Revisão - Lógica Proposicional e de Predicados

Sugestão de respostas

1. Mostre se as proposições abaixo são tautologias ou contradições ou contingências, usando a tabela-verdade.

(a) $[\neg p \land (p \lor q)] \to q$

p	q	¬ p	p ∨ q	$\neg p \land (p \lor q)$	$[\neg p \land (p \lor q)] \to q$
V	V	F	V	F	V
V	F	F	V	F	V
F	V	V	V	V	V
F	F	V	F	F	V

É uma tautologia

(b) $[p \land (p \to q)] \to q$

p	q	p → q	$p \land (p \to q)$	$[p \land (p \to q)] \to q$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	V	F	V
F	F	V	F	V

É uma tautologia

(c) $p \to (q \to r) \leftrightarrow (p \to q) \to r$

p	q	r	q → r	$p \to (q \to r)$	$(p \to q)$	$(p \to q) \to r$	$p \to (q \to r) \leftrightarrow (p \to q) \to r$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	F	V	F	V
V	F	V	V	V	F	V	V
V	F	F	V	V	F	V	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	F	V	V	F	F
F	F	V	V	V	V	V	V
F	F	F	V	V	V	F	F

É uma contingência.

(d) $(p \lor q) \land (\neg p \land \neg q)$

p	q	p ∨ q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \land \neg q$	$(p \lor q) \land (\neg p \land \neg q)$
V	V	V	F	F	F	F
V	F	V	F	V	F	F
F	V	V	V	F	F	F
F	F	F	V	V	V	F

É uma contradição

2. Transcreva cada uma das proposições em expressões lógicas usando predicados, quantificadores e conectivos lógicos.

   Seja $P(x)$: x é perfeito e $F(x)$: x é seu amigo, onde o universo de discurso são todas as pessoas.

   (a) Ninguém é perfeito. $\forall x \neg P(x)$ ou $\neg \exists x P(x)$
   (b) Nem todos são perfeitos $\neg \forall x P(x)$ ou $\exists x \neg P(x)$
   (c) Todos os seus amigos são perfeitos. $\forall x(F(x) \rightarrow P(x))$
   (d) Pelo menos um de seus amigos é perfeito. $\exists x(F(x) \wedge P(x))$
   (e) Todos são seus amigos e são perfeitos. $\forall x(F(x) \wedge P(x))$
   (f) Nem todos são seus amigos ou alguém não é perfeito. $(\neg \forall x F(x)) \vee (\exists x \neg P(x))$

3. Determine o valor verdade de cada umas das seguintes sentenças no domínio dos números reais ($\mathbb{R}$) :

   (a) $\exists n(n^2 = 2)$ Verdadeiro, nos $\mathbb{R}$ temos que $n = \pm\sqrt{2}$.
   (b) $\exists n(n^2 = -1)$ Falso, o quadrado de um número real não pode ser negativo.
   (c) $\forall n(n^2 + 2 \geq 1)$ Verdadeiro, pois qualquer número real ao quadrado é não- negativo, ou seja, $n^2 \geq -1$.
   (d) $\forall n(n^2 \neq n)$ Falso, contraexemplos: $x = 0$ ou $x = 1$.

4. Reescreva cada uma das proposições de forma que não haja nenhuma negação a esquerda de um quantificador ou de um conectivo lógico.

   (a) $\neg \exists y \exists x P(x, y)$ $\quad \forall y \forall x \neg P(x, y)$
   (b) $\neg \forall x \exists y P(x, y)$ $\quad \exists x \forall y \neg P(x, y)$
   (c) $\neg \exists y(Q(y) \wedge \forall x \neg R(x, y))$ $\quad \forall y(\neg Q(y) \vee \neg \forall x \neg R(x, y)) \Rightarrow \forall y(\neg Q(y) \vee \exists x R(x, y))$
   (d) $\neg \exists y(\exists x R(x, y) \vee \forall x S(x, y))$ $\quad \forall y(\neg \exists x(R(x, y) \vee \forall x S(x, y)) \Rightarrow \forall y(\forall x \neg R(x, y) \wedge \exists x \neg S(x, y))$

Dica: Revisar as tabelas-verdade dos operadores lógicos e as propriedades de equivalências lógicas
Tabelas 6, 7 e 8 da Seção 1.2 do livro Rosen (2009)