típico em 1967, o ano do estudo, era de, aproximadamente, US\$2,85.

Essas estimativas de funções de utilidade podem ser muito valiosas para determinar se vale ou não a pena promover alterações no sistema de transporte público. Por exemplo, na função de utilidade que acabamos de descrever, um dos fatores significativos para explicar a escolha do meio de transporte era o tempo gasto para fazer a viagem. As autoridades de transportes poderiam, a um custo adicional, colocar mais ônibus em circulação para reduzir o tempo de deslocamento. Será, porém, que o número de novos passageiros compensaria o aumento das despesas?

A partir de uma função de utilidade e de uma amostra de consumidores, é possível prever quais consumidores usarão o carro e quais escolherão o ônibus. Isso dará uma ideia de se a receita será suficiente para cobrir o custo adicional.

Além disso, podemos usar a taxa marginal de substituição para estimar o *valor* que cada consumidor atribui à redução do tempo de viagem. Já vimos no estudo de Domenich e McFadden que, em 1967, o usuário típico atribuía ao tempo de transporte um valor de aproximadamente US\$1,10 por hora. Ele estaria, pois, propenso a pagar aproximadamente US\$0,37 para reduzir em 20 minutos o tempo de viagem. Esse número nos dá uma medida do benefício, em dólares, de aumentar a frequência de circulação dos ônibus. Esse benefício tem de ser comparado ao custo de ampliação dos

serviços para saber se vale a pena fazer isso. A disponibilidade de uma medida quantitativa do beneficio certamente facilita a tomada de uma decisão racional sobre a política de transporte.

### **RESUMO**

- 1.A função de utilidade é apenas um modo de representar ou resumir um ordenamento de preferências. As grandezas numéricas dos níveis de utilidade não têm significado intrínseco.
- 2. Dada, pois, uma função de utilidade, qualquer transformação monotônica dessa função representará as mesmas preferências.
- 3. A taxa marginal de substituição (TMS) pode ser calculada com base na função de utilidade, por intermédio da fórmula TMS =  $\Delta x_2/\Delta x_1 = -UM_1/UM_2$ .

# QUESTÕES DE REVISÃO

- 1.O texto afirmou que a elevação de um número a uma potência ímpar era uma transformação monotônica. E a elevação de um número a uma potência par? Seria uma transformação monotônica? (Dica: examine o caso  $f(u)=u^2$ .)
- 2. Qual das seguintes transformações é monotônica? (1) u = 2v 13; (2)  $u = -1/v^2$ ; (3)  $u = 1/v^2$ ; (4) u = 1n v; (5)  $u = -e^{-v}$ ; (6)  $u = v^2$ ; (7)  $u = v^2$  para v > 0; (8)  $u = v^2$  para v < 0.
- 3. Afirmamos no texto que, se as preferências fossem monotônicas, uma diagonal que partisse da origem interceptaria cada uma das curvas de indiferença apenas uma vez. Você pode provar isso de maneira rigorosa? (Dica: o que aconteceria se a diagonal interceptasse alguma curva de indiferença duas vezes?)
- 4. Que tipos de preferências são representados pela função de utilidade com  $u(x_1, x_2)$   $\sqrt{x_1 + x_2}$ ? E pela função de utilidade  $v(x_1, x_2) = 13x_1 + 13x_2$ ?
- 5. Que tipo de preferências a função de utilidade com a forma  $u(x_1, x_2) = x_1 + \sqrt{x_2}$  representa? A função de utilidade  $v(x_1, x_2) = x_1^2 + 2x_1\sqrt{x_2} + x_2$  é uma transformação monotônica de  $u(x_1, x_2)$ ?
- 6. Considere a função de utilidade  $u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1 x_2}$ . Que tipo de preferências ela representa? A função  $v(x_1, x_2) = x_1^2 x_2$  é uma transformação monotônica de  $u(x_1, x_2)$ ? A função  $w(x_1, x_2) = x_1^2 x_2^2$  é uma transformação monotônica de  $u(x_1, x_2)$ ?

7. Você pode explicar por que a transformação monotônica não altera a taxa marginal de substituição?	de uma	função de	utilidade

# **APÊNDICE**

Esclareçamos primeiro o que significa "utilidade marginal". Como é comum em economia, o termo "marginal" significa apenas uma derivada. Assim, a utilidade marginal do bem 1 é simplesmente:

$$UM_1 = \lim_{\Delta x_1 \to 0} \frac{u(x_1 + \Delta x_1, x_2) - u(x_1, x_2)}{\Delta x_1} = \frac{\partial u(x_1, x_2)}{\partial x_1}.$$

Observe que usamos aqui a derivada *parcial*, uma vez que a utilidade marginal do bem 1 é calculada com o valor do bem 2 constante.

Podemos refazer agora, por meio do cálculo, a derivação da taxa marginal de substituição que aparece no texto. Nós a faremos de duas maneiras: primeiro, com o uso de diferenciais; depois, com o emprego de funções implícitas.

No primeiro método, pensamos em fazer uma variação  $(dx_1, dx_2)$  que mantenha a utilidade constante. Queremos, pois, que

$$du = \frac{\partial u(x_1, x_2)}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial u(x_1, x_2)}{\partial x_2} dx_2 = 0.$$

O primeiro termo mede o aumento na utilidade decorrente da pequena variação  $dx_1$  e o segundo mede o aumento na utilidade resultante da pequena variação  $dx_2$ . Queremos selecionar essas variações, de modo que a variação total na utilidade, du, seja zero. A resolução para  $dx_2/dx_1$  proporciona

$$\frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{\partial u(x_1, x_2)/\partial x_1}{\partial u(x_1, x_2)/\partial x_2},$$

cálculo que é exatamente análogo à equação (4.1) do texto.

No tocante ao segundo método, consideramos agora a curva de indiferença como sendo descrita por uma função  $x_2(x_1)$ . Ou seja, para cada valor de  $x_1$ , a função  $x_2(x_1)$  diz quanto de  $x_2$  é preciso ter para atingir essa curva de indiferença. Para tanto, a função  $x_2(x_1)$  tem de satisfazer a identidade

$$u(x_1, x_2((x_1)) \equiv k,$$

em que k é o rótulo de utilidade da curva de indiferença em questão.

Podemos diferenciar ambos os lados dessa identidade com respeito a  $x_1$ , para obter

$$\frac{\partial u(x_1, x_2)}{\partial x_1} + \frac{\partial u(x_1, x_2)}{\partial x_2} \frac{\partial x_2(x_1)}{\partial x_1} = 0.$$

Observe que  $x_1$  aparece em dois lugares nessa identidade, de modo que, se  $x_1$  sofrer alguma alteração, a função será alterada de duas maneiras, o que nos obriga a aplicar a

derivada em cada lugar onde  $x_1$  aparece. Ao resolvermos essa equação para a  $\partial x_2(x_1)/\partial x_1$ , obtemos

$$\frac{\partial x_2(x_1)}{\partial x_1} = -\frac{\partial u(x_1, x_2)/\partial x_1}{\partial u(x_1, x_2)/\partial x_2},$$

igual ao que tínhamos antes.

O método da função implícita é um pouco mais rigoroso, mas o método diferencial é mais direto, desde que não se faça nenhuma bobagem.

Vamos supor que extraímos a transformação monotônica de uma função de utilidade, digamos,  $v(x_1, x_2) = f(u(x_1, x_2))$ . Calculemos a TMS para essa função de utilidade. Usamos a regra da cadeia

$$\begin{aligned} \text{TMS} &= -\frac{\partial v/\partial x_1}{\partial v/\partial x_2} = -\frac{\partial f/\partial u}{\partial f/\partial u} \, \frac{\partial u/\partial x_1}{\partial u/\partial x_2} \\ &= -\frac{\partial u/\partial x_1}{\partial u/\partial x_2} \end{aligned}$$

uma vez que os termos  $\partial f/\partial u$  do numerador e do denominador se cancelam. Isso mostra que a TMS independe da representação da utilidade.

Isso proporciona um modo útil de reconhecer preferências representadas por diferentes funções de utilidade; dadas duas funções de utilidade, basta calcular suas taxas marginais de substituição e ver se são iguais. Se forem, ambas as funções de utilidade terão as mesmas curvas de indiferença. Se a direção de aumento das preferências for a mesma para todas as funções de utilidade, as preferências básicas terão de ser iguais.

# EXEMPLO: As preferências Cobb-Douglas

É fácil calcular a taxa marginal de substituição para as preferências Cobb-Douglas com o emprego da fórmula derivada que acabamos de ver.

Se escolhermos a representação logarítmica onde

$$u(x_1, x_2) = c \ln x_1 + d \ln x_2,$$

teremos, então, que

$$TMS = -\frac{\partial u(x_1, x_2)/\partial x_1}{\partial u(x_1, x_2)/\partial x_2}$$
$$= -\frac{c/x_1}{d/x_2}$$
$$= -\frac{c}{d}\frac{x_2}{x_1}.$$

Observe que, nesse caso, a TMS só depende da razão dos dois parâmetros e da quantidade dos dois bens.

E se escolhermos a representação exponencial em que

$$u(x_1, x_2) = x_1^c x_2^d$$
?

Teremos, então, que

$$TMS = -\frac{\partial u(x_1, x_2)/\partial x_1}{\partial u(x_1, x_2)/\partial x_2}$$
$$= -\frac{cx_1^{c-1}x_2^d}{dx_1^cx_2^{d-1}}$$
$$= -\frac{cx_2}{dx_1},$$

que é igual ao resultado anterior. É claro que você já sabia que a transformação monotônica não podia mudar a taxa marginal de substituição!

- <sup>9</sup> O que chamamos "transformação monotônica" é, em sentido estrito, denominado "transformação monotônica positiva", para distingui-la da "transformação monotônica negativa", que inverte a ordem dos números. As transformações monotônicas são às vezes chamadas de "transformações monótonas", o que parece injusto, uma vez que elas, na verdade, podem ser bem interessantes.
- 10 Economista e professor da Universidade de Chicago, Paul Douglas foi também senador dos Estados Unidos. Charles Cobb foi matemático da Faculdade de Amherst. A forma funcional Cobb-Douglas foi a princípio utilizada para estudar o comportamento da produção.
- <sup>11</sup> Ver o apêndice deste capítulo para um tratamento da utilidade marginal com o uso do cálculo.
- <sup>12</sup> Ver Thomas Domenich e Daniel McFadden, *Urban Travel Demand* (North-Holland Publishing Company, 1975). O procedimento de estimativa empregado nesse livro incorporou também diversas características demográficas das famílias, além das variáveis puramente econômicas aqui descritas. Daniel McFadden recebeu o Prêmio Nobel de economia em 2000 por desenvolver técnicas para avaliar modelos desta categoria.

# CAPÍTULO 5

# **ESCOLHA**

Neste capítulo, uniremos o conjunto orçamentário e a teoria das preferências para analisar a escolha ótima dos consumidores. Dissemos anteriormente que o modelo econômico da escolha do consumidor baseia-se no princípio de que as pessoas escolhem a melhor cesta que podem adquirir. Podemos agora expressar esse enunciado em termos mais profissionais, dizendo que "os consumidores escolhem a cesta mais preferida de seu conjunto orçamentário".

#### 5.1 Escolha ótima

A Figura 5.1 ilustra um caso típico. Nela traçamos, no mesmo diagrama, o conjunto orçamentário e várias curvas de indiferença do consumidor. Nosso objetivo é encontrar no conjunto orçamentário a cesta que esteja na curva de indiferença mais elevada. Como as preferências são bem-comportadas, de modo que o mais seja preferido ao menos, podemos restringir nossa atenção às cestas de bens que se encontram *sobre* a reta orçamentária, sem nos preocuparmos com as cestas situadas *abaixo* da reta orçamentária.

Comecemos agora no canto direito da reta orçamentária e nos movamos para a esquerda. À medida que nos deslocamos ao longo da reta orçamentária, notamos que atingimos curvas de indiferença cada vez mais altas. Paramos ao alcançar a curva de indiferença mais elevada, que toca a reta orçamentária. No diagrama, a cesta de bens associada a essa curva de indiferença é identificada como  $(x_1^*, x_2^*)$ .

A escolha  $(x_1^*, x_2^*)$  é uma **escolha ótima** para o consumidor. O conjunto de cestas que ele prefere a  $(x_1^*, x_2^*)$  – aquele situado *acima* de sua curva de indiferença – não intercepta as cestas que ele pode adquirir – o conjunto de cestas que se localiza *abaixo* de sua reta orçamentária. Assim, a cesta  $(x_1^*, x_2^*)$  é a melhor que o consumidor pode adquirir.

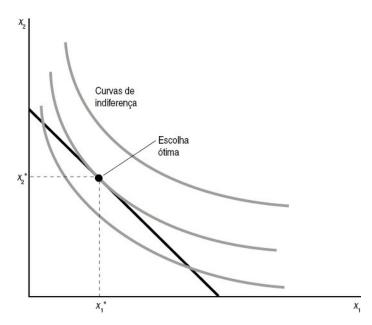


FIGURA 5.1 Escolha ótima. A posição ótima de consumo situa-se onde a curva de indiferença tangencia a reta orçamentária.

Atenção para uma característica importante dessa cesta ótima: nessa escolha, a curva de indiferença *tangencia* a reta orçamentária. Se pensarmos um pouco sobre isso, veremos que tem de ser assim: se a curva de indiferença não tangenciasse a reta

orçamentária, ela a cruzaria, e, se a cruzasse, haveria algum ponto próximo na reta orçamentária situado acima da curva de indiferença — o que significa que não poderíamos ter partido de uma cesta ótima.

Essa tangência *tem* de prevalecer na escolha ótima? Bem, não em *todos* os casos, mas, sim, na maioria dos casos interessantes. O que é sempre verdadeiro é que, no ponto ótimo, a curva de indiferença não pode cruzar a reta orçamentária. Quando, então, o "não cruzar" implica tangência? Observemos antes as exceções.

Em primeiro lugar, a curva de indiferença poderia não ter uma linha tangencial, como na Figura 5.2. A curva de indiferença apresenta aqui uma quebra no ponto de escolha ótima e a tangente não está definida, uma vez que a definição matemática da tangente requer a existência de uma única tangente em cada ponto. Esse caso não tem importância econômica – constitui mais um ruído do que qualquer outra coisa.

A segunda exceção é mais interessante. Suponhamos que o ponto ótimo ocorra no ponto em que o consumo de um bem seja zero, como na Figura 5.3. Assim, as inclinações da curva de indiferença e da reta orçamentária são diferentes, mas a curva de indiferença ainda não *cruza* a reta orçamentária. Dizemos que a Figura 5.3 representa um **ótimo de fronteira**, enquanto um caso como o da Figura 5.1 representa um **ótimo interior**.

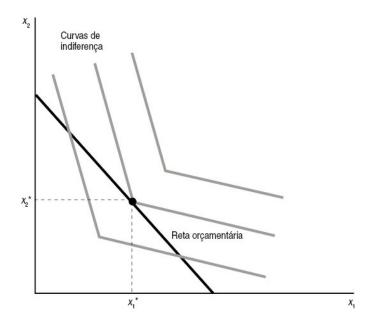


FIGURA 5.2 Gostos bizarros. Eis uma cesta de consumo ótimo, em que a curva de indiferença não tem tangente.

Se quisermos eliminar os "gostos bizarros", poderemos esquecer o exemplo da Figura 5.2.<sup>13</sup> E se quisermos nos restringir apenas aos ótimos *interiores*, poderemos excluir o outro exemplo. Se tivermos um ótimo interior com curvas de indiferença suaves, as inclinações da curva de indiferença e da reta orçamentária deverão ser iguais porque,

se fossem diferentes, a curva de indiferença cruzaria a reta orçamentária, e não poderíamos estar no ponto ótimo.

Encontramos, pois, uma condição necessária que a escolha ótima deve satisfazer. Se a escolha ótima envolver o consumo de um pouco de ambos os bens — de modo que seja um ótimo interior, a curva de indiferença necessariamente tangenciará a reta orçamentária. Mas será essa condição de tangência *suficiente* para que a cesta seja ótima? Se encontrarmos uma cesta em que a curva de indiferença tangencie a reta orçamentária, poderemos estar certos de que essa cesta constitui uma escolha ótima?

Observemos a Figura 5.4. Nela, temos três cestas, nas quais a condição de tangência é satisfeita, todas interiores, mas só duas cestas são ótimas. Então, a tangência é, em geral, apenas uma condição necessária para alcançar o ótimo, mas não uma condição suficiente.

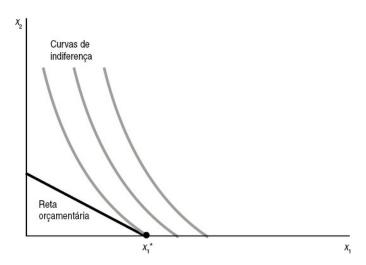
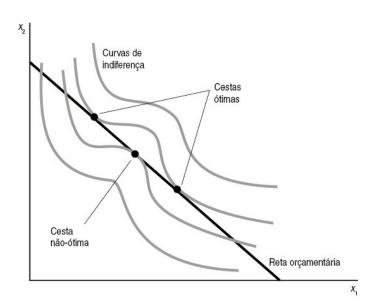


FIGURA 5.3 Ótimo de fronteira. O consumo ótimo acarreta o consumo de zero unidades do bem 2. A curva de indiferença não tangencia a reta orçamentária.



**FIGURA 5.4 Mais de uma tangência.** Temos aqui três tangências, mas só dois pontos ótimos, de modo que a condição de tangência é necessária, mas não suficiente.

Há, porém, um caso importante em que ela é suficiente: o das preferências convexas. Nele, qualquer ponto que satisfaça a condição de tangência terá de ser um ponto ótimo. Isso é claro do ponto de vista geométrico: como as curvas de indiferença convexas têm de curvar-se e afastar-se da reta orçamentária, elas não podem curvar-se para trás e tocá-la de novo.

A Figura 5.4 também mostra que, em geral, pode haver mais de uma cesta ótima que satisfaça a condição de tangência. Mais uma vez, porém, a convexidade implica uma restrição. Se as curvas de indiferença forem *estritamente* convexas – isto é, se não tiverem nenhum segmento plano, haverá apenas uma escolha ótima em cada reta orçamentária. Embora isso possa ser demonstrado matematicamente, também parece bastante plausível pela observação da figura.

A condição de que a TMS tenha de igualar-se à inclinação da reta orçamentária num ótimo interior é óbvia do ponto de vista gráfico, mas o que significa em termos de economia? Lembre-se de que uma das nossas interpretações da TMS é que ela é a taxa de troca na qual o consumidor queria permanecer. Bem, o mercado oferece uma taxa de troca de  $-p_1/p_2$ . Se o consumidor desistir de uma unidade do bem 1, ele poderá comprar  $p_1/p_2$  unidades do bem 2. Se o consumidor se encontrar numa cesta de consumo em que esteja disposto a permanecer, tem de ser uma em que a TMS iguale essa taxa de intercâmbio:

$$TMS = -\frac{p_1}{p_2}.$$

Outro modo de pensar nisso é imaginar o que aconteceria se a TMS diferisse da razão dos preços. Suponhamos que a TMS seja  $\Delta x_2/\Delta x_1 = -1/2$  e que a razão dos preços seja 1/1. Isso quer dizer que o consumidor está disposto a desistir de duas unidades do bem 1 para adquirir uma unidade do bem 2, mas o mercado quer que os bens sejam trocados na base de 1 por 1. Assim, o consumidor certamente desejaria abrir mão de um pouco do bem 1 para adquirir um pouco mais do bem 2. Sempre que a TMS diferir da razão de preços, o consumidor não poderá estar em seu ponto ótimo de escolha.

### 5.2 Demanda do consumidor

A escolha ótima dos bens 1 e 2, num determinado conjunto de preços e de renda, é chamada **cesta demandada** do consumidor. Em geral, quando os preços e a renda variam, a escolha ótima do consumidor também varia. A **função demanda** é a função que relaciona a escolha ótima — ou seja, as quantidades demandadas — com os diferentes valores de preços e rendas.

Escreveremos as funções de demanda demonstrando que elas dependem tanto dos preços como da renda:  $x_1(p_1, p_2, m)$  e  $x_2(p_1, p_2, m)$ . Para cada conjunto de preços e de renda, haverá uma combinação diferente de bens que corresponderá à escolha ótima do consumidor. As preferências diferentes gerarão funções de demanda também diferentes; veremos em breve alguns exemplos. Nosso objetivo principal nos próximos capítulos será estudar o comportamento dessas funções de demanda, ou seja, como a escolha ótima varia à medida que variam os preços e a renda.

# 5.3 Alguns exemplos

Apliquemos o modelo de escolha do consumidor que desenvolvemos aos exemplos de preferências descritos no Capítulo 3. O procedimento básico será o mesmo para todos os exemplos: traçar as curvas de indiferença e a reta orçamentária e encontrar o ponto em que a curva de indiferença mais alta tangencia a reta orçamentária.

# Substitutos perfeitos

A Figura 5.5 ilustra o caso dos bens substitutos perfeitos. Temos três casos possíveis. Se  $p_2 > p_1$ , a inclinação da reta orçamentária será mais plana do que a das curvas de indiferença. Nesse caso, a cesta ótima será aquela em que o consumidor gastar todo o seu dinheiro no bem 1. Se  $p_1 > p_2$ , o consumidor comprará apenas o bem 2. Finalmente, se  $p_1 = p_2$ , haverá todo um segmento de escolhas ótimas. Nesse caso, todas as quantidades dos bens 1 e 2 que satisfizerem a restrição orçamentária serão uma escolha ótima. Assim, a função demanda do bem 1 será

$$x_1 = \begin{cases} m/p_1 & \text{quando } p_1 < p_2; \\ \text{qualquer número entre 0 e } m/p_1 & \text{quando } p_1 = p_2; \\ 0 & \text{quando } p_1 > p_2. \end{cases}$$

Serão esses resultados coerentes com o senso comum? Tudo o que dizem é que, se dois bens são substitutos perfeitos, o consumidor comprará o que for mais barato. E, se ambos tiverem o mesmo preço, o consumidor não se importará entre comprar um ou outro.

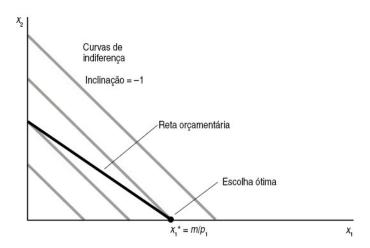
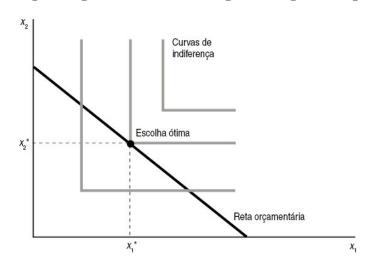


FIGURA 5.5 Escolha ótima com substitutos perfeitos. Se os bens forem substitutos perfeitos, a escolha ótima se situará, em geral, na fronteira.

# Complementares perfeitos

A Figura 5.6 ilustra o caso dos bens complementares perfeitos. Observe que a escolha ótima tem de situar-se sempre na diagonal, onde o consumidor compra quantidades iguais de ambos os bens, não importa quais sejam os preços. No que tange ao nosso exemplo, isso significa que as pessoas com dois pés compram sapatos aos pares.<sup>14</sup>



**FIGURA 5.6 Escolha ótima com complementares perfeitos.** Se os bens forem complementares perfeitos, as quantidades demandadas estarão sempre localizadas na diagonal, já que a escolha ótima ocorre onde  $x_1$  se iguala a  $x_2$ .

Solucionemos a escolha ótima de maneira algébrica. Sabemos que esse consumidor compra a mesma quantidade do bem 1 e do bem 2, independentemente dos preços. Representemos tal quantidade por x. Temos, então, de satisfazer a restrição orçamentária

$$p_1 x + p_2 x = m$$

A resolução para x proporciona as escolhas ótimas dos bens 1 e 2:

$$x_1 = x_2 = x = \frac{m}{p_1 + p_2}.$$

A função demanda dessa escolha ótima é bastante intuitiva. Como os dois bens são sempre consumidos juntos, é como se o consumidor gastasse todo o seu dinheiro num único bem cujo preço fosse de  $p_1 + p_2$ .

