INTRODUCTION AUX TELECOMMUNICATIONS
Etudes de chaines de transmission en bande de base

Première Année, Département SN

2019-2020

1 Introduction

1.1 Objectifs

Les objectifs de ce travail sont les suivants :

1. Etre capable d'implanter une chaine de transmission en bande de base et d'expliciter le rôle des différents éléments la composant,
2. Etre capable d'expliquer les observations réalisées, les résultats obtenus sur la chaine implantée en vous appuyant sur l'étude théorique de cette même chaine,
3. Etre capable d'analyser la chaine de transmission en bande de base implantée pour :
   - Déterminer si elle est optimisée ou pas en termes d'efficacité spectrale et d'efficacité en puissance,
   - Identifier les élements qu'il est possible de modifier pour l'optimiser si elle ne l'est pas.
4. Etre capable de comparer des chaines de transmission bande de base en termes d'efficacité spectrale et d'efficacité en puissance.

1.2 Schéma général des chaines à étudier (canal AWGN)

La figure 1 présente le schéma général des chaines à étudier.

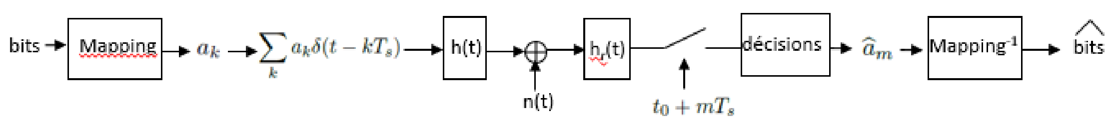

Figure 1: Chaîne de transmission en bande de base

.

1.2.1 Génération de l'information binaire à transmettre

La génération de l'information binaire à transmettre (bits 0 et 1 équiprobables et indépendants) pourra être réalisée grâce à la fonction *randi* de Matlab.

1.2.2 Mapping

Un mapping devra être réalisé afin de passer de l'information binaire aux symboles a_k. Le mapping est un des élements qui pourra différer selon les chaines de transmission à étudier et implanter.

1.2.3 Suréchantillonnage

La suite d'impulsions de Dirac espacées de la durée symbole T_s et pondérées par les symboles a_k issus du mapping sera générée, en numérique, en insérant $N_s - 1$ zéros entre deux symboles a_k, si N_s représente le nombre d'échantillons utilisés par symbole (ou facteur de suréchantillonnage : $T_s = N_s T_e$, T_e étant la période d'échantillonnage). N_s devra être déterminé pour que le signal numérique généré respecte la condition d'échantillonnage de Shannon.

1.2.4 Filtrage de mise en forme

La réponse impulsionnelle, $h(t)$, du filtre de mise en forme est un des élements qui pourra différer selon les chaines de transmission à étudier et implanter. Ne seront implantés que des filtres de type RIF (à réponse impulsionnelle finie). Une fois la réponse impulsionnelle numérique générée ($h = [h(0)h(1)...h(N-1)]$, si N représente l'ordre du filtre), le filtrage pourra être réalisé en utilisant la fonction *filter* de matlab : *signal_filtre=filter(h,1,signal_a_filtrer)* (attention alors au retard dû à la causalité du filtre) ou bien en utilisant la fonction *conv.m*, comme lors des TPs de traitement du signal.

1.2.5 Canal de transmission AWGN

Le canal de transmission est supposé à bruit, $n(t)$, additif blanc et Gaussien, de densité spectrale de puissance égale à $\frac{N_0}{2}$ quelle que soit la fréquence. Pour les simulations, ce bruit sera généré sur la bande F_e (fréquence d'échantillonnage), grâce à la fonction randn de matlab, avec plusieurs puissances différentes, notées σ_n^2 : $bruit = \sigma_n * randn(1, length(r));$, si r représente le vecteur d'échantillons de signal à l'entrée du récepteur. On calculera la puissance du bruit σ_n^2, en fonction des rapports signal à bruit par bit souhaités à l'entrée du récepteur $\frac{E_b}{N_0}$, de la manière suivante (voir démonstration en annexe):

$$\sigma_n^2 = \frac{P_r N_s}{2\log_2(M)\frac{E_b}{N_0}},$$

où N_s représente le facteur de suréchantillonage, M l'ordre de la modulation et P_r la puissance du signal r qui peut être obtenue sous matlab de la manière suivante : $P_r = mean(abs(r).\hat{}2)$.

