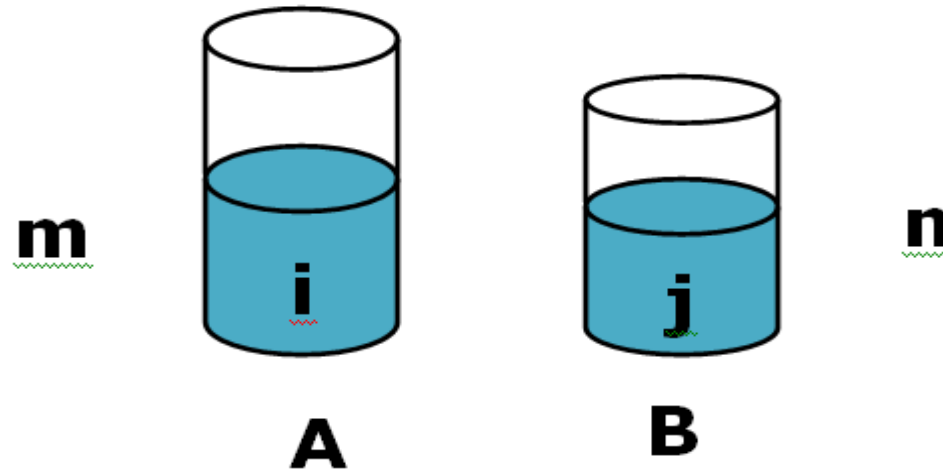


Bottles Problem

בעיית בקבוקים

נתון :

