Regras de Inferência

Matemática Discreta

Prof. Emanuel Estrada

centro de ciências computacionais

Regras de Inferência

- Regras de Inferência permitem deduzir novas sentenças a partir de sentenças já existentes
  - Moldes para construção de argumentos válidos

Regras de Inferência → Argumento válido → Demonstrações

Regras de Inferência

Argumento Válido

- Um **argumento** é uma sequência de proposições usados para validar uma declaração
  - Conjunto de **premissas** ou **hipóteses** que resultam em uma **conclusão**
- **Válido** significa que a conclusão deve seguir os valores-verdade das premissas do argumento

Argumentos Válidos em Lógica Proposicional

1. “Se você tem uma senha atualizada, então você pode entrar na rede.”
2. “Você tem uma senha atualizada.”

Premissas verdadeiras

Portanto,

3. “Você pode entrar na rede.”

Conclusão verdadeira

Argumentos Válidos em Lógica Proposicional

- Um argumento é **<u>válido</u>** se a veracidade das premissas implica que a conclusão seja verdadeira.

p: “Você tem uma senha atualizada.”

q: “Você pode entrar na rede.”

1. Se **p**, então **q**.
2. **p**.
Portanto,
3. **q**.

Argumentos Válidos em Lógica Proposicional

- Um argumento é <u>**válido**</u> se a veracidade das premissas implica que a conclusão seja verdadeira.

p: “Você tem uma senha atualizada.”

q: “Você pode entrar na rede.”

1. Se **p**, então **q**.
2. **p**.
Portanto,
3. **q**.

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ p \\ \hline \therefore q \end{array}$$

Argumentos Válidos em Lógica Proposicional

- Um argumento é **válido** se a veracidade das premissas implica que a conclusão seja verdadeira.

p: “Você tem uma senha atualizada.”

q: “Você pode entrar na rede.”

1. Se **p**, então **q**.
2. **p**.
Portanto,
3. **q**.

$$\begin{array}{l} p \to q \\ \underline{p \qquad\quad} \\ \therefore q \end{array}$$

$$\big((p \to q) \land p\big) \to q$$

Tautologia

Argumentos Válidos em Lógica Proposicional

Definição:

- Um *argumento* em lógica proposicional é uma sequência de proposições. Todas, menos a última das proposições, são chamadas de *premissas*, e a última de *conclusão*.
- Um argumento é *válido* se a veracidade das premissas implica que a conclusão seja verdadeira.

Argumentos Válidos em Lógica Proposicional

- Um argumento é válido, considerando as premissas $p_1, p_2, \ldots, p_n$ e a conclusão q, quando $(\boldsymbol{p_1} \wedge \boldsymbol{P_2} \wedge \cdots \wedge \boldsymbol{p_n}) \rightarrow \boldsymbol{q}$ é uma tautologia.
- A tabela-verdade pode ser usada para provar a validade de uma forma de argumento

Argumentos Válidos em Lógica Proposicional

- Um argumento é válido, considerando as premissas $p_1, p_2, \dots, p_n$ e a conclusão q, quando $(\boldsymbol{p_1} \wedge \boldsymbol{P_2} \wedge \cdots \wedge \boldsymbol{p_n}) \rightarrow \boldsymbol{q}$ é uma <u>tautologia</u>.
- A tabela-verdade pode ser usada para provar a validade de uma forma de argumento
- Muita premissas resultam em tabelas-verdade proibitivas
  - Ex.: 10 premissas = 2^{10} = 1024 linhas

Argumentos Válidos em Lógica Proposicional

- Um argumento é válido, considerando as premissas $p_1, p_2, \ldots, p_n$ e a conclusão q, quando $(\boldsymbol{p_1} \wedge \boldsymbol{P_2} \wedge \cdots \wedge \boldsymbol{p_n}) \rightarrow \boldsymbol{q}$ é uma <u>tautologia</u>.
- A tabela-verdade pode ser usada para provar a validade de uma forma de argumento
- Muita premissas resultam em tabelas-verdade proibitivas
  - Ex.: 10 premissas = 2^{10} = 1024 linhas
- **Regras de inferência** são formas de argumentos simples usadas para construir formas de argumentos mais complexas

Regras de Inferência para Lógica Proposicional

Modus ponens

- Propriedade de destacamento (*Modus ponens*, em latim, siginifica modo que afirma)

$$\begin{array}{rl} & p \\ & p \to q \\ \hline \therefore & q \end{array}$$

		premissas			conclusão	tautologia
p	q	p	$p \to q$	$p \land (p \to q)$	q	$(p \land (p \to q)) \to q$
V	V	V	V	V	V	V
V	F	V	F	F	F	V
F	V	F	V	F	V	V
F	F	F	V	F	F	V

