

# 1 Sayisal Turev icin Ileri Yon Sonlu Fark Formulleri

## 1.1 Taylor Serisi

Bir  $f(x)$  fonksiyonunun  $x = x_0$  noktasındaki Taylor serisine acilimi asagidaki ifade ile hesaplanir.

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!} (x - x_0)^n = f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!} (x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!} (x - x_0)^2 + \frac{f'''(x_0)}{3!} (x - x_0)^3 + \dots$$

## 1.2 Ornek Noktalar

Bu ifade  $x_m = x_0 + mh$  biciminde secilen her bir nokta icin duzenlenir.

$$y_{-1} = f(x_0) + (-1) * h * f'(x_0) + (-1)^2 * \frac{h^2}{2!} * f''(x_0) + (-1)^3 * \frac{h^3}{3!} * f'''(x_0)$$

$$y_1 = f(x_0) + h * f'(x_0) + \frac{h^2}{2!} * f''(x_0) + \frac{h^3}{3!} * f'''(x_0)$$

$$y_2 = f(x_0) + 2 * h * f'(x_0) + 2^2 * \frac{h^2}{2!} * f''(x_0) + 2^3 * \frac{h^3}{3!} * f'''(x_0)$$

## 1.3 Katsayilar ile carpim

Denklemler  $t_1, t_2, t_3, \dots$  katsayilari ile carpilir.

$$t_1 * y_{-1} = t_1 * f(x_0) + t_1 * (-1) * h * f'(x_0) + t_1 * (-1)^2 * \frac{h^2}{2!} * f''(x_0) + t_1 * (-1)^3 * \frac{h^3}{3!} * f'''(x_0)$$

$$t_2 * y_1 = t_2 * f(x_0) + t_2 * h * f'(x_0) + t_2 * \frac{h^2}{2!} * f''(x_0) + t_2 * \frac{h^3}{3!} * f'''(x_0)$$

$$t_3 * y_2 = t_3 * f(x_0) + t_3 * 2 * h * f'(x_0) + t_3 * 2^2 * \frac{h^2}{2!} * f''(x_0) + t_3 * 2^3 * \frac{h^3}{3!} * f'''(x_0)$$

## 1.4 Birlestirme

Denklemlerin her iki yani toplanir.

$$t_1 * y_{-1} + t_2 * y_1 + t_3 * y_2 = (t_1 + t_2 + t_3) * f(x_0) + (t_1 * (-1) + t_2 + t_3 * 2) * h * f'(x_0) + (t_1 * (-1)^2 + t_2 + t_3 * 2^2) * \frac{h^2}{2!} * f''(x_0) + (t_1 * (-1)^3 + t_2 + t_3 * 2^3) * \frac{h^3}{3!} * f'''(x_0)$$

## 1.5 Katsayi ifadeleri

Bu toplam ifadesinden her bir terimin katsayi ifadesi cikarilir.

$$Exp_0 : t_1 + t_2 + t_3$$

$$Exp_1 : t_1 * (-1) + t_2 + t_3 * 2$$

$$Exp_2 : t_1 * (-1)^2 + t_2 + t_3 * 2^2$$

$$Exp_3 : t_1 * (-1)^3 + t_2 + t_3 * 2^3$$

## 1.6 Denklem Sistemi

Bu katsayi ifadelerinden ilki ile 2. turevin ifadesi cikarilarak asagidaki denklemler elde edilir.

$$t_1 * (-1) + t_2 + t_3 * 2 = 0$$

$$t_1 * (-1)^3 + t_2 + t_3 * 2^3 = 0$$

Bu denklemlerden katsayi matrisi olusturulur.

$$\begin{bmatrix} t_1 & t_2 & t_3 \\ (-1) & 1 & 2 \\ (-1)^3 & 1 & 2^3 \end{bmatrix}$$

Denklemler,  $t_1$  bağımsız değişken yapılarak (sağ tarafa taşınarak) aşağıdaki gibi yeniden düzenlenir.

$$\left[ \begin{array}{cc|c} t_1 & t_2 & t_3 \\ -1 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & -8 \end{array} \right]$$

## 1.7 Denklem çözümü

1. satır kullanılarak aşağıdaki (2,1) elemanı 0 yapılır.

$$\left[ \begin{array}{cc|c} t_1 & t_2 & t_3 \\ -1 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & -6 \end{array} \right]$$

$y^{(2)}$  : Birim matrise dönüşüm yapılamadı.