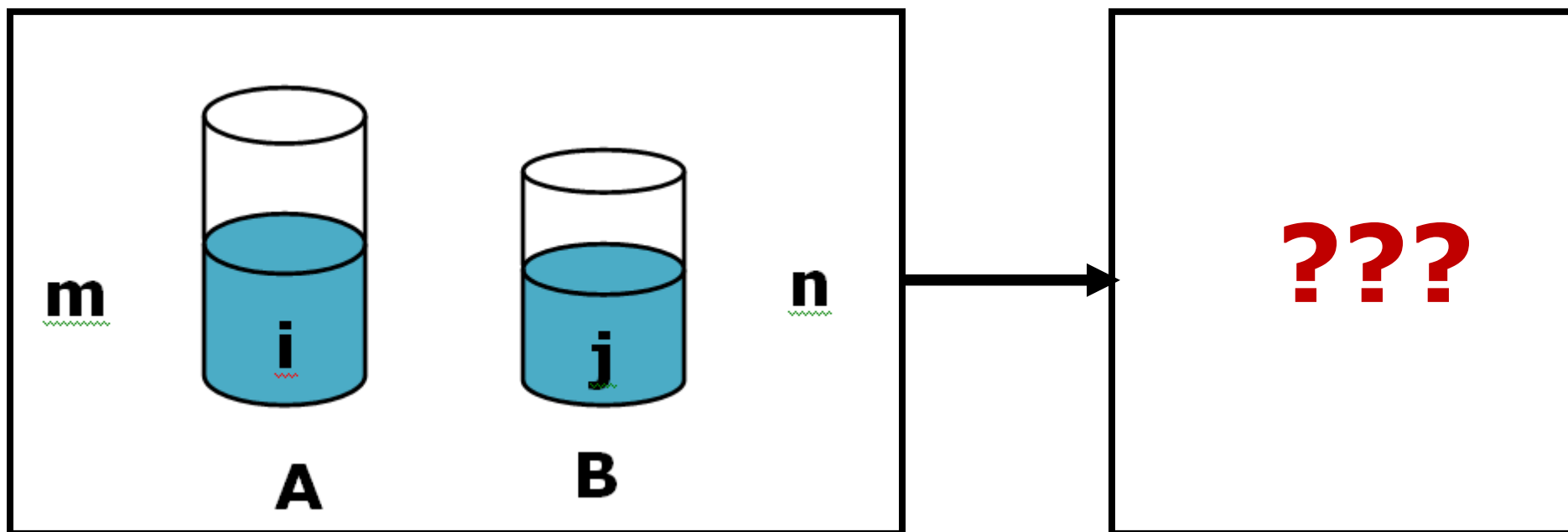


בקבוק A : נפח **m** ליטר

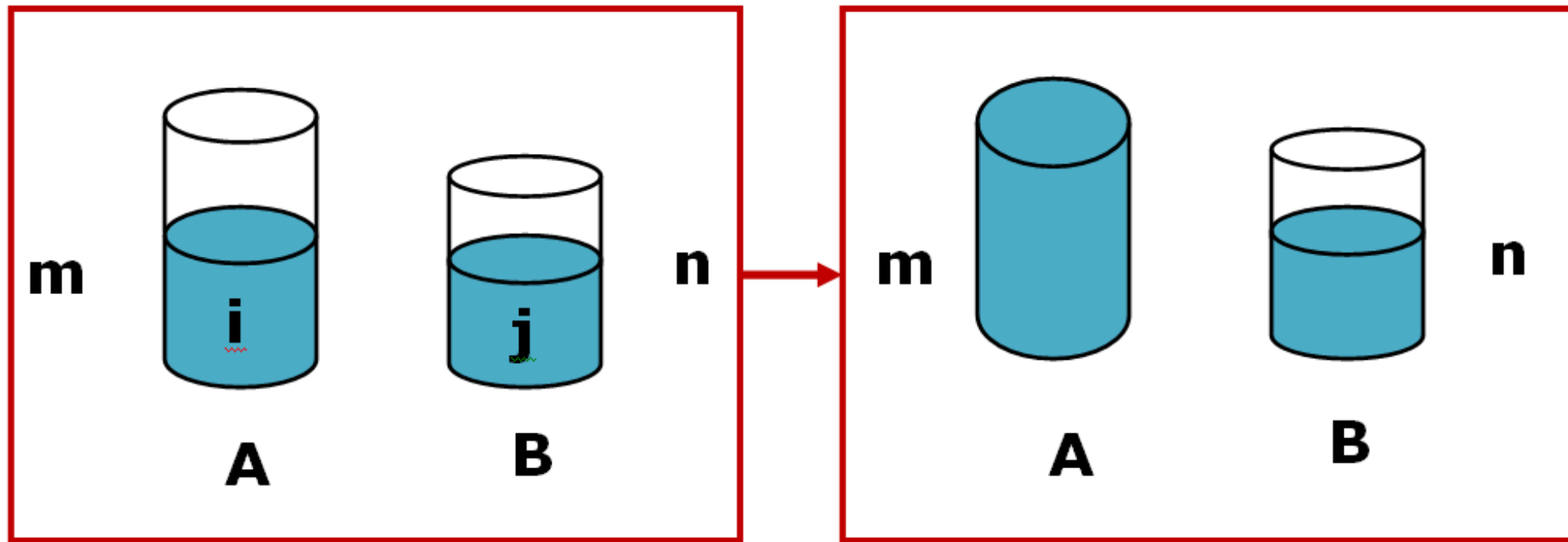
בקבוק B : נפח **n** ליטר

מצב התחלתי : (בקבוק B : **j** ליטר ; בקבוק A : **i** ליטר)

