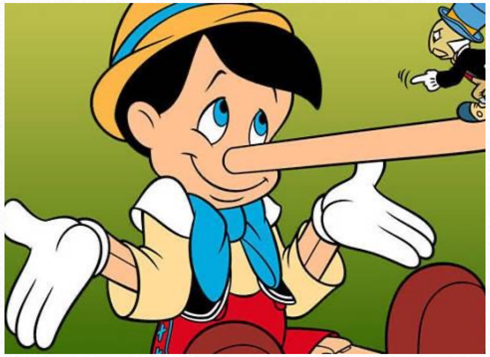
Parte 2



Regras de Inferência

Matemática Discreta

Prof$^{a.}$ Hélida Salles

IC3 CENTRO DE CIÊNCIAS COMPUTACIONAIS

Usando Regras de Inferência para Construir Argumentos

- Aplicamos as regras de inferência para demonstrar que um grupo de premissas são argumentos válidos
  - Os exemplos a seguir demonstram como argumentos, em português, podem ser analisados usando regras de inferência.

Regras de inferência

Regra	Tautologia	Nome
$p \to q$ p $\therefore q$	$(p \wedge (p \to q)) \to q$	Modus ponens
$\neg q$ $p \to q$ $\therefore \neg p$	$(\neg q \wedge (p \to q)) \to \neg p$	Modus tollens
$p \to q$ $q \to r$ $\therefore p \to r$	$((p \to q) \wedge (q \to r)) \to (p \to r)$	Silogismo hipotético
$p \vee q$ $\neg p$ $\therefore q$	$((p \vee q) \wedge \neg p) \to q$	Silogismo disjuntivo
p $\therefore p \vee q$	$p \to (p \vee q)$	Adição
$p \wedge q$ $\therefore p$	$(p \wedge q) \to p$	Simplificação
p q $\therefore p \wedge q$	$((p) \wedge (q)) \to (p \wedge q)$	Conjunção
$p \vee q$ $\neg p \vee r$ $\therefore q \vee r$	$((p \vee q) \wedge (\neg p \vee r)) \to (q \vee r)$	Resolução

Equivalências Lógicas

Equivalências	*Nome*
$p \wedge \mathbf{V} \equiv p$ $p \vee \mathbf{F} \equiv p$	Propriedade dos elementos neutros
$p \vee \mathbf{V} \equiv \mathbf{V}$ $p \wedge \mathbf{F} \equiv \mathbf{F}$	Propriedade de dominação
$p \vee p \equiv p$ $p \wedge p \equiv p$	Propriedades idempotentes
$\neg(\neg p) \equiv p$	Propriedade da dupla negação
$p \vee q \equiv q \vee p$ $p \wedge q \equiv q \wedge p$	Propriedades comutativas
$(p \vee q) \vee r \equiv q \vee (p \vee r)$ $(p \wedge q) \wedge r \equiv q \wedge (p \wedge r)$	Propriedades associativas
$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	Propriedades distributivas
$\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$ $\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$	Leis de De Morgan
$p \vee (p \wedge q) \equiv p$ $p \wedge (p \vee q) \equiv p$	Propriedades de Absorção
$p \vee \neg p \equiv \mathbf{V}$ $p \wedge \neg p \equiv \mathbf{F}$	Propriedades de negação

Equivalências Lógicas com condicionais e bicondicionais

Equivalências Lógicas com Sentenças condicionais
$p \to q \equiv \neg p \vee q$
$p \to q \equiv \neg q \to \neg p$ (contrapositiva)
$p \vee q \equiv \neg p \to q$
$p \wedge q \equiv \neg(p \to \neg q)$
$\neg(p \to q) \equiv p \wedge \neg q$
$(p \to q) \wedge (p \to r) \equiv p \to (q \wedge r)$
$(p \to r) \wedge (q \to r) \equiv (p \vee q) \to r$
$(p \to q) \vee (p \to r) \equiv p \to (q \vee r)$
$(p \to r) \vee (q \to r) \equiv (p \wedge q) \to r$

Equivalências Lógicas com Sentenças bicondicionais
$p \leftrightarrow q \equiv (p \to q) \wedge (q \to p)$
$p \leftrightarrow q \equiv \neg p \to \neg q$
$p \leftrightarrow q \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
$\neg(p \leftrightarrow q) \equiv p \leftrightarrow \neg \mathrm{q}$

Usando Regras de Inferência para Construir Argumentos

- **Exemplo 1: Dadas as seguintes hipóteses, podemos chegar a conclusão.**

  Hipóteses:

  "Não está ensolarado e está mais frio que ontem."

  "Vamos nadar se estiver ensolarado."

  "Se não formos nadar, então vamos fazer um passeio de barco."

  "Se fizermos um passeio de barco, então estaremos em casa ao anoitecer"

  Conclusão:

  "Estaremos em casa ao anoitecer."

Usando Regras de Inferência para Construir Argumentos

- Exemplo 1:

PASSO 1

Identificar as proposições

Hipóteses:

p q

"Não está ensolarado e está mais frio que ontem."

r

"Vamos nadar se estiver ensolarado." p

r s

"Se não formos nadar, Então vamos fazer um passeio de barco."

"Se fizermos um passeio de barco, então estaremos em casa ao anoitecer"

s t

Conclusão:

"Estaremos em casa ao anoitecer." t

Usando Regras de Inferência para Construir Argumentos

- Exemplo 1:

Hipóteses:

p q

"Não está ensolarado e está mais frio que ontem."

r

"Vamos nadar se estiver ensolarado." p

s

r

"Se não formos nadar, Então vamos fazer um passeio de barco."