1.2.6 Filtrage de réception

La réponse impulsionnelle, $h_r(t)$, du filtre de mise de réception est un des élements qui pourra différer selon les chaines de transmission à étudier et impanter. Ne seront implantés que des filtres de type RIF (à réponse impulsionnelle finie). Une fois la réponse impulsionnelle numérique générée ($hr = [hr(0)hr(1)...hr(N-1)]$, si N représente l'ordre du filtre), le filtrage pourra être réalisé en utilisant la fonction *filter* de matlab : *signal_filtre=filter(hr,1,signal_a_filtrer)* (attention alors au retard dû à la causalité du filtre) ou bien en utilisant la fonction *conv.m*, comme lors des TPs de traitement du signal.

1.2.7 Echantillonnage

Le signal filtré devra être échantillonné à t_0+mT_s pour revenir au rythme symbole. L'instant d'échantillonnage optimal t_0 pourra être déterminé dans l'étude théorique de la chaine à implanter et retrouvé grâce au tracé d'un diagramme de l'oeil sans bruit en sortie du filtre de réception.

1.2.8 Décisions

Un détecteur à seuil permettra de prendre les décisions sur les symboles à partir du signal échantillonné. Le seuil optimal devra être déterminé dans l'étude théorique de la chaine à implanter et retrouvé grâce au tracé d'un diagramme de l'oeil sans bruit en sortie du filtre de réception.

1.2.9 Demapping

Un demapping devra être réalisé en vue de comparer les bits reçus aux bits émis dans l'objectif de calculer le taux d'erreur binaire simulé de la transmission, TEB simulé qui devra être comparé au TEB théorique déterminé dans l'étude théorique de la chaine en question.

1.3 Organisation et Matériel à fournir pour l'évaluation

Le travail se fera en binôme. Un rapport (format pdf), ainsi que les codes réalisés, devront être envoyés à votre intervenant de TP pour le 22 mai 2020. Pour rappel, voici les adresses mail des intervenants de projet.

Groupe A : nathalie.thomas@enseeiht.fr	Groupe I : raoul.prevost@tesa.prd.fr
Groupe B : Marie-Laure.boucheret@enseeiht.fr	Groupe J : lorenzo.ortega@tesa.prd.fr
Groupe C : nathalie.thomas@enseeiht.fr	Groupe K : bahaeddine.belmekki@inp-toulouse.fr
Groupe D : charly.poulliat@enseeiht.fr	Groupe L : raoul.prevost@tesa.prd.fr
Groupe E : benoit.escrig@enseeiht.fr	Groupe M : lorenzo.ortega@tesa.prd.fr
Groupe F : mathieu.dervin@enseeiht.fr	Groupe N : martial.coulon@enseeiht.fr
Groupe G : benoit.escrig@enseeiht.fr	
Groupe H : bahaeddine.belmekki@inp-toulouse.fr	

1.3.1 Le rapport

1. Comme tout rapport, il devra comporter un sommaire, une introduction présentant les objectifs des TPs, une conclusion synthétisant les principaux résultats obtenus et une bibliographie comprenant les références éventuellement utilisées, notament pour expliquer vos résultats. On pourra y ajouter une table des illustrations.

2. Les équations devront être réalisées avec un éditeur d'équation.

3. Lorsque vous commentez une figure vous devez y faire référence dans votre texte : par exemple "comme le montre la figure 1, ..."