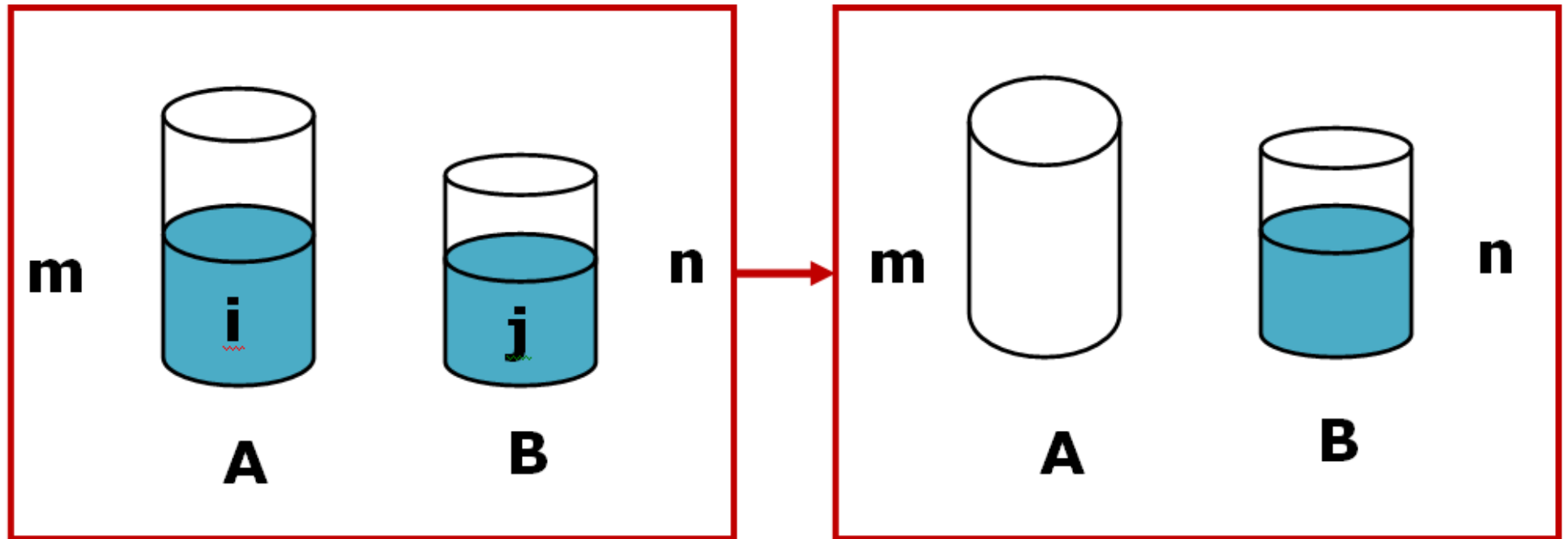
למצוא : כל המעברים אפשריים ממצב התחלתי
למצבים אחרים