"Se fizermos um passeio de barco, então estaremos em casa ao anoitecer"

s t

Conclusão:

"Estaremos em casa ao anoitecer." t

$\neg p \wedge q$ **Converter**

$r \rightarrow p$

$\neg r \rightarrow s$

$s \rightarrow t$

PASSO 2

Usando Regras de Inferência para Construir Argumentos

- Exemplo 1:

Hipóteses:

p q

"Não está ensolarado e está mais frio que ontem."

r

"Vamos nadar se estiver ensolarado." p

r s

"Se não formos nadar, Então vamos fazer um passeio de barco."

"Se fizermos um passeio de barco, então estaremos em casa ao anoitecer"

Conclusão: s t

"Estaremos em casa ao anoitecer." t

Aplicar regras de inferência

$\neg p \wedge q$

$\neg p$ simplificação

$\neg r \rightarrow s$

$s \rightarrow t$

$r \rightarrow p$

PASSO 3

Usando Regras de Inferência para Construir Argumentos

- Exemplo 1:

Hipóteses:

“Não está ensolarado (p) e está mais frio que ontem (q).”

“Vamos nadar (r) se estiver ensolarado (p).”

“Se não formos nadar (r), Então vamos fazer um passeio de barco (s).”

“Se fizermos um passeio de barco (s), então estaremos em casa ao anoitecer (t)”

Conclusão:

“Estaremos em casa ao anoitecer.” (t)

Aplicar regras de inferência

$\neg r \left\{ \begin{array}{l} \neg p \\ r \to p \end{array} \right.$

Modus tollens

$\neg r \to s$

$s \to t$

$\neg p \wedge q$

Usando Regras de Inferência para Construir Argumentos

- Exemplo 1:

Hipóteses:

p q

"Não está ensolarado e está mais frio que ontem."

r

"Vamos nadar se estiver ensolarado." p

r s

"Se não formos nadar, Então vamos fazer um passeio de barco."

"Se fizermos um passeio de barco, então estaremos em casa ao anoitecer"

Conclusão:

s t

"Estaremos em casa ao anoitecer." t

Aplicar regras de inferência

$\neg r$

$\neg r \rightarrow s$

s

Modus ponens

$s \rightarrow t$

$\neg p \wedge q$ $\quad \neg p$

$r \rightarrow p$

Usando Regras de Inferência para Construir Argumentos

- Exemplo 1:

Hipóteses:

p q

"Não está ensolarado e está mais frio que ontem."

r

"Vamos nadar se estiver ensolarado." p

r s

"Se não formos nadar, Então vamos fazer um passeio de barco."

"Se fizermos um passeio de barco, então estaremos em casa ao anoitecer"

s t

Conclusão:

"Estaremos em casa ao anoitecer." t

Aplicar regras de inferência

$$t \left\{ \begin{array}{l} s \\ s \to t \end{array} \right.$$

Modus ponens

$\neg r \to s$

$\neg r$ $\quad \neg p \land q$ $\quad \neg p$

$r \to p$

Usando Regras de Inferência para Construir Argumentos

CONCLUSÃO

- Exemplo 1:

Hipóteses:

p q

“Não está ensolarado e está mais frio que ontem.”

r

“Vamos nadar se estiver ensolarado.” p

r s

“Se não formos nadar, Então vamos fazer um passeio de barco.”

“Se fizermos um passeio de barco, então estaremos em casa ao anoitecer”

s t

Conclusão:

“Estaremos em casa ao anoitecer.” t

Aplicar regras de inferência

$$t \left\{ \begin{array}{l} s \\ s \to t \end{array} \right.$$

Modus ponens

$\neg r \to s$

$\neg r$ $\quad \neg p \wedge q$ $\quad \neg p$

$r \to p$

Usando Regras de Inferência para Construir Argumentos

Exemplo 1

		Ação
a)	$\neg p \wedge q$	*Premissas*
b)	$r \rightarrow p$	*Premissas*
c)	$\neg r \rightarrow s$	*Premissas*
d)	$s \rightarrow t$	*Premissas*
e)	$\neg p$	*Simplificação em (a)*
f)	$\neg r$	*Modus tollens (e) e (b)*
g)	s	*Modus ponens (f) e (c)*
h)	$\boldsymbol{t}$	*Modus ponens (g) e (d)*

Usando Regras de Inferência para Construir Argumentos

- Exemplo 2:

  Hipóteses:

  "Se você me mandar um e-mail, então eu terminarei o programa."

  "Se você não me mandar um e-mail, então eu vou dormir cedo."

  "Se eu dormir cedo, então acordarei sentindo-me bem."

  Conclusão:

  "Se eu não terminar o programa, então eu acordarei sentindo-me bem."

Usando Regras de Inferência para Construir Argumentos

Identificar as proposições e traduzi-las

- Exemplo 2:

Hipóteses:

p q

"Se você me mandar um e-mail, então eu terminarei o programa." $p \rightarrow q$

p

"Se você não me mandar um e-mail, então eu vou dormir cedo." r $\neg p \rightarrow r$

"Se eu dormir cedo, então acordarei sentindo-me bem." s $r \rightarrow s$

r

Conclusão:

"Se eu não terminar o programa, então eu acordarei sentindo-me bem."

$\neg q \rightarrow s$

Usando Regras de Inferência para Construir Argumentos

Equivalência lógica

- Exemplo 2:

Hipóteses:

p q

"Se você me mandar um e-mail, então eu terminarei o programa." $p \to q$ $\neg q \to \neg p$

p

"Se você não me mandar um e-mail, então eu vou dormir cedo." r $\neg p \to r$ Contrapositiva

"Se eu dormir cedo, então acordarei sentindo-me bem." s $r \to s$

r

Conclusão:

"Se eu não terminar o programa, então eu acordarei sentindo-me bem."