### Neutros e males

No caso do bem neutro, o consumidor gasta todo o seu dinheiro no bem do qual gosta e não compra nada do bem neutro. O mesmo ocorre quando a mercadoria é um mal. Assim, se a mercadoria 1 for um bem e a mercadoria 2 um mal, as funções de demanda serão

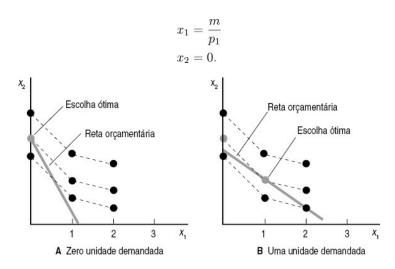


FIGURA 5.7 Bens discretos. No painel A, a demanda pelo bem 1 é zero, enquanto, no painel B, será demandada uma unidade.

#### Bens discretos

Suponhamos que o bem 1 seja um bem discreto e que esteja disponível apenas em unidades inteiras, enquanto o bem 2 seja o dinheiro para ser gasto em todas as outras coisas. Se o consumidor escolher 1, 2, 3,... unidades do bem 1, ele escolherá, implicitamente, as cestas de consumo  $(1, m - p_1)$ ,  $(2, m - 2p_1)$ ,  $(3, m - 3p_1)$ , e assim por diante. Podemos apenas comparar a utilidade de cada uma dessas cestas para ver qual delas tem a maior utilidade.

Entretanto, podemos utilizar a análise da curva de indiferença da Figura 5.7. Como de costume, a cesta ótima é a que se localiza na "curva" de indiferença mais alta. Se o preço do bem 1 for muito alto, o consumidor escolherá zero unidade de consumo; à medida que o preço diminuir, o consumidor achará ótimo consumir uma unidade do bem. Se o preço continuar a cair, o consumidor escolherá consumir mais unidades do bem 1.

# Preferências côncavas

Imaginemos a situação ilustrada na Figura 5.8. Será X a escolha ótima? Não! A escolha ótima para essas preferências será sempre uma escolha de fronteira, como a cesta Z. Pense no que significam as preferências não convexas. Se você tem dinheiro para comprar sorvete e azeitonas, mas não gosta de consumi-los juntos, gastará todo o seu dinheiro em um ou em outro.

# Preferências Cobb-Douglas

Suponhamos que a função de utilidade seja da forma Cobb-Douglas,  $u(x_1, x_2) = x_1^c x_2^d$ . No Apêndice deste capítulo, utilizamos o cálculo para derivar as escolhas ótimas para essa função de utilidade, que são

$$x_1=rac{c}{c+d}rac{m}{p_1}$$
  $x_2=rac{d}{c+d}rac{m}{p_2}.$   $x_2=rac{d}{c+d}rac{m}{p_2}.$  Curvas de indiferença Escolha não-ótima  $x$  Reta orçamentária Escolha ótima

FIGURA 5.8 Escolha ótima com preferências côncavas. A escolha ótima é o ponto de fronteira, Z, não o ponto de tangência interior, X, porque Z está localizado em uma curva de indiferença mais alta.

Essas funções de demanda são geralmente úteis em exemplos algébricos, de modo que seria importante que você as decorasse.

As preferências Cobb-Douglas têm uma propriedade conveniente. Imagine a fração da renda que um consumidor com tais preferências gasta no bem 1.

Se ele consome  $x_1$  unidades do bem 1, isso lhe custa  $p_1x_1$ , o que representa uma fração  $p_1x_1/m$  da renda total. Se substituirmos a função demanda por  $x_1$ , teremos

$$\frac{p_1x_1}{m} = \frac{p_1}{m} \frac{c}{c+d} \frac{m}{p_1} = \frac{c}{c+d}.$$

Do mesmo modo, a fração da renda que o consumidor gasta no bem  $2 \notin d/(c+d)$ .

Portanto, o consumidor Cobb-Douglas gasta sempre uma fração fixa de sua renda em cada bem. O tamanho da fração é determinado pelo expoente da função Cobb-Douglas.

É por isso que, muitas vezes, é conveniente escolher uma função de utilidade de Cobb-Douglas, na qual a soma dos expoentes seja igual a 1. Se  $x_1^a x_2^{1-a}$ , poderemos logo interpretar a como a fração da renda gasta no bem 1. É por esse motivo que, em geral, escreveremos as preferências Cobb-Douglas dessa maneira.

# 5.4 Estimativa das funções de utilidade

Até agora, vimos várias formas diferentes de preferências e funções de utilidade e examinamos os tipos de comportamento de demanda gerados por essas preferências. Na vida real, porém, temos de fazer o contrário: observar o comportamento de demanda. O problema, contudo, reside em descobrir que tipo de preferências gerou o comportamento observado.

Vamos supor que observamos as escolhas feitas por um consumidor em diferentes níveis de preços e de renda. A Tabela 5.1 mostra um exemplo. Trata-se de uma tabela da demanda de dois bens em patamares diferentes de preços e rendas em anos diferentes. Calculamos também – com as fórmulas  $s_1 = p_1 x_1/m$  e  $s_2 = p_2 x_2/m$  – a fração da renda gasta em cada um dos bens em cada ano.

Para esses dados, as frações de gastos são relativamente constantes. Embora apresentem pequenas variações, elas provavelmente não são grandes o suficiente para causar preocupação. A fração média de renda gasta no bem 1 é de aproximadamente 1/4, e a fração média da renda gasta no bem 2 é de cerca de 3/4. Parece que uma função de utilidade da forma  $u(x_1, x_2) = x_1^{\frac{1}{4}} x_2^{\frac{3}{4}}$  ajusta-se bastante bem a esses dados. Ou seja, uma função de utilidade com essa forma geraria um comportamento de escolha bem semelhante ao observado. Por conveniência, calculamos a utilidade relacionada a cada observação com o uso dessa função estimada de utilidade Cobb-Douglas.

TABELA 5.1 Alguns dados que descrevem o comportamento de consumo

Ano	$p_{I}$	$p_2$	m	$x_I$	$x_2$	$s_I$	$s_2$	Utilidade
1	1	1	100	25	75	0,25	0,75	57,0
2	1	2	100	24	38	0,24	0,76	33,9
3	2	1	100	13	74	0,26	0,74	47,9
4	1	2	200	48	76	0,24	0,76	67,8
5	2	1	200	25	150	0,25	0,75	95,8
6	1	4	400	100	75	0,25	0,75	80,6
7	4	1	400	24	304	0,24	0,76	161,1

Até onde podemos saber com base no comportamento observado, parece que o consumidor maximiza a função  $u(x_1,x_2)=x_1^{\frac{1}{4}}x_2^{\frac{3}{4}}$ . Pode acontecer que novas observações do comportamento do consumidor nos levem a rejeitar essa hipótese. Mas os dados de que

dispomos indicam que o ajustamento ao modelo de otimização é bastante bom.

Isso tem várias implicações importantes, uma vez que agora podemos utilizar essa função de utilidade "ajustada" para avaliar o impacto de sugestões de mudanças na política econômica. Suponhamos, por exemplo, que o governo planeje impor um sistema de impostos que levasse o consumidor a enfrentar preços (2, 3) com uma renda de 200. De acordo com nossas estimativas, a cesta demandada a esses preços seria

$$x_1 = \frac{1}{4} \frac{200}{2} = 25$$
$$x_2 = \frac{3}{4} \frac{200}{3} = 50.$$

A utilidade estimada dessa cesta é

$$u(x_1, x_2) = 25^{\frac{1}{4}} 50^{\frac{3}{4}} \approx 42.$$

Isso significa que a nova política tributária deixará o consumidor melhor do que estava no ano 2, mas em situação pior do que a do ano 3. Podemos, assim, usar o comportamento de escolha observado para avaliar o impacto sobre esse consumidor das mudanças propostas para a política econômica.

Por tratar-se de ideia muito importante em economia, analisemos sua lógica mais uma vez. A partir de algumas observações do comportamento de escolha, tentemos saber o que está sendo maximizado (se houver mesmo algo sendo maximizado). Uma vez que tenhamos uma estimativa do que está sendo maximizado, poderemos usar essa estimativa tanto para prever o comportamento de escolha em novas situações como para avaliar as propostas de mudança do ambiente econômico.

É claro que descrevemos uma situação muito simples. Na verdade, normalmente não temos dados detalhados sobre as escolhas individuais de consumo. Mas costumamos ter dados sobre grupos de pessoas – adolescentes, famílias de classe média, idosos, e assim por diante. Esses grupos podem ter diferentes preferências por diferentes bens e tais preferências são refletidas nos seus padrões de consumo. Isso nos permite estimar uma função de utilidade que descreva seus padrões de consumo e utilizar essa função de utilidade estimada para prever a demanda e avaliar as propostas de política econômica.

No exemplo simples que acabamos de descrever, pôde-se observar que as frações de renda eram relativamente constantes, de modo que a função de utilidade Cobb-Douglas teria um bom ajustamento. Em outros casos, seria apropriada uma versão mais complicada da função de utilidade. Os cálculos poderiam tornar-se mais difíceis e talvez precisássemos de um computador para fazer a estimativa, mas a ideia básica do procedimento continuaria sendo a mesma.

# 5.5 Implicações da condição da TMS

Na seção anterior, examinamos a importante ideia de que a observação do comportamento de demanda diz coisas importantes sobre as preferências básicas do consumidor que geraram esse comportamento. Dado um conjunto suficiente de observações das escolhas do consumidor, em geral será possível estimar a função de utilidade que gerou essas escolhas.

No entanto, mesmo a observação de apenas *uma* escolha do consumidor num determinado conjunto de preços permite fazer alguns tipos de inferências úteis sobre como a utilidade do consumidor variará quando o consumo variar. Vejamos como isso funciona.

Nos mercados bem organizados, em geral todos se defrontam com aproximadamente os mesmos preços. Tomemos como exemplo dois bens: a manteiga e o leite. Se todos se defrontarem com os mesmos preços, se todos otimizarem e estiverem numa solução interior, então todos deverão ter a mesma taxa marginal de substituição para a manteiga e o leite.

Isso é uma decorrência direta da análise anterior. O mercado oferece a todos a mesma taxa de troca para a manteiga e o leite, e todos ajustarão seu consumo dos bens até que sua própria avaliação marginal "interna" dos dois bens se iguale à avaliação "externa" que o mercado faz desses bens.

O interessante dessa afirmação é que ela independe da renda e dos gostos. As pessoas poderiam atribuir valores bem diferentes a seus consumos *totais* dos dois bens. Algumas poderiam consumir muita manteiga e pouco leite, enquanto outras fariam o contrário. As pessoas mais abastadas poderiam consumir grande quantidade de manteiga e leite, ao passo que outras só consumiriam um pouco de cada bem. Mas todos os que consumirem os dois bens deverão ter a mesma taxa marginal de substituição. Todos aqueles que consumirem os dois bens terão de concordar sobre quanto cada um vale com relação ao outro: isto é, quanto estariam dispostos a abdicar de cada bem para obter mais do outro.

O fato de que as razões de preços medem as taxas marginais de substituição é muito importante, pois isso significa que temos um meio de avaliar possíveis mudanças nas cestas de consumo. Suponhamos que o preço do leite seja US\$1 por litro e o da manteiga, US\$2 por quilo. A taxa marginal de substituição para todas as pessoas que consomem leite e manteiga tem de ser 2: elas terão de ter dois litros de leite para compensar a desistência de 1 quilo de manteiga. Ou, para expressar de modo contrário, elas precisam ter 1 quilo de manteiga para compensar a desistência de 2 litros de leite. Portanto, todos os que consumirem ambos os bens atribuirão valor a uma variação marginal em consumo do mesmo modo.

Vamos supor agora que um inventor descubra um novo método de transformar leite em manteiga: para cada 3 litros de leite colocados na máquina, obtemos 1 quilo de manteiga e nenhum outro subproduto útil. Pergunta-se: haverá mercado para essa máquina? Resposta: com certeza, nenhum investidor se arriscaria a entrar nessa. Isso porque, se todos já operam numa base em que estão dispostos a trocar 2 litros de leite por 1 quilo de manteiga, por que desejariam trocar 3 litros de leite por 1 quilo de manteiga? A resposta é: não desejariam; essa invenção não vale nada.

Mas e se, ao contrário, o inventor conseguisse transformar 1 quilo de manteiga em 3 litros de leite? Haveria mercado para esse invento? Resposta: sim! Os preços de mercado do leite e da manteiga mostram que as pessoas estão exatamente dispostas a trocar 1 quilo de manteiga por 2 litros de leite. Assim, obter 3 litros de leite por 1 quilo de manteiga é um negócio melhor do que o que está sendo atualmente oferecido no mercado. Reservem mil ações dessa invenção para mim! (E vários quilos de manteiga.)

Os preços do mercado mostram que o primeiro invento não é lucrativo; ele produz US\$2 de manteiga a partir de US\$3 de leite. A falta de lucratividade desse invento quer dizer apenas que as pessoas atribuem maior valor aos insumos do que ao produto. O segundo invento produz US\$3 de leite com apenas US\$2 de manteiga. Esse invento é lucrativo porque as pessoas atribuem maior valor a seus produtos do que aos insumos que utilizam.

O importante é que, como os preços medem a taxa exata pela qual pela pessoas estão dispostas a substituir um bem por outro, eles podem ser utilizados para avaliar propostas de políticas econômicas que envolvam mudanças no consumo. O fato de os preços não serem números arbitrários, mas indicadores do valor marginal que as pessoas atribuem às coisas, constitui uma das ideias mais fundamentais e importantes da economia.

Se observarmos uma escolha num conjunto de preços, obteremos a TMS num ponto de consumo. Se os preços variarem e observarmos outra escolha, obteremos outra TMS. À medida que observarmos mais e mais escolhas, saberemos cada vez mais sobre a forma das preferências básicas que teriam gerado o comportamento de escolha observado.

# 5.6 Escolha de impostos

Mesmo o pouco de teoria do consumidor que discutimos até agora pode ser utilizado para tirarmos conclusões interessantes e importantes. Eis aqui um bom exemplo que descreve a escolha entre dois tipos de impostos. Vimos que o imposto sobre a quantidade é um **imposto sobre a quantidade** consumida de um bem, como o imposto de US\$0,15 por litro de gasolina. O **imposto de renda** é precisamente um imposto sobre a renda. Se o governo quiser obter determinada receita, seria melhor coletá-la através do imposto sobre a quantidade ou do imposto sobre a renda? Para responder a essa pergunta, vamos aplicar o que aprendemos.

Analisemos primeiro a imposição do imposto sobre a quantidade. Suponhamos que a restrição orçamentária original seja

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = m$$
.

Qual será a restrição orçamentária se taxarmos o consumo do bem 1 com uma alíquota t? A resposta é simples. Do ponto de vista do consumidor, é como se o preço do bem 1 tivesse aumentado numa quantidade t. A nova restrição orçamentária será, pois,

$$(p_1 + t) x_1 + p_2 x_2 = m. (5.1)$$

Portanto, o imposto sobre a quantidade de um bem aumenta o preço percebido pelo consumidor. A Figura 5.9 fornece um exemplo de como a variação do preço pode afetar a demanda. Nesse ponto, não sabemos ao certo se esse imposto aumentará ou diminuirá o consumo do bem 1, embora suponhamos que diminuirá. Seja qual for o caso, com certeza sabemos que a escolha ótima,  $(x_1^*, x_2^*)$ , tem de satisfazer a restrição orçamentária

$$(p_1 + t) x_1^* + p_2 x_2^* = m. (5.2)$$

A receita arrecadada por esse imposto será  $R^* = tx_1^*$ .

Imaginemos agora um imposto sobre a renda que arrecade a mesma quantidade de receita. A forma dessa restrição orçamentária seria

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m - R^*.$$

ou, substituindo  $R^*$ ,

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = m - t x_1^*$$

Por onde passará essa reta orçamentária na Figura 5.9?

É fácil perceber que ela tem a mesma inclinação da reta orçamentária original,  $-p_1/p_2$ , mas o problema está em determinar sua posição. A reta orçamentária em que se localiza o imposto de renda tem de passar pelo ponto  $(x_1^*, x_2^*)$ . Um modo de verificar isso é introduzir  $(x_1^*, x_2^*)$  na restrição orçamentária do imposto de renda e ver se essa restrição é satisfeita.

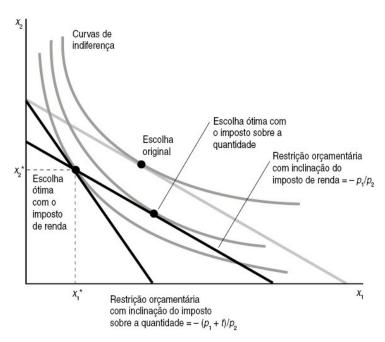


FIGURA 5.9 Imposto de renda versus imposto sobre a quantidade. Examinamos aqui um imposto sobre a quantidade, que gera a receita R\*, e um imposto de renda que gera a mesma receita. O consumidor ficará melhor com o imposto de renda, pois poderá escolher um ponto numa curva de indiferença mais alta.

Será verdade que

$$p_1 x^*_1 + p_2 x^*_2 = m - t x^*_{1?}$$

Sim, uma vez que se trata apenas de um reordenamento da equação (5.2), que, conforme sabemos, é válida.

Isso implica que  $(x_1^*, x_2^*)$  situa-se sobre a reta orçamentária do imposto de renda, ou seja, é uma escolha *acessível* ao consumidor. Mas será uma escolha ótima? É fácil ver que não. No ponto  $(x_1^*, x_2^*)$ , a TMS é  $-(p_1 + t)/p_2$ . O imposto de renda, entretanto, possibilita que negociemos a uma taxa de troca de  $-p_1/p_2$ . Assim, a reta orçamentária corta a curva de indiferença em  $(x_1^*, x_2^*)$ , o que implica que algum ponto da reta orçamentária será preferido a  $(x_1^*, x_2^*)$ .

Logo, o imposto de renda é realmente superior ao imposto sobre a quantidade, uma vez que, com ele, podemos obter a mesma receita de um consumidor e ainda deixá-lo

em melhor situação do que com o imposto sobre a quantidade.

Este é um resultado interessante, e vale a pena lembrá-lo, mas também é bom entender suas limitações. A primeira delas é que ele só vale para um consumidor. O argumento mostra que, para qualquer consumidor, há um imposto de renda que arrecada a mesma quantidade de dinheiro que seria arrecadada pelo imposto sobre a quantidade e que, mesmo assim, deixa o consumidor em situação melhor. Mas a quantidade desse imposto de renda será em geral diferente para cada pessoa. Por isso, um imposto de renda *uniforme* para todos os consumidores não é necessariamente melhor do que um imposto sobre a quantidade *uniforme* para todos os consumidores. (Pense no caso do consumidor que não consome nada do bem 1 — essa pessoa com certeza preferiria o imposto sobre a quantidade ao imposto de renda.)

Em segundo lugar, partimos do pressuposto de que, quando estabelecemos um imposto sobre a renda, a renda do consumidor não se altera: pressupomos, ainda, que o imposto de renda é basicamente um imposto de montante fixo — ou seja, que só altera a quantidade de dinheiro que o consumidor tem para gastar, mas não afeta sua capacidade de escolha. Essa é uma hipótese pouco provável. Se o consumidor se esforça para obter sua renda, espera-se que a taxação dessa renda o desincentive a ganhar mais, de modo que a renda após o imposto pode diminuir numa quantidade ainda maior do que a cobrada pelo imposto.

Em terceiro lugar, não consideramos a resposta da oferta à incidência de um imposto. Mostramos como a demanda responde às variações causadas pelos impostos, mas a oferta também responderá, de modo que uma análise completa deveria considerar também essas variações.

#### **RESUMO**

- 1.A escolha ótima do consumidor é aquela cesta no conjunto orçamentário do consumidor que se situa na curva de indiferença mais alta.
- 2. Normalmente, a cesta ótima se caracterizará pela condição de que a inclinação da curva de indiferença (a TMS) seja igual à inclinação da reta orçamentária.
- 3.Se observarmos diversas escolhas de consumo, pode ser possível estimar a função de utilidade que teria gerado esse tipo de comportamento de escolha. Essa função de utilidade pode ser usada para prever escolhas futuras e para estimar a utilidade para os consumidores de novas políticas econômicas.
- 4.Se todos se defrontarem com os mesmos preços para dois bens, então todos terão a mesma taxa marginal de substituição e, portanto, estarão dispostos a trocar os dois bens do mesmo modo.

# QUESTÕES DE REVISÃO

- 1. Se dois bens forem substitutos perfeitos, qual será a função de demanda do bem 2?
- 2. Suponhamos que as curvas de indiferença sejam descritas por linhas retas com uma inclinação de -b. Dados preços arbitrários  $p_1$  e  $p_2$  e renda em dinheiro m, como serão as escolhas ótimas do consumidor?
- 3. Suponhamos que o consumidor utilize sempre duas colheres de açúcar em cada xícara de café. Se o preço de cada colher de açúcar for  $p_1$  e o da xícara de café,  $p_2$ , e se o consumidor tiver US\$m para gastar em café e açúcar, quanto o consumidor quererá comprar?
- 4. Suponhamos que você tenha preferências altamente não convexas por sorvete e azeitonas, como aquelas dadas no texto, e que você se defronte com preços  $p_1$  e  $p_2$  e disponha de m dólares para gastar. Relacione as escolhas para as cestas ótimas de consumo.
- 5. Se o consumidor tiver uma função de utilidade  $u(x_1, x_2) = x_1 x_2^4$ , que fração da renda dele será gasta no bem 2?
- 6.Para que tipo de preferências o consumidor estará exatamente tão bem quanto antes ao defrontar-se tanto com o imposto sobre a quantidade como com o imposto sobre a renda?

# **APÊNDICE**

É muito útil poder solucionar o problema de maximização das preferências e obter exemplos algébricos de funções reais de demanda. Fizemos isso no texto para casos fáceis, como substitutos e complementares perfeitos, e neste Apêndice veremos como o fazer em casos mais gerais.

Normalmente, queremos representar as preferências pela função de utilidade  $u(x_1, x_2)$ . Já vimos, no Capítulo 4, que esse pressuposto não é muito restritivo, pois a maioria das preferências bem-comportadas pode ser descrita por uma função de utilidade.

A primeira coisa a observar é que já *sabemos* resolver o problema da escolha ótima. Temos apenas de combinar os fatos que aprendemos nos três últimos capítulos. Neste capítulo, vimos que a escolha ótima  $(x_1, x_2)$  deve satisfazer a condição

$$TMS(x_1, x_2) = -\frac{p_1}{p_2}, (5.3)$$

e, no Apêndice do Capítulo 4, vimos que a TMS pode ser expressa como o negativo da razão das derivadas da função de utilidade. Ao fazermos essa substituição e cancelarmos o sinal negativo, teremos

$$\frac{\partial u(x_1, x_2)/\partial x_1}{\partial u(x_1, x_2)/\partial x_2} = \frac{p_1}{p_2}.$$
 (5.4)

Do Capítulo 2, sabemos que a escolha ótima também deve satisfazer a restrição orçamentária

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m.$$
 (5.5)

Isso nos dá duas equações — a condição da TMS e a restrição orçamentária — e duas incógnitas,  $x_1$  e  $x_2$ . Tudo o que temos a fazer é resolver essas duas equações para encontrar as escolhas ótimas de  $x_1$  e  $x_2$  como funções dos preços e da renda. Há diversos modos de resolver duas equações com duas incógnitas. Um método que sempre funciona, embora possa não ser sempre o mais simples, consiste em resolver a restrição orçamentária para uma das escolhas e, em seguida, substituí-la na condição da TMS.

Ao reescrevermos a restrição orçamentária, teremos

$$x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1 \, (5.6)$$

e, ao substituirmos esse resultado na equação (5.4), teremos

$$\frac{\partial u(x_1, m/p_2 - (p_1/p_2)x_1)/\partial x_1}{\partial u(x_1, m/p_2 - (p_1/p_2)x_1)/\partial x_2} = \frac{p_1}{p_2}.$$

Essa expressão de aparência um tanto avantajada tem apenas uma variável desconhecida,  $x_1$ , e em geral pode ser resolvida para  $x_1$  em termos de  $(p_1, p_2, m)$ . Assim, a restrição orçamentária nos fornece a solução para  $x_2$  como função dos preços e da renda.