4. Les figures inclues dans vos rapports devront être lisibles et devront toutes comporter un titre, des labels sur leurs axes (utiliser *xlabel* et *ylabel* sous matlab) ainsi qu'une légende si plusieurs courbes sont tracées sur la même figure (utiliser *legend* sous matlab).

5. Toutes vos explications/justifications devront utiliser les bons termes techniques (provenant des cours/TDs/TPs, des livres/sites consultés et cités), pas d'à peu près. "En gros" est à proscrire...

6. Attention votre rapport doit être relu, éventuellement passé au correcteur orthographique et grammatical.

1.3.2 Les codes

1. Vos codes doivent être commentés de manière suffisante et claire :
   "suffisante" : au moins un commentaire par action réalisée dans la chaine de transmission (par exemple : génération de l'information binaire à transmettre, mapping binaire à moyenne nulle ...). Chaque action pouvant ensuite prendre quelques lignes, on ajoutera des commentaires, si nécessaire, à la bonne compréhension du code.
   "claire" : on utilisera les bons termes pour représenter les éléments classiques d'une chaine de transmission (par exemple : mapping binaire à moyenne nulle plutôt que génération de +1, -1).

2. Les fichiers .m fournis devront porter des noms significatifs. Si besoin, vous pouvez fournir un mode d'emploi dans le rapport pour savoir ce qui doit être lancé pour réaliser les différentes fonctions implantées.

2 Première chaine à étudier : "chaine de référence"

On considèrera un mapping binaire à moyenne nulle (symboles $a_k \in \{-1, 1\}$) et des réponses impulsionnelles des filtres de mise en forme et de réception, $h(t)$ et $h_r(t)$, rectangulaires de durée T_s. Le résultat du produit de convolution entre $h(t)$ et $h_r(t)$ est donné dans la figure 2.

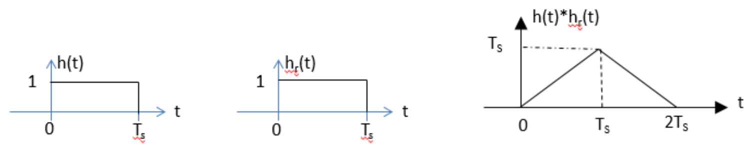

Figure 2: Produit de convolution entre $h(t)$ et $h_r(t)$.

2.1 Etude théorique

1. Calculer la densité spectrale de puissance (DSP) du signal transmis. Quelle est, en théorie, la bande nécessaire à la transmission d'un tel signal ?
2. La chaîne de communication peut-elle vérifier le critère de Nyquist ? Justifiez votre réponse.
3. Sans bruit, tracer le signal $z(t)$ en sortie du filtre de réception $h_r(t)$ pour la suite de bits émise suivante : 0110100. Retrouve-t-on sur ce signal le fait que la chaine de transmission puisse respecter le critère de Nyquist ?
4. Toujours sans bruit, tracer le diagramme de l'oeil avec une base de temps de T_s. Retrouve-t-on sur le diagramme de l'oeil le fait que la chaine de transmission puisse respecter le critère de Nyquist ?
5. En supposant que l'on échantillonne aux instants optimaux (sans ISI), calculer le rapport signal sur bruit aux instants d'échantillonnage (on admettra que la puissance du bruit échantillonné et filtré est identique à celle du bruit filtré et on calculera donc cette puissance en sortie du filtre de réception).
6. On choisira d'utiliser un détecteur à seuil. Déterminer le seuil optimal à utiliser en expliquant votre choix.
7. En supposant que l'on échantillonne aux instants optimaux et que l'on utilise le seuil optimal de décision, donner le taux d'erreur binaire de la transmission en fonction de T_s et σ, σ^2 représentant la puissance du bruit en sortie du filtre de réception $h_r(t)$.
8. Calculer la puissance du bruit en sortie du filtre de réception σ^2 en fonction de N_0 et de T_s.
9. Calculer l'énergie des symboles à l'entrée du récepteur, E_s, en fonction de T_s.
10. Déduire des questions précédentes l'expression du taux d'erreur binaire (TEB) en fonction de E_b/N_0 pour la chaine étudiée.