$\neg q \to s$

Usando Regras de Inferência para Construir Argumentos

Aplicar regras de inferência

- Exemplo 2:

  Hipóteses:

  p q

  "Se você me $\boxed{\text{mandar um e-mail}}$, então $\boxed{\text{eu terminarei o programa}}$."

  p

  "Se você não me $\boxed{\text{mandar um e-mail}}$, então $\boxed{\text{eu vou dormir cedo.}}$" r

  "Se $\boxed{\text{eu dormir cedo}}$, então $\boxed{\text{acordarei sentindo-me bem.}}$" s

  r

  Conclusão:

  $\boxed{\text{"Se eu não terminar o programa, então eu acordarei sentindo-me bem."}}$

  $\neg q \rightarrow s$

Silogismo hipotético

$$\left.\begin{array}{l}\neg q \rightarrow \neg p \\ \neg p \rightarrow r\end{array}\right\} \neg q \rightarrow r$$

$r \rightarrow s$

$p \rightarrow q$

Usando Regras de Inferência para Construir Argumentos

Aplicar regras de inferência

- Exemplo 2:

Hipóteses:

p q

"Se você me mandar um e-mail, então eu terminarei o programa."

p

"Se você não me mandar um e-mail, então eu vou dormir cedo." r

"Se eu dormir cedo, então acordarei sentindo-me bem." s

r

Conclusão:

"Se eu não terminar o programa, então eu acordarei sentindo-me bem."

$\neg q \to s$

Silogismo hipotético

$$\left.\begin{array}{l} \neg q \to r \\ r \to s \end{array}\right\} \neg q \to s$$

$\neg p \to r$ $\neg q \to \neg p$

$p \to q$

Usando Regras de Inferência para Construir Argumentos

Aplicar regras de inferência

- Exemplo 2:

Hipóteses:

p q

"Se você me mandar um e-mail, então eu terminarei o programa."

p

"Se você não me mandar um e-mail, então eu vou dormir cedo." r

"Se eu dormir cedo, então acordarei sentindo-me bem." s

r

Silogismo hipotético

$$\left.\begin{array}{l}\neg q \rightarrow r \\ r \rightarrow s\end{array}\right\} \neg q \rightarrow s$$

$\neg p \rightarrow r$ $\quad \neg q \rightarrow \neg p$

$p \rightarrow q$

Conclusão:

"Se eu não terminar o programa, então eu acordarei sentindo-me bem."

CONCLUSÃO $\neg q \rightarrow s$

		Ação
a)	$p \rightarrow q$	*Premissas*
b)	$\neg p \rightarrow r$	*Premissas*
c)	$r \rightarrow s$	*Premissas*
d)	$\neg q \rightarrow \neg p$	*Contrapositiva em (a)*
e)	$\neg q \rightarrow r$	*S. H. em (d) e (b)*
f)	$\boldsymbol{\neg q \rightarrow s}$	*S. H. em (e) e (c)*

Usando Regras de Inferência para Construir Argumentos

Exercício 1

Use as regras de inferência para mostrar que as seguintes hipóteses:

- ✓ "Rudolph trabalha muito."
- ✓ "Se Rudolph trabalha muito, então ele é uma rena boba."
- ✓ "Se Rudolph é uma rena boba, então ele não será contratado no Natal."

implicam a conclusão:

- "Rudolph não será contratado no Natal."

Exercício 1

Use as regras de inferência para mostrar que as seguintes hipóteses:

r

- "Rudolph trabalha muito."

r s

- "Se Rudolph trabalha muito, então ele é uma rena boba."

s

- "Se Rudolph é uma rena boba, então ele não será contratado no Natal."

$\neg p$

implicam a conclusão:

- "Rudolph não será contratado no Natal."

$\neg p$

Exercício 1

Use as regras de inferência para mostrar que as seguintes hipóteses:

r

- "Rudolph trabalha muito."

r s

- "Se Rudolph trabalha muito, então ele é uma rena boba."

s

- "Se Rudolph é uma rena boba, então ele não será contratado no Natal."

$\neg p$

implicam a conclusão:

- "Rudolph não será contratado no Natal."

$\neg p$

1) r
2) $r \rightarrow s$
3) $s \rightarrow \neg p$

$\therefore \neg p$

Exercício 1

Use as regras de inferência para mostrar que as seguintes hipóteses:

r

- "Rudolph trabalha muito."

r s

- "Se Rudolph trabalha muito, então ele é uma rena boba."

s

- "Se Rudolph é uma rena boba, então ele não será contratado no Natal."

$\neg p$

implicam a conclusão:

- "Rudolph não será contratado no Natal."

$\neg p$

1) r
2) $r \rightarrow s$
3) $s \rightarrow \neg p$

Silogismo hipotético (2) e (3)

4) $r \rightarrow \neg p$

$\therefore \neg p$

Exercício 1

Use as regras de inferência para mostrar que as seguintes hipóteses:

r

- "Rudolph trabalha muito."

r s

- "Se Rudolph trabalha muito, então ele é uma rena boba."

s

- "Se Rudolph é uma rena boba, então ele não será contratado no Natal."

$\neg p$

implicam a conclusão:

- "Rudolph não será contratado no Natal."

