

INTRODUCTION AUX TELECOMMUNICATIONS

Etudes de chaines de transmission sur fréquence porteuse

Première Année, Département SN

2019-2020

1 Introduction

1.1 Objectifs

Les objectifs de ce travail sont les suivants :

1. Etre capable d'implanter une chaine de transmission sur fréquence porteuse de type PSK ou QAM et d'explicitier le rôle des différents éléments la composant,
2. Etre capable de déterminer puis d'implanter la chaine de transmission passe-bas équivalente à une chaine de transmission sur fréquence porteuse de type PSK ou QAM,
3. Etre capable d'expliquer les observations réalisées, les résultats obtenus sur la chaine implantée (sur porteuse ou passe-bas équivalente) en vous appuyant sur l'étude théorique de cette même chaine,
4. Etre capable de comparer, en termes d'efficacité spectrale et d'efficacité en puissance, plusieurs chaines de transmission sur fréquence porteuse en utilisant une implantation de type chaine passe-bas équivalente.

1.2 Organisation et Matériel à fournir pour l'évaluation

Le travail se fera en binôme. Un rapport (format pdf), ainsi que les codes réalisés, devront être envoyés à votre intervenant de TP pour le 22 mai 2020. Pour rappel, voici les adresses mail des intervenants de projet.

Groupe A : nathalie.thomas@enseeiht.fr	Groupe I : raoul.prevost@tesa.prd.fr
Groupe B : Marie-Laure.boucheret@enseeiht.fr	Groupe J : lorenzo.ortega@tesa.prd.fr
Groupe C : nathalie.thomas@enseeiht.fr	Groupe K : bahaeddine.belmekki@inp-toulouse.fr
Groupe D : charly.poulliat@enseeiht.fr	Groupe L : raoul.prevost@tesa.prd.fr
Groupe E : benoit.escrig@enseeiht.fr	Groupe M : lorenzo.ortega@tesa.prd.fr
Groupe F : mathieu.dervin@enseeiht.fr	Groupe N : martial.coulon@enseeiht.fr
Groupe G : benoit.escrig@enseeiht.fr	
Groupe H : bahaeddine.belmekki@inp-toulouse.fr	

1.2.1 Le rapport

1. Comme tout rapport, il devra comporter un sommaire, une introduction présentant les objectifs des TPs, une conclusion synthétisant les principaux résultats obtenus et une bibliographie comprenant les références éventuellement utilisées, notamment pour expliquer vos résultats. On pourra y ajouter une table des illustrations.
2. Les équations devront être réalisées avec un éditeur d'équation.
3. Lorsque vous commentez une figure vous devez y faire référence dans votre texte : par exemple "comme le montre la figure 1, ..."
4. Les figures incluses dans vos rapports devront être lisibles et devront toutes comporter un titre, des labels sur leurs axes (utiliser *xlabel* et *ylabel* sous matlab) ainsi qu'une légende si plusieurs courbes sont tracées sur la même figure (utiliser *legend* sous matlab).

5. Toutes vos explications/justifications devront utiliser les bons termes techniques (provenant des cours/TDs/TPs, des livres/sites consultés et cités), pas d'à peu près. "En gros" est à proscrire...
6. Attention votre rapport doit être relu, éventuellement passé au correcteur orthographique et grammatical.

1.2.2 Les codes

1. Vos codes doivent être commentés de manière suffisante et claire :
 "suffisante" : au moins un commentaire par action réalisée dans la chaîne de transmission (par exemple : génération de l'information binaire à transmettre, mapping binaire à moyenne nulle ...). Chaque action pouvant ensuite prendre quelques lignes, on ajoutera des commentaires, si nécessaire, à la bonne compréhension du code.
 "claire" : on utilisera les bons termes pour représenter les éléments classiques d'une chaîne de transmission (par exemple : mapping binaire à moyenne nulle plutôt que génération de +1, -1).
2. Les fichiers .m fournis devront porter des noms significatifs. Si besoin, vous pouvez fournir un mode d'emploi dans le rapport pour savoir ce qui doit être lancé pour réaliser les différentes fonctions implantées.