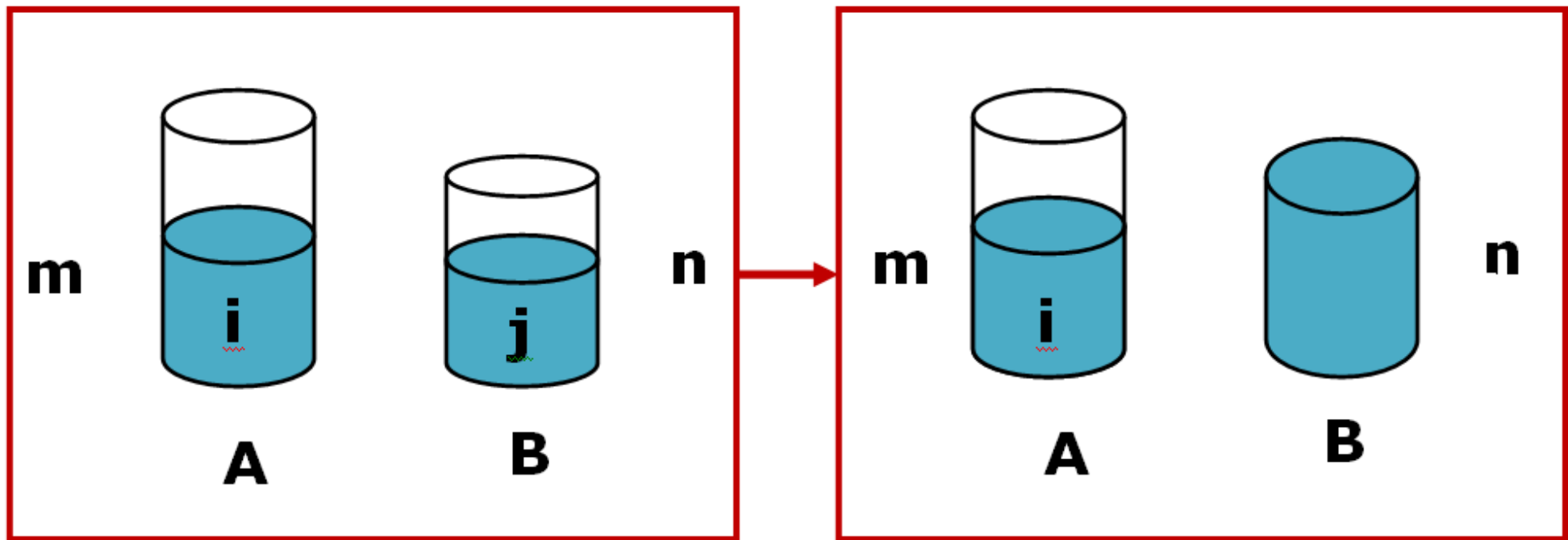
1. $(i, j) \rightarrow (m, j)$



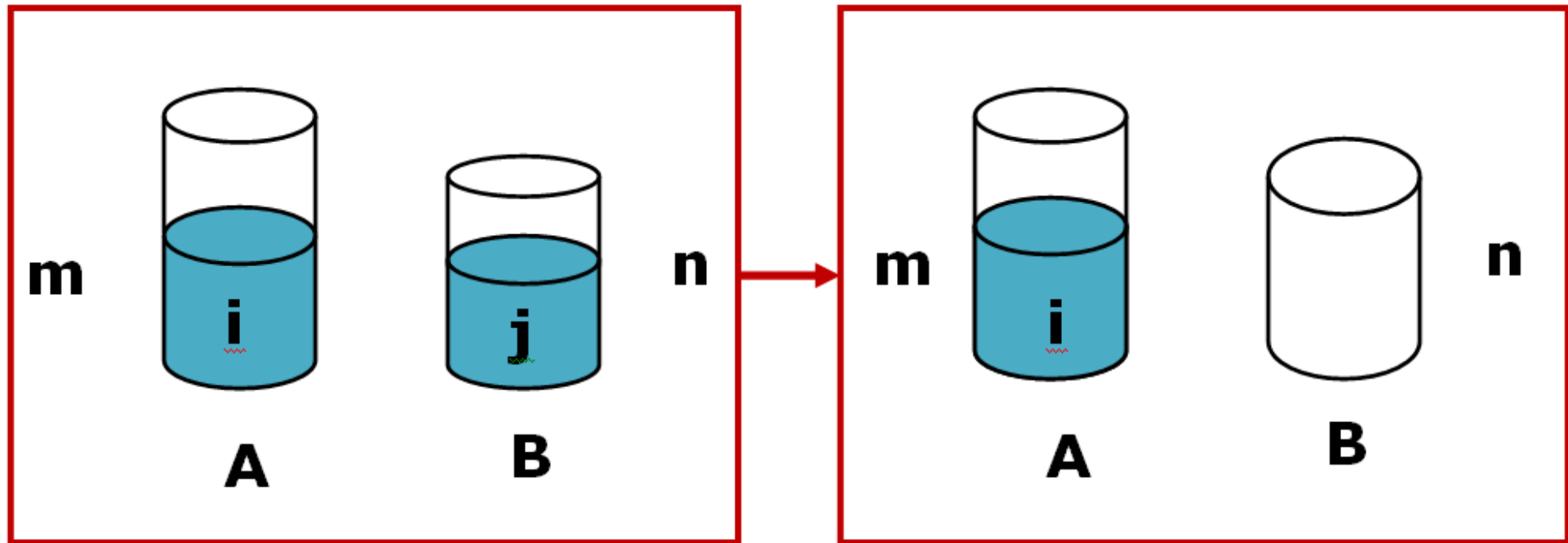
2. (**i**, j) \rightarrow (**0**, j)