Regras de Inferência para Lógica Proposicional

Modus ponens

- Exemplo 1: “Se nevar hoje, então eu vou esquiar.”; “Está nevando hoje”.

p: “Está nevando hoje.”

q: “Eu vou esquiar”

$$\begin{array}{rl} & p \rightarrow q \\ & p \\ \hline \therefore & q \end{array}$$

Regras de Inferência para Lógica Proposicional

Modus ponens

- Exemplo 2: “Se $\sqrt{2} > \frac{3}{2}$ então $\left(\sqrt{2}\right)^2 > \left(\frac{3}{2}\right)^2$.”

p: “$\sqrt{2} > \frac{3}{2}$.”

q: “$\left(\sqrt{2}\right)^2 > \left(\frac{3}{2}\right)^2$”

$$\begin{array}{l} p \to q \\ p \\ \hline \therefore q \end{array}$$

Regras de Inferência para Lógica Proposicional

Modus ponens

- Exemplo 2: “Se $\sqrt{2} > \frac{3}{2}$ então $\left(\sqrt{2}\right)^2 > \left(\frac{3}{2}\right)^2$.”

p: “$\sqrt{2} > \frac{3}{2}$.”

q: “$\left(\sqrt{2}\right)^2 > \left(\frac{3}{2}\right)^2$”

$$\begin{array}{rl} & p \to q \\ & p \\ \hline \therefore & q \end{array}$$

- Argumento Inválido
- A premissa $\sqrt{2} > \frac{3}{2}$ é falsa

Podemos deduzir que a conclusão não é verdadeira

Regras de Inferência para Lógica Proposicional

Modus tollens

- Em latim siginifica a maneira que afirma negando.

$$\begin{array}{rl} & \neg q \\ & p \rightarrow q \\ \hline \therefore & \neg p \end{array}$$

premissas

conclusão

tautologia

p	q	$\neg q$	$p \rightarrow q$	$\neg q \wedge (p \rightarrow q)$	$\neg p$	$(\neg q \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow \neg q$
V	V	F	V	F	F	V
V	F	V	F	F	F	V
F	V	F	V	F	V	V
F	F	V	V	V	V	V

Regras de Inferência para Lógica Proposicional

Modus tollens
Exemplo 1:

p: “Hoje está ensolarado.”
q: “Eu vou nadar hoje.”

$$\begin{array}{rl} & p \rightarrow q \\ & \neg q \\ \hline \therefore & \neg p \end{array}$$

1. “Se hoje está ensolarado, então eu vou nadar.”
2. “Eu não vou nadar hoje.”

Premissas verdadeiras

Portanto,

3. “Não está ensolarado hoje.”

Conclusão verdadeira

Regras de Inferência para Lógica Proposicional

Modus tollens

- Exemplo 2:
  “Se Zeus é humano, então Zeus é mortal.”
  “Zeus não é mortal.”

Portanto,
  “Zeus não é humano.”

Regras de Inferência para Lógica Proposicional

Silogismo Hipotético

$$\begin{array}{r} p \rightarrow q \\ q \rightarrow r \\ \hline \therefore\ p \rightarrow r \end{array}$$

$$\big((p \rightarrow q) \land (q \rightarrow r)\big) \rightarrow (\mathrm{p} \rightarrow \mathrm{r})$$

Tautologia

Regras de Inferência para Lógica Proposicional

Silogismo Hipotético

Exemplo:

“Se hoje está ensolarado, então ele vai ao shopping.”

“Se ele vai ao shopping, então ele gasta dinheiro.”

Portanto,

“Se hoje está ensolarado, então ele gasta dinheiro.”

p: “Hoje está ensolarado.”

q: “Ele vai ao shopping.”

r: “Ele gasta dinheiro.”

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ q \rightarrow r \\ \hline p \rightarrow r \end{array}$$

Regras de Inferência para Lógica Proposicional

Silogismo Disjuntivo

$$
\begin{array}{ll}
 & p \vee q \\
 & \neg p \\
\hline
\therefore & q
\end{array}
$$

$$((p \vee q) \wedge \neg p) \rightarrow q$$

Tautologia

Regras de Inferência para Lógica Proposicional

Silogismo Disjuntivo

Exemplo:

"Está chovendo ou nevando."

"Não está chovendo."

Portanto,

"Está nevando."

p: "Está chovendo."

q: "Está nevando."

$$\begin{array}{rl} & p \vee q \\ & \neg p \\ \hline \therefore & q \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{l} q \vee p \\ \neg q \\ \hline p \end{array}$$

Regras de Inferência para Lógica Proposicional

Adição

$$\begin{array}{rl} & p \\ \hline \therefore & p \vee q \end{array}$$

$$p \rightarrow (p \vee q)$$

Tautologia

Regras de Inferência para Lógica Proposicional

Adição

Exemplo:

“Ele estuda muito.”