2 Définition de la chaîne passe-bas équivalente à une chaîne de transmission sur fréquence porteuse

Afin de réduire les temps de simulation et de réutiliser les calculs réalisés en bande de base, on définit une chaîne passe-bas équivalente associée à la chaîne de transmission sur fréquence porteuse à étudier. La figure 1 rappelle le schéma d'une chaîne de transmission sur fréquence porteuse, tandis que la figure 2 rappelle celui de la chaîne passe-bas équivalente associée.

Pour passer de l'une à l'autre, on définit un signal complexe basse fréquence :

$$x_e(t) = I(t) + jQ(t),$$

équivalent au signal modulé sur porteuse transmis :

$$x(t) = \text{Re} [x_e(t)e^{j2\pi f_p t}], \quad f_p \text{ étant la fréquence porteuse.}$$

$x_e(t)$ est appelé enveloppe complexe associée à $x(t)$. Elle possède une densité spectrale de puissance qui est égale à quatre fois la partie positive de la densité spectrale de puissance de $S_x(f)$ ramenée autour de la fréquence 0 :

$$S_{x_e}(f) = 4S_x(f + f_p)U(f + f_p), \quad U(f) \text{ représentant la fonction échelon unité.}$$

On a aussi :

$$S_x(f) = \frac{1}{4} \{S_{x_e}(f - f_p) + S_{x_e}(-f - f_p)\}$$

De la même manière, on associe un bruit complexe basse fréquence équivalent au bruit $n(t)$ introduit par le canal de propagation et filtré sur la bande du signal modulé :

$$n_e(t) = n_I(t) + jn_Q(t)$$

avec

$$S_{n_e}(f) = 4S_n(f + f_p)U(f + f_p) = 4\frac{N_0}{2} = 2N_0, \quad \text{autour de la fréquence 0}$$

Il viendra s'ajouter sur la bande F_e (fréquence d'échantillonnage), avec une même puissance sur chaque voie