$\neg p$

1) r
2) $r \rightarrow s$
3) $s \rightarrow \neg p$
4) $r \rightarrow \neg p$

$\therefore \neg p$

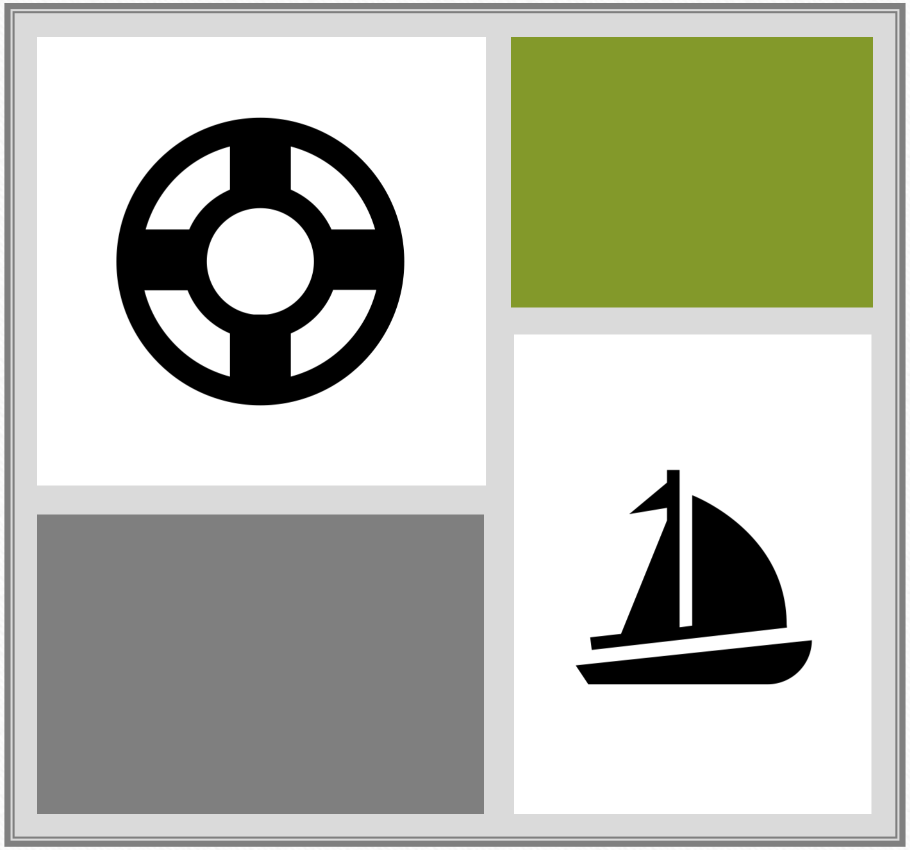
Modus ponens
(1) e (4)

5) $\neg p$

Usando Regras de Inferência para Construir Argumentos

Exercício

		Ação
1)	r	Premissas
2)	$r \rightarrow s$	Premissas
3)	$s \rightarrow \neg p$	Premissas
4)	$r \rightarrow \neg p$	S.H em 2) e 3)
5)	$\neg p$	M.P. em 1) e 4)



Exercício 2

2. Use as regras de inferência para mostrar que as seguintes hipóteses:
   - “Se não chove ou não tem neblina, então a competição de vela acontecerá e a apresentação de salvamento continuará.”
   - “Se a competição de vela é mantida, então o troféu será conquistado.”
   - O troféu não foi conquistado.”

implicam a conclusão:

- “Choveu.”

Exercício 2

Use as regras de inferência para mostrar que as seguintes hipóteses:

- "Se não $\overset{\neg c}{\boxed{\text{chove}}}$ ou não $\overset{\neg n}{\boxed{\text{tem neblina,}}}$ então $\overset{v}{\boxed{\text{a competição de vela acontecerá}}}$ e a s $\boxed{\text{apresentação de salvamento continuará."}}$
- "Se $\underset{v}{\boxed{\text{a competição de vela é mantida,}}}$ então $\underset{t}{\boxed{\text{o troféu será conquistado."}}}$
- O $\underset{\neg t}{\boxed{\text{troféu não foi conquistado."}}}$

implicam a conclusão:

- $\boxed{\text{"Choveu."}}$ c

Exercício 2

Use as regras de inferência para mostrar que as seguintes hipóteses:

$\neg c$ $\neg n$ v

- "Se não chove ou não tem neblina, então a competição de vela acontecerá e a
s apresentação de salvamento continuará."
- "Se a competição de vela é mantida, então o troféu será conquistado."
v t
- O troféu não foi conquistado."
$\neg t$

implicam a conclusão:

- "Choveu." c

1) $(\neg c \vee \neg n) \rightarrow (v \wedge s)$
2) $v \rightarrow t$
3) $\neg t$

$\therefore c$

Exercício 2

Use as regras de inferência para mostrar que as seguintes hipóteses:

$\neg c$ $\neg n$ v

- “Se não chove ou não tem neblina, então a competição de vela acontecerá e a s apresentação de salvamento continuará.”

v t

- “Se a competição de vela é mantida, então o troféu será conquistado.”
- O troféu não foi conquistado.”

$\neg t$

implicam a conclusão:

- “Choveu.” c

1) $(\neg c \lor \neg n) \rightarrow (v \land s)$

2) $v \rightarrow t$

3) $\neg t$

$\therefore c$

L. Morgan em (1)

4) $\neg(c \land n) \rightarrow (v \land s)$

Exercício 2

Use as regras de inferência para mostrar que as seguintes hipóteses:

$\neg c$ $\neg n$ v

- "Se não chove ou não tem neblina, então a competição de vela acontecerá e a apresentação de salvamento continuará." s

v t

- "Se a competição de vela é mantida, então o troféu será conquistado."
- O troféu não foi conquistado." $\neg t$

implicam a conclusão:

- "Choveu." c

Contrapositiva em (4)

5) $\neg(v \wedge s) \rightarrow (c \wedge n)$

1) $(\neg c \vee \neg n) \rightarrow (v \wedge s)$
2) $v \rightarrow t$
3) $\neg t$
4) $\neg(c \wedge n) \rightarrow (v \wedge s)$

$\therefore c$

Exercício 2

Use as regras de inferência para mostrar que as seguintes hipóteses:

- "Se não $\underbrace{\boxed{\text{chove}}}_{}$ ou não tem neblina, então a competição de vela acontecerá e a apresentação de salvamento continuará."
- "Se a competição de vela é mantida, então o troféu será conquistado."
- O troféu não foi conquistado."

implicam a conclusão:

- "Choveu."

