

# Algorytmy Metaheurystyczne 2023

## Laboratorium 7-10 (na ocenę)

### Termin oddania: 11 laboratorium

**Symulowane wyżarzanie** to jedna z technik projektowania algorytmów heurystycznych (metaheurystyka). Cechą charakterystyczną tej metody jest występowanie parametru sterującego zwanego temperaturą, który maleje w trakcie wykonywania algorytmu. Im wyższą wartość ma ten parametr, tym bardziej chaotyczne mogą być zmiany. Podejście to jest inspirowane zjawiskami obserwowanymi w metalurgii: im większa temperatura metalu, tym bardziej jest on plastyczny.

Jest to metoda iteracyjna: najpierw losowane jest pewne rozwiązanie, a następnie jest ono w kolejnych krokach modyfikowane. Jeśli w danym kroku uzyskamy rozwiązanie lepsze, wybieramy je zawsze. Istotną cechą symulowanego wyżarzania jest jednak to, że z pewnym prawdopodobieństwem może być również zaakceptowane rozwiązanie gorsze (ma to na celu umożliwienie wyjścia z maksimum lokalnego).

Prawdopodobieństwo przyjęcia gorszego rozwiązania wyrażone jest wzorem  $e^{(f(X)-f(X'))/T}$  (rozkład Boltzmanna), gdzie  $X$  jest poprzednim rozwiązaniem,  $X'$  nowym rozwiązaniem, a  $f$  funkcją oceny jakości – im wyższa wartość  $f(X)$ , tym lepsze rozwiązanie. Ze wzoru można zauważyć, że prawdopodobieństwo przyjęcia gorszego rozwiązania spada wraz ze spadkiem temperatury i wzrostem różnicy jakości obu rozwiązań.

Przez rozpoczęciem wykonywania algorytmu należy ustalić:

- początkową wartość temperatury  $T$ ;
- sposób obniżania temperatury (często stosowanym rozwiązaniem jest mnożenie aktualnej temperatury przez pewien współczynnik, zazwyczaj mieszczący się w przedziale  $[0.8, 0.99]$ );
- liczbę prób przeprowadzanych w ramach jednej epoki (z tą samą temperaturą);
- sposób wyboru nowego rozwiązania w ramach pojedynczej próby;
- warunek stopu (może to być np. określona liczba epok lub brak lepszego rozwiązania w trakcie ostatnio wykonanych epok).

Działanie algorytmu można opisać następująco:

1. Wylosuj rozwiązanie początkowe  $X$ .
2. Wybierz losowe rozwiązanie  $X'$  znajdujące się w sąsiedztwie  $X$ .
3. Jeśli  $X'$  jest lepsze to je przyjmij ( $X := X'$ ). W przeciwnym razie, wyznacz prawdopodobieństwo przyjęcia nowego rozwiązania używając wzoru  $e^{(f(X)-f(X'))/T}$  i z tym prawdopodobieństwem  $X := X'$ .
4. Jeśli nie wykonano jeszcze odpowiedniej liczby prób w obrębie danej epoki, wróć do punktu 2.
5. Zmniejsz temperaturę.
6. Jeśli nie osiągnięto jeszcze warunku stopu, wróć do punktu 2.

Ostatecznie, rezultatem działania algorytmu jest najlepsze znalezione w trakcie obliczeń rozwiązanie.

**Tabu Search** jest algorytmem który rozszerza *Local Search* przez dodanie mechanizmu zabronień (listy tabu), którego celem jest umożliwienie opuszczania ekstremów lokalnych oraz uniemożliwienie wpadania algorytmu w cykle. Za każdym razem kiedy rozwiązanie jest wybierane z otoczenia, jego reprezentacja jest umieszczana na liście tabu. Ponieważ zabronione jest wybieranie rozwiązania którego reprezentacja znajduje się na liście tabu, algorytm może opuścić ekstremum lokalne.

Przez rozpoczęciem wykonywania algorytmu należy ustalić:

- długość listy tabu (można wykorzystać wyniki z poprzedniego zadania, czyli ustalić jakąś wielokrotność liczby poprawek prowadzących do lokalnego minimum);
- sposób wyboru nowego rozwiązania w ramach pojedynczej próby (deterministyczny po wszystkich sąsiadach czy losowy po pewnej ich próbce);
- warunek stopu (może to być np. koniec miejsca na liście lub brak poprawy w jakimś odcinku czasu).

Działanie algorytmu można opisać następująco:

1. Wybierz rozwiązanie początkowe (np. wylosuj).
2. Przeszukaj otoczenie bieżącego rozwiązania (deterministycznie lub losowo) i wybierz najlepsze którego nie ma na liście.
3. Umieść je na liście i przyjmij jako bieżące rozwiązanie.
4. Sprawdź warunek stopu i jeśli nie zachodzi to wróć do punktu 2 (warunkiem stopu może być np. koniec pojemności listy, lub liczba iteracji bez znalezienia nowego najlepszego rozwiązania).

Ostatecznie, rezultatem działania algorytmu jest najlepsze znalezione w trakcie obliczeń rozwiązanie.

## Zadanie

Dla danych z poprzedniej listy wykonaj następujące zadania:

1. Zaimplementuj algorytm symulowanego wyżarzania i na małych danych (poniżej 1000 wierzchołków) przetestuj wybór parametrów. Opisz w sprawozdaniu w jaki sposób zostały wybrane te parametry. Następnie dla dużych danych wykonaj po 100 prób i podaj najlepsze uzyskane rozwiązanie oraz średnią wartość uzyskanych rozwiązań.
2. Zaimplementuj algorytm *Tabu Search* i na małych danych (poniżej 1000 wierzchołków) przetestuj wybór parametrów. Opisz w sprawozdaniu w jaki sposób zostały wybrane te parametry. Następnie dla dużych danych wykonaj po 100 prób i podaj najlepsze uzyskane rozwiązanie oraz średnią wartość uzyskanych rozwiązań.

## Kryteria oceny

Na 3.0 trzeba wykonać jedno z zadań, za oba 4.5. Dodatkowe do każdego zadania 0.5 za jakość sprawozdania.