$$\sigma_{n_I}^2 = \sigma_{n_Q}^2 = N_0 F_e$$

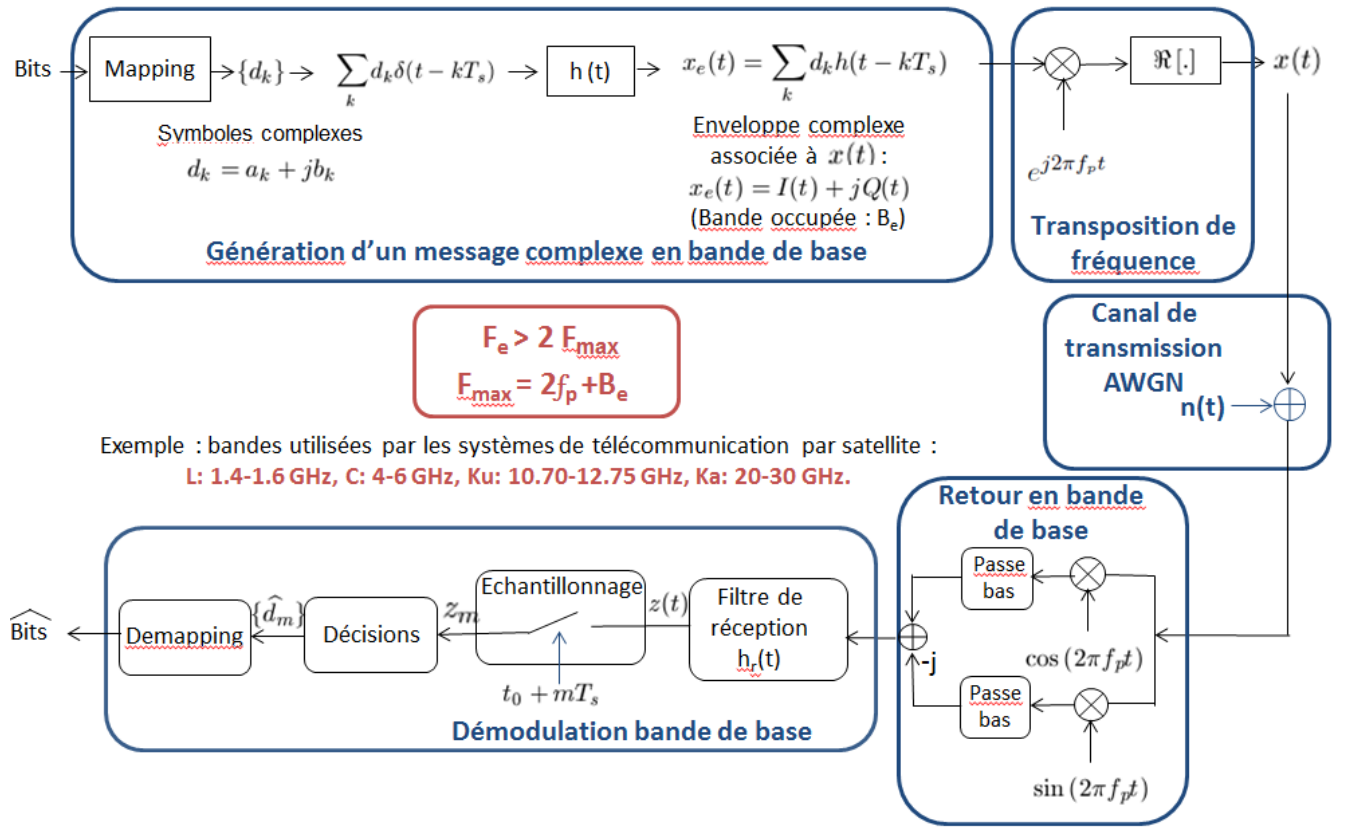


Figure 1: Chaîne de transmission sur porteuse

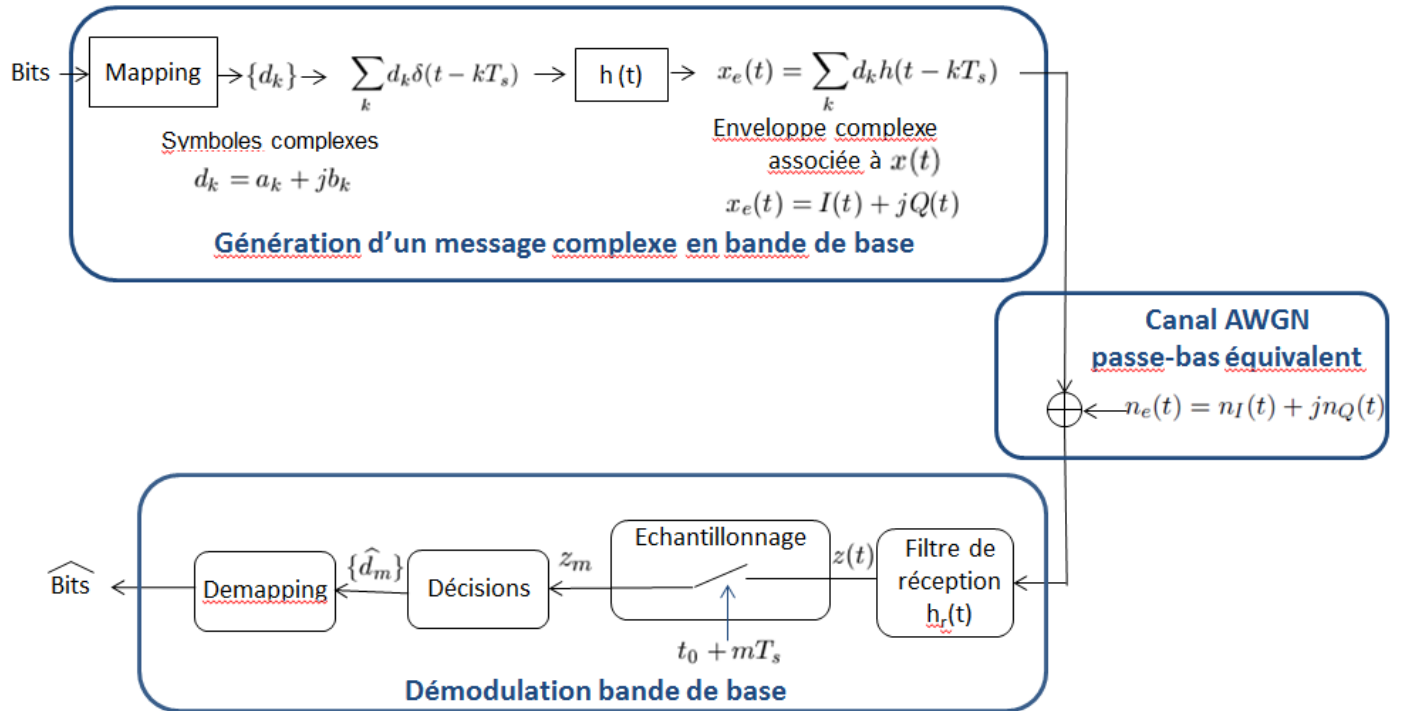


Figure 2: Chaîne de transmission passe-bas équivalente

3 Utilisation de la chaine passe-bas équivalente pour le calcul et l'estimation du taux d'erreur binaire

L'objectif de cette partie est de montrer que le taux d'erreur binaire obtenu pour une transmission est identique que l'on implante la chaine de transmission sur fréquence porteuse ou bien la chaine passe-bas équivalente. L'étude sera réalisée pour une transmission QPSK.

3.1 Etude théorique

On considère la chaine de transmission passe-bas équivalente à une chaine de transmission QPSK (symboles $d_k \in \{\pm 1 \pm j\}$), avec filtre de mise en forme et filtre de réception en racine de cosinus surélevé de même roll off et un canal à bruit additif blanc et Gaussien. La figure 3 donne le tracé de la réponse en fréquence globale de la chaine de transmission : $G(f) = H(f)H_r(f)$, où $H(f)$ représente la réponse en fréquence du filtre de mise en forme et $H_r(f)$ la réponse en fréquence du filtre de réception.