2.2 Implantation sous Matlab (cette chaine servira de chaine de référence pour la suite)

1. Générer dans un premier temps le signal à transmettre en tronquant la bande occupée à une fréquence maximale égale à $\frac{4}{T_s}$. En utilisant un périodogramme estimer puis tracer la densité spectrale de puissance du signal transmis. Expliquer le résultat obtenu.
2. Implantation de la chaine sans bruit :
   (a) Tracer le signal en sortie du filtre de réception. Ce tracé est-il conforme à ce que vous attendiez (voir étude théorique) ?
   (b) Tracer un diagramme de l'oeil en sortie du filtre de réception afin de déterminer les instants optimaux d'échantilllonnage. Les résultats obtenus sont-ils conformes à la théorie ? Expliquez votre réponse.
   (c) En utilisant les instants optimaux d'échantillonnage puis un détecteur à seuil, avec seuil optimal, vérifier que le TEB obtenu est bien nul.

3. Implantation de la chaine avec bruit : rajouter le bruit et tracer le taux d'erreur binaire obtenu en fonction du rapport signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur (E_b/N_0) en décibels[1]. On prendra des valeurs de $(E_b/N_0)_{dB}$ allant de 0 à 6 dB.

4. Comparer le TEB simulé au TEB théorique de la chaine étudiée (tracé superposés sur une même figure). Ce tracé doit permettre de valider le bon fonctionnement de votre chaine de transmission. La fonction $Q(x)$ peut-être obtenue sou Matlab en utilisant *qfunc.m*.

3 Deuxième chaine à étudier : impact du choix du filtre de réception

On considèrera un mapping binaire à moyenne nulle (symboles $a_k \in \{-1, 1\}$) et les réponses impulsionnelles des filtres de mise en forme et de réception, $h(t)$ et $h_r(t)$, données par la figure 3. Le résultat du produit de convolution entre $h(t)$ et $h_r(t)$ est donné dans la figure 4.

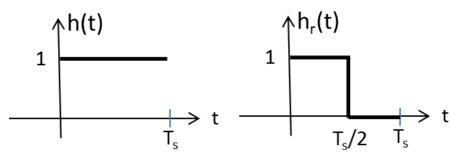

Figure 3: Réponses impulsionnelles des filtres d'émission et de réception.

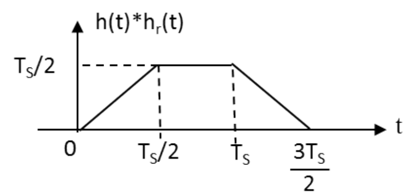

Figure 4: Produit de convolution entre $h(t)$ et $h_r(t)$.

3.1 Etude théorique

1. La chaîne de communication peut-elle vérifier le critère de Nyquist ? Justifiez votre réponse.

2. Sans bruit, tracer le signal $z(t)$ en sortie du filtre de réception $h_r(t)$ pour la suite de bits émise suivante : 0110100. Retrouve-t-on sur ce signal le fait que la chaine de transmission puisse respecter le critère de Nyquist ? Expliquez votre réponse.

3. Toujours sans bruit, tracer le diagramme de l'oeil avec une base de temps de T_s. Retrouve-t-on sur le diagramme de l'oeil le fait que la chaine de transmission puisse respecter le critère de Nyquist ? Justifiez votre réponse.

4. En supposant que l'on échantillonne aux instants optimaux (sans ISI), calculer le rapport signal sur bruit aux instants d'échantillonnage (on admettra que la puissance du bruit échantillonné et filtré est identique à celle du bruit filtré et on calculera donc cette puissance en sortie du filtre de réception). Comparer le rapport signal sur bruit obtenu ici avec celui obtenu dans la chaine de référence. Que peut-on supposer sur la comparaison des TEBs des deux chaines de transmission ?

