

# סיבוכיות – מטלה 1

עוז לוי 305181158

## שאלה 1

### סעיף א'

נבנה פונ'  $f$  כך שלכול  $x$  השונה מ  $y$  מתוך סיגמה  $f(x) = f(y)$  (כאשר  $f$  היא הפונ' המלאה שניתנה לנו) נבחר  $y$  להיות רצף כלשהו מתוך סיגמה סטאר לא נגדיר את  $f(y)$  נשם לב כי  $f$  אינה פונ' מלאה, כעת נראה כי אינה ניתנת לחישוב. נניח בשלילה כי  $f$  ניתנת לחישוב, לכן קיימת מ"ט  $M$  אשר מחשבת את  $f$  לפי הגדרת  $f$ , לכל סרט קלט אשר אינו מכיל את הרצף  $y$ , מ"ט  $M$  שהנחנו כי קיימת, מחשבת את אותה פונ'  $f$ . אך לפי הגדרה  $f$  אינה ניתנת לחישוב, סתירה לקיום מ"ט  $M$ . נוכל להגדיר כי עבור סרט קלט בו מופיע הרצף  $y$ , המכונה  $M$  לא תבצע דבר בקריאת  $y$ , וכך מתוך בניית  $M$  כזאת, נוכל לבנות  $M'$  אשר מחשבת את  $f$  (ע"י הגדרת חישוב רצף  $y$  כתוספת למכונה  $M$ ). ושוב סתירה.

### סעיף ג'

$$F: \{0,1\}^* \rightarrow \{0,1\}^*$$

$$F(x) = x$$

כמובן שקיימת מ"ט כזאת אשר קוראת מהסרט ואינה משנה אותו.

### סעיף ד'

$$F: \{0,1\}^* \rightarrow \{0,1\}^*$$

$$\text{To all that } x \neq 0 : F(x) = x$$

לא מוגדרת עבור  $x=0$  וניתנת לחישוב כמו בסעיף הקודם.

## שאלה 2

### סעיף א'

לא נכון.

נוכיח כי המ"ט האינסופי שלנו יכולה לחשב כל פונ' בעולם. סימלויץ פעולת החישוב של  $f$  פונ' כלשהי בעולם עבור קלט  $x$  מסויים תתבצע ע"י חלוקה התווים של הקלט  $x$  כך שהתו  $i$  נכתב בתחילת הסרט ב  $i$ . מהגדרת המ"ט, פונ' המעברים שלה תקבל כקלט את  $x$  בקריאה הראשונה (מפני שקוראת תו ראשון מכל סרט). נגדיר את פונ' המעברים של המ"ט האינסופית בהתאם לפונ' אשר אנו רוצים לחשב, ז"א בהתאמה חח"ע לכל קלט  $x$  כך ש  $y = f(x)$  נגדיר  $\delta(q_0, x) = (q_a, y)$  ומכך יצרנו מ"ט אשר לכל קלט בעל אורך (מפני שכמות הסרטים היא אינסופית ואנו קוראים מכל סרט את התו הראשון בפעולה הראשונה של  $\delta$ ). אך מ"ט אינה קיימת שכמו שהוצג בשיעור כי מס' הפונ' אשר מודל מ"ט יכול לחשב הוא  $a_0$ , ומס' הפונ' הקיימות בעולם הוא  $a_1$ . מ.ז.ל

## סעיף ב'

נכון.

רעיונית, מ"ט M בעלת סרט יחיד, תכיל על אותו הסרט את סרט הקלט של מ"ט M' בעלת אינסוף הסרטים. בסוף הסרט מ"ט M תכתוב סימן # להצהיר על הפרדת סרטים. M תבצע פעולות קריאה מהסרט בצורה זהה לזו ש M' תבצע, אך פעולת הכתיבה תהיה שונה במקצת. עבור כל פעולת כתיבה במ"ט M' על סרט i. נסמלך את פעולה הכתיבה:

- עבור כתיבה תו כלשהו בסרט i.
  - מ"ט M תגיע לתחילת הסרט (התא השמאלי ביותר) ותתחיל לספור את סימן ה # בתנועה ימינה עד שתמנה i סמלי #.
  - אם נגמר הסרט ולא מנינו i סמלי #, אזי מ"ט M תכתוב את מס' ה # החסרים.
  - לאחר מציאת הסימן # המתאים, תדע M כי היא בחלק הסרט בו אנו מסמלצים את הסרט i של מכונה M', וכעת, תמשיך עד אשר תקרא תו המסומן ע"י הטאג '.
  - אם מ"ט M הגיע לסימן b או # ללא קריאת תו בעל טאג, אזי תנוע שמאלה (אחורה) עד לקריאת הסימן # הראשון, ומשם תמשיך.
  - M תחליף את התו המסומן בתו ללא טאג '.
  - מ"ט M תבצע את הכתיבה הנדרשת עם סימן הטאג ', כאשר M גם תזכור ע"י מצב מתאים את תוכן התא אשר שוכתב.
  - החל מרגע זה, M תתחיל לנוע ימינה כאשר בכל צעד תזכור את תוכן התא ע"י מצב, ותכתוב בתוכו את תוכן התא הקודם (זה שזכרה ע"י המצב ממנו הגיעה).
  - כך המכונה M תשכתב בחזרה את התוכן עד לסוף הסרט (ז"א קריאת התו b).
  - בעצם, בפרדנו את הסרטים ע"י סימן #, ומפני שהסרט שלנו אינסופי לא היית בעיה של מקום. אציין כי סימנו את מיקום הראש בעל סרט ע"י כתיבת תו על טאג ', כך שהמכונה M תדע מאיפה להמשיך, ובכל כתיבה אנו מבצעים שיכתוב של המשך הסרט בהתאם למצב הקיים.
  - נציין כי בסוף קריאת כל הסרט, מ"ט M תעבור על כל הסרט ותחליף את התווים המסומנים בטאג לתווים רגילים.
  - לסיכום, הצגנו סימולציה של מ"ט M חד סרטית עבור פעולת המכונה M' בעלת אינסוף הסרטים.
- כעת הסימלך ההפוך הוא פשוט, נשתמש רק בסרט אחד מתוך האינסוף, ונממש את פונ' במעברים בצורה דומה כאשר היא פועלת אך ורק על הסרט הראשון.
- מ.ז.ל.

## סעיף ג'

לא נכון.

- לסמלך פתרון לבעיית הקבלה מול שפה שאינה ב RE.
- רעיונית, מ"ט בעלת אינסוף מצבים יכולה לספק קבלה לכל שפה בעולם, אך זה לא נכון עבור מ"ט רגילה. לכל שפה בעולם, נבנה סט של מצבים מקבלים ע"פ כל המילים בשפה (מצב לכל מילה). בנוסף נשלים לסט המצבים את כל שאר המצבים הדוחים האפשריים (לכל צירוף של א"ב). נשם לב כי כמות במצבים היא אינסופית מפני שהא"ב הוא אינסופי בשירשור.
- ברגע שניקח שפה שאינה ב RE, המ"ט הנ"ל תספק תשובת למרות מ"ט המקורית לא.
- מ.ז.ל.

## סעיף ד'

לא נכון.

נראה כי מ"ט בעלת א"ב עבודה אינסופי חזקה יותר ממ"ט המקורית בכך יכולה להכריע כל שפה אפשרית, זאת נעשה ע"י התאמה חח"ע של כל מילה בשפה לתו מסויים בא"ב עבודה האינסופי שלנו, כך שע"י האינסופיות שלו אנו יכולים לבצע התאמה זו לכל שפה בעולם.

נציג בנייה מתאימה כך:

לכל שפה שנבחר (כל שפה כלולה בא"ב עבודה באינסופי שלנו) נגדיר לכל קלט מילה  $w$  את התו  $x$  בצורה חח"ע עבורו, כאשר אם  $w$  בשפה אזי  $x$  יוגדר כתו מקבל, אחרת דוחה.

- אם המילה  $w$  בשפה, המ"ט תקרא את התו  $x$  ותעבור למצב מקבל.
  - אם המילה  $w$  אינה בשפה, המ"ט תקרא את התו  $x$  ותעבור למצב דוחה.
- בצורה זו אנו יכולים להכריע כל שפה בעולם, אך טענה זו חזקה יותר מהיכולת של מ"ט המקורית. מ.ז.ל.