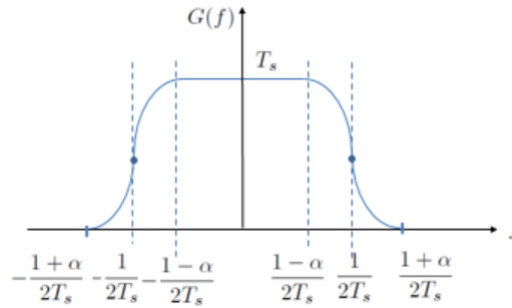


Figure 3: Réponse en fréquence de la chaine de transmission

1. Calculer l'énergie symbole E_s à l'entrée du récepteur. Attention E_s représente la véritable énergie reçue, c'est-à-dire qu'elle doit être calculée à partir de la véritable puissance du signal reçu, pas à partir de celle de l'enveloppe complexe associée.
2. Calculer la puissance du bruit sur chaque voie (I et Q) en sortie du filtre de réception.
3. Les deux voies I et Q étant indépendantes, donner le taux d'erreur symbole de la modulation QPSK en fonction de ceux des voies I et Q (TES_I et TES_Q).
4. En supposant les termes du deuxième ordre négligeables ($TES_I \times TES_Q \sim 0$), donner le taux d'erreur symbole de la modulation QPSK en fonction de TES_I uniquement.
5. Déterminer TES_I en fonction de $\frac{E_s}{N_0}$, E_s correspondant à la véritable énergie reçue. On supposera que les instants d'échantillonnage et l'organe de décision sont optimaux.
6. En déduire le taux d'erreur binaire de la chaine de transmission QPSK en fonction de $\frac{E_b}{N_0}$.