5. On choisira d'utiliser un détecteur à seuil. Déterminer le seuil optimal à utiliser en expliquant votre choix.

6. En supposant que l'on échantillonne aux instants optimaux et que l'on utilise le seuil optimal de décision, donner le taux d'erreur binaire de la transmission en fonction de T_s et σ, σ^2 représentant la puissance du bruit en sortie du filtre de réception $h_r(t)$.

[1] Attention les TEBs devront être tracés en échelle log et on fera attention à la précision des mesures réalisées (voir en annexe)

7. Calculer la puissance du bruit en sortie du filtre de réception σ^2 en fonction de N_0 et de T_s.
8. Calculer l'énergie des symboles à l'entrée du récepteur, E_s, en fonction de T_s.
9. Déduire des questions précédentes l'expression du taux d'erreur binaire en fonction de E_b/N_0 pour la chaine étudiée.

3.2 Implantation sous Matlab

1. Implantation de la chaine sans bruit (le signal à transmettre sera généré en tronquant la bande occupée à une fréquence maximale égale à $\frac{4}{T_s}$)
   (a) Tracer le signal en sortie du filtre de réception. Ce tracé est-il conforme à ce que vous attendiez (voir étude théorique) ?
   (b) Tracer un diagramme de l'oeil en sortie du filtre de réception afin de déterminer les instants optimaux d'échantilllonnage. Les résultats obtenus sont-ils conformes à la théorie ? Expliquez votre réponse.
   (c) En utilisant les instants optimaux d'échantillonnage puis un détecteur à seuil, avec seuil optimal, vérifier que le TEB obtenu est bien nul.
2. Implantation de la chaine avec bruit : rajouter le bruit et tracer le taux d'erreur binaire obtenu en fonction du rapport signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur (E_b/N_0) en décibels. On prendra des valeurs de $(E_b/N_0)_{dB}$ allant de 0 à 6 dB.
3. Comparer le TEB simulé au TEB théorique de la chaine étudiée (tracé superposés sur une même figure). Ce tracé doit permettre de valider le bon fonctionnement de votre chaine de transmission.

4. Comparer le TEB obtenu par simulation pour la chaine de transmission étudiée au TEB obtenu par simulation (ou au TEB théorique) de la chaine de référence (comparaison en termes d'efficacité en puissance). La similitude ou différence obtenue devra être expliquée. La chaine éventuellement la plus efficace en puissance devra être identifiée, en expliquant pourquoi.

5. Comparer l'efficacité spectrale de la chaine étudiée avec celle de la chaine de référence (en traçant, par exemple, les DSPs des signaux transmis dans les deux cas pour un même débit binaire). La similitude ou différence obtenue devra être expliquée. La chaine éventuellement la plus efficace spectralement devra être identifiée, en expliquant pourquoi.

4 Troisième chaine à étudier : impact du choix du filtre de mise en forme et d'un canal de propagation à bande limitée

On considèrera un mapping binaire à moyenne nulle (symboles $a_k \in \{-1, 1\}$) et des réponses impulsionnelles des filtres de mise en forme et de réception, $h(t)$ et $h_r(t)$, en racine de cosinus surélevé de même roll off $\alpha = 0.5$. Le résultat du produit de convolution entre $h(t)$ et $h_r(t)$ est donc un cosinus surélevé de roll off 0.5.

4.1 Etude théorique

1. La chaîne de communication peut-elle vérifier le critère de Nyquist ? Justifiez votre réponse.
2. La chaîne de communication vérifie t-elle le critère de filtrage adapté ? Justifiez votre réponse.
3. Donner (sans le calculer) le taux d'erreur binaire théorique de la transmission, en justifiant votre choix de formule.
4. A quelle condition, sur le rythme symbole R_s, pourrait-on transmettre le signal généré par le modulateur proposé dans un canal de transmission idéal de bande $BW = 1500$ Hz, tout en continuant de respecter le critère de Nyquist ?
5. Afin d'implanter la chaine de transmission en numérique, quelle est la fréquence d'échantillonnage minimum à utiliser ? En déduire le facteur de suréchantillonnage minimal à utiliser.