$\neg c$ $\neg n$ v s v t $\neg t$ c

Modus tollens em (2) e (3)

6) $\neg v$

1) $(\neg c \vee \neg n) \to (v \wedge s)$
2) $v \to t$
3) $\neg t$
4) $\neg(v \wedge s) \to \neg(\neg c \vee \neg n)$
5) $(\neg v \vee \neg s) \to (c \wedge n)$

$\therefore c$

Exercício 2

Use as regras de inferência para mostrar que as seguintes hipóteses:

- "Se não $\overset{\neg c}{\boxed{\text{chove}}}$ ou não $\overset{\neg n}{\boxed{\text{tem neblina,}}}$ então $\overset{v}{\boxed{\text{a competição de vela acontecerá}}}$ e a s $\boxed{\text{apresentação de salvamento continuará."}}$
- "Se $\overset{v}{\boxed{\text{a competição de vela é mantida,}}}$ então $\overset{t}{\boxed{\text{o troféu será conquistado."}}}$
- O $\underset{\neg t}{\boxed{\text{troféu não foi conquistado."}}}$

implicam a conclusão:

- $\boxed{\text{"Choveu."}}$ c

Adição em (6)

7) $\neg v \lor \neg s$

1) $(\neg c \lor \neg n) \to (v \land s)$
2) $v \to t$
3) $\neg t$
4) $\neg(v \land s) \to \neg(\neg c \lor \neg n)$
5) $(\neg v \lor \neg s) \to (c \land n)$
6) $\neg\, v$

$\therefore\, c$

Exercício 2

Use as regras de inferência para mostrar que as seguintes hipóteses:

- “Se não $\overset{\neg c}{\boxed{\text{chove}}}$ ou não $\overset{\neg n}{\boxed{\text{tem neblina,}}}$ então $\overset{v}{\boxed{\text{a competição de vela acontecerá}}}$ e a $\overset{s}{\boxed{\text{apresentação de salvamento continuará.”}}}$
- “Se $\overset{v}{\boxed{\text{a competição de vela é mantida,}}}$ então $\overset{t}{\boxed{\text{o troféu será conquistado.”}}}$
- O $\underset{\neg t}{\boxed{\text{troféu não foi conquistado.”}}}$

implicam a conclusão:

- $\boxed{\text{“Choveu.”}}$ c

Modus ponens em (5) e (7)

8) $c \wedge n$

1) $(\neg c \vee \neg n) \rightarrow (v \wedge s)$
2) $v \rightarrow t$
3) $\neg t$
4) $\neg(v \wedge s) \rightarrow \neg(\neg c \vee \neg n)$
5) $(\neg v \vee \neg s) \rightarrow (c \wedge n)$
6) $\neg v$
7) $\neg v \vee \neg s$

$\therefore c$

Exercício 2

Use as regras de inferência para mostrar que as seguintes hipóteses:

- “Se não chove ($\neg c$) ou não tem neblina ($\neg n$), então a competição de vela acontecerá (v) e a apresentação de salvamento continuará (s).”
- “Se a competição de vela é mantida (v), então o troféu será conquistado (t).”
- O troféu não foi conquistado ($\neg t$).”

implicam a conclusão:

- “Choveu.” (c)

1) $(\neg c \vee \neg n) \rightarrow (v \wedge s)$
2) $v \rightarrow t$
3) $\neg t$
4) $\neg(v \wedge s) \rightarrow \neg(\neg c \vee \neg n)$
5) $(\neg v \vee \neg s) \rightarrow (c \wedge n)$
6) $\neg v$
7) $\neg v \vee \neg s$
8) $c \wedge n$

$\therefore c$

Simplificação em (8)

9) c

Exercício 2 – **outro raciocínio**

Use as regras de inferência para mostrar que as seguintes hipóteses:

$\neg c$ $\neg n$ v

- "Se não chove ou não tem neblina, então a competição de vela acontecerá e a apresentação de salvamento continuará." s
- "Se a competição de vela é mantida, então o troféu será conquistado." v t
- O troféu não foi conquistado." $\neg t$

implicam a conclusão:

- "Choveu." c

1) $(\neg c \lor \neg n) \rightarrow (v \land s)$
2) $v \rightarrow t$
3) $\neg t$
4) $\neg t \rightarrow \neg v$ (contrapositiva em 2))
5) $\neg v$ (Modus ponens em 3) e 4))
6) $\neg(c \land n) \rightarrow (v \land s)$ (L. Morgan em 1))
7) $(c \land n) \lor (v \land s)$ (Equivalência lógica em 6))
8) $c \lor v$ (Simplificação em 7))

$\therefore c$ (Silogismo disjuntivo em 5) e 8))

Falácia

- Aparecem em argumentos incorretos (não válidos)
- Semelhante as regras de inferência, mas baseiam-se em **contingências**

Falácia da Afirmação da Conclusão

“Se o mordomo fez isto, então ele tem sangue em suas mãos.”

“O mordomo tem sangue em suas mãos.”

Portanto,

“O mordomo fez isto.”

Falácia da Afirmação da Conclusão

p q

"Se o mordomo fez isto, então ele tem sangue em suas mãos."

"O mordomo tem sangue em suas mãos." q

Portanto,

"O mordomo fez isto."

Falácia da Afirmação da Conclusão

p q

“Se o mordomo fez isto, então ele tem sangue em suas mãos.”

“O mordomo tem sangue em suas mãos.”

q

Portanto,

“O mordomo fez isto.”

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \underline{q \qquad} \\ \therefore p \end{array} \qquad\qquad \big((p \rightarrow q) \land q\big) \rightarrow p$$

Falácia da Afirmação da Conclusão

p　　　　　　　　　　　　q

"Se $\boxed{\text{o mordomo fez isto}}$, então $\boxed{\text{ele tem sangue em suas mãos.}}$"

"$\boxed{\text{O mordomo tem sangue em suas mãos.}}$"

q

Portanto,

"O mordomo fez isto."

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \underline{q} \\ \therefore p \end{array}$$

$$((p \rightarrow q) \wedge q) \rightarrow p$$

p	q	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge q$	$((p \rightarrow q) \wedge q) \rightarrow p$
F	F	V	F	**V**
F	V	V	V	**F**
V	F	F	F	**V**
V	V	V	V	**V**

Falácia da Afirmação da Conclusão

p q

"Se o mordomo fez isto, então ele tem sangue em suas mãos."