3.2 Implantation sous Matlab

3.2.1 Implantation de la chaine sur fréquence porteuse

On implantera, dans un premier temps, la chaine de transmission QPSK sur fréquence porteuse, avec mapping de Gray, facteur de suréchantillonnage permettant de respecter la condition de Shannon, mise en forme en racine de cosinus surélevé, canal AWGN et récepteur optimal (critère de Nyquist respecté, filtrage adapté, instants optimaux d'échantillonnage, détecteur à seuil avec seuil optimaux).

Remarque : On peut réaliser ici le mapping/demapping et les prises décisions "à la main", pour les modulations d'ordre plus élevés on utilisera des fonctions Matlab.

Le roll-off du filtre de mise en forme devra être égal à 0.35, la fréquence porteuse $f_p = 2$ kHz, la fréquence d'échantillonnage $F_e = 10$ kHz et le débit symbole $R_s = \frac{1}{T_s} = 1$ kbauds.

Le canal de transmission (AWGN) ne fait qu'ajouter un bruit blanc (densité spectrale de puissance $\frac{N_0}{2} \forall f$) et gaussien au signal en sortie du modulateur. Ce bruit sera ici réel et généré sur la bande F_e (fréquence

d'échantillonnage), grâce à la fonction `randn` de matlab, avec plusieurs puissances différentes, notées σ_n^2 , que l'on calculera, en fonction des rapports signal à bruit par bit souhaités à l'entrée du récepteur $\frac{E_b}{N_0}$, de la manière suivante (voir démonstration en annexe) :

$$\sigma_n^2 = \frac{P_r N_s}{2 \log_2(M) \frac{E_b}{N_0}},$$

où M représente l'ordre de la modulation, N_s le facteur de suréchantillonnage et P_r la puissance du signal reçu qui peut être obtenue sous matlab de la manière suivante : $P_r = \text{mean}(\text{abs}(r).^2)$, si r représente le vecteur d'échantillons de signal reçu.

1. Tracer les signaux générés sur les voies en phase et en quadrature ainsi que le signal transmis sur fréquence porteuse.
2. Estimer par périodogramme puis tracer la densité spectrale de puissance du signal modulé sur fréquence porteuse. Le tracé observé (forme, position) correspond-il à ce qui est attendu en théorie ? Expliquez votre réponse.
3. Implanter la chaîne complète sans bruit afin de vérifier que le TEB obtenu est bien nul.
4. Rajouter le bruit et tracer le taux d'erreur binaire obtenu en fonction du rapport signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur (E_b/N_0) en décibels. On prendra des valeurs de $(E_b/N_0)_{dB}$ allant de 0 à 6 dB.
5. Comparer le TEB simulé au TEB théorique de la chaîne étudiée (tracé superposés sur une même figure). Ce tracé doit permettre de valider le bon fonctionnement de votre chaîne de transmission.

3.2.2 Implantation de la chaîne passe-bas équivalente

On implantera, dans un deuxième temps, la chaîne de transmission passe-bas équivalente à la chaîne de transmission sur fréquence porteuse réalisée précédemment.

Le bruit, introduit par le canal passe-bas équivalent au canal de propagation, est cette fois un bruit complexe $n_e(t) = n_I(t) + j n_Q(t)$. Il viendra s'ajouter sur la bande F_e avec une même puissance sur chaque voie ($\sigma_{n_I}^2 = \sigma_{n_Q}^2$), puissance que l'on calculera en fonction des rapports signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur E_b/N_0 souhaités de la manière suivante (démonstration en annexe) :

$$\sigma_{n_I}^2 = \sigma_{n_Q}^2 = \frac{P_{r_e} N_s}{2 \log_2(M) \frac{E_b}{N_0}},$$

où M représente l'ordre de la modulation, N_s le facteur de suréchantillonnage et P_{r_e} la puissance de l'enveloppe complexe associée au signal reçu qui peut être obtenu sous matlab de la manière suivante : $P_{r_e} = \text{mean}(\text{abs}(r_e).^2)$, si r_e représente le vecteur d'échantillons de l'enveloppe complexe associée au signal reçu.