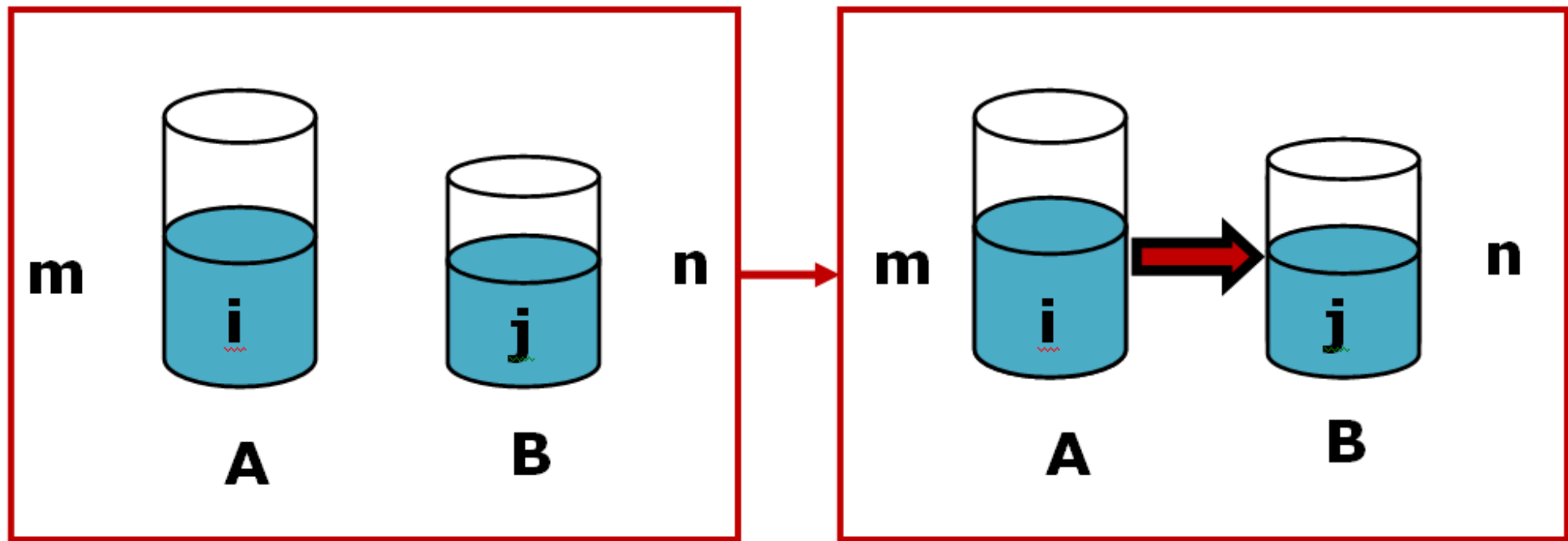
3. $(i, j) \rightarrow (i, n)$



4. $(i, j) \rightarrow (i, 0)$



5. $(i, j) \rightarrow (?, ?)$



5.1 $i + j \leq n$

A: 0

B: $i + j$

5.2 $i + j > n$

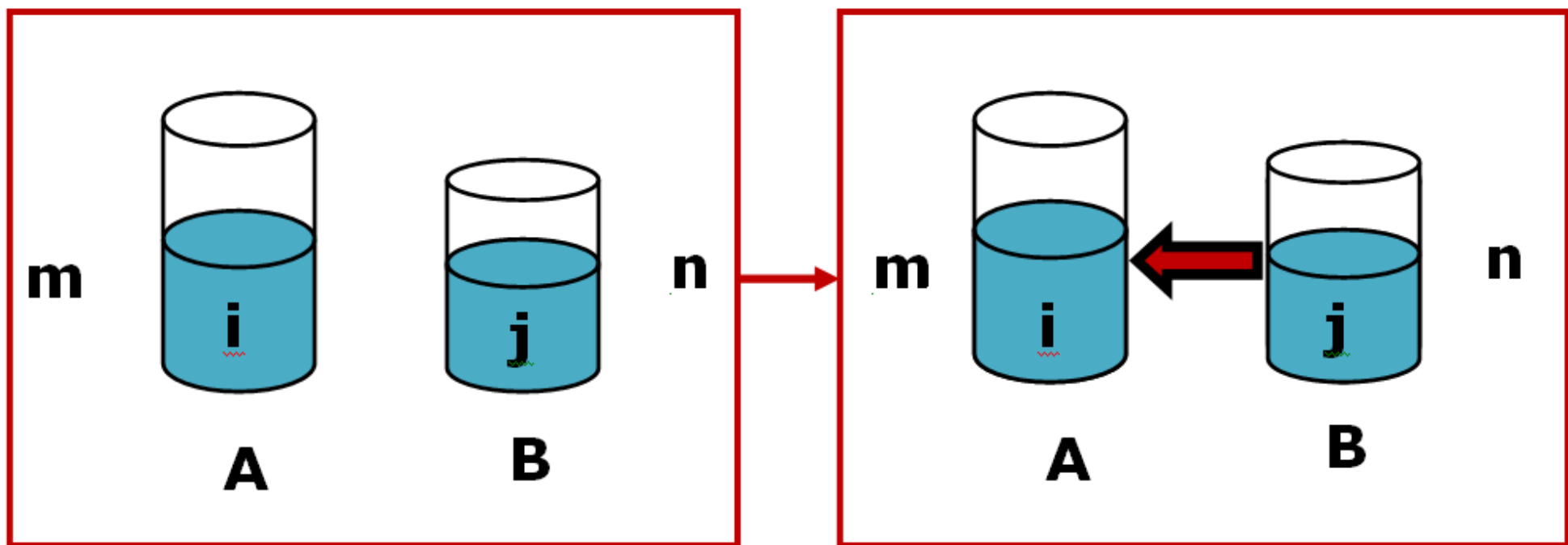
A: $i + j - n$

B: n

5. **$(i, j) \rightarrow$**

$(\max(0, i + j - n), \min(i + j, n))$

6. $(i, j) \rightarrow (?, ?)$



6.1 $i + j \leq m$

A: $i + j$

B: 0

6.2 $i + j > m$

A: m

B: $i + j - m$

6. $(i, j) \rightarrow$

$(\min(i + j, m), \max(0, i + j - m))$

1. $(i, j) \rightarrow (m, j)$

2. $(i, j) \rightarrow (0, j)$

3. $(i, j) \rightarrow (i, n)$

4. $(i, j) \rightarrow (i, 0)$

5. $(i, j) \rightarrow (\max(0, i + j - n), \min(n, i + j))$

6. $(i, j) \rightarrow (\min(i + j, m), \max(0, i + j - m))$

בונים מטריצה מעברים ממצב למצב.

$$n = 1, m = 2$$

נניח

כל המצבים האפשריים :