Podemos também derivar a solução do problema de maximização da utilidade de um modo mais sistemático, mediante o uso das condições de cálculo para a maximização. Para tanto, primeiro formulamos o problema de maximização da utilidade como um problema de maximização com restrições:

$$\frac{\max_{x_1, x_2} u(x_1, x_2)}{\text{de maneira que } p_1 x_1 + p_2 x_2 = m.}$$

Esse problema pede para escolhermos valores para  $x_1$  e  $x_2$  que façam duas coisas: satisfaçam a restrição e deem para  $u(x_1, x_2)$  um valor maior do que quaisquer outros valores de  $x_1$  e  $x_2$  que satisfaçam a restrição.

Há duas formas úteis de resolver esse tipo de problema. A primeira consiste apenas em resolver a restrição para uma das variáveis em termos da outra e depois substituí-la na função objetivo.

Por exemplo, para qualquer valor de  $x_1$ , a quantidade de  $x_2$  necessária para satisfazer a restrição orçamentária é dada pela função linear

$$x_2(x_1) = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1$$
 (5.7)

Substitua agora  $x_2(x_1)$  por  $x_2$  na função de utilidade para obter o problema de maximização sem restrições

$$\max_{x_1} u(x_1, m/p_2 - (p_1/p_2)x_1).$$

Esse é um problema de maximização sem restrição apenas em  $x_1$ , uma vez que usamos a função  $x_2(x_1)$  para assegurar que o valor de  $x_2$  satisfará sempre a restrição orçamentária, seja qual for o valor de  $x_1$ .

Podemos resolver esse tipo de problema somente por diferenciação com relação a  $x_1$  e igualar o resultado a zero, como de costume. Esse procedimento nos fornecerá a condição de primeira ordem da forma

$$\frac{\partial u(x_1, x_2(x_1))}{\partial x_1} + \frac{\partial u(x_1, x_2(x_1))}{\partial x_2} \frac{dx_2}{dx_1} = 0.$$
 (5.8)

Aqui, o primeiro termo é o efeito direto de como o aumento de  $x_1$  faz aumentar a utilidade. O segundo termo é composto de duas partes: a taxa de aumento da utilidade à medida que  $x_2$  aumenta,  $\partial u/\partial x_2$ , vezes  $dx_2/dx_1$ , a taxa de aumento de  $x_2$  à medida que  $x_1$ 

aumenta para poder continuar a satisfazer a equação orçamentária. Para calcular esta última derivada, podemos diferenciar (5.7)

$$\frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{p_1}{p_2}.$$

Se substituirmos isso na equação (5.8), teremos

$$\frac{\partial u(x_1^*, x_2^*)/\partial x_1}{\partial u(x_1^*, x_2^*)/\partial x_2} = \frac{p_1}{p_2},$$

o que apenas diz que a taxa marginal de substituição entre  $x_1$  e  $x_2$  tem de ser igual à relação de preços da escolha ótima  $(x_1^*, x_2^*)$ . Essa é exatamente a condição que derivamos acima: a inclinação da curva de indiferença tem de ser igual à inclinação da linha orçamentária. É claro que a escolha ótima também tem de satisfazer a restrição orçamentária  $p_1x_1^* + p_2x_2^* = m$ , que outra vez nos dá duas equações com duas incógnitas.

A segunda forma de resolver esse problema é com o emprego dos **multiplicadores de Lagrange**. Esse método começa por definir uma função auxiliar conhecida como *Lagrangiana*:

$$L = u(x_1, x_2) - \lambda (p_1x_1 + p_2 x_2 - m)$$

A nova variável,  $\lambda$ , 15 é chamada de **multiplicador de Lagrange** porque é multiplicada pela restrição. Assim, o teorema de Lagrange diz que a escolha ótima  $(x_1^*, x_2^*)$  deve satisfazer as três condições de primeira ordem

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = \frac{\partial u(x_1^*, x_2^*)}{\partial x_1} - \lambda p_1 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = \frac{\partial u(x_1^*, x_2^*)}{\partial x_2} - \lambda p_2 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = p_1 x_1^* + p_2 x_2^* - m = 0.$$

Essas três equações têm vários aspectos interessantes. Primeiro, vale observar que elas são apenas as derivadas da Lagrangiana com relação a  $x_1$ ,  $x_2$  e  $\lambda$ , cada uma delas igualada a zero. A última derivada, com relação a  $\lambda$ , é apenas a restrição orçamentária. Em segundo lugar, temos agora três equações com três incógnitas,  $x_1$ ,  $x_2$  e  $\lambda$ . Esperamos poder resolver  $x_1$  e  $x_2$  em termos de  $p_1$ ,  $p_2$  e m.

O teorema de Lagrange é demonstrado em qualquer livro de cálculo avançado. É muito usado nos cursos de economia de nível avançado, mas, para nossos objetivos, só precisamos conhecer o postulado do teorema e como o utilizar.

Em nosso caso específico, é bom observar que, se dividirmos a primeira condição pela segunda, teremos

$$\frac{\partial u(x_1^*, x_2^*)/\partial x_1}{\partial u(x_1^*, x_2^*)/\partial x_2} = \frac{p_1}{p_2},$$

o que apenas diz que a TMS tem de ser igual à razão dos preços, exatamente como antes. A restrição orçamentária fornece a outra equação, de modo que voltamos a ter duas equações com duas incógnitas.

#### EXEMPLO: As funções de demanda Cobb-Douglas

No Capítulo 4, apresentamos a função de utilidade Cobb-Douglas

$$u(x_1, x_2) = x_1^c x_2^d.$$

Como as funções de utilidade só são definidas até uma transformação monotônica, é conveniente aplicar logaritmos a essa expressão e trabalhar com

$$\ln u(x_1, x_2) = c \ln x_1 + d \ln x_2.$$

Encontremos as funções de demanda para  $x_1$  e  $x_2$  da função de utilidade Cobb-Douglas. O problema que queremos resolver é

$$\max_{x_1, x_2} c \ln x_1 + d \ln x_2$$

de modo que  $p_1x_1 + p_2x_2 = m$ .

Há, pelo menos, três modos de resolver esse problema. Um deles é apenas escrever a condição da TMS e a restrição orçamentária. Ao utilizarmos a expressão da TMS derivada no Capítulo 4, teremos:

$$\frac{cx_2}{dx_1} = \frac{p_1}{p_2}$$

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m.$$

Essas são duas equações com duas incógnitas, que podem ser resolvidas para encontrar a escolha ótima de  $x_1$  e  $x_2$ . Um modo de resolvê-las é substituir a segunda na primeira, para chegar a

$$\frac{c(m/p_2 - x_1p_1/p_2)}{dx_1} = \frac{p_1}{p_2}.$$

O produto cruzado dá

$$c(m-x_1p_1)=dp_1x_1.$$

Ao rearrumarmos essa equação, teremos

$$cm = (c - d) p_1 x_1$$

ou

$$x_1 = \frac{c}{c+d} \frac{m}{p_1}.$$

Essa é a função de demanda de  $x_1$ . Para encontrar a função de demanda de  $x_2$ , substituímos, na restrição orçamentária, para obter

$$x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} \frac{c}{c+d} \frac{m}{p_1}$$
$$= \frac{d}{c+d} \frac{m}{p_2}.$$

O segundo modo é substituir, no começo, a restrição orçamentária no problema de maximização. Se fizermos isso, nosso problema torna-se

$$\max_{x} c \ln x_1 + d \ln(m/p_2 - x_1 p_1/p_2).$$

A condição de primeira ordem desse problema é

$$\frac{c}{x_1} - d\frac{p_2}{m - p_1 x_1} \frac{p_1}{p_2} = 0.$$

Um pouco de álgebra – que você mesmo terá de aplicar! – fornece a solução

$$x_1 = \frac{c}{c+d} \frac{m}{p_1}.$$

Substitua isso de volta na restrição orçamentária  $x_2 = m/p_2 - x_1p_1/p_2$  para chegar a

$$x_2 = \frac{d}{c+d} \frac{m}{p_2}.$$

São essas as funções de demanda de dois bens que, felizmente, são idênticas às derivadas pelo outro método. Utilizaremos agora o método de Lagrange. Formemos a Lagrangiana

$$L = c \ln x_1 + d \ln x_2 - \lambda (p_1 x_1 + p_2 x_2 - m)$$

e vamos diferenciá-la para obter as três condições de primeira ordem

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = \frac{c}{x_1} - \lambda p_1 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = \frac{d}{x_2} - \lambda p_2 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = p_1 x_1 + p_2 x_2 - m = 0$$

Agora o negócio é resolvê-las! O modo mais adequado de ação é resolver primeiro  $\lambda$  e então  $x_1$  e  $x_2$ . Para isso, rearrumamos e fazemos o produto cruzado das duas primeiras equações, para obter

$$c = \lambda p_1 x_1$$
$$d = \lambda p_2 x_2.$$

Essas equações estão sugerindo para serem adicionadas:

$$c + d = \lambda (p_1 x_1 + p_2 x_2) = \lambda m$$
,

o que nos dá

$$\lambda = \frac{c+d}{m}.$$

Substitua isso de volta nas duas primeiras equações e resolva  $x_1$  e  $x_2$ , para obter:

$$x_1 = \frac{c}{c+d} \frac{m}{p_1}$$
$$x_2 = \frac{d}{c+d} \frac{m}{p_2},$$

#### exatamente como antes.

<sup>13</sup> De outro modo, este livro poderia receber nota regular.

<sup>&</sup>lt;sup>14</sup> Não se preocupe, posteriormente teremos exemplos mais interessantes.

<sup>15</sup> Letra grega *lambda*.

# CAPÍTULO 6

# **DEMANDA**

No capítulo anterior apresentamos o modelo básico da escolha do consumidor: como a maximização da utilidade sujeita a uma restrição orçamentária produz escolhas ótimas. Vimos que as escolhas ótimas do consumidor dependem de sua renda e dos preços dos bens e trabalhamos com alguns exemplos para ver quais eram as escolhas ótimas para alguns tipos simples de preferências.

As **funções de demanda** do consumidor dão as quantidades ótimas de cada um dos bens como função dos preços e da renda com os quais o consumidor se defronta. As funções de demanda são escritas como

$$x_1 = x_1 (p_1, p_2, m)$$
  
 $x_2 = x_2 (p_1, p_2, m)$ 

O lado esquerdo de cada equação representa a quantidade demandada. O lado direito, a função que relaciona os preços e a renda com essa quantidade.

Neste capítulo, examinaremos como a demanda por um bem varia à medida que variam os preços e a renda. O estudo de como a escolha responde às variações no ambiente econômico é conhecido como **estática comparativa**, que descrevemos inicialmente no Capítulo 1. "Comparativa" significa que queremos comparar duas situações: antes e depois de ocorrer a mudança no ambiente econômico. "Estática" significa que não estamos interessados em nenhum processo de ajustamento que possa ocorrer entre uma escolha e outra; examinaremos, pois, apenas a escolha de equilíbrio.

No caso do consumidor, há apenas duas coisas em nosso modelo que afetam a escolha ótima: os preços e a renda. Os problemas da estática comparativa na teoria do consumidor consistem, portanto, em investigar como a demanda varia quando os preços e a renda do consumidor variam.

#### 6.1 Bens normais e inferiores

Iniciaremos pelo exame de como a demanda por um bem varia à medida que a renda do consumidor varia. Queremos saber como a escolha ótima de um nível de renda se compara com a escolha ótima de outro nível de renda. Durante esse exercício, manteremos os preços fixos e examinaremos apenas a variação da demanda devido à variação da renda.

Sabemos como um aumento da renda monetária afeta a reta orçamentária quando os preços estão fixos – provoca um deslocamento paralelo para fora. Como isso afeta a demanda?

Normalmente pensaríamos que a demanda por um bem aumenta quando a renda aumenta, como mostra a Figura 6.1. Os economistas, com uma falta singular de imaginação, chamam esses bens de **normais**. Se o bem 1 for normal, sua demanda aumentará quando a renda aumentar e diminuirá quando a renda diminuir. Num bem normal, a quantidade demandada sempre varia do mesmo modo que a renda:

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta m} > 0.$$

Se uma coisa é chamada de normal, você pode estar certo de que também há a possibilidade de que ela venha a ser anormal. E realmente há. A Figura 6.2 apresenta um exemplo de curvas de indiferença bem-comportadas em que um acréscimo na renda produz uma redução no consumo de um dos bens. Esse bem é chamado de bem **inferior**. Isto até poderia ser "anormal", mas, quando pensamos no assunto, constatamos que os bens inferiores não são assim tão incomuns. Existem muitos bens cujas demandas diminuem à medida que a renda aumenta; os exemplos poderiam incluir mingau de farinha, mortadela, grãos ordinários e quase todos os produtos de baixa qualidade.

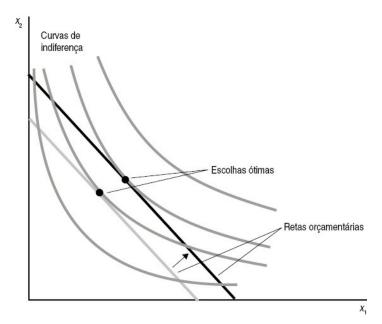


FIGURA 6.1 Bens normais. A demanda por ambos os bens aumenta quando a renda aumenta.

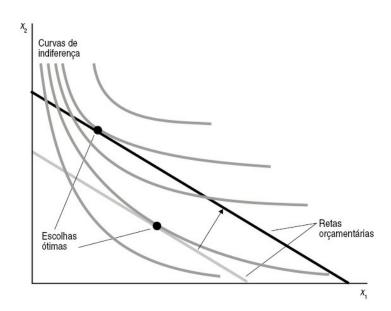


FIGURA 6.2 Um bem inferior. O bem 1 é um bem inferior, o que significa que a demanda por ele diminui quando a renda aumenta.

A questão de um bem ser inferior ou não depende do nível de renda que se examina. É bem possível que as pessoas muito pobres consumam mais mortadela com o aumento da renda. Mas, após certo ponto, o consumo de mortadela provavelmente diminuiria à medida que a renda continuasse a crescer. Como na vida real o consumo de bens pode aumentar ou diminuir quando a renda aumenta, é tranquilizador saber que a teoria permite ambas as possibilidades.

## 6.2 Curvas de renda-consumo e curvas de Engel

Já vimos que um acréscimo na renda corresponde a um deslocamento paralelo para fora da reta orçamentária. Podemos unir as cestas demandadas obtidas à medida que deslocamos a reta orçamentária para fora, para traçarmos a **curva de renda-consumo**. Essa curva mostra as cestas de bens demandadas em diferentes níveis de renda, como ilustra a Figura 6.3A. A curva de renda-consumo é também conhecida como **caminho de expansão da renda**. Se ambos os bens forem normais, o caminho de expansão da renda terá inclinação positiva, conforme descreve a Figura 6.3A.

Para cada nível de renda, m, haverá uma escolha ótima para cada um dos bens. Focalizemos o bem 1 e examinemos a escolha ótima em cada conjunto de preços e renda  $x_1(p_1, p_2, m)$ . Isso é apenas a função de demanda do bem 1. Se mantivermos fixos os preços dos bens 1 e 2 e observarmos como a demanda varia à medida que a renda varia, geraremos uma curva chamada **curva de Engel**. A curva de Engel é um gráfico da demanda de um dos bens como função da renda, com os preços constantes. Para um exemplo de curva de Engel, ver a Figura 6.3B.

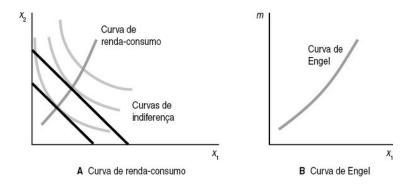


FIGURA 6.3 Como a demanda varia quando a renda varia. A curva de rendaconsumo (ou caminho de expansão da renda), mostrada no painel A, descreve a escolha ótima em diferentes níveis de renda e preços constantes. Quando traçamos a escolha ótima do bem 1 contra a renda, m, obtemos a curva de Engel, descrita no painel B.

## 6.3 Alguns exemplos

Consideremos algumas das preferências examinadas no Capítulo 5 para ver que aparência têm as curvas de renda-consumo e de Engel.

## Substitutos perfeitos

O caso de substitutos perfeitos é descrito na Figura 6.4. Se  $p_1 < p_2$ , o que indica que o consumidor está se especializando no consumo do bem 1, e se a renda desse consumidor aumentar, seu consumo do bem 1 também aumentará. Assim, a curva de renda-consumo será o eixo horizontal, como mostra a Figura 6.4A.

Como nesse caso a demanda do bem 1 é  $x_1 = m/p_1$ , a curva de Engel será uma linha reta com inclinação  $p_1$ , como ilustra a Figura 6.4B. (Como m está no eixo vertical e  $x_1$  no horizontal, podemos escrever  $m = p_1 x_1$ , o que deixa claro que a inclinação é  $p_1$ .)

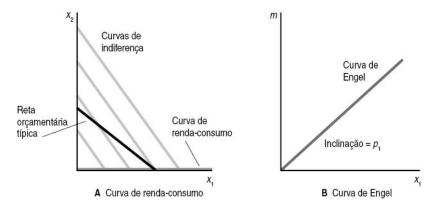
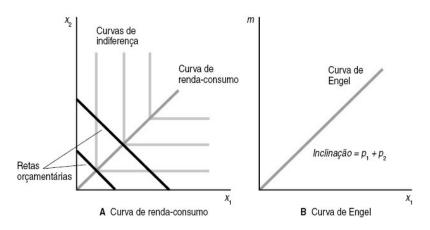


FIGURA 6.4 Substitutos perfeitos. A curva de renda-consumo (A) e a curva de Engel (B), no caso de substitutos perfeitos.

## Complementares perfeitos

O comportamento de demanda por complementares perfeitos é mostrado na Figura 6.5. Como o consumidor usará sempre a mesma quantidade de cada bem, não importa qual seja, a curva de renda-consumo será a diagonal que passa pela origem, como ilustra a Figura 6.5A. Vimos que a demanda pelo bem 1 é  $x_1 = m/(p_1 + p_2)$ , de modo que a curva de Engel será uma reta com inclinação  $p_1 + p_2$ , como mostra a Figura 6.5B.



**FIGURA 6.5 Complementares perfeitos.** A curva de renda-consumo (A) e a curva de Engel (B), no caso de complementares perfeitos.

## Preferências Cobb-Douglas

No caso das preferências Cobb-Douglas, é mais fácil observar as formas algébricas das funções de demanda para ver a aparência dos gráficos. Se  $u(x_1, x_2) = x_1^a x_2^{1-a}$ , a demanda Cobb-Douglas pelo bem 1 terá a forma  $x_1 = am/p_1$ . Para um valor fixo de  $p_1$ , essa será uma função *linear* de m. Assim, a duplicação de m acarretará a duplicação da demanda; a triplicação de m, a triplicação da demanda; e assim por diante. Com efeito, a multiplicação de m por qualquer número positivo t acarretará a multiplicação da demanda pelo mesmo fator.

A demanda pelo bem 2 será  $x_2 = (1 - a)m/p_2$ , que também é uma função claramente linear. O fato de as funções de demanda de ambos os bens serem funções lineares da renda significa que os caminhos de expansão da renda serão retas que passam pela origem, como ilustra a Figura 6.6A. A curva de Engel do bem 1 será uma reta com inclinação de  $p_1/a$ , conforme descrito na Figura 6.6B.

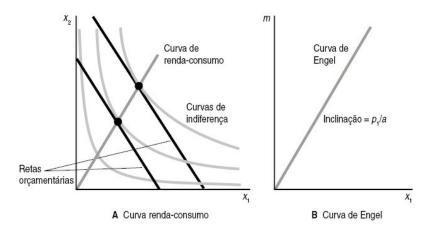


FIGURA 6.6 Cobb -Douglas. A curva de renda-consumo (A) e a curva de Engel (B) para a utilidade Cobb-Douglas.

#### Preferências homotéticas

Todas as curvas de renda-consumo e de Engel que vimos até agora têm sido, na verdade, linhas retas! Isso ocorre porque nossos exemplos têm sido muito simples. As verdadeiras curvas de Engel não têm de ser linhas retas. Em geral, quando a renda aumenta, a demanda por um bem pode aumentar com maior ou menor rapidez do que a do aumento da renda. Quando a demanda aumenta em proporção maior do que a renda, dizemos que esse é um **bem de luxo**; quando a proporção de aumento é menor do que a da renda, diz-se que é um **bem necessário**.

A linha divisória é aquela em que a demanda por um bem aumenta exatamente na mesma proporção que a renda. Foi isso que aconteceu nos três casos que examinamos anteriormente. Que aspecto das preferências do consumidor provoca esse comportamento?

Suponhamos que as preferências do consumidor dependam apenas da razão entre o bem 1 e o bem 2. Isso significa que, se o consumidor prefere  $(x_1, x_2)$  a  $(y_1, y_2)$ , então ele automaticamente preferirá  $(2x_1, 2x_2)$  a  $(2y_1, 2y_2)$ ,  $(3x_1, 3x_2)$  a  $(3y_1, 3y_2)$ , e assim por diante, uma vez que a razão entre o bem 1 e o bem 2 é a mesma para todas essas cestas. Na verdade, o consumidor prefere  $(tx_1, tx_2)$  a  $(ty_1, ty_2)$  para qualquer valor positivo de t. As preferências com essa propriedade são chamadas **preferências homotéticas**. Não é dificil demonstrar que os três exemplos dados — substitutos perfeitos, complementares perfeitos e de Cobb-Douglas — são de preferências homotéticas.

Quando as preferências do consumidor são homotéticas, as curvas de renda-consumo são sempre retas que passam pela origem, como mostra a Figura 6.7. Para ser mais específico, afirmar que as preferências são homotéticas equivale a dizer que, se a renda aumentar ou diminuir num montante t > 0, a cesta demandada aumentará ou diminuirá na mesma proporção. Isso pode ser provado de modo rigoroso, mas fica bem claro quando observado visualmente. Se a curva de indiferença tangenciar a reta orçamentária em  $(x_1^*, x_2^*)$ , a curva de indiferença que passa por  $(tx_1^*, tx_2^*)$  tangenciará a reta orçamentária que tiver t vezes a mesma renda e os mesmos preços. Isso implica que as curvas de Engel são também linhas retas. Se duplicarmos a renda, duplicaremos também a demanda de cada bem.

As preferências homotéticas são muito convenientes, posto que os efeitos-renda são muito simples. Infelizmente, elas não são muito realistas, por essa mesma razão! Mas serão usadas com frequência em nossos exemplos.

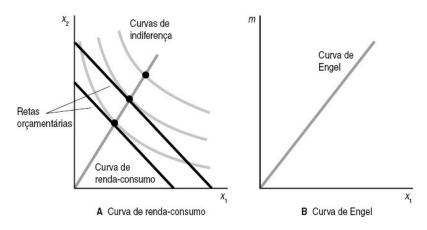


FIGURA 6.7 Preferências homotéticas. A curva de renda-consumo (A) e a curva de Engel (B), no caso de preferências homotéticas.

## Preferências quase lineares

As preferências quase lineares são outro tipo de preferência e geram uma forma especial das curvas de renda-consumo e de Engel. Lembre-se da definição de preferências quase lineares dada no Capítulo 4. É o caso em que todas as curvas de indiferença são versões "deslocadas" de uma curva de indiferença, como na Figura 6.8. Equivalentemente, a função de utilidade dessas preferências assume a forma  $u(x_1, x_2) = v(x_1) + x_2$ . O que acontecerá se deslocarmos a reta orçamentária para fora? Nesse caso, se uma curva de indiferença tangenciar a reta orçamentária numa cesta  $(x_1^*, x_2^*)$ , então outra curva de indiferença terá de tangenciar em  $(x_1^*, x_2^*)$ , para qualquer constante k. O aumento da renda não altera em nada a demanda pelo bem 1, e toda renda adicional vai inteiramente para o consumo do bem 2. Se as preferências são quase lineares, dizemos às vezes que existe um "efeito renda nulo" para o bem 1. Assim, a curva de Engel para o bem 1 será uma linha vertical – quando a renda varia, a demanda pelo bem 1 permanece constante. (Veja no apêndice uma pequena qualificação.)