1. Tracer les signaux générés sur les voies en phase et en quadrature.
2. Estimer par périodogramme puis tracer la densité spectrale de puissance de l'enveloppe complexe associée au signal modulé sur fréquence porteuse. Le tracé observé (forme, position) correspond-il à ce qui est attendu en théorie ? Expliquez votre réponse. On comparera notamment ce tracé avec celui obtenu pour la DSP du signal sur fréquence porteuse précédemment.
3. Implanter la chaîne complète sans bruit afin de vérifier que le TEB obtenu est bien nul.
4. Rajouter le bruit et tracer le taux d'erreur binaire obtenu en fonction du rapport signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur (E_b/N_0) en décibels. On prendra des valeurs de $(E_b/N_0)_{dB}$ allant de 0 à 6 dB.
5. Tracer les constellations en sortie du mapping et en sortie de l'échantillonneur pour une valeur donnée de E_b/N_0 .
6. Vérifier que l'on obtient bien le même TEB que celui obtenu avec la chaîne simulée sur fréquence porteuse (tracé sur une même figure).

4 Comparaison de modulations sur fréquence porteuse

4.1 Etude théorique

On considère les quatre chaînes de transmission définies dans le tableau suivant ("SRRCF" signifie "Square Root Raised Cosine Filter" ou filtre en racine de cosinus surélevé en français) :

Modulation :	4-ASK	QPSK	8-PSK	16-QAM
Filtre d'émission :	SRRCF, $\alpha = 0,5$	SRRCF, $\alpha = 0,5$	SRRCF, $\alpha = 0,5$	SRRCF, $\alpha = 0,5$
Filtre de réception :	SRRCF, $\alpha = 0,5$	SRRCF, $\alpha = 0,5$	SRRCF, $\alpha = 0,5$	SRRCF, $\alpha = 0,5$
Débit binaire :	48 kbps	48 kbps	48 kbps	48 kbps
TEB :	10^{-2}	10^{-2}	10^{-2}	10^{-2}

1. Tracer les constellations des quatre modulations considérées.
2. Déterminer le débit symbole (R_s) dans les quatre cas.
3. Calculer les efficacités spectrales des quatre transmissions proposées. Quelle est la transmission la plus efficace spectralement ? Qu'est-ce que cela veut dire ?
4. La figure 4 donne les courbes de TEB obtenus en fonction du rapport signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur (E_b/N_0) en dB, pour les quatre transmissions considérées réalisées sur canal à bruit additif et Gaussien.
 - En déduire les valeurs de E_b/N_0 nécessaires pour satisfaire à la spécification du TEB. Quel est le système le plus efficace en terme de puissance ? Justifiez votre réponse.
 - La chaîne de transmission utilisant la modulation 4-ASK et la chaîne de transmission utilisant la modulation 16-QAM présentent le même taux d'erreur binaire. Qu'est-ce qui pourrait justifier le choix de l'une ou l'autre ?
5. Si on souhaitait réaliser la transmission à travers un canal de propagation supposé à bruit additif blanc et Gaussien (AWGN) de bande passante 20 kHz, serait-il possible de réaliser chaque transmission proposée en trouvant, au niveau du récepteur, un instant optimal d'échantillonnage sans interférence entre symboles ? Expliquez votre réponse.

4.2 Implantation sous Matlab

Il s'agira d'implanter, d'analyser et de comparer les chaînes passe-bas équivalentes associées aux chaînes de transmissions proposées dans l'étude théorique. Pour cela :

4.2.1 Etude de chaque chaîne de transmission

1. Implanter la chaîne complète sans bruit afin de vérifier que le TEB obtenu est bien nul. On pourra utiliser les fonctions Matlab *pskmod.m*, *pskdemod.m* et *qammod.m*, *qamdemod.m* pour réaliser les mapping/demapping et prises de décision.
2. Rajouter le bruit et :
 - Tracer les constellations en sortie du mapping et en sortie de l'échantillonneur pour différentes valeurs de E_b/N_0 , en expliquant les différences observées.
 - Tracer le taux d'erreur binaire obtenu en fonction du rapport signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur (E_b/N_0) en décibels. On prendra des valeurs de $(E_b/N_0)_{dB}$ allant de 0 à 6 dB.
 - Comparer le TEB simulé au TEB théorique de la chaîne étudiée (tracé superposés sur une même figure). Ce tracé doit permettre de valider le bon fonctionnement de votre chaîne de transmission. Les TEBs théoriques sont donnés dans les planches de cours.