4.2 Implantation sous Matlab

1. On utilisera les paramètres suivants : fréquence d'échantillonnage $F_e = 12000$ Hz, rythme symbole $R_s = 3000$ symboles par seconde, roll off du filtre de mise en forme et du filtre de réception $\alpha = 0.5$.

2. Implantation de la chaine sans bruit :

   (a) Le facteur de suréchantillonnage utilisé ici permet-il de respecter la condition d'échantillonnage de Shannon ? Justifiez votre réponse.

   (b) Tracer le signal en sortie du filtre de réception. Ce tracé est-il conforme à ce que vous attendiez (voir étude théorique) ? Expliquez votre réponse.

   (c) Tracer un diagramme de l'oeil en sortie du filtre de réception afin de déterminer les instants optimaux d'échantillilonnage. Les résultats obtenus sont-ils conformes à la théorie ? Justifiez votre réponse.

   (d) En utilisant les instants optimaux d'échantillonnage puis un détecteur à seuil, avec seuil optimal, vérifier que le TEB obtenu est bien nul. Attention ici aux retards introduits par les filtres de la chaine de transmission qui excèdent la durée d'un symbole.

3. Implantation de la chaine avec bruit : rajouter le bruit et tracer le taux d'erreur binaire (TEB) obtenu en fonction du rapport signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur (E_b/N_0) en décibels. On prendra des valeurs de $(E_b/N_0)_{dB}$ allant de 0 à 6 dB.

4. Comparer le TEB simulé au TEB théorique de la chaine étudiée (tracé superposés sur une même figure). Ce tracé doit permettre de valider le bon fonctionnement de votre chaine de transmission.

5. Comparer le TEB obtenu par simulation pour la chaine de transmission étudiée au TEB obtenu par simulation (ou au TEB théorique) de la chaine de référence (comparaison en termes d'efficacité en puissance). La similitude ou différence obtenue devra être expliquée. La chaine éventuellement la plus efficace en puissance devra être identifiée, en expliquant pourquoi.

6. Comparer l'efficacité spectrale de la chaine étudiée avec celle de la chaine de référence (en traçant les DSPs des signaux transmis dans les deux cas pour un même débit binaire). La similitude ou différence obtenue devra être expliquée. La chaine éventuellement la plus efficace spectralement devra être identifiée, en expliquant pourquoi.

7. Reprendre à la chaine de transmission sans bruit et introduire un passage dans un canal de transmission

   (a) de bande $BW = 1500$ Hz (implanté comme un filtre passe bas de fréquence de coupure 1500 Hz : voir TPs et projet de traitement du signal).

   (b) de bande $BW = 3000$ Hz (implanté comme un filtre passe bas de fréquence de coupure 3000 Hz : voir TPs et projet de traitement du signal).

   Dans chaque cas tracer un diagramme de l'oeil en sortie du filtre de réception et expliquer les résultats obtenus, les différences observées. Sont-ils conformes avec votre étude théorique ?

5 Quatrième chaine à étudier : impact du choix du mapping

On considèrera un mapping 4-aire à moyenne nulle (symboles $a_k \in \{-3, -1, 1, 3\}$) et des réponses impulsionnelles des filtres de mise en forme et de réception, $h(t)$ et $h_r(t)$, rectangulaire de durée Ts.

5.1 Etude théorique

1. Proposer un instant optimal t_0 pour démarrer l'échantillonnage en expliquant votre choix. On échantillonnera alors aux instants optimaux $t_0 + mT_s$, $m = 0, 1, 2, ...$

2. En supposant que l'on utilise un détecteur à seuil pour prendre les décisions, quels sont les seuils optimaux à utiliser ? Justifiez votre réponse.

