

חישוב X^n

אלגוריתם לחישוב חזקה בסיבוכיות של $O(\log_2 n)$

צריך לעלות מספר ממשי x בחזקת n .

נעביר את מספר n להצגה בינארית:

כאשר $m_i = \{0, 1\}, i = 0, \dots, k$, $n = m_k 2^k + m_{k-1} 2^{k-1} + m_{k-2} 2^{k-2} + \dots + m_1 2 + m_0$

מכאן נקבל כי $x^n = x^{m_0} \cdot (x^2)^{m_1} \cdot (x^{2^2})^{m_2} \cdot (x^{2^3})^{m_3} \cdot \dots \cdot (x^{2^k})^{m_k}$

מימוש האלגוריתם בלולאה: אנו צריכים בכל שלב לשמור את חזקה של מספר x , אך לבצע כפל רק כאשר בהצגה בינארית של המספר $m_i \neq 0$.

דוגמה: (א) $n=7$, הצגה בינארית: $n = 111$, לכן $7 = 2^0 + 2^1 + 2^2$ ו- $x^7 = x \cdot x^2 \cdot x^4$.

(ב) $n=6$, הצגה בינארית: $n = 110$, לכן $6 = 2^1 + 2^2$ ו- $x^6 = x^2 \cdot x^4$.

(ג) $n=10$, הצגה בינארית: $n = 1010$, לכן $10 = 2^1 + 2^3$ ו- $x^{10} = x^2 \cdot x^8$.

$$5^{16} = 152587890625$$

Result = 1

$$X = 5$$

16 : 2 = 8	0	$X = X * X$	$X = 5 * 5 = 25$
8 : 2 = 4	0	$X = X * X$	$X = 25 * 25 = 625$
4 : 2 = 2	0	$X = X * X$	$X = 625 * 625 = 390625$
2 : 2 = 1	0	$X = X * X$	$X = 390625 * 390625 = 152587890625$
1 : 2 = 0	1	Result = Result * X	Result = 1 * 152587890625 = 152587890625
		$X = X * X$	$X = 152587890625 * 152587890625 =$ 582076609134674072265625

$$5^{17} = 762939453125$$

Result = 1

$$X = 5$$

17 : 2 = 8	1	Result = Result * X	Result = 1 * 5 = 5
		X = X * X	X = 5 * 5 = 25
8 : 2 = 4	0	X = X * X	X = 25 * 25 = 625
4 : 2 = 2	0	X = X * X	X = 625 * 625 = 390625
2 : 2 = 1	0	X = X * X	X = 390625 * 390625 = 152587890625
1 : 2 = 0	1	Result = Result * X	Result = 5 * 152587890625 = 762939453125
		X = X * X	X = 152587890625 * 152587890625 = 582076609134674072265625