$(i \in [0, m], j \in [0, n]) :$

$(0,0), (0,1), (1,0), (1,1), (2,0), (2,1)$

m = 0, 1, 2

n = 0, 1

גודל המטריצה המייצגת את המצבים הוא

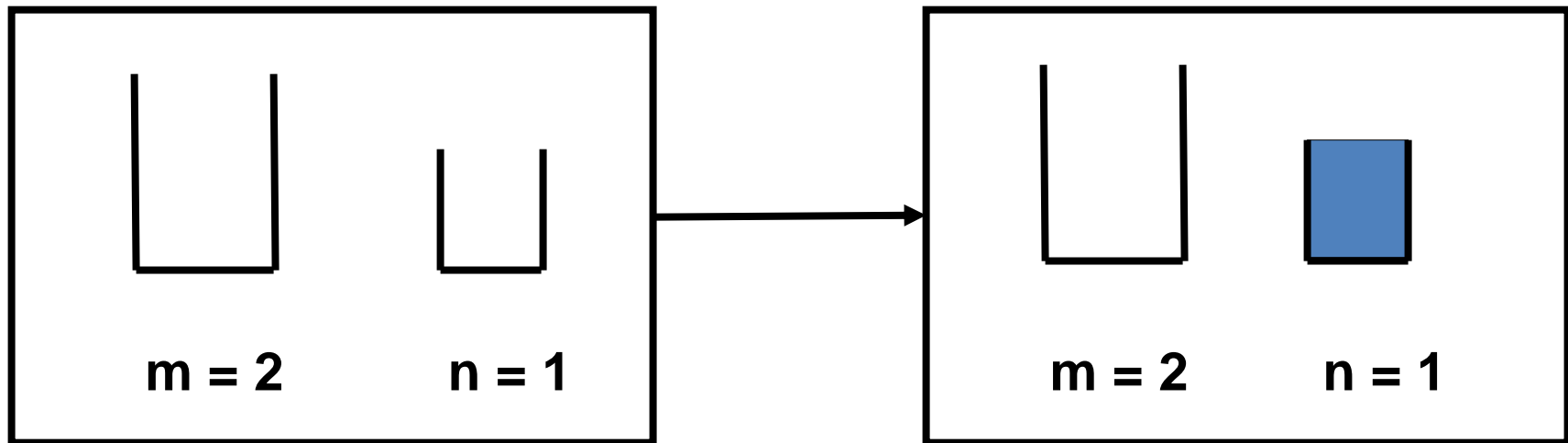
$$(m+1)*(n+1)$$

	0,0	0,1	1,0	1,1	2,0	2,1
0,0	X					
0,1		X				
1,0			X			
1,1				X		
2,0					X	
2,1						X

שימו לב : כל מעבר ממצב למצב – פעולה אחת בלבד

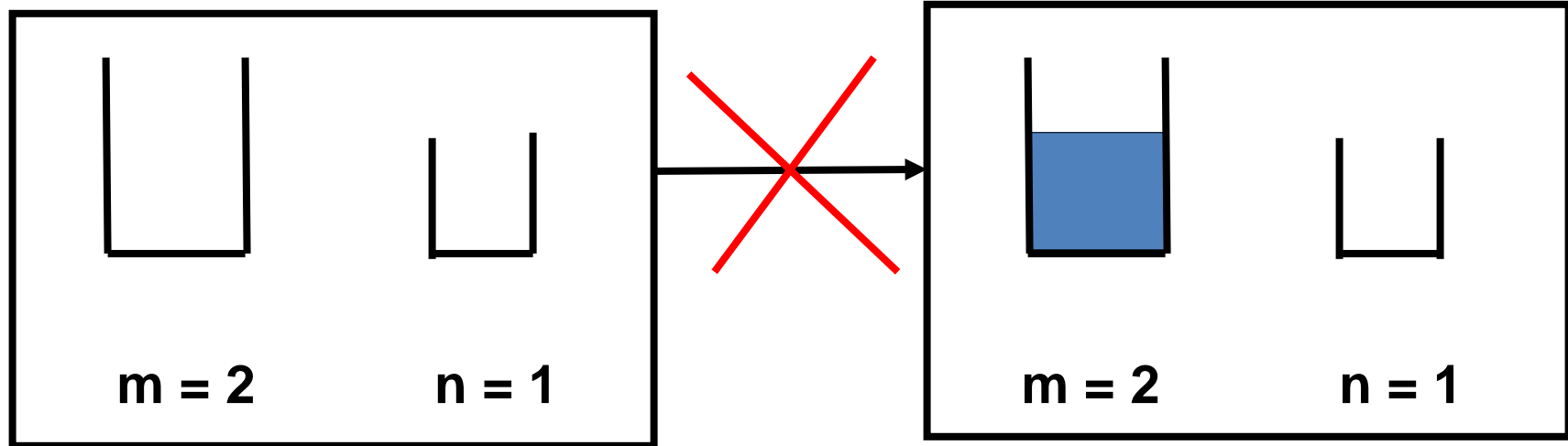
1. מעבר מ(0,0) ל(0,1) אפשרי

	0,0	0,1	1,0	1,1	2,0	2,1
0,0	X	true				
0,1		X				
1,0			X			
1,1				X		
2,0					X	
2,1						X



2. מעבר מ(0,0) ל(1,0) בלתי אפשרי

	0,0	0,1	1,0	1,1	2,0	2,1
0,0	X	true	false			
0,1		X				
1,0			X			
1,1				X		
2,0					X	
2,1						X



בצורה הזו אפשר למלא כל המטריצה

matrixBoolean[][]

		0	1	2	3	4	5
		0,0	0,1	1,0	1,1	2,0	2,1
0	0,0	X	true	false	false	true	false
1	0,1	true	X	true	false	false	true
2	1,0	true	true	X	true	true	false
3	1,1	false	true	true	X	true	true
4	2,0	true	false	false	true	X	true
5	2,1	false	true	false	false	true	X

matrixBoolean[i][j]

index		0	1	2	3	4	5
	i , j	0,0	0,1	1,0	1,1	2,0	2,1
0	0,0	X					
1	0,1		X				
2	1,0			X			
3	1,1		[i][j]		X		
4	2,0					X	
5	2,1						X

איך לחשב כל המעברים ממצב **[i][j]** למצבים אחרים ???
יש 6 נוסחאות מדף 11. איך להשתמש בנוסחאות
האלה ???