Portanto,

“Ele estuda muito ou ele é um péssimo aluno.”

p: “Ele estuda muito.”

q: “Ele é um péssimo aluno.”

$$\begin{array}{rl} & p \\ \hline \therefore & p \vee q \end{array}$$

Regras de Inferência para Lógica Proposicional

Simplificação

$$\boxed{\begin{array}{l} \quad p \land q \\ \hline \therefore p \end{array}}$$

$$(p \land q) \rightarrow p$$

Tautologia

Regras de Inferência para Lógica Proposicional

Simplificação

Exemplo:

“Ele estuda muito e ele tira notas boas.”

Portanto,

“Ele estuda muito.”

p: “Ele estuda muito.”

q: “Ele tira notas boas.”

$$\begin{array}{rl} & p \land q \\ \hline \therefore & p \end{array}$$

Regras de Inferência para Lógica Proposicional

Conjunção

$$\begin{array}{rl} & p \\ & q \\ \hline \therefore & p \land q \end{array}$$

$$((p) \land (q)) \rightarrow (p \land q)$$

Tautologia

Regras de Inferência para Lógica Proposicional

Conjunção

Exemplo:

“Ele estuda muito.”

“Ele tira notas boas.”

Portanto,

“Ele estuda muito e ele tira boas notas.”

p: “Ele estuda muito.”

q: “Ele tira notas boas.”

$$\begin{array}{l} p \\ q \\ \hline \therefore\ p \land q \end{array}$$

Regras de Inferência para Lógica Proposicional

Resolução

$$\begin{array}{l} \quad p \vee q \\ \quad \neg p \vee r \\ \hline \therefore q \vee r \end{array}$$

$$\big((p \vee q) \wedge (\neg p \vee r)\big) \rightarrow (q \vee r)$$

Tautologia

Regras de Inferência para Lógica Proposicional

Resolução

Exemplo:

“Eu passei em MD ou eu passei em Cálculo.”

“Eu não passei em MD ou eu passei em AED.”

Portanto,

“Eu passei em Cálculo ou eu passei em AED.”

p: “Eu passei em MD.”

q: “Eu passei em Cálculo.”

r: “eu passei em AED.”

$$\begin{array}{l} p \lor q \\ \neg p \lor r \\ \hline \therefore q \lor r \end{array}$$

TABLE 1 **Rules of Inference.**

Rule of Inference	*Tautology*	*Name*
p $p \to q$ $\therefore q$	$(p \land (p \to q)) \to q$	Modus ponens
$\neg q$ $p \to q$ $\therefore \neg p$	$(\neg q \land (p \to q)) \to \neg p$	Modus tollens
$p \to q$ $q \to r$ $\therefore p \to r$	$((p \to q) \land (q \to r)) \to (p \to r)$	Hypothetical syllogism
$p \lor q$ $\neg p$ $\therefore q$	$((p \lor q) \land \neg p) \to q$	Disjunctive syllogism
p $\therefore p \lor q$	$p \to (p \lor q)$	Addition
$p \land q$ $\therefore p$	$(p \land q) \to p$	Simplification
p q $\therefore p \land q$	$((p) \land (q)) \to (p \land q)$	Conjunction
$p \lor q$ $\neg p \lor r$ $\therefore q \lor r$	$((p \lor q) \land (\neg p \lor r)) \to (q \lor r)$	Resolution

Exercícios

Encontre a forma de argumento para o argumento dado e determine se é válido. Podemos inferir que a conclusão é verdadeira se as premissas forem verdadeiras?

Se Sócrates é humano, então Sócrates é mortal.
Sócrates é humano.

∴ Sócrates é mortal.

Exercícios

Encontre a forma de argumento para o argumento dado e determine se é válido. Podemos inferir que a conclusão é verdadeira se as premissas forem verdadeiras?

Se George não tem oito patas, então ele não é um inseto.

George é um inseto.

∴ George tem oito patas.

Exercícios

Qual a regra de inferência usada em cada um dos argumentos abaixo?

a) Alice é graduada em matemática. Por isso, Alice é graduada ou em matemática ou em ciência da computação.

b) Jerry é um graduado em matemática e em ciência da computação. Por isso, Jerry é um graduado em matemática.

c) Se o dia estiver chuvoso, então a piscina estará fechada. O dia está chuvoso. Por isso, a piscina está fechada.

d) Se nevar hoje, a universidade estará fechada. A universidade não está fechada hoje. Por isso, não nevou hoje.

e) Se eu for nadar, então eu ficarei no sol por muito tempo. Se eu ficar no sol por muito tempo, então eu me queimarei. Por isso, se eu for nadar, eu me queimarei.