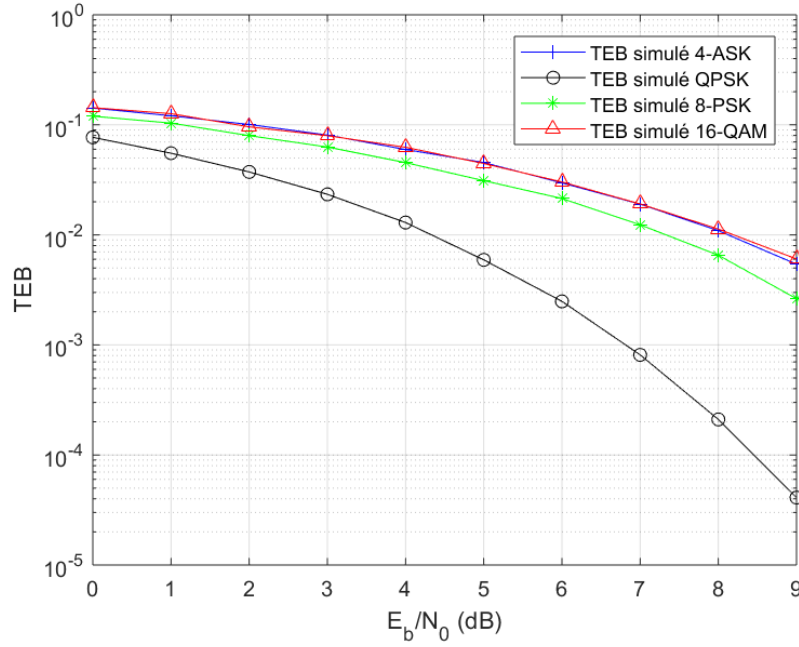


Figure 4: Comparaison des TEB pour les modulations ASK, PSK et QAM

4.2.2 Comparaison des chaines de transmission

1. En utilisant les tracés obtenus pour leurs TEBs, comparer et classer les différentes chaines de transmission en termes d'efficacité en puissance (en expliquant votre raisonnement).
2. Pour un même débit binaire, tracer les densités spectrales de puissance des signaux émis dans les différentes chaines de transmission étudiées afin de les comparer en termes d'efficacité spectrale et de les classer (en expliquant votre raisonnement).

5 Annexes

5.1 Puissance de bruit à introduire dans les chaines de transmission

5.1.1 Chaîne de transmission sur porteuse

On introduit un bruit réel de densité spectrale de puissance $N_0/2$ dans la bande F_e . La variance du bruit à introduire est donc donnée par :

$$\sigma_n^2 = \frac{N_0}{2} F_e = \frac{E_s}{2 \frac{E_s}{N_0}} F_e = \frac{P_r T_s}{2 \frac{E_s}{N_0}} F_e = \frac{P_r N_s}{2 \log_2(M) \frac{E_b}{N_0}},$$

où

- E_s représente l'énergie par symbole à l'entrée du récepteur : $E_s = \log_2(M) E_b$, si E_b représente l'énergie binaire à l'entrée du récepteur et M l'ordre de la modulation,
- T_s représente la durée symbole,
- N_s représente le facteur de suréchantillonnage : $T_s = N_s T_e$, $T_e = 1/F_e$ étant la période d'échantillonnage
- P_r représente la puissance du signal reçu.