3. On suppose que l'on échantillonne aux instants optimaux et que l'on utilise un détecteur à seuil avec seuils optimaux. En utilisant le mapping suivant : 00 : -3, 01 : -1, 11 : $+1$, 10 : $+3$:

(a) Calculer la probabilité de détecter (en sortie du bloc décision) le symbole -1 alors que l'on a émis -3.
(b) Calculer la probabilité de détecter (en sortie du bloc décision) le symbole $+1$ alors que l'on a émis -3.
(c) Calculer la probabilité de détecter (en sortie du bloc décision) le symbole $+3$ alors que l'on a émis -3.
(d) AN : $N_0 = 10^{-3} V^2/Hz$, $R_b = 1$ kbps.
(e) La règle de codage choisie pour le mapping vous parait-elle intéressante ? Si oui, quel est son intérêt ?
(f) Sachant que le taux d'erreur symbole de la liaison est donné par :

$$TES = \frac{3}{2} Q \left(\sqrt{\frac{4}{5} \frac{E_b}{N_0}} \right)$$

Avec la règle de codage choisie pour le mapping donnez le taux d'erreur binaire (TEB) de la liaison, en expliquant votre réponse.

5.2 Implantation sous Matlab

1. Implantation de la chaine sans bruit : on l'implantera en utilisant le mapping suivant : 00 : -3, 01 : -1, 10 : $+1$, 11 : $+3$ (voir en annexe). Attention le mapping est différent de celui proposé dans l'étude théorique précédente.
   (a) Tracer le signal en sortie du filtre d'émission, ainsi que sa densité spectrale de puissance. Ces tracés sont-ils conformes à la théorie ?
   (b) Comparer l'efficacité spectrale de la chaine étudiée avec celle de la chaine de référence (en supperposant les tracés des DSPs des signaux transmis dans les deux cas pour un même débit binaire). La similitude ou différence obtenue devra être expliquée.La chaine éventuellement la plus efficace spectralement devra être identifiée, en expliquant pourquoi.
   (c) Tracer un diagramme de l'oeil en sortie du filtre de réception afin de déterminer les instants optimaux d'échantilllonnage et les seuils optimaux de décision (détecteur à seuil). Les résultats obtenus sont-ils conformes à la théorie ? Expliquez votre réponse.
   (d) En utilisant les instants optimaux d'échantillonnage puis un détecteur à seuil, avec seuils optimaux, vérifier que le TEB obtenu est bien nul.
2. Rajouter le bruit et tracer le taux d'erreur symbole (TES) obtenu en fonction du rapport signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur (E_b/N_0) en décibels. On prendra des valeurs de $(E_b/N_0)_{dB}$ allant de 0 à 6 dB.
3. Comparer le TES obtenu par simulation sur la chaine implantée au TES donné pour la chaine étudiée dans l'étude théorique. La similitude ou différence obtenue devra être expliquée.
4. Tracer le taux d'erreur binaire (TEB) obtenu en fonction du rapport signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur (E_b/N_0) en décibels. On prendra des valeurs de $(E_b/N_0)_{dB}$ allant de 0 à 6 dB.
5. Comparer le TEB obtenu par simulation sur la chaine implantée au TEB donné pour la chaine étudiée dans l'étude théorique. La similitude ou différence obtenue devra être expliquée. La chaine éventuellement la plus efficace en puissance devra être identifiée, en expliquant pourquoi.