"O mordomo tem sangue em suas mãos."

q

Portanto,

"O mordomo fez isto."

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \underline{q} \\ \therefore p \end{array}$$

$$((p \rightarrow q) \wedge q) \rightarrow p$$

p	q	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge q$	$((p \rightarrow q) \wedge q) \rightarrow p$
F	F	V	F	**V**
F	V	V	V	**F**
V	F	F	F	**V**
V	V	V	V	**V**

Falácia da Afirmação da Conclusão

p q

“Se o mordomo fez isto, então ele tem sangue em suas mãos.”

“O mordomo tem sangue em suas mãos.”

q

Portanto,

“O mordomo fez isto.”

$$\begin{array}{l} p \to q \\ \underline{q} \\ \therefore p \end{array} \qquad ((p \to q) \land q) \to p$$

FALÁCIA

Falácia Negação das hipóteses

“Se o mordomo está nervoso, ele fez isto.”

“O mordomo está realmente calmo.”

Portanto,

“O mordomo não fez isto.”

Falácia Negação das hipóteses

p q

"Se o mordomo está nervoso, ele fez isto."

"O mordomo está realmente calmo."

¬p

Portanto,

"O mordomo não fez isto."

Falácia Negação das hipóteses

p q

"Se o mordomo está nervoso, ele fez isto."

"O mordomo está realmente calmo."

Portanto, ¬p

"O mordomo não fez isto."

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \neg p \\ \hline \therefore \neg q \end{array}$$

$$((p \rightarrow q) \land \neg p) \rightarrow \neg q$$

Falácia Negação das hipóteses

p q

"Se o mordomo está nervoso, ele fez isto."

"O mordomo está realmente calmo."

¬p

Portanto,

"O mordomo não fez isto."

$$p \to q$$
$$\neg p$$
$$\therefore \neg q$$

$$((p \to q) \land \neg p) \to \neg q$$

p	q	$p \to q$	$\neg p$	$(p \to q) \land \neg p$	$\neg q$	$((p \to q) \land \neg p) \to \neg q$
V	V	V	F	F	F	**V**
V	F	F	F	F	V	**V**
F	V	V	V	V	F	**F**
F	F	V	V	V	V	**V**

Falácia Negação das hipóteses

p q

"Se o mordomo está nervoso, ele fez isto."

"O mordomo está realmente calmo."

¬p

Portanto,

"O mordomo não fez isto."

$$\begin{array}{l} p \to q \\ \neg p \\ \hline \therefore \neg q \end{array}$$

FALÁCIA

p	q	$p \to q$	$\neg p$	$(p \to q) \land \neg p$	$\neg q$	$((p \to q) \land \neg p) \to \neg q$
V	V	V	F	F	F	**V**
V	F	F	F	F	V	**V**
F	V	V	V	V	F	**F**
F	F	V	V	V	V	**V**

$$((p \to q) \land \neg p) \to \neg q$$

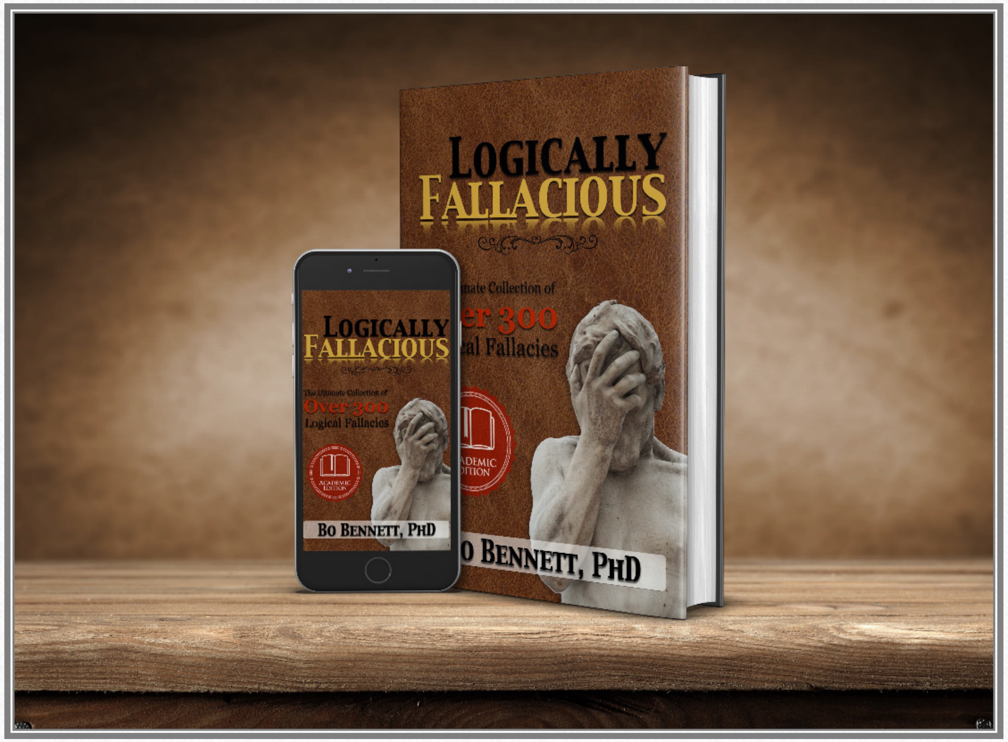
Falácias

What is a logical fallacy?

The word "fallacy" comes from the Latin "fallacia" which means "deception, deceit, trick, artifice," however, a more specific meaning in logic (a logical fallacy) that dates back to the 1550s means "false syllogism, invalid argumentation."