$i = 0, 1, 2 \quad (m)$

$j = 0, 1 \quad (n)$

$index = 0, 1, 2, 3, 4, 5$

מה הכשר בין i, j ו- $index$???

i, j $index$

$0,0 \rightarrow 0$

$0,1 \rightarrow 1$

$1,0 \rightarrow 2$

$1,1 \rightarrow 3$

$2,0 \rightarrow 4$

$2,1 \rightarrow 5$

נוסחת אינדקס

$$\text{index} = (n+1) * i + j$$

i,j		(0,0)	(0,1)	(1,0)	(1,1)	(2,0)	(2,1)
	index	0	1	2	3	4	5
(0,0)	0	X	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
(0,1)	1	1,0	X	1,2	1,3	1,4	1,5
(1,0)	2	2,0	2,1	X	2,3	2,4	2,5
(1,1)	3	3,0	3,1	3,2	X	3,4	3,5
(2,0)	4	4,0	4,1	4,2	4,3	X	4,5
(2,1)	5	5,0	5,1	5,2	5,3	5,4	X

$i \quad j$
(0,1)
1

$i \quad j$
(1,1) **3** **3,1**

$$n = 1 \quad i = 1 \quad j = 1$$

$$(n+1) * i + j = \text{index (row)} = 2 * 1 + 1 = 3$$

$$n = 1 \quad i = 0 \quad j = 1$$

$$(n+1) * i + j = \text{index(column)} = 2 * 0 + 1 = 1$$

אינדקס של שורה i - $(i : 0 - m)$

אינדקס של עמודה j - $(j : 0 - n)$

(i,j)	\rightarrow	(m,j)	true
(i,j)	\rightarrow	$(0,j)$	true
(i,j)	\rightarrow	(i,n)	true
(i,j)	\rightarrow	$(i,0)$	true
(i,j)	\rightarrow	$(\max(0,i+j-n),$ $\min(n,i+j))$	true
(i,j)	\rightarrow	$(\min(i+j,m),$ $\max(0,i+j-m))$	true

//the index calculation

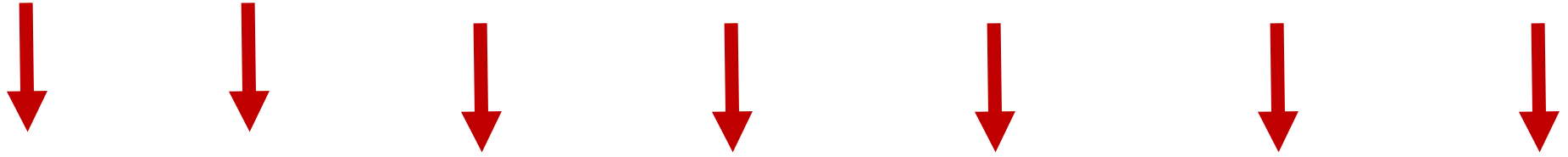
```
private int index(int a, int b){  
    return (n+1) * a + b;  
}
```

```

for (int i=0; i<=m; i++){
    for (int j=0; j<=n; j++){
        "(i,j)    →    (m,j)           true"
        "(i,j)    →    (0,j)           true"
        "(i,j)    →    (i,n)           true"
        "(i,j)    →    (i,0)           true"
        "(i,j)    →    (max(0,i+j-n),
                        min(n,i+j))    true"
        "(i,j)    →    (min(i+j,m),
                        max(0,i+j-m)) true"
    }
}

```

"(i,j) → (m,j) true" - ??????????



matrixBoolean[index(i,j)][index(m,j)]=true;

Result : m = 2, n = 1

**false, true, false, false, true, false,
true, false, true, false, false, true,
true, true, false, true, true, false,
false, true, true, false, true, true,
true, false, false, true, false, true,
false, true, false, false, true, false,**