5.1.2 Chaîne de transmission passe-bas équivalente à la chaîne de transmission sur fréquence porteuse

On ajoute, à l'enveloppe complexe $x_e(t)$ associée au signal modulé sur porteuse $x(t)$, un bruit complexe $n_e(t) = n_I(t) + j n_Q(t)$ (voir figure 2). Il viendra s'ajouter sur la bande F_e avec une même puissance sur

chaque voie ($\sigma_{n_I}^2 = \sigma_{n_Q}^2$), puissance que l'on calculera en fonction des rapports signal à bruit par bit à l'entrée du récepteur E_b/N_0 souhaités de la manière suivante :

$$\sigma_I^2 = \sigma_Q^2 = N_0 F_e = \frac{E_s}{N_0} F_e = \frac{P_r T_s}{N_0} F_e = \frac{P_r T_s}{2 \frac{E_s}{N_0}} F_e = \frac{P_r N_s}{2 \log_2(M) \frac{E_b}{N_0}},$$

où

- E_s représente l'énergie par symbole à l'entrée du récepteur : $E_s = \log_2(M) E_b$, si E_b représente l'énergie binaire à l'entrée du récepteur et M l'ordre de la modulation,
- T_s représente la durée symbole,
- N_s représente le facteur de suréchantillonnage : $T_s = N_s T_e$, $T_e = 1/F_e$ étant la période d'échantillonnage
- P_{r_e} représente la puissance de l'enveloppe complexe associée au signal reçu : $P_{r_e} = \frac{P_r}{2}$, si P_r représente la puissance du signal reçu.

5.2 Précision sur les mesures de TEB

Le TEB peut être modélisé par une somme de variables aléatoires X_k prenant leurs valeurs dans l'ensemble $\{0, 1\}$ avec les probabilités $P[X_k = 0] = 1 - p$ (pas d'erreur) et $P[X_k = 1] = p$ (erreur) :

$$TEB = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N X_k.$$

L'erreur quadratique relative sur le TEB est donnée par :

$$\epsilon^2 = \frac{\sigma_{TEB}^2}{m_{TEB}^2},$$

où m_{TEB} et σ_{TEB}^2 représentent, respectivement, la moyenne et la variance sur l'estimation du TEB.

La précision sur les mesures de TEB sera donnée par ϵ . On peut écrire :

$$m_{TEB} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N E[X_k] = \frac{1}{N} N (1 \times p + 0 \times (1 - p)) = p$$

et

$$\sigma_{TEB}^2 = E \left[\left(\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N X_k \right)^2 \right] - p^2 = \frac{1}{N^2} \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^N E[X_k X_i] - p^2$$

- si $k = i$ (N cas) alors $E[X_k^2] = 1^2 \times p + 0^2 \times (1 - p) = p$
- si $k \neq i$ ($N^2 - N$ cas) alors $E[X_k X_i] = E[X_k] E[X_i] = p^2$

D'où :

$$\sigma_{TEB}^2 = \frac{1}{N^2} \{ Np + (N^2 - N) p^2 \} - p^2 = \frac{p(1-p)}{N}$$

On constate que la variance de l'erreur tend vers 0 quand N augmente et on peut écrire l'erreur quadratique relative sur le TEB de la manière suivante :

$$\epsilon^2 = \frac{\sigma_{TEB}^2}{m_{TEB}^2} = \frac{1-p}{Np} \simeq \frac{1}{Np} \text{ pour } p \ll 1$$

On obtient alors :

- le nombre d'élément binaire à générer, N , de manière à obtenir une précision ϵ fixée sur la mesure d'un TEB dont la valeur est, a priori, connue. Par exemple, si on veut mesurer un TEB de 10^{-2} avec une précision de 10%, il faudra générer $N = \frac{1}{10^{-2} \times (10^{-1})^2} = 10^4$ bits.
- le nombre de simulations à réaliser si la valeur à mesurer pour le TEB n'est pas, a priori, connue. On fera alors des simulations jusqu'à observer $1/\epsilon^2$ erreurs pour obtenir une mesure avec une précision ϵ fixée. Par exemple, si on veut mesurer le TEB avec une précision $\epsilon = 10\%$, il faudra compter les erreurs jusqu'à en obtenir $1/\epsilon^2 = 10^2$ avant de considérer la mesure de TEB obtenue comme disposant de la précision requise.