Material complementar sobre falácias

Site: https://www.logicallyfallacious.com/



Regras de Inferência para Sentenças Quantificadas

- **Instanciação Universal**

$\forall x P(x)$

Portanto, $P(c)$

$$\begin{array}{l} \quad \forall x P(x) \\ \hline \therefore P(c) \end{array}$$

c é um elemento do domínio

"Todas as mulheres são sensatas."

Portanto,

"Lisa é sensata.

Regras de Inferência para Sentenças Quantificadas

- **Generalização Universal**

$P(e)$
Portanto, $\forall x P(x)$

$$\frac{P(e)}{\therefore \forall x P(x)}$$

e é um estudante arbitrário do domínio

"O estudante ***e*** teve cálculo."

Portanto,

"Todos os estudantes tiveram cálculo."

Regras de Inferência para Sentenças Quantificadas

- **Instanciação Existencial**

$\exists x P(x)$

Portanto, $P(c)$

$$\begin{array}{l} \quad \exists x P(x) \\ \hline \therefore P(c) \end{array}$$

c é algum elemento do domínio

"Há uma pessoa na loja."

Portanto,

"Alguma pessoa ***c*** está na loja.

Regras de Inferência para Sentenças Quantificadas

- **Generalização Existencial**

$P(c)$

Portanto, $\exists x P(x)$

$$\frac{P(c)}{\therefore\ \exists x P(x)}$$

c é algum elemento do domínio

"Jorge está na piscina."

Portanto,

"Há uma pessoa na piscina."

Regras de Inferência para Sentenças Quantificadas

- **Exemplo 1:**

  "Todos os alunos da classe de MD estão em um curso de exatas."

  "Maria é uma estudante dessa classe."

Portanto,

  "Maria está frequentando um curso de exatas."

D(x): "x está na classe de MD."

E(x): "x está frequentando um curso de exatas."

Regras de Inferência para Sentenças Quantificadas

- **Exemplo 1:**

“Todos os alunos da classe de MD estão em um curso de exatas.”

“Maria é uma estudante dessa classe.”

Portanto,

“Maria está frequentando um curso de exatas.”

D(x): “x está na classe de MD.”

E(x): “x está frequentando um curso de exatas.”

Premissas:

1. $\forall x\big(D(x) \rightarrow E(x)\big);$
2. $D(Maria)$

Conclusão:

$E(Maria)$

Regras de Inferência para Sentenças Quantificadas

1) $\underbrace{\forall x\big(D(x) \rightarrow E(x)\big)}_{}$ I. U.   2) $D(Maria)$

3) $D(Maria) \rightarrow E(Maria)$

Regras de Inferência para Sentenças Quantificadas

1) $\underbrace{\forall x\big(D(x) \rightarrow E(x)\big)}_{\text{I. U.}}$

$\underbrace{\text{3) } D(Maria) \rightarrow E(Maria) \qquad \text{2) } D(Maria)}_{\text{M. P.}}$

$\boldsymbol{E(Maria)}$

Exercício

1. Mostre que as premissas:

   "Um estudante desta turma não leu o livro" e

   "Todos nesta turma passaram na primeira prova"

implica na conclusão:

   "Alguém que passou na primeira prova não leu o livro".

Exercício

1. Mostre que as premissas:
   "Um estudante desta turma não leu o livro" e
   "Todos nesta turma passaram na primeira prova"
   implica na conclusão:
   "Alguém que passou na primeira prova não leu o livro".

$T(x)$: "x desta turma"

$L(x)$: "x leu o livro"

$P(x)$: "x passou na prova"

Premissas:

$\exists x(T(x) \wedge \neg L(x))$

$\forall x(T(x) \rightarrow P(x))$

Conclusão:

$\exists x(P(x) \wedge \neg L(x))$

Resposta

$T(x)$: "x desta turma"

$L(x)$: "x leu o livro"

$P(x)$: "x passou na prova"

Premissas:

$\exists x\big(T(x) \wedge \neg L(x)\big)$

$\forall x\big(T(x) \to P(x)\big)$

Conclusão:

$\exists x\big(P(x) \wedge \neg L(x)\big)$

Passo	**Razão**
1. $\exists x\big(T(x) \wedge \neg L(x)\big)$	Premissa
2. $T(a) \wedge \neg L(a)$	Instanciação existencial de (1)

Resposta

$T(x)$: "*x desta turma*"

$L(x)$: "*x leu o livro*"

$P(x)$: "*x passou na prova*"

Premissas:

$\exists x\big(T(x) \land \neg L(x)\big)$

$\forall x\big(T(x) \rightarrow P(x)\big)$

Conclusão:

$\exists x\big(P(x) \land \neg L(x)\big)$

Passo	**Razão**
1. $\exists x\big(T(x) \land \neg L(x)\big)$	Premissa
2. $T(a) \land \neg L(a)$	Instanciação existencial de (1)
3. $T(a)$	Simplificação de (2)

Resposta

$T(x)$: "*x desta turma*"

$L(x)$: "*x leu o livro*"

$P(x)$: "*x passou na prova*"

Premissas:

$\exists x(T(x) \land \neg L(x))$

$\forall x(T(x) \to P(x))$

Conclusão:

$\exists x(P(x) \land \neg L(x))$

Passo	**Razão**
1. $\exists x(T(x) \land \neg L(x))$	Premissa
2. $T(a) \land \neg L(a)$	Instanciação existencial de (1)
3. $T(a)$	Simplificação de (2)
4. $\forall x(T(x) \to P(x))$	Premissa
5. $T(a) \to P(a)$	Instanciação universal de (4)

Resposta

$T(x)$: "x desta turma"

$L(x)$: "x leu o livro"

$P(x)$: "x passou na prova"

Premissas:

$\exists x\big(T(x) \wedge \neg L(x)\big)$

$\forall x\big(T(x) \rightarrow P(x)\big)$

Conclusão:

$\exists x\big(P(x) \wedge \neg L(x)\big)$

Passo	**Razão**
1. $\exists x\big(T(x) \wedge \neg L(x)\big)$	Premissa
2. $T(a) \wedge \neg L(a)$	Instanciação existencial de (1)
3. $T(a)$	Simplificação de (2)
4. $\forall x\big(T(x) \rightarrow P(x)\big)$	Premissa
5. $T(a) \rightarrow P(a)$	Instanciação universal de (4)
6. $P(a)$	Modus ponens de (3) e (5)

Resposta

$T(x)$: "x *desta turma*"

$L(x)$: "x *leu o livro*"

$P(x)$: "x *passou na prova*"

Premissas:

$\exists x(T(x) \wedge \neg L(x))$

$\forall x(T(x) \rightarrow P(x))$

Conclusão:

$\exists x(P(x) \wedge \neg L(x))$

Passo	**Razão**
1. $\exists x(T(x) \wedge \neg L(x))$	Premissa
2. $T(a) \wedge \neg L(a)$	Instanciação existencial de (1)
3. $T(a)$	Simplificação de (2)
4. $\forall x(T(x) \rightarrow P(x))$	Premissa
5. $T(a) \rightarrow P(a)$	Instanciação universal de (4)
6. $P(a)$	Modus ponens de (3) e (5)
7. $\neg L(a)$	Simplificação de (2)

Resposta

$T(x)$: "x *desta turma*"

$L(x)$: "x *leu o livro*"

$P(x)$: "x *passou na prova*"

Premissas:

$\exists x\big(T(x) \land \neg L(x)\big)$

$\forall x\big(T(x) \rightarrow P(x)\big)$

Conclusão:

$\exists x\big(P(x) \land \neg L(x)\big)$

Passo	**Razão**
1. $\exists x\big(T(x) \land \neg L(x)\big)$	Premissa
2. $T(a) \land \neg L(a)$	Instanciação existencial de (1)
3. $T(a)$	Simplificação de (2)
4. $\forall x\big(T(x) \rightarrow P(x)\big)$	Premissa
5. $T(a) \rightarrow P(a)$	Instanciação universal de (4)
6. $P(a)$	Modus ponens de (3) e (5)
7. $\neg L(a)$	Simplificação de (2)
8. $P(a) \land \neg L(a)$	Conjunção de (6) e (7)

Resposta

$T(x)$: "x *desta turma*"

$L(x)$: "x *leu o livro*"

$P(x)$: "x *passou na prova*“

Premissas:

$\exists x(T(x) \land \neg L(x))$

$\forall x(T(x) \to P(x))$

Conclusão:

$\exists x(P(x) \land \neg L(x))$

Passo	**Razão**
1. $\exists x(T(x) \land \neg L(x))$	Premissa
2. $T(a) \land \neg L(a)$	Instanciação existencial de (1)
3. $T(a)$	Simplificação de (2)
4. $\forall x(T(x) \to P(x))$	Premissa
5. $T(a) \to P(a)$	Instanciação universal de (4)
6. $P(a)$	Modus ponens de (3) e (5)
7. $\neg L(a)$	Simplificação de (2)
8. $P(a) \land \neg L(a)$	Conjunção de (6) e (7)
9. $\exists x(P(x) \land \neg L(x))$	Generalização existencial de (8)

Regras de Inferência

Regras de Inferência para Sentenças Quatificadas	
Regra de inferência	**Nome**
$\forall x\, P(x)$ $\therefore$ P(c)	Instanciação Universal
P(c) para um c arbitrário $\therefore\ \forall x\, P(x)$	Generalização Universal
$\exists x\, P(x)$ $\therefore$ P(c) para algum elemento c	Instanciação Existencial
P(c) para algum elemento c $\therefore\ \exists x\, P(x)$	Generalização Existencial

Exercícios

1. Determine se cada um dos argumentos abaixo é correto ou incorreto e explique o porquê.
   a) "Todos os estudantes nesta sala entendem lógica. Xavier é um estudante desta sala. Por isso, Xavier entende lógica.”
   b) "Todo graduando em ciência da computação faz matemática discreta. Natasha está fazendo matemática discreta. Por isso, Natasha é uma graduanda em ciência da computação.
   c) "Todos os papagaios gostam de frutas. Meu passarinho de estimação não é um papagaio. Por isso, meu passarinho de estimação não gosta de frutas.”
   d) "Todos que comem granola todo dia são saudáveis. Linda não é saudável. Por isso, Linda não come granola todos os dias."

Exercícios

2. Determine se cada um dos argumentos abaixo é válido. Se um argumento estiver correto, qual regra de inferência foi utilizada? Se não, quais erros lógicos foram cometidos?
   a) Se n é um número real, tal que $n > 1$, então $n^2 > 1$. Suponha que $n^2 > 1$. Então $n > 1$.
   b) Se n é um número real com $n > 3$, então $n^2 > 9$. Suponha que $n^2 \leq 9$. Então $n \leq 3$.
   c) Se n é um número real com $n > 2$, então $n^2 > 4$. Suponha que $n \leq 2$. Então $n^2 \leq 4$.

Exercícios

3. Identifique o(s) erro(s) neste argumento que supostamente mostra(m) que se $\exists x P(x) \land \exists x Q(x)$ é verdadeira, então $\exists x (P(x) \land Q(x))$ é verdadeira.

1. $\exists x P(x) \land \exists x Q(x)$	Premissa
2. $\exists x P(x)$	Simplificação de (1)
3. $P(c)$	Instanciação Existencial de (2)
4. $\exists x Q(x)$	Simplificação de (1)
5. $Q(c)$	Instanciação Existencial de (4)
6. $P(c) \land Q(c)$	Conjunção de (3) e (5)
7. $\exists x (P(x) \land Q(x))$	Generalização Existencial

Referência

- **Capítulo 1 (Seção 1.5)** - Rosen, Kenneth H. Matemática discreta e suas aplicações. 6a. Edição, Boston: McGraw-Hill, 2009.