6 Annexes

6.1 Puissance de bruit à introduire dans les chaines de transmission

On introduit un bruit de densité spectrale de puissance $N_0/2$ dans la bande F_e. La variance du bruit à introduire est donc donnée par :

$$\sigma_n^2 = \frac{N_0}{2} F_e = \frac{E_s}{2\frac{E_s}{N_0}} F_e = \frac{P_r T_s}{2\frac{E_s}{N_0}} F_e = \frac{P_r N_s}{2log_2(M)\frac{E_b}{N_0}}$$

où

- E_s représente l'énergie par symbole à l'entrée du récepteur : $E_s = \log_2(M)E_b$, si E_b représente l'énergie binaire à l'entrée du récepteur et M l'ordre de la modulation,
- T_s représente la durée symbole,
- N_s représente le facteur de suréchantillonnage : $T_s = N_s T_e$, $T_e = 1/F_e$ étant la période d'échantillonnage
- P_r représente la puissance du signal reçu.

6.2 Précision sur les mesures de TEB

Le TEB peut être modélisé par une somme de variables aléatoires X_k prenant leurs valeurs dans l'ensemble $\{0, 1\}$ avec les probabilités $P[X_k = 0] = 1 - p$ (pas d'erreur) et $P[X_k = 1] = p$ (erreur) :

$$TEB = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} X_k.$$

L'erreur quadratique relative sur le TEB est donnée par :

$$\epsilon^2 = \frac{\sigma^2_{TEB}}{m^2_{TEB}},$$

où m_{TEB} et σ^2_{TEB} représentent, respectivement, la moyenne et la variance sur l'estimation du TEB.
La précision sur les mesures de TEB sera donnée par ϵ. On peut écrire :

$$m_{TEB} = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} E[X_k] = \frac{1}{N} N\left(1 \times p + 0 \times (1-p)\right) = p$$

et

$$\sigma^2_{TEB} = E\left[\left(\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} X_k\right)^2\right] - p^2 = \frac{1}{N^2}\sum_{k=1}^{N}\sum_{i=1}^{N} E[X_k X_i] - p^2$$

- si $k = i$ (N cas) alors $E\left[X_k^2\right] = 1^2 \times p + 0^2 \times (1-p) = p$
- si $k \neq i$ ($N^2 - N$ cas) alors $E[X_k X_i] = E[X_k]\,E[X_i] = p^2$

D'où :

$$\sigma^2_{TEB} = \frac{1}{N^2}\left\{Np + \left(N^2 - N\right)p^2\right\} - p^2 = \frac{p(1-p)}{N}$$

On constate que la variance de l'erreur tend vers 0 quand N augmente et on peut écrire l'erreur quadratique relative sur le TEB de la manière suivante :

$$\epsilon^2 = \frac{\sigma^2_{TEB}}{m^2_{TEB}} = \frac{1-p}{Np} \simeq \frac{1}{Np}\ pour\ p << 1$$

On obtient alors :

- le nombre d'élément binaire à générer, N, de manière à obtenir une précision ϵ fixée sur la mesure d'un TEB dont la valeur est, a priori, connue. Par exemple, si on veut mesurer un TEB de 10^{-2} avec une précision de 10%, il faudra générer $N = \frac{1}{10^{-2} \times (10^{-1})^2} = 10^4$ bits.
- le nombre de simulations à réaliser si la valeur à mesurer pour le TEB n'est pas, a priori, connue. On fera alors des simulations jusqu'à observer $1/\epsilon^2$ erreurs pour obtenir une mesure avec une précision ϵ fixée. Par exemple, si on veut mesurer le TEB avec une précision $\epsilon = 10\%$, il faudra compter les erreurs jusqu'à en obtenir $1/\epsilon^2 = 10^2$ avant de considérer la mesure de TEB obtenue comme disposant de la précision requise.

6.3 Réaliser un mapping et un demapping 4-aire "naturel" sous Matlab

On pourra, par exemple, utiliser les lignes de code suivantes :

- Pour le mapping : $Symboles = (2 * bi2de(reshape(bits, 2, length(bits)/2).') - 3).';$
- Pour le demapping : $BitsDecides = reshape(de2bi((SymbolesDecides + 3)/2).', 1, length(bits));$