Em que situação da vida real isso poderia ocorrer? Suponhamos que o bem 1 seja lápis e o bem 2, dinheiro para gastar em outros bens. A princípio, poderei gastar minha renda apenas em lápis, mas, quando ela aumentar o suficiente, pararei de comprar mais lápis — toda a minha renda adicional será gasta em outros bens, que podem ir de sal a pasta de dentes. Quando examinamos a escolha entre todos os outros bens e algum bem determinado que não represente uma parte muito grande do orçamento do consumidor, a suposição da preferência quase linear pode ser bem plausível, pelo menos se a renda do consumidor for suficientemente grande.

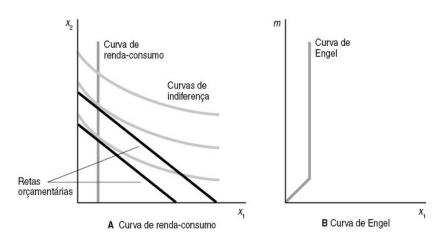


FIGURA 6.8 Preferências quase lineares. Uma curva de renda-consumo (A) e uma curva de Engel (B) com preferências quase lineares.

#### 6.4 Bens comuns e bens de Giffen

Examinemos agora as variações de preços. Suponhamos que baixemos o preço do bem 1 e mantenhamos constante o preço do bem 2 e a renda monetária. O que pode acontecer à quantidade demandada do bem 1? Nossa intuição diz que a quantidade demandada do bem 1 deveria aumentar quando o preço caísse. De fato, é assim que costuma acontecer, como mostra a Figura 6.9.

Quando o preço do bem 1 diminui, a reta orçamentária fica mais plana. Em outras palavras, o intercepto vertical permanece fixo e o intercepto horizontal se move para a direita. Na Figura 6.9, a escolha ótima do bem 1 também se move para a direita; a quantidade demandada do bem 1 aumentou. Mas poderíamos nos perguntar se isso acontece sempre assim. Será que, independentemente do tipo de preferências do consumidor, a demanda de um bem deve sempre aumentar quando seu preço diminui?

A resposta é não. É possível, de acordo com a lógica, encontrar preferências bemcomportadas em que a diminuição do preço do bem 1 provoca a diminuição da demanda desse bem. Esse tipo de bem é chamado de **bem de Giffen**, em homenagem a um economista do século XIX, que percebeu pela primeira vez essa possibilidade. Um exemplo está ilustrado na Figura 6.10.

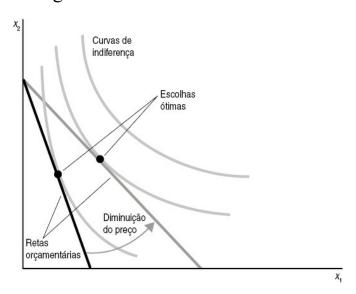
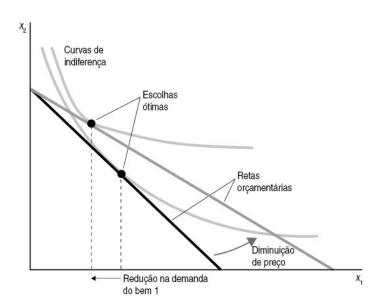


FIGURA 6.9 Um bem comum. Em geral, a demanda por um bem aumenta quando seu preço diminui, como neste caso.



**FIGURA 6.10 Um bem de Giffen.** O bem 1 é um bem de Giffen, uma vez que a demanda por ele diminui quando seu preço diminui.

O que ocorre aqui em termos econômicos? Que tipo de preferência poderia causar o comportamento descrito na Figura 6.10? Suponhamos que os dois bens que você esteja consumindo sejam mingau de farinha e leite e que, no momento, você consuma sete tigelas de mingau e sete copos de leite por semana. Então, o preço do mingau baixa. Se você consumir as mesmas sete tigelas de mingau por semana, terá uma sobra de dinheiro para comprar mais leite. Na verdade, com o dinheiro economizado graças à diminuição do preço do mingau, você pode até aumentar o consumo de leite e reduzir o de mingau. A redução do preço do mingau de farinha liberou certa quantia de dinheiro para ser gasta em outras coisas — mas você pode querer reduzir seu consumo de mingau de farinha! Assim, a variação do preço é, até certo ponto, *semelhante* a uma variação da renda. Embora a renda *monetária* permaneça constante, uma variação no preço de um bem fará variar o poder aquisitivo e, por extensão, a demanda.

Assim, os bens de Giffen não são implausíveis do ponto de vista puramente lógico, embora seja pouco provável encontrá-los no mundo real. A maioria dos bens são bens comuns — quando os preços aumentam, a demanda diminui. Veremos mais adiante por que essa é a situação comum.

Não foi à toa que usamos o mingau de farinha como exemplo de um bem inferior e de um bem de Giffen. Ocorre que existe uma relação íntima entre os dois casos, relação essa que analisaremos num capítulo posterior.

Por enquanto, nossa pesquisa da teoria do consumidor pode deixá-lo com a impressão de que quase tudo pode acontecer: se a renda aumentar, a demanda de um bem pode aumentar ou diminuir; se o preço aumentar, a demanda pode aumentar ou diminuir. Será a teoria do consumidor compatível com *qualquer* tipo de comportamento? Ou haverá

tipos de comportamento excluídos pelo modelo econômico do comportamento do consumidor? O modelo de maximização realmente *impõe* certas restrições ao comportamento, mas teremos de esperar até o próximo capítulo para ver quais são.

## 6.5 Curva de preço-consumo e curva de demanda

Vamos supor que deixamos o preço do bem 1 variar, enquanto mantemos  $p_2$  e a renda fixos. Do ponto de vista geométrico, isso implica girar a reta orçamentária. Podemos pensar em unir os pontos ótimos para formar a **curva de preço-consumo**, como ilustra a Figura 6.11A. Essa curva representa as cestas que seriam demandadas aos diversos preços do bem 1.

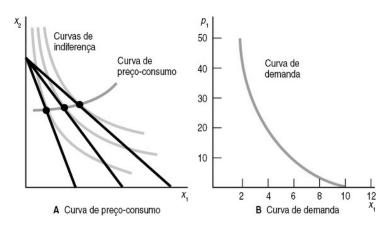


FIGURA 6.11 Curva de preço-consumo e curva de demanda. O painel A contém a curva de preço-consumo, que descreve as escolhas ótimas à medida que o preço do bem 1 varia. O painel B contém a curva de demanda associada, que mostra a escolha ótima do bem 1 como função de seu preço.

Podemos representar a mesma informação de maneira diferente. De novo, mantenha fixos a renda e o preço do bem 2 e, para cada valor diferente de  $p_1$ , trace o nível de consumo ótimo do bem 1. O resultado disso é a **curva de demanda**, mostrada na Figura 6.11B. A curva de demanda é um gráfico da função de demanda  $x_1(p_1, p_2, m)$ , em que se mantêm  $p_2$  e m fixos em valores predeterminados.

Em geral, quando o preço de um bem aumenta, a demanda dele diminui. Portanto, o preço e a quantidade demandada de um bem irão mover-se em direções *opostas*, o que significa que a curva de demanda tipicamente terá inclinação negativa. Em termos das taxas de variação, teremos normalmente

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} < 0,$$

que apenas diz que as curvas de demanda em geral têm inclinação negativa.

Entretanto, também vimos que, no caso dos bens de Giffen, a demanda do bem pode diminuir quando o preço diminui. Assim, é possível, embora não seja provável, que haja uma curva de demanda com inclinação positiva.

## 6.6 Alguns exemplos

Examinemos alguns exemplos de curvas de demanda, usando as preferências analisadas no Capítulo 3.

## Substitutos perfeitos

A Figura 6.12 ilustra as curvas de preço-consumo e de demanda dos substitutos perfeitos — o exemplo dos lápis vermelhos e azuis. Conforme vimos no Capítulo 5, a demanda do bem 1 é igual a zero quando  $p_1 > p_2$ ; é igual a qualquer quantidade sobre a reta orçamentária quando  $p_1 = p_2$ ; e é igual a  $m/p_1$  quando  $p_1 < p_2$ . A curva de preçoconsumo sugere essas possibilidades.

Para encontrar a curva de demanda, fixamos o preço do bem 2 num nível  $p_2^*$  e traçamos o diagrama da demanda do bem 1 *versus* seu preço, para obter a forma mostrada na Figura 6.12B.

#### Complementares perfeitos

A Figura 6.13 descreve o caso dos complementares perfeitos — o exemplo dos pés direito e esquerdo do par de sapatos. Sabemos que, qualquer que seja o preço, o consumidor demandará a mesma quantidade dos bens 1 e 2. Portanto, sua curva de preço-consumo será uma diagonal, como descrito na Figura 6.13A.

No Capítulo 5, vimos que a demanda do bem 1 é dada por

$$x_1 = \frac{m}{p_1 + p_2}.$$

Se fixarmos m e  $p_2$  e traçarmos a relação entre  $x_1$  e  $p_1$ , obteremos a curva descrita na Figura 6.13B.

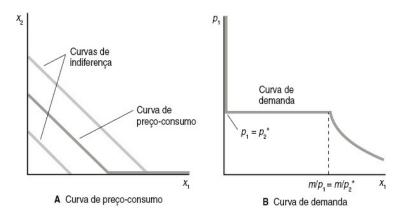


FIGURA 6.12 Substitutos perfeitos. A curva de preço-consumo (A) e a curva de demanda (B), no caso de substitutos perfeitos.

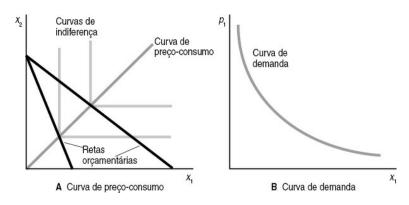
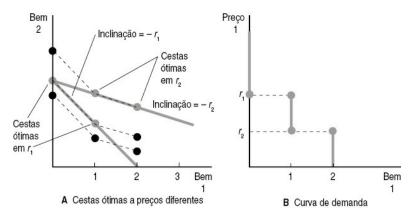


FIGURA 6.13 Complementares perfeitos. A curva de preço-consumo (A) e a curva de demanda (B), no caso de complementares perfeitos.

#### O bem discreto

Suponhamos que o bem 1 seja um bem discreto. Se  $p_1$  for muito alto, o consumidor preferirá consumir estritamente zero unidade; se  $p_1$  for suficientemente baixo, o consumidor preferirá consumir estritamente uma unidade. A um preço  $r_1$ , o consumidor será indiferente entre consumir ou não o bem 1. O preço em que o consumidor é exatamente indiferente entre consumir ou não o bem é chamado de **preço de reserva**. As curvas de indiferença e a curva de demanda são mostradas na Figura 6.14.



**FIGURA 6.14 Bem discreto.** À medida que o preço do bem 1 diminui, haverá um preço, o preço reserva, em que o consumidor ficará exatamente indiferente entre consumir ou não o bem 1. Conforme o preço continuar a diminuir, mais unidades do bem discreto serão demandadas.

O diagrama deixa claro que o comportamento da demanda pode ser descrito por uma sequência de preços de reserva pelos quais o consumidor está exatamente disposto a comprar outra unidade do bem. A um preço de  $r_1$ , o consumidor estará disposto a comprar uma unidade do bem; se o preço cair para  $r_2$ , ele estará disposto a comprar mais uma unidade, e assim por diante.

Esses preços podem ser descritos em termos da função de utilidade original. Por exemplo,  $r_1$  é o preço em que o consumidor é exatamente indiferente entre consumir zero ou uma unidade do bem 1, de modo que  $r_1$  tem de satisfazer a equação

$$u(0, m) = u(1, m - r_1), (6.1)$$

Do mesmo modo,  $r_2$  satisfaz a equação

$$u(1, m-r_2) = u(2, m-r_2), (6.2)$$

O lado esquerdo dessa equação é a utilidade de consumir uma unidade do bem ao preço de  $r_2$ . O lado direito é a utilidade de consumir duas unidades do bem, cada uma delas ao preço de  $r_2$ .

Se a função de utilidade for quase linear, então as fórmulas que descrevem os preços de reserva se tornarão mais simples. Se  $u(x_1, x_2) = v(x_1) + x_2$ , e v(0) = 0, poderemos escrever a equação (6.1) como

$$v(0) + m = m = v(1) + m - r_1$$

Como v(0) = 0, podemos resolver  $r_1$ , para obter

$$r_1 = v(1) (6.3)$$

Do mesmo modo, podemos escrever a equação (6.2) como

$$v(1) + m - r_2 = v(2) + m - 2r_2$$
.

Se cancelarmos alguns termos e fizermos uma rearrumação, essa expressão transforma-se em

$$r_2 = v(2) - v(1)$$
.

Ao prosseguirmos desse modo, o preço de reserva da terceira unidade de consumo será dado por

$$r_3 = v(3) - v(2),$$

e assim por diante.

Em cada caso, o preço de reserva mede o incremento de utilidade necessário para induzir o consumidor a escolher mais uma unidade do bem. Em termos gerais, os preços de reserva medem as utilidades marginais relacionadas a diferentes níveis do consumo do bem 1. Nosso pressuposto de utilidade marginal decrescente implica que a sequência dos preços de reserva deve decrescer:  $r_1 > r_2 > r_3$ ...

A estrutura especial da função de utilidade quase linear faz com que os preços de reserva não dependam da quantidade do bem 2 que o consumidor possua. Esse é, com certeza, um caso especial, mas ele facilita muito a descrição do comportamento da demanda. Dado um preço p, temos apenas de descobrir onde ele se situa na lista de preços de reserva. Suponhamos que p esteja entre  $r_6$  e  $r_7$ . O fato de que  $r_6 > p$  significa que o consumidor está disposto a abrir mão de p unidades monetárias para obter seis unidades do bem 1, e o fato de que  $p > r_7$  significa que o consumidor não está disposto a abrir mão de p unidades monetárias para obter a sétima unidade do bem 1.

Esse argumento é bastante intuitivo, mas vamos dar uma olhadela na matemática para assegurar que isso fique claro. Suponhamos que o consumidor demande seis unidades do bem 1. Queremos mostrar que devemos ter  $r_6 \ge p \ge r_7$ .

Se o consumidor estiver maximizando a utilidade, deveremos ter

$$v(6) + m - 6p \ge v(x_1) + m - px_1.$$

para todas as escolhas possíveis de  $x_1$ . Em especial, precisamos ter

$$v(6) + m - 6p \ge v(5) + m - 5p$$
.

Se reordenarmos essa equação, teremos

$$r_6 = v(6) - v(5) \ge p$$
,

o que é metade do que queríamos mostrar. Com essa mesma lógica,

$$v(6) + m - 6p \ge v(7) + m - 7p$$
.

Se reordenarmos essa equação, teremos

$$p \ge v(7) - v(6) = m - r_7,$$

que é a outra metade da desigualdade que queríamos estabelecer.

## 6.7 Substitutos e complementares

Já utilizamos os termos substitutos e complementares; torna-se agora oportuno darmos uma definição formal. Como já vimos substitutos e complementares *perfeitos* diversas vezes, parece razoável examinar o caso imperfeito.

Pensemos primeiro nos substitutos. Dissemos que os lápis vermelhos e azuis poderiam ser considerados substitutos perfeitos, pelo menos para alguém que não se importe com a cor. Mas e se forem lápis e canetas? Esse é um caso de substitutos "imperfeitos". Ou seja, os lápis e as canetas são, até certo ponto, substitutos um do outro, embora não sejam substitutos tão perfeitos quanto os lápis vermelhos e os azuis.

Do mesmo modo, dissemos que os pés direito e esquerdo do par de sapatos eram complementares perfeitos. Mas e quanto a um par de sapatos e um par de meias? Os pés direito e esquerdo do par de sapatos são quase sempre consumidos juntos e os sapatos e as meias são *geralmente* consumidos juntos. Os bens complementares são aqueles, como sapatos e meias, que costumam ser consumidos juntos, embora nem sempre.

Agora que discutimos a ideia básica de complementares e substitutos, podemos fornecer uma definição econômica precisa. Lembre-se de que a função de demanda do bem 1, por exemplo, será tipicamente uma função do preço tanto do bem 1 quanto do bem 2; por isso, escrevemos  $x_1(p_1, p_2, m)$ . Podemos indagar como variará a demanda do bem 1 quando o preço do bem 2 variar: ela aumenta ou diminui?

Se a demanda do bem 1 subir quando o preço do bem 2 subir, diremos que o bem 1 é um **substituto** do bem 2. Em termos de taxas de variação, o bem 1 será um substituto do bem 2 se

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_2} > 0.$$

A ideia é que, quando o bem 2 encarece, o consumidor muda para o bem 1: o consumidor *substitui* o bem mais caro pelo mais barato.

Entretanto, se a demanda do bem 1 cair quando o preço do bem 2 subir, dizemos que o bem 1 é um **complemento** do bem 2. Isso significa que

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_2} < 0.$$

Complementares são os bens consumidos juntos, como café e açúcar, de modo que, quando o preço de um deles sobe, o consumo de ambos tende a diminuir.

Os casos de substitutos e complementares perfeitos ilustram bem esses aspectos. Observe que  $\Delta x_1/\Delta p_2$  é positivo (ou zero) no caso dos substitutos perfeitos e negativo no caso dos complementares perfeitos.

É bom fazer algumas advertências sobre esses conceitos. Em primeiro lugar, o caso dos dois bens é bastante especial quando se trata de substitutos e complementares.

Como a renda é mantida constante, se gastarmos mais dinheiro com o bem 1, teremos de gastar menos com o bem 2. Isso impõe algumas restrições aos tipos de comportamento possíveis. Quando há mais de dois bens, essas restrições não constituem tanto problema.

Em segundo lugar, embora a definição de substitutos e complementares pareça sensata em termos do comportamento de demanda do consumidor, as definições apresentam dificuldades em contextos mais amplos. Por exemplo, se utilizarmos as definições dadas numa situação que envolva mais de dois bens, é perfeitamente possível que o bem 1 possa ser um substituto do bem 3, mas o bem 3 pode ser um complemento do bem 1. Essas características peculiares fazem com que as abordagens mais avançadas utilizem uma definição um pouco diferente de substitutos e complementares. As definições dadas descrevem conceitos conhecidos como **substitutos brutos** e **complementares brutos**; elas serão suficientes para atender às nossas necessidades.

#### 6.8 Função de demanda inversa

Se fixarmos  $p_2$  e m, e traçarmos um gráfico de  $p_1$  contra  $x_1$ , obteremos a **curva de demanda**. Conforme sugerimos, em geral pensamos que a curva de demanda tem inclinação negativa, de modo que preços mais altos levam a uma demanda menor, embora o exemplo dos bens de Giffen mostre que poderia ser de outro modo.

Sempre que tivermos uma curva de demanda com inclinação negativa, como de hábito, faz sentido falar na **função de demanda inversa**. A função de demanda inversa é a função de demanda que encara o preço como uma função da quantidade. Isto é, para cada nível de demanda do bem 1, a função de demanda inversa mede qual deveria ser o preço do bem 1 para que os consumidores escolhessem esse nível de consumo. Assim, a função de demanda inversa mede a mesma relação que a função de demanda direta, só que de outro ponto de vista. A Figura 6.15 descreve a função de demanda inversa — ou a função de demanda direta, dependendo do ponto de vista.

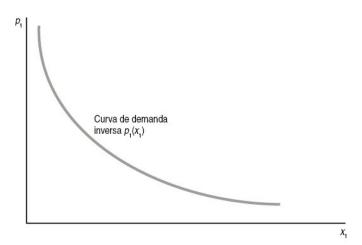


FIGURA 6.15 Curva de demanda inversa. Se acharmos que a curva de demanda mede o preço em função da quantidade, teremos uma função de demanda inversa.

Lembre-se, por exemplo, da curva de demanda Cobb-Douglas para o bem 1,  $x_1 = am/p_1$ . Poderíamos, do mesmo modo, escrever a relação entre o preço e a quantidade como  $p_1 = am/x_1$ . A primeira representação é a função de demanda direta; a segunda é a função de demanda inversa.

A função de demanda inversa tem uma interpretação econômica útil. Lembre-se de que, enquanto ambos os bens forem consumidos em quantidades positivas, a escolha ótima tem de satisfazer a condição de que o valor absoluto da TMS seja igual à razão de preços:

$$|TMS| = \frac{p_1}{p_2}.$$

Isso nos diz que, no nível ótimo de demanda do bem 1, por exemplo, precisaremos ter  $p_1 = p_2 |\text{TMS}|$ . (6.4)

Logo, no nível ótimo de demanda do bem 1, o preço desse bem será proporcional ao valor absoluto da TMS entre o bem 1 e o bem 2.

Suponhamos, para simplificar, que o preço do bem 2 seja um. A equação (6.4) nos diz que, no nível ótimo de demanda, o preço do bem 1 mede quanto o consumidor está disposto a abrir mão do bem 2 para obter um pouco mais do bem 1. Nesse caso, a função de demanda inversa mede apenas o valor absoluto da TMS. Para qualquer nível ótimo de  $x_1$ , a curva de demanda inversa mostra quanto do bem 2 o consumidor desejaria ter para compensá-lo por uma pequena redução na quantidade do bem 1. Ou, virando-se ao contrário, a função de demanda inversa mede que quantidade do bem 2 o consumidor estaria disposto a sacrificar para tornar-se exatamente indiferente a ter um pouco mais do bem 1.

Se pensarmos no bem 2 como sendo uma quantidade de dinheiro para gastar com outros bens, poderemos então pensar na TMS como sendo a quantidade de unidades monetárias de que a pessoa estaria disposta a abrir mão para obter um pouco mais do bem 1. Havíamos sugerido anteriormente que, nesse caso, podemos considerar a TMS como a medição da propensão marginal a pagar. Como, nesse caso, o preço do bem 1 é exatamente a TMS, isso significa que o próprio preço do bem 1 mede a propensão marginal a pagar.

Em cada quantidade  $x_1$ , a função de demanda inversa mede de quantas unidades monetárias o consumidor está disposto a abrir mão para obter um pouco mais do bem 1; ou, dito de outro modo, quantas unidades monetárias o consumidor está disposto a dar pela última unidade comprada do bem 1. Para uma quantidade suficientemente pequena do bem 1, ambas as coisas se equivalem.

Vista dessa perspectiva, a curva de demanda inversa com inclinação negativa tem um novo significado. Quando  $x_1$  for muito pequeno, o consumidor estará disposto a abrir mão de muito dinheiro — isto é, de muitos outros bens — para obter um pouco mais do bem 1. Quando  $x_1$  aumentar, o consumidor estará disposto a dar menos dinheiro, na margem, para obter um pouco mais do bem 1. Assim, a propensão marginal a pagar, no sentido de disposição marginal de sacrificar o bem 2 pelo bem 1, decresce à medida que aumenta o consumo do bem 1.

#### **RESUMO**

1.A função de demanda de um bem depende em geral dos preços de todos os bens e da renda do consumidor.

- 2. Um bem normal é aquele cuja demanda cresce quando a renda aumenta. Um bem inferior é aquele cuja demanda diminui quando a renda aumenta.
- 3.Um bem comum é aquele cuja demanda diminui quando o preço aumenta. Um bem de Giffen é aquele cuja demanda cresce quando o seu preço aumenta.
- 4.Se a demanda do bem 1 crescer quando o preço do bem 2 aumentar, então o bem 1 será um substituto do bem 2. Se, porém, nessa mesma situação, a demanda do bem 1 diminuir, então o bem 1 será um complemento do bem 2.
- 5. A função de demanda inversa mede o preço ao qual certa quantidade será demandada. A altura da curva de demanda num determinado nível de consumo mede a propensão marginal a pagar por uma unidade adicional do bem nesse nível de consumo.

# QUESTÕES DE REVISÃO

- 1.Se o consumidor estiver consumindo exatamente dois bens e se gastar sempre todo o seu dinheiro com eles, poderão ser ambos os bens inferiores?
- 2. Demonstre que os substitutos perfeitos são um exemplo de preferências homotéticas.
- 3. Demonstre que as preferências Cobb-Douglas são preferências homotéticas.
- 4.A curva de renda-consumo está para a curva de Engel como a curva de preçoconsumo está para a...?
- 5.Se as preferências forem côncavas, o consumidor chegará a consumir ambos os bens juntos?
- 6. Hambúrgueres e pãezinhos são complementares ou substitutos?
- 7. Qual a forma da função de demanda inversa para o bem 1 no caso de complementares perfeitos?
- 8. Verdadeiro ou falso: se a função de demanda é  $x_1 = -p_1$ , então a função de demanda inversa será  $x = 1/p_1$ .

# **APÊNDICE**

Se as preferências assumirem uma forma especial, isso implica que as funções de demanda resultantes dessas preferências assumirão também uma forma especial. No Capítulo 4, descrevemos as preferências quase lineares. Essas preferências envolvem curvas de indiferença paralelas umas às outras, que podem ser representadas por uma função de utilidade com a forma

$$u(x_1, x_2) = v(x_1) + x_2.$$

O problema de maximização de uma função de utilidade como essa é

$$\max_{x_1,x_2} v(x_1) + x_2$$

Resolvendo a restrição orçamentária para  $x_2$  como função de  $x_1$  e substituindo na função objetiva, temos

s.t. 
$$p_1, x_1 + p_2, x_2 = m$$

A diferenciação fornece a condição de primeira ordem

$$\max_{x_1} v(x_1) + m/p_2 - p_1 x_1/p_2.$$

Essa função de demanda tem a característica interessante de que a demanda do bem 1 deve ser independente da renda – justamente como vimos ao utilizarmos as curvas de indiferença. A curva de demanda inversa é dada por

$$v'(x_1^*) = \frac{p_1}{p_2}.$$

Isto é, a função de demanda inversa do bem 1 é a derivada da função de utilidade multiplicada por  $p_2$ . Uma vez que tenhamos a função de demanda do bem 1, a função de demanda do bem 2 é deduzida a partir da restrição orçamentária.

Por exemplo, calculemos as funções de demanda da função de utilidade

$$p_1(x_1) = v'(x_1)p_2.$$

Se aplicarmos as condições de primeira ordem, teremos

$$u(x_1, x_2) = \ln x_1 + x_2,$$

de modo que a função de demanda direta do bem 1 será

$$\frac{1}{x_1} = \frac{p_1}{p_2},$$

e a função de demanda inversa será

$$p_1(x_1) = \frac{p_2}{x_1}.$$

A função de demanda direta do bem 2 é obtida pela substituição de  $x_1 = p_2/p_1$  na restrição orçamentária:

$$x_2 = \frac{m}{p_2} - 1.$$

Convém fazer uma advertência a respeito dessas funções de demanda. Observe que, nesse exemplo, a demanda do bem 1 independe da renda. Isso é uma propriedade geral de uma função de utilidade quase linear — a demanda do bem 1 permanece constante à medida que a renda varia. Isso, no entanto, só é verdade para alguns valores da renda. A função de demanda não pode ser literalmente independente da renda para *todos* os valores de renda; afinal, quando a renda é zero, todas as demandas têm de ser zero. A função de demanda quase linear derivada anterior só é relevante quando houver consumo de uma quantidade positiva de cada bem.

Neste exemplo, quando  $m < p_2$ , o consumo ótimo do bem 2 será zero. À medida que a renda aumenta, a utilidade marginal do consumo do bem 1 diminui. Quando  $m = p_2$ , a utilidade marginal do gasto adicional de renda com o bem 1 se torna igual à utilidade marginal do gasto de renda adicional com o bem 2. Após esse ponto, o consumidor gasta toda a renda adicional com o bem 2.

Desse modo, uma maneira melhor de escrever a demanda pelo bem 2 é:

$$x_2 = \begin{cases} 0 & \text{quando } m \le p_2 \\ m/p_2 - 1 & \text{quando } m > p_2 \end{cases}$$

Para conhecimento adicional sobre as propriedades das funções de demanda quase lineares, consulte Hal R. Varian, *Microeconomic Analysis*, 3ª ed. Nova York: Norton, 1992.

<sup>&</sup>lt;sup>16</sup> A expressão "preço de reserva" vem do mercado de leilões. Quando alguém queria vender algo em leilão, essa pessoa em geral estabelecia um preço mínimo pelo qual estava disposta a vender o bem. Se o melhor preço oferecido estivesse abaixo do preço declarado, o vendedor reservava-se o direito de comprar o item ele mesmo. Esse preço passou a ser conhecido como preço de reserva do vendedor e acabou por ser usado para descrever o preço pelo qual alguém está exatamente disposto a comprar ou vender alguma coisa.

# CAPÍTULO 7

# PREFERÊNCIA REVELADA

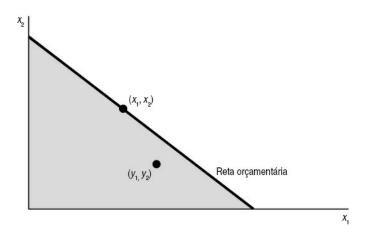
No Capítulo 6, vimos como é possível usar informações sobre as preferências e a restrição orçamentária do consumidor para conhecer sua demanda. Neste capítulo, invertemos o processo e mostramos como se podem usar informações sobre a demanda do consumidor para saber sobre suas preferências. Até agora, pensamos no que as preferências poderiam nos dizer sobre o comportamento das pessoas. Na vida real, porém, as preferências não são diretamente observáveis: temos de descobrir as preferências das pessoas pela observação de seu comportamento. Neste capítulo, desenvolveremos algumas ferramentas para fazer isso.

Quando falamos sobre conhecer as preferências das pessoas pela observação do comportamento delas, temos de pressupor que as preferências permanecerão imutáveis enquanto observarmos esse comportamento. Em períodos muito longos, isso não é razoável. Mas, para os períodos de meses ou trimestres com os quais os economistas geralmente trabalham, não parece provável que os gostos de um determinado consumidor sofram mudanças radicais. Portanto, utilizaremos a hipótese de que as preferências do consumidor permanecerão estáveis no período em que observarmos seu comportamento de escolha.

## 7.1 A ideia de preferência revelada

Antes de iniciar essa investigação, adotemos a convenção de que, neste capítulo, as preferências básicas – sejam quais forem – são estritamente convexas. Haverá, pois, uma *única* cesta demandada em cada orçamento. Esse pressuposto não é necessário para a teoria da preferência revelada, mas com ele a exposição será mais simples.

Observe a Figura 7.1, em que representamos uma cesta demandada pelo consumidor,  $(x_1, x_2)$ , e outra cesta arbitrária,  $(y_1, y_2)$ , que está abaixo da reta orçamentária do consumidor. Suponhamos que esse seja um consumidor otimizador, do tipo que temos estudado. O que podemos dizer sobre as preferências do consumidor entre essas duas cestas de bens?



**FIGURA 7.1 Preferência revelada.** A cesta  $(x_1, x_2)$ , que o consumidor escolhe, é revelada como preferida à cesta  $(y_1, y_2)$ , que ele poderia ter escolhido.

Bem, a cesta  $(y_1, y_2)$  é, por certo, uma compra possível no orçamento dado – o consumidor poderia ter comprado essa cesta se houvesse desejado fazê-lo e teria até tido uma sobra de dinheiro. Como  $(x_1, x_2)$  é a cesta *ótima*, ela deve ser melhor do que qualquer outra que o consumidor possa adquirir. Assim, ela deve ser particularmente melhor que  $(y_1, y_2)$ .

O mesmo argumento vale para qualquer cesta diferente da cesta demandada, que estiver sobre ou sob a reta orçamentária. Como essa cesta *poderia* ter sido comprada com o orçamento dado, mas não foi, a cesta realmente comprada tem de ser melhor. É aqui que utilizamos o pressuposto de que há uma cesta demandada *única* para cada orçamento. Se as preferências não forem estritamente convexas, de modo que as curvas de indiferença tenham pontos planos, pode ser que algumas cestas situadas *sobre* a reta orçamentária sejam tão boas quanto a cesta demandada. Essa complicação pode ser tratada sem muita dificuldade, mas é mais fácil apenas excluí-la.

Na Figura 7.1, todas as cestas situadas na área sombreada abaixo da reta orçamentária revelam-se piores do que a cesta demandada  $(x_1, x_2)$ . Isso porque elas poderiam ter sido escolhidas, mas foram rejeitadas em favor de  $(x_1, x_2)$ . Traduziremos agora, em linguagem algébrica, essa análise geométrica da preferência revelada.

Seja  $(x_1, x_2)$  a cesta comprada aos preços  $(p_1, p_2)$  quando o consumidor tem uma renda m. O que significa dizer que  $(y_1, y_2)$  pode ser comprada a esses preços e a essa renda? Isso apenas significa que  $(y_1, y_2)$  satisfaz a restrição orçamentária

$$p_1y_1 + p_2y_2 \leq m$$
.

Como  $(x_1, x_2)$  é realmente comprada num orçamento determinado, ela tem de satisfazer a restrição orçamentária com a igualdade

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = m$$
.

Juntando essas duas equações, o fato de que  $(y_1, y_2)$  pode ser comprada com o orçamento  $(p_1, p_2, m)$  significa que:

$$p_1x_1 + p_2x_2 \ge p_1y_1 + p_2y_2$$
.

Se essa desigualdade for satisfeita e  $(y_1, y_2)$  for realmente uma cesta diferente de  $(x_1, x_2)$ , dizemos que  $(x_1, x_2)$  é **diretamente revelada como preferida** a  $(y_1, y_2)$ .

Observe que o lado esquerdo dessa desigualdade refere-se ao gasto com a cesta que for *realmente escolhida* aos preços  $(p_1, p_2)$ . A preferência revelada consiste, portanto, numa relação entre a cesta realmente demandada em determinado orçamento e as cestas que *poderiam ter sido* demandadas nesse orçamento.

Na verdade, o termo "preferência revelada" é um pouco enganador, pois em si não tem nada a ver com preferências, embora já tenhamos visto que, se o consumidor fizer escolhas ótimas, as duas ideias têm uma relação estreita entre si. Em vez de dizermos que "X é revelada como preferida a Y", seria melhor dizer "X é escolhida em vez de Y". Quando dizemos que X é revelada como preferida a Y, tudo o que afirmamos é que X é escolhida quando Y podia ter sido escolhida; isto é, que  $p_1x_1 + p_2x_2 \ge p_1y_1 + p_2y_2$ .

## 7.2 Da preferência revelada à preferência

Podemos resumir a seção anterior de maneira bem simples. Decorre de nosso modelo de comportamento do consumidor – de que as pessoas escolhem as melhores coisas que podem adquirir – que as escolhas feitas são preferidas às escolhas que poderiam ter sido feitas. Ou, na terminologia da última seção, se  $(x_1, x_2)$  for diretamente revelada como preferida a  $(y_1, y_2)$ , então  $(x_1, x_2)$  será, de fato, preferida a  $(y_1, y_2)$ . Afirmemos esse princípio de maneira mais formal:

O princípio da preferência revelada. Seja  $(x_1, x_2)$  a cesta escolhida quando os preços são  $(p_1, p_2)$  e seja  $(y_1, y_2)$  alguma outra cesta de modo que  $p_1x_1 + p_2x_2 \ge p_1y_1 + p_2y_2$ . Assim, se o consumidor escolher a cesta mais preferida que puder adquirir, teremos  $(x_1, x_2) > (y_1, y_2)$ .

Na primeira vez em que nos deparamos com esse princípio, ele pode parecer circular. Se X revelar-se como preferida a Y, isso não significará automaticamente que X é preferida a Y? A resposta é: não. A "preferência revelada" significa apenas que X foi escolhida quando Y estava disponível; "preferência" significa que o consumidor considera X superior a Y. Se o consumidor escolhe as melhores cestas que pode adquirir, então a "preferência revelada" implica "preferência", mas isso é consequência do modelo de comportamento e não das definições dos conceitos.

Por isso, seria melhor dizer que uma cesta é "escolhida em detrimento" de outra, como sugerimos anteriormente. Assim, enunciaríamos o princípio da preferência revelada dizendo: "Se uma cesta X for escolhida em detrimento da cesta Y, então X deve ser preferida a Y" Nesse enunciado, fica claro como o modelo de comportamento nos permite usar escolhas observadas para inferir algo sobre as preferências básicas.

Seja qual for a terminologia usada, o essencial está claro: se observarmos que uma cesta é escolhida quando outra poderia ser adquirida, teremos então aprendido algo sobre as preferências de escolha entre as duas cestas: isto é, que a primeira é preferida à segunda.

Vamos supor agora que sabemos que  $(y_1, y_2)$  é uma cesta demandada aos preços  $(q_1, q_2)$  e que  $(y_1, y_2)$  seja revelada como preferida a alguma outra cesta  $(z_1, z_2)$ . Ou seja,

$$q_1y_1 + q_2y_2 \ge q_1z_1 + q_2z_2$$
.

Sabemos, então, que  $(x_1, x_2) > (y_1, y_2)$  e que  $(y_1, y_2) > (z_1, z_2)$ . Com base no pressuposto da transitividade, podemos concluir que  $(x_1, x_2) > (z_1, z_2)$ .

A Figura 7.2 ilustra esse argumento. A preferência revelada e a transitividade dizem que  $(x_1, x_2)$  deve ser melhor que  $(z_1, z_2)$  para o consumidor que fez as escolhas ilustradas na figura.

É natural dizer que, nesse caso,  $(x_1, x_2)$  é **indiretamente revelada como preferida** a  $(z_1, z_2)$ . É claro que a "cadeia" de escolhas observadas pode ser mais longa: se a cesta A for diretamente revelada como preferida a B, e B a C, e C a D... e assim por diante, até chegar, digamos, a M, então a cesta A ainda será indiretamente revelada como preferida a M. A cadeia de comparações diretas poderá ter qualquer comprimento.

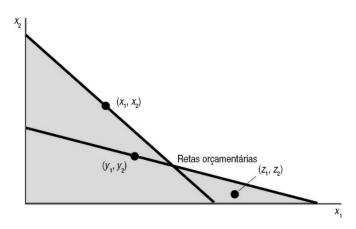


FIGURA 7.2 Preferências indiretamente reveladas. A cesta  $(x_1, x_2)$  é indiretamente revelada como preferida à cesta  $(z_1, z_2)$ .

Se uma cesta for direta ou indiretamente revelada como preferida a outra cesta, diremos que a primeira cesta é **revelada como preferida** à segunda. A ideia de preferência revelada é simples, mas surpreendentemente poderosa. Uma simples olhadela nas escolhas do consumidor pode fornecer muita informação sobre as preferências básicas. Observe, por exemplo, a Figura 7.2. Nela, temos várias observações de cestas demandadas em diferentes orçamentos. Essas observações permitem-nos concluir que, como  $(x_1, x_2)$  é revelada como preferida, direta ou indiretamente, a todas as cestas da área sombreada,  $(x_1, x_2)$  é de fato *preferida* àquelas cestas pelo consumidor que fez as escolhas. Outra forma de dizer isso é observar que a curva de indiferença que passa por  $(x_1, x_2)$ , seja qual for, tem de situar-se acima da região sombreada.

## 7.3 Recuperação de preferências

Ao observarmos as escolhas feitas pelo consumidor, podemos aprender sobre suas preferências. À medida que observamos mais e mais escolhas, podemos ter uma estimativa cada vez melhor sobre essas preferências.

Esse tipo de informação sobre preferências pode ser muito importante para a tomada de decisões sobre políticas. A maioria das políticas econômicas implica trocar alguns tipos de bens por outros: se criarmos um imposto sobre sapatos e subsidiarmos as roupas, provavelmente acabaremos por ter um consumo maior de roupas e menor de sapatos. Para avaliar a desejabilidade de uma política como essa, é importante ter uma noção das preferências do consumidor com respeito a sapatos e roupas. O exame das escolhas do consumidor permite extrair alguma informação sobre isso, mediante o uso da preferência revelada e de outras técnicas afins.

Se estivermos dispostos a acrescentar mais pressupostos sobre as preferências do consumidor, poderemos obter estimativas mais precisas sobre a forma das curvas de indiferença. Suponhamos, por exemplo, que observamos duas cestas,  $Y \in Z$ , reveladas como preferidas a X, como na Figura 7.3, e que as preferências sejam convexas. Sabemos também que todas as médias ponderadas de  $Y \in Z$  são preferidas a X. Se supusermos que as preferências são monotônicas, então todas as cestas que tenham mais de ambos os bens do que X,  $Y \in Z$  — ou quaisquer de suas médias ponderadas — também serão preferidas a X.

Na Figura 7.3, a região rotulada como "Cestas piores" representa todas as cestas para as quais a preferência revelada é igual a X. Isto é, essa região é constituída por todas as cestas que custam menos do que X, bem como todas aquelas que custam menos do que as cestas que custam menos do que X, e assim por diante.

Assim, na Figura 7.3, podemos concluir que todas as cestas da área sombreada superior são melhores do que X e que todas as cestas da área sombreada inferior são piores do que X, de acordo com as preferências do consumidor que fez as escolhas. A curva de indiferença que passa por X tem de situar-se em algum lugar entre os dois conjuntos sombreados. Conseguimos, assim, "estimar" a curva de indiferença de modo bastante preciso pela simples aplicação inteligente da ideia da preferência revelada e de algumas poucas hipóteses sobre as preferências.

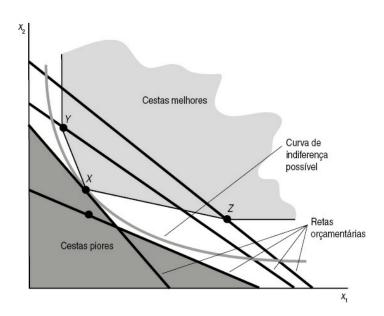


FIGURA 7.3 "Estimando"  $^{17}$  a curva de indiferença. A área sombreada em cima é formada pelas cestas preferidas a X; a área sombreada embaixo, pelas cestas reveladas como piores do que X. A curva de indiferença que passa por X tem de situar-se em algum lugar entre as áreas sombreadas.

## 7.4 O axioma fraco da preferência revelada

Tudo o que foi exposto anteriormente baseia-se nas suposições de que o consumidor *tem* preferências e que escolhe sempre a melhor cesta de bens que pode adquirir. Se o consumidor não agir desse modo, a "estimativa" das curvas de indiferença que acabamos de elaborar não fará sentido. Daí decorre, naturalmente, uma pergunta: como podemos saber se o consumidor segue o modelo de maximização? Ou, de modo inverso: que tipo de observação nos levaria a concluir que o consumidor *não* maximiza?

Observe a situação ilustrada na Figura 7.4. Será que ambas as escolhas ilustradas poderiam ser geradas por um consumidor maximizador? Segundo a lógica da preferência revelada, a Figura 7.4 nos leva a concluir duas coisas: (1)  $(x_1, x_2)$  é preferida a  $(y_1, y_2)$ ; e (2)  $(y_1, y_2)$  é preferida a  $(x_1, x_2)$ . Isso é um flagrante absurdo. Na Figura 7.4, o consumidor aparentemente escolheu  $(x_1, x_2)$ , quando poderia ter escolhido  $(y_1, y_2)$ , o que indica que  $(x_1, x_2)$  foi preferida a  $(y_1, y_2)$ ; mas então ele escolheu  $(y_1, y_2)$  quando poderia ter escolhido  $(x_1, x_2)$  – o que indica o contrário!

Obviamente, esse consumidor não pode ser maximizador. Ou ele não está escolhendo a melhor cesta que pode adquirir ou não percebemos a ocorrência de mudança em algum outro aspecto do problema da escolha. Talvez os gostos do consumidor ou qualquer outra característica de seu ambiente econômico tenham mudado. De qualquer forma, uma violação desse tipo não é coerente com o modelo da escolha do consumidor num ambiente inalterado.

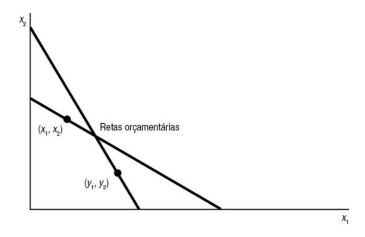


FIGURA 7.4 Violação do axioma fraco da preferência revelada. O consumidor que escolhe tanto  $(x_1, x_2)$  como  $(y_1, y_2)$  viola o Axioma Fraco da Preferência Revelada.

A teoria da escolha do consumidor implica que essas observações não ocorrerão. Se os consumidores escolhem as melhores coisas que podem adquirir, as que puderem ser

adquiridas, mas não forem escolhidas, devem ser piores do que as coisas escolhidas. Os economistas formularam esse ponto simples num axioma básico da teoria do consumidor:

**Axioma fraco da preferência revelada (AFrPR)**. Se  $(x_1, x_2)$  for diretamente revelada como preferida a  $(y_1, y_2)$  e se as duas cestas não forem idênticas, então não pode acontecer que  $(y_1, y_2)$  seja diretamente revelada como preferida a  $(x_1, x_2)$ .

Em outras palavras, se a cesta  $(x_1, x_2)$  for comprada aos preços  $(p_1, p_2)$  e se uma cesta diferente  $(y_1, y_2)$  for comprada aos preços  $(q_1, q_2)$ , então, se

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 \ge p_1 y_1 + p_2 y_2.$$

não podemos ter que

$$q_1y_1 + q_2y_2 \ge q_1x_1 + q_2x_2$$
.

Em bom português: se a cesta y puder ser adquirida quando a cesta x for realmente comprada, então, quando a cesta y for comprada, a cesta x não estará ao alcance do orçamento do consumidor.

O consumidor da Figura 7.4 *violou* o AFrPR. Logo, sabemos que o comportamento desse consumidor não pode ter sido maximizador.<sup>18</sup>

Não se poderia traçar na Figura 7.4 nenhum conjunto de curvas de indiferença capaz de fazer com que ambas as cestas fossem maximizadoras. Entretanto, o consumidor da Figura 7.5 satisfaz o AFrPR. Nesse caso, é possível encontrar curvas de indiferença em que o consumidor apresente um comportamento ótimo. A figura ilustra uma escolha possível das curvas de indiferença.

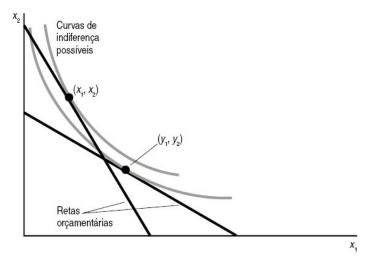


FIGURA 7.5 Satisfazendo o AFrPR. As escolhas dos consumidores que satisfazem o Axioma Fraco da Preferência Revelada e algumas curvas de indiferença possíveis.

## 7.5 Verificação do AFrPR

É importante compreender que o AFrPR é uma condição que tem de ser satisfeita pelo consumidor que escolha sempre as melhores coisas que possa adquirir. O Axioma Fraco da Preferência Revelada é uma implicação lógica desse modelo e, portanto, pode ser usado para verificar se determinado consumidor — ou uma entidade econômica que pudéssemos querer modelar como um consumidor — é ou não coerente com nosso modelo econômico.

Vejamos como poderíamos, na prática, testar o AFrPR de maneira sistemática. Suponhamos que observamos diversas escolhas de cestas de bens a diferentes preços. Utilizemos  $(p_1^t, p_2^t)$  para representar a *t-ésima* observação dos preços e  $(x_1^t, x_2^t)$  para representar a *t-ésima* observação das escolhas. Para empregar um exemplo específico, utilizemos os dados da Tabela 7.1.

Observação  $p_I$  $p_2$  $x_I$  $x_2$ 1 1 2 1 2 2 2 1 2 1 3 1 2

TABELA 7.1 Alguns dados sobre o consumo

Com esses dados, podemos calcular quanto custaria para o consumidor adquirir cada cesta de bens a cada diferente conjunto de preços, como fizemos na Tabela 7.2. Por exemplo, a entrada na terceira linha, coluna 1, indica quanto dinheiro o consumidor teria de gastar para adquirir a primeira cesta de bens no terceiro conjunto de preços.

TABELA 7.2 O custo de cada cesta a cada conjunto de preços

Preços	Cestas		
	1	2	3
1	5	4*	6
2	4*	5	6
3	3*	*3	4

Os termos na diagonal da Tabela 7.2 medem quanto dinheiro o consumidor está gastando em cada escolha. As entradas em cada linha medem quanto o consumidor teria gastado caso houvesse comprado uma cesta diferente. Assim, poderemos ver se, digamos, a cesta 3 é revelada como preferida à cesta 1 apenas ao olhar se a entrada na linha 3, coluna 1 (quanto o consumidor teria de gastar para adquirir a primeira cesta no terceiro conjunto de preços), é menor do que a entrada na linha 3, coluna 3 (quanto o consumidor realmente gastou para comprar a terceira cesta no terceiro conjunto de preços). Nesse caso específico, a cesta 1 podia ser adquirida quando a cesta 3 foi comprada, o que significa que a cesta 3 era revelada como preferida à cesta 1. Logo, marcamos um asterisco na linha 3, coluna 1 da tabela.

Do ponto de vista matemático, apenas colocamos um asterisco na entrada da linha s, coluna t, se o número daquela entrada for menor que o número da linha s, coluna s.

Podemos usar essa tabela para procurar violações do AFrPR. Nesse contexto, a violação do AFrPR consiste em duas observações t e s, de modo que tanto a linha t e a coluna s como a linha s e a coluna t contenham um asterisco. Isso porque, nesse caso, a cesta comprada em s seria revelada como preferida à cesta comprada em s, e viceversa.

Podemos agora usar um computador (ou solicitar a um estagiário) para verificar se há pares de observações como esses nas escolhas observadas. Se houver, as escolhas serão incompatíveis com a teoria econômica do consumidor. Ou a teoria estará errada para esse consumidor específico, ou mudou alguma coisa no ambiente econômico que escapou a nosso controle. Assim, o Axioma Fraco da Preferência Revelada permite-nos verificar com facilidade se algumas escolhas observadas são coerentes com a teoria econômica do consumidor.

Na Tabela 7.2, observamos que tanto a linha 1, da coluna 2, como a linha 2, da coluna 1, contêm um asterisco. Isso quer dizer que a observação 2 poderia ter sido escolhida quando o consumidor, na realidade, escolheu a observação 1, e vice-versa. Isso constitui uma violação do Axioma Fraco da Preferência Revelada. Podemos concluir que os dados descritos nas Tabelas 7.1 e 7.2 não podem ter sido gerados por um consumidor com preferências estáveis, que escolha sempre o melhor que pode adquirir.

## 7.6 O Axioma Forte da Preferência Revelada

O Axioma Fraco da Preferência Revelada, descrito na última seção, fornece uma condição observável, que tem de ser satisfeita por todos os consumidores otimizadores. Há, porém, uma condição mais forte, que às vezes é útil.

Já observamos que, se uma cesta de bens X for revelada como preferida à cesta Y e se Y, por sua vez, for revelada como preferida à cesta Z, então X deve ser preferida a Z. Se o consumidor tiver preferências coerentes, nunca poderemos observar uma sequência de escolhas em que a cesta Z seja diretamente revelada como preferida a X.

O Axioma Fraco da Preferência Revelada requer que, se *X* for *diretamente* revelada como preferida a *Y*, não deveremos nunca observar *Y* como *diretamente* revelada como preferida a *X*. O **Axioma Forte da Preferência Revelada** (**AFoPR**) exige que o mesmo tipo de condição seja válido para a preferência *indiretamente* revelada. De maneira mais formal, temos o seguinte:

**Axioma Forte da Preferência Revelada** (**AFoPR**). Se  $(x_1, x_2)$  for revelada como preferida a  $(y_1, y_2)$ , direta ou indiretamente, e  $(y_1, y_2)$  for diferente de  $(x_1, x_2)$ , então,  $(y_1, y_2)$  não poderá ser nem direta nem indiretamente revelada como preferida a  $(x_1, x_2)$ .

É claro que se o comportamento observado for otimizador, ele deverá satisfazer o AFoPR. Isso porque, se o consumidor for otimizador e  $(x_1, x_2)$  for direta ou indiretamente revelada como preferida a  $(y_1, y_2)$ , deveremos então ter que  $(x_1, x_2) > (y_1, y_2)$ . Assim, se  $(x_1, x_2)$  fosse revelada como preferida a  $(y_1, y_2)$  e  $(y_1, y_2)$  fosse revelada como preferida a  $(x_1, x_2)$ , isso implicaria que  $(x_1, x_2) > (y_1, y_2)$  e que  $(y_1, y_2) > (x_1, x_2)$ , o que é uma contradição. Poderíamos, então, concluir que ou o consumidor não estaria otimizando ou algum outro aspecto do ambiente do consumidor – seus gostos, outros preços e assim por diante – teria mudado.

Grosso modo, como as preferências básicas do consumidor têm de ser transitivas, segue-se que as preferências reveladas do consumidor têm de ser transitivas. O AFoPR é, portanto, uma condição necessária para o comportamento otimizador: se o consumidor escolher sempre as melhores coisas que puder adquirir, então seu comportamento observado terá de satisfazer o AFoPR. O mais surpreendente é que qualquer comportamento que satisfaça o Axioma Forte pode ser encarado como sendo gerado pelo comportamento otimizador no seguinte sentido: se as escolhas observadas satisfizerem o AFoPR, encontraremos sempre preferências boas e bem-comportadas que poderiam ter gerado as escolhas observadas. Nesse sentido, o AFoPR é uma condição suficiente do comportamento otimizador: se as escolhas observadas satisfizerem o AFoPR, então será sempre possível encontrar preferências para as quais o comportamento observado seja otimizador. Embora a prova dessa afirmação esteja,

infelizmente, além do escopo deste livro, isso não impede que avaliemos sua importância.

Isso porque o AFoPR proporciona *todas* as restrições ao comportamento impostas pelo modelo do consumidor otimizador. Se as escolhas observadas satisfizerem o AFoPR, poderemos "construir" as preferências que poderiam ter gerado tais escolhas. Logo, o AFoPR é uma condição necessária e suficiente para que as escolhas observadas sejam compatíveis com o modelo econômico da escolha do consumidor.

Isso prova que as preferências construídas realmente geraram as escolhas observadas? É claro que não. Como com qualquer proposição científica, pode-se apenas demonstrar que o comportamento observado não é incoerente com a proposição. Não podemos provar que o modelo econômico esteja correto; só podemos descobrir as implicações desse modelo e verificar se as escolhas observadas são coerentes com essas implicações.

#### 7.7 Como verificar o AFoPR

Suponhamos que temos uma tabela como a Tabela 7.2, que apresente um asterisco na linha t e um na coluna s se a observação t for diretamente revelada como preferida à observação s. Como podemos usar essa tabela para verificar o AFoPR?

A maneira mais fácil é, em primeiro lugar, transformar a tabela. A Tabela 7.3 fornece um exemplo. Essa tabela é exatamente igual à Tabela 7.2; apenas utiliza um conjunto diferente de números. Aqui, os asteriscos indicam a preferência diretamente revelada. O asterisco entre parênteses será explicado adiante.

Agora observamos de maneira sistemática as entradas da tabela e vemos se há cadeias de observações que façam com que alguma cesta seja indiretamente revelada como preferida àquela outra. Por exemplo, a cesta 1 é diretamente revelada como preferida à 2, uma vez que há um asterisco na linha 1, coluna 2. E a cesta 2 é diretamente revelada como preferida à cesta 3, porque há um asterisco na linha 2, coluna 3. Portanto, a cesta 1 é indiretamente revelada como preferida à cesta 3, o que é indicado pela colocação de um asterisco (entre parênteses) na linha 1, coluna 3.

TABELA 7.3 Como verificar o AFoPR

Preços	Cestas			
	1	2	3	
1	20	10*	22(*)	
2	21	20	15*	
3	12	15	10	

Em geral, se tivermos muitas observações, teremos de procurar cadeias de extensão arbitrárias para ver se uma observação é indiretamente revelada como preferida à outra. Embora o modo de fazer isso possa não ser muito óbvio, há programas simples de computador que calculam a relação de preferência indiretamente revelada com base na tabela que descreve a relação de preferência diretamente revelada. O computador coloca um asterisco na entrada *st* da tabela caso a observação *s* seja revelada como preferida à observação *t* por quaisquer cadeias de outras observações.

Uma vez feitos esses cálculos, poderemos testar o AFoPR com facilidade. Basta observar se há uma situação em que haja um asterisco na linha t, coluna s, e, também, um asterisco na linha s, coluna t. Se isso ocorrer, teremos encontrado uma situação em que a observação t é revelada como preferida à observação s, direta ou indiretamente,

e, ao mesmo tempo, a observação s é revelada como preferida à observação t. Isso constitui uma violação do Axioma Forte da Preferência Revelada.

Por outro lado, se não encontrarmos essas violações, saberemos que nossas observações são consistentes com a teoria econômica do consumidor. Essas observações poderiam ter sido feitas por um consumidor otimizador com preferências bem-comportadas. Temos, portanto, um teste completamente operacional para verificar se a ação de um consumidor específico é ou não consistente com a teoria econômica.

Isso é importante porque nos permite modelar vários tipos de unidades econômicas como se estivessem se comportando como consumidores. Imagine, por exemplo, uma família composta de várias pessoas. Será que as escolhas de consumo dessa família maximizam "a utilidade familiar"? Se dispusermos de alguns dados sobre as escolhas de consumo familiares, poderemos utilizar o Axioma Forte da Preferência Revelada para verificar isso. Outra unidade econômica em que poderíamos pensar como se agisse como um consumidor é uma organização não lucrativa, como um hospital ou uma universidade. As universidades maximizam uma função de utilidade ao efetuar suas escolhas econômicas? Se tivermos uma lista das escolhas econômicas que uma universidade faz ao defrontar-se com diferentes preços, poderemos, em princípio, responder a esse tipo de pergunta.

### 7.8 Números-índices

Vamos supor que examinamos as cestas de consumo de um consumidor relativas a dois períodos diferentes e que desejamos comparar a variação do consumo entre um período e outro. Seja *b* o período-base, e *t* algum outro período. Como o consumo "médio" do ano *t* se apresenta em relação ao consumo do período-base?

Suponhamos que, no período t, os preços sejam  $(p_1^t, p_2^t)$  e que o consumidor escolha  $(x_1^t, x_2^t)$ . No período-base b, os preços são  $(p_1^b, p_2^b)$  e a escolha do consumidor é  $(x_1^b, x_2^b)$ . Queremos saber qual é a variação do consumo "médio" do consumidor.

Se utilizarmos  $w_1$  e  $w_2$  como "pesos" para calcular uma "média", poderemos observar o seguinte tipo de índice de quantidade:

$$I_q = \frac{w_1 x_1^t + w_2 x_2^t}{w_1 x_1^b + w_2 x_2^b}.$$

Se  $I_q$  for maior que 1, poderemos dizer que o consumo "médio" aumentou no movimento entre os períodos b e t; se  $I_q$  for menor que 1, poderemos dizer que o consumo "médio" diminuiu.

O problema é: que pesos utilizar? A escolha natural consistirá em usar os preços dos bens considerados, uma vez que eles medem, em certo sentido, a importância relativa dos dois bens. Mas aqui há dois conjuntos de preços: qual deles usar?

Se usarmos como pesos os preços do período-base, teremos o chamado índice de **Laspeyres**; se empregarmos os preços do período *t*, teremos o chamado índice de **Paasche**. Ambos os índices respondem à pergunta sobre o que aconteceu com o consumo "médio"; eles apenas usam pesos diferentes no processo de cálculo da média.

Se substituirmos os preços do período t pelos pesos, veremos que o índice de quantidade de Paasche é dado por

$$P_q = \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b},$$

e, se substituirmos os preços do período b, veremos que o índice de **quantidade de Laspeyres** é dado por

$$L_q = \frac{p_1^b x_1^t + p_2^b x_2^t}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b}.$$

A magnitude dos índices Laspeyres e Paasche pode dizer algumas coisas interessantes sobre o bem-estar do consumidor. Vamos supor que temos uma situação em que o índice de quantidade de Paasche seja maior do que 1:

$$P_q = \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b} > 1.$$

O que se pode concluir quanto ao bem-estar do consumidor no período t, com respeito à sua situação no período b?

A resposta é dada pela preferência revelada. Basta fazer a multiplicação cruzada dessa desigualdade para chegar a

$$p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t > p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b$$

o que logo mostra que o consumidor tem de estar melhor no período t do que no período b, uma vez que ele poderia ter consumido a cesta de consumo b na situação t, mas preferiu não o fazer.

E se o índice de Paasche for menor do que 1? Teremos, então,

$$p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t < p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b, \\$$

que diz que, quando o consumidor escolheu a cesta  $(x^t_1, x^t_2)$ , a cesta  $(x^b_1, x^b_2)$  não podia ser comprada com o orçamento disponível. Contudo, isso não diz nada sobre como o consumidor classifica essas cestas. Só porque alguma coisa custa mais caro do que se pode pagar, isso não quer dizer que se vá preferi-la ao que se consome hoje.

E o índice de Laspeyres? Ele funciona de maneira semelhante. Suponhamos que o índice de Laspeyres seja *menor* que 1:

$$L_q = \frac{p_1^b x_1^t + p_2^b x_2^t}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b} < 1.$$

A multiplicação cruzada resulta em

$$p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b > p_1^b x_1^t + p_2^b x_2^t,$$

que diz que  $(x^b_1, x^b_2)$  é revelada como preferida a  $(x^t_1, x^t_2)$ . Assim, o consumidor estará melhor no período b do que no período t.

# 7.9 Índices de preços

Os índices de preços funcionam de modo bem semelhante. Em geral, um índice de preços será uma média ponderada dos preços:

$$I_p = \frac{p_1^t w_1 + p_2^t w_2}{p_1^b w_1 + p_2^b w_2}.$$

Nesse caso, é natural escolher as quantidades como pesos para calcular as médias. Dependendo da escolha que fizermos dos pesos, obteremos dois índices diferentes. Se escolhermos como pesos as quantidades do período *t*, obteremos o **índice de preços de Paasche**:

$$P_p = \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^b x_1^t + p_2^b x_2^t},$$

e, se escolhermos as quantidades do período-base, obteremos o **índice de preços de** Laspeyres:

$$L_p = \frac{p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b}.$$

Suponhamos que o índice de preços de Paasche seja menor do que 1; o que a preferência revelada tem a dizer sobre a situação do consumidor, em termos de bemestar, nos períodos *t* e *b*?

Nada. O problema é que agora aparecem diferentes preços no numerador e no denominador das razões que definem os índices, de modo que a comparação da preferência revelada não pode ser feita.

Definamos um novo índice da variação do gasto total por

$$M = \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b}.$$

Essa é a razão entre o gasto total no período t e o gasto total no período b. Suponhamos agora que lhe digam que o índice de preços de Paasche é maior do que M. Isso significa que

$$P_p = \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^b x_1^t + p_2^b x_2^t} > \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b}.$$

Ao cancelarmos os numeradores de ambos os lados dessa expressão e realizarmos a multiplicação cruzada, teremos

$$p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b > p_1^b x_1^t + p_2^b x_2^t.$$

Essa proposição diz que a cesta escolhida no ano b é revelada como preferida à cesta escolhida no ano t. Essa análise implica que, se o índice de preços de Paasche for

maior do que o índice de gasto, o consumidor deverá estar melhor no ano b do que no ano t.

Isso é um tanto intuitivo. Afinal, se os preços aumentam mais do que a renda ao passarem do período b para o período t, é de esperar que isso tenda a piorar a situação do consumidor. A análise da preferência revelada feita anteriormente confirma essa intuição.

Podemos fazer um enunciado semelhante para o índice de preços de Las-peyres. Se ele for menor do que M, o consumidor deverá estar melhor no ano t do que no ano b. Mais uma vez, isso vem apenas confirmar a intuição de que, se os preços aumentarem menos do que a renda, o consumidor ficará melhor. No caso dos índices de preços, o que interessa não é se o índice é maior ou menor do que 1, mas, sim, se é maior ou menor do que o índice de gastos.

## EXEMPLO: A indexação dos pagamentos da Previdência Social

Muitas pessoas idosas têm nos pagamentos da Previdência Social sua única fonte de renda. Por causa disso, já se fizeram diversas tentativas de ajustar os pagamentos da Previdência Social para manter constante o poder aquisitivo, mesmo com a mudança dos preços. Como o valor dos pagamentos depende da movimentação de algum índice, seja de preços ou do custo de vida, esse tipo de esquema é chamado **indexação**.

Eis uma proposta de indexação: num determinado ano-base *b*, os economistas medem a cesta média de consumo da população idosa. A cada ano subsequente, o sistema de Previdência Social reajusta os pagamentos para manter constante o "poder de compra" do beneficiário médio, no sentido de que essa pessoa tem apenas condição de adquirir a cesta de consumo disponível no ano *b*, conforme descrito na Figura 7.6.

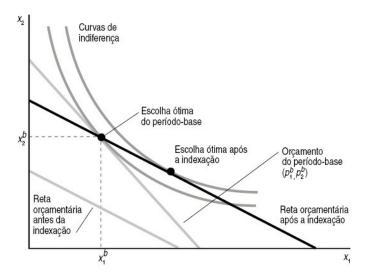


FIGURA 7.6 Previdência social. As variações dos preços em geral deixarão o consumidor em uma situação melhor do que a do ano-base.

Um resultado curioso desse esquema de indexação é que o idoso médio estará quase sempre melhor do que estava no ano-base b. Suponhamos que o ano b seja escolhido como o ano-base do índice de preços. Então, a cesta  $(x^b_1, x^b_2)$  será a cesta ótima aos preços  $(p^b_1, p^b_2)$ . Isso significa que, aos preços  $(p^b_1, p^b_2)$ , a reta orçamentária tem de tangenciar a curva de indiferença que passa por  $(x^b_1, x^b_2)$ .

Suponhamos agora que os preços variem. Para sermos mais específicos, suponhamos que os preços aumentem, de modo que a reta orçamentária, na ausência de Previdência Social, se desloque para dentro e se incline. O movimento para dentro é causado pelo aumento dos preços; a inclinação deve-se à variação dos preços relativos. O programa de indexação aumentaria o pagamento da Previdência Social para fazer com que a cesta original  $(x^b_1, x^b_2)$  pudesse ser comprada aos novos preços. Isso significa, porém, que a reta orçamentária cortaria a curva de indiferença e que haveria alguma outra cesta sobre a reta orçamentária que seria estritamente preferida a  $(x^b_1, x^b_2)$ . Assim, o consumidor em geral teria a possibilidade de escolher uma cesta melhor do que a escolhida no ano-base.

#### **RESUMO**

- 1.Se uma cesta for escolhida quando outra poderia ter sido escolhida, diz-se que a primeira é revelada como preferida à segunda.
- 2.Se o consumidor escolhe sempre as cestas preferidas que pode adquirir, isso significa que as cestas escolhidas têm de ser preferidas às que eram acessíveis mas não foram escolhidas.
- 3.A observação das escolhas dos consumidores pode nos permitir "recuperar" ou estimar as preferências que se escondem por trás dessas escolhas. Quanto mais escolhas observarmos, com maior exatidão poderemos estimar as preferências básicas que geraram tais escolhas.
- 4.O Axioma Fraco da Preferência Revelada (AFrPR) e o Axioma Forte da Preferência Revelada (AFoPR) são condições necessárias, a que as escolhas do consumidor têm de obedecer para serem coerentes com o modelo econômico da escolha ótima.

## QUESTÕES DE REVISÃO

1. Quando os preços são  $(p_1, p_2) = (1, 2)$ , o consumidor demanda  $(x_1, x_2) = (1, 2)$ ; quando os preços são  $(q_1, q_2) = (2, 1)$ , o consumidor demanda  $(y_1, y_2) = (2, 1)$ . Esse comportamento é consistente com o modelo de comportamento maximizador?

- 2. Quando os preços são  $(p_1, p_2) = (2, 1)$ , o consumidor demanda  $(x_1, x_2) = (1, 2)$ ; quando os preços são  $(q_1, q_2) = (1, 2)$ , o consumidor demanda  $(y_1, y_2) = (2, 1)$ . Esse comportamento é coerente com o modelo de comportamento maximizador?
- 3. No exercício anterior, qual cesta é preferida pelo consumidor? A cesta x ou a cesta y?
- 4. Vimos que o ajustamento da Previdência Social para as variações de preços tipicamente faria com que os beneficiários ficassem pelo menos tão bem quanto estavam no ano-base. Que tipo de variação de preços deixaria os beneficiários exatamente na mesma situação, independentemente de suas preferências?
- 5.No mesmo contexto da questão anterior, que tipo de preferência deixaria o consumidor exatamente como no ano-base, para *todas* as variações de preços?

<sup>&</sup>lt;sup>17</sup> Nota da Revisão Técnica: Trapping significa "prática da caça por meio de armadilhas". Por analogia, a caça no texto seria obter estimativas mais precisas sob a forma das curvas de indiferença e a armadilha utilizada no caso seria a ideia de preferência revelada.

<sup>&</sup>lt;sup>18</sup> Nota da Revisão Técnica: Poderíamos dizer que seu comportamento foi desvirtuado? Provavelmente, sim, mas não entre pessoas educadas.

# CAPÍTULO 8

# A EQUAÇÃO DE SLUTSKY

Os economistas, com frequência, preocupam-se em saber como o comportamento do consumidor se altera em resposta às variações no ambiente econômico. Neste capítulo, examinaremos como a escolha de um bem pelo consumidor responde às variações de preço. É natural pensar que, quando o preço de um bem aumenta, a demanda por ele diminui. No entanto, como vimos no Capítulo 6, é possível elaborar exemplos nos quais a demanda ótima por um bem *diminui* quando o preço cai. O bem que apresenta essa propriedade é chamado de **bem de Giffen**.

De características bem peculiares, os bens de Giffen constituem, sobretudo, uma curiosidade teórica, mas há situações em que as variações nos preços podem ter efeitos "perversos" que, pensando bem, não parecem ser assim tão absurdos. Por exemplo, costuma-se pensar que, se as pessoas receberem um salário maior, trabalharão mais. Mas e se o seu salário aumentasse de US\$10 por hora para US\$1.000 por hora? Você realmente trabalharia mais? Ou será que resolveria trabalhar menos horas e usar parte do dinheiro ganho para fazer outras coisas? E se o salário fosse de US\$1.000.000 por hora? Você não trabalharia menos?

Como outro exemplo, imagine o que aconteceria com a sua demanda de maçãs quando o preço aumentasse. Você provavelmente consumiria menos maçãs. No entanto, o que aconteceria com uma família que produzisse maçãs para vender? Se o preço subisse, a renda dessa família poderia aumentar tanto que ela agora poderia pensar em consumir mais de suas próprias maçãs. Para os consumidores dessa família, a subida do preço poderia provocar o aumento do consumo de maçãs.

O que ocorre aqui? De que maneira as mudanças nos preços podem ter esses efeitos ambíguos na demanda? Neste capítulo e no próximo, tentaremos classificar esses efeitos.

## 8.1 O efeito substituição

Quando o preço de um bem varia, há dois tipos de efeitos: a taxa pela qual podemos trocar um bem por outro varia e o poder aquisitivo total da renda é alterado. Se, por exemplo, o bem 1 ficar mais barato, isso significa que temos de dar menos do bem 2 para comprar o bem 1. A variação no preço do bem 1 alterou a taxa pela qual o mercado permite que se "substitua" o bem 2 pelo bem 1. Ou seja, mudaram as condições de troca de um bem por outro que o mercado oferece ao consumidor.

Ao mesmo tempo, se o bem 1 ficar mais barato, isso significa que nossa renda monetária comprará mais do bem 1. O poder aquisitivo de nosso dinheiro aumentou; embora a quantidade de dinheiro que temos continue a mesma, cresceu a quantidade de bens que esse dinheiro pode comprar.

O primeiro efeito – a variação na demanda devido à variação da taxa pela qual os dois bens são trocados – é chamado **efeito substituição**. Já o segundo – a variação na demanda dado o aumento do poder aquisitivo – denomina-se **efeito renda**. Essas são apenas definições vagas dos dois efeitos. Para chegarmos a definições mais precisas, é preciso examiná-los mais detalhadamente.

Faremos isso mediante a divisão do movimento do preço em duas etapas: primeiro, deixaremos que os preços *relativos* variem e ajustaremos a renda monetária para manter constante o poder aquisitivo; depois, deixaremos que o poder aquisitivo se ajuste enquanto mantemos constantes os preços relativos.

Isso é mais bem explicado na Figura 8.1. Nela, temos uma situação em que o preço do bem 1 diminuiu. Isso significa que a reta orçamentária gira ao redor do intercepto vertical  $m/p_2$  e se torna mais plana. Podemos dividir esse movimento da reta orçamentária em duas etapas: primeiro, *girar* a reta orçamentária tendo como centro a cesta *original* demandada, e, depois, *deslocar* a reta resultante na direção da *nova* cesta demandada.

Essa operação de "giro e deslocamento" proporciona uma forma conveniente de decompor a variação na demanda em duas etapas. A primeira etapa — o giro — é um movimento no qual a inclinação da reta orçamentária varia enquanto o poder aquisitivo permanece constante; a segunda etapa é um movimento no qual a inclinação permanece constante enquanto o poder aquisitivo varia. Essa decomposição é apenas uma construção hipotética — o consumidor simplesmente observa uma variação do preço e, em resposta, escolhe uma nova cesta de bens. Mas, ao analisar a variação da escolha do consumidor, é útil imaginar que a reta orçamentária varia em duas etapas — primeiramente, o giro; depois, o deslocamento.

Qual o sentido econômico das retas orçamentárias giradas e deslocadas? Examinemos primeiro a reta girada. Temos aqui uma reta orçamentária com a mesma inclinação e, portanto, os mesmos preços relativos da reta orçamentária final. No entanto, a renda

monetária associada a essa reta orçamentária é diferente, uma vez que o intercepto vertical é diferente. Como a cesta de consumo original  $(x_1, x_2)$  está sobre a reta orçamentária girada, essa cesta pode ser exatamente adquirida. O poder de compra do consumidor permaneceu constante, no sentido de que a cesta de bens original pode ser adquirida exatamente à nova reta girada.

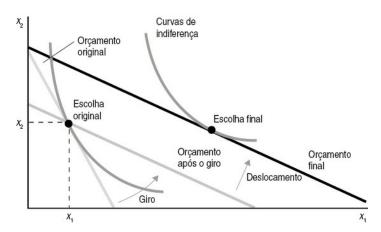


FIGURA 8.1 Giro e deslocamento. Quando o preço do bem 1 varia e a renda permanece fixa, a reta orçamentária gira em torno do eixo vertical. Esse ajuste ocorre em duas etapas: primeiro, a reta orçamentária gira em torno da escolha original, e, depois, se desloca para fora em direção à nova cesta demandada.

Calculemos em quanto teremos de ajustar a renda monetária para permitir que a antiga cesta possa ser adquirida. Seja m' a quantidade de renda monetária exatamente suficiente para comprar a cesta de consumo original; essa será a quantidade de renda monetária associada à reta orçamentária girada. Como  $(x_1, x_2)$  pode ser adquirida tanto a  $(p_1, p_2, m)$  quanto a  $(p_1, p_2, m)$ , teremos

$$m' = p'_1 x_1 + p_2 x_2$$
  
 $m = p_1 x_1 + p_2 x_2$ .

Ao subtrairmos a segunda equação da primeira, teremos

$$m'-m=x_1[p'_1-p_1].$$

Essa equação diz que a variação na renda monetária necessária para que a cesta original possa ser comprada aos novos preços é exatamente igual à quantidade original de consumo do bem 1 multiplicada pela variação no preço desse bem.

Se representarmos por  $\Delta p_1 = p'_1 - p_1$  a variação no preço do bem 1, e por  $\Delta m = m' - m$  a variação na renda necessária para que a cesta original possa ser adquirida, teremos

$$\Delta m = x_1 \, \Delta p_1$$
. (8.1)

Observe que as variações da renda e do preço terão sempre a mesma direção: se o preço subir, teremos de aumentar a renda para que a mesma cesta continue acessível.

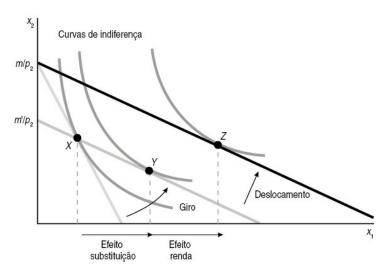
Utilizemos alguns números concretos. Suponhamos que o consumidor originalmente consuma 20 doces ao preço unitário de US\$0,50. Se o preço do doce aumentar US\$0,10 a unidade – de modo que  $\Delta p_1 = 0,60 - 0,50 = 0,10$  –, quanto a renda terá de variar para permitir que a cesta anterior ainda possa ser comprada?

Podemos aplicar a fórmula dada anteriormente. Se a renda do consumidor fosse de mais US\$2, ele poderia consumir exatamente a mesma quantidade de doces; ou seja, 20. Em termos da fórmula:

$$\Delta m = \Delta p_1 \times x_1 = 0.10 \times 0.20 (8.1)$$

Temos agora uma fórmula para a reta orçamentária girada: é apenas a reta orçamentária ao novo preço, com a renda aumentada em  $\Delta m$ . Observe que, se o preço do bem 1 diminuir, o ajuste da renda será negativo. Quando um preço diminui, o poder aquisitivo aumenta, de modo que teremos de reduzir a renda do consumidor para manter constante seu poder aquisitivo. Da mesma forma, quando um preço aumenta, o poder de compra diminui, de maneira que a variação de renda necessária para manter constante o poder aquisitivo terá de ser positiva.

Embora  $(x_1, x_2)$  ainda esteja acessível, ela em geral não é a compra ótima com a reta orçamentária girada. Na Figura 8.2, designamos por um Y a compra ótima com a reta girada. Essa cesta é a cesta de bens ótima quando variamos o preço e ajustamos a renda monetária para manter acessível a cesta antiga. O movimento de X para Y é chamado **efeito substituição**. Ele indica como o consumidor "substitui" um bem por outro quando o preço varia, mas o poder aquisitivo permanece constante.



**FIGURA 8.2 Efeito substituição e efeito renda.** O giro proporciona o efeito substituição e o deslocamento, o efeito renda.

Mais precisamente, o efeito substituição  $\Delta x^{s_1}$  é a variação na demanda do bem 1 quando o preço do bem muda para  $p'_{1}$  e, ao mesmo tempo, a renda monetária muda para m':

$$\Delta x^{s_1} = x_1 (p'_1, m') - x_1 (p_1, m)$$

Para conhecer o efeito substituição, temos de usar a função de demanda do consumidor para calcular as escolhas ótimas em  $(p'_1, m')$  e  $(p_1, m)$ . A variação na demanda do bem 1 pode ser pequena ou grande, dependendo da forma das curvas de indiferença do consumidor. Mas, uma vez dada a função de demanda, é preciso apenas inserir os números para calcular o efeito substituição. (É claro que a demanda do bem 1 pode depender também do preço do bem 2, mas o preço do bem 2 permanece constante nesse exercício; vamos deixá-lo fora da função de demanda para não complicar a notação.)

O efeito substituição é às vezes chamado de variação na **demanda compensada**. A ideia é de que o consumidor é compensado pelo aumento de preço ao receber dinheiro suficiente para comprar sua antiga cesta. Naturalmente, se o preço diminuir, ele será "compensado" pela subtração de parte de seu dinheiro. Empregaremos, em geral, o termo "substituição" para manter a coerência, mas a terminologia "compensação" é amplamente usada.

## EXEMPLO: Cálculo do efeito substituição

Suponhamos que o consumidor tenha uma função de demanda de leite com a forma

$$x_1 = 10 + \frac{m}{10p_1}.$$

Sua renda original é de US\$120 por semana e o preço do leite é de US\$3 por litro. Assim, sua demanda de leite será de  $10 + 120/(10 \times 3) = 14$  litros por semana.

Suponhamos agora que o preço do leite caia para US\$2 por litro. A esse novo preço, a demanda desse consumidor de leite será de  $10 + 120/(10 \times 2) = 16$  litros de leite por semana. A variação *total* da demanda será de + 2 litros por semana.

Para calcular o efeito substituição, temos de calcular primeiro quanto a renda terá de variar para permitir que o consumo original de leite seja acessível quando o preço for US\$2 por litro. Ao aplicarmos a fórmula (8.1), teremos:

$$\Delta m = x_1 \Delta p_1 = 14 \times (2 - 3) = -\text{US}\$14.$$

Assim, o nível de renda necessário para manter constante o poder aquisitivo é  $m' = m + \Delta m = 120 - 14 = 106$ . Qual a demanda de leite desse consumidor ao novo preço,

US\$2 por litro, e a esse nível de renda? Basta inserir os números na função de demanda para encontrar

$$x_1(p_1', m') = x_1(2, 106) = 10 + \frac{106}{10 \times 2} = 15.3.$$

Dessa forma, o efeito substituição será

$$\Delta x_1^s = x_1(2, 106) - x_1(3, 120) = 15.3 - 14 = 1.3.$$

### 8.2 O efeito renda

Analisemos agora a segunda etapa do ajuste de preço – o deslocamento. Esse é também muito fácil de interpretar do ponto de vista econômico. Sabemos que o deslocamento paralelo da reta orçamentária é o movimento que ocorre quando a renda varia enquanto os preços relativos permanecem constantes. Portanto, a segunda etapa do ajuste de preço é chamada **efeito renda**. Apenas variamos a renda do consumidor de m para m enquanto deixamos os preços fixos em  $(p'_1, p_2)$ . Na Figura 8.2, essa variação nos conduz do ponto  $(y_1, y_2)$  para  $(z_1, z_2)$ . É natural chamar este último movimento de efeito renda, uma vez que tudo o que se faz é variar a renda enquanto se mantêm os preços fixos em seus novos valores.

Mais precisamente, o efeito renda,  $\Delta x^n_1$ , é a variação da demanda do bem 1 quando variamos a renda de m' para m e mantemos o preço do bem 1 constante no valor  $p'_1$ :

$$\Delta x^{n_1} = x_1 (p'_1, m) - x_1 (p'_1, m')$$

Já examinamos o efeito renda na seção 6.1. Nela, vimos que o efeito renda pode operar em ambos os sentidos: ele tende a aumentar ou diminuir a demanda do bem 1, conforme o bem que tenhamos seja normal ou inferior.

Quando o preço de um bem diminui, precisamos diminuir a renda para manter constante o poder aquisitivo. Se o bem for normal, essa diminuição de renda provocará um decréscimo na demanda. Se o bem for inferior, a diminuição da renda provocará um acréscimo na demanda.

## EXEMPLO: Cálculo do efeito renda

No exemplo dado anteriormente neste capítulo, vimos que:

$$x_1(p'_1, m) = x_1(2, 120) = 16$$
  
 $x_1(p'_1, m') = x_1(2, 106) = 15.3.$ 

O efeito renda para esse problema será, pois,

$$\Delta x_1^n = x_1(2, 120) - x_1(2, 106) = 16 - 15.3 = 0.7.$$

Como o leite é um bem normal para esse consumidor, a demanda de leite aumenta quando a renda aumenta.

## 8.3 Sinal do efeito substituição

Vimos que o efeito renda pode ser positivo ou negativo, conforme o bem seja normal ou inferior. E o efeito substituição? Se o preço de um bem diminuir, como na Figura 8.2, a variação da demanda desse bem, devido ao efeito substituição, *tem* de ser não negativa. Ou seja, se  $p_1 > p'_1$ , *deveremos* ter  $x_1$  ( $p'_1$ , m')  $\geq x_1$  ( $p_1$ , m), de modo que  $\Delta x^{s_1} \geq 0$ .

A prova dessa afirmação é a seguinte: na Figura 8.2, observe os pontos sobre a reta orçamentária girada, nos quais a quantidade consumida do bem 1 é menor do que na cesta x. Essas cestas podiam todas ter sido adquiridas aos preços antigos  $(p_1, p_2)$ , mas não foram. No lugar delas, comprou-se a cesta x.

Se o consumidor sempre escolhe a melhor cesta que seu orçamento permite comprar, X deve ser preferida a todas as cestas na parte da reta girada que está dentro do conjunto orçamentário original.

Isso significa que a escolha ótima sobre a reta orçamentária girada não pode ser uma das cestas que estão abaixo da reta orçamentária original. A escolha ótima sobre a reta orçamentária girada deverá ser X ou algum outro ponto à direita de X. Mas isso significa que a nova escolha ótima deve implicar um consumo do bem 1 pelo menos idêntico ao original, justamente como queríamos mostrar. No caso ilustrado na Figura 8.2, a escolha ótima sobre a reta orçamentária girada é a cesta y, que certamente implica um consumo do bem 1 maior do que no ponto original de consumo, X.

O efeito substituição sempre se move em sentido contrário ao do movimento de preços. Dizemos que o *efeito substituição é negativo* porque a variação na demanda devida ao efeito substituição é oposta à variação no preço: se este aumentar, diminui a demanda do bem por causa do efeito substituição.

## 8.4 A variação total na demanda

A variação total na demanda,  $\Delta x_1$ , é a variação na demanda devida à variação no preço, mantida fixa a renda:

$$\Delta x_1 = x_1(p_1', m) - x_1(p_1, m).$$

Vimos anteriormente como essa variação pode ser dividida em duas: o efeito substituição e o efeito renda. Em termos da simbologia definida, teremos

$$\Delta x_1 = \Delta x_1^s + \Delta x_1^n \ x_1(p_1',m) - x_1(p_1,m) = [x_1(p_1',m') - x_1(p_1,m)] \ + [x_1(p_1',m) - x_1(p_1',m')].$$

Em palavras, essa equação diz que a variação total na demanda é igual ao efeito substituição mais o efeito renda. Essa equação é chamada **identidade de Slutsky**. <sup>19</sup> Observe que ela é uma identidade: é verdadeira para todos os valores de  $p_1$ ,  $p_1$ , m e m. O primeiro e o quarto termos do lado direito eliminam-se, de modo que esse lado é  $id\hat{e}ntico$  ao lado esquerdo.

A essência da identidade de Slutsky não reside apenas na identidade algébrica, que é uma trivialidade matemática. A essência resulta da interpretação dos dois termos do lado direito: o efeito substituição e o efeito renda. Sobretudo, podemos usar o que sabemos sobre os sinais dos efeitos renda e substituição para conhecer o sinal do efeito total.

Embora o efeito substituição tenha sempre de ser negativo — o oposto da variação do preço, o efeito renda pode ter qualquer sinal. Assim, o efeito total poderia ser negativo ou positivo. No entanto, se tivermos um bem normal, o efeito substituição e o efeito renda seguem na mesma direção. Se o preço aumentar, a demanda cairá em consequência do efeito substituição. O aumento do preço equivale à diminuição da renda, que, no caso de um bem normal, provoca a diminuição da demanda. Ambos os efeitos reforçam-se mutuamente. Em termos da nossa notação, a variação na demanda em virtude de um aumento de preço de um bem normal significa que

$$\Delta x_1 = \Delta x_1^s + \Delta x_1^n.$$
(-) (-) (-)

(O sinal de menos abaixo dos termos indica que cada termo nessa expressão é negativo.)

Observe atentamente o sinal do efeito renda. Como estamos examinando uma situação de aumento de preço, isso implica uma diminuição do poder de compra – para um bem normal, isso implicará uma diminuição da demanda.

Entretanto, se tivermos um bem inferior, pode acontecer que o efeito renda seja maior do que o efeito substituição, de modo que a variação total na demanda associada a um

aumento de preço seja, na verdade, positiva. Esse seria um caso em que

$$\Delta x_1 = \Delta x_1^s + \Delta x_1^n.$$
(?) (-) (+)

Se o segundo termo do lado direito – o efeito renda – for suficientemente grande, a variação total da demanda pode ser positiva. Isso significaria que o aumento do preço resultaria no *aumento* da demanda. É o caso perverso de Giffen que descrevemos anteriormente: o aumento do preço reduziu tanto o poder de compra do consumidor que o fez aumentar o consumo do bem inferior.

A identidade de Slutsky mostra, porém, que esse tipo de efeito perverso só pode ocorrer com bens inferiores: com o bem normal, os efeitos renda e substituição reforçam-se mutuamente, de modo que a variação total da demanda ocorre sempre na direção "correta".

Portanto, o bem de Giffen tem de ser um bem inferior. Mas um bem inferior não é, necessariamente, um bem de Giffen: o efeito renda não somente deve ter o sinal "errado", mas também tem de ser grande o suficiente para superar o sinal "correto" do efeito substituição. É por isso que os bens de Giffen são tão raros na vida real: eles não teriam somente de ser bens inferiores, mas *muito* inferiores.

A Figura 8.3 ilustra isso de modo gráfico. Nela, mostramos a operação de girodeslocamento usual para encontrar o efeito substituição e o efeito renda. Em ambos os casos, o bem 1 é um bem inferior e o efeito renda é, portanto, negativo. Na Figura 8.3A, o efeito renda – por ser grande o suficiente para superar o efeito substituição – produz um bem de Giffen. Já na Figura 8.3B, o efeito renda é menor, e, portanto, o bem 1 responde da maneira habitual às variações de seu preço.

## 8.5 Taxas de variação

Já vimos que os efeitos renda e substituição podem ser descritos de modo gráfico como uma combinação de giros e deslocamentos ou, algebricamente, pela identidade de Slutsky

$$\Delta x_1 = \Delta x_1^s + \Delta x_1^n,$$

que apenas diz que a variação total na demanda é o efeito substituição mais o efeito renda. A identidade de Slutsky é enunciada aqui em termos de variações absolutas, mas é mais comum expressá-la em termos de *taxas* de variação.

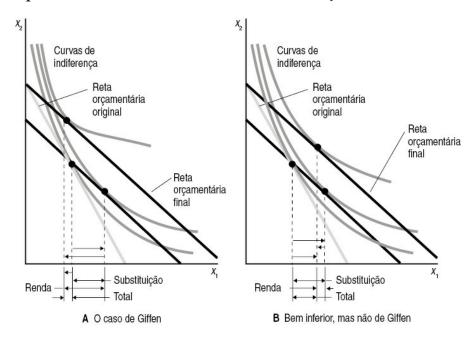


FIGURA 8.3 Bens inferiores. O painel A mostra um bem que é inferior o suficiente para originar o caso de Giffen. Já o painel B descreve um bem que, embora seja inferior, não tem um efeito suficientemente forte para criar um bem de Giffen.

Quando expressamos a identidade de Slutsky em termos de taxas de variação, convém definir  $\Delta x^{m}_{1}$  como a *negativa* do efeito renda:

$$\Delta x_1^m = x_1(p_1', m') - x_1(p_1', m) = -\Delta x_1^n.$$

Dada essa definição, a identidade de Slutsky torna-se

$$\Delta x_1 = \Delta x_1^s - \Delta x_1^m.$$

Se dividirmos cada lado da identidade por  $\Delta p_1$ , teremos

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} - \frac{\Delta x_1^m}{\Delta p_1} \cdot (8.2)$$

O primeiro termo do lado direito é a taxa de variação da demanda quando o preço varia e a renda é ajustada para manter acessível a cesta antiga — o efeito substituição. Analisemos o segundo termo. Como temos uma variação de renda no numerador, seria bom ter uma variação de renda no denominador.

Lembre-se de que a variação da renda,  $\Delta m$ , e a variação do preço,  $\Delta p_1$ , estão relacionadas pela fórmula

$$\Delta m = x_1 \Delta p_1$$
.

Resolvendo  $\Delta p_1$ , encontramos

$$\Delta p_1 = \frac{\Delta m}{x_1}.$$

Substituamos agora essa expressão no último termo de (8.2), para obtermos nossa fórmula final:

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} - \frac{\Delta x_1^m}{\Delta m} x_1.$$

Essa é a identidade de Slutsky em termos de taxas de variação. Podemos interpretar cada termo da seguinte maneira:

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \frac{x_1(p_1', m) - x_1(p_1, m)}{\Delta p_1}$$

é a taxa de variação da demanda à medida que o preço se altera, mantendo-se inalterada a renda;

$$\frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} = \frac{x_1(p_1', m') - x_1(p_1, m)}{\Delta p_1}$$

é a taxa de variação na demanda à medida que o preço se altera, ajustando-se a renda para que ainda seja possível comprar a cesta anterior. Isto é, o efeito substituição; e

$$\frac{\Delta x_1^m}{\Delta m} x_1 = \frac{x_1(p_1', m') - x_1(p_1', m)}{m' - m} x_1$$
 (8.3)

é a taxa de variação da demanda, mantendo-se os preços fixos e ajustando-se a renda. Ou seja, o efeito renda.

O próprio efeito renda é composto de duas partes: a maneira como a demanda varia à medida que a renda varia vezes o nível original da demanda. Quando o preço tem uma variação  $\Delta p_1$ , a variação da demanda em consequência do efeito renda é

$$\Delta x_1^m = \frac{x_1(p_1', m') - x_1(p_1', m)}{\Delta m} x_1 \Delta p_1.$$

Mas este último termo,  $x_1 \Delta p_1$ , é justamente a variação da renda necessária para manter acessível a cesta antiga. Ou seja,  $x_1 \Delta p_1 = \Delta m$ , de modo que a variação da

demanda devida ao efeito renda reduz-se a

$$\Delta x_1^m = \frac{x_1(p_1', m') - x_1(p_1', m)}{\Delta m} \Delta m,$$

exatamente como tínhamos anteriormente.

#### 8.6 A lei da demanda

No Capítulo 5, expressamos certa preocupação com o fato de que a teoria do consumidor parecia não ter um conteúdo específico: a demanda podia aumentar ou diminuir tanto quando o preço subia como quando a renda crescia. Se a teoria não impuser *algum* tipo de restrição ao comportamento observável, não será realmente uma teoria. Um modelo compatível com qualquer comportamento não tem valor real.

No entanto, sabemos que a teoria do consumidor tem algum conteúdo – vimos que as escolhas geradas pelo consumidor maximizador têm de satisfazer o Axioma Forte da Preferência Revelada. Vimos também que toda variação de preço pode ser decomposta em duas partes: um efeito substituição, que é com certeza negativo – na direção oposta da variação do preço, e um efeito renda, cujo sinal depende de o bem ser normal ou inferior.

Embora a teoria do consumidor não imponha restrições nem às variações da demanda quando os preços variam nem às variações da demanda quando varia a renda, ela restringe a forma como esses dois tipos de variações interagem. Temos, em especial, o seguinte:

A lei da demanda. Se a demanda de um bem aumenta quando a renda aumenta, a demanda desse bem tem de diminuir quando seu preço subir.

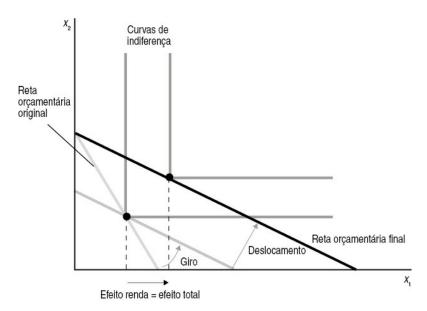
Isso decorre diretamente da equação de Slutsky: se a demanda aumentar quando a renda subir, teremos um bem normal. E, se temos um bem normal, o efeito substituição e o efeito renda reforçam-se mutuamente, de modo que um aumento do preço certamente reduzirá a demanda.

### 8.7 Exemplos dos efeitos renda e substituição

Vamos agora examinar alguns exemplos de variações de preços para determinados tipos de preferências e decompor as variações da demanda em seus efeitos renda e substituição.

Começaremos com o caso dos complementares perfeitos. A decomposição de Slutsky é ilustrada na Figura 8.4. Quando giramos a reta orçamentária em volta do ponto escolhido, a escolha ótima na nova reta orçamentária é idêntica à escolha na reta anterior. Isso significa que o efeito substituição é zero. A variação da demanda deve-se inteiramente ao efeito renda.

E quanto aos substitutos perfeitos, ilustrados na Figura 8.5? Nesse caso, quando inclinamos a reta orçamentária, a cesta de demanda salta do eixo vertical para o horizontal. Não há o que deslocar! A variação deve-se por inteiro ao efeito substituição.



**FIGURA 8.4 Complementares perfeitos.** A decomposição de Slutsky com complementares perfeitos.

Como terceiro exemplo, examinemos o caso das preferências quase lineares. A situação é um tanto peculiar. Já vimos que o deslocamento da renda não causa variação na demanda do bem 1 quando as preferências são quase lineares. Isso significa que toda a variação da demanda do bem 1 deve-se ao efeito substituição e que o efeito renda é zero, conforme ilustra a Figura 8.6.

## EXEMPLO: Restituição de um imposto

Em 1974, a Organização de Países Exportadores de Petróleo (Opep) impôs um embargo contra os Estados Unidos. Por várias semanas, a Opep conseguiu impedir os embarques de petróleo para os portos americanos. A vulnerabilidade dos Estados Unidos a esse tipo de acontecimento teve grande impacto sobre os poderes legislativo e executivo do país e propuseram-se vários planos para reduzir a dependência americana do petróleo estrangeiro.

Um desses planos consistia em aumentar os impostos sobre a gasolina. O aumento do custo faria com que os consumidores diminuíssem o consumo desse combustível, e a redução na demanda de gasolina diminuiria, por sua vez, a demanda de petróleo estrangeiro.

No entanto, um imposto direto sobre a gasolina afetaria um ponto sensível dos consumidores – o bolso – e, por isso, esse plano não seria politicamente viável. Sugeriu-se, então, que a receita arrecadada dos consumidores com o imposto fosse devolvida aos consumidores na forma de pagamentos diretos em dinheiro ou através da redução de algum outro imposto.

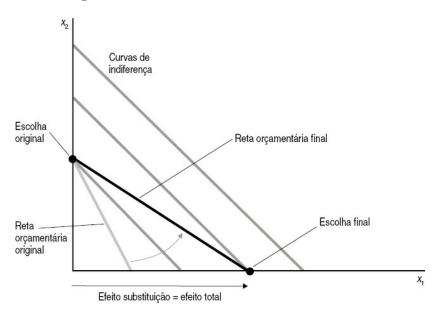


FIGURA 8.5 Substitutos perfeitos. A decomposição de Slutsky com substitutos perfeitos.

Os críticos dessa proposta argumentaram que a devolução da receita do imposto aos consumidores eliminaria o efeito sobre a demanda, uma vez que os consumidores poderiam utilizar o dinheiro devolvido para comprar mais gasolina. O que a análise econômica tem a dizer sobre esse plano?

Suponhamos, para simplificar, que o imposto sobre a gasolina fosse repassado por inteiro aos consumidores, de modo que o preço da gasolina aumentasse exatamente na mesma proporção do imposto. (Em geral, somente uma parte seria repassada, mas

ignoraremos essa complicação.) Suponhamos que o imposto elevasse o preço da gasolina de p para p' = p + t e que o consumidor médio respondesse com a redução de sua demanda de x para x'. O consumidor médio pagaria US\$t a mais por litro de gasolina e consumiria x' litros de gasolina após o estabelecimento do imposto, de modo que a quantidade de imposto paga pelo consumidor médio seria:

$$R = tx' = (p' - p)x'$$
.

Observe que a receita do imposto dependerá da quantidade real de gasolina que o consumidor acabe por consumir, x, e não da quantidade anteriormente consumida, x.

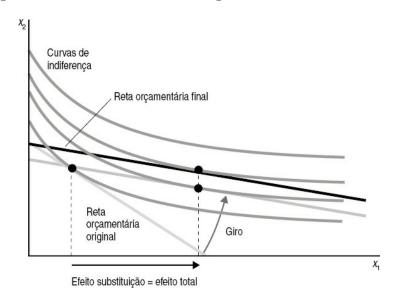


FIGURA 8.6 Preferências quase lineares. No caso das preferências quase lineares, toda a variação na demanda deve-se ao efeito substituição.

Se representarmos por y o gasto em todos os outros bens e fixarmos seu preço em 1, a restrição orçamentária original será

$$px + y = m$$
, (8.4)

e a restrição orçamentária após o estabelecimento do plano de restituição do imposto será

$$(p+t)x' + y' = m + tx' (8.5)$$

Na restrição orçamentária (8.5), o consumidor médio escolhe as variáveis do lado esquerdo (o consumo de cada bem), mas as variáveis do lado direito (sua renda e a restituição por parte do governo) são tidas como fixas. A restituição dependerá das ações de todos os consumidores e não do consumidor médio. Nesse caso, a restituição acabará por ser o imposto arrecadado do consumidor médio – mas isso ocorre porque ele se situa precisamente na média, e não por alguma relação causal.

Se cancelarmos tx' de ambos os lados da equação (8.5), teremos

$$px' + y' = m$$
.

Assim, (x', y') é uma cesta que poderia ter sido adquirida na restrição orçamentária original, mas foi rejeitada em favor de (x, y). Portanto, (x, y) tem de ser preferida a (x', y'): esse plano faz piorar a situação do consumidor. Talvez seja por isso que ele nunca foi aplicado!

A Figura 8.7 ilustra o equilíbrio com restituição de imposto. O imposto torna o bem 1 mais caro, e a restituição aumenta a renda monetária. A cesta original não pode mais ser comprada, e a situação do consumidor certamente piora. Com o plano de restituição de imposto, a escolha do consumidor resulta em consumir menos gasolina e mais de "todos os outros bens".

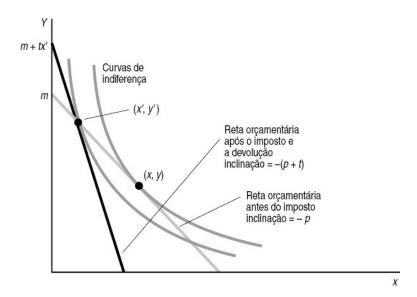


FIGURA 8.7 Restituição de imposto. Taxar os consumidores e restituir-lhes as receitas do imposto fazem com que eles figuem em situação pior.

O que se pode dizer sobre a quantidade de gasolina consumida? O consumidor médio poderia manter o antigo consumo de gasolina, mas, como o imposto fez com que ela ficasse mais cara, em geral o consumidor escolherá consumir menos.

### EXEMPLO: Determinação de preços em tempo real voluntária

A geração de eletricidade apresenta um sério problema de capacidade: é relativamente barata até o ponto em que toda a capacidade de geração está sendo utilizada e, uma vez atingido esse ponto, é impossível, por definição, gerar mais. A construção de instalações de geração é extremamente dispendiosa, de modo que encontrar formas de

reduzir o uso de eletricidade nos períodos de pico da demanda é algo muito atrativo do ponto de vista econômico.

Em estados de clima mais quente, como a Geórgia, cerca de 30% do uso de energia elétrica nos horários de pico é devido ao ar-condicionado. Além disso, é relativamente fácil prever a temperatura com um dia de antecedência, de modo que os usuários em potencial poderão ajustar os aparelhos de ar-condicionado à temperatura mais elevada, vestir roupas mais leves e assim por diante. O desafio está em formular um sistema de determinação de preços que incentive os usuários com condições de reduzir seu consumo de energia elétrica a fazê-lo.

Uma forma de fazer isso é por meio do sistema de Determinação de Preços em Tempo Real (RTP – Real Time Pricing). Num programa de Determinação de Preços em Tempo Real, grandes usuários industriais são equipados com medidores especiais que permitem que o preço da eletricidade varie de minuto para minuto, conforme os sinais transmitidos pela empresa geradora. Quando a demanda por eletricidade se aproxima do limite da capacidade instalada, a empresa geradora aumenta o preço, de modo a incentivar a redução do consumo. O esquema de preços é elaborado em função da demanda total de eletricidade.

A Georgia Power Company proclama que conduz o maior programa de determinação de preços em tempo real do mundo. Em 1999, conseguiu reduzir a demanda em 750 megawatts, em dias de preço alto, ao induzir alguns grandes usuários a reduzir a demanda em até 60%.

A Georgia Power formulou diversas variações interessantes em torno do modelo básico de determinação de preços. Em um dos planos, atribui-se aos clientes uma quantidade-base que representa o seu uso normal. Quando há escassez de oferta e o preço em tempo real aumenta, os usuários pagam mais pelo consumo que exceder a quantidade-base, mas também recebem um *desconto* se consumirem menos do que a quantidade-base.

A Figura 8.8 mostra como isso afeta a linha orçamentária dos usuários. O eixo vertical representa "dinheiro a ser gasto em outras coisas que não eletricidade", e a linha horizontal, "uso de eletricidade". Em épocas normais, os usuários determinam seu consumo de eletricidade, de modo a maximizar a utilidade dentro da restrição orçamentária dada pelo preço de eletricidade vigente para a quantidade-base. A escolha resultante é seu consumo básico.

Quando a temperatura aumenta, o preço em tempo real aumenta, tornando a eletricidade mais cara. Mas esse aumento de preço é bom para os consumidores que podem reduzir seu consumo, pois eles recebem o desconto com base no preço em tempo real de cada quilowatt que deixa de ser consumido. Se o consumo se mantém igual à quantidade-base, a conta de eletricidade do usuário não muda.

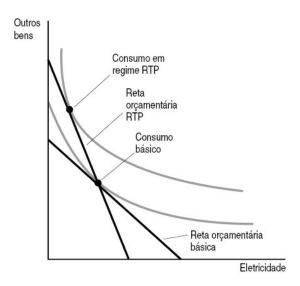


FIGURA 8.8 Determinação de preços em tempo real voluntária. Os usuários pagam mais pela eletricidade adicional quando o preço em tempo real aumenta, mas eles também recebem descontos sobre esse preço se reduzem seu consumo de eletricidade. Isso resulta num giro em torno da reta básica e tende a melhorar a situação dos usuários.

Não é dificil perceber que esse plano de determinação de preços é um giro de Slutsky em torno do consumo básico. Assim, podemos estar confiantes de que o consumo cairá e de que os usuários estarão pelo menos na mesma situação, com preço em tempo real, em que estavam em relação ao preço básico. De fato, esse programa se tornou bastante popular, com mais de 1.600 participantes voluntários.

## 8.8 Outro efeito substituição

O efeito substituição é o nome que os economistas dão à variação na demanda quando os preços variam, mas o poder aquisitivo do consumidor permanece constante, de modo que a cesta original continua acessível. Pelo menos, essa é *uma* definição do efeito substituição. Há também outra definição que pode ser útil.

A definição que estudamos anteriormente é chamada de efeito **substituição** de **Slutsky**. A definição que descreveremos nesta seção é chamada de efeito **substituição** de **Hicks**.<sup>20</sup>

Suponhamos que, em vez de girarmos a reta orçamentária em volta da cesta original, rolemos a reta orçamentária em torno da curva de indiferença que passa pela cesta original, conforme ilustra a Figura 8.9. Desse modo, apresentamos ao consumidor uma nova reta orçamentária, que tem os mesmos preços relativos que a reta orçamentária final, mas que corresponde a um nível de renda diferente. O poder aquisitivo que ele tem sob essa reta orçamentária não lhe permitirá mais comprar a cesta de bens original – mas será suficiente para comprar uma cesta que, para o consumidor, é exatamente indiferente à cesta original.

Assim, o efeito substituição de Hicks mantém constante a *utilidade*, em vez de manter constante o poder aquisitivo. O efeito substituição de Slutsky fornece ao consumidor o dinheiro exatamente necessário para voltar a seu nível original de consumo; o efeito substituição de Hicks fornece ao consumidor a quantidade de dinheiro exatamente necessária para que retorne à sua antiga curva de indiferença. Apesar dessa diferença nas definições, o efeito substituição de Hicks tem de ser negativo – no sentido de que ele opera na direção contrária da variação do preço, exatamente igual ao efeito substituição de Slutsky.

Mais uma vez, a prova é dada pela preferência revelada. Seja  $(x_1, x_2)$  uma cesta demandada a preços  $(p_1, p_2)$  e seja  $(y_1, y_2)$  uma cesta demandada a preços  $(q_1, q_2)$ . Suponhamos que a renda seja tal que o consumidor seja indiferente entre  $(x_1, x_2)$  e  $(y_1, y_2)$ . Como o consumidor é indiferente entre  $(x_1, x_2)$  e  $(y_1, y_2)$ , nenhuma das cestas pode ser revelada como preferida à outra.

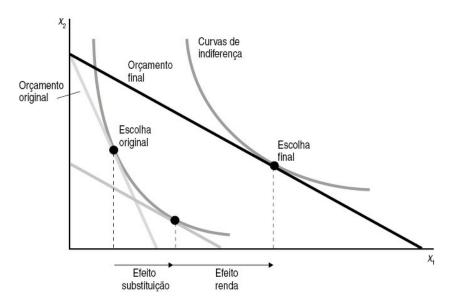


FIGURA 8.9 O efeito substituição de Hicks. Neste gráfico, giramos a reta orçamentária em torno da curva de indiferença em vez de girá-la em volta da escolha original.

Utilizando-se a definição de preferência revelada, isso significa que as duas desigualdades seguintes *não* são verdadeiras:

$$p_1x_1 + p_2x_2 > p_1y_1 + p_2y_2$$
  
 $q_1y_1 + q_2y_2 > q_1x_1 + q_2x_2$ .

Segue-se daí que essas desigualdades são verdadeiras:

$$p_1x_1 + p_2x_2 \le p_1y_1 + p_2y_2$$
  
$$q_1y_1 + q_2y_2 \le q_1x_1 + q_2x_2.$$

Se somarmos essas desigualdades e as reordenarmos, teremos

$$(q_1 - p_1)(y_1 - x_1) + (q_2 - p_2)(y_2 - x_2) \le 0$$

Essa é uma proposição geral sobre como as demandas variam quando os preços variam, sempre que a renda for ajustada para que o consumidor permaneça na mesma curva de indiferença. No caso particular em exame, só alteramos o primeiro preço. Portanto,  $q_2 = p_2$ , e ficamos com

$$(q_1 - p_1)(y_1 - x_1) \le 0$$

Essa equação diz que a variação na quantidade demandada deve ter o sinal contrário ao da variação do preço, que é o que queríamos mostrar.

A variação total na demanda ainda é igual ao efeito substituição mais o efeito renda — mas agora se trata do efeito substituição de Hicks. Como o efeito substituição de Hicks também é negativo, a equação de Slutsky possui exatamente a mesma forma que vimos anteriormente e tem exatamente a mesma interpretação. Tanto a definição do efeito substituição de Slutsky como de Hicks têm seu lugar, e a que é mais útil depende do problema em questão. Pode-se demonstrar que, para pequenas variações de preço, os dois efeitos substituição são praticamente idênticos.

# 8.9 Curvas de demanda compensadas

Vimos como a quantidade demandada varia quando os preços variam em três contextos diferentes: com a renda fixa (caso padrão), com o poder aquisitivo fixo (o efeito substituição de Slutsky) e com a utilidade fixa (o efeito substituição de Hicks). Podemos traçar a relação entre o preço e a quantidade demandada ao mantermos fixas quaisquer dessas três variáveis. Isso proporciona três curvas de demanda diferentes: a curva de demanda padrão, a curva de demanda de Slutsky e a curva de demanda de Hicks.

A análise deste capítulo mostra que as curvas de demanda de Slutsky e de Hicks são sempre curvas de inclinação descendente. Além disso, a curva de demanda comum tem inclinação descendente no caso dos bens normais. No entanto, a análise de Giffen mostra que é teoricamente possível que a curva de demanda comum tenha inclinação ascendente quando se tratar de um bem inferior.

A curva de demanda hicksiana – aquela em que a utilidade permanece constante – é às vezes chamada **curva de demanda compensada**. Essa terminologia surge com naturalidade se pensarmos em traçar uma curva de demanda hicksiana, ajustando-se a renda à medida que o preço varia, para manter constante a utilidade do consumidor. Desse modo, o consumidor é "compensado" pelas variações de preços e sua utilidade continua a mesma em qualquer ponto da curva de demanda hicksiana. Essa situação contrasta com a da curva de demanda comum, em que o consumidor fica pior ao enfrentar preços altos do que ao enfrentar preços baixos, uma vez que sua renda permanece constante.

A curva de demanda compensada é muito útil em cursos avançados, sobretudo na análise do custo-benefício. Nesse tipo de análise, é natural perguntar que volume de pagamentos é necessário para compensar os consumidores por alguma alteração de política econômica. A magnitude desses pagamentos fornece uma estimativa útil do custo da alteração da política. Entretanto, o cálculo real das curvas de demanda compensadas exige um ferramental matemático mais extenso do que o desenvolvido neste texto.

#### **RESUMO**

1. Quando o preço de um bem diminui, há dois efeitos sobre o consumo. A variação dos preços relativos faz com que o consumidor queira aumentar o consumo do bem mais barato. O aumento do poder aquisitivo em decorrência do preço menor pode aumentar ou diminuir o consumo, conforme o bem seja normal ou inferior.

- 2.A variação na demanda ocorrida em consequência da variação dos preços relativos é chamada de efeito substituição; a variação resultante da alteração do poder aquisitivo é chamada de efeito renda.
- 3.O efeito substituição mostra como a demanda varia quando os preços mudam e o poder aquisitivo é mantido constante, no sentido de que a cesta original permanece acessível ao consumidor. Para manter constante o poder aquisitivo, a renda monetária tem de variar. A variação necessária na renda monetária é dada por  $\Delta m = x_1 \Delta p_1$ .
- 4.A equação de Slutsky diz que a variação total na demanda é a soma do efeito substituição com o efeito renda.
- 5.A Lei da Demanda diz que os bens normais devem ter curvas de demanda com inclinação descendente.

# QUESTÕES DE REVISÃO

- 1.Imagine que uma consumidora tenha preferências quanto a dois bens que são substitutos perfeitos. Seria possível mudar seus preços de tal forma que toda a resposta da demanda seja devida ao efeito renda?
- 2. Suponhamos que as preferências sejam côncavas. O efeito substituição continuará negativo?
- 3.No caso do imposto sobre a gasolina, o que aconteceria se a restituição do imposto ao consumidor se baseasse em seu consumo original de gasolina, x, em vez de no consumo final, x'?
- 4. No caso descrito na questão anterior, o governo pagaria mais ou menos do que recebeu com a receita de imposto?
- 5. Nesse caso, os consumidores estariam em situação melhor ou pior se o imposto com restituição baseada no consumo original estivesse em vigor?

# **APÊNDICE**

Derivemos a equação de Slutsky com o uso do cálculo. Consideremos a definição de Slutsky do efeito substituição, na qual a renda é ajustada para dar ao consumidor dinheiro exatamente suficiente para comprar a cesta de consumo original, que representaremos por  $(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$ . Se os preços forem  $(p_1, p_2)$ , a escolha real do consumidor com esse ajuste da renda dependerá de  $(p_1, p_2)$  e de  $(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$ . Denominemos essa relação de **função de demanda de Slutsky** pelo bem 1 e a representemos por  $x^{s_1}$   $(p_1, p_2, \bar{x}_1, \bar{x}_2)$ .

Suponhamos que a cesta originalmente demandada fosse  $(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$  aos preços  $(\bar{p}_1, \bar{p}_2)$  e renda m—. A função de demanda de Slutsky diz o que o consumidor demandaria ao enfrentar um conjunto diferente de preços  $(p_1, p_2)$  e uma renda  $p_1\bar{x}_1, p_2\bar{x}_2$ . A função de demanda de Slutsky em  $(p_1, p_2, \bar{x}_1, \bar{x}_2)$  é, pois, a demanda comum aos preços  $(p_1, p_2)$  e à renda  $p_1\bar{x}_1 + p_2\bar{x}_2$ . Ou seja,

$$x_1^s(p_1, p_2, \overline{x}_1, \overline{x}_2) \equiv x_1(p_1, p_2, p_1\overline{x}_1 + p_2\overline{x}_2).$$

Essa equação diz que a demanda de Slutsky aos preços  $(p_1, p_2)$  é a quantidade que o consumidor demandaria se tivesse renda suficiente para comprar sua cesta original de bens  $(\overline{x_1}, \overline{x_2})$ . Essa é justamente a definição da função de demanda de Slutsky.

Se diferenciarmos essa identidade com respeito a  $p_1$ , teremos

$$\frac{\partial x_1^s(p_1,p_2,\overline{x}_1,\overline{x}_2)}{\partial p_1} = \frac{\partial x_1(p_1,p_2,\overline{m})}{\partial p_1} + \frac{\partial x_1(p_1,p_2,\overline{m})}{\partial m} \overline{x}_1.$$

Ao rearrumarmos os termos, teremos

$$\frac{\partial x_1(p_1,p_2,\overline{m})}{\partial p_1} = \frac{\partial x_1^s(p_1,p_2,\overline{x}_1,\overline{x}_2)}{\partial p_1} - \frac{\partial x_1(p_1,p_2,\overline{m})}{\partial m} \overline{x}_1.$$

Observe nesse cálculo o uso da regra de cadeia.

Essa é uma forma derivada da equação de Slutsky. Ela diz que o efeito total da variação de um preço é composto de um efeito substituição (em que a renda é ajustada para que a cesta original  $(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$  continue factível) e um efeito renda. Conforme vimos no texto, o efeito substituição é negativo e o sinal do efeito renda depende de o bem considerado ser inferior ou não. Como podemos ver, essa é exatamente a equação de Slutsky examinada no texto, com a diferença de que substituímos os  $\Delta$ 's pelos símbolos de derivadas.

E o efeito substituição de Hicks? Também é possível definir uma equação de Slutsky para ele. Digamos que  $x_1^h(p_1, p_2, \overline{u})$  seja a função de demanda hicksiana, a qual mede quanto o consumidor demanda do bem 1 aos preços  $(p_1, p_2)$ , se a renda é ajustada para

manter a utilidade constante no nível original  $\overline{u}$ . Nesse caso, a equação de Slutsky assume a forma

$$\frac{\partial x_1(p_1, p_2, m)}{\partial p_1} = \frac{\partial x_1^h(p_1, p_2, \overline{u})}{\partial p_1} - \frac{\partial x_1(p_1, p_2, m)}{\partial m} \overline{x}_1.$$

A prova dessa equação depende do fato de que

$$\frac{\partial x_1^h(p_1, p_2, \overline{u})}{\partial p_1} = \frac{\partial x_1^s(p_1, p_2, \overline{x}_1, \overline{x}_2)}{\partial p_1}$$

para variações infinitesimais de preço. Ou seja, para tais variações do preço, os efeitos substituição de Slutsky e de Hicks são idênticos. A prova dessa afirmação não é assim tão difícil, mas requer alguns conceitos que se situam além do escopo deste livro. Uma prova relativamente simples é oferecida em Hal R. Varian, *Microeconomic Analysis*, 3<sup>a</sup> ed. (Nova York: Norton, 1992).

## EXEMPLO: Restituição de um pequeno imposto

Podemos usar a versão diferencial da equação de Slutsky para ver como as escolhas de consumo reagiriam a uma pequena variação num imposto quando as receitas desse imposto são restituídas aos consumidores.

Suponhamos, como anteriormente, que o imposto faça o preço aumentar no valor total do imposto. Seja *x* a quantidade de gasolina, *p* seu preço original e *t* a quantidade do imposto. A variação no consumo será dada por

$$dx = \frac{\partial x}{\partial p}t + \frac{\partial x}{\partial m}tx.$$

O primeiro termo avalia como a demanda responde à variação do preço multiplicada pela quantidade da variação do preço — o que nos dá o efeito preço do imposto. O segundo termo diz quanto a demanda responde a uma variação da renda multiplicada pela quantidade em que a renda tem variado — a renda tem um aumento igual à quantidade da receita do imposto restituída ao consumidor.

Empreguemos agora a equação de Slutsky para expandir o primeiro termo do lado direito para obter os efeitos substituição e renda da própria variação de preço:

$$dx = \frac{\partial x^s}{\partial p}t - \frac{\partial x}{\partial m}tx + \frac{\partial x}{\partial m}tx = \frac{\partial x^s}{\partial p}t.$$

O efeito renda é cancelado e tudo o que resta é o efeito substituição puro. Impor um pequeno imposto e devolver as receitas equivale a impor uma variação de preço e ajustar a renda para que a cesta de consumo original continue factível – sempre que o imposto for pequeno o bastante para que a aproximação diferencial seja válida.

- Assim chamada em homenagem a Eugen Slutsky (1880-1948), economista russo que investigou a teoria da demanda.
- <sup>20</sup> O conceito recebeu esse nome em homenagem a Sir John Hicks, cidadão inglês que recebeu o Prêmio